

יחידה 1: יחס וקנה מידה

1.2 טובים השניים



- התמודדות עם בעיות יחס ברמות מורכבות שונות
- פתרון בעיות באמצעות ניסוי וטעייה, מיצוי שיטתי של אפשרויות בטבלה ואלגברה (במשתנה אחד או בשני משתנים).



גיליון אלקטרוני (למשל, Excel).



מבהירים את אופן הקריאה של יחס הרשום בשורה אופקית (את היחס $a:b$ קוראים משמאל לימין, ומשמעותו $\frac{a}{b}$). פותרים ביחד עם התלמידים את הבעיה הבאה: במחקר שנערך בעיר אילת השתתפו 3 זוגות תאומי בן-בן, 4 זוגות תאומי בן-בת ו-5 זוגות תאומות בת-בת.

א. כמה ילדים משתתפים במחקר? (תשובה: 24)

ב. מהו היחס בין מספר הבנים למספר הבנות במחקר זה? (תשובה: 5:7)

ג. לפניכם רשימה של יחסים בין מספר הבנים למספר הבנות במחקרים נוספים

i. 50:70 ii. 15:17 iii. 105:107 iv. 25:35 v. 1:1.4

באלו מהמחקרים היחס בין מספר הבנים לבנות זהה לזה שבאילת? (תשובה: i, iv, v)



במהלך הפעילות יש להקפיד על רישום נכון של סדר המספרים ביחס.

1. א. פתרון אלגברי

מסמנים ב- x את גורם ההרחבה

ומקבלים את המשוואה הבאה

$$3x + 2x = 30 \Rightarrow x = 6$$

$$3 \cdot 6 = 18$$

לכן מספר הבנים הוא

פתרון באמצעות שיקולי יחס

פירושו של היחס 2 : 3 הוא שעל כל 3 בנים יש 2 בנות.

בונים את קבוצת הילדים תוך שמירה על היחס הזה.

מתחילים ב- 3 בנים ו- 2 בנות, ובכל שלב מוסיפים קבוצה של 5 ילדים (3 בנים ו- 2 בנות) כדי לשמור על היחס.

ממשיכים כך עד שמגיעים ל-30.

בסך הכול יש 6 קבוצות כאלה (של 3 בנים ו- 2 בנות) ולכן בסך הכול יש 18 בנים.

ב. במחקר זה משתתפים בסך הכל 12 בנות. 10 בנות מתוכן הן תאומות בת-בת, ושתי הבנות הנותרות שייכות לזוגות של תאומי בת-בן. לכן יש 2 זוגות של תאומי בת-בן.

במחקר זה משתתפים בסך הכל 18 בנים. שניים מתוכם נמנים על תאומי בת-בת. 16 הנותרים הם תאומי בת-בן. כלומר, יש 8 זוגות של תאומי בת-בן.

2. א. במחקר משתתפים בסך הכל 22 בנים ו- 14 בנות. לכן היחס בין מספר הבנים למספר הבנות הוא 11:7.

ב. במחקר משתתפים בסך הכל 14 בנות. מאחר שהיחס בין מספר הבנות שכותבות ביד ימין למספר הבנות שכותבות ביד שמאל הוא 5:2, מספר הבנות הכותבות ביד שמאל הוא 4.

פותרים שאלה זו בדרך אלגברית או דרך שיקולי יחס (בדומה לפתרונות במשימה 1.א לעיל).

3. היחסים במשימה הם $1 : 2$, $3 : 1$
 בת-בת בת-בת , בת-בת בת-בן

מרחיבים את היחסים כדי שהמספר המתאים למספר

הזוגות בת-בת בשני היחסים יהיה זהה

$2 : 6$, $6 : 3$
 בת-בת בת-בת , בת-בת בת-בן

מסיקים כי היחס בין הזוגות בת-בן והזוגות בת-בת הוא

$2 : 3$
 בת-בת בת-בן

ומכאן, היחס בין מספר הבנים בזוגות בת-בן לבין

מספר הבנים בזוגות בת-בת הוא

$4 : 3$
 מס' בנים מס' בנים
 בת-בת בת-בן

יש 7 בנים ולכן 4 מהם הם תאומי בת-בן ו-3 מהם תאומי בת-בת.

