

# התכנית החדשה ובחינות הבגרות

מאת: מיכאל קורן  
משרד החינוך והתרבות  
המפקח על הוראת המתמטיקה.

## 1. מבוא

בקיץ תשמ"ה ניתנו לראשונה שאלוני בגרות של משרד החינוך לנבחנים לפי תוכנית הלימודים החדשה. היו מורים שאינם מלמדים לפי תוכנית זו, שטענו כי השאלונים קלים בהשוואה למבחנים הרגילים. אחדים מהמורים המלמדים לפי התוכנית החדשה חשו, בדומה לכך, כי השאלונים אינם משקפים די את היכולת המתמטית שתוכנית זאת אמורה לפתח. אכן, השאלונים החדשים נבנו תוך התחשבות בקשיים של מורים ושל תלמידים ללמוד לפי תוכנית חדשה לפני שנרכש נסיון בהוראה לפי תוכנית כזו, לפני שנוצר תרגול רחב ולפני שהתבהרו הדגשים שיש לתת בפרקים השונים.

בניית השאלונים בדרך זו באה להבטיח כי תלמידים לא ייפגעו בעת הבחינות משום שמוריהם היו מן הראשונים להצטרף לתוכנית החדשה, כאשר עדיין חסרים מדריכים למורה, עדיין רב הדורש תיקון בספרים ועדיין אין "מסורת" של הכנה לבחינות בגרות לפי התוכנית.

השוואת ההצלחה בין הנבחנים לפי השאלונים האלה לנבחנים לפי השאלונים הרגילים מראה דמיון רב, ואכן נמנעה פגיעה בתלמידים. בשנים הקרובות יש לצפות לעלייה איטית בהיקף הנושאים וברמת השאלות.

אין ספק כי בית-ספר שמקדים את הצטרפותו לתוכנית מקל על מוריו בכך שהוא מאפשר להם להתנסות בהוראה בתוכנית זו בשנים שבהן יש בעת חיבור שאלוני הבגרות התחשבות מקסימלית בקשיי ההפעלה. התלמידים הנבחנים בשנים הראשונות אינם נפגעים, ולתלמידי המחזורים הבאים יהיה קל יותר, שכן ילמדו אותם מורים שכבר התנסו בהוראת התוכנית.

---

\* מאמר זה התפרסם בעל"ה, עלון למורה המתמטיקה היוצא לאור ע"י המרכז הישראלי להוראת המדעים באוניברסיטה העברית בירושלים, סיון תשמ"ו.  
המאמר מובא כאן בהסכמת מערכת על"ה.

בסעיפים הבאים נפרט את נושאי הלימוד שהם גם נושאי הבחינה בשנה הקרובה. על שינויים בתוכנית הבחינה תבוא הודעה לפחות שנה לפני מועד הבחינה שבה יחול השינוי.

הקו המנחה הכללי הוא שבשנים הראשונות לשאלונים אלו הנושאים לבחינה הם בהיקף של כ- 2/3 מן התוכנית החדשה המלאה. בפרט אין נדרשים בשלב זה פרקי הבחירה שבעתיד יהוו חלק נכבד של תוכנית הלימודים.

## 2. רמת 3 יחידות לימוד (קיץ תשמ"ז).

הנושאים לבחינה הם בתחומי האלגברה והאנליסה.

(א) אלגברה לפי הספרים אלגברה 2-3 יחידות לימוד כרך ראשון אלגברה 3 יחידות לימוד כרך שני (שניהם, וכן כל הספרים האחרים שיוזכרו בהמשך הם בהוצאת המרכז הישראלי להוראת המדעים, האוניברסיטה העברית, ירושלים).  
לא יידרשו הנושאים "חלוקת קטע ביחס כלשהו" (תידרש רק חציית קטע) "אינטרפולציה לינארית", "אינדוקציה".

(ב) אנליסה לפי הספרים אנליסה 2-3 יחידות לימוד כרך ראשון אנליסה 3 יחידות לימוד כרך שני.  
לא יידרשו הנושאים "שימושים כלכליים" (סעיפים 6.17, 6.18), "נגזרת שניה" (סעיפים 6.19-6.22). "אינטגרל מסוים כגבול סכומים" (סעיפים 7.15-7.16).  
לא יידרש גם שימוש בטריגונומטריה לפיתרון בעיות במרחב.

(ג) הכרת הפונקציות  $e^x$ ,  $\ln x$  (הגדרה, גרף, נוסחאות גזירה ואינטגרציה הקשורות בהן). הכרת הפונקציה  $e^x$  דורשת כמוכח הגדרת החזקה לכל מעריך רציונלי.

