

8.2 נוסחת פיק



מטרות

- הכרת נוסחת פיק למקרה הכללי
- שימוש בקווי עזר לחישובי שטחים
- חישוב שטחים מורכבים
- שימוש בכלים טכנולוגיים לחקירה ולבדיקה
- תהליך חקר וגילוי
- טיפוח תהליך הכללה
- יצירת דוגמאות רבות לאותן תכונות
- חשיפה ליופי של המתמטיקה: קישור מפתיע בין מושגים מתמטיים מתחומים שונים שהם כביכול בלתי קשורים זה לזה (שטח ונקודות שריג)



אמצעי עזר

- דף נקודות ריבועי לכל תלמיד (אפשר להדפיס מפעילות 7.5 לתלמיד).
- יישומון לוח מסמרים, לדוגמה מאתר האינטרנט:

<http://www.mathplayground.com/geoboard.htm>

http://www.excellence.org.il/_Uploads/84564.swf

או

- גיליון אלקטרוני, למשל Excel.



פתיחה

מזכירים את הנוסחה שגילינו בפעילות קודמת "נקודות ושטחים", לחישוב שטח מצולע משורטט על לוח נקודות, ללא נקודות שריג פנימיות. שואלים: האם לדעתכם אפשר לחשב לפי נקודות השריג בלבד שטח של מצולע שיש לו גם נקודות שריג פנימיות?



פתרונות והערות

1. מחשבים את שטחי הצורות כסכום או כהפרש של צורות נוחות לחישוב.
 - א. לכל המצולעים 3 יחידות שטח
 - ב. בכל המצולעים 6 נקודות שריג היקפיות ונקודת שריג פנימית אחת.

G	F	E	D	C	B	A
	חישוב שטח לפי נוסחה		שטח המצולע ביחידות שטח	מספר נקודות שריג היקפיות	מספר נקודות שריג פנימיות	המצולע
	2.5		2.5	7	0	א
	3.5		3.5	7	1	ב
	4.5		4.5	7	2	ג
	5.5		5.5	7	3	ד
	6.5		6.5	7	4	ה
	7.5		7.5	7	5	ו

2.

3. נסמן: b מספר נקודות השריג על ההיקף של המצולע (border)

i מספר נקודות השריג בתוך המצולע (internal)

$$S = \frac{b}{2} - 1 + i$$

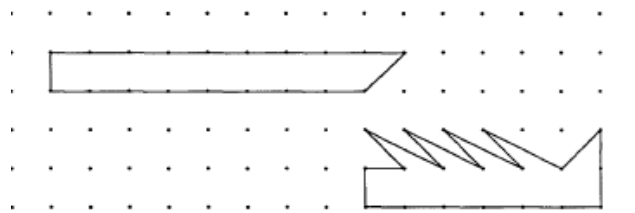


4. אפשר לערוך את הטבלה לריכוז הנתונים במשימה 2, בגיליון אלקטרוני (ראו טבלה בפתרון משימה 2).
בעמודה נוספת נחשב את השטח בעזרת הנוסחה שמצאנו במשימה 3, ונבדוק את השערתנו לגבי הנוסחה.
נשים לב שהשערה ובדיקה אינן מהוות הוכחה. ההוכחה לא מובאת בפעילות.

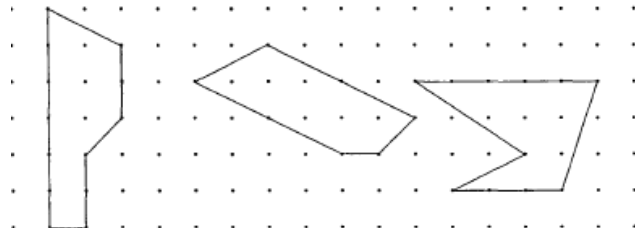
5.

המצולע	מספר נקודות שריג פנימיות	מספר נקודות שריג היקפיות	שטח המצולע ביחידות שטח
א	5	9	8.5
ב	5	16	12
ג	5	17	7.5

6. א. יש, לדוגמה:



ב. לדוגמה:





משימה 7.

