

יחידה 1: חזקות

1.1 כאילו מבחן



איתי התבקש למצוא ביטוי זהה לביטוי $\frac{a^{50}}{b^{50}}$.

איתי כתב: $\frac{a^{50}}{b^{50}} = \frac{a}{b}$

נסו להסביר את דרך חשיבתו של איתי.

אם איתי טעה, מהי התשובה הנכונה? כיצד הייתם משכנעים אותו שטעה?

נעסוק בשוויון ביטויים עם חזקות.

1. א. רשמו, אם אפשר, כל ביטוי כחזקה עם מקדם מספרי או כמספר.

$$a^x a^x$$

$$a^x a^y$$

$$a^x + a^x$$

$$a^x + a^y$$

$$\frac{a^x}{a^x}$$

$$\frac{a^x}{a^y}$$

$$a^x - a^x$$

$$a^x - a^y$$

$$a^x b^x$$

$$a^x b^y$$

$$a^x + b^x$$

$$a^x + b^y$$

$$\frac{a^x}{b^x}$$

$$\frac{a^x}{b^y}$$

$$a^x - b^x$$

$$a^x - b^y$$

ב. בכל סעיף קבעו נכון/לא נכון.

אם נכון, המשיכו שלב נוסף בפישוט. אם לא נכון, תנו דוגמה נגדית במספרים.

$$a^x \cdot a^x = a^{x+x}$$

$$a^x \cdot a^x = (a \cdot a)^x$$

$$a^x \cdot a^x = a^{x \cdot x}$$

$$a^x \cdot a^x = (a + a)^x$$

ג. בכל סעיף קבעו נכון/לא נכון.

אם נכון, המשיכו שלב נוסף בפישוט. אם לא נכון, תנו דוגמה נגדית במספרים.

$$2^y + 2^y = (2 + 2)^y$$

$$2^y + 2^y = (2)^{y+y}$$

$$2^y + 2^y = (2 \cdot 2)^y$$

$$2^y + 2^y = 2 \cdot 2^y$$

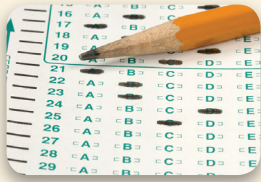


שאלון רב-בִּרְרָה הוא מבחן שבו על הנבחנים לסמן את התשובה הנכונה (או התשובות הנכונות) מבין מספר אפשרויות. התשובות השגויות אינן נבחרות באקראי. הן נבחרות כי הן מייצגות שגיאות נפוצות בהקשר לשאלה הנשאלת, ולכן הן עלולות להטעות את הנבחנים. זו הסיבה שהתשובות השגויות נקראות **מסיחים**. מסיחים לא מוצלחים מייצגים שגיאות בלתי הגיוניות בעליל, ובכך מאפשרים לבחור בתשובות הנכונות בלי להתמצא בנושא.

2. לפניכם שאלון.

- פתרו את השאלון.
- השוו תשובותיכם עם אלה של חבריכם.
- בחרו חלק מן התשובות השגויות (מסיחים) ודונו בשאלה מדוע הן מופיעות בשאלון בהקשר זה - כלומר, מהן השגיאות המיוצגות בהן.

שאלון



רשמו במחברת מפתח תשובות לשאלון.

שימו לב, ברוב הסעיפים יש יותר מתשובה אחת נכונה.

$$(ab)^4$$

א.

- a) ab^4 b) $a^4 + b^4$ c) $(a^2b^2)^2$ d) a^4b^4

$$\left(\frac{10}{5}\right)^4$$

ב.

- a) 2^4 b) $10^4 - 5^4$ c) $(10 \cdot \frac{1}{5})^4$ d) $10^4 \cdot 5^{-4}$

$$\frac{a^{20}}{b^{-20}}$$

ג.

- a) $\left(\frac{a}{b}\right)^0$ b) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1}$ c) $(ab)^{20}$ d) $\left(\frac{a^2}{b^{-2}}\right)^{10}$

$$a^{30} + (-a)^{30}$$

ד.

- a) a^{60} b) 0 c) $2a^{60}$ d) $2a^{30}$

$$a^{31} + (-a)^{31}$$

ה.

- a) a^{62} b) 0 c) $2a^{62}$ d) $2a^{31}$

$$\frac{a^{20}}{a^{40}}$$

ו.

- a) $\frac{1}{a^2}$ b) a^{-2} c) a^{-20} d) $a^{20} \cdot a^{-40}$

$$2^{50} + 2^{50}$$

ז.

- a) 2^{100} b) $2 \cdot 2^{50}$ c) 4^{50} d) 2^{51}

$$\frac{10^{10}}{-2^2}$$

ח.