## 3. רמת 4 יחידות לימוד (קיץ תשמ"ז).

הנושאים לבחינה:

(א) גיאומטריה אוקלידית: דמיון, משפט פיתגורס.

(ב) אלגברה לפי הספרים אלגברה לרמת 4-5 יחידות לימוד, כרך ראשון, פרקים 2-5.

וקטורים לפי הספרים אלגברה 4-5 יחידות לימוד כרך שני  
א בגירסה וקטורים בגישה אלגברית, פרקים 7,9  
א בגירסה וקטורים בגישה גיאומטרית, פרקים 7-12 ופרק 15  
(פרק 15 בגירסה זו זהה לפרק 9 בגירסה וקטורים בגישה אלגברית).

(ג) אנליסה לפי הספרים אנליסה 4-5 יחידות לימוד כרך ראשון וכרך שני,  
פרט לסעיפים 16.5-16.9 ופרט לפרק 17. לא יידרש שימוש במשפטי הסינוס  
והקוסינוס לפיתרון משולשים.

(ד) חשבון אינטגרלי: אינטגרלים מידיים, מציאת פונקציה לפי נגזרת  
ותנאי התחלה, חישובי שטחים, חישוב נפח גופי סיבוב.

הערה: הבחינה ברמת 4 י"ל ניתנת לפיצול ל  $1 + 3$  כאשר בחלק ב', הניתן  
להילקח בנפרד, מופיעים הנושאים: וקטורים, פונקציות לוגריתמיות,  
חשבון אינטגרלי.

#### 4. רמת 5 יחידות לימוד (קיץ תשמ"ז)

הנושאים לבחינה:

- (א) גיאומטריה אוקלידית: דמיון, משפט פיתגורס.
- (ב) אלגברה לפי הספרים אלגברה 4-5 יחידות לימוד כרך ראשון וכרך  
שני (בגירסה וקטורים בגישה גיאומטרית או בגירסה וקטורים  
בגישה אלגברית).
- (ג) אנליסה לפי הספרים אנליסה 4-5 יחידות לימוד כרך ראשון וכרך  
שני, פרט לסעיפים 16.5-16.9 ופרט לפרק 17.
- (ד) טריגונומטריה: פיתרון משולשים, פיתרון משוואות טריגונומטריות.  
לא תידרשנה פונקציות מחצית הזוית. לא יידרש נושא הזהויות  
פרט לשימוש מידי לפתירת משוואות. לא תופענה שאלות שבהן יש  
להוכיח שאם זוויות המשולש מקיימות משוואה נתונה, אז המשולש  
הוא משולש מיוחד.  
הערה: ניתן ללמד פרק זה לפי ספרים של התוכנית הישנה או לפי

הספר אנליסה 5 יחידות לימוד כרך שלישי, פרק 20 (פרט לסעיף 20.2), פרק 21, וסעיפים 23.3, 23.5 מפרק 23.

(ה) חשבון אינטגרלי: אינטגרלים מידיים. מציאת פונקציה לפי נגזרת ותנאי התחלה, חישובי שטחים, חישוב נפח גופי סיבוב.

הערה: הבחינה ברמת 5 י"ל ניתנת לפיצול  $2 + 3$  כאשר בחלק ב' הניתן להילקח כנפרד, מופיעים הנושאים: וקטורים, מספרים מרוכבים, פונקציות מעריכיות, פונקציות לוגריתמיות, חשבון אינטגרלי.

## 5. הערות כלליות

(א) ברמות 4,5 י"ל, וקטורים יסומנו על-ידי אות לטינית קטנה עם קו מתחתה, או בכתיב אלגברי כזוג או כשלשה באותיות רומיות קטנות עם אינדקס, או על-ידי סימון נקודות הקצה באותיות רומיות גדולות עם חץ:

$$\underline{v} = (v_1, v_2) = \overrightarrow{AB}$$

המונח "וקטור" יכלול גם את המונח "חץ" המופיע בפרק 7 בגירסה האלגברית. מכפלה סקלרית תסומן על-ידי נקודת כפל:  $\underline{v} \cdot \underline{v}$  או  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$  וכו'.

(ב) לכל הרמות, יצורפו לשאלונים דפי נוסחאות לפי התוכנית החדשה. בית הספר רשאי לתת לתלמידים גם את דפי הנוסחאות שלפי התוכנית הרגילה ברמה המקבילה.

(ג) פירוט על מבנה השאלונים השונים מופיע בחוזר "שאלוני בחינות הבגרות במתמטיקה לפי התוכנית החדשה בשנת תשמ"ה", אוקטובר 1984. בחוזר זה מופיעות גם דוגמאות לשאלונים. דוגמאות נוספות לשאלונים נמצאות במכתב למורי המתמטיקה בחטיבות עליונות, פברואר 1985.



