

יחידה 1: חזקות

1.1 כאילו מבחן



מטרות

- ביסוס ויישום של כללי חזקות
- התייחסות והערכה של שגיאות אופייניות
- שימוש בהצבה לבדיקה אם ביטויים הם זהים
- עיסוק במספרים גדולים ואומדן



אמצעי עזר

מחשבון או גיליון אלקטרוני (Excel),
כרטיסים עבור משחק דומינו במשימה 6 או אבני דומינו עם מדבקות ריקות המודבקות עליהן.



פתיחה

מציגים את משימת הפתיחה ומבקשים מן התלמידים לענות עליה. מבקשים להציע 2 ביטויים זהים לביטוי $\frac{a^{50}}{b^{50}}$.
קוראים ביחד את המדור "הידעתם?" הראשון, ומבקשים למצוא מסיח נוסף (מלבד $\frac{a}{b}$).
אפשרות נוספת לפתיחת השיעור היא עיסוק במשימה 4. המורה רושם על הלוח כל בטוי מספרי, מקציב זמן לאמוד את תוצאתו ומתבצעת תחרות כיתתית כפי שרשום במשימה.



פתרונות
והערות

המשימה העיקרית בפעילות זו היא משימה 5. במהלך המשימה יחברו התלמידים שאלון רב ברירה בנושא ביטויים אלגבריים או מספריים עם חזקות. המטלה בשאלון היא למצוא ביטויים זהים לביטויים נתונים. התלמידים יכתבו את התשובות הנכונות וגם את המסוימים. כדי להכין את הקרקע למשימה 5 התלמידים יפתרו תחילה בעצמם שאלון דומה. חשוב שידונו בתשובות השגויות, ויבינו כי לא נבחרו באקראי. גם המשימות האחרות מכינות למשימה 5 כי הן דורשות לכתוב יותר מביטוי אחד זהה לביטוי נתון.

1. א.

$a^x a^x =$	$a^x a^y =$	$a^x + a^x =$	$a^x + a^y$
$a^{2x} = (a^x)^2 = (a^2)^x$	a^{x+y}	$2a^x$	אי אפשר

$\frac{a^x}{a^x} =$	$\frac{a^x}{a^y} =$	$a^x - a^x =$	$a^x - a^y$
$a^{x-x} = a^0 = 1$	a^{x-y}	0	אי אפשר

$a^x b^x = (ab)^x$	$a^x b^y$	$a^x + b^x$	$a^x + b^y$
	אי אפשר	אי אפשר	אי אפשר

$\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$	$\frac{a^x}{b^y}$	$a^x - b^x$	$a^x - b^y$
	אי אפשר	אי אפשר	אי אפשר

ב.

$a^x \cdot a^x = a^{x+x}$	$a^x \cdot a^x = (a \cdot a)^x$	$a^x \cdot a^x = a^{x \cdot x}$	$a^x \cdot a^x = (a + a)^x$
נכון	נכון	לא נכון	לא נכון
a^{2x}	$(a^2)^x$	$2^3 \cdot 2^3 \neq 2^9$	$3^2 \cdot 3^2 \neq 6^2$

ג.

$2^y + 2^y = (2 + 2)^y$	$2^y + 2^y = (2)^{y+y}$	$2^y + 2^y = (2 \cdot 2)^y$	$2^y + 2^y = 2 \cdot 2^y$
לא נכון	לא נכון	לא נכון	נכון
$2 \cdot 2^3 \neq 4^3$	$2^3 + 2^3 \neq 2^6$	$2 \cdot 2^3 \neq 4^3$	2^{y+1}

2. חשוב שהתלמידים יתייחסו אל השגיאות הנפוצות כדי שיוכלו במשימה 5 לבחור בעצמם מסיחים מתאימים.

- | | | | |
|--------|---------------|-----------|-------|
| a) .d) | ב. a), c), d) | ג. c), d) | ד. d) |
| ה. b) | ו. c), d) | ז. b), d) | ח. b) |

3. דוגמאות:

$2^{50} = \frac{2^{70}}{2^{20}} = \frac{2^{10}}{2^{-40}}$.ב.	$2^{50} = 2^{30} 2^{20} = 2^{10} 2^{40}$.א.
$2^{50} = 5 \cdot 2^{49} - 3 \cdot 2^{49} = 3 \cdot 2^{49} - 2^{49}$.ד.	$2^{50} = 2^{49} + 2^{49} = 2^{48} + 2^{48} + 2^{48} + 2^{48}$.ג.
$2^{50} = (2^{10})^5 = (2^2)^{25}$.ו.	$2^{50} = \sqrt{2^{100}} = \sqrt{2^{60} \cdot 2^{40}}$.ה.
	$2^{50} = \sqrt{\sqrt{2^{200}}} = \sqrt{\sqrt{2^{100} \cdot 2^2}}$.ז.

