

8.3 משולש פסקל



- גילוי תכונות מעניינות בקבוצות או סדרות של מספרים
- הכרת משולש פסקל וחלק מתכונותיו



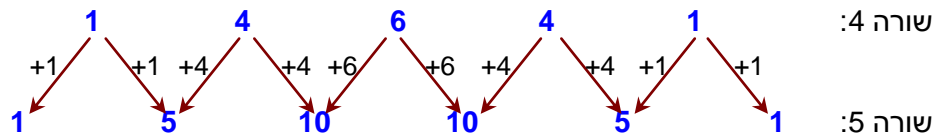
שקף של משולש פסקל (ניתן לצלם משאלה 8 בפעילות זו).
שקף של משולש פסקל בו מודגש סידור המספרים האזניים (ניתן לצלם מהמדריך לפעילות זו בתשובה לשאלה 8).



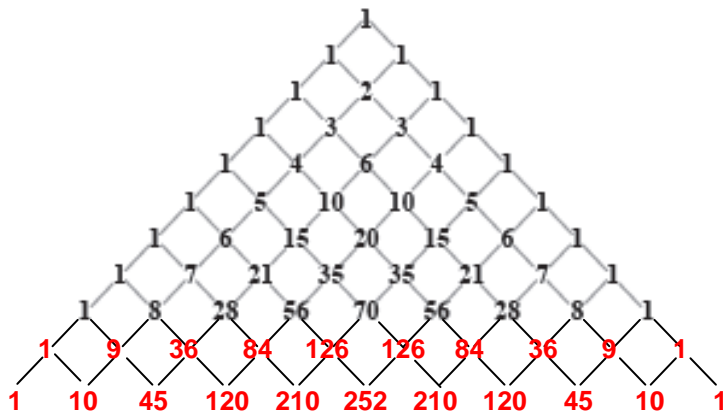
מציגים את משולש פסקל, המוכר כבר בעקבות שתי הפעילויות הקודמות ומתייחסים לאופן שבו הוא בנוי. קוראים ביחד את שתי פינות "הידעתם?" בפינה הראשונה משווים את אופן הצגת המשולש בפתיחת הפעילות לאופן הצגתו על-ידי פסקל עצמו. בפינה השנייה מובאים פרטים מקורות חייו של פסקל.



הפעילות עוסקת במשולש פסקל ובתכונותיו. חשוב לציין כי התלמידים עוסקים במציאת תכונות שונות של המשולש, אבל בדרך-כלל לא בהוכחה או בהנמקה של תכונות אלו. אפשר לנמק בכיתה את החוקיות שבשאלה 2 כי סכום המספרים בשורה n הוא 2^n באופן הבא: סכום המספרים בכל שורה הוא כפול מסכום המספרים בשורה הקודמת. תכונה זו נובעת מעצם המבנה של משולש פסקל, שכן בכל שורה מחברים פעמיים כל מספר מן השורה הקודמת. לדוגמה,



1.



2. תכונות נוספות במשולש הן למשל:

- האלכסונים ב-"קליפה" השנייה של המשולש מכילים את המספרים הטבעיים.
- בכל שלב של רישום המשולש לפי שורות, נוצר משולש. המשולש הוא שווה-שוקיים. קיימת סימטריה ביחס לגובה לבסיס.
- ההפרשים בין המספרים ב-"קליפה" השלישית הם סדרת המספרים הטבעיים.
- ההפרשים בין המספרים בכל "קליפה" הם סדרת המספרים שב-"קליפה" הקודמת.

3. א-ב.

מספר השורה	0	1	2	3	4	100	n
סכום המספרים בשורה	1	2	4	8	16	2^{100}	2^n

4. א-ב. לתלמידים המתקשים במציאת החוקיות אפשר להציע לרשום את מספרי השורות כחזקות של 2.

מספר השורה	0	1	2	3	4	100	n
סכום המספרים עד השורה	1	3	7	15	31	$2^{101} - 1$	$2^{n+1} - 1$

5.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
3	1	3	6	10	15	21	28	36		
4	1	4	10	20	35	56	84			
5	1	5	15	35	70	126				
6	1	6	21	56	126					
7	1	7	28	84						
8	1	8	36							
9	1	9								
10	1									

6. א. סכום ריבועי המספרים שבשורה 1 נמצא באמצע השורה 2.

סכום ריבועי המספרים שבשורה 2 נמצא באמצע השורה 4.

סכום ריבועי המספרים שבשורה 3 נמצא באמצע השורה 6.