להלן, שאלון של בחינת הבגרות במתמטיקה ברמה של שלוש יחידות לימוד לפי התוכנית החדשה, שניתן בתשמ"ו. השאלון מובא כאן ברשות משרד החינוך והתרבות.

מערכת שבכים

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי-ספר על-יסודיים  
ב. בגרות לנבחנים חיצוניים  
מועד הבחינה: קיץ תשמ"ו, יוני-יולי 1986  
מספר השאלון: 916151  
נספח: דפי נוסחות ל-3 י"ל, תכנית חדשה

## מתמטיקה

3 יחידות לימוד

(תכנית חדשה)

### הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
- |                |   |     |        |
|----------------|---|-----|--------|
| פרק ראשון      | - | 55  | נקודות |
| פרק שני (3x15) | - | 45  | נקודות |
| סה"כ           | - | 100 | נקודות |
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- מחשבון. (המבחן תוכנן כך שלשימוש במחשבון משוכלל אין יתרון משמעותי).
  - לוחות לוגריתמים מאושרים ע"י משרד החינוך והתרבות.
  - דפי נוסחות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
  - התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את התרגיל המתאים, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, באופן מפורט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לפגוע בציון שתקבל על השאלה.
  - גם חישובי טיוטה כתוב במחברת הבחינה, בעמודים נפרדים. רשום "טיטוטה" בראש כל עמוד טיוטה. השתדל להקדיש לטיטוטה את העמוד השמאלי ולתשובה את העמוד הימני.

ההחיות בשאלון זה, מנוסחות בלשון זכר, ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה ו

פרק ראשון (55 נקודות)

בפרק זה עשר שאלות (לכל שאלה - 11 נקודות).  
 מותר לך לענות על מספר שאלות כרצונך, אך מספר הנקודות שיוכל לצבור לא יעלה על 55 נקודות.

אלגברה

1. פתור את המשוואה:  $(x+3)^2 - (2x+2) - (2x-2) = (2x-4)^2$

2. נתון מעגל שמשוואתו:  $(x+4)^2 + (y-3)^2 = 36$

- א. האם המעגל הני"ל עובר דרך ראשית הצירים? נמקו  
 ב. מצא את משוואת הישר העובר דרך ראשית הצירים ומרכז המעגל.

3. קדרה מוגדרת ע"י הכללים הבאים:

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 2$$

$$a_{n+1} = a_n + 2a_{n-1} \quad n \geq 2$$

- א. חשב את האיברים השלישי עד השישי (כולל השישי) של הסדרה הני"ל.  
 ב. בהסתמך על הערכים שמצאת בסעיף א', רשום הגדרה של הסדרה הנתונה לפי מקום (כפונקציה של n). אין צורך בהוכחה.  
 ג. חשב את האיבר השביעי בשתי דרכים: על פי ההגדרה הנתונה בשאלה ועל פי ההגדרה שרשמת בסעיף ב'.

4. מונית ומשאית עוברות את הדרך בין שתי ערים.  
 מהירות המשאית היא 60 ק"מ לשעה ומהירות המונית היא 80 ק"מ לשעה.  
 זמן הנסיעה של המשאית ארוך בשעה וחצי מזמן הנסיעה של המונית.  
 חשב את המרחק שבין שתי הערים הללו.

אנליסה

5. נתונה הפונקציה  $f(x) = e^{-5x^2}$

א. חשב את  $f'(x)$

ב. הראה כי  $f(x)$  היא פונקציה זוגית ו  $f'(x)$  היא פונקציה אי-זוגית.

6. נתונה הפונקציה  $f(x) = \sqrt{x}$  בתחום  $[0, \infty)$ .

- א. חשב את הנגזרת של  $f(x)$  על-ידי גזירת שני האגפים של הזהות  $\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = x$  ושימוש בכלל של נגזרת המכפלה של שתי פונקציות.  
 ב. מצא את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה  $f(x) = \sqrt{x}$  בנקודה  $x=4$ .

7. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x) = x + 2\sin x$  בתחום  $[0, 2\pi]$ .

8. נתונה הפונקציה  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$  בקטע  $[-\frac{1}{2}, 4]$ .

א. מצא את המקסימום המוחלט והמינימום המוחלט של הפונקציה הנייל בקטע הסגור  $[-\frac{1}{2}, 4]$ .

ב. האם לפונקציה  $f(x)$  הנתונה יש בקטע  $[-\frac{1}{2}, 4]$  נקודת מקסימום מקומי שאינה מקסימום מוחלט? נמק.

9. במעוין אורך כל צלע 17 ס"מ, ואורך האלכסון הגדול 30 ס"מ.

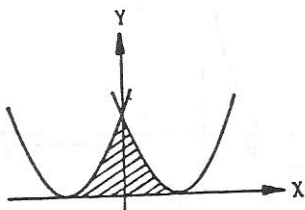
א. חשב את זווית המעוין.

ב. חשב את אורכו של האלכסון השני.

10. מצא את השטח המוגבל בין ציר ה-x,

גרף הפונקציה  $y = (x-2)^2$  וגרף הפונקציה

$y = (x+2)^2$  (השטח המקווקו שבציר).



פרק שני (45 נקודות)

פתור שלוש מהשאלות 11-15 (לכל שאלה - 15 נקודות).

אלגברה

11. במפעל לייצור סלטים מייצרים שני סוגי סלטים: סלט מיונז וסלט חצילים.

תהליך הייצור מורכב משלושה שלבים עיקריים: קיצוץ, ערבוב ואריזה.

פרטי הייצור מרוכזים בטבלה הבאה: (המספרים נתונים ב  $\frac{\text{דקות}}{\text{ק"ג}}$ )

קיצוץ	ערבוב	אריזה	סלט מיונז
1	5	3	
2	4	1	סלט חצילים

במחזור ייצור אחיד אפשר להפעיל את ציוד הקיצוץ למשך 12 שעות לכל היותר, את ציוד הערבוב למשך 30 שעות לכל היותר ואת ציוד האריזה למשך  $14\frac{1}{2}$  שעות לכל היותר.

המכונות משמשות לייצור שני סוגי הסלטים.

הרווח הנקי של המפעל על סלט מיונז הוא  $\frac{\text{שקל}}{\text{ק"ג}}$  300 ועל סלט חצילים 500  $\frac{\text{שקל}}{\text{ק"ג}}$ .

כמה ק"ג, מכל סוג של סלט, כדאי למפעל לייצר במחזור אחד על מנת להגיע לרווח מקסימלי?

12. הסכומים החלקיים של סדרה מקיימים:

$$S_n = 5n^2 - 3n \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

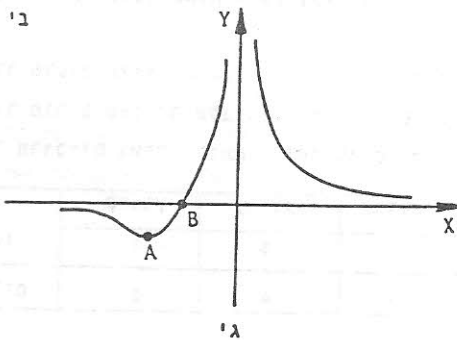
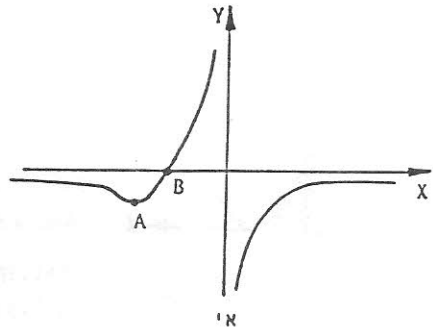
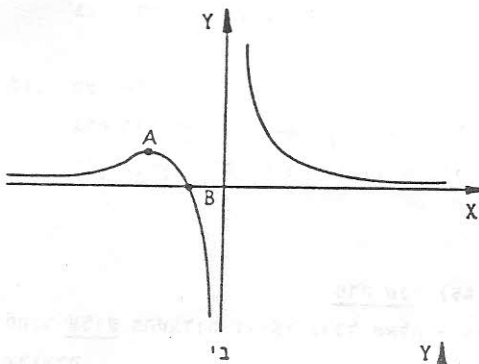
א. חשב את  $S_4$  ו  $S_5$ .

ב. חשב את האיבר החמישי של הסדרה הני"ל.

ג. מצא תבנית לאיבר הכללי  $a_n$  של הסדרה הני"ל.

אנליסה

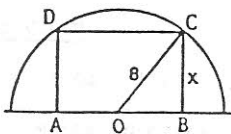
13. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x+2}{x^2}$  ושלושה גרפים. אחד מביניהם מתאר את הפונקציה הנמונה.



א. זהה את שני הגרפים שאינם מתארים את הפונקציה. במק את חשבוך.

ב. חשב את שיעורי נקודת הקיצון A ואת שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה הני"ל עם ציר ה-x (הנקודה B).