4. אומדן הוא כלי חשוב מאוד במתמטיקה ולכן כדאי לבקש מהתלמידים לאמוד בכל מקום שהאומדן רלוונטי. דיון עם התלמידים (אחרי התחרות) על השיטות שבהן אמדו, ישפר את יכולותיהם לאמוד. כדאי שהמורה יקצוב את הזמן לתחרות.

אפשר להפנות תלמידים לסרטון על מספרים גדולים מאוד וקטנים מאוד בקישור

<https://www.youtube.com/watch?v=0fKBhvDjuy0>

אפשר גם להציע להם להציג את הנושא בפני כיתות אחרות.

5. משימה זו היא המשימה העיקרית בפעילות זו. חשוב שהמורה יברר עם התלמידים מהם השגיאות המיוצגות במסיחים שכתבו, ויתייחס למסיחים שאינם ממלאים את תפקידם כמסיחים.

6. במשימה זו על התלמידים למצוא ביטויים מספריים, כאשר ערכם נתון מראש. המגבלה של שימוש במספרים מסוימים בלבד, מאתגרת. אפשר להכין כרטיסים ריקים עבור משחק הדומינו, או להביא אבני דומינו שעליהן מדבקות ריקות המאפשרות כתיבה. ראו תשובות אפשריות במדור "למסיימים".



המספרים הם: 18 ו-4 או 14 ו-12

נסמן את שני המספרים הזוגיים ב- $2n$ וב- $2k$ כאשר n ו- k טבעיים.

$$(2n)^2 + (2k)^2 = 340 \quad \text{נקבל:}$$

$$4n^2 + 4k^2 = 340 \quad \text{נפתח סוגריים:}$$

$$n^2 + k^2 = 85 \quad \text{נחלק ב-4}$$

כל מספר ריבועי מסתיים באחת מן הספרות הבאות: 0, 1, 4, 5, 6, 9.

האפשרות לסיומת 5 היא בצרוף 0 ו-5 או 1 ו-4 או 6 ו-9.

0 הוא המספר הריבועי היחיד שספרת האחדות שלו 0 והוא קטן מ-85. לכן הזוג הראשון אינו בא בחשבון.

המספרים הריבועיים המסתיימים ב-1 הם 1 ו-81 ואכן: $81 + 4 = 85$ ושני המחוברים ריבועיים.

המספרים הריבועיים המסתיימים ב-9 הם 9 ו-49 ואכן $49 + 36 = 85$ ושני המחוברים ריבועיים.

לכן, $n = 9$ ו- $k = 2$ או $n = 7$ ו- $k = 6$



1. אוספים ביטויים מספריים זהים למספרים 6-1 (ראו משימה 6), כותבים אותם בגדול על דף, אוספים את הדפים ויוצרים פוסטר.

תשובות אפשריות

$$0 = 6^0 - 3^0 = \frac{4 - 2^2}{12} = 12^6 \cdot 0$$

$$1 = \left(\frac{4}{3}\right)^0 = \frac{2^2}{4} = \frac{12^2}{6^2 \cdot 2^2}$$

$$2 = \frac{1}{2^{-1}} = \frac{2^2}{2} = 3^0 + 6^0$$

$$3 = 12 \cdot 2^{-2} = 3^4 = 2^0 + 2^4 \cdot 2^{-3}$$

$$4 = 12 \cdot 3^{-1} = 4^{-3} \cdot 4^4 = \frac{1}{2^{-2}}$$

$$5 = \frac{1}{2^{-2}} + 1 = \frac{3}{2^{-1}} - 1 = \frac{4^2 + 2^2}{2^2}$$

$$6 = \frac{2}{3^{-1}} = \frac{3 \cdot 2^2}{2} = \left(\frac{2}{12}\right)^{-1}$$



- מתייחסים לשגיאות אפשריות בשימוש בכללי חזקות
- מעריכים ביחד מסיחים שהתלמידים כתבו
- דנים באסטרטגיות למציאת ביטויים אלגבריים או מספריים זהים לביטויים נתונים
- צופים ביחד בסרטון על חזקות הולכות וגדלות והולכות וקטנות בקישור:

<https://www.youtube.com/watch?v=0fKBhvDjuy0>