

9.3 מערכות צירים שונות



מטרות

- הכרת דרכים שונות לסימון נקודות במישור
- הכרה אינטואיטיבית של המושג מקום גאומטרי
- הכרה בלתי פורמלית של ההגדרות והתכונות של מקומות גאומטריים שונים (אליפסה, פרבולה היפרבולה)



אמצעי עזר

שקפים למורה של מערכות שיעורים שונות (ראו בפתרונות והערות, ובסוף הפעילות) יישומונים: "סכום מרחקים" ו"הפרש מרחקים"



פתיחה

קוראים את השאלה של רונן, עונים על שאלה 1, ומבררים אם התלמידים מבינים את המושגים מרחק בין שתי נקודות ומרחק בין נקודה לישר.



פתרונות והערות

במהלך פעילות זאת יכירו התלמידים שלוש דרכים לסימון נקודות במישור:

- באמצעות מרחקי הנקודה משני ישרים מאונכים נתונים,
- באמצעות מרחקי הנקודה מנקודה ומישר נתונים,
- באמצעות מרחקי הנקודה משתי נקודות נתונות.

לפני תחילת העבודה בכל מערכת, כדאי לדון עם התלמידים על אופן סימון הנקודות באותה מערכת. נוח לנהל דיון זה כשהמורה משתמש בשקף של המערכת ומעליו שקף ריק שעליו מסמנים את הנקודות במקביל לעבודת התלמידים. אפשר ליצור את המערכות משני רבדים של שקפים. שימוש בכל רובד לחוד יבהיר לתלמידים את דרך העבודה. עבור מרחק משני ישרים מאונכים דרושים שני רבדים של ישרים מקבילים. העבודה במערכת זו דומה אך אינה זהה למערכת צירים קרטזית המוכר לתלמידים כי לישרים הנתונים אין כיוון, לכן לכל זוג מרחקים (שונים מ-0) מתאימות 4 נקודות במישור.

עבור מרחק בין נקודה לישר, דרוש רובד של מעגלים קונצנטריים (עבור המרחק מהנקודה), ורובד של ישרים מקבילים (עבור המרחק מהישר).

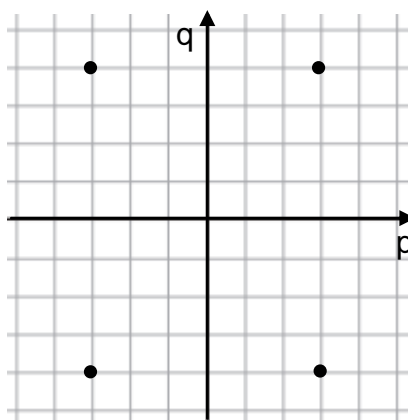
עבור מרחק בין שתי נקודות דרושים שני רבדים של מעגלים קונצנטריים.

- קבוצה המכילה אך ורק את כל הנקודות בעלות תכונה מסוימת נקראת מקום גאומטרי:

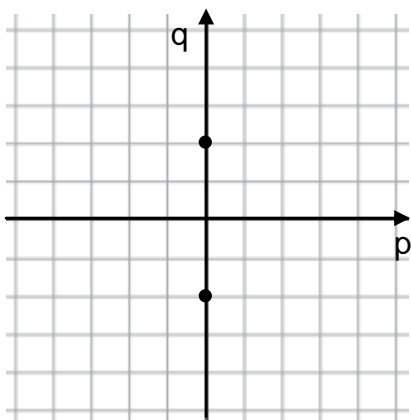
1. א. הכדור במרחק של 50 מטר מקו הגבול הרחוק.

ב. הכדור במרחק של 34 מטר מקו הגבול הקרוב.

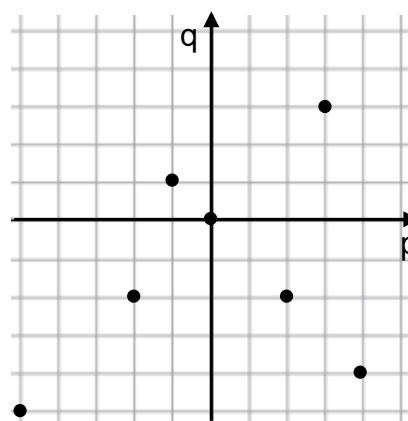
2. א.