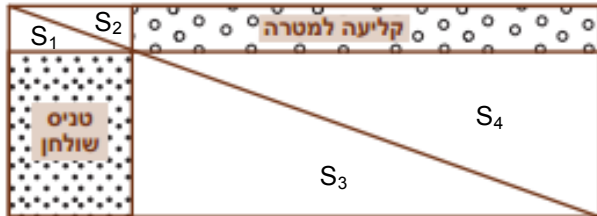
אפשר כמובן לשרטט את המצולעים על לוח נקודות, במחברת, או ביישומון מתאים.



1. "אלונים" צודקים. השטח שלהם 28 מ"ר לעומת 36 מ"ר לארזים.

2. השטחים שווים. (נשים לב שאלכסון של מלבן מחלק אותו לשני משולשים חופפים, ולכן שווי שטח. בתרשים

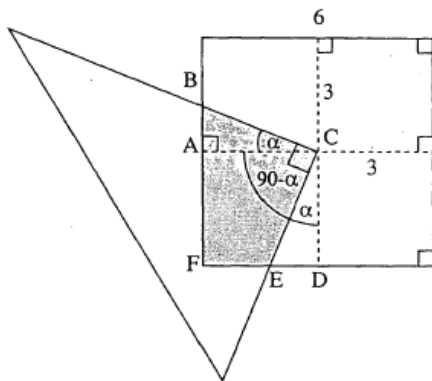
שלושה מלבנים הנחצים על ידי אלכסונום.)
אלכסון המגרש הגדול מחלק אותו לשני משולשים שווי שטח, וגם יוצר שני זוגות של משולשים קטנים שווי שטח (S_1 , S_2 ו S_3 ו S_4). שטח מוקצה לאחת הפעילויות מתקבל כהפרש בין שטח גדול ובין סכום שטחי שני משולשים קטנים ($S_1 + S_3$ או $S_2 + S_4$).



1. השטח המוסתר הוא רבע הריבוע, 9 יחידות שטח.

2. סיבוב המשולש על צירו לא ישנה את השטח המוסתר.

השוואה בין רבע הריבוע השמאלי התחתון לשטח המוסתר (הצבוע) מראה כי כל צורה מורכבת ממרובע המשותף לשתייהן וממשולש ישר זווית. שני המשולשים שווי שטח (כי הם חופפים), ולכן שתי הצורות המשוות שוות בשטחן.





שטחו של מצולע 8.5 יחידות.

1. האם ייתכן שלמצולע זה 9 נקודות שריג פנימיות? הסבירו.

תשובה: לא. כל נקודת שריג מוסיפה יחידת שטח אחת. שטח מצולע בעל 9 נקודות שריג פנימיות הוא לפחות 9.5 יחידות שטח (כיוון שלמצולע לכל הפחות 3 נקודות שריג היקפיות).

2. מה תוכלו לומר על מספר נקודות השריג ההיקפיות של המצולע?

תשובה: המספר אי זוגי. כדי שהשטח יהיה מספר לא שלם, מחצית מספר נקודות השריג ההיקפיות צריך להיות לא שלם, ולכן מספר הנקודות ההיקפיות הוא אי זוגי.

3. רשמו את כל הערכים האפשריים עבור b (מספר נקודות שריג היקפיות) ו i (מספר נקודות שריג חיצוניות) במצולע

זה.

תשובה: ממצים את כל הערכים האפשריים של i ומוצאים באמצעות נוסחת פיק את כל הערכים המתאימים

של b .

i	8	7	6	5	4	3	2	1	0
b	3	5	7	9	11	13	15	17	19



- חוזרים על הנוסחה שלמדנו באמצעות אחת המשימות.
- מעלים לדיון את השאלה אם מספר נקודות השריג הפנימיות ומספר נקודות השריג החיצוניות תלויים זה בזה, ומסיקים כי אין תלות. מביאים דוגמאות מתאימות.