מסיקים כי יש 3 זוגות בת-בת ו- 6 זוגות בת-בת (על פי היחס 2:1)

$$6 \cdot 2 + 3 = 15$$

ובסך הכול מספר הבנות הוא

4. פתרון באמצעות ניסוי וטעייה או חיפוש שיטתי בטבלה

כופל	בת-בת	בת-בת	בת-בן	מספר בנות	מספר בנים	הפרש בין בנות לבנים
1	4	5	2	14	8	6
2	8	10	4	28	16	12
3	12	15	6	42	24	18

דרך אלגברית

מסמנים ב- x את גורם ההרחבה.

$$2 \cdot (2x) + 4x = 8x \quad \text{מספר הבנים הוא}$$

$$2 \cdot (5x) + 4x = 14x \quad \text{מספר הבנות הוא}$$

$$8x + 18 = 14x \quad \text{מקבלים את המשוואה}$$

$$x = 3 \quad \text{ופתרונה}$$

$$3 \cdot 5 = 15 \quad \text{מספר תאומות בת-בת הוא}$$

5. פתרון אלגברי א'

מסמנים ב- x את מספר הזוגות בן-בן

$$42 - 2x \quad \text{מספר הבנים שהם תאומי בן-בת (והוא שווה למספר הזוגות בן-בת)}$$

$$42 - 2x + 9 \quad \text{מספר הזוגות בת-בת}$$

$$x + (42 - 2x) + (42 - 2x + 9) \quad \text{מספר הזוגות}$$

$$x + (42 - 2x) + (42 - 2x + 9) = 45 \quad \text{מקבלים את המשוואה}$$

$$x = 16 \quad \text{ופתרונה}$$

פתרון אלגברי ב'

מסמנים ב- y את מספר הזוגות בן-בת

$$y + 9 \quad \text{מספר הזוגות בת-בת}$$

$$y + 2(y + 9) \quad \text{מספר הבנות}$$

$$90 \text{ ילדים מתוכם } 42 \text{ בנים ולכן מספר הבנות הוא } 48$$

$$y + 2(y + 9) = 48 \quad \text{מקבלים את המשוואה}$$

$$y = 10 \quad \text{ופתרונה}$$

$$(42 - 10) : 2 = 16 \quad \text{יש } 10 \text{ זוגות בן-בת ו- } 42 \text{ בנים, לכן מספר הזוגות בן-בן הוא}$$

6. פתרון אלגברי עם שני משתנים

מסמנים ב- x את גורם ההרחבה של היחס הראשון (2 : 3).

מסמנים ב- y את גורם ההרחבה של היחס השני (3 : 4).

$$4y = 3x \quad \text{מספר הבנות זהה בשני המקרים ומפה מקבלים את המשוואה}$$

מספר הבנים במקרה הראשון קטן ב- 2 ממספר הבנים במקרה

$$2x + 2 = 3y \quad \text{השני ומפה מקבלים את המשוואה}$$

$$x = 8, y = 6 \quad \text{פותרים את מערכת המשוואות ומקבלים}$$

$$3 \cdot 8 + 2 \cdot 8 = 40 \quad \text{מספר הילדים בהתחלה}$$

$$4 \cdot 6 + 3 \cdot 6 = 42 \quad \text{ומספר הילדים בסוף}$$

פתרון אלגברי עם משתנה אחד

מסמנים ב- x את מספר הילדים בהתחלה

מספר הבנות בהתחלה

מספר הבנות אחרי שמצרפים שני בנים

מספר הבנות זהה בשני המקרים ולכן מקבלים את המשוואה

ופתרונה

$$\frac{3}{5}x$$

$$\frac{4}{7}(x+2)$$

$$\frac{3}{5}x = \frac{4}{7}(x+2)$$

$$x = 40$$



7. היחס בין מספר זוגות התאומים בן-בן למספר זוגות התאומות בת-בת הוא 2:3

נסמן ב- x את גורם ההרחבה

מספר הבנים בזוגות התאומים בן-בן הוא

מספר הבנות בזוגות התאומות בת-בת הוא

נסמן ב- y את מספר הזוגות בן-בת (שהוא גם מספר הבנים ומספר הבנות שבזוגות אלה).

המספר הכולל של הבנים הוא

המספר הכולל של הבנות הוא

היחס בין מספר הבנים לבנות הוא 5:7, ומכאן מקבלים את המשוואה

ופתרונה

ומפה מקבלים את הדוגמאות הבאות,

מספר בנים	מספר בנות	זוגות בן-בת	זוגות בת-בת	זוגות בן-בן	
5	7	1	3	2	$x = y = 1$
10	14	2	6	4	$x = y = 2$



8. נוסחאות מתאימות להכנת הטבלה:

	A	B	C	D	E	F	G
	אפשרות מספר	מספר תאומים בת-בת	מספר תאומים בן-בן	מספר תאומים בת-בן	מספר כולל של בנות	מספר כולל של בנים	מספר כולל של המשתתפים
1	מספר	בת-בת	בן-בן	בת-בן	של בנות	של בנים	של המשתתפים
2	1	$=2 \cdot A^2$	$=5 \cdot A^2$	$=4 \cdot A^2$	$=2 \cdot B^2 + D^2$	$=2 \cdot C^2 + D^2$	$=E^2 + F^2$

	A	B	C	D	E	F	G
1	אפשרות מספר	מספר תאומים בת-בת	מספר תאומים בן-בן	מספר תאומים בת-בן	מספר כולל של בנות	מספר כולל של בנים	מספר כולל של המשתתפים
2	1	2	5	4	8	14	22
3	2	4	10	8	16	28	44
4	3	6	15	12	24	42	66
5	4	8	20	16	32	56	88
6	5	10	25	20	40	70	110
7	6	12	30	24	48	84	132
8	7	14	35	28	56	98	154
9	8	16	40	32	64	112	176
10	9	18	45	36	72	126	198
11	10	20	50	40	80	140	220
12	11	22	55	44	88	154	242
13	12	24	60	48	96	168	264



1. א. כל כופל זוגי שנבחר ייתן זוג מספרים זוגיים. לדוגמה, אם הכופל הוא 6, זוג המספרים המתאים הוא 6:24.

ב. לא ניתן למצוא שני מספרים אי זוגיים מתאימים, כי מספר אחד גדול פי 4 (מספר זוגי) מהמספר השני.

ג. 4:16 ד. 6:24 ה. $1\frac{5}{6} : 7\frac{1}{3}$ ו. לדוגמה, $\frac{1}{2} : 2$

2. א. $x = 2$

ב. לא אפשרי. עבור כל מספר שנציב במקום x (למעט 0), יחס המספרים המתקבלים הוא 1:2.

ג. $x = 3$

ד. $x = 4$

ה. כל מספר שנציב עבור x (למעט 0) יחס המספרים המתקבלים הוא כמבוקש (2:3).

ו. $x = 1\frac{1}{2}$



36 ניתן לכתיבה כמכפלה של שלושה מספרים שלמים בשמונה דרכים:

1-1-36 1-2-18 1-3-12 1-4-9 1-6-6 2-2-9 3-3-4 2-3-6

המקרה של 1, 1, 36 נפסל, כי לא ייתכן שגיל האב שווה לגיל הבן.

אם אלון אינו יודע את גילאי הילדים למרות שהוא רואה את מספר הבית, סימן שקיימת יותר מאפשרות אחת.

רק לשתיים מן המכפלות האלה, 2-2-9 ו-1-6-6 יש אותו סכום גורמים (13).

המידע על הבת הבכורה מאפשר לפסול את האפשרות של תאומים בכירים (6, 6, 1) ולקבוע בוודאות את הגילים

2, 2, 9



במשימה 4 נכתב:

היחס בין מספר זוגות התאומים בן-בן למספר זוגות התאומות בת-בת למספר זוגות התאומים בן-בת הוא $2:5:4$.
מהו היחס בין מספר הבנים למספר הבנות במקרה זה?

(תשובה: $4:7$)



מבקשים מהתלמידים להציג אסטרטגיות לפתרון התרגילים בפעילות אסטרטגיות אפשריות:

- באמצעות ניסוי וטעייה
- באמצעות חיפוש שיטתי בטבלה
- באמצעות שיקולים
- באמצעות אלגברה במשתנה אחד
- באמצעות אלגברה בשני משתנים.