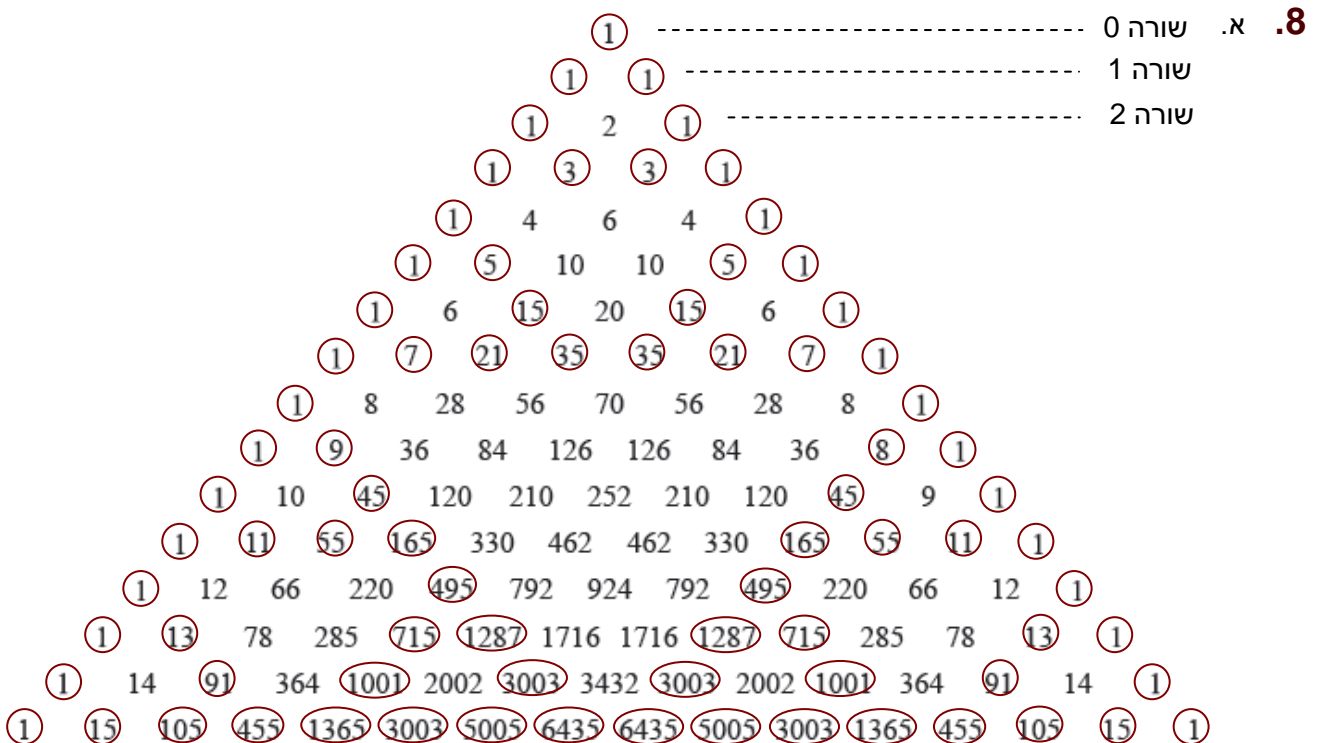
ב. השערה: סכום ריבועי המספרים שבשורה ה- n נמצא באמצע השורה $2n$.

7. בשורה 2, כל המספרים פרט ל-1 מתחלקים ב-2 (מספרים זוגיים). השלימו:

א. בשורה 3, כל המספרים פרט ל-1 מתחלקים ב-3

בשורה 5, כל המספרים פרט ל-1 מתחלקים ב-5

ב. בשורה שמספרה הוא **מספר ראשוני**, כל המספרים שבאותה השורה פרט ל-1, מתחלקים במספר השורה.



ב. השורות 0, 3, 7 ו-15 מכילות מספרים אי-זוגיים בלבד.

ג. השורות שמספרן הוא מספר הקודם לחזקה של 2, מכילות מספרים אי-זוגיים בלבד. לכן השורות הבאות שיכלו מספרים אי-זוגיים בלבד הן שורה 63 ושורה 127.

ד. כל המספרים בשורה 255 יהיו אי-זוגיים, לכן השורה 255 תכיל 256 מספרים אי-זוגיים.



1. א. סכום n מספרים מ-1 ואילך הנמצאים לאורך "קליפה" כלשהי במשולש פסקל, הוא מספר הנמצא גם הוא במשולש.

בדקו את נכונות הטענה במספר דוגמאות.

תשובה: למשל,

$$1 + 6 + 21 = 28 \quad 1 + 8 + 36 + 120 = 165 \quad 1 + 4 + 10 + 20 + 35 + 56 + 84 = 210$$

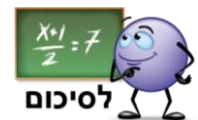
כל הסכומים האלה נמצאים גם הם במשולש.

ב. נסו למצוא את סכום המספרים שלאורך ה-"קליפה" המתחילה במספרים 1, 7, ומסתיימת במספר 462, מבלי לחבר את המספרים.

תשובה: מדובר ב-"קליפה" השביעית ובסכום של 6 מחוברים. לפי הדוגמאות הקודמות, הסכום נמצא ב-"קליפה" השמינית במקום השישי, והוא 792.

ג. השלימו את הטענה: הסכום של n מספרים מ-1 ואילך ב-"קליפה" כלשהי במשולש פסקל, הוא מספר הנמצא במשולש במקום _____

תשובה: הסכום של n מספרים מ-1 ואילך ב-"קליפה" כלשהי במשולש פסקל, הוא מספר הנמצא במשולש במקום ה- n ב-"קליפה" שמתחתיה.



- מרכזים את התכונות שהתלמידים מצאו, ובודקים את נכונותן. משתמשים בשקף של משולש פסקל.
- במקרה שההוכחה של תכונה היא פשוטה, מציגים אותה. למשל, המספרים שב-"קליפה" השנייה הם המספרים הטבעיים, כי כדי לקבל מספר מסוים ב-"קליפה" זו, מחברים את המספר הטבעי הקודם עם 1.
- מקשרים את משולש פסקל לפעילויות הקודמות שואלים: מצאו במשולש את המספר 210. בכמה מסלולים שונים ניתן להגיע מהמספר 1 שבשורה 0 אל המספר 210, אם מתקדמים מכל מספר רק כלפי מטה (ימינה או שמאלה)?