14. בחצי עיגול שרדיוסו 8 ס"מ חוסמים מלבן ABCD, כך שאחת מצלעות המלבן מונחת על הקוטר. מרכז המעגל נמצא בנקודה O וידוע כי  $OA=OB$  (ראה ציור). נסמן  $BC=x$ .

הוכח כי כאשר  $x=\sqrt{32}$  מתקבל המלבן בעל השטח המקסימלי.

15. נתונה פונקציה  $f(x)$ .

ידוע כי:  $f'(x)=x+\sin x$

$f(0) = 0.2$

א. מצא את הפונקציה  $f(x)$ .

ב. הראה כי  $f(x)$  חיובית לכל  $x$ .

בהצלחה!

אנליזה

פונקציות

פונקציה זוגית:  $f(x) = f(-x)$  . פונקציה אי-זוגית:  $f(-x) = -f(x)$

פונקציות הפוכות זו לזו:  $f(g(x)) = g(f(x)) = x$

נקודת התפתלות: נקודת מעבר בין קמירות לקעירות

פונקציה קמורה:  $\cup$  פונקציה קעורה:  $\cap$

נגזרות

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{vu' - v'u}{v^2}$$

כלל השרשרת:

$$f'(x) = v'(u) \cdot u'(x)$$

$$(a^x)' = a^x \ln a$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

$$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

טריגונומטריה

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \quad \text{זהויות:}$$

$$\sin \alpha = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$x = \frac{\pi}{180} x^0 \quad \text{רדיאנים}$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r \quad \text{משפט הסינוסים:}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha \quad \text{משפט הקוסינוסים:}$$

$$\int f(ax + b) dx = \frac{1}{a} F(ax + b) + c$$

$$v = \pi \int_a^b f^2(x) dx \quad \text{נפח גוף סיבוב}$$

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{h}{2} [f(a) + 2f(x_1) + \dots + 2f(x_{n-1}) + f(b)]$$

כלל הטרפז

חזקות ולוגריתמים

$$\lg_a(xy) = \lg_a x + \lg_a y$$

$$a^x a^y = a^{x+y}$$

$$\lg_a(x^y) = y \lg_a x$$

$$(a^x)^y = a^{xy}$$

$$a^x b^x = (ab)^x$$

אלגברה

$$p = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (x_2, y_2) \quad (x_1, y_1) \quad \text{שיפוע ישר דרך ישרים}$$

$$y - y_1 = p(x - x_1) \quad \text{משוואת ישר דרך בקודה}$$

$$\sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2} \quad \text{מרחק בין בקודות}$$

$$p_1 p_2 = -1 \quad \text{תנאי לניצבות של ישרים}$$

$$\left( \frac{kx_2 + lx_1}{k+l}, \frac{ky_2 + ly_1}{k+l} \right) \quad k:l \quad \text{ביחס } (x_1, y_1), (x_2, y_2) \quad \text{הבקודה המחלקת את הקטע}$$

$$(x - c_1)^2 + (y - c_2)^2 = r^2 \quad \text{מעגל יקומים}$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{היפרבולה} \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{אליפסה}$$

משוואה ריבועית פתרונות המשוואות  $ax^2 + bx + c = 0$  הם  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

תכונות השורשים:  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$   $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$

פירוק לגורמים  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

סדרה חשבונית  $a_n = a_1 + (n - 1)d$   $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{[2a_1 + (n - 1)d]n}{2}$

הנדסת המישור שטח משולש  $\frac{a \cdot h}{2}$

שטח טרפז  $S = \frac{a + b}{2} \cdot h$

שטח עיגול  $S = \pi r^2$  שטח גזרה של  $\alpha$  רדיאנים  $S = \frac{1}{2} \alpha r^2$

היקף מעגל  $S = 2\pi r$  אורך קשת של  $\alpha$  רדיאנים  $b = r\alpha$

במשולש שווה שוקיים, חוצה זווית הראש, התיכון לבסיס, והגובה לבסיס, מתלכדים.

אלכסוני מקבילית: חוצים זה את זה.

אלכסוני מלבן: חוצים זה את זה, שווים זה לזה.

אלכסוני מעוין: חוצים זה את זה, ניצבים זה לזה.

זווית היקפית שווה למחצית הזווית המרכזית המתאימה לה. שווה לזווית בין המיתר למשיק.

הנדסת המרחב נפח חרוט ופירמידה  $\frac{1}{3}B \cdot h$  נפח כדור  $\frac{4}{3}\pi R^3$

אורך אלכסון תיבה  $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$  מעטפת חרוט:  $\pi r l$

פני כדור:  $4\pi R^2$