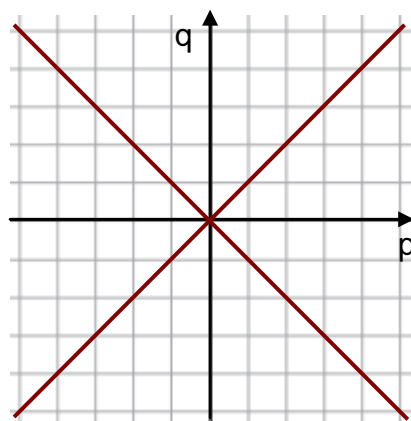
ב.



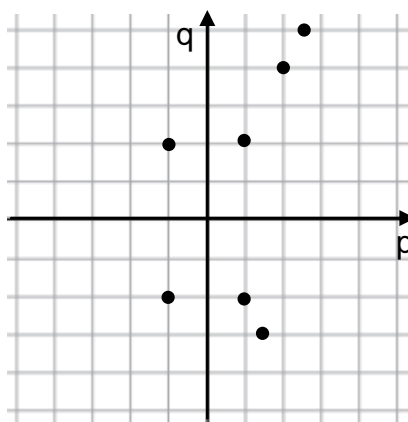
3. א.



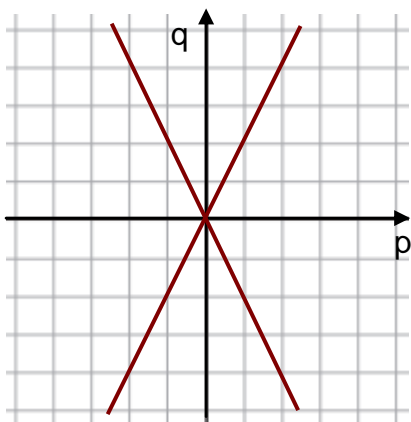
ב.



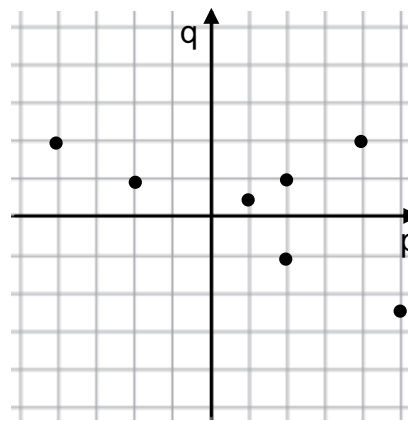
4. א.



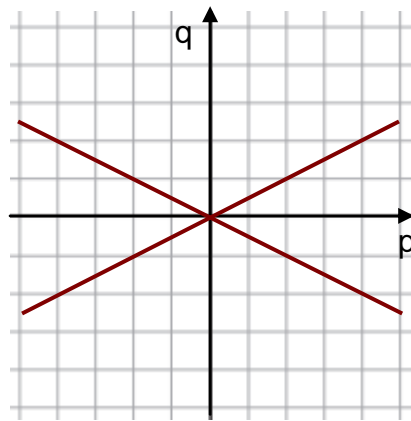
ב.



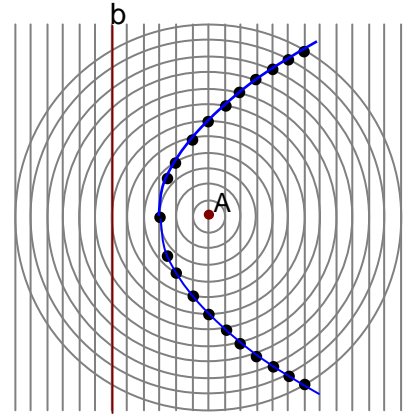
5. א.



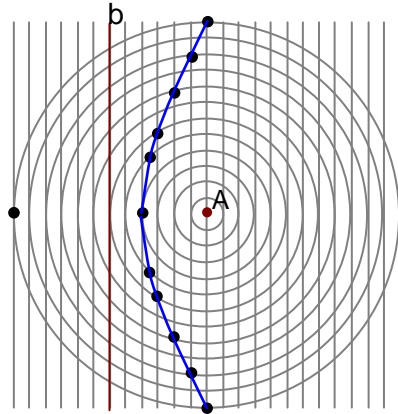
ב.



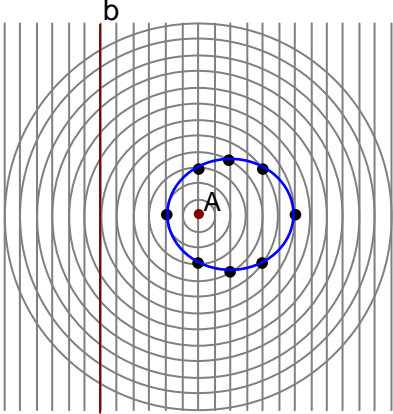
6. א. הגרף הנוצר הוא פרבולה



ב. הגרף הנוצר הוא היפרבולה

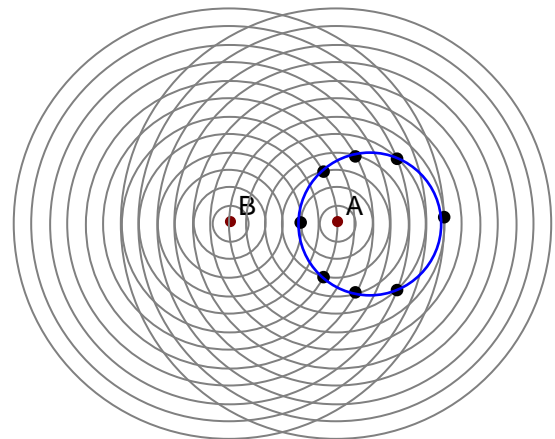


ג. הגרף הנוצר הוא אליפסה

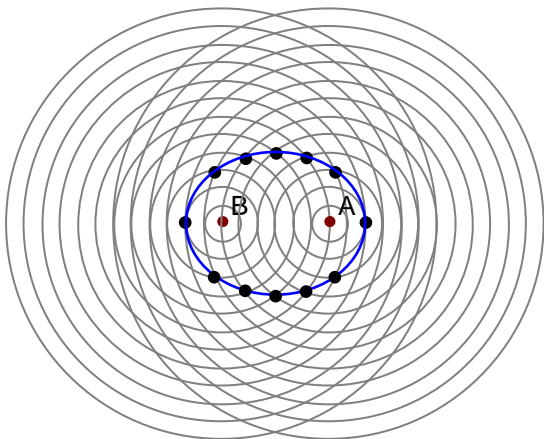


הערה: לגרף ב של ההיפרבולה יש ענף נוסף . נקודה אחת שלו משורטטת . אם נשרטט מעגלים נוספים , וישרים נוספים משמאל לנקודה A, נמצא נקודות נוספות על הענף הזה . ענף זה סימטרי לענף המשורטט לגבי הישר השני משמאל לישר b.

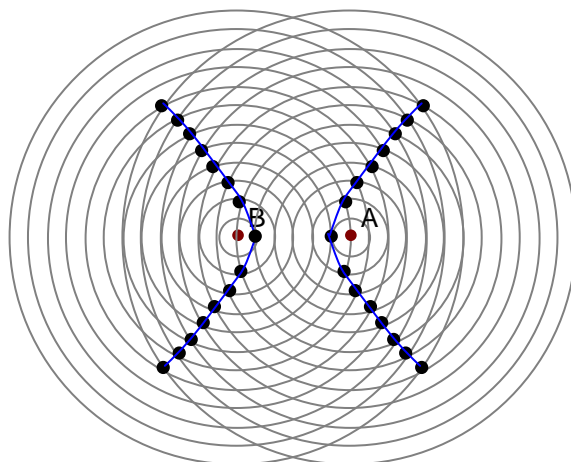
7. א. הגרף הנוצר הוא מעגל



ב. הגרף הנוצר הוא אליפסה

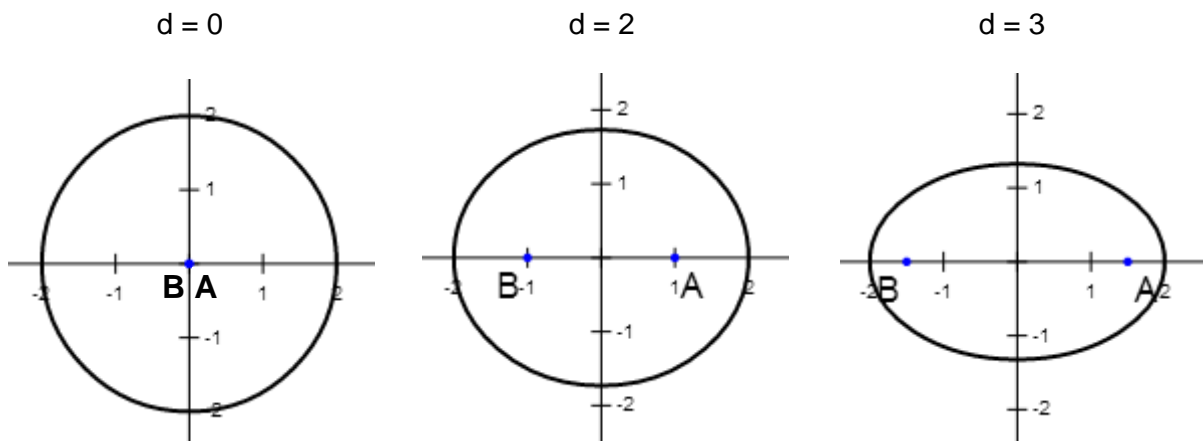


ג. הגרף הנוצר הוא היפרבולה

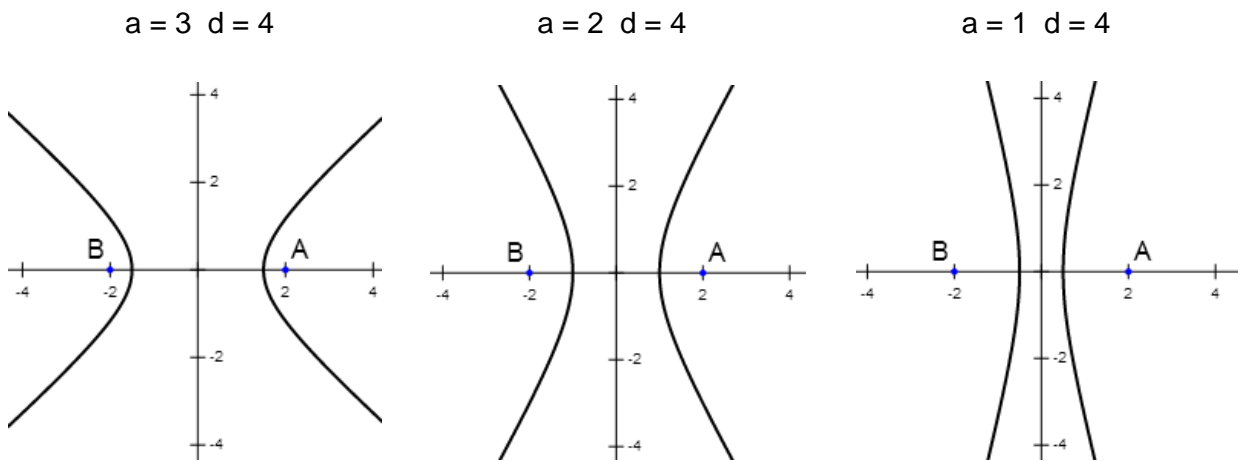


ה. אם הנקודות A ו-B יתקרבו אחת לשנייה , הגרף יתקרב לצורת מעגל . כלומר, מעגל הוא מקרה פרטי של אליפסה.

8. א. אפשר לראות כי ככל ש-d מתקרב ל-0, הגרף דומה יותר ויותר למעגל.



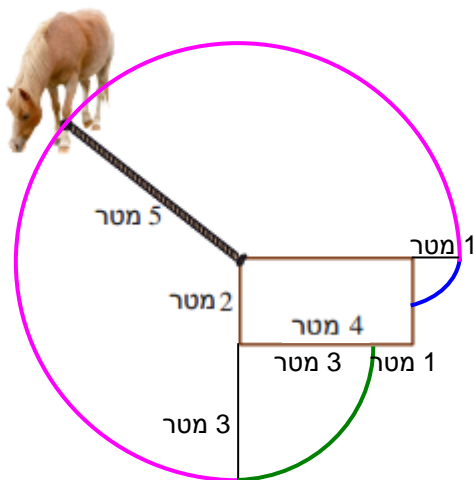
ב. כאשר a מתקרב ל-d קודקודי ההיפרבולה מתרחקים זה מזה, וכל ענף שלה נסגר.

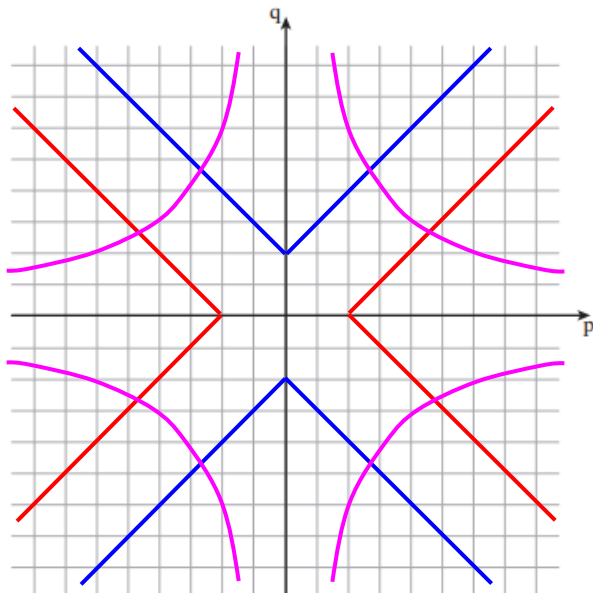


שטח המרעה הוא:

$$\frac{3}{4}\pi \cdot 5^2 + \frac{1}{4}\pi \cdot 3^2 + \frac{1}{4}\pi \cdot 1^2 = \frac{85}{4}\pi \approx 66.75$$

שטח המרעה הוא בערך 66.75 מ"ר





א. שרטטו גרף של קבוצת כל הנקודות שמרחקן מ- p גדול ב- 2 ממרחקן מ- q .

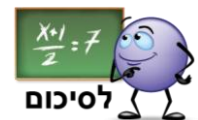
[תשובה: גרף **כחול**]

ב. שערו כיצד ייראה גרף של קבוצת כל הנקודות שמרחקן מ- p קטן ב- 2 ממרחקן מ- q . שרטטו כדי לבדוק

[תשובה: גרף **אדום**]

ג. שרטטו גרף של קבוצת כל הנקודות שמכפלת מרחקיהן מ- p ומ- q היא 12

[תשובה: גרף **סגול**]



עוברים על צורות הגרפים שהתקבלו במהלך הפעילות במערכות השיעורים השונות. מסכמים את הממצאים של העבודה

הערות	הגדרה: קבוצת הנקודות ש...	מרחק מ...	צורת הגרף
שיפוע הישרים תלוי ביחס המרחקים.	יחס מרחקיהן משני ישרים מאונכים הוא קבוע	2 ישרים מאונכים	זוג ישרים
הגדרה מוכרת	מרחקיהן מנקודה נתונה הוא קבוע	נקודה נתונה	מעגל
נקרא גם מעגל אפולוניוס	יחס מרחקיהן משתי נקודות נתונות הוא קבוע	2 נקודות נתונות	מעגל
כאשר שתי הנקודות מתלכדות האליפסה הופכת למעגל	סכום מרחקיהן משתי נקודות נתונות הוא קבוע	2 נקודות נתונות	אליפסה
	הפרש מרחקיהן משתי נקודות נתונות הוא קבוע	2 נקודות נתונות	היפרבולה
	יחס מרחקיהן מנקודה ומישר נתונים הוא קבוע קטן מ- 1	נקודה וישר	אליפסה
	יחס מרחקיהן מנקודה ומישר נתונים הוא קבוע גדול מ- 1	נקודה וישר	היפרבולה
כלומר, המרחק מהישר שווה למרחק מהנקודה	יחס מרחקיהן מנקודה ומישר נתונים הוא קבוע שווה ל- 1	נקודה וישר	פרבולה