- a) -5^5 b) $-25 \cdot 10^8$ c) -5^8 d) $10^{10} \cdot (-2)^{-2}$

3. בכל סעיף מצאו שתי אפשרויות שונות לכתיבת הביטוי 2^{50} .

- א. כמכפלת שני ביטויים ב. כמנה של שני ביטויים
ג. כסכום של שני ביטויים ד. כהפרש של שני ביטויים
ה. כשורש ריבועי של ביטוי ו. כחזקה של חזקה של ביטוי



ז. כשורש ריבועי של שורש ריבועי של ביטוי.

4. התחרו באומדן תוצאת החישוב.

רשמו תוצאות מקורבות לביטויים המספריים הבאים בזמן של 3 דקות, וללא שימוש במחשבון.
התוצאה הקרובה ביותר לכל ביטוי מספרי מזכה את בעליה בנקודה.
תשובה מדויקת מזכה את בעליה בשתי נקודות.

- א. $10^4 \cdot 3^{-2}$ ג. 9^{2^3} ה. $9^3 \cdot (\frac{1}{2})^3$
ב. $6^4 + (-6)^4$ ד. 9^6 ו. $\frac{6^8}{3^6}$



בשנת 1940 פרסמו המתמטיקאים אדוארד קאסנר (Edward Kasner) וג'יימס ניומן (James R. Newman) את הספר "מתמטיקה והדמיון". זהו ספר שמסביר באופן ברור מאוד עקרונות מתמטיים שנשמעים מסובכים, אבל הם לא באמת כאלה. הם היו צריכים דוגמה למספר גדול מאוד כדי להסביר את מושג האינסוף ולהראות כי גם מספר גדול מאוד מאוד הוא לא אינסוף. הם החליטו לבחור את המספר 1 עם 100 אפסים אחריו, כלומר 10^{100} . אבל למספר הזה יש שם ארוך ולא נוח - 10 דואטריגינטיליון, או עשרת אלפים סקסדציליון - תלוי באיזו ארץ נמצאים. לכן לשם הנוחות הם המציאו שם חדש למספר. הם קראו לו "גוגול" (Googol). לטענתם, מי שהמציא את השם היה האחין בן התשע של קאסנר.

ממציאי מנוע החיפוש google חיפשו שם שיגרום לאנשים לחשוב על כמויות ענק של מידע, ולכן עלה הרעיון לקרוא לאתר על שם מספר גבוה מאוד. הם רשמו את שם האתר בשגיאת כתיב (Google במקום Googol). וכך נשאר שם זה.

- בכל סעיף כתבו ארבעה ביטויים (חלקם ביטויים זהים לביטוי הרשום במשבצת וחלקם מסיחים. כלומר, תשובות לא נכונות מטעות המבוססות על שגיאות נפוצות).
- החליפו את השאלון שחיברתם בשאלון של זוג תלמידים אחר וענו על השאלון שקיבלתם.
- החליפו שוב ובדקו את תשובות החברים לשאלון המקורי שחיברתם.


$$\left(\frac{a}{b}\right)^7$$

.X

$$\left(\frac{a}{3a}\right)^4$$

ב.

$$-50^{50} + (-5)^{50}$$

λ

$$\frac{b^{10}}{b^{-5}}$$

.T

$$(3 \cdot 4)^5$$

ה.

$$10^4 \cdot 10^{-4}$$

1

$$-3^{15} + (-3)^{15}$$

7

10 | מצוינות רחובות

6. א. צרו משחק דומינו-חזקות.

- לכל אחד מן המספרים 0 ועד 6 כתבו שישה ביטויים מספריים עם חזקות. על הביטויים להיות פשוטים כדי שהחישוב לא יפריע לשטף המשחק.
- לכתיבת הביטויים השתמשו במספרים 0, 1, 2, 3, 4, 6, ו-12 ובנגדיים להם בלבד.



- בדקו במחשב או במחשבון את הביטויים המספריים שכתבתם.
- כתבו את הביטויים השונים על 28 כרטיסים כדוגמת אבני דומינו (ראו שרטוט).

0	2
---	---

0	1
---	---

0	0
---	---

$3^{-3} \cdot 3^4$	$(\frac{12}{6})^2$
--------------------	--------------------

 4 ו-3 את המכילה את המספרים 3 ו-4

ב. שחקו במשחק הדומינו שיצרתם.



סכום הריבועים של שני מספרים זוגיים הוא 340.

מהם המספרים?

רמז: סמנו את המספרים ב- $2n$ וב- $2k$.

התוכלו למצוא תשובה נוספת?

