

5.4 תיבות במערכת צירים



מטרות

- פיתוח ראייה מרחבית
- הבנה של מערכת צירים תלת ממדית
- הצגת גוף תלת ממדי באמצעות נקודות במרחב.
- המרת מידות וחישובים במספרים גדולים



אמצעי עזר

- שיפודים ולוח קלקר למורה



פתיחה

מציגים מערכת צירים תלת ממדית באמצעות שימוש בשלושה שיפודים. ניתן, כאפשרות אחרת, להשתמש בלוח קלקר, לשרטט עליו מערכת צירים במישור, ולתקוע שיפוד אחד בראשית הצירים כציר z . מסבירים באמצעות מערכת הצירים כיצד קובעים את מקומה של נקודה מסוימת. עונים במליאה על השאלות שבמסגרת בראשית הפעילות.



פתרונות והערות

שלשה סדורה של מספרים מייצגת נקודה במערכת צירים מרחבית. כדי למצוא את הנקודה המתאימה "נלך" בכיוון ציר x לפי השיעור הראשון, מהנקודה שהגענו אליה (על ציר x) "נלך" בכיוון ציר y לפי השיעור השני, מהנקודה שהגענו אליה (במישור האופקי) "נלך" בכיוון ציר z . הנקודה שהגענו אליה במרחב היא הנקודה המתאימה לשלשה הסדורה.

- כל הנקודות על ציר ה- x הן מהצורה $(x, 0, 0)$
- כל הנקודות על ציר ה- y הן מהצורה $(0, y, 0)$
- כל הנקודות על ציר ה- z הן מהצורה $(0, 0, z)$
- כל הנקודות על מישור $x-y$ הן מהצורה $(x, y, 0)$
- כל הנקודות על מישור $y-z$ הן מהצורה $(0, y, z)$
- כל הנקודות על מישור $x-z$ הן מהצורה $(x, 0, z)$

1. א. $H(0, 1, 1)$, $G(1, 1, 1)$, $F(1, 0, 1)$, $E(0, 0, 1)$, $D(0, 1, 0)$, $C(1, 1, 0)$, $B(1, 0, 0)$, $A(0, 0, 0)$.

ב. $M(0.5, 0.5, 0.5)$.

ג. בכל פאה שני שיעורים של כל נקודה הם בין -1 ל 1 (כולל) , ושיעור אחד קבוע כדלקמן:

על הפאה התחתונה: שיעור ה z הוא 0 .

על הפאה העליונה: שיעור ה z הוא 1 .

על הפאה $CDHG$: שיעור ה y הוא 1 .

על הפאה $AEHD$: שיעור ה x הוא 0 .

ד. כל הנקודות שעל המקצוע BC הן מהצורה $(1, a, 0)$, a בין 0 ל 1 (כולל)

כל הנקודות שעל המקצוע CG הן מהצורה $(1, 1, a)$, a בין 0 ל 1 (כולל)

כל הנקודות שעל המקצוע GH הן מהצורה $(a, 1, 1)$, a בין 0 ל 1 (כולל)

ה. הנקודות $(1, \blacksquare, \blacksquare)$ שעל הקובייה נמצאות על הפאה $BCGF$ המקבילה לפאה המונחת על מישור $y-z$.

הנקודות $(\blacksquare, 1, 0)$ שעל הקובייה נמצאות על המקצוע CD המקביל למקצוע המונח על ציר ה x .

הנקודות $(\blacksquare, 0, \blacksquare)$ שעל הקובייה נמצאות על הפאה $ABFE$ המונחת על מישור $x-z$.

הנקודות $(\blacksquare, 0, 0)$ נמצאות על המקצוע AB המונח על ציר ה x .

ו. כל הנקודות שעל האלכסון של הפאה התחתונה הן מהצורה $(a, a, 0)$, a בין 0 ל 1 (כולל)

2. א. נוצרה מנסרה ריבועית שממדיה הם $2 \times 2 \times 1$.

ב. $Q(1, 1, 1)$, $R(-1, 1, 1)$, $S(-1, -1, 1)$, $P(1, -1, 1)$, $M(-1, 1, 0)$, $K(1, -1, 0)$, $C(1, 1, 0)$.

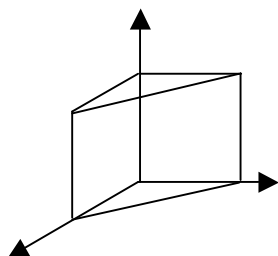
3. א. $W(-1, 1, -1)$, $R(-1, 1, 1)$, $S(-1, -1, 1)$, $P(1, -1, 1)$, $T(1, -1, -1)$, $Q(1, 1, 1)$, $U(1, 1, -1)$.

ב. בכל פאה שני שיעורים הם בין -1 ל 1 (כולל) , ושיעור אחד קבוע כדלקמן:

בפאה התחתונה $z = -1$, בפאה העליונה $z = 1$, שתי הפאות מקבילות למישור $x-y$.

בפאה $UQRW$ $y = 1$, בפאה המונחת על מישור SPT $y = -1$, שתי הפאות מקבילות למישור $x-z$.

בפאה $PQUT$ $x = 1$, בפאה המונחת על מישור WRS $x = -1$, שתי הפאות מקבילות למישור $y-z$.



4. הגוף הוא מנסרה משולשת שבסיסה משולש ישר זווית ושווה שוקיים.

זוהי המנסרה המתקבלת כאשר חותכים קובייה במישור הנוצר על ידי

אלכסוני פאות נגדיות שלה (הבסיסים).



1 ליטר שווה לנפח של קובייה שמידותיה 10 ס"מ x 10 ס"מ x 10 ס"מ. כלומר 1000 סמ"ק.
 ב. 1 מ"ק יש 1,000,000 סמ"ק. לכן, 1 מ"ק = 1000 ליטר.

נפח הבריכה הוא 1,200 מ"ק (= $2 \times 20 \times 30$). נפח הבריכה בליטרים הוא 1,200,000 (= $1,200 \times 1000$)

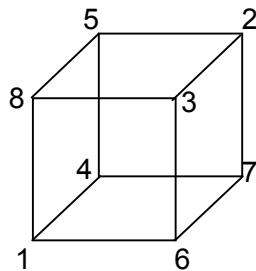
1. למיליו הבריכה דרושים 1,200,000 קרטוני חלב.

2. א. למיליו הבריכה דרושה תנובה יומית של 40,000 (= $1,200,000 : 30$) פרות.

ב. למיליו הבריכה דרושה תנובה יומית של 400 (= $40,000 : 100$) רפתות.

3. א. אורי שותה 0.6 ליטר (= $3 \times 1000 : 200$) חלב ליום. לכן הוא ישתה כמות חלב הממלאת את הבריכה
 ב. 2,000,000 (= $1,200,000 : 0.6$) ימים.

ב. כמות החלב שמכילה בריכה תספיק לאורי בערך ל 5,500 (= $2,000,000 : 365$) שנים.



נסכם את המספרים שעל הדפנות. כל מספר הנמצא על קודקוד מופיע על 3 דפנות.
 לכן בסיכום המספרים על הדפנות נקבל 3 פעמים את סכום כל המספרים.

סכום כל המספרים הוא 36 (= $1 + 2 + 3 + \dots + 8$)

לכן, סכום המספרים על הדפנות הוא: 108 (= $3 \cdot 36$)

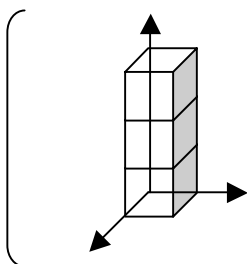
סכום המספרים על כל דופן הוא 18 (= $108 : 6$)

בשרטוט סידור אפשרי.



1. א. רשמו את שיעורי הקודקודים של מנסרה ריבועית שאחד מבסיסה מונח על המישור x-y, והיא מורכבת

משלוש קוביות יחידה שמונחות זו על גבי זו.



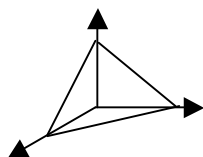
תשובה אפשרית:

בבסיס התחתון הנקודות הן: (0, 0, 0), (1, 0, 0), (1, 1, 0), (0, 1, 0)

בבסיס העליון הנקודות הן: (0, 0, 3), (1, 0, 3), (1, 1, 3), (0, 1, 3)

ב. רשמו את שיעורי הקודקודים של פירמידה משולשת שקודקוד הראש שלה נמצא

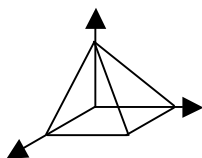
בראשית הצירים, מקצועותיה הצדדיים נמצאים על הצירים ואורכם יחידה אחת.



תשובה: שיעורי הקודקודים הם:
 $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$, $(0, 0, 1)$

2. קודקודיו של גוף הם: $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$, $(1, 1, 0)$, $(0, 0, 1)$
 מהו הגוף?

תשובה: הגוף הוא פירמידה ריבועית שקודקוד הראש שלה על ציר ה- z .



- משווים מערכת צירים דו ממדית עם מערכת צירים תלת ממדית המשותף והמבדיל
- מתייחסים לכך שתאור של תיבה במערכת צירים תלת ממדית, הוא בעצם תיאור על פי קדקודיה כלומר, מיקום הקודקודים קובע את הגוף.

מבקשים מן התלמידים דוגמה ל 8 נקודות שהן קדקודים של תיבה שבסיסה על המישור $x-y$ וצלעות הבסיס מקבילות לצירים. שיעורי הקודקודים צריכים להיות מן הצורה:

$$A(l, m, 0) , B(p, m, 0) , C(p, r, 0) , D(l, r, 0) \\ , E(l, m, t) , F(p, m, t) , G(p, r, t) , H(l, r, t)$$

