مهام وتحديات II

فعاليات بحث واكتشاف

משימות ואתגרים II

للطالب

يهوديت عنبر

המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע
دائرة تدريس العلوم
معهد وايزمن للعلوم – رحوبوت

مهـــــام وتحديـــات II

فعاليات بحث واكتشاف

משימות ואתגרים II

للطالب

يهوديت عنبر

طبعة تجريبية

دائرة تدريس العلوم، معهد وايـزمن للعلوم

يصدر بمبادرة ومراقبة
المركز الإسرائيلي لتدريس العلوم على اسم عاموس دي- شليط
من تأسيس
وزارة المعارف والثقافة، الجامعة العبرية في أورشليم القدس ومعهد وايزمن للعلوم، رحوفوت

تأليف:
يهوديت عنبر
الكس فريدلندر
تسيبي رزنيك

استشارة:
مكسيم بروكهايمر
نوعمي تعيزي

ترجمة:
الياس حايك

مراجعة واعداد:
يوسف خوري
شفيق خليفة

يمنع منعًا باتًا تكرار، أو نسخ، أو تصوير، أو تسجيل، أو ترجمة، أو اختزان في مجمع معلومات، أو بث بأية طريقة كانت، الكترونية، أو بصرية، أوتوماتيكية، أو بأية طريقة أخرى، أي جزء من مادة هذا الكتاب لاستخدامه لأغراض تجارية بأية صورة كانت الا بإذن خاص واضح ومكتوب من الناشر.

©

حقوق الطبع محفوظة

معهد وايزمن للعلوم ووزارة المعارف والثقافة
طبع في إسرائيل سنة 2001

إلى الطلاب

في هذا الكراس، تجدون مجموعة من فعاليات الاثراء في الرياضيات. أثناء دراسة هذه الفعاليات، ستتعرفون الى مواضيع رياضية متنوعة ذات أهمية كبيرة مثل أعداد فيبوناتشي ومثلث باسكال ونظرية بيك ومتواليات من أنواع مختلفة. هذه الفعاليات سوف ترشدكم في طرق البحث والتفكير والتعمق في هذه المواضيع.

في جزء من هذه الفعاليات، يمكنكم الاستعانة بالحاسوب في برنامج Excel لعرض المعطيات أو فحص التخمينات. في نهاية الكراس، أرفقنا «مرشدًا للمستعمل» يرشدكم في العمل حسب هذا البرنامج.

في بعض الفعاليات، ستجدون عناوين لموقع انترنت، يمكنكم أن تجدوا فيها صورًا وأشكالاً وتمثيلات متنوعة عن هذه المواضيع.

القسم الثاني من الكراس، يحوي مجموعة من «التحديات الرياضية» القصيرة، مثل الاحجيات التي يمكنكم أن تحلّوها بمتعة، وقد تشاركون أصدقاءكم أيضًا أو أفراد عائلاتكم وكل من يجد اهتمامًا بها.

كلنا أمل أن تجدوا المتعة من العمل الرياضي والتعرف الى مواضيع جديدة، ومن البحث عن طرق من عندكم في حل الفعاليات والتحديات، واكتشاف الجمال والقوانين والنظام في عالم الرياضيات.

محتويات الكراس

مهام

1. عن المسامير ورجال الأعمال 9
2. نبني أحياء 13
3. مثلثات كهذه 16
4. الى الأرانب مع الحب 19
5. نسافر في الباص 22
6. عن المربعات والمستطيلات والقواقع 26
7. أحجية عيد الأنوار 34
8. نحرس الحي 39
9. نظرة أخرى الى الكسور 46
10. بكم طريق؟ 53
11. مثلث باسكال 59
12. الأعاد المثلثة والمجسمات الرباعية 63
13. مفتوح أو مغلق؟ 68
14. نقط ومساحات I 74
15. نقط ومساحاتII. 80
16. عن الزوايا في المضلعات 85
17. تأخذ بالصغر 89
18. السجاد المثقوب 94
19. متواليات على هيئة المحاور 99
20. عن الأبراج والمكعبات 107

تحديات 115-146

مرشد لمستعمل – Excel. 147-152

معام

عن المسامير ورجال الأعمال

1. في مؤتمر لرجال الأعمال،
تجمّع عدد كبير من الشخصيات.
تبودلت هناك، سلامات بالأيدي كثيرة.
فقد سلّم بيده كل واحد من رجال الأعمال على
كل واحد من الآخرين – مرة واحدة بالضبط
لا أكثر ولا أقل.
أما السيد ورداني، فقد ملَّ
كثيرًا وقرر أن يعدَّ عدد مرات
السلام باليد التي تمت بين رجال الأعمال.
فجأة، توجّه اليه واحد منهم
فاختلط عليه العدّ ولم يعرف المجموع.
حاولوا مساعدته في استعادة حساباته
وفي إيجاد طريقة لفحصها أيضاً.

أ) كي لا يختلط الأمر عليكم بشكل مشابه،
سجلوا حساباتكم في الجدول التالي:

عدد المشتركين في المؤتمر	عدد مرات السلام باليد التي نفذها رجل واحد	مجموع مرات السلام باليد التي تبودلت
2	1	1
3	2	3
4		
5		
6		
⋮ 10		
⋮ 31		
⋮ 50		

لتنظيم المعطيات، يمكنكم بناء جدول مشابه في Excel - تعليمات تنفيذ البرنامج موجودة في الصفحات المساعدة للمستعمل في نهاية الكراس.

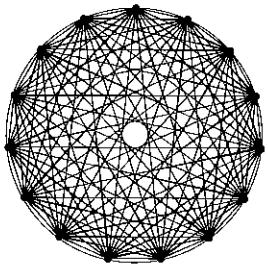
ب) كم عدد مرات السلام باليد التي تبودلت، لو وصل إلى المؤتمر n رجال أعمال؟
فسّروا طريقة حلكم.

جـ) وجد السيد ورداني أن في المؤتمر، تبودل 4950 سلامًا باليد.
- كم رجل أعمال اشترك في المؤتمر؟ فسّروا كيف وجدتم.

2. في مؤتمر آخر، شارك 70 رجل أعمال، تبادلوا السلامات بالأيدي وكذلك البطاقات الشخصية (كل مشترك أعطى لكل واحد آخر، بطاقته الشخصية).
- كم سلامًا باليد تبودل؟

- كم بطاقة شخصية تبودلت؟ فسّروا.

3. رُتّب خمسة عشر مسمارًا على لوحة خشب دائرية.
وُصل بين كل زوج منها بخيط (مع الحذر الشديد . . .).
الآن، عليكم القول بسرعة،
كم مستقيمًا في شكل التزيين الغريب.



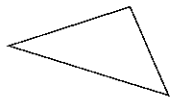
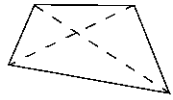
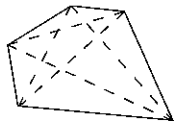
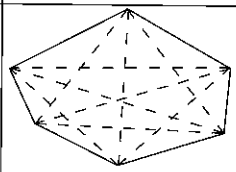
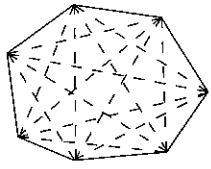
4. في مجموعة فرق كرة القدم الممتازة 16فريقًا. كل فريق منها، يلعب مرتين ضد كل واحد من الفرق الأخرى في المجموعة، مباراة بيتية ومباراة خارجية.

أ) كم **دورة ألعاب** تجري خلال موسم واحد؟
(دورة ألعاب هي مجموع المباريات التي يلعبها فريق واحد خلال موسم واحد).

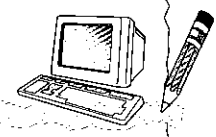
ب) كم **عدد المباريات** التي تُجرى في المجموعة الممتازة خلال موسم كامل؟

5. اكتبوا قصة تصف وضعًا مشابهًا لواحدة من قصص الفعالية، ثم اسألوا سؤالين عنها، يمكنكم الإجابة عنهما.

6. المهمة التالية شبيهة بسابقاتها :
عليكم فيها عدّ أقطار المضلع .
كما ذكر ، المهام متشابهة جدًا ،
لكن ، حذار من التسرع بالاستنتاج .

اسم المضلع	عدد الرؤوس	الشكل	عدد الأقطار من رأس واحد	عدد أقطار المضلع
مثلث	3		0	0
شكل رباعي	4		1	2
شكل خماسي	5			
شكل سداسي	6			
شكل سباعي	7			
مضلع ذو 12ضلعًا	. . . 12			
مضلع ذو 23ضلعًا	. . . 23			

- ما هو عدد أقطار مضلع ذي n أضلاع؟ فسّروا طريقة حلكم .



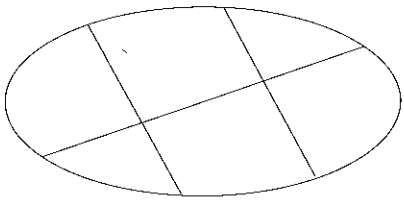
نـبـنـي أحـيـاء

في دولة ديناريا، تقرر إقامة مدن جديدة. في كل مدينة، تُعبدّ شوارع مستقيمة تقسمها إلى أحياء. حسب قانون ميزانية المدن في ديناريا، تُقرر ميزانية كل مدينة حسب عدد أحيائها.

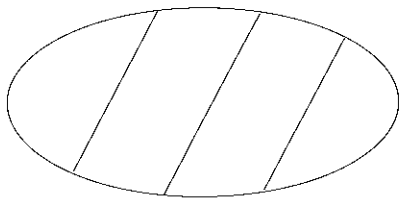
1. في جلسة المجلس البلدي لمدينة الحدائق، تقرر أن تعبّد 3 شوارع في المرحلة الأولى.

أثناء جلسة المجلس البلدي للمدينة، رسم مهندس المدينة 4 اقتراحات مختلفة لشبكة الشوارع.

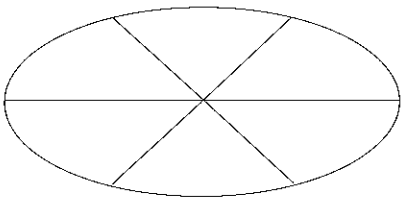
II



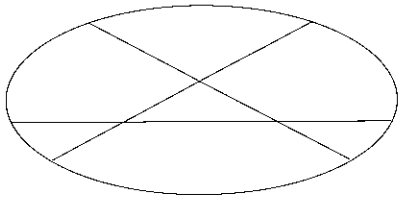
I



IV



III



أ) كم حيّاً يكون في مدينة الحدائق، حسب كل واحد من اقتراحات مهندس المدينة؟

ب) اشرحوا للمجلس البلدي للمدينة **كيف** يجدر تعبيد الشوارع، كي يحصلوا على أكبر ميزانية ممكنة.

جـ) بعد البحث والمناقشة، خُصّصت ميزانية لتعبيد شارع آخر.
- كم يزداد عدد الأحياء؟

- كم حيّاً يكون على الأكثر؟

د) في مدينة ساحلية 5 شوارع. لقد أدرك مهندس المدينة كيف يستغل قانون الميزانية.
- كم حيًا يكون في هذه المدينة؟
- فسّروا كيف وجدتم.

2. كم حياً على الأكثر، يمكن إقامته في مدينة ذات n شوارع؟ فسّروا مراحل الحل.
(لتنظيم المعطيات، يمكنكم الاستعانة بجدول Excel.)

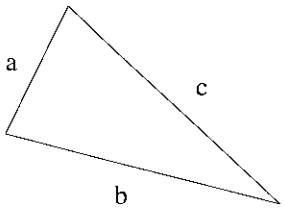
عدد الشوارع	عدد الأحياء التي زيدت	مجموع عدد الأحياء
0	0	1
1	1	2
⋮		
n		

3. عند تعبيد عدد معيّن من الشوارع في مدينة أخرى، أقاموا أكبر عدد ممكن من الأحياء، فكان 79 حيًا.

- كم شارعًا في هذه المدينة؟

اكتبوا طريقة الحل بالتفصيل.

مثلثات كهذه



أطوال الأضلاع الثلاثة في مثلث هي a , b , c .
معلوم أن a, b, c **هي أعداد طبيعية** تحقق $a \le b \le c$.
تذكير: مجموع ضلعين في المثلث أكبر من الضلع الثالث.

1. إذا كان $c = 9$، كم مثلثًا ملائمًا يوجد؟
   - فسّروا كيف وجدتم.

2. إذا كان $c = 11$، كم مثلثًا ملائمًا يوجد؟
   - فسّروا كيف وجدتم.

3. قال عاطف: اذا كان $c = 13$، فإنه يوجد 49 مثلثًا ملائمًا. هل صدق عاطف؟
   - كيف فحصتم؟

4. اختارت هالة عددًا يكون طول الضلع الأكبر c، فوجدت أن لديها 16 مثلثًا ملائمًا.
   - أي عدد اختارت هالة ليكون طول الضلع c؟

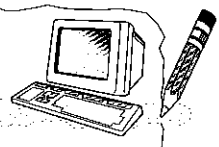
5. قالت ريم: لاحظتُ أننا قد بحثنا فقط، مجموعة المثلثات التي كان طول الضلع c فيها عددًا فرديًا. برأيي، يجدر فحص الحالات التي يكون فيها طول الضلع c عددًا زوجيًا. مثلاً $c = 6$.
   - كم مثلثًا تجد ريم؟ بيّنوا كيف وجدتم.

6. رأى سعيد حل ريم وقال: الآن، يمكنني أن أقول فورًا أنه عندما يكون $c = 10$، فإنه يوجد 30 مثلثًا ملائمًا.
   - افحصوا هل حصل سعيد على عدد صحيح من المثلثات الملائمة.
   - هل يمكنكم أن تقترحوا طريقة سريعة لحساب عدد المثلثات الملائمة، في هذه الحالة؟

7. اختارت شيرين عددًا يكون طول الضلع الأكبر c، ووجدت بالضبط 20 مثلثًا ملائمًا.
   - فسّروا، أي عدد اختارته شيرين ليكون طول الضلع c.

8. اكتبوا قاعدة عامة تربط بين طول الضلع الأكبر (c) وبين عدد المثلثات الملائمة .
فسّروا اجابتكم .

9. بيّنوا كيف يمكن بسهولة، الحساب بواسطة القالب الذي وجدتم، كم عدد المثلثات الملائمة الموجودة عندما $c = 55$.



الـى الأرانـب مع الحـب

قبل 800 سنة، صدر كتاب الرياضي المشهور فيبوناتشي (FIBONACCI)، اسم الكتاب LIBER ABACI وفيه ظهرت القصة التالية:

ربّى مزارع في حقل مغلق، زوجًا من الأرانب حديث الولادة. أراد المزارع أن يفحص **كم زوجًا من الأرانب سيكون في الحقل بعد مرور سنة واحدة**.
نفرض أن:

- الزوج البالغ من الأرانب يلد زوجًا آخر (ذكر واحد وأنثى واحدة) كل شهر.
- الأرانب تصل سن البلوغ بعد انقضاء شهرين على ولادتها.
- لا تموت الأرانب مطلقًا.

1. حاولوا الإجابة عن السؤال في القصة: كم زوجًا من الأرانب سيكون في الحقل بعد مرور سنة واحدة؟ من الأسهل تنظيم المعطيات في الجدول:

بداية الشهر الـ . . .	ازواج حديثة الولادة	ازواج عمرها شهر	ازواج بالغة (عمرها شهران او اكثر)	مجموع الازواج
1	1	0	0	1
2	0	1	0	1
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				55
11				
12				
13				

يمكنكم الاستعانة بـ Excel في إكمال الجدول.

إذا بنيتم جدولاً في Excel، احفظوا الملف وذلك للرجوع اليه عند متابعة الفعالية

سجلوا إجابتكم عن المسألة: كم زوجًا من الأرانب سيكون في الحقل بعد مرور سنة واحدة؟

متوالية أعداد فيبوناتشي هي متوالية الأعداد التي تبين عدد جميع أزواج الأرانب في كل شهر . (العمود الأيمن في الجدول .)

2 . أ) سجلوا الأعداد العشرة الأولى في متوالية فيبوناتشي .

1 , 1 , 2 , 3 , ____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____

ب) سجلوا خاصتين مدهشتين لمتوالية أعداد فيبوناتشي .

جـ) أكملوا الأعداد الملائمة في الأمكنة المشار اليها بـ *في الجدول .

بداية الشهر الـ . . .	ازواج حديثة الولادة	ازواج عمرها شهر	ازواج بالغة (عمرها شهران او اكثر)	مجموع الازواج
25				*
26				*
27				*
28	*	*	*	317,811
29	*	*	*	514,229
30	*	*	*	*
31				*

يمكنكم فحص إجابتكم بواسطة إطالة جدول Excel من البند 1 .

د) فسّروا بمساعدة قصة الأرانب ، كيف يمكن إكمال السطر عند بداية الشهر ألـ 29 .

هـ) كم زوجًا من الأرانب سيكون في الحقل بعد مرور سنتين؟
- بعد مرور سنتين ونصف؟

و) أكملوا الأمكنة الفارغة من الأسطر المتتالية في الجدول، بواسطة a وَ b .

مجموع الازواج	ازواج بالغة (عمرها شهران او اكثر)	ازواج عمرها شهر	ازواج حديثة الولادة
			a
	b		

3. أ) اقرأوا عن أعداد فيبوناتشي في أحد المصادر الآتية :
* في موقع الانترنت

htt:\\www.mcs.surrey.ac.uk\Personal\R.Knott\Fibonacci\fib .html
Fibonacci Numbers and Nature
Fibonacci's Rabbits
Bees and Fibonacci Numbers

* في كتاب رياضيات من سلسلة TIME-LIFE، إصدار معريف .
* في الموسوعة العبرية، مجلد 21 . اقرأوا عن ليوناردو من بيزا (فيبوتاشي) .

ب) اكتبوا عما كان الأكثر إثارة مما قرأتم ، حسب ذوقكم .

نسافر بالباص

باص يسافر في مسار ثابت، فيه 45 مكانًا للجلوس. يصعد اليه المسافر الأول في المحطة الأولى، ويصعد اليه المسافر الثاني في المحطة الثانية. ابتداء من المحطة الثالثة، يصعد اليه عدد من المسافرين يساوي مجموع عددهم في المحطتين السابقتين.
كل واحد من المسافرين ينزل من الباص بعد صعوده بثلاث محطات.
مثلاً: المسافر الذي صعد في المحطة 2 ينزل في المحطة 5.
عندما تكون جميع أماكن الجلوس مشغولة، يسافر الركاب الجدد واقفين.

1. في أية محطة، يبدأ المسافرون في الباص بالوقوف؟ فسّروا كيف توصلتم إلى الحل

يمكنكم الاستعانة بـ Excel لبناء جدول وتنظيم المعطيات.

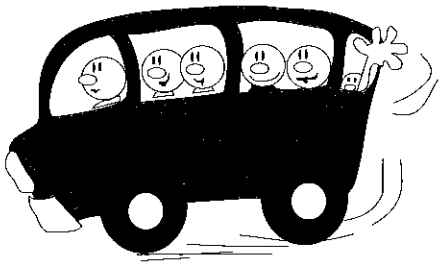
2. بيّنوا خواص تميّز المتواليات الآتية:
أ) متوالية أعداد **الصاعدين** إلى الباص، على طول المسار.

ب) متوالية أعداد **النازلين** من الباص، على طول المسار.

جـ) متوالية المسافرين **الموجودين** في الباص، على طول المسار.

3. نفرض أن كل مسافر كان ينزل من الباص بعد **محطتين** وليس بعد ثلاث.
ماذا يمكنكم القول عن عدد المسافرين الموجودين في الباص في كل محطة، على طول المسار؟

يمكنكم الاستعانة بـ Excel لبناء جدول وتنظيم المعطيات.



نظـام فيبونـــاتشي

متوالية الأعداد التي فيها كل عدد، بدءًا من الثالث، مساوٍ **لمجموع العددين السابقين له**، تدعى متوالية حسب **نظام فيبوناتشي**.

1. أمامكم متواليات حسب نظام فيبوناتشي ، أكملوا الأعداد الناقصة .

أ . 3 , 4 , ____ , ____ , ____ , ____

ب. 2 , ____ , 3 , ____ , ____ , ____

جـ. –1 , ____ , –5 , ____ , ____ , ____ , ____

د. –4 , ____ , ____ , 2 , 1

هـ. ____ , ____ , 4 , ____ , ____ , 26

و. $\frac{1}{2}$, ____ , ____ , ____ , 4

2. أمامكم متواليات حسب نظام فيبوناتشي، اكملوا القوالب الناقصة .

أ . ____ , 2m , d , ____ , ____ , ____

ب. ____ , ____ , x , ____ , ____ , 3x + 2y

جـ. 2y + 3 , ____ , ____ , 2y + 3 , ____ , ____ , ____

د. a , ____ , ____ , b

3. معطاة متوالية حسب نظام فيبوناتشي .

$a , b , a+b , a+2b , 2a+3b , ...$

أ) نجمع لكل حد من المتوالية ، عددًا ثابتًا (لا يساوي صفرًا) . نحصل على متوالية جديدة .
- هل المتوالية الجديدة هي أيضًا ، حسب نظام فيبوناتشي؟
اذا كان نعم- عللوا ، واذا لا - اعطوا مثالاً مضادًا .
(يمكنكم الاستعانة بالمتواليات المعطاة في التمرين 1 ، لفحص تخميناتكم) .

ب) نضرب كل حد من المتوالية ، في عدد ثابت (لا يساوي صفرًا) .
نحصل على متوالية جديدة .
- هل المتوالية الجديدة هي أيضًا ، حسب نظام فيبوناتشي؟
اذا كان نعم - عللوا ، واذا لا - اعطوا مثالاً مضادًا .

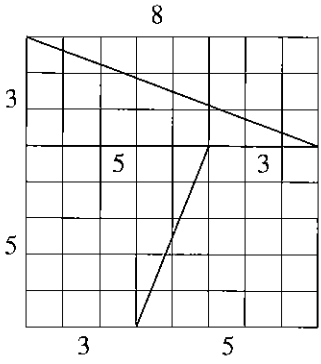
ج) بدلاً من كل عدد من المتوالية المعطاة ، نسجّل قيمته المطلقة .
نحصل على متوالية جديدة .
- هل المتوالية الجديدة هي أيضًا ، حسب نظام فيبوناتشي؟
اذا كان نعم - عللوا ، واذا لا - اعطوا مثالاً مضادًا .

عن المربعات والمستطيلات والقواقع

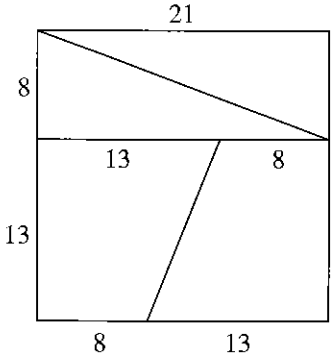
الجزء الأول: سرّ المربع

من مربع إلى مستطيل؟

1. – على صفحة مربعات، ارسموا مربعًا 8 × 8.
ما هي مساحته؟
– قصوا المربع إلى 4 أقسام كما في الشكل،
وركبوا مستطيلاً منها.
ما هي مساحته؟
– قارنوا بين مساحة المربع ومساحة المستطيل.
كيف يمكنكم تفسير «تكوُّن» وحدة
مساحة إضافية؟



2. أعيدوا السحر باستعمالكم مربعًا 21 × 21.
– قصوا المربع إلى 4 أقسام كما في الشكل.
– ركبوا مستطيلاً منها.
– قارنوا بين مساحة المربع ومساحة المستطيل.
كيف يمكنكم تفسير «تكوُّن» وحدة
مساحة إضافية.



3. هل صادفتم الأعداد 3 , 5 , 8 , 13 وَ 21 سابقًا، في اطار آخر؟

– اقترحوا مربعين آخرين، بحيثُ يكون ضلع كل واحد منهما عددًا من متوالية فيبوناتشي. بيّنوا أطوال المستطيلين الناتجين من المربعين.

حاصل ضرب «متجاورين»

طبعًا انتبهتم إلى أنّ أطوال أضلاع المربعات وأضلاع المستطيلات التي عالجناها في «سرّ المربع» تنتمي إلى متوالية أعداد فيبوناتشي، التي عرفتموها في فعالية «الى الأرانب مع الحب».
عند متابعتنا لهذه الفعالية، سنكشف خواص مدهشة أخرى لمتوالية أعداد فيبوناتشي.

نرمز بـ a_1 الى العدد الأول في متوالية فيبوناتشي.
a_2 الى العدد الثاني فيها.
a_3 الى العدد الثالث.
وهكذا الخ...

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}	...
1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	.

4. ننظر الى حواصل ضرب أزواج أعداد من متوالية فيبوناتشي، تقع في الأمكنة الفردية منها.

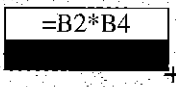
أ) أكملوا وتوصلوا إلى نتائج.

لغة الأعداد	«لغة a»
$1 \cdot 2 = 1^2 + 1$	$a_1 \cdot a_3 =$ ———
——— = ———	$a_3 \cdot a_5 =$ ———
$5 \cdot 13 = 8^2 + 1$	——— = ———
——— = ———	——— = ———

يمكنكم الاستعانة بـ Excel في حساب حواصل الضرب.
– في بداية كل عمود سجلوا عنوانه.
– سجلوا الأعداد الترتيبية في العمود A.
– سجلوا أعداد فيبوناتشي في العمود B.
– سجلوا في العمود C في كل خانة ثانية بالقفز، حاصل ضرب عددين من أعداد فيبوناتشي «متجاورين» في الأمكنة الفردية.
$a_1 \cdot a_3$، $a_3 \cdot a_5$، $a_5 \cdot a_7$

لغة الأعداد	«لغة a»
——— = ———	——— = ———
——— = ———	——— = ———
——— = ———	——— = ———

(مثلاً، في الخانة C3 سجلوا: =B2*B4، في الخانة C5 سجلوا: =B4*B6، وهكذا؟
إذا أردتم أن يستمر الحاسوب في انتاج حواصل ضرب من هذا النوع، للأعداد بالقفز يجب تعيين خانة مسجل فيها قالب حاصل الضرب، وخانة فارغة تحتها ثم سحب الاثنتين



– قارنوا الأعداد التي حصلتم عليها في العمود C مع الأعداد التي حسبتم يدويًا.

ب) أكملوا $a_{15} \cdot a_{17} =$ ———
– ما هي العلاقة بين حواصل الضرب التي حصلتم عليها ومربعات أعداد فيبوناتشي؟

سجلوا في العمود D مربعات أعداد فيبوناتشي: $a_1^2, a_2^2, a_3^2, a_4^2$
(مثلاً، في الخانة D2 سجلوا: =B2^2، وفي الخانة D3 سجلوا: =B3^2، وهكذا!)
قارنوا مع عمود حواصل الضرب.

جـ) سجلوا العلاقة التي وجدتم بـ «لغة a» عندما يكون n عددًا فرديًا.

$a_n \cdot a_{n+2} =$ ———

5. ما علاقة هذا بسرّ المربع؟

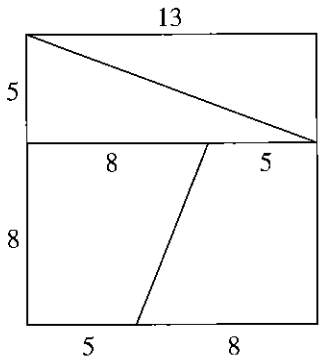
6. ان نقص مربعات ونركب منها مستطيلات كما في سرّ المربع، كم تكون مساحات المستطيلات الناتجة من المربعات الآتية؟
55×55 ، 144×144 ، 377×377؟

7. جدوا قانونًا لحواصل ضرب أزواج أعداد من متوالية فيبوناتشي، متجاورة تقع في **الأمكنة الزوجية** فيها.

لغة الأعداد	«لغة a»
$1 \cdot 3 = 2^2 - 1$	$a_2 \cdot a_4 =$ ———
$3 \cdot 8 =$ ———	——— = ———
$8 \cdot 21 =$ ———	——— = ———
——— = ———	——— = ———

يمكنكم الاستعانة بـ Excel بواسطة اضافة عمود إلى الملف في التمرين 4.

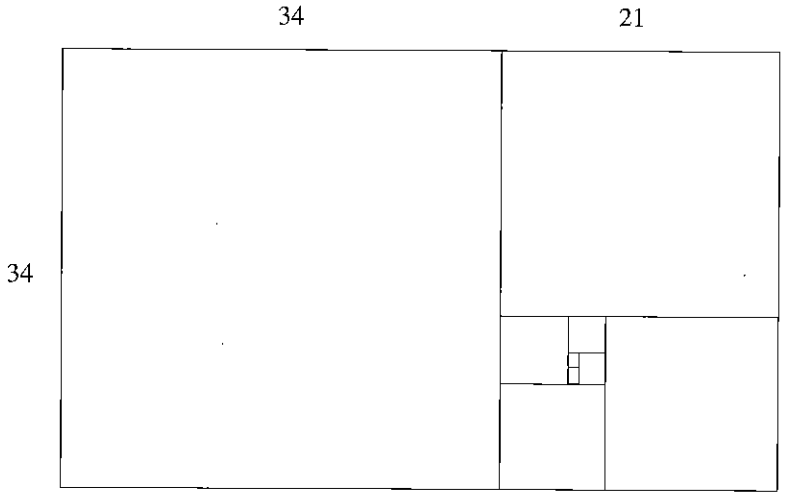
8. خمنوا ماذا يحدث، ان نقصّ مربعًا طولاه 13×13 كما هو مبيّن في الشكل، ونركب «مستطيلاً» من أقسامه.
- كم يكون الفرق بين مساحتي المربع والمستطيل؟ فسّروا.



9. في كل حالة مما يأتي، أن نقصّ المربع المعطى ونكوّن منه مستطيلاً، كم تكون مساحته؟
- مربع طول ضلعه 34 وحدة.
- مربع طول ضلعه 89 وحدة.
- مربع طول ضلعه 144 وحدة.

الجزء الثاني : قواقع

1. على صفحة مربعات، ارسموا مستطيلاً طولا ضلعيه هما عددان متتاليان من اعداد فيبوناتشي . مثلاً مستطيل طولاه 55 × 34 تربيعية .
افصلوا من المستطيل أكبر مربع ممكن (34 × 34 في مثالنا) . بحيثُ يتبقى مستطيل أصغر . سجلوا طولي المستطيل الناتج . من هذا الأخير، افصلوا أكبر مربع ممكن ثم كرروا العملية هكذا، كما في الشكل .



- هل تنتهي هذه العملية؟ فسّروا .

- هل بإمكانكم تكبير المستطيل باتجاه الخارج؟
إذا كان نعم - ما هو مقدار المربع الذي يجب إضافته؟

- سجلوا متوالية المربعات التي يجب إضافتها الى المستطيل الذي في الشكل، للحصول على مستطيل طولاه 233 × 144 .

2. أ) سجلوا مساحة المستطيل الذي طولاه 34×55 تربيعة، على شكل مجموعٍ لمساحات مربعات التقسيم.

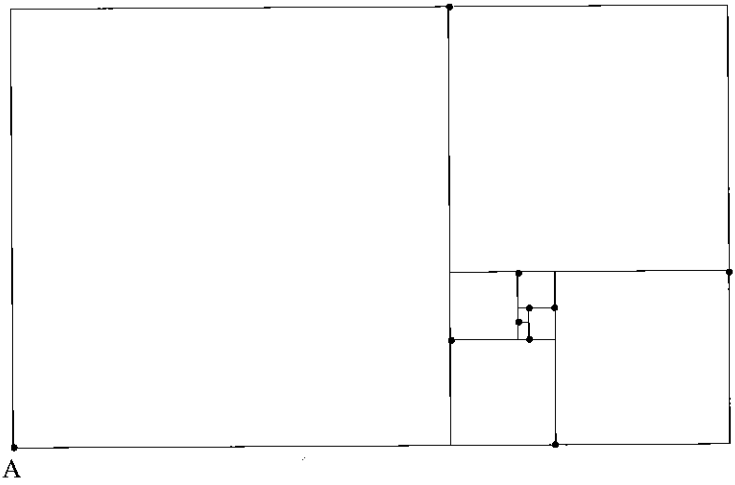
$34 \times 55 =$ _____

ب) سجلوا مساحة المستطيل الذي طولاه 55×89 تربيعة، على شكل مجموع مربعات.

$55 \times 89 =$ _____

جـ) أكملوا _____ $= 1^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + (a_{n-1})^2 + (a_n)^2$

3. في المستطيل الذي رسمتم (على الصفحة) من التمرين 1 ، صلوا النقط المشددة هنا بواسطة أرباع دائرة، بحركة دائرية باتجاه عقارب الساعة بدءًا من النقطة A.



- بيّنوا أي شكل حصلتم عليه من الرسم.

4. اقرأوا عن الأزهار والقواقع اللولبية في كتاب «رياضيات» (إصدار معريف) أو بالانترنت تحت عنوان:

http://www.ee.surrey.ac.uk/personal/R.Knott/Fibonacci/fibnat.html

اختاروا احدى الظواهر التي أثارت اهتمامكم وتحدثوا عن الشيء الخاص فيها.

النسبة الذهبية

5. أ) جدوا النسبة بين طول وعرض كل واحد من المستطيلات التي رسمتم.

طولا المستطيل	النسبة بين الضلعين
1×1	$\frac{1}{1} = 1$
1×2	$\frac{2}{1} = 2$
2×3	$\frac{3}{2} = 1.5$
3×5	
5×8	
8×13	
13×21	
.	
.	
.	
$6{,}765 \times 10{,}946$	

لحساب النسبة بسرعة، يمكنكم الاستعانة بـ Excel.
أضيفوا عمودًا للنسبة بين الضلعين، الى الجدول الذي ينتهي في الجزء الأول من الفعالية، أو ابنوا جدولاً جديدًا.
- سجلوا في العمود A، العدد الترتيبي للمستطيل.
- سجلوا في العمود B، طول الضلع الأصغر للمستطيل حتى المكان الـ 20 على الأقل.
- سجلوا في العمود C، النسبة بين ضلعي المستطيل، أي ناتج قسمة كل عددين متجاورين من اعداد فيبوناتشي، بحيث يكون الأكبر منهما في البسط.

ب) ماذا يمكنكم القول عن النسبة بين ضلعي المستطيل، عندما تأخذ المستطيلات بالكبر؟

جـ) كي تتمكنوا من مشاهدة الظاهرة، ارسموا خطًا بيانيًا يبيّن العلاقة بين العدد الترتيبي للمستطيل وبين النسبة بين الضلعين.
- صفوا الخط البياني الذي نتج.

لرسم الخط البياني، يمكنكم الاستعانة بـ Excel.

العدد الذي تقترب منه النسبة بين كل عددين متجاورين من أعداد فيبوناتشي، يدعى «النسبة الذهبية».
يُكتب هذا العدد ككسر عشري لا نهائي ولا دوري ...1.61803398

يمكنكم اذا رغبتم، ايجاد مادة مثيرة للاهتمام عن «النسبة الذهبية» وظهورها في الطبيعة أو في الفنون (الهندسة المعمارية والموسيقى)، في أحد مواقع الانترنت تحت عنوان :

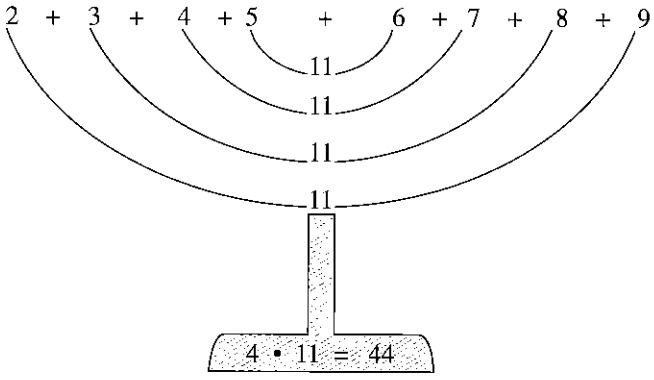
http://www.ee.surrey.ac.uk/personal/R.Knott/Fibonacci/fibnat.fibl Art.html

عن مواقع أخرى، يمكنكم البحث بواسطة : The Golden Ratio

أحجية عيد الأنوار

تتألف الأحجية من مرحلتين من الأسئلة، وصفحة لفك رموزها وحلها. إن تحلّوا المرحلتين بشكل صحيح، يمكنكم بمساعدة صفحة فك الرموز، اكتشاف الشعار الذي يقودكم إلى حل الأحجية.

اقترحت هبة طريقة تحسب بها بسرعة، عدد جميع الشموع اللازمة لإنارة الشمعدان خلال فترة عيد الأنوار، كما هو مبيّن في الشكل أمامكم.

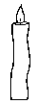


نسجّل حسب ترتيب الأيام، عدد الشموع اللازمة لكل يوم.
كل قوس يصل بين زوج من الأعداد. مجموع كل زوج منها هو 11.
ينتج لدينا أربعة أقواس كهذه، لذلك فإنّ مجموع عدد الشموع اللازمة خلال فترة عيد الأنوار هو $4 \cdot 11 = 44$.

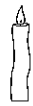
أثناء حلكم للأحجية، يمكنكم الاستعانة بطريقة هبة.

المرحلة أ

كم عدد الشموع التي تلزمنا، إن يستمر عيد الأنوار :

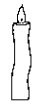


1. 10 أيام؟

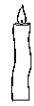


2. 12 يومًا؟

3. 17 يومًا؟



4. 100 يومًا؟

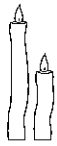


5. كم يومًا يستمر «عيد الأنوار» الذي خلاله يلزمنا 135 شمعة؟

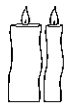
المرحلة ب

1. كم عدد الشموع التي تلزمنا، إن نُشعل في كل واحد من أيام العيد الثمانية شمعتين أكثر مما في اليوم السابق؟ (في اليوم الأول، نشعل شمعة واحدة، إضافة إلى الشمعة الخادمة التي منها نُشعل بقية شموع الشمعدان).
   - فسّروا كيف وجدتم الإجابة.

2. في حفلة عيد الأنوار، أكل 3 أولاد 6 كعكات في مدة دقيقتين.
   - كم كعكة يأكل 5 أولاد في مدة 5 دقائق، لو أكلوها بنفس الوتيرة السابقة؟ فسّروا.



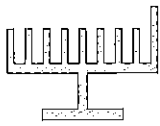
3. تضيء شمعة عيد الأنوار مدة 40 دقيقة.
   كم من الوقت تضيء شمعة أخرى مصنوعة من نفس المادة ولها ذات السُمك لكنها أطول من الشمعة الأصلية مرتين؟



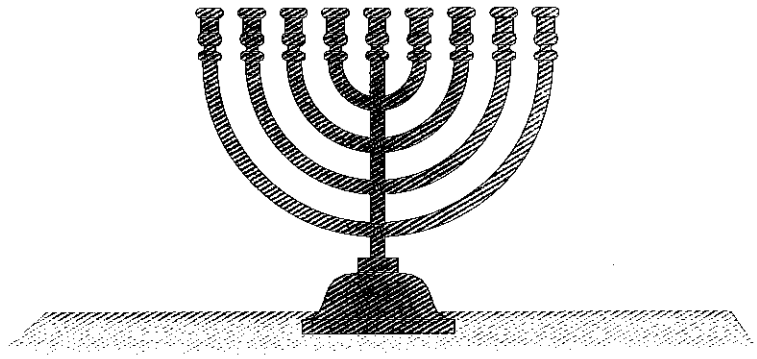
4. كم من الوقت تضيء شمعة أخرى مصنوعة من نفس المادة ولها ذات الطول، لكن قطرها أكبر مرتين من قطر الشمعة الأصلية؟
   - عللوا إجابتكم.

5. كم من الوقت تضيء شمعة مصنوعة من نفس المادة، لكن طولها وقطرها أيضاً أكبر مرتين من الشمعة الأصلية؟

6. لعائلة، شمعدان قديم مصنوع من القصب.



محيط كل قصبة 3.14 سم، والبعد بين كل قصبتين هو 2 سم.
ما هو عرض الشمعدان الذي تملكه العائلة؟



صفحة فك الرموز

اذا حللتم مرحلتي الأسئلة بشكل صحيح، يمكنكم اكتشاف الشعار الذي يقودكم إلى حل الأحجية.
الشعار مكوّن من كلمتين عبريتين.
لفك رموز الكلمة الأولى، نستعمل حلول الخمسة أسئلة من المرحلة أ وموضوع الچيمتريا (تبديل الأعداد بالحروف اللغوية الملائمة لها).
الكلمة مركبة من 5 الأحرف الآتية، لكنها ليست بهذا الترتيب.

السؤال رقم	رمز	تمرين	الحرف العبري الملائم
1	أضيفوا 25 الى عدد الشموع.		
2	اقسموا عدد الشموع على9.		
3	اقسموا عدد الشموع على 85.		
4	رقم المئات في عدد الشموع.		
5	أضيفوا 25 لعدد الأيام التي وجدتم.		

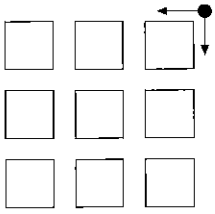
لفك رموز الكلمة الثانية، نستعمل حلول الستة أسئلة من المرحلة ب وموضوع الچيمتريا.
الكلمة مركبة من 6 الأحرف الآتية، لكنها ليست بهذا الترتيب

السؤال رقم	رمز	تمرين	الحرف العبري الملائم
1	الفرق بين رقمي عدد الشموع.		
2	اطرحوا 5 من الكعكات التي أكلها الأولاد.		
3	نصف عدد الدقائق التي تضيئها الشمعة الأطول.		
4	ربع عدد الدقائق التي تضيئها الشمعة الأسمك.		
5	اقسموا عدد الدقائق التي تضيئها الشمعة الأكبر على 32.		
6	رقم العشرات في عرض الشمعدان الذي تملكه العائلة.		

الشعار هو: _____ _____ .
الحل هو: _____ _____ .

نحـــرس الحـــي

في أحد الأحياء السكنية، 9 بنايات مرتبة على شكل مربع (3×3)، كما يظهر في الشكل.



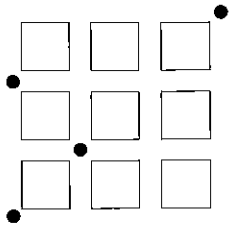
قرر السكان تنظيم حراس لهذا الحي، يحرسون كل بناية من جميع جوانبها.
كل حارس، يستطيع الحراسة على طول بناية **واحدة** في كل اتجاه.

من أجل التوفير في تكاليف الحراسة، يجب تعيين أقل عدد ممكن من الحراس.

1. إن يعينوا الحارس الأول عند الزاوية العليا اليمنى، كما يظهر في الشكل.
– أين يجب أن يعينوا الحارس الثاني، في نفس الصف؟ أشيروا الى موقعه في الشكل.

– أشيروا في الشكل الى موقع الحارس التالي.

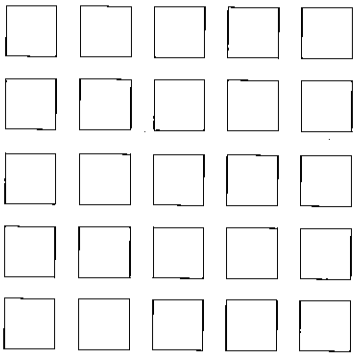
2. لقد وجدت لجنة الحي أن تعيين 8 حراس يكفي لحراسة كل الحي.
في الشكل التالي، عُيّن 4 حراس منهم.
أكملوا تعيين 4 الحراس الآخرين.



– في كم صف نُظّم الحراس؟

– كم حارسًا في كل صف؟

3. بسبب التهافت الكبير على الشقق السكنية في هذا الحي، تقرر زيادة عدد البنايات الى 25 (5×5) مع المحافظة على المبنى الرباعي للحي.



أ) عيّنوا حراسًا بحيثُ يكون عددهم أقل ما يمكن.

ب) سجلوا تعليمات للجنة الحي عن كيفية تعيين الحراس، بحيث يكون عددهم أقل ما يمكن.

جـ) كم حارسًا في كل صف؟

د) كم حارسًا عددهم جميعًا؟

4. بعد أن بيعت جميع الشقق السكنية في هذا الحي، تقرر أن يُبنى في المدينة أحياء مربعة أخرى.
- ما هو أقل عدد من الحراس الذي يلزم لحراسة حي فيه:

7×7 بنايات؟

9×9 بنايات؟

11×11 بنايات؟

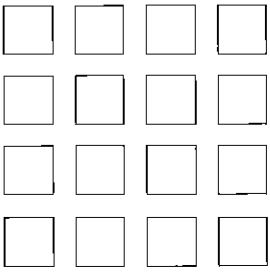
21×21 بنايات؟

للتسهيل عليكم، تجدون في نهاية الفعالية أشكالاً لعدد من الأحياء. يمكنكم تكرارها أو إضافة أشكال لأحياء أخرى، حسب الحاجة.

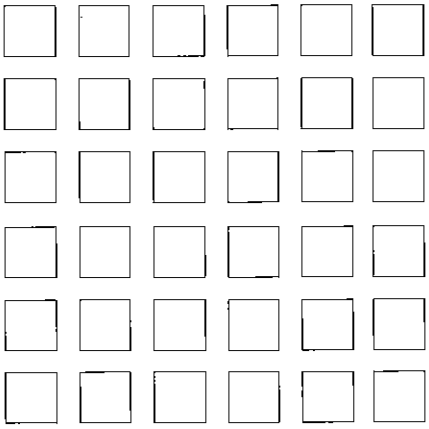
5. اقترحوا للجان الأحياء قالبًا، بمساعدته يمكنهم بسهولة، حساب عدد الحراس اللازمين لكي حي.
s – يمثل **عدد صفوف البنايات** (وعدد البنايات في كل صف) في الحي المربع.
(s عدد فردي).

في مدينة مجاورة، أرادوا تقليد فكرة بناء الأحياء المربعة. فقرروا أن تُبنى أحياء من هذا النوع في مدينتهم، ولكن عدد البنايات في كل صف يكون زوجيًا دائمًا.

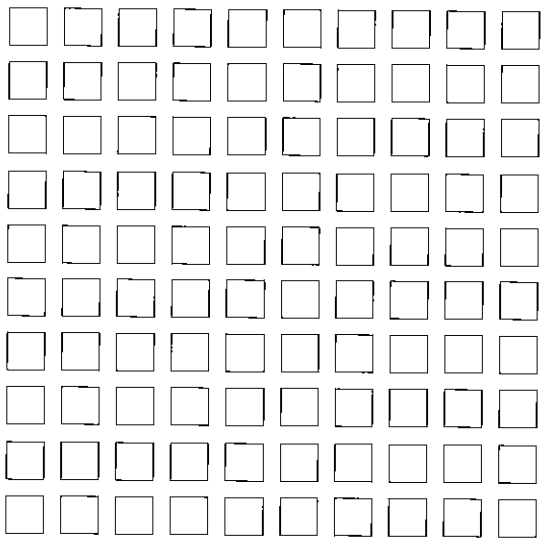
6. بينوا في الشكل، كيف يمكن تعيين الحراس في حي كهذا فيه 4×4 بنايات، بحيث يكون عددهم أقل ما يمكن.



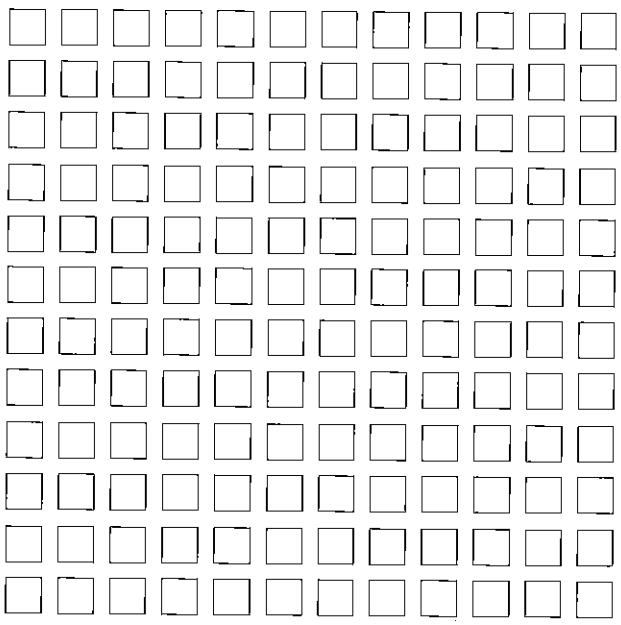
7. في البداية بنوا حيًا فيه 36 بناية (6×6).
قال كريم عضو لجنة الحي، انه يلزم 25 حارسًا على الأقل لحراسة الحي.
بينما قال مازن عضو آخر في اللجنة، انه بترتيب صحيح يكفي 24 حارسًا.
– من صدق منهما؟ بينوا اجابتكم في الشكل وفسّروا.



8. في حي آخر 10×10 بنايات.
- كم حارسًا على الأقل، يلزم لحراسة هذا الحي؟



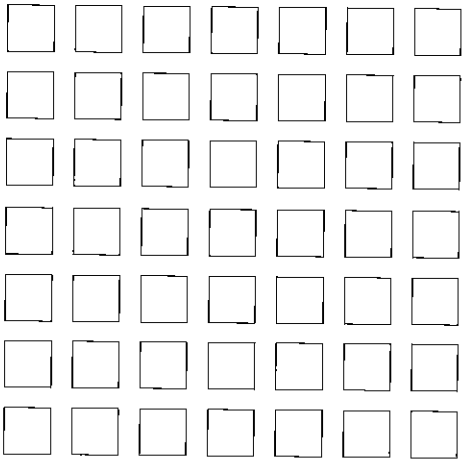
9. في حي آخر 12×12 بنايات.
- كم حارسًا على الأقل، يلزم لحراسة هذا الحي؟



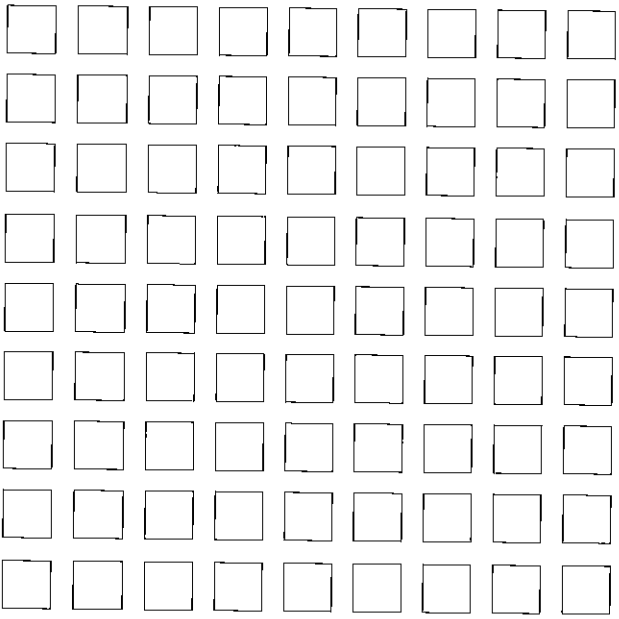
10 . اقترحوا للجان الأحياء قالبًا، بمساعدته يمكنهم بسهولة، حساب عدد الحراس اللازمين لكل حي .

p – يمثل عدد صفوف البنايات (وعدد البنايات في كل صف) في الحي المربع (p عدد زوجي) .

أحياء مربعة ذات عدد فردي من البنايات .

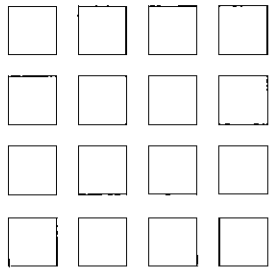


7×7

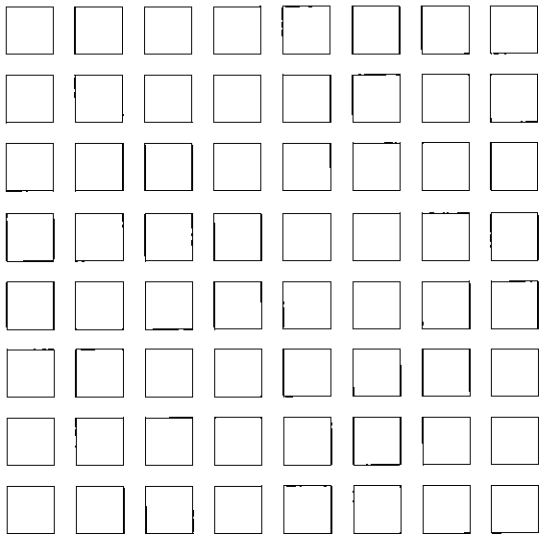


9×9

أحياء مربعة ذات عدد زوجي من البنايات .



4×4

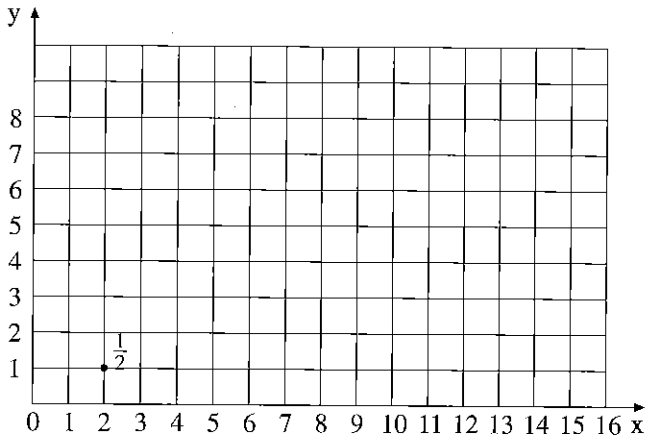


8×8

نـظرة أخــرى الى الكسـور

إحدى الطرق المدهشة لتمثيل الأعداد النسبية الموجبة هي تمثيلها كنقط شبكة، في الربع الأول في هيئة المحاور.
(نقط شبكة هي نقط في هيئة المحاور احداثياتها أعداد صحيحة).

مثلاً، الكسر $\frac{1}{2}$ يُمثل بواسطة النقطة المشددة. يعني النقطة التي **أحداثيتها** x هو **المقام** 2 **واحداثيها** y هو **البسط** 1.



1. ارسموا المستقيم الذي يمر في النقطة التي تمثل الكسر $\frac{1}{2}$ ونقطة أصل المحورين.

أ) ارسموا في الشكل 4 نقط شبكة، تقع على المستقيم الذي رسمتم.
ب) سجلوا الى جانب كل نقطة، الكسر الذي تمثله. ما هو المشترك بين كل الكسور؟

2. أ) ندعو المستقيم الناتج في البند السابق «مستقيم ألـ $\frac{1}{2}$ ».

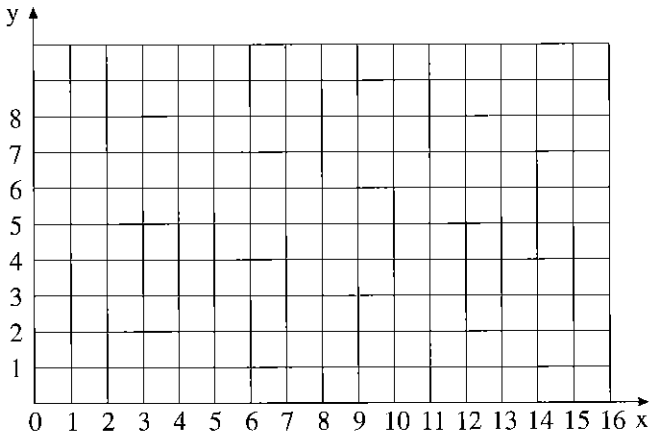
- ارسموا «مستقيم ألـ $\frac{1}{2}$ » في هيئة المحاور أمامكم.

ب) عينوا النقطة الملائمة للكسر $\frac{3}{4}$ في هيئة المحاور،

وارسموا «مستقيم ألـ $\frac{3}{4}$ ».

جـ) عينوا النقطة الملائمة للكسر $\frac{1}{5}$ في هيئة المحاور،

وارسموا «مستقيم ألـ $\frac{1}{5}$ ».



د) أين يقع «مستقيم ألـ $\frac{1}{2}$ » بالنسبة إلى «مستقيم ألـ $\frac{1}{5}$ » وبالنسبة إلى «مستقيم الـ $\frac{3}{4}$ »؟

هـ) ماذا يمكنكم القول عن العلاقة بين ميول المستقيمات الثلاثة؟

و) رتبوا الكسور $\frac{3}{4}$ ، $\frac{1}{5}$ ، $\frac{1}{2}$ حسب الكبر : ـــــ > ـــــ > ـــــ .

ز) عينوا في الشكل نقطة شبكة تقع بين «مستقيم ألـ $\frac{1}{5}$ » وَ«مستقيم الـ $\frac{3}{4}$ »،

لكنها لا تقع على «مستقيم ألـ $\frac{1}{2}$ » .

سجلوا الكسر الذي يمثل النقطة، وارسموا مستقيمًا ملائمًا له .

- هل هذا الكسر أيضًا، أكبر من $\frac{1}{5}$ وأصغر من $\frac{3}{4}$ ؟

ح) أعيدوا البند السابق بالنسبة لنقطة أخرى .

ط) حاولوا التعميم : إذا وقع «مستقيم ألـ $\frac{a}{b}$ » بين «مستقيم الـ $\frac{1}{5}$ » وَ«مستقيم ألـ $\frac{1}{2}$ »،

فإنّ الكسر $\frac{a}{b}$ يقع بين ـــــ وَـــــ . يعني ـــــ > $\frac{a}{b}$ > ـــــ .

ي) اكملوا التخمين التالي : عندما يكبر الكسر، فإنّ ميل المستقيم الملائم له في هيئة المحاور ـــــ أيضًا .

3. ماذا نستفيد حسب رأيكم، من تمثيل الكسور كنقط شبكة في هيئة المحاور؟

4. في مدرسة «رانسوم» في فلوريدا في الولايات المتحدة، وأثناء درس الرياضيات في الصف الثامن، عالج الطلاب طرقًا في إيجاد كسر يقع بين كسرين معطيين.

مثلاً، كسر يقع بين $\frac{1}{6}$ وَ $\frac{1}{5}$.

أ) قال توماس: نجد مقامًا مشتركًا للكسرين، ثم نجد بسهولة كسرًا يقع بينهما.

$\frac{1}{6} = \frac{\square}{30}$ $\quad$ $\frac{1}{5} = \frac{\square}{30}$

- وسعوا وافحصوا.
- هل حُلت المسألة؟

ب) اقترحت جانيت توسيع الكسرين الجديدين مرة أخرى.
- هل اقتراح جانيت جيد، حسب رأيكم؟ فسّروا.

جـ) قال جون: الأحسن والأضمن أن نجد دائمًا، نقطة الوسط الواقعة بين العددين المعطيين والتي يمكن حسابها بإيجاد المتوسط الحسابي لهما.

- احسبوا: $\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\right) : 2 =$
- هل النتيجة تقع بالفعل، بين الكسرين؟ فسّروا.

د) خلال كل فترة البحث، جلس طالب اسمه مك-كي وخربش في دفتره بعض الأعداد، ثم قفز فجأة وقال: «حسب رأيي، لا توجد حاجة لحسابات معقدة كي نجد كسرًا يقع بين كسرين معطيين، يكفي أن نجمع البسط الى البسط والمقام الى المقام».

- جدوا كسرًا يقع بين $\frac{1}{5}$ وَ $\frac{1}{6}$، حسب طريقة مك-كي.
- هل صدق مك-كي في هذه الحالة؟ بيّنوا كيف فحصتم.

هـ) فحص المعلم اقتراح مك-كي واتضح له أنه صدق في هذه الحالة.
أراد الطلاب مهاجمة ادعاء مك-ك، لذلك فحصوا أمثلة أخرى وأخرى.

- اختاروا أنتم أيضًا، ثلاثة أزواج كسور أخرى ثم جدوا كسرًا يقع بين كل زوج منها، حسب طريقة مك-كي.

- هل اجتازت طريقة مك-كي الاختبار، في الأمثلة التي اخترتموها؟

قال المعلم: «الطريقة الوحيدة لقبول أو نقض ادعاء مك-كي، هي فحص الحالة العامة.

يعني، هل لكل كسرين موجبين $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$

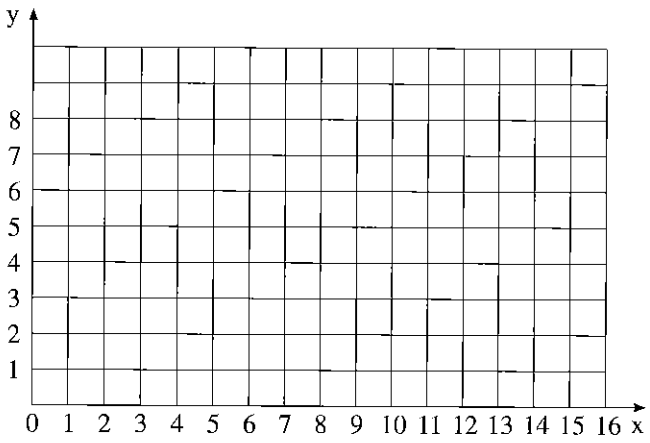
يتحقق دائمًا: $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$

برهن المعلم ادعاء مك-كي بمساعدة الجبر.

- هل يمكنكم أنتم أيضًا؟

عند متابعة الفعالية، سنقترح عليكم طريقة لبرهنة «نظرية مك-كي» بواسطة تمثيل الكسور في هيئة المحاور، كما فعلنا في بداية الفعالية.

5. أ) في هيئة المحاور أمامكم ، عيّنوا النقطة A الملائمة للكسر $\frac{1}{4}$ والنقطة C الملائمة للكسر $\frac{3}{7}$.
صلوا كل واحدة منهما بالنقطة O (نقطة أصل المحورين) .



- عيّنوا النقطة B الملائمة للكسر $\frac{1+3}{4+7}$ الناتج حسب طريقة مك -كي، ثم صلوها بخط أحمر مع نقطة أصل المحورين .

- أين يقع المستقيم الملائم لـ $\frac{1+3}{4+7}$ بالنسبة للمستقيمين $\frac{1}{4}$ و $\frac{3}{7}$ ؟

- رتبوا الكسور التي تمثلها المستقيمات الثلاثة، حسب الكبر .
___ < ___ < ___ .

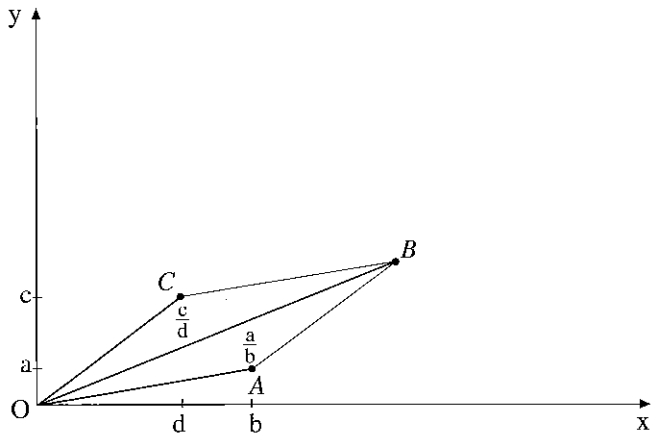
ب) صلوا بخط مستقيم، النقطتين A وَ B وكذلك النقطتين C وَ B .
- يظهر أن ميل القطعة BC مساوٍ لميل القطعة OA . فسّروا لماذا .

- ماذا يمكنكم القول عن ميل القطعة BA ؟ فسّروا .

- ماذا يمكنكم القول عن الشكل الرباعي OABC؟ برهنوا .

- ماذا يمكنكم القول عن OB في الشكل الرباعي OABC ؟
ما العلاقة مع طريقة مك-كي؟

6. في الشكل أمامكم، النقطة A تمثل الكسر $\frac{a}{b}$ والنقطة C تمثل الكسر $\frac{c}{d}$.
صلوا بخط مستقيم، كل نقطة منهما بنقطة أصل المحورين O .



- أي الكسرين أكبر؟ عللوا .

صلوا النقطة B الملائمة للكسر $\frac{a + c}{b + d}$ بنقطة أصل المحورين O .

- ماذا يمكنكم القول عن الكسر $\frac{a + c}{b + d}$ بالنسبة للكسرين $\frac{a}{b}$ وَ $\frac{c}{d}$ ؟ عللوا .

7. حاولوا المصادقة على ادعاء مك-كي، بمساعدة نتائج التمرين 5 .

بكم طـريـق؟

جلس يوسف أثناء الدرس، مقابل جدول Excel وأصابه ملل شديد.
كي يتسلى ويروح عن نفسه، قرر يوسف أن يحسب بكم طريق مختلف، يستطع الوصول من خانة إلى أخرى، إن يتقدم من خانة الى أخرى فقط بواسطة المفتاحين للانتقال نحو اليمين → أو الانتقال الى أسفل↓. سجل يوسف في كل خانة، عدد الطرق المختلفة التي منها يمكنه الوصول الى الخانة، إن يخرج من الخانة A1 (المشار اليها بـ *) دائمًا.

	A	B	C	D
1	*	1	1	
2	1	2	3	
3	1	3	6	
4				

1. ارسموا بألوان مختلفة، الطرق الثلاثة التي توصله من الخانة A1 الى الخانة C2.

2. ساعدوا يوسف في اتمام الجدول.
   أ) سجلوا العدد 1 في الخانات التي يمكن الوصول اليها بطريق واحد فقط.

   ب) بكم طريق يمكن الوصول الى الخانة D2؟
   – اكملوا الجدول وفسروا كيف فعلتم ذلك.

   جـ) بكم طريق يمكن الوصول الى الخانة D3؟
   – اكملوا الجدول وفسّروا كيف فعلتم ذلك.

   د) بنفس الطريقة، اكملوا الخانات الفارغة المتبقية.

3. فسّروا كيف يمكن حساب عدد الطرق التي توصل الى كل خانة، في جدول يوسف.

4. استعينوا بطريقة الحساب التي اكتشفتم ، وابنوا جدولاً في الحاسوب كما فعل يوسف .

5. بنى داود جدولاً في الحاسوب كما فعل يوسف ، وسجل خواص مدهشة اكتشفها .
- افحصوا أيًا من الخواص التي سجلها داود صحيحة وأيها غير صحيح .
عللو اجابتكم .

أ) في السطر 2 وفي العمود B ، كل الأعداد الطبيعية بدءًا من 1 مسجلة حسب الترتيب .

ب) كل الأعداد في السطر 5 وفي العمود E ، عدا الأول ، تنقسم على 5 .

جـ) كل الأعداد في السطر 7 وفي العمود G ، عدا الأول ، تنقسم على 7 .

د) في الجدول يوجد تماثل .

هـ) كل عدد في الجدول يظهر مرتين على الأقل .

6. أ) من الخانة A1 الى الخانة B2 يمكن الوصول بطريقين . هذه هي الخانة الوحيدة في الجدول ، التي يمكن الوصول اليها بطريقين . لماذا؟

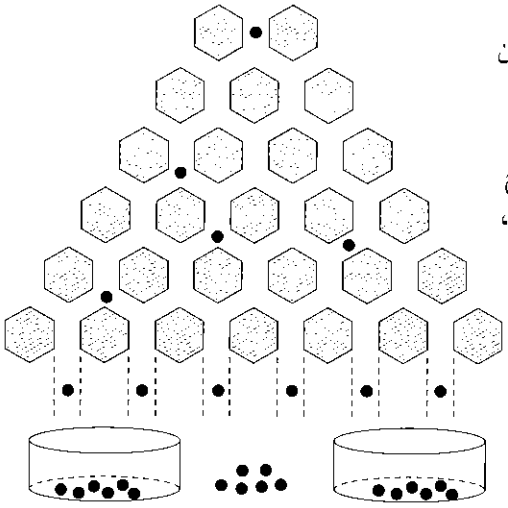
ب) بكم طريق يمكن الوصول من الخانة A1 الى الخانة E5؟

- هل حسب رأيكم ، توجد خانات أخرى يمكن الوصول اليها أيضًا بهذا العدد من الطرق؟ اذا كان نعم – كم خانة؟ عللوا اجابتكم .

جـ) هل يمكن الوصول من A1 إلى **أربع** خانات مختلفة أخرى **بالضبط** ، بنفس عدد الطرق؟
– فسّروا .

د) هل يمكن الوصول من A1 الى **أكثر** من أربع خانات ، بنفس عدد الطرق؟
اذا كان نعم– اعطوا مثالاً . واذا لا – فسّروا .

لعبة حظ؟

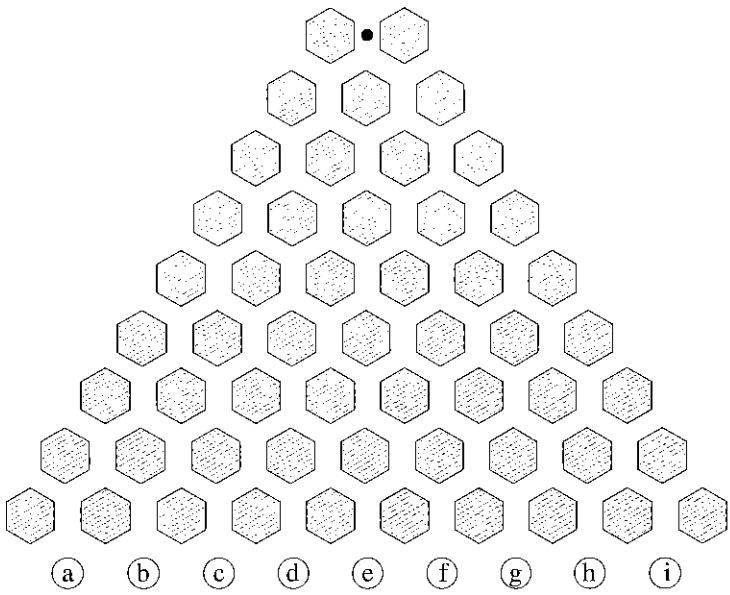


7. في لعبة الحظ التي أمامنا ستة أسطر من المسدسات تكوّن متاهة.
نُدخل كرات من الفتحة العليا.
من كل كرة تسقط في الوعائين، نربح نقطة. ومن كل كرة تسقط خارجهما، نخسر نقطة.

أ) هل نظام اللعبة عادل؟
- اذا كان نعم، فسّروا.
- واذا لا، اقترحوا طريقة تجعل نظام اللعبة أكثر عدلاً.

ب) سجلوا على الشكل عند كل مفترق، عدد الطرق التي يمكن للكرة الوصول اليه.
- ما هي العلاقة بين «لعبة الحظ» وَ«جدول يوسف»؟

8. لعبة الحظ التي في الشكل، مكوّنة من 9 أسطر من المسدسات.
تمر الكرة في طريقها من الفتحة العليا حتى الفتحة السفلى، في 8 مفترقات.



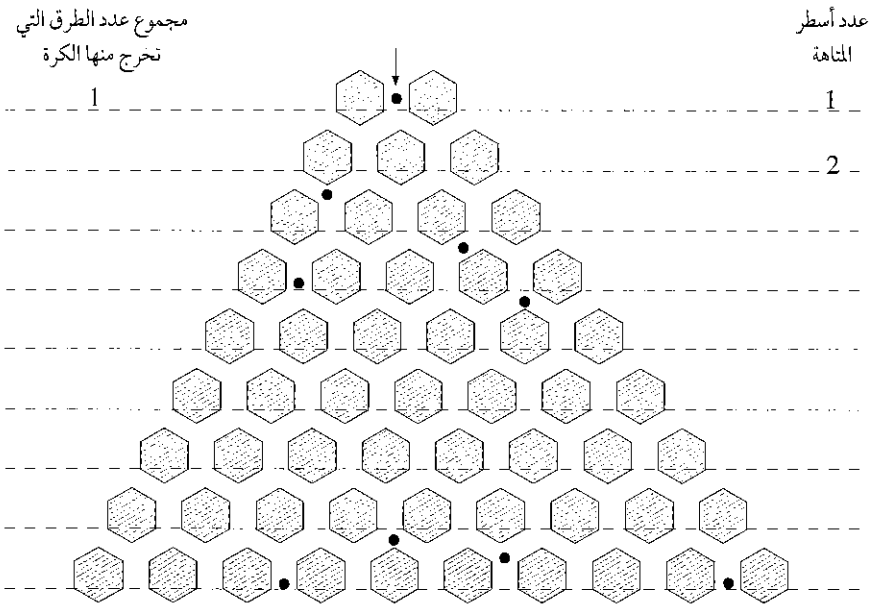
أ) ما هو الاحتمال، أن تخرج الكرة من الفتحة a؟

ب) ما هو الاحتمال، أن تخرج الكرة من الفتحة e؟

جـ) إن نُدخل إلى المتاهة 1000 كرة، كم عدد الكرات بالتقريب التي تتوقعون خروجها من الفتحة a؟ وكم من الفتحة e ؟

9. في متاهة مكوّنة من سطر واحد من المسدسات ، يمكن أن تخرج الكرة من طريق واحد .
في متاهة مكوّنة من سطرين من المسدسات ، يمكن أن تخرج الكرة من طريقين .
في متاهة مكوّنة من 3 أسطر من المسدسات ، يمكن أن تخرج الكرة من 4 طرق .
وهكذا . . .

أ) اكملوا ما يأتي :

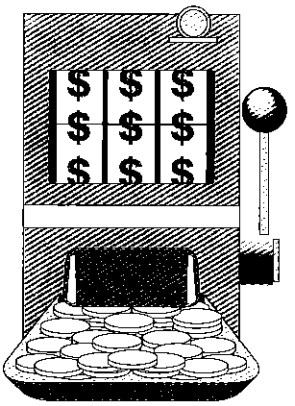


ب) ماذا يحدث **لعدد الطرق** التي تخرج منها الكرة في كل مرة ، عند إضافة سطر من المسدسات الى المتاهة؟ فسّروا لماذا .

جـ) في متاهة n أسطر من المسدسات .
سجلوا قالبًا يبيّن مجموع كل الطرق التي يمكن أن تخرج منها الكرة .

10 . كم سطرًا يكون في متاهة للعبة حظ ، اذا كان احتمال خروج الكرة من الفتحة عند الطرف الأيسر مساويًا $\frac{1}{64}$ ؟

– فسّروا كيف وجدتم الحل .



مثلث باسكال

السطر 0						1						
السطر 1					1		1					
السطر 2				1		2		1				
السطر 3			1		3		3		1			
السطر 4		1		4		6		4		1		
السطر 5	1		5		10		10		5		1	
السطر 6		1		6		15		20		15		6		1
السطر 7	1		7		21		35		35		21		7		1
السطر 8															
السطر 9															

1. أكملوا السطرين 8 وَ 9 في المثلث.

2. سجلوا على الأقل **ثلاث** خواص، مدهشة في هذا المثلث.

3. **هل صادفتم هذه الأعداد سابقًا؟ أين؟**

بمساعدة البنود التالية، ستكشفون خواص مدهشة أخرى لمثلث باسكال .

4. جدوا مجاميع الأعداد في كل سطر من مثلث باسكال وسجلوها في الجدول .

رقم السطر	0	1	2	3	4	5	6	7	...	100	...	n
مجموع الأعداد	1	2										

5. ما هي النسبة بين مجموعي الأعداد في كل سطرين متجاورين في مثلث باسكال؟
فسّروا لماذا تنحق هذه النسبة .

6. اجمعوا **جميع** الأعداد في مثلث باسكال ، في جميع السطور . . .
مثال ،
حتى السطر 1 مجموع الأعداد 3 وبكتابة القوى $1 - 2^2$

2	_____	_____
3	_____	_____
4	_____	_____
5	_____	_____
6	_____	_____
.		
.		
.		
10		_____
.		
.		
.		
n		_____

7. في السطر 2 – كل الأعداد (ما عدا 1) تنقسم على 2.
في السطر 3 – كل الأعداد (ما عدا 1) تنقسم على 3.
في السطر 5 – كل الأعداد (ما عدا 1) تنقسم على 5.
حاولوا أن تجدوا تخمينًا بخصوص قابلية قسمة الأعداد في مثلث باسكال.

8. أحيطوا بدائرة، جميع الأعداد الفردية في مثلث باسكال الآتي:

سطر 0	1
سطر 1	1 1
سطر 2	1 2 1
	1 3 3 1
	1 4 6 4 1
	1 5 10 10 5 1
	1 6 15 20 15 6 1
	1 7 21 35 35 21 7 1
	1 8 28 56 70 56 28 8 1
	1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
	1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1
	1 11 55 165 330 462 462 330 165 55 11 1
	1 12 66 220 495 792 924 792 495 220 66 12 1
	1 13 78 286 715 1287 1716 1716 1287 715 286 78 13 1
	1 14 91 364 1001 2002 3003 3432 3003 2002 1001 364 91 14 1
	1 15 105 455 1365 3003 5005 6435 6435 5005 3003 1365 455 105 15 1

9. أ) جدوا 4 أسطر في المثلث تحوي أعدادًا فردية **فقط**.

ب) معلوم أيضًا أن في السطر 31. توجد أعداد فردية فقط.
أحيطوا بدائرة، الأسطر التي تحوي أعدادًا فردية فقط.

سطر 16	سطر 21	سطر 60	سطر 63	سطر 64
سطر 99	سطر 120	سطر 127	سطر 128	سطر 131

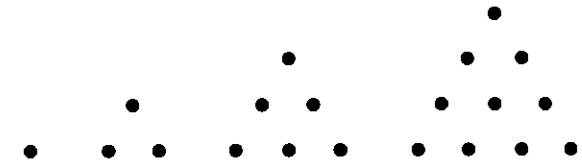
جـ) كم عددًا فرديًا يحوي السطر 255 ؟

10. من كان باسكال الذي على اسمه دُعي مثلث الأعداد الذي عالجتموه في الفعالية؟
عن ذلك، يمكنكم أن تقرأوا في المصادر التالية:

- في الموسوعة العبرية، مجلد 27 عن باسكال بليز.
- في كتاب رياضيات من اصدار تايم لايف، عن باسكال.
- في الانترنت تحت عنوان /http://www.history/mcs.st-andrews.as.uk/history : Mathematicians/Pascal/html

الأعداد المثلثة والمجسمات الرباعية

1. أمامكم مثلثات نقط. أعداد النقط في كل مثلث في المتوالية، تدعى **الأعداد المثلثة**.



الأول الثاني الثالث الرابع الخامس

أ) ارسموا العدد المثلث الخامس.

ب) فسّروا كيف يمكن رسم العدد المثلث الـ 11، إذا اعطيتم رسم العدد المثلث ألـ 10؟

جـ) فسّروا كيف يمكن رسم العدد المثلث ألـ n، اذا أُعطيتم رسم العدد المثلث ألـ (n - 1) ؟

د) سجلوا ثمانية **الأعداد المثلثة** الأولى.

____ ، ____ ، ____ ، ____ ، ____ ، ____ ، ____ ، ____

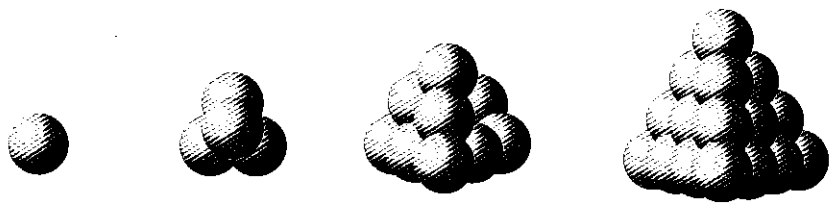
هـ) جدوا العدد المثلث أل20 .

لفحص اجابتكم، يمكنكم الاستعانة بجدول Excel.

و) سجلوا قالبًا يمثل العدد المثلث أل n .

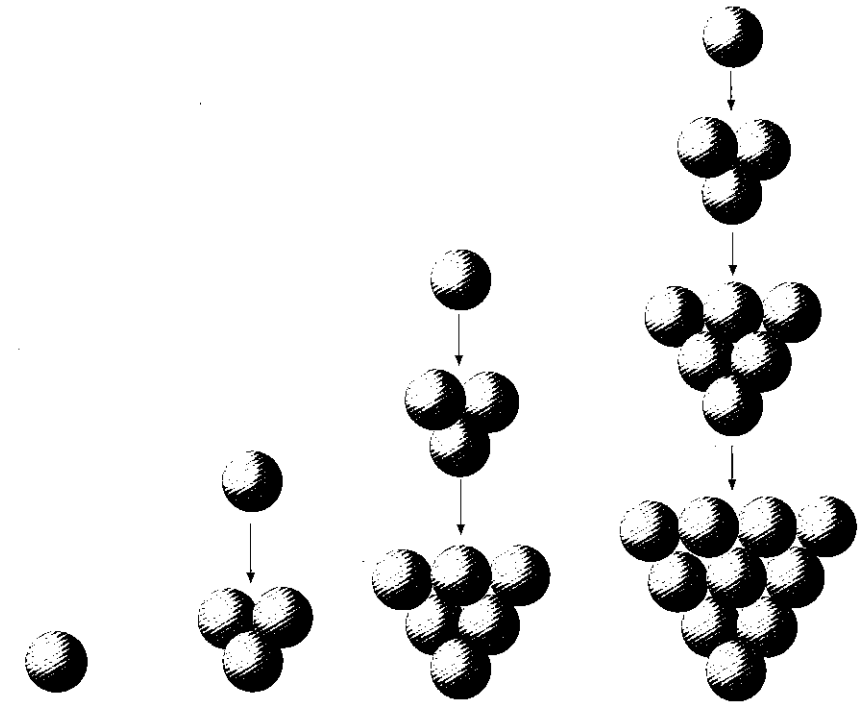
لفحص اجابتكم، يمكنكم الاستعانة بجدول Excel.

2 . أمامكم متوالية أبراج من الكرات .
البرج الذي سطوحه الأربعة هي مثلثات متساوية الأضلاع (القاعدة هي السطح الرابع)، يُدعى مجسمًا رباعيًا (تترا - إيدر) .



البرج الرابع البرج الثالث البرج الثاني البرج الأول

في الشكل التالي، يمكنكم مشاهدة مراحل بناء طبقات المجسم الرباعي .



أعداد الكرات في هذه الأبراج تبيّن متوالية الأعداد **المجسمة الرباعية**.

أ) ما هي العلاقة بين الأعداد المثلثة والأعداد **المجسمة الرباعية**؟

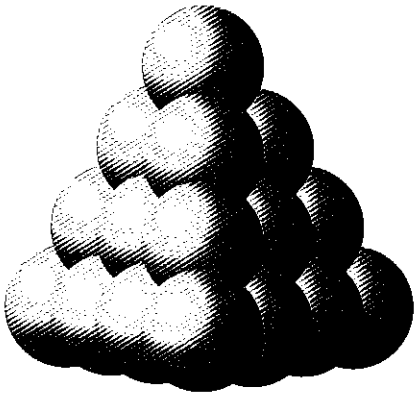
ب) فسّروا كيف يمكن رسم المجسم الرباعي ألـ 11، اذا أعطيتم رسم العدد المجسم الرباعي ألـ 10؟

جـ) سجلوا ستة الأعداد **المجسمة الرباعية** الأولى:

____ , ____ , ____ , ____ , ____ , ____

3. أ) فتشوا في مثلث باسكال عن متوالية **الأعداد المثلثة**، وحالوا تفسير موقعها في المثلث. (انظروا مثلث باسكال في الصفحة التالية).

ب) فتشوا في مثلث باسكال عن الأعداد **المجسمة الرباعية**، وحاولوا تفسير موقعها في المثلث.



مثلث باسکال

سطر0 1

سطر1 1 1

سطر2 1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

1 6 15 20 15 6 1

1 7 21 35 35 21 7 1

1 8 28 56 70 56 28 8 1

1 9 36 84 126 126 84 36 9 1

1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1

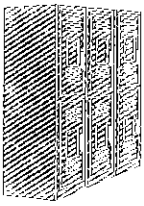
1 11 55 165 330 462 462 330 165 55 11 1

1 12 66 220 495 792 924 792 495 220 66 12 1

1 13 78 286 715 1287 1716 1716 1287 715 286 78 13 1

1 14 91 364 1001 2002 3003 3432 3003 2002 1001 364 91 14 1

1 15 105 455 1365 3003 5005 6435 6435 5005 3003 1365 455 105 15 1



مفتــوح أو مغـلـق؟

الجزء الأول :

يتعلم في احدى المدارس 300 طالبًا . خُصص لكل واحد منهم صندوق خاص .
الصناديق مرقمة حسب ترتيب الأعداد من 1 حتى 300 .
في نهاية السنة الدراسية، قرر الطلاب تنفيذ العملية الآتية .
عند انتهاء عطلة الظهيرة ، يدخل الطلاب إلى بناية المدرسة واحدًا تلو الآخر .
الطالب الأول يفتح جميع الصناديق .
الطالب الثاني يغلق جميع الصناديق ذات الرقم الزوجي .
الثالث يغير وضع كل صندوق رقمه يقسم على 3 : اذا كان مفتوحًا يغلقه واذا كان مغلقًا يفتحه .
الرابع يغير وضع كل صندوق يقسم على 4، المفتوح يغلقه والمغلق يفتحه .
بنفس الطريقة ، يغير الطالب ألـ n . وضع كل صندوق رقمه يقسم على n .

– هل يمكنكم التخمين ، أي الصناديق تبقى مفتوحة في نهاية العملية؟

1 . أ) عندما يدخل الطالب العاشر الى بناية المدرسة، أي الصناديق «يعالج»؟

ب) أي من الصناديق 1 – 10 يكون مفتوحًا بعد دخول الطالب العاشر و«معالجة» الصناديق؟
(يمكنكم الاستعانة بالجدول في الصفحة التالية) .

صندوق رقم / طالب رقم	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	ف	ف	ف	ف	ف	ف	ف	ف	ف	ف	ف	ف	ف	ف	ف	ف	ف
2		غ		غ		غ		غ		غ		غ		غ		غ	
3			غ			ف			غ			ف			غ		
4																	
5																	
6																	
7																	
8																	
9																	
10																	
11																	
12																	
13																	
14																	
15																	
16																	
17																	

جـ) أي من الصناديق 1 – 20 يكون مفتوحًا، بعد دخول الطالب ألـ 20 «ومعالجة» الصناديق؟

د) هل حسب رأيكم، تبقى هذه الصناديق مفتوحة أيضًا في نهاية العملية. لماذا؟

هـ) خمنوا، أي الصناديق تكون مفتوحة في نهاية العملية؟

2. كي تفحصوا تخمينكم، حاولوا الإجابة عن الأسئلة الآتية.

أ) كم طالبًا «يعالج» الصندوق رقم 8 أثناء سير العملية؟ لماذا؟

ب) هل الصندوق رقم 8 يكون مفتوحًا أو مغلقًا، في نهاية العملية؟

جـ) كيف يمكن تحديد عدد المرات التي «يُعالج» فيها صندوق معيّن؟

د) بيّنوا بالنسبة لكل واحد من الصناديق الآتية، هل يكون مفتوحًا أو مغلقًا في نهاية العملية:

الصندوق مرّ بأربعة «علاجات».
الصندوق مرّ بخمسة «علاجات».
الصندوق مرّ بستة «علاجات».
الصندوق مرّ بسبعة «علاجات».
الصندوق مرّ بخمسة عشر «علاجًا».
الصندوق مرّ بثمانية عشر «علاجاً».

- جدوا خاصة مشتركة لكل الصناديق التي قررتم هنا، أنها ستبقى مفتوحة في نهاية العملية.

هـ) فسّروا كيف يمكن القرار، حسب عدد العلاجات التي يمر بها الصندوق، هل سيكون مفتوحًا أو مغلقًا في نهاية العملية.

و) أحيطوا بدائرة أرقام الصناديق التي تبقى مفتوحة:

8 , 9 , 15 , 16 , 17 , 21 , 25 , 32 ,

36 , 54 , 64 , 71 , 81 , 100 , 121 , 125

- جدوا خاصة مشتركة لكل أرقام الصناديق التي قررتم هنا، أنها ستبقى مفتوحة.

ز) أية صناديق ستكون مفتوحة في نهاية العملية؟ صادقوا على إجابتكم.

الجزء الثاني : كم عدد القواسم؟

أثناء الفعالية، وجدتم أن الحل مرتبط بعدد قواسم رقم الصندوق. بعضكم وجد أن الحل مرتبط بزوجية أو فردية رقم الصندوق.
بهذه المناسبة حيث نعالج عدد القواسم، نحاول إيجاد طريقة سريعة لحساب عدد قواسم كل عدد، بواسطة المراحل التالية:

3. أ) أكملوا الجدول.

العدد	تمثيل العدد كحاصل ضرب عوامله الأولية بكتابة اقوى	القواسم المختلفة	عدد القواسم
8	2^3	1 , 2 , 4 , 8	4
9			3
16			
27			
25			
32			

ب) هل تظهر علاقة بين عدد القواسم لعدد ما وبين قوى عوامله الأولية؟

جـ) اكملوا الجدول الآتي:

العدد	تمثيل العدد كحاصل ضرب عوامله الأولية بكتابة اقوى	القواسم المختلفة	عدد القواسم
15	$3^1.5^1$	1 , 3 , 5 , 15	4
36	$2^2.3^2$	1 , 2 ,3 , 4 , 6 , 9 , 12 , 18 , 36	9
20			
37			
40			

د) هل العلاقة التي وجدتموها سابقًا، حُفظت؟
- اذا كان لا، اعطوا مثالاً مضادًا.
- واذا نعم، فسروا.

4. قالت دينا: عندي طريقة لإيجاد القواسم المختلفة لكل عدد.
أنا أسجله كحاصل ضرب عوامله الأولية. مثلاً $24 = 2^3 \cdot 3^1$،
2^3 يقسم على $2^3, 2^2, 2^1$، وأيضًا على 2^0.
3^1 يقسم على 3^1 وأيضًا على 3^0.
كل واحد من هذه القواسم هو قاسم للعدد 24، وكل مجموعة منها هو أيضًا قاسم للعدد 24.
لذلك، كي أحصل على كل مجموعة ممكنة فإني أبني جدولاً، في السطر الخارجي أسجل حسب الترتيب، جميع قوى العامل الأول. وفي العمود الخارجي أسجل جميع قوى العامل الثاني.
أضرب كل عامل في العمود في كل عامل في السطر، فأحصل بداخل الجدول، على جميع قواسم العدد 24.
عدد الأعمدة 2 وعدد الأسطر 4.
لذلك، للعدد 24 يوجد 8 قواسم مختلفة.

	3^0	3^1
2^0	1	3
2^1	2	6
2^2	4	12
2^3	8	24

- فسروا العلاقة بين عدد الأسطر وعدد الأعمدة في جدول دينا، وبين أسس القوى.
كيف منها، يمكن تحديد عدد القواسم؟

تابعت دينا وقالت:
اذا كان للعدد ثلاثة عوامل أولية، مثلاً $30 = 2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^1$،
فإنني أبني الجدول على مرحلتين:

مرحلة أ

	3^0	3^1
2^0	1	3
2^1	2	6

مرحلة ب

	5^0	5^1
1	1	5
2	2	10
3	3	15
6	6	30

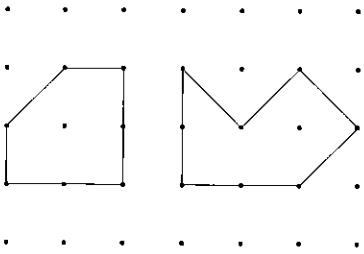
لذلك، للعدد 30 يوجد ثمانية قواسم مختلفة.

5. سجلوا طريقة سريعة لحساب عدد القواسم المختلفة لكل عدد.
نفرض أن تمثيل العدد كحاصل ضرب عوامله الأولية هو $p^n \cdot q^m \cdot t^k$.

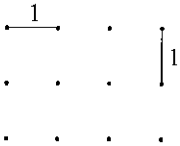
6. هل بإمكانكم الآن، التفسير لماذا يكون لعددٍ مربع عددٌ فردي من القواسم؟

نقط ومساحات I

في هذه الفعالية، سنحسب مساحات مضلعات مرسومة على صفحة منقطة.
كل رأس من رؤوس المضلع يقع على إحدى النقط في الصفحة.
النقطة على الصفحة تدعى **نقطة شبكة**.

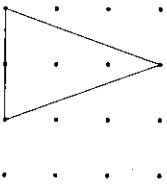


وحدة الطول على الصفحة هي البعد بين نقطتين متجاورتين، أفقيًا أو عموديًا.



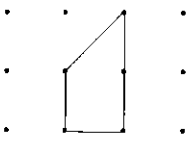
وحدة مساحة على الصفحة هي مربع 1×1.

للمضلع الذي في الشكل أمامكم، 6 نقط شبكة.
4 نقط شبكة محيطية (نقط على المحيط)
ونقطتا شبكة داخليتان (نقط داخل المضلع).
مساحته 3 وحدات مساحة.

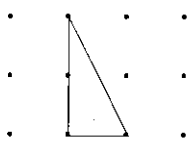


لكل واحد من المضلعات الآتية توجد نقط شبكة على المحيط،
ولكن **لا توجد له نقط شبكة داخلية**.
هيا نبحث العلاقة بين عدد **نقط الشبكة المحيطية** لكل مضلع (النقط الواقعة على محيط المضلع) وبين مساحته.

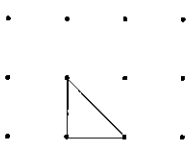
1. أ) احسبوا مساحة كل مضلع مما يأتي واكملوا الجدول.



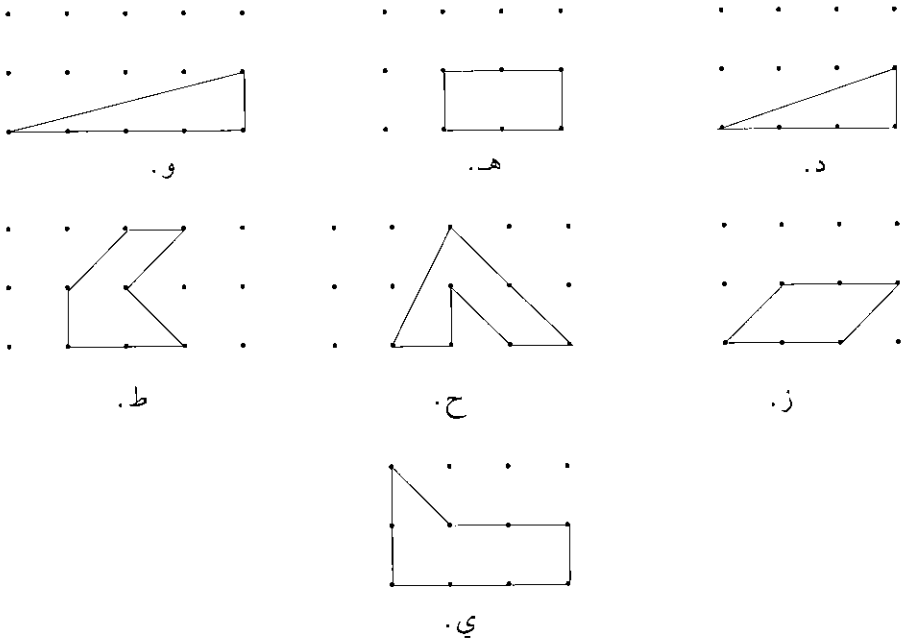
جـ.



ب.



أ.



المضلع	عدد نقط الشبكة في داخل المضلع	عدد نقط الشبكة على محيط المضلع	مساحة المضلع بوحدات مساحة
أ.	0	3	$\frac{1}{2}$
ب.	0	4	1
ج.	0	5	
د.	0		
هـ.	0		
و.	0		
ز.	0		
ح.	0		
ط.	0		
ي.	0		

ب) هل تظهر قانونية معينة
فيما سجلتم في الجدول؟
- اذا كان نعم، سجلوا ما هي.
- وإذا لا، حاولوا اكتشافها بمساعدة البند التالي.

نفحص تخميناتكم، يمكنكم الاستعانة بجدول Excel

جـ) ارسموا ثلاثة مضلعات **ليس** لهانقط شبكة داخلية، بحيث يكون لكل واحد منها 6 نقط شبكة محيطية واحسبوا مساحتها.
(في نهاية الفعالية، تجدون أوراقًا اضافية للرسم.)

هل اكتشفتم العلاقة بين عدد نقط الشبكة المحيطية للمضلع، وبين مساحته؟

- اذا كان نعم، سجلوها وصادقوا عليها بواسطة ما سجلتم في الجدول.

- واذا لا، ارسموا مضلعات ذات 7 نقط شبكة محيطية، وليس لها نقط شبكة داخلية. الآن، حاولوا اكتشاف العلاقة بين عدد نقط الشبكة المحيطية وبين مساحة المضلع.

2. احسبوا بمساعدة العلاقة التي وجدتم، مساحات مضلعات ليس لها **نقط شبكة داخلية**، اذا كانت ذات:
   أ) 10 نقط شبكة محيطية.
   ب) 45 نقطة شبكة محيطية.
   جـ) 100 نقطة شبكة محيطية.

3. ارسموا مضلعات ليس لها نقط شبكة داخلية، بحيث تكون لها المساحات الآتية :

أ) مساحة المضلع وحدتا مساحة .

عدد نقط الشبكة المحيطية : ____

ب) مساحة المضلع $2\frac{1}{2}$ وحدة مساحة .

عدد نقط الشبكة المحيطية : ____

جـ) مساحة المضلع 3 وحدات مساحة .

عدد نقط الشبكة المحيطية : ____

د) مساحة المضلع $3\frac{1}{2}$ وحدات مساحة .

عدد نقط الشبكة المحيطية : ____

هـ) مساحة المضلع 4 وحدات مساحة .

عدد نقط الشبكة المحيطية : ____

و) مساحة المضلع $4\frac{1}{2}$ وحدات مساحة .

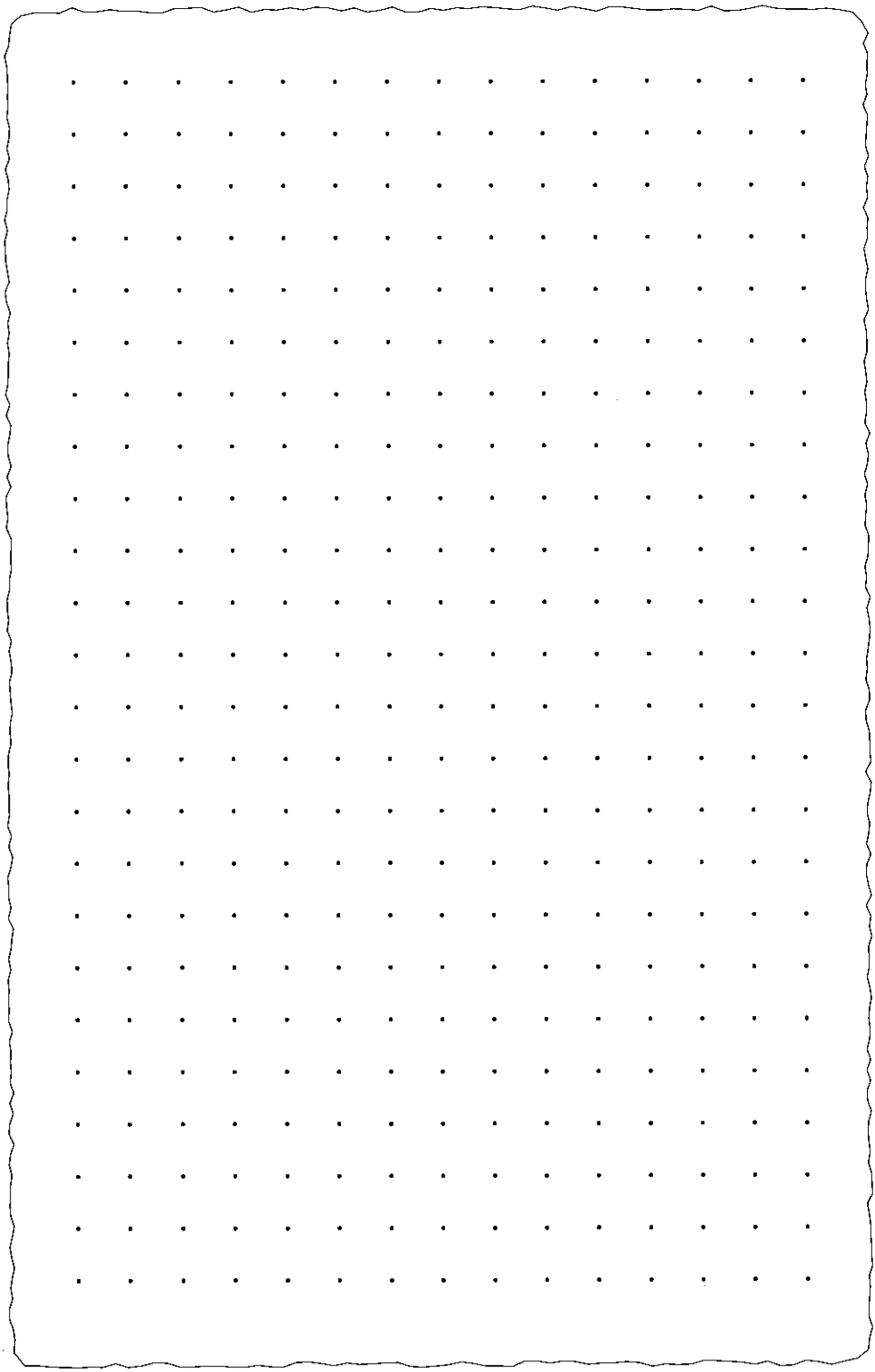
عدد نقط الشبكة المحيطية : ____

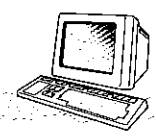
4. مساحة المثلث في الشكل هي $\frac{1}{2}$ وحدة مساحة.

أ) ارسموا مثلثات أخرى، مساحة كل واحد منها $\frac{1}{2}$ وحدة مساحة.

ب) جدوا خاصة مشتركة لكل المثلثات التي رسمتم.

المثلث الذي ليس له نقط شبكة عدا رؤوسه، يُدعى **مثلثًا أساسيًا**.





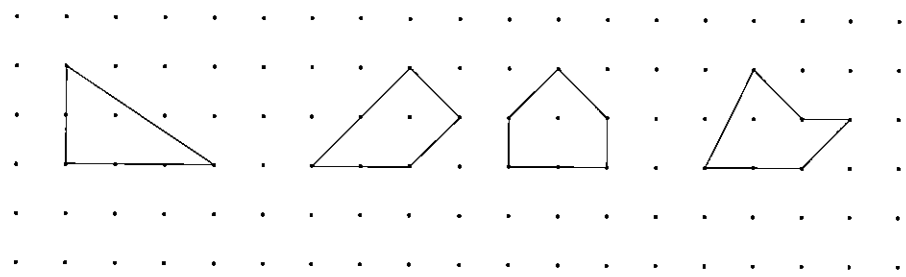
نقط ومساحات II

لقد وجدنا في الفعالية السابقة، أنه يمكن حساب مساحة مضلع **ليس له نقط شبكة داخلية**، بمساعدة عدد نقط الشبكة المحيطية فيه، بالطريقة التالية :

$$\text{مساحة المضلع} = 1 - \frac{\text{عدد نقط الشبكة المحيطية}}{2}$$

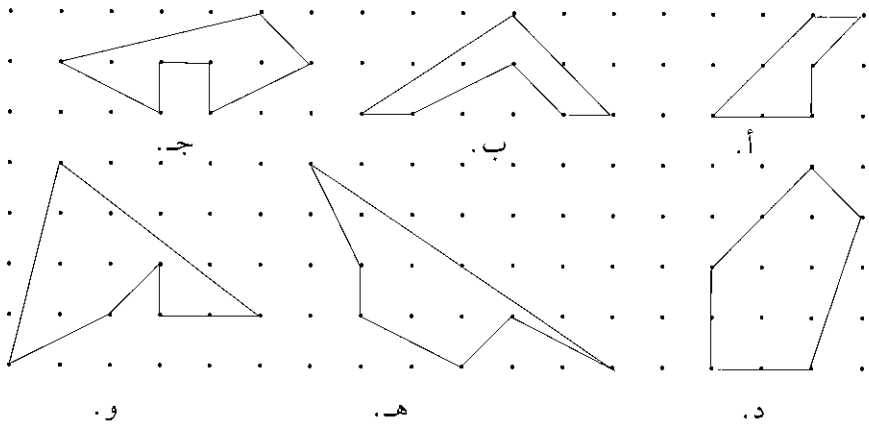
في هذه الفعالية، سوف نستمر في بحث العلاقات بين عدد نقط الشبكة للمضلعات المرسومة على صفحة منقطة، وبين مساحاتها.
هذه المرة، سنبحث في مساحات مضلعات لها **نقط شبكة داخلية** أيضاً. (نقط داخل المضلع).

1. جدوا وسجلوا مساحات المضلعات الآتية :



- ما المشترك بين كل هذه المضلعات؟

2. لجميع المضلعات التي في الشكل، توجد 7 نقط شبكة محيطية.
احسبوا مساحاتها واكملوا الجدول.



المضلع	عدد نقط الشبكة الداخلية (i)	عدد نقط الشبكة المحيطية (b)	مساحة المضلع بوحدات مساحة
أ.		7	
ب.		7	
ج.		7	
د.		7	
هـ.		7	
و.		7	

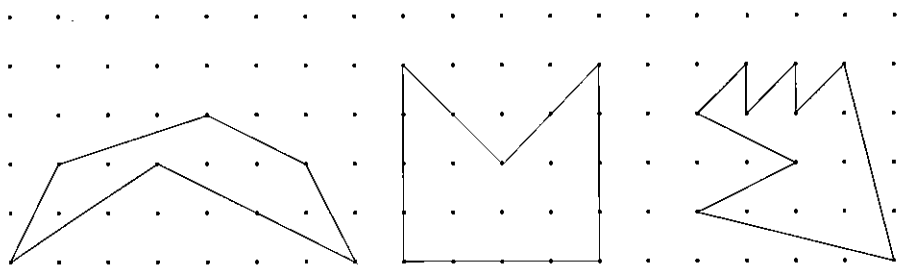
3. اعتمادًا على ما سجلتم في الجدول،

أ) كيف تتغير مساحة المضلع مع ازدياد عدد **نقط الشبكة الداخلية** وبقاء عدد نقط الشبكة المحيطية ثابتًا؟

ب) هل تظهر قانونية معينة بين عدد نقط الشبكة المحيطية والداخلية لمضلع وبين مساحته؟

- اذا كان نعم، سجلوها وافحصوها في المسألة التالية.
- واذا لا، حاولوا مرة أخرى بعد المسألة التالية.

4. لجميع المضلعات التي في الشكل، توجد 5 نقط شبكة داخلية.



أ) احسبوا مساحاتها وسجلوا في الجدول.

المضلع	عدد نقط الشبكة الداخلية (i)	عدد نقط الشبكة المحيطية (b)	مساحة المضلع بوحدات مساحة
أ.			
ب.			
ج.			

ب) حاولوا اكتشاف العلاقة بين عدد النقط المحيطية والنقط الداخلية ومساحة المضلع.
- سجلوها.

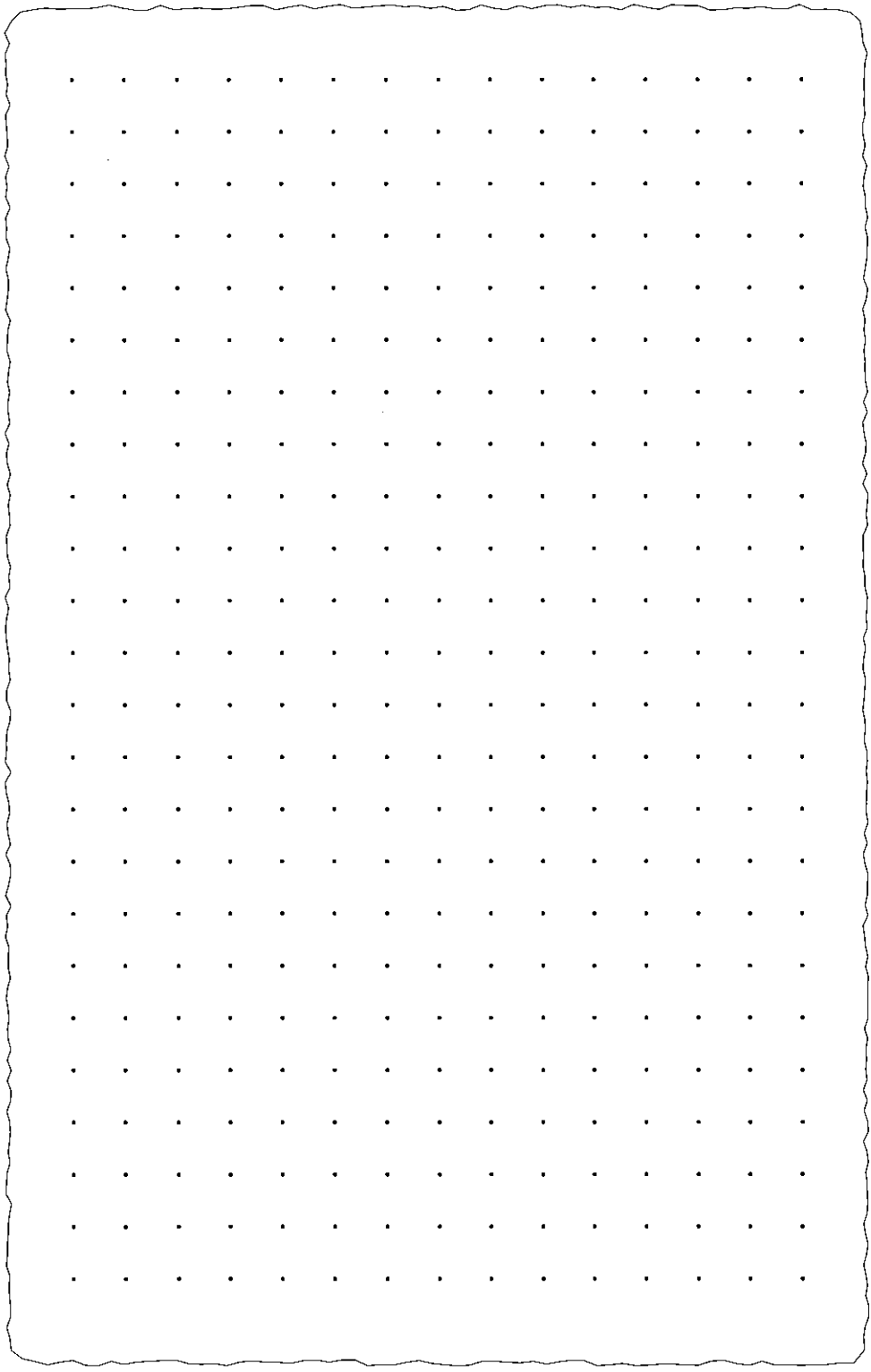
5. سجلوا قالبًا يبيّن مساحة مضلع (S) اذا كان:
عدد نقط الشبكة المحيطية فيه (b)،
وعدد نقط الشبكة الداخلية فيه (i).

لفحص تخمينكم، يمكنكم الاستعانة بجدول Excel

6. أ) هل يمكنكم أن ترسموا مضلعًا مساحته $8\frac{1}{2}$ وحدة مساحة، دون أن يكون له نقط شبكة داخلية؟

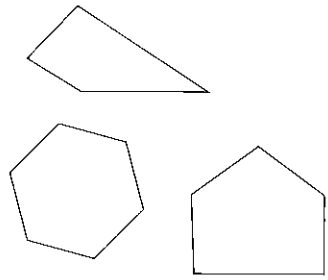
– اذا كان نعم، ارسموا. واذا لا، فسّروا.

ب) ارسموا ثلاثة مضلعات مساحة كل واحد منها $8\frac{1}{2}$ وحدة مساحة، بحيثُ يكون لكل منها عدد مختلف من نقط الشبكة الداخلية.

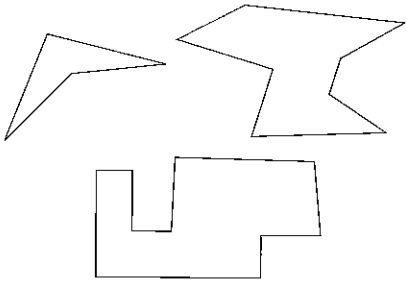


عن الزوايـــا في المضلعـات

في هذه الفعالية، سنبحث مجموع الزوايا الداخلية في المضلعات. كما وسنميّز نوعين من المضلعات، المحدبة والمقعرة.



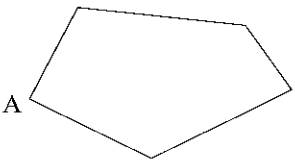
مضلعات محدبة



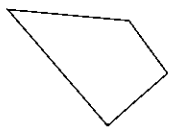
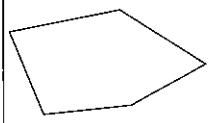
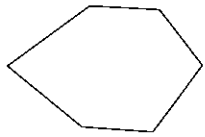
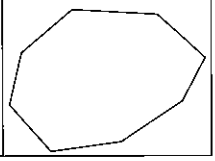
مضلعات مقعرة

1. ارسموا جميع الأقطار الخارجة من الرأس A في الشكل الخماسي المرسوم.
   - كم مثلثًا نتج؟
   - استعينوا بالمثلثات الناتجة

   في حساب مجموع زوايا الشكل الخماسي، ثم اكملوا السطر الملائم من الجدول في الصفحة التالية.



2. أ) اكملوا الجدول الآتي :

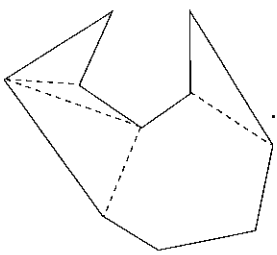
	اسم المضلع	عدد المثلثات	مجموع الزوايا
			
			
			
			

ب) سجلوا قالبًا يبيّن مجموع زوايا مضلع محدب له n أضلاع .

3. نبحث على مراحل، هل القالب الذي يبيّن مجموع **زوايا مضلع محدب**، يلائم أيضًا مجموع زوايا مضلع مقعر .

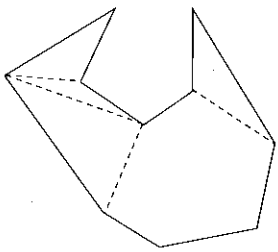
من كل مضلع مقعر، يمكن الحصول على مضلع محدب بواسطة عملية «ازالة» مثلثات منه .

مثلاً من الشكل ذي عشرة الأضلاع المقعر الذي في الرسم، «نُزيل» 4 مثلثات منه ونحصل على شكل سداسي «محدب» .



- كم يقل عدد رؤوس المضلع، في كل مرة نزيل مثلثًا واحدًا؟
- ما هي العلاقة بين عدد رؤوس المضلع المقعر وبين عدد رؤوس المضلع المحدب

الذي نتج منه بعد «ازالة» المثلثات؟



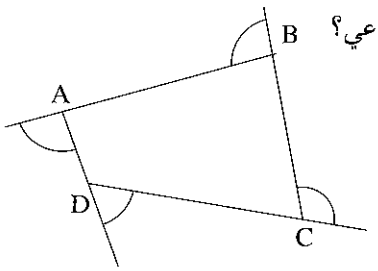
- اقترحوا طريقة لحساب مجموع زوايا الشكل ذي عشرة الأضلاع المقعر الذي في الرسم، بمساعدة المضلع المحدب والمثلثات الناتجة.

- من مضلع مقعر ذي n رؤوس، يجب «ازالة» k مثلثات للحصول على مضلع محدب. سجلوا قالبًا يبيّن مجموع زواياه ويسطوه قدر الامكان.

- ما هي النتيجة؟

زاوية خارجية للمضلع هي الزاوية المكملة للزاوية بجانب الرأس إلى $180°$.

4. أ) ما هو مجموع الزوايا الخارجية في الشكل الرباعي؟
- فسّروا كيف حسبتم.



ب) لو يزداد عدد أضلاع مضلع، خمّنوا ماذا يحدث لمجموع زواياه الخارجية.

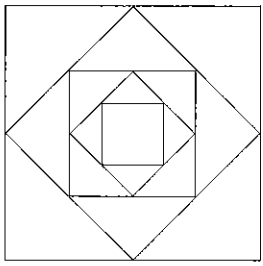
جـ) افحصوا تخمينكم بواسطة حساب مجموع الزوايا الخارجية لشكل خماسي محدب وشكل سداسي محدب أيضًا .

- ما هي النتيجة؟

د) برهنوا النتيجة بخصوص مجموع الزوايا الخارجية **لكل** مضلع محدب (ذي n أضلاع) .

5. حسب تعريف الزاوية الخارجية لمضلع ، هل بالإمكان الحديث عن زاوية خارجية لمضلع مقعر؟ فسّروا إجابتكم .

تـأخذ بالـصغـر



1. أمامكم سلسلة من المربعات.
مساحة المربع الكبير هي وحدة مساحة واحدة.
كل مربع يأتي بعده، يُبنى بواسطة توصيل
منتصفات أضلاع المربع الذي سبقه في السلسلة.

أ) اكملوا في الجدول، سلسلة مساحات المربعات
التي في الشكل

المكان في السلسلة	1	2	3	4	5	6
مساحة المربع	1					

يمكنكم الاستعانة بـ Excel
لتسجيل سلسلة المساحات
وإيجاد القانون.

في نهاية الكراس، تجدون إرشادًا
لاستعمال البرنامج.

ب) ما هي النسبة بين مساحة كل واحد من المربعات التي في
الشكل، وبين مساحة المربع الذي سبقه؟
- فسّروا.

جـ) ما هي مساحة المربع ألـ 10 في السلسلة؟
والمربع ألـ 20؟

د) سجلوا قالبًا يبيّن مساحة المربع ألـ n في السلسلة.
فسّروا إجابتكم.

هـ) من شكل سلسلة المربعات ومن الجدول ، يمكن رؤية أن مساحات المربعات تأخذ بالصغر . توجد امكانية لبيان العلاقة بين مكان المربع في السلسلة وبين مساحته ، بالرسم البياني أيضاً .

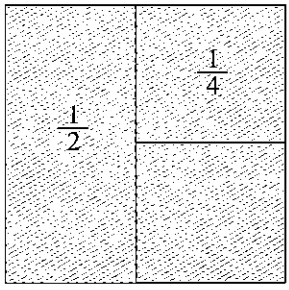
المحور x يبيّن مكان المربع في السلسلة .
المحور y يبيّن مساحة المربع .

في نهاية الكراس ، تجدون إرشاداً لرسم الخط البياني بـ Excel

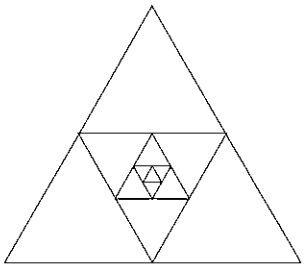
- ارسموا الخط البياني الملائم .
- صفوا الخط البياني الناتج وقصوا ماذا يمكنكم أن تتعلموا منه .

و) ماذا يمكنكم أن تقولوا عن مجموع مساحات كل المربعات ، عند الاستمرار في رسم المربعات مرات كثيرة جداً؟
(إرشاد : ارسموا مربعاً وحددوا مساحته بمقدار وحدة مساحة واحدة . نصفوه وسجلوا على أحد النصفين مقدار مساحته ، نصفوا النصف الآخر وسجلوا على أحد الجزئين مقدار مساحته ، ثم نصفوا الجزء الآخر . . . وهكذا الخ .)

يمكنكم فحص تخمينكم بواسطة Excel بانتاج عمود لمجموع المساحات .



2. أمامكم سلسلة من المثلثات متساوية الأضلاع.
مساحة المثلث الكبير هي وحدة مساحة واحدة.
كل مثلث يأتي بعده، يُبنى بواسطة توصيل منتصفات أضلاع المثلث الذي سبقه في السلسلة.

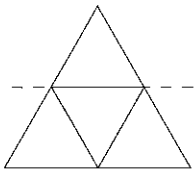


أ) اكملوا في الجدول، سلسلة مساحات المثلثات التي في الشكل.

يمكنكم الاستعانة بـ Excel لتسجيل سلسلة المساحات

المكان في السلسلة	1	2	3	4
مساحة المثلث	1			

ب) ما هي النسبة بين مساحة كل واحد من المثلثات التي في الشكل، وبين مساحة المثلث الذي سبقه؟ فسّروا.



جـ) ما هي مساحة المثلث ألـ 20 في السلسلة؟

د) سجلوا قالبًا يبين مساحة المثلث ألـ n في السلسلة.

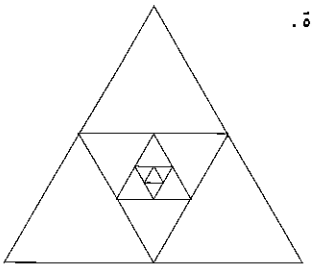
هـ) كي نتمكن من متابعة «سلوك» مساحات المثلثات، ارسموا خطًا بيانيًا ملائمًا يصف العلاقة بين مكان المثلث في السلسلة وبين مساحته.

المحور x يبين مكان المثلث في السلسلة.
المحور y يبين مساحة المثلث.

و) ماذا يمكنكم أن تقولوا عن مجموع مساحات كل المثلثات، عند الاستمرار في رسم المثلثات مرات كثيرة جدًا؟
عللوا إجابتكم.

يمكنكم فحص تخمينكم بواسطة Excel بانتاج عمود لمجموع المساحات.

3. محيط المثلث الكبير الذي في الشكل هو وحدة طول واحدة.



أ) سجلوا في الجدول، سلسلة محيطات المثلثات التي في الشكل، بدءًا من محيط المثلث الأكبر.

المكان في السلسلة	1	2	3	4	5
محيط المثلث	1				

ب) ما هي النسبة بين محيط كل واحد من المثلثات التي في الشكل وبين محيط المثلث الذي سبقه؟
فسّروا.

يمكنكم الاستعانة بـ Excel لتسجيل سلسلة المحيطات وإيجاد القانون.

جـ) ماذا يمكنكم القول عن محيط المثلث ألـ 20 في السلسلة؟

د) ماذا يمكنكم القول عن محيط المثلث ألـ n في السلسلة؟

هـ) كي نتمكن من متابعة «سلوك» محيطات المثلثات، ارسموا خطًا بيانيًا ملائمًا يصف العلاقة بين مكان المثلث في السلسلة وبين محيطه.

4. قارنوا الخطوط البيانية الثلاثة التي رسمتم.
- الخط البياني الذي يصف مساحات المربعات.
- والخط البياني الذي يصف مساحات المثلثات.
- والخط البياني الذي يصف محيطات المثلثات.

بمساعدة الخطوط البيانية، حاولوا إيجاد صفات مشتركة وأمور خاصة لهذه السلاسل الثلاث.

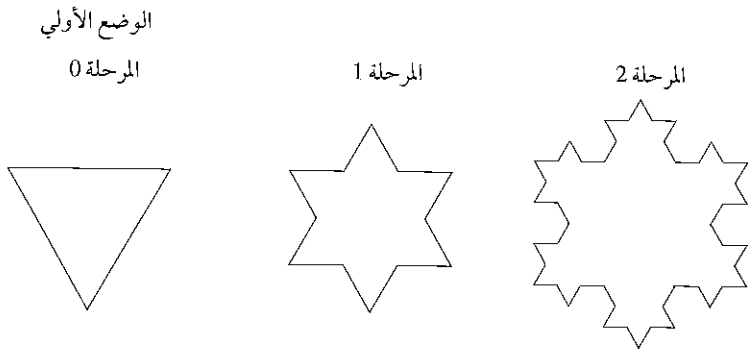
د) ابتداءً من أية مرحلة، يكون محيط السجادة أكبر من 5 وحدات .
(يعني 5 أضعاف محيط المثلث الأصلي)؟

4. نفرض أننا سنكرر عملية «انتزاع الوسط» عددًا كبيرًا جدًا من المرات .
أ) ماذا يحدث **لمساحة** السجادة، حسب رأيكم؟

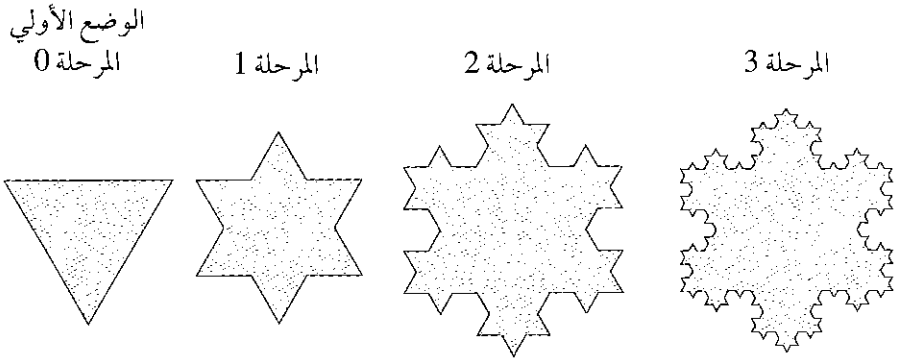
ب) ماذا يحدث لمحيط السجادة، حسب رأيكم؟

قطع الثلج الشائكة

5. نبني «الأشواك» على أضلاع قطعة سابقة، بواسطة الصاق مثلثات متساوية الأضلاع بحيثُ تكون أضلاعها $\frac{1}{3}$ طول ضلع القطعة السابقة . هذه «الأشواك» مبنية على الثلث الأوسط من كل ضلع (انظروا الشكل) .



نكرر هذه العملية، بحيثُ في كل مرحلة نبني «الأشواك» على أضلاع القطعة السابقة (انظروا الشكل).



نفرض أن القطعة الأولى هي مثلث متساوي الأضلاع **محيطه** وحدة طول واحدة.

أ) احسبوا محيط القطعة في المراحل الأربع الأولى

رقم المرحلة	0	1	2	3	4
محيط القطعة	1				

ب) ما هي النسبة بين محيطي القطعة في مرحلتين متتاليتين؟

ج) كم يكون محيط القطعة في المرحلة 5؟

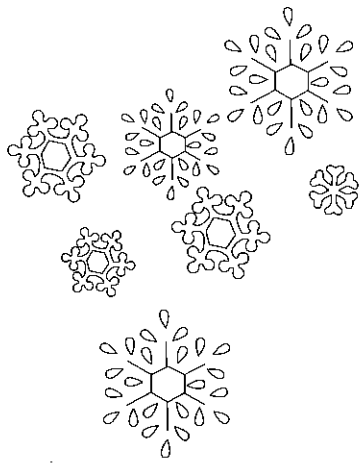
د) كم يكون محيط القطعة في المرحلة n ؟

هـ) في مرحلة معينة، سيكون محيط القطعة 10 وحدات تقريبًا.
في أية مرحلة يحدث هذا؟

و) في أية مرحلة، سيكون محيط القطعة لأول مرّة أكثر من 1,000 وحدة؟

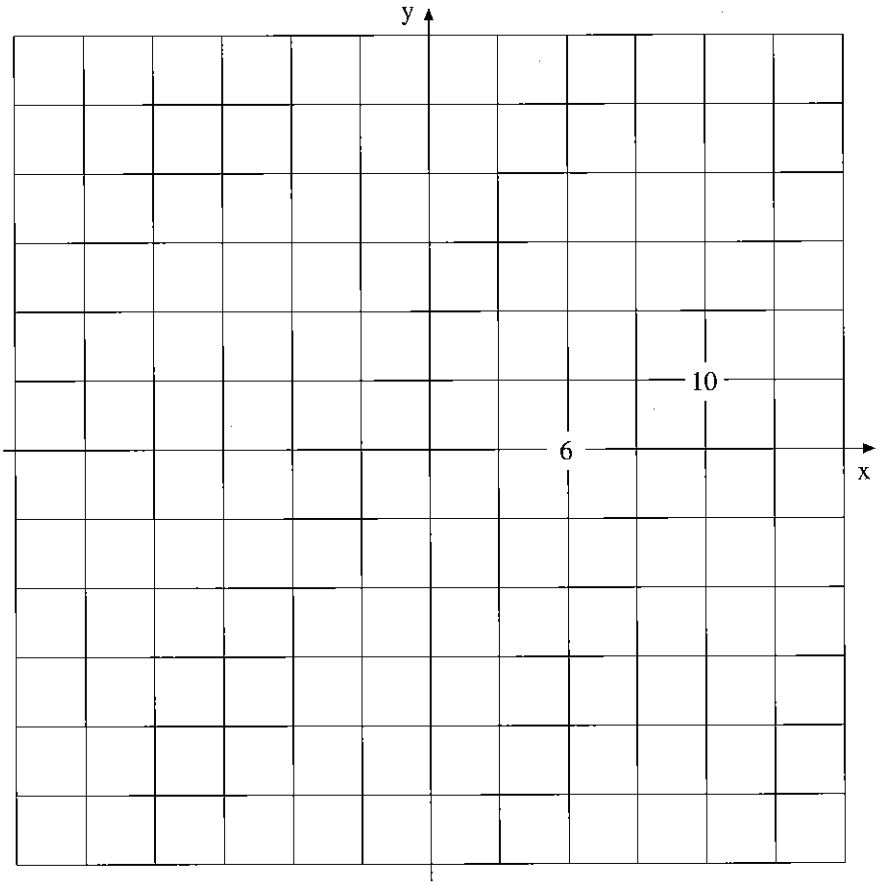
في موقع الانترنت أدناه، يمكنكم أن تجدوا مادة إضافية عن مثلث سيربنسكي، وكذلك وصفًا وتفسيرًا عن «هرم سيربنسكي» الذي يعتبر توسيعًا لموضوع «سجادة سيربنسكي» الى جسم ثلاثي الأبعاد.
http://www.bearcave.com/dxf/sier.htm

وفي موقع آخر تجدون مثالاً عن مبدأ «ازالة الوسط» في المربعات أيضًا.
http://www.prairienet.org/~pops/carpet.html



متواليات على هيئة المحاور

1. أمامكم هيئة محاور، طول كل وحدة فيها 1 سم. معطى قالب العدد $3x - 2y$.
اختاروا نقطة من هيئة المحاور، مثلاً : (1 , 4).
عوضوا احداثيات النقطة في قالب العدد (في مثالنا $3 \cdot 4 - 2 \cdot 1 = 10$)
سجلوا نتيجة التعويض على النقطة التي اخترتموها.



بنفس الطريقة، املأوا كل القائمة.
انتبهوا! ان تعملوا بطريقة منظمة (على طول الأعمدة أو الأسطر)،
يمكنكم التوفير في العمل كثيرًا.

2. أمامكم قائمة كالتي حضرتم في المسألة 1.

–24	–21	–18	–15	–12	–9	–6	–3	0	3	6	9
–22	–19	–16	–13	–10	–7	–4	–1	2	5	8	11
–20	–17	–14	–11	–8	–5	–2	1	4	7	10	13
–18	–15	–12	–9	–6	–3	0	3	6	9	12	15
–16	–13	–10	–7	–4	–1	2	5	8	11	14	17
–14	–11	–8	–5	–2	1	4	7	10	13	16	19
–12	–9	–6	–3	0	3	6	9	12	15	18	21
–10	–7	–4	–1	2	5	8	11	14	17	20	23
–8	–5	–2	1	4	7	10	13	16	19	22	25
–6	–3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27
–4	–1	2	5	8	11	14	17	20	23	26	29

أ) جدوا مكان المحورين.

ب) ماذا يمكنكم القول عن متواليات الأعداد المسجلة على طول الأسطر في القائمة؟
– فسّروا.

جـ) ماذا يمكنكم القول عن متواليات الأعداد المسجلة على طول الأعمدة في القائمة؟
– فسّروا.

د) هل يمكنكم إيجاد متواليات أخرى مرتبة على طول مستقيمات، في القائمة؟

متوالية الأعداد التي يكون الفرق بين كل عددين متجاورين فيها، ثابتًا تدعى – **متوالية حسابية**.
الفرق الثابت بين كل عددين في متوالية حسابية، يدعى – **فرق المتوالية**.

هـ) جدوا في القائمة متوالية حسابية فرقها 7.
– كم متوالية كهذه يمكنكم أن تجدوا؟ ما هو المشترك في مكانها؟

–24	–21	–18	–15	–12	–9	–6	–3	0	3	6	9
–22	–19	–16	–13	–10	–7	–4	–1	2	5	8	11
–20	–17	–14	–11	–8	–5	–2	1	4	7	10	13
–18	–15	–12	–9	–6	–3	0	3	6	9	12	15
–16	–13	–10	–7	–4	–1	2	5	8	11	14	17
–14	–11	–8	–5	–2	1	4	7	10	13	16	19
–12	–9	–6	–3	0	3	6	9	12	15	18	21
–10	–7	–4	–1	2	5	8	11	14	17	20	23
–8	–5	–2	1	4	7	10	13	16	19	22	25
–6	–3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27
–4	–1	2	5	8	11	14	17	20	23	26	29

3. أ) في قالب العدد $3x - 2y$
عوضوا $(x + 2)$ بدلاً من x وَ $(y + 1)$ بدلاً من y ، ثم بسّطوا .

- ما هي العلاقة بين القالب الجديد الذي حصلتم عليه والقالب الأصلي؟

- اعتمادًا على هذا الحساب، سجلوا تعليمات لإيجاد متوالية حسابية فرقها 4 .

ب) في قالب العدد $3x - 2y$
عوضوا $(x + 1)$ بدلاً من x وَ $(y - 3)$ بدلاً من y، ثم بسّطوا .

- ما هي العلاقة بين القالب الجديد الذي حصلتم عليه والقالب الأصلي؟

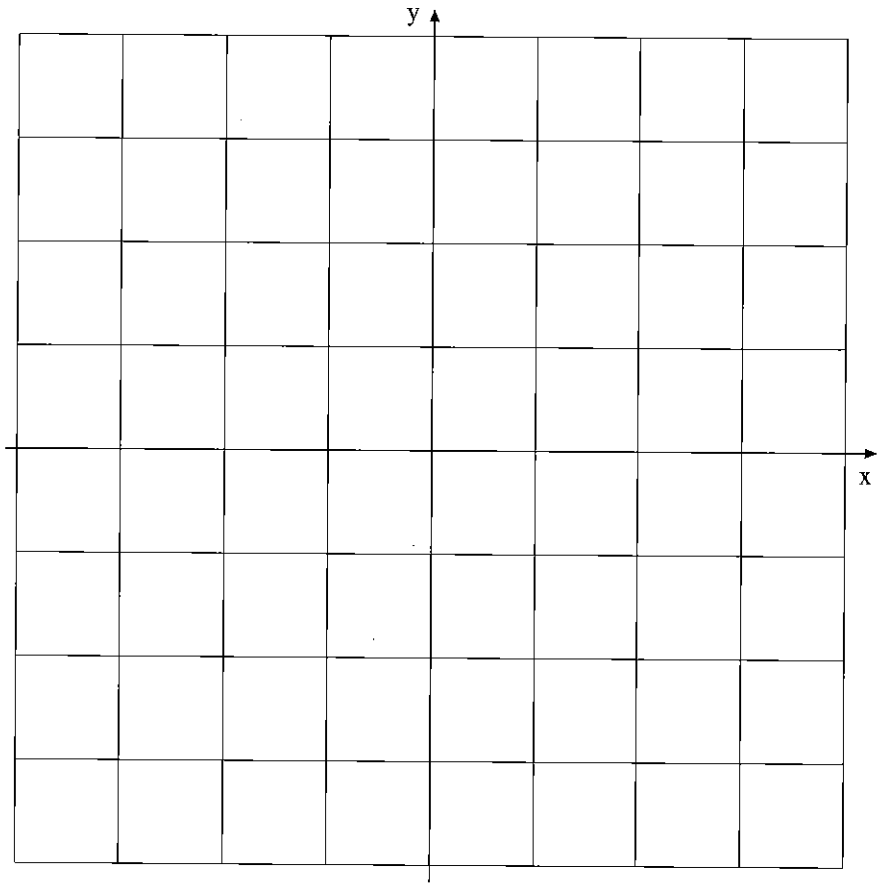
- جدوا في القائمة، متواليات حسابية ذات علاقة بهذا الحساب .

جـ) سجلوا تعليمات لإيجاد متوالية أعداد متشابهة، بحيثُ تكون مرتبة على طول مستقيم في القائمة.

د) سجلوا تعليمات لإيجاد متوالية حسابية فرقها عدد سالب، بحيثُ تكون مرتبة على طول مستقيم في القائمة. اكتبوا تعميمًا للأمر.

4. أمامكم هيئة محاور وقالب العدد $2^x \cdot 3^y$.
في هذه المرة أيضًا، عوضوا في القالب احداثيات كل نقطة، وسجلوا نتائج التعويض على النقطة.

تـــذكـــروا!	$a^0 = 1$ ، $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$



5. أ) ماذا يمكنكم القول عن متواليات الأعداد على طول الأسطر في هيئة المحاور؟

– هل يمكنكم التفسير لماذا يحدث هذا؟ (تذكروا! $2^{x+1} = 2^x \cdot 2$).

ب) ماذا يمكنكم القول عن متواليات الأعداد على طول الأعمدة في هيئة المحاور؟

- هل يمكنكم التفسير لماذا يحدث هذا؟

جـ) هل يمكنكم أن تجدوا في القائمة، متواليات أخرى فيها ناتج قسمة كل عددين متجاورين هو عدد ثابت؟

متوالية الأعداد التي يكون فيها ناتج قسمة كل عددين متجاورين، ثابتًا تدعى - **متوالية هندسية**.
ناتج القسمة الثابت في المتوالية الهندسية يدعى - **ناتج قسمة المتوالية**.

د) على هيئة المحاور، ضعوا مسطرة شفافة باتجاه ما، بحيثُ أن احدى حافتي المسطرة تمر عبر متوالية اعداد تكوّن متوالية هندسية.
- سجلوا حدود المتوالية الظاهرة في القائمة.

- ماذا يكون العدد التالي في هذه المتوالية؟ افحصوا اجابتكم بواسطة التعويض في قالب العدد.

هـ) هل يمكنكم أن تجدوا في القائمة، متوالية هندسية ناتج قسمتها 12؟ فسروا.

6. أ) في قالب العدد $2^x \cdot 3^y$،
عوضوا $(x+1)$ بدلاً من x وَ $(y+2)$ بدلاً من y ثم بسّطوا.

$a^{m+m} = a^m \cdot a^m$	تذكروا!
$3^{x+2} = 3^x \cdot 3^2 = 3^x \cdot 9$	

- ما هي العلاقة بين القالب الجديد الذي حصلتم عليه والقالب الأصلي؟

- سجلوا تعليمات لإيجاد متوالية هندسية في هيئة المحاور، بحيث يكون ناتج قسمتها 18.

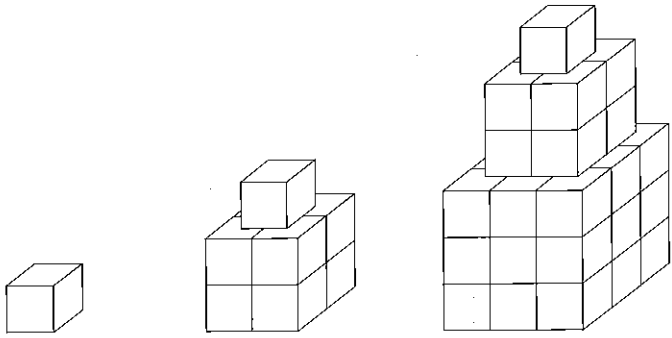
ب) هل يمكنكم أن تجدوا في القائمة، متوالية هندسية ناتج قسمتها $\frac{3}{2}$؟

- اذا كان نعم، فسروا كيف.
- واذا لا، عللوا.

عن الأبراج والمكعبـــات

1. نبني سلسلة من الأبراج بواسطة مكعبات صغيرة، كما يظهر في الشكل.
حجم كل مكعب صغير هو $1 \times 1 \times 1$، يعني 1 سم3.

البرج الأول　　البرج الثاني　　البرج الثالث



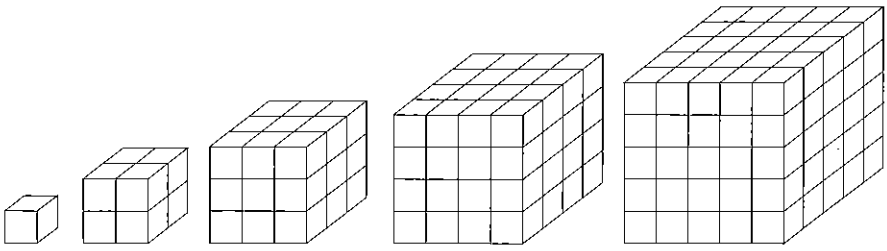
أ) تحت كل برج في الشكل، سجلوا عدد المكعبات الصغيرة التي يتكوّن منها البرج.

ب) احسبوا عدد المكعبات الصغيرة التي يتكوّن منها البرجان التاليان في السلسلة.

ج) كم مكعبًا صغيرًا يلزمنا
لبناء البرج الثامن في السلسلة؟
والبرج الخامس عشر؟
- فسّروا كيف حسبتم.

يمكنكم عرض المعطيات في جدول Excel
والاستعانة بها في عرض التحميلات وفحصها.

2. نفكك البرج الخامس الى 5 مكعبات كما يلي :



بعد ذلك ، نفكك جميع هذه المكعبات الى مكعبات صغيرة ونرتبها في طبقة واحدة بحيثُ نحصل على «أرضية مستطيلة» ارتفاعها مكعب صغير واحد .

أ) سجلوا **جميع** الامكانيات لقياس «الأرضية» .

ب) هل يمكننا تركيب «أرضية» مربعة؟
- اذا كان نعم، ما هو قياسها؟
- واذا لا، فسروا لماذا .

ج) هل يمكننا تركيب «أرضية» مربعة من كل المكعبات الصغيرة التي تكوّن البرج الثالث في السلسلة؟ الرابع في السلسلة؟
- اذا كان نعم، سجلوا قياس «الأرضية» في كل حالة .

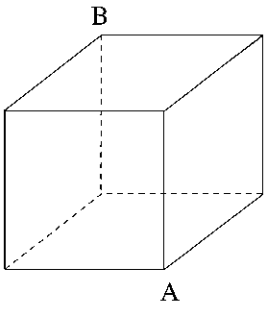
د) نفكك بشكل مشابه، البرج العاشر.
هل يمكننا أن نُرتّب «أرضية» مربعة من كل المكعبات الصغيرة التي يتكوّن منها هذا البرج؟
- اذا كان نعم، ما هو قياس «الأرضية»؟
- واذا لا، فسّروا.

هـ) تأملوا قياسات «الأرضيات» المربعة التي حصلتم عليها في البنود السابقة.
هل يمكنكم أن تجدوا علاقة بين العدد الترتيبي للبرج، وبين قياس «الأرضية» المربعة الناتجة من كل المكعبات الصغيرة؟

3. جدوا العلاقة بين العدد الترتيبي للبرج وعدد المكعبات الصغيرة التي يتكون منها.
عدد المكعبات الصغيرة في البرج ألـ n.

$1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 =$ _____

الذبابة والعنكبوت



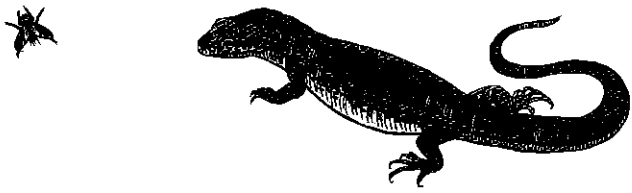
4. كانت ذبابة في النقطة A، داخل غرفة شكلها مكعب.
أرادت الوصول إلى النقطة B عن طريق
أقصر طريق ممكن، وهناك في النقطة B
علقت الذبابة المسكينة في شِباك العنكبوت.
الى النقطة A، وصلت عظاءة (سحلية) ورأت الذبابة
العالقة هناك، فأسرعت تريد الوصول إليها لعلمها
أنّ العنكبوت سيظهر فورًا ويكون لها وجبة ملكية.
(كم أسفت لأن لا أجنحة لها).

أ) صفوا المسار الذي اختارته الذبابة، وفسروا لماذا يكون هذا المسار هو الأقصر.

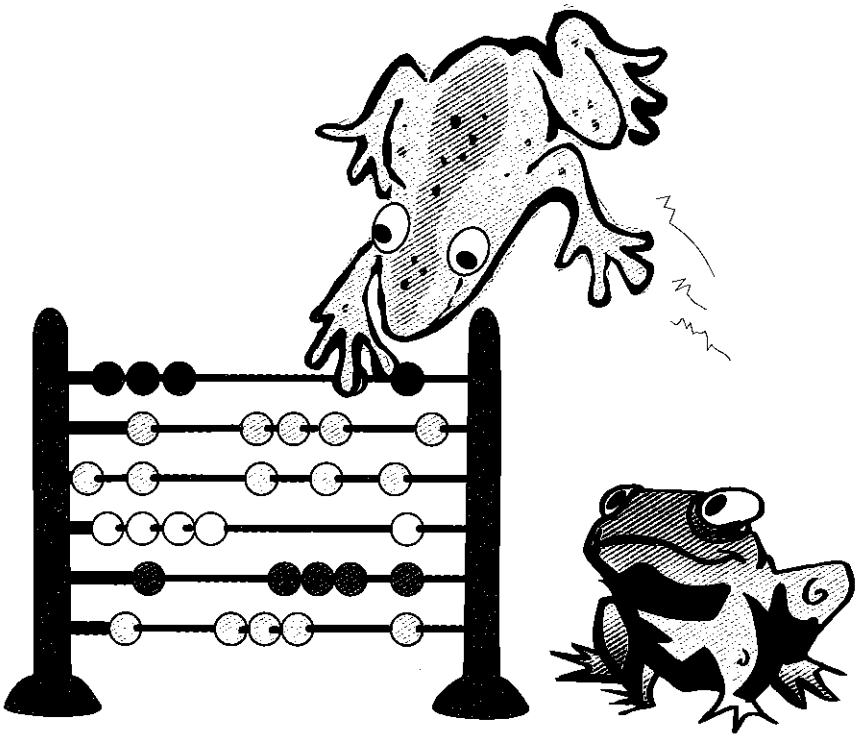
ب) اذا عُلم أن طول ضلع الغرفة هو وحدة طول واحدة،
احسبوا طول المسار الذي اختارته الذبابة.

جـ) أي مسار تختار العظاءة؟

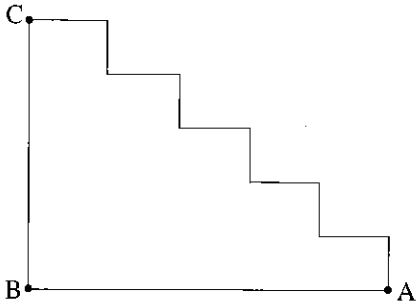
د) احسبوا ، كم مرّة مسار العظاءة أطول من مسار الذبابة .



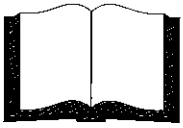
تحديات



مـا الأفضـل؟

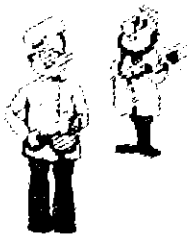


يمكن الوصول من النقطة A
إلى النقطة C في الشكل، بطريقين.
الأول على طول المسار الذي يمر
في النقطة B، والثاني على طول
الخط المنكسر.
أي طريق هو الأقصر؟
– فسّروا.



كـم مـرّة؟

كم مرّة يظهر الرقم 5، عند ترقيم صفحات كتاب فيه 206 صفحات؟
– فسّروا كيف عرفتم.



تعرّفوا عليهم!

شريف ويوسف وسالم ومراد أربعة أصدقاء قدامى.
أحدهم رياضي والآخرون مهندس وعضو برلمان (كنيست) وطبيب.
عند سؤالي كل واحد منهم عن مهنته، تفلسفوا وأجابوني بخمسة رموز:

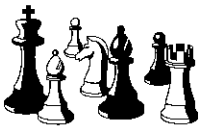
1. زوجة الطبيب هي قريبة لعائلة يوسف.
2. يوسف هو أخ للمهندس.
3. عضو البرلمان متزوج من بنت الطبيب.
4. شريف والمهندس متزوجان.
5. مراد أعزب.

- هل يمكنكم التعرف على مهنة كل واحد منهم؟

احذروا التزييف!

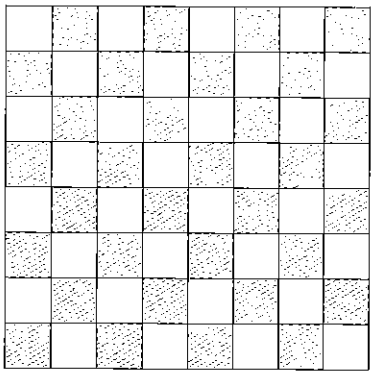
لدينا تسع قطع نقدية.
إحدى القطع مزيفة وأخف من الأخريات.

- كيف يمكن باستعمال ميزان ذي كفتين مرتين فقط، اكتشاف القطعة المزيفة؟
(لا توجد لدينا عيارات لقياس الوزن.)



لوحة الشطرنج

1. على لوحة الشطرنج ، يمكنكم رؤية مربعات بمقاييس مختلفة .
مثال :



64 مربعـًا ذا 1×1،

25 مربـعًا ذا 4×4،

9 مربعات ذات 6×6 .

- كم مجموع المربعات من المقاييس المختلفة على لوحة الشطرنج؟

صفو عملية الحل .

2. كم مربعًا يمكنكم أن تروا على «لوحة الشطرنج» ذات 20×20 تربيعة؟
فسّروا كيف عرفتم .

تُك – تُك – تُك . . . من أنا وما هو اسمي؟

1. أمامكم أربعة رموز، بمساعدتها عليكم الاكتشاف من أنا وما هو اسمي.
   أ) أفراد عائلتي غير معقولين.
   ب) زمنًا طويلاً حاولوا تجاهلي، وخرافات تتحدث عن أن أناسًا كثيرين أُعدموا بسبب قدسية اسمي.
   ج) عادة أظهر في أمكنة غير متوقعة، بدءًا من بيت المقدس وانتهاء بكعكات العم سام.
   د) اسمي الشخصي؟ . . . مفاجيء بقصره ومقلق بطوله.

2. بعد أن تعرفتم عليّ، فسروا الرموز.

3. وحيث أني شهير وهام جدًا فقد كتبوا عني في ألـ INTERNET أيضًا.
جدوا موقعًا كُتب فيه عني، بيّنوا عنوانه وتحدثوا عن المعلومات التي فيه.

عُمْر عُمَر

عُمَر معلم محترم،
رفض الكشف عن عمره،
بعد توسل ورجاء،
كان مستعدًا قول هذا:
عمري هو عدد ذو رقمين.

اذا أردتم اكتشافه،
ربّعوا رقم العشرات فيه.
العدد الذي تحصلون عليه،
مكتوب كما عمري، بنفس الرقمين،
لكن عليكم أن تعكسوا ترتيبهما.

- هل باستعمال الرموز التي أعطاكم اياها عُمَر، يمكنكم اكتشاف عمره؟

الأب وابناؤه الثلاثة

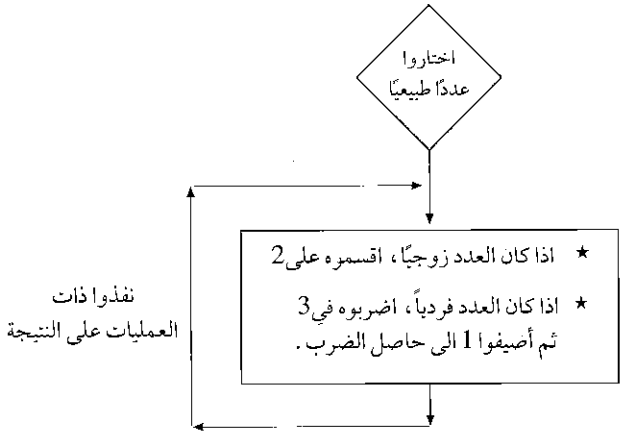
للسيد خليل ثلاثة أبناء،
أعمارهم أعداد متتالية.
مجموع أرقام عمر الأب هو 5.
وحاصل ضرب عمره في مجموع أعمار أبنائه 192.

- هل يمكنكم الاكتشاف بدقة ووضوح،
أعمار أبطال هذه القصة؟

لـولبيـات

التمارين اللولبية هي تمارين من النوع التالي :

1.



أ) ماذا يحدث للنتائج ، لو نعيد العملية عددًا كبيرًا جدًا من المرات؟

ب) ماذا يحدث ، لو نبدأ بعدد صحيح سالب بدلاً من عدد طبيعي؟

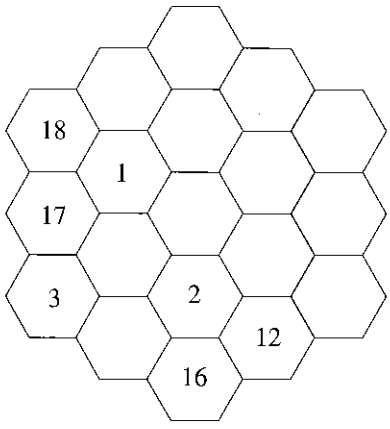
2. هيا ننفذ تمرينًا لولبيًا باستعمال جملة عربية ، بالشكل التالي :
نختار جملة ما ، مثلاً «ما حك جلدك مثل ظفرك» .
نسجل لغويًا عدد الأحرف في هذه الجملة- خمسة عشرة .
نسجل عدد الأحرف في «خمسة عشرة» – ثمانية .
نسجل عدد الأحرف في «ثمانية» – ستة .
– ماذا يحدث بعد ذلك؟
– خمّنوا ماذا يحدث ، لو ننفذ بنفس الطريقة ، تمرينًا على جملة عربية أخرى؟
فـسّـروا .

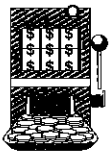
حفلة

دعت نوار أصدقاءها الى حفلة أقامتها في بيتها، وقررت أن تقدم لهم التسالي في صحون.
حسبت نوار ووجدت أن من كل صحن فستق يأكل ضيفان، ومن كل صحن لوز يأكل ثلاثة، ومن كل صحن جوز يأكل أربعة. إن يأكل كل ضيف من جميع أنواع التسالي، تحتاج نوار الى تحضير 65 صحنًا.
- كم ضيفًا دعت نوار الى الحفلة؟

خلية سحرية

في الخلية التي أمامكم 19 مسدسًا. املأوا المسدسات الفارغة بأعداد صحيحة من 1 حتى 19، كل عدد مرة واحدة فقط، بحيثُ ينتج نفس المجموع في كل عمود أو قطر.
(انتبهوا! لا تعودوا على أعداد كتبت من قبل).





رقم الحظ

اشترت سميرة تذكرة يانصيب.
سميرة متأكدة أنها ستفوز بالجائزة الكبرى، لأن رقم تذكرتها خاص جدًا.

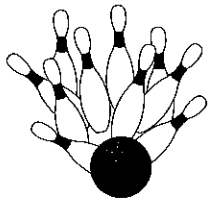
- رقم التذكرة هو عدد مكوّن من سبع منازل، الوسطى منها هي صفر.
- يمكن قراءة رقم التذكرة من اليسار الى اليمين وأيضًا من اليمين الى اليسار دون أن تتغير قيمته.
- رقم التذكرة يقسم على 9 وعلى 13 أيضًا.
- كل منزلة في رقم التذكرة تقسم على 3، ومن بين جميع المنازل التي تقسم على 3 تنقص واحدة فقط.

– هل بإمكانكم اكتشاف رقم الحظ في تذكرة سميرة؟

مستطيل

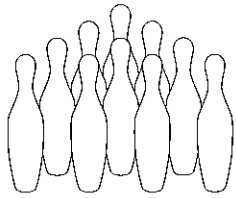
مساحة مستطيل تعادل نصف مجموع مساحتي المربعين المرسومين على ضلعيه المتجاورين.

– ما هو مقدار الزاوية المحصورة بين قطريه؟



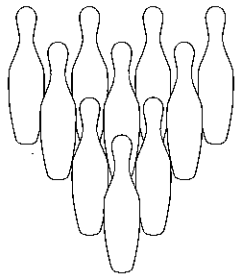
نلعب البـــاولينـــچ

في أحد الأيام، وصل فريد وسعيد أولين الى نادي الباولينچ، سُرّا كثيرًا، ومن شدة الفرح رتّبا عشرة «الجنود» بالشكل التالي:



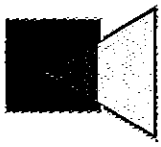
على الفور، قام عريف النادي وأوضح لهما خطأهما. أزاح فريد وسعيد «ثلاثة جنود» فقط من مكانها فحصلا على الترتيب الصحيح.

– هل بإمكانكم التفسير، كيف فعلا ذلك؟



أعداد خـاصة ذات رقمين

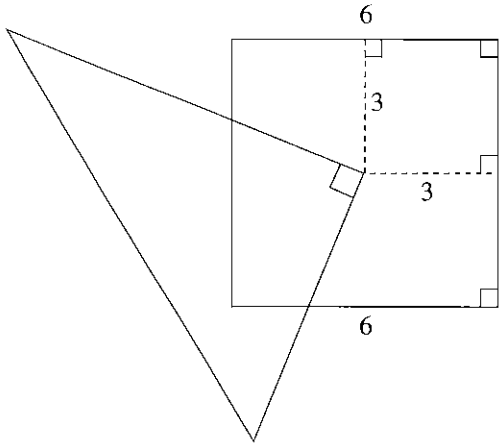
جدوا كل الأعداد ذات الرقمين، التي إن نجمع كل واحد منها مع العدد المكوّن من نفس الرقمين بترتيب معكوس، نحصل على مربع لعدد.



مثلث فوق مربع

على مربع طول ضلعه 6 سم، وُضع مثلث قائم الزاوية كما يظهر في الشكل.

– ما هي مساحة جزء المربع الذي أخفاه المثلث؟

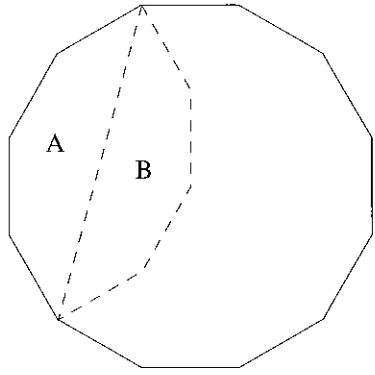


من يخشى الأعداد الكبيرة؟

هل يمكنكم أن تجدوا مجموع منازل العدد $10^{93} - 93$ ؟

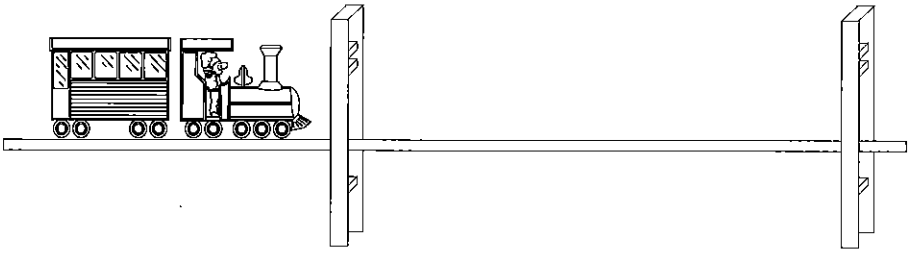
أين المربع؟

في الشكل أمامكم، مضلع منتظم ذو 12 ضلعًا. رُسمت فيه 5 قطع متقطعة، نتج منها داخل المضلع شكلان خماسيان متطابقان A وَ B.
أضيفوا 4 قطع متقطعة أخرى بحيثُ إن نقصّ المضلع على طول القطع المتقطعة، نحصل على 6 أشكال يمكن أن نركّب منها مربعًا كاملاً.

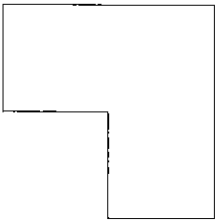


مغامرة على الجسر

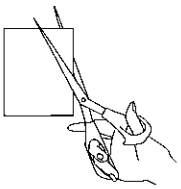
خالد وابراهيم من هواة المغامرات. في أحد الأيام، تنزها على طول جسر ضيّق مبني فوق هاوية سحيقة. بعد أن قطع الاثنان $\frac{3}{8}$ طول الجسر، شاهدا قطارًا مندفعًا خلفهما بسرعة 60 كم/ س.
توجه خالد الى الخلف وركض مسرعًا نحو بداية الجسر، وتمكن من الوصول الى هناك والقفز جانبًا، بالضبط في اللحظة التي وصل فيه االقطار إلى بداية الجسر.
وأما ابراهيم، فقد ركض الى الأمام بنفس سرعة خالد نحو نهاية الجسر، وتمكن من الوصول الى هناك والنجاة بحياته في اللحظة الأخيرة.
بأية سرعة ركض خالد وابراهيم؟



توزيع إرث



لعادل الفلاح العجوز، مزرعة على شكل زاوية قائمة (أنظر الشكل).
بعد موته، تبين أنه أوصى بالمزرعة لأبنائه الأربعة شريطة أن توزع بينهم بأجزاء متساوية في مساحتها وشكلها.
جلس الأبناء الأربعة وفكروا.. لكنهم لم يجدوا طريقة لتنفيذ وصية والدهم.
– هل يمكنكم مساعدة الأبناء الأربعة في توزيع الإرث؟



كم قصاصة ورق؟

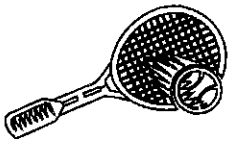
مع علياء وسعاد 8 صفحات من الورق. تأخذ كل واحدة منهما عند دورها، قصاصة ورق حسب اختيارها، وتقصها إلى 5 أو إلى 9 قطع.
بعد عدد من الأدوار، اشتد حب الاستطلاع عند علياء. عدَّت كل قصاصات الورق وقالت: «لدينا 1986 قصاصة ورق».
فكرت سعاد قليلاً وقالت: «هذا غير ممكن، أنا متأكدة أنك أخطأت في العدّ».

- هل صدقت سعاد؟ كيف عرفتم؟

كم عددًا؟

أ) كم عددًا ذا أربع منازل، يمكننا أن نُنتِج من الأرقام الأربعة:
2 , 4 , 5 , 7؟ (كل رقم يظهر في العدد مرة واحدة فقط.)

ب) إن نسجل هذه الأعداد حسب ترتيبها من الصغير إلى الكبير، أي من الأعداد الآتية يقع في المكان العشرين؟
7524 , 7245 , 7254 , 5724 .



طابات التنس

وُزعت مئة طابة تنس على خمسة أوعية مرتبة في سطر .
كم طابة في كل وعاء إذا كان :
أ) في كل وعاء طابتين أكثر مما في الوعاء الذي عن يساره؟
ب) في كل وعاء 4 طابات أكثر مما في الوعاء الذي عن يساره؟
جـ) في كل وعاء 6 طابات أكثر مما في الوعاء الذي عن يساره؟
د) في كل وعاء n طابات أكثر مما في الوعاء الذي عن يساره؟

مَن أنـا؟

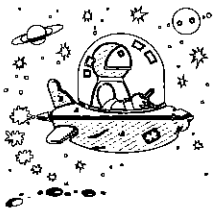
أنا عدد طبيعي ذو 5 منازل .
إن تضيفوا لي العدد 1 مرّة عن يميني ومرّة عن يساري، تحصلوا في المرة الأولى على عدد يعادل ثلاثة أضعاف العدد الذي تحصلون عليه في المرة الثانية .

- مَن أنا؟

في الصيدلية

دخل فريد الى الصيدلية ليشتري الدواء.
عرض الصيدلي الدواء أمامه بثلاث رزمات مختلفة.
سعر الدواء في الرزمة أ أكبر بـ 50% من سعر الرزمة جـ، ووزن الدواء فيها أقل بـ 20% من وزنه في الرزمة ب.
وزن الدواء في الرزمة ب أكبر بـ 50% من وزنه في الرزمة جـ، وسعره أكبر بـ 25% من سعر الرزمة أ.

- ساعدوا فريد كي يقرر، أي الرزمات هي الأوفر؟



السفر بين الكواكب

اكتشف عالم فلك كوكبًا جديدًا له قمران.
يدور القمران حول الكوكب بمسار دائري في نفس المستوى.
أحد الكوكبين يتم دورته حول الكوكب في مدة 18 يومًا (من أيام الأرض)، بينما يتم الكوكب الثاني دورته في مدة 24 يومًا.
في أحد الأيام، لاحظ العالم أن مركز الكوكب ومركزي القمرين تقع جميعها على مستقيم واحد.

- كم يومًا يمر حتى يعود هذا الوضع مرة أخرى؟
- هل ترتيب الأجسام الثلاثة على طول المستقيم، يبقى كما كان؟

13-254-09

رقم الترخيص

يتكوّن رقم ترخيص سيارة وليد من 6 منازل هي عبارة عن ثلاثة أعداد زوجية متتالية.
العدد الزوجي الأول من اليسار هو عدد مربع ذو 7 قواسم (تشمل 1 والعدد نفسه).

- ما هو رقم ترخيص سيارة وليد؟

مطعم سعيد

في مطعم سعيد، رُتبت الطاولات في صفوف.
في كل صف عدد متساو من الطاولات.
عدد الطاولات في المطعم فردي، وترتيبها لم يكن مربعًا.
جلس سعيد صاحب المطعم، على طاولة تقع في الصف الرابع من الخلف، وهي الطاولة الخامسة فيه من اليمين.

- كم طاولة يكون في مطعم سعيد، اذا علمتم أنها لا تزيد عن 44 طاولة؟

حمراء وزرقاء

في صندوق نوعان من الكرات، حمراء وزرقاء.
إن نُخرج من الصندوق كرة حمراء، يكن $\frac{1}{7}$ الكرات المتبقية حمراء.
وإن نُخرج كرتين زرقاويين بدلاً من الكرة الحمراء يكن $\frac{1}{5}$ الكرات المتبقية حمراء أيضًا.

- كم كرة من كل نوع، يوجد في الصندوق؟

قطع نقدية في جرّة

طُلب من ستة أولاد أن يخمنوا عدد القطع النقدية الموجودة في جرة.
وبالفعل، خمنوا الأعداد الآتية: 49, 65, 62, 59, 52 وَ42.
أحد التخمينات يبعد 12 عن العدد الحقيقي، وبقية التخمينات تبعد عنه 1، 4، 6، 9 أو 11.

- كم عدد القطع النقدية في الجرة؟

قهوة وحليب

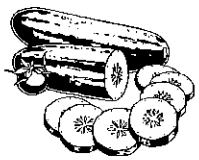
حضّرت نوال لنفسها فنجانًا من القهوة. وبعد أن شربت $\frac{1}{6}$ القهوة، قررت أن القهوة شديدة المرارة، فأضافت الحليب حتى امتلأ الفنجان. شربت الآن $\frac{1}{3}$ ما في الفنجان، ثم أضافت الحليب حتى امتلأ الفنجان مرة أخرى. شربت هذه المرة نصف ما في الفنجان، ثم أضافت الحليب حتى املأ الفنجان من جديد. أخيرًا شربت كل ما في الفنجان.

- ماذا شربت نوال أكثر، حليبًا أم قهوة؟

توابل وعيارات

اعتاد تاجر توابل أن يزن التوابل التي يبيعها بميزان ذي كفتين.

- ما هو أصغر عدد ممكن من العيارات، يلزمه لوزن كل كمية يريدها من 1 غرام حتى 100 غرام، بوزنة واحدة؟
- ما هو وزن كل واحدة من العيارات؟

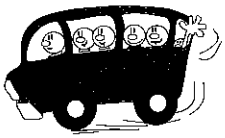


خيـار في أكيـاس

مع اقتراب ساعة اغلاق حانوت الخضار، تبقى فيه ستة أكياس خيار.
كان في الأول 15 خيارة، وفي الثاني – 16، وفي الثالث– 18، وفي الرابع– 19، وفي الخامس– 20 وفي السادس 31.
دخل إلى الحانوت زبونان واشتريا معًا 5 أكياس. ما اشتراه أحدهما هو ضعفا ما اشتراه الآخر.

أ) أي كيس بقي في الحانوت؟

ب) أي الأكياس اشترى كل واحد من الزبونين؟



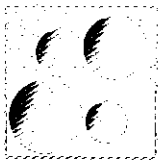
في البـاص

في المحطة المركزية، صعد الركاب إلى باص فارغ.

$\frac{2}{3}$ الركاب وجدوا مكانًا للجلوس، ووقف الباقون.

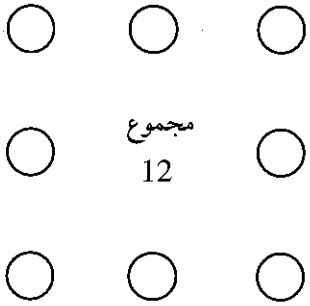
في المحطة الثانية، زاد عدد الركاب بنسبة 8% .

– كم راكبًا صعد إلى الباص، في المحطة المركزية؟

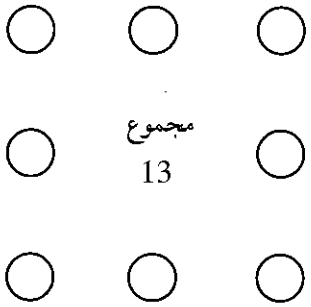


دوائـر في مربع

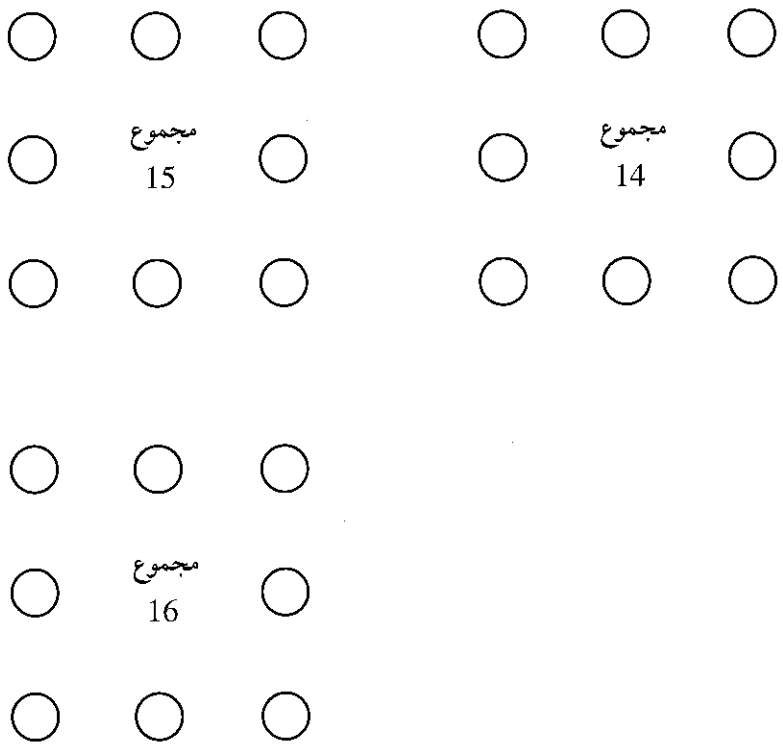
1. الدوائر الثماني التي في الشكل، تكوّن مربعًا
سجلوا الأعداد 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
في الدوائر ، بحيثُ يكون مجموع الأعداد على
طول كل ضلع للمربع 12 .
فسّروا كيف فعلتم .



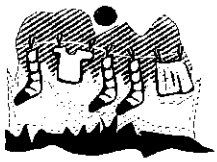
2. أعيدوا ما فعلتم في البند 1، بحيثُ هذه المرة يكون
مجموع الأعداد على طول كل ضلع للمربع 13 .



3. هل يمكن ترتيب الأعداد، بحيثُ يكون مجموعها على طول كل ضلع للمربع 14؟ 15؟ 16؟
- إذا كان نعم، فسّروا كيف.
- واذا لا، عللوا.

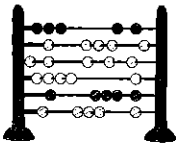


4. فسّروا لماذا لا يمكن ترتيب الأعداد، بحيثُ يكون مجموعها على طول كل ضلع للمربع 17.
- وماذا بالنسبة الى 11؟



جوارب في الظلام

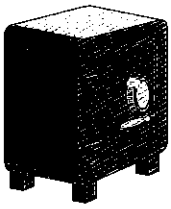
منير فتى غير محب للنظام. الجوارب في دُرج خزانته مبعثرة ومخلوطة بعضها ببعض.
في أحد الأمسيات بدأ منير بارتداء ملابسه واختيار جوارابه، وفجأة انقطع التيار الكهربائي وساد ظلام دامس.
في دُرج الخزانة كان هناك 10 أزواج من الجوارب البيضاء، و8 أزواج حمراء، و6 أزواج زرقاء.
- كم جوربًا يُخرج منير من الدُّرج ليكون متأكدًا أن في يده زوجًا من الجوارب، من نفس اللون؟



حساب بسيط

أمامكم معادلة خاطئة، مسجلة بعيدان الكبريت.

صححوا المعادلة بواسطة نقل عود كبريت واحد، إلى مكان آخر.
(توجد إمكانيتان، حاولوا إيجادهما.)



الخزنة

يُمكن فتح خزنة، فقط بواسطة عدد سرّي ذي 4 منازل.
أمامكم أربعة أعداد:

1	4	7	5

5	9	7	5

5	4	8	5

1	9	7	1

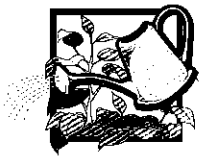
في كل واحد من هذه الأعداد الأربعة، فقط **منزلتان** مسجلتان في نفس المكان الذي تظهران فيه أيضاً في العدد السري.

- ما هو العدد السري للخزنة؟

سيء حظ

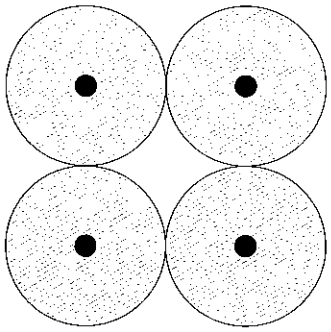
دخل زبون إلى حانوت السيد سعيد. اشترى بضاعة بمبلغ 60 شيكل، دفعه بورقة نقدية ذات 100 شيكل. لم يكن لدى السيّد سعيد ما يكفي لدفع الباقي للزبون. لذلك ذهب الى حانوت جاره لصرف الورقة النقدية.
بعد ذلك عاد إلى حانوته ودفع للزبون 40 شيكل.
في الغد، اتضح للجار أن الورقة النقدية ذات 100 شيكل التي أخذها من السيد سعيد مزورة.
لذلك أعادها اليه وأخذ ورقة نقدية ذات 100 شيكل، بدلاً منها.

- كم هو مبلغ المال الذي خسره السيد سعيد في هذه الصفقة؟



حدائق هندسية

نظّم مهندس البلدية حدائق المدينة على شكل مشاتل ذات أشكال هندسية .
في كل واحدة من هذه الحدائق ، تُزرع شجيرات الورد داخل أربع دوائر متساوية في مساحتها ، بحيث تقع مراكزها على رؤوس مربع . وأما في المساحة المحصورة بين هذه الدوائر فتزرع نباتات موسمية انظر الشكل) .

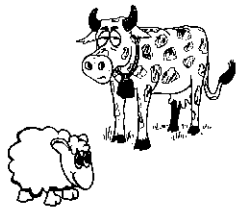


- قدموا اقتراحًا لمهندس البلدية تساعدونه به كيف يحسب مساحة الجزء المخصص للنباتات الموسمية ، في كل حديقة .

وجبة الغداء

نظر رجل الأعمال الى ساعة الحائط في مكتبه ، قبل أن خرج لتناول وجبة الغداء . وبعد عودته ، لاحظ أن عقرب الساعات وعقرب الدقائق قد تبادلا موضعيهما اللذين كانا فيهما حين خرج (عقرب الساعات في مكان عقرب الدقائق وبالعكس) .

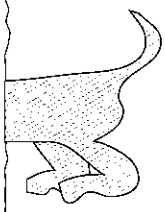
- كم من الوقت تغيب رجل الأعمال عن مكتبه؟
- في أية ساعة تقريبًا ، خرج من المكتب : 2:15 ، 1:35 , 1:10 , 12:30 , 12:05 ؟



مـاذا وكـم؟

وصل مزارع إلى سوق للماشية ليبيع قطيعًا له من الأغنام والأبقار.
استطاع في البداية، أن يبيع 15 غنمة. حينئذٍ كان عدد البقرات ضعفي عدد الغنمات المتبقية.
بعد ذلك، استطاع أن يبيع 45 بقرة. حينئذٍ كان عدد الغنمات المتبقية خمسة أضعاف عدد البقرات المتبقية.

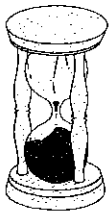
– كم غنمة وكم بقرة كان في القطيع، في البداية؟



وماذا تكون النهاية؟

ما هما رقما الآحاد والعشرات في العدد 7^{9999} ؟

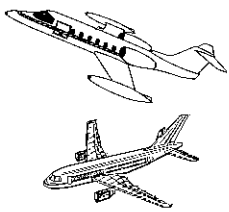
– فسّروا كيف عرفتم؟



ساعة رملية

لديّ ساعتان رمليتان، أحداهما تقيس زمنًا مقداره 4 دقائق والأخرى تقيس زمنًا مقداره 7 دقائق.

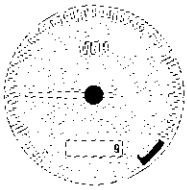
أ) كيف يمكن بمساعدة هاتين الساعتين، قياس زمن مقداره 3 دقائق؟
ب) كيف يمكن بمساعدة هاتين الساعتين، قياس زمنٍ مقداره 6 دقائق؟



طائرتان

خرجت طائرتان من المدينتين A وَB ، في نفس الوقت.
خرجت الأولى من A متجهة إلى B ، وخرجت الثانية من B متجهة إلى A.
وصلت الطائرة الأولى إلى هدفها بعد مرور ساعة واحدة من ملاقاتها للثانية، ووصلت الطائرة الثانيةإلى هدفها بعد مرور 4 ساعات من ملاقاتها للأولى.

– كم ضعفًا سرعة الطائرة الأولى أكبر من سرعة الطائرة الثانية؟



أعـداد تمـاثليـة

أشارَ مقياس المسافة في سيارة رامي، إلى العدد 15951 .
«عدد مدهـش» قال رامي، «أنه عدد تماثلي يمكن قراءته من اليسار إلى اليمين وأيضاً من اليمين إلى اليسار، وبالطبـع سيمر وقت طويل حتى يشير مقياس المسافة في السيارة، إلى عدد كهذا مرة أخرى» .
أثناء سفره، داوم رامي على مراقبة مقياس المسافة . ولدهشته فقد أشار إلى عدد تماثلي، تمامًا بعد سفر ساعتين بالضبط .
– كم كان متوسط سرعة السيارة في هاتين الساعتين؟

اختبـار تعرّفُ

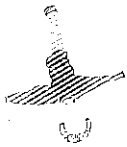
معطاة أربع عيارات غير مؤشرة وميزان ذو كفتين .
معلوم أن وزن هذه العيارات على الترتيب هو : 2 كغم، 3 كغم ، 5 كغم ، 7 كغم .

– ما هو أصغر عدد من الوزنات اللازمة للتعرّف على وزن كل واحدة من العيارات الأربع؟

يتنافسن بأزواج

في يوم الرياضة، نظّمت بسمة مسابقات الركض لمسافة 100 م، لبنات صفها في المدرسة. اشتركت في المسابقة 17 بنتًا، إضافة إلى بسمة نفسها. ألصقت بسمة لكل واحدة من المتسابقات، بطاقة يظهر عليها عدد بين 2 وَ18 ولنفسها بطاقة يظهر عليها العدد 1.
عند انتظام البنات بأزواج لبدء المسابقة، لاحظت بسمة أن مجموع العددين لكل زوج من المتسابقات هو مربع لعدد.

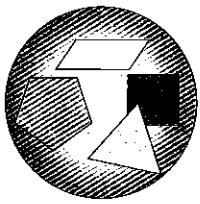
- ما هو العدد المسجل على بطاقة المتسابقة التي ركضت إلى جانب بسمة؟
- من هن أزواج المتسابقات الآخريات؟



ترتيب معكوس

عندما كان عمر عدي 14 سنة، كان عمر أبيه 41 سنة.
كم يصبح عمر عدي، عندما يكون عمر أبيه مرة أخرى مكتوبًا بنفس رقمي عمره بترتيب معكوس؟

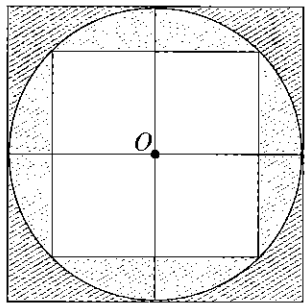
- هل يمكن لهذا الأمر أن يتكرر مرات أخرى؟ فسّروا.



مربع داخل مربع

لدى روني قطعة من الورق شكلها مربع . رسم روني داخل المربع دائرة لها أكبر نصف قطر ممكن، ثم قصّ الورقة على طول محيط الدائرة .
بعد ذلك، رسم روني داخل الدائرة مربعًا له أكبر مساحة ممكنة وقصّ على طول أضلاع المربع .

– كم مرة مساحة المربع الجديد أصغر من المربع الأصلي؟



مجرد تصميم وتنفيذ

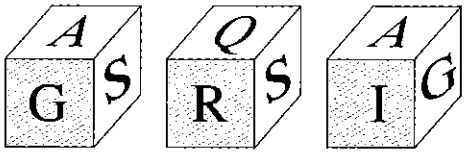
صممت علياء أن تنهي قراءة كتاب خلال العطلة . لذلك في كل يوم وبدءًا من اليوم الثاني قررت أن تقرأ عددًا من الصفحات يعادل ضعفي كل ما قرأته حتى ذلك اليوم .

بعد مرور خمسة أيام، اتضح لها أنها أتمّت قراءة $\frac{1}{3}$ الكتاب .

– في كم يوم تنهي علياء قراءة الكتاب كله؟

في الجهة المقابلة

المكعبات الثلاثة التي في الشكل متشابهة تمامًا، لكنها موضوعة على سطوح مختلفة.



- ما هو الحرف المسجّل على السطح المقابل للسطح A ؟ فسّروا كيف عرفتم.

كم الفرق؟

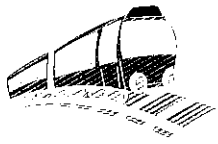
نجمع كل الأعداد الزوجية من 1 حتى 1000 (يشمل 1000)
ونجمع كل الأعداد الفردية من 1 حتى 1000 (يشمل 1).

- كم يكون الفرق بين هذين المجموعين؟

تنـاوب الحراسة

أيمن وبديع وجاد وداود وهادي خمسة طلاب في نفس المدرسة . قرر الطلاب تناوب الحراسة عند بوابة المدرسة فيما بينهم .
في يوم الأحد حرس أيمن وجاد .
تكون مناوبة الحراسة في الأيام التالية ، حسب القواعد الآتية :
يحرس أيمن ، اذا حرس بديع ولم يحرس جاد في اليوم السابق .
يحرس بديع ، اذا حرس جاد ولم يحرس داود في اليوم السابق .
يحرس جاد ، اذا حرس داود ولم يحرس هادي في اليوم السابق .
يحرس داود ، اذا حرس هادي ولم يحرس أيمن في اليوم السابق .
يحرس هادي ، اذا حرس أيمن ولم يحرس بديع في اليوم السابق .

- من يحرس في اليوم ألـ 100؟ من يحرس في ا ليوم ألـ 383؟
فسّروا كيف عرفتم في كل حالة .



في القطـار

- سافر عدنان في القطار لزيارة جده . في منتصف الطريق بالضبط ، أغفى عدنان . عندما أفاق ، اتضح له أنه أثناء نومه قطع القطار مسافة تساوي نصف الطريق المتبقي حتى يصل إلى هدفه .

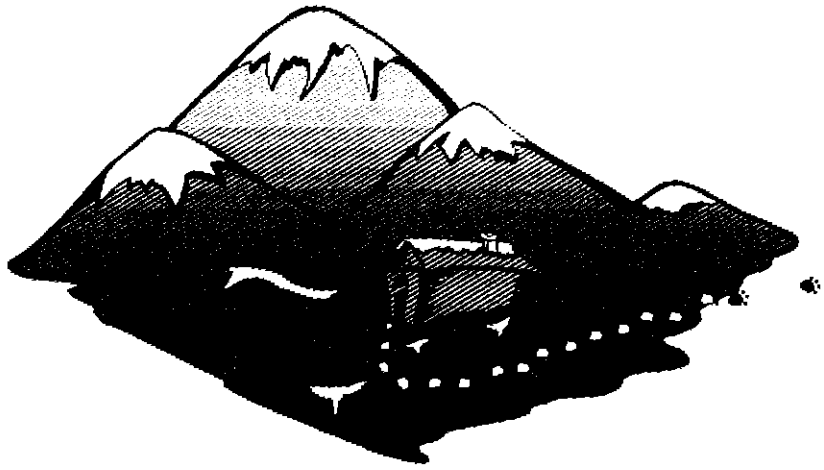
- أي جزء من الطريق ، قطع القطار أثناء نوم عدنان؟

متسلق الجبـال

يخرج رياضي في طريقه إلى تسلّق أحد الجبال في تمام الساعة 6:00 صباحًا، ويصل إلى قمته في تمام الساعة 18:00 .

يبيت الرياضي على قمة الجبل . وفي الغد، في تمام الساعة 6:00 صباحًا يخرج في طريق عودته إلى أسفل الجبل، سالكًا نفس المسار تمامًا، ليصل إلى نقطة البداية في تمام الساعة 18:00 .

- هل يمكن، أنه في طريق العودة سيمر الرياضي في نقطة معينة، تمامًا في نفس الساعة، كما في طريق الصعود .
- فسّروا كيف حللتم .



مرشد لمستعمل Excel

افتحوا صفحة عمل في Excel .

افتحوا «ملفًا جديدًا» واختاروا 'worksheet'

تكون صفحة العمل مقسّمة إلى أعمدة يرمز لها بـ A,B,C . . . وأسطر يرمز لها بـ 1,2,3 . . . .
الصفحة مقسّمة إلى خانات (تربيعات) .
لكل خانة اسم يدل على العمود وعلى السطر حيث هي واقعة . مثلاً الخانة C2 تعني الخانة الواقعة في العمود C وفي السطر 2 .

كي تروا على الشاشة أعمدة أخرى، جروا الصفحة إلى اليمين (أو إلى اليسار) .
كي تروا على الشاشة أسطرًا أخرى، جروا الصفحة إلى فوق (أو إلى تحت) .

تعيين خانة
يُشار إلى خانة معينة بواسطة الفأر .

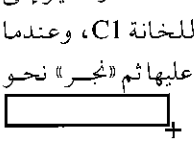
نُشير إلى خانة معينة بواسطة الفأر، مثلاً الخانة C2 . عندما ننقر على الجهة اليسرى من الفأر، تتعين الخانة في اطار سميك .

اختزان عدد في خانة
نُعيّن الخانة ونُسجل فيها العدد، ثم نصادق .

نعيّن الخانة ونطبع العدد، ثم نصادق بالضغط على Enter .
مثلاً لاختزان العدد 15 في الخانة C1، نعيّن الخانة ونطبع 15 ثم نصادق بالضغط على Enter .

نسخ خانات على طول عمود
لنسخ خانة، نُعيّنها ثم «نجر» نحو الأسفل .

مثلاً، كي ننسخ الخانة C1 على طول العمود C، نشير إلى C1 ، وبواسطة الفأر نشير إلى الزاوية اليمنى السفلى للخانة C1، وعندما تظهر الإشارة + ، نضغط عليها ثم «نجر» نحو الأسفل .



نسخ خانات على طول سطر

كما على طول عمود، ولكن «نجر» نحو اليمين.

اختزان في خانة كعملية على خانة أخرى

انتقلوا للكتابة بالانكليزية.

للخزن في خانة، عملية على خانة أخرى، نعيّن الخانة، نسجل

=

وبعد ذلك العملية.

ننتقل للكتابة بالانكليزية بواسطة الضغط على

تعيين الخانة يتم بواسطة الفأر أو بالطباعة.

مثلاً، كي نخزن في الخانة B1 عدداً يعادل ضعفي العدد في C2 ننقر في الخانة B1:

= 2*C2

ثم نصادق بواسطة Enter.

اختزان أعداد في عمود، كعملية على عمود آخر (قالب وجر).

من الخانة العليا من العمود الذي نريد تنفيذ العملية فيه، أو في الخانة التي تحت العنوان

=

نسجّل العملية المطلوبة واسم الخانة الأولى من العمود الذي نعمل فيه، ونصادق. نحصل في الخانة على عدد يلائم النتيجة. نعيّن الخانة و«نجر» