

יחידה 9: מערכות צירים שונות

9.1 מערכת צירים מקבילים



- הכרת סוג אחר של מערכת צירים, וגרף מסוג אחר
- המחשה של תכונות פעולות החשבון במספרים רציונליים
- מציאת קשר בין ביטוי אלגברי לבין צורת הגרף המתקבל במערכת הצירים
- שרטוט גרף על-פי ביטוי אלגברי, ומציאת הביטוי האלגברי על-פי הגרף.



שקף של מערכת צירים מקבילים במצגת שיוקרו על הלוח (אופציונלי).
יישומונים: "מקבילים 1", "מקבילים 2", "מקבילים 3".



מדגימים על הלוח בעזרת המצגת את אופן סימון החיצים המקשרים בין המספר שנבחר לבין תוצאת הצבתו בביטוי האלגברי המתאים רצוי להדגיש כי המספר שנבחר יסומן תמיד על הציר השמאלי ותוצאת הצבתו תסומן על הציר הימני



במהלך הפעילות ימצאו התלמידים קשר בין ערכי a ו- b בפעולה $ax + b \rightarrow x$ הנעשית על צירים מקבילים, ובין מקום נקודת החיתוך (אם היא קיימת). צריך להדגיש כי אם הפעולה היא מהצורה הנ"ל, הישרים תמיד נחתכים בנקודה אחת, או מקבילים. להלן ההוכחה. אין צורך להוכיח זאת לתלמידים.
נבחר שלוש נקודות על הציר השמאלי C, T, E ו- E ששיעוריהן x_1, x_2, x_3 בהתאמה. שיעורי הנקודות המתאימות להן (C', T', E') על הציר הימני הם $ax_1 + b, ax_2 + b, ax_3 + b$ בהתאמה.

על-ידי פישוט של מנת ההפרשים, ניתן להראות כי היחסים $\frac{C'T'}{CT} = \frac{E'T'}{ET}$ הם תמיד בעלי ערך a .
נניח כי הישרים CC' ו- TT' נפגשים בנקודה K , ואילו EE' ו- TT' נפגשים בנקודה M (שונה מ- K).

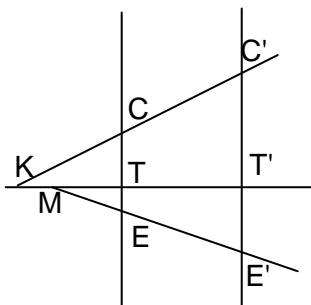
על-סמך דמיון משולשים נסיק כי

$$\frac{KT'}{KT} = \frac{C'T'}{CT} = a \quad \text{במשולש } KC'T'$$

$$\frac{MT'}{MT} = \frac{E'T'}{ET} = a \quad \text{במשולש } ME'T'$$

$$\frac{KT'}{KT} = \frac{M'T'}{MT} \quad \text{מכאן:}$$

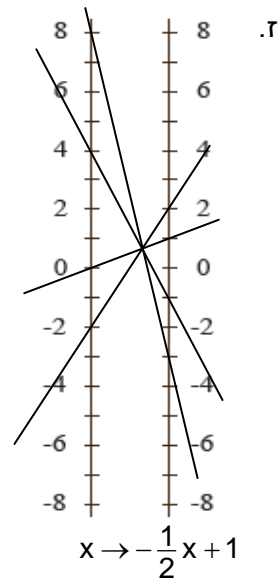
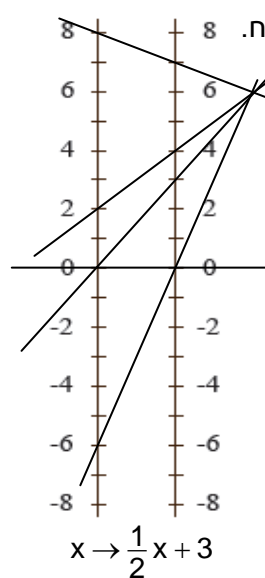
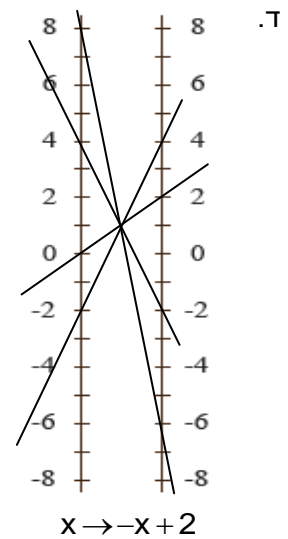
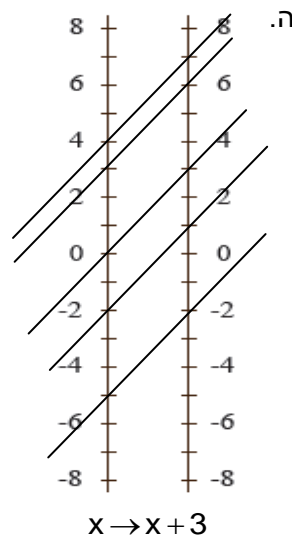
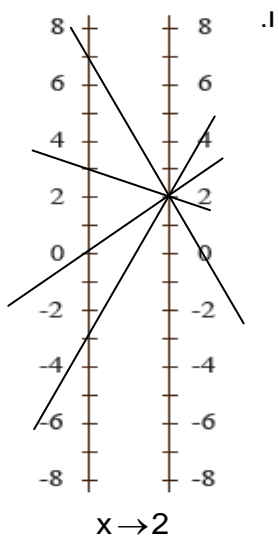
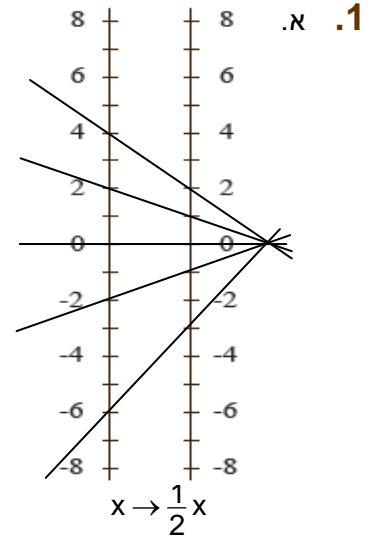
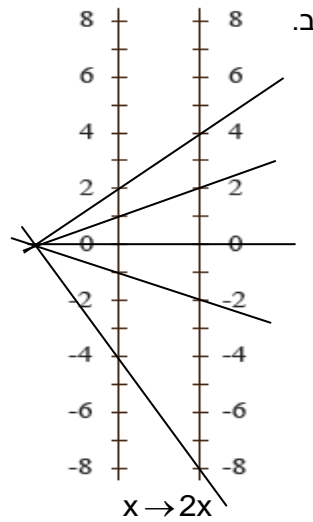
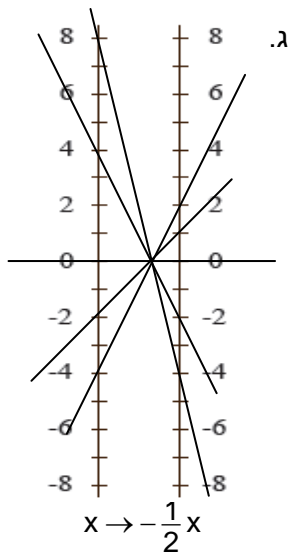
$$\frac{KT' - KT}{KT} = \frac{M'T' - MT}{MT} \quad \text{ועל-ידי תכונה של פרופורציות}$$



כלומר, $\frac{KT'}{KT} = \frac{MT'}{MT}$

לכן $KT = MT$, והנקודות K ו-M מתלכדות.

קל להראות כי אם $a = 1$ הנקודות K ו-M לא קיימות כי הישרים מקבילים.



2. אם התלמידים מתקשים למצוא את ההכללה המבוקשת, אפשר להוסיף מספר דוגמאות.

| הכללה | דוגמאות | מקום נקודת החיתוך (אם קיימת) |
|-------------|--------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|
| $a = 0$ | $x \rightarrow 2$ | על הציר הימני |
| $0 < a < 1$ | $x \rightarrow \frac{1}{2}x + 3, x \rightarrow \frac{1}{2}x$ | מימין לצירים |
| $a > 1$ | $x \rightarrow 2x$ | משמאל לצירים |
| $a < 0$ | $x \rightarrow -\frac{1}{2}x + 1, x \rightarrow -x + 2, x \rightarrow -\frac{1}{2}x$ | בין הצירים |
| $a = 1$ | $x \rightarrow x + 3$ | לא קיימת |

3. א. נקודת החיתוך תהיה משמאל לצירים.

ב. נקודת החיתוך תהיה בין הצירים.

ג. לא תהיה נקודת חיתוך. הישרים יהיו מקבילים.

ד. נקודת החיתוך תהיה מימין לצירים.

ה. נקודת החיתוך תהיה בין הצירים.

ג. $x \rightarrow 2x + 2$

ב. $x \rightarrow -x - 2$

א. $x \rightarrow \frac{1}{3}x$

5. דוגמאות

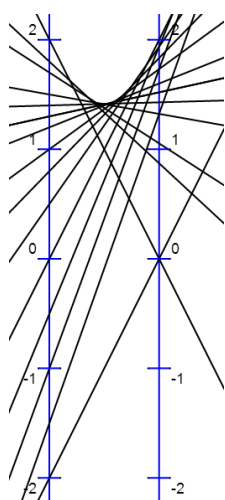
ג. $x \rightarrow \frac{1}{4}x$

ב. $x \rightarrow -2x + 2$

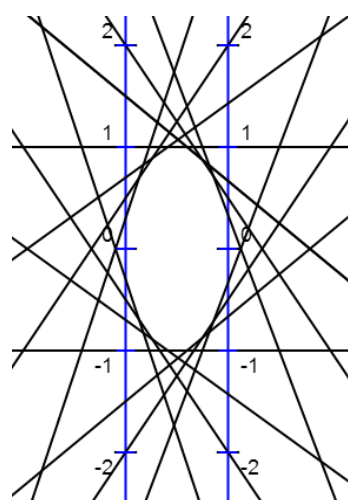
א. $x \rightarrow 3x - 1$

ה. $x \rightarrow x$

ד. $x \rightarrow 6$



ב. לדוגמה



א. לדוגמה

1. ראינו את הקשר בין הערך של a בפעולה מסוג $ax + b \rightarrow x$ ובין מיקום נקודת החיתוך של הישרים המרכיבים את גרף הפעולה במערך כת צירים מקבילים.

כיצד משפיע b על גרף הפעולה מסוג $ax + b \rightarrow x$ במערכת צירים מקבילים?

תוכלו להיעזר בישומון **מקבילים 1** באתר **מתמטיקה משולבת** (מדור **מצוינות רחובות**)

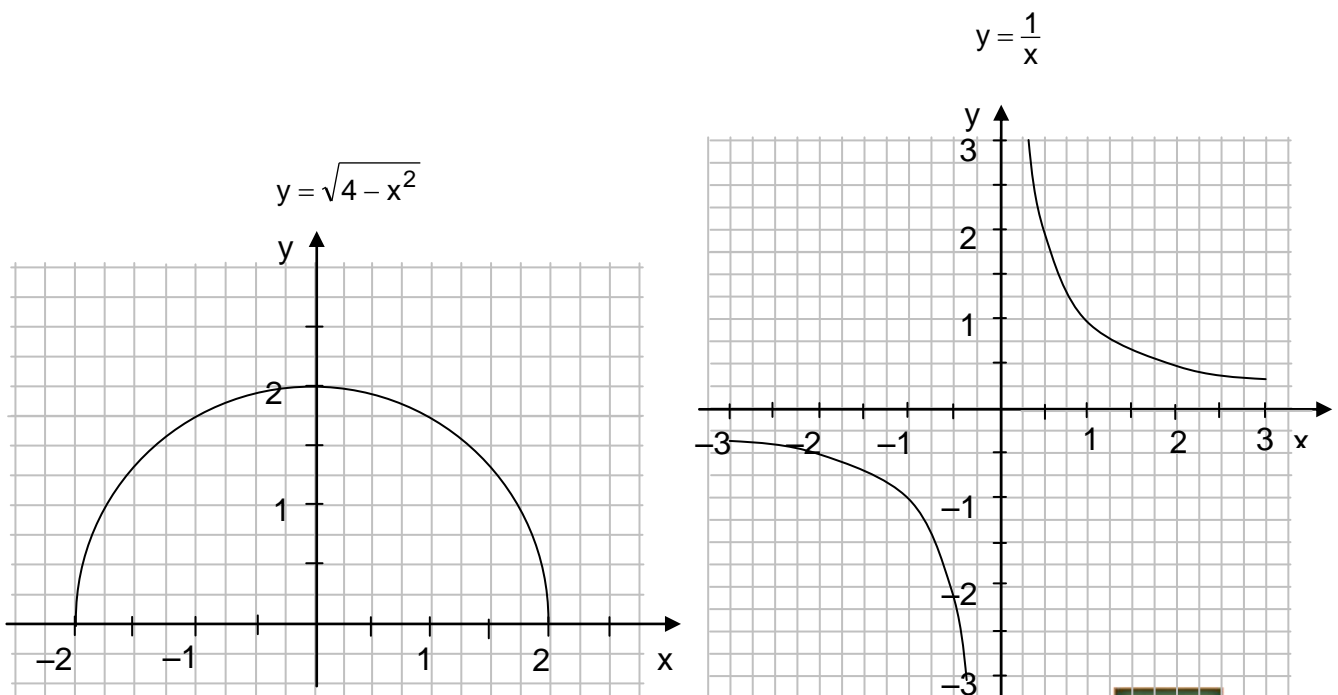
תשובה: כאשר משאירים את a קבוע ומשנים את b , מקום מפגש הישרים אינו משתנה יחסית לצירים, כלומר אינו זז ימינה או שמאלה. נקודת המפגש רק עולה או יורדת.

2. במשימה 8 ראינו את הגרפים של הפעולות $x \rightarrow \frac{1}{x}$ ($x \neq 0$) ו- $x \rightarrow \sqrt{4-x^2}$ ($-2 \leq x \leq 2$) במערכת צירים מקבילים.

מקבילים.

שרטטו את הגרפים של הפונקציות האלה במערכת צירים מאונכים (מערכת צירים קרטזית).

תשובה:



- מרכזים בטבלה דוגמאות של ביטויים אלגבריים שהתלמידים כתבו במשימה 5, ובודקים אותם.
- דנים בהכללה של מקום נקודת החיתוך (אם היא קיימת), בין הישרים המתבססת על ערכי a ו- b בפעולה $x \rightarrow ax + b$.
- משווים בין הייצוגים של פעולות כגון $x \rightarrow ax + b$, $x \rightarrow \frac{1}{x}$ ($x \neq 0$) ו- $x \rightarrow \sqrt{4-x^2}$ ($-2 \leq x \leq 2$) במערכת צירים מקבילים (כפי שהתקבלו בפעילות זאת) ובין הייצוגים הגרפיים של הפונקציות האלה במערכת צירים קרטזית.