

2.2 שברים שברים



- ביסוס וישום סדר פעולות חשבון
- חזרה על שברים פשוטים.



מציגים את התרגיל שבמשימת הפתיחה ומבקשים מן התלמידים להשלים את פעולות החשבון. מציגים לכיתה פתרונות שונים, ומבקשים להכליל המונה צריך להיות 0 שאותו אפשר לקבל בדרכים רבות, והמכנה יכול להיות כלשהו, בתנאי שאיננו 0.



הפעילות מורכבת משתי פעילויות נפרדות, אשר המשותף להן הוא התוכן המתמטי סדר פעולות חשבון עם שברים. כל חלק מן הפעילות דורש אוריינות בשברים, כי ברוב המשימות ניתנת התוצאה ועל התלמידים לחבר עבורה תרגילים מתאימים, כלומר זוהי פעולה הפוכה. כל חלק מן הפעילות שלם בפני עצמו, לכן ניתן לחלק את הפעילות לשני מועדים שונים.

1. מבקשים מן התלמידים לגוון את פעולות החשבון, למשל אם רוצים לקבל 1 במונה במספר תרגילים, אפשר להשלים את הפעולות בדרכים שונות.

פתרונות אפשריים:

$\frac{4 : (4 + 4 + 4)}{(6 \cdot 6) : (6 + 6)} = \frac{1}{9}$ ט.	$\frac{(4 + 4) : 4 + 4}{(6 - 6 : 6) \cdot 6} = \frac{1}{5}$ ה.	$\frac{4 : 4 \cdot (4 : 4)}{(6 : 6) \cdot (6 : 6)} = 1$ א.
$\frac{(4 + 4 + 4) : 4}{(6 - 6 : 6) \cdot 6} = \frac{1}{10}$ י.	$\frac{(4 + 4) : 4 + 4}{6 \cdot 6 : (6 : 6)} = \frac{1}{6}$ ו.	$\frac{(4 + 4) : (4 + 4)}{6 : 6 + 6 : 6} = \frac{1}{2}$ ב.
$\frac{(4 + 4) : (4 + 4)}{6 + 6 - 6 : 6} = \frac{1}{11}$ יא.	$\frac{(4 + 4) : 4 + 4}{(6 + 6 : 6) \cdot 6} = \frac{1}{7}$ ז.	$\frac{(4 + 4) : (4 + 4)}{(6 + 6 + 6) : 6} = \frac{1}{3}$ ג.
$\frac{4 : 4 : (4 : 4)}{6 + 6 + 6 - 6} = \frac{1}{12}$ יב.	$\frac{(4 + 4) : (4 + 4)}{(6 + 6) : 6 + 6} = \frac{1}{8}$ ח.	$\frac{(4 + 4) : (4 + 4)}{6 - (6 + 6) : 6} = \frac{1}{4}$ ד.



פתרונות אפשריים:

$$\begin{array}{lll} \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} & \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2}{5} & \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} = \frac{3}{7} \\ \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3}{4} & \frac{1}{4} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20} = \frac{2}{5} & \frac{1}{14} + \frac{1}{14} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} = \frac{3}{7} \\ \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{3}{4} & \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{40} = \frac{2}{5} & \frac{1}{4} + \frac{1}{7} + \frac{1}{28} = \frac{3}{7} \end{array}$$

2. שלוש מטבעות של $\frac{1}{12}$ טאלר.

מטבע **אחת** של $\frac{1}{12}$ טאלר, ומטבע **אחת** של $\frac{1}{6}$ טאלר.

שתי מטבעות של $\frac{1}{24}$ טאלר, ומטבע **אחת** של $\frac{1}{6}$ טאלר.

במשימה זו וגם במשימות הבאות, התלמיד נדרש למצוא אפשרויות שונות לאותה תוצאה. כאשר הוא מוצא אפשרות אחת, הוא יכול בדרך כלל לגזור ממנה אפשרויות אחרות. אפשר לעשות זאת על ידי פריטת אחת המטבעות למטבעות בעלות ערך קטן יותר, או צרופן של מספר מטבעות למטבע בעלת ערך גדול יותר.

למשל, כאשר יש 3 מטבעות של $\frac{1}{12}$ טאלר, אפשר להמיר שתיים מהן במטבע בת $\frac{1}{6}$ טאלר.

3. הביטוי המתמטי הוא: $a \cdot \frac{1}{6} + b \cdot \frac{1}{12} + c \cdot \frac{1}{24}$

הצבות בהתאם לאפשרויות:

$$0 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{12} + 0 \cdot \frac{1}{24} = \frac{1}{4}$$

$$1 \cdot \frac{1}{6} + 1 \cdot \frac{1}{12} + 0 \cdot \frac{1}{24} = \frac{1}{4}$$

$$1 \cdot \frac{1}{6} + 0 \cdot \frac{1}{12} + 2 \cdot \frac{1}{24} = \frac{1}{4}$$

4. דוגמאות:

$$3 \cdot \frac{1}{6} + 0 \cdot \frac{1}{12} + 0 \cdot \frac{1}{24} = \frac{1}{2}$$

$$2 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{12} + 0 \cdot \frac{1}{24} = \frac{1}{2}$$

5. שילמתי שלוש מטבעות של $\frac{1}{6}$ טאלר, כלומר $\frac{1}{2}$ טאלר. מחיר הגרעינים $\frac{3}{8}$ טאלר. קיבלתי עודף

$$\frac{1}{8} (= 3 \cdot \frac{1}{6} - \frac{3}{8}) \text{ טאלר.}$$

אפשרויות שונות לעודף:

$$0 \cdot \frac{1}{6} + 0 \cdot \frac{1}{12} + 3 \cdot \frac{1}{24} = \frac{1}{8}$$

$$0 \cdot \frac{1}{6} + 1 \cdot \frac{1}{12} + 1 \cdot \frac{1}{24} = \frac{1}{8}$$

6. הסכום הקרוב ביותר לטאלר אחד הוא $\frac{23}{24}$ ($23 \cdot \frac{1}{24} =$) טאלר.

הדרך להשתמש במספר קטן ביותר של מטבעות היא לשלם במטבעות בערך גבוה.

$$5 \cdot \frac{1}{6} + 1 \cdot \frac{1}{12} + 1 \cdot \frac{1}{24} = \frac{23}{24}$$

7. כאשר העבודה דורשת שיקולים, להבדיל מעבודה טכנית, רצוי לעשות אותה תוך אפשרות לשיח, כלומר, עבודה בזוגות או בקבוצות קטנות.

אפשר לשלם תשלום מדויק רק עבור מחירים שמוצגים באמצעות שברים שהמכנה שלהם הוא מחלק של המכנים הנתונים 6, 12 ו 24. אפשר להבין זאת מהשיקולים שנשקלו בעבודה על המשימות הקודמות.

א. אין אפשרות לשלם תשלום מדויק, למשל, עבור המחיר $\frac{1}{5}$.

ב. $\frac{1}{5}$ נמצא בין $\frac{4}{24}$ ל $\frac{5}{24}$, לכן הסכום הקרוב ביותר ל $\frac{1}{5}$, אבל גבוה ממנו הוא: $\frac{5}{24}$. ההפרש ביניהם הוא

$$\frac{1}{120}, \text{ ובמספר עשרוני } 0.00833$$



לא הכל יבוא על מקומו בשלום, כי 9 אינו חצי של הירוסה (17 גמלים), 6 אינו שליש של הירוסה ו 2 אינו תשיעית של הירוסה.

פתרוננו של החכם מתאים **כביכול** משתי סיבות:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} < 1 \text{ חלקי הירוסה המצוינים בצוואה אינם מסתכמים לשלם:}$$

אילו חילקו באותה דרך ירושה היכולה להתחלק לחלקים קטנים מ 1, למשל, קרקע, היתה נשארת אחרי חלוקת הירוסה פיסת קרקע שלא הייתה שייכת לאף אחד מן הבנים.

הכמות השלמה שבצוואה (17 גמלים) אינה אותה כמות שלמה שמחלקים (18 גמלים).



$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12} = 1$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = 1$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = 1$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{20} = 1$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = 1$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = 1$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} = 1$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = 1$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{7} + \frac{1}{42} = 1$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{24} = 1$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{18} = 1$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} = 1$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = 1$$



למסיימים

1. כל תלמיד שסיים את הפעילות אוסף פתרונות שונים לאחד השברים, וכותב אותם בגדול על דף. אוספים את הדפים ויוצרים פוסטר.

תשובות נוספות אפשריות:		
$\frac{(4-4) \cdot 4 + 4}{6 \cdot 6 + 6 - 6} = \frac{1}{9}$ ט.	$\frac{4 + 4 - 4 : 4}{6 \cdot 6 - 6 : 6} = \frac{1}{5}$ ה.	$\frac{4 \cdot 4 + 4 + 4}{6 + 6 + 6 + 6} = 1$ א.
$\frac{4 : (4 + 4 : 4)}{(6 + 6) : 6 + 6} = \frac{1}{10}$ י.	$\frac{4 \cdot 4 + 4 + 4}{(6 + 6) \cdot (6 + 6)} = \frac{1}{6}$ ו.	$\frac{4 \cdot (4 - 4 : 4)}{6 + 6 + 6 + 6} = \frac{1}{2}$ ב.
$\frac{4 - 4 + 4 : 4}{6 + 6 - 6 : 6} = \frac{1}{11}$ יא.	$\frac{(4 + 4) : (4 + 4)}{(6 \cdot 6 + 6) : 6} = \frac{1}{7}$ ז.	$\frac{4 \cdot (4 - 4) + 4}{6 + 6 + 6 - 6} = \frac{1}{3}$ ג.
$\frac{4 : 4 + 4 : 4}{6 + 6 + 6 + 6} = \frac{1}{12}$ יב.	$\frac{(4 + 4 + 4) : 4}{6 + 6 + 6 + 6} = \frac{1}{8}$ ח.	$\frac{(4 + 4 + 4) : 4}{6 + 6 + 6 - 6} = \frac{1}{4}$ ד.

2. מצאו, אם אפשר, מספרים טבעיים המקיימים:

א. $\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{b} = \frac{1}{a \cdot b}$ ב. $\frac{1}{a} : \frac{1}{b} = \frac{1}{a : b}$ ג. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{a + b}$ ד. $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{a - b}$

תשובות

א. השוויון מתקיים עבור כל המספרים הטבעיים.

ב. השוויון מתקיים עבור כל המספרים הטבעיים.

ג. מכיון ש $a + b > a$, הרי $\frac{1}{a + b} < \frac{1}{a}$, ובודאי קטן מ $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.

לכן אין מספרים טבעיים המקיימים את השוויון הנ"ל.

ד. אם $b < a$ אז באגף שמאל נקבל מספר שלילי, ובאגף ימין מספר חיובי.

אם $b > a$ אז המצב הפוך. לכן, אין מצב שבו השוויון יתקיים עבור מספרים טבעיים.



דנים על האסטרטגיות והשיקולים למציאת תרגילים לפתרונות נתונים. למשל,

- התייחסות בשברים למונה לחוד ולמכנה לחוד (משימה 1)
- הרחבת שברים (משימה 1)
- פרוק שבר למחברים (משימות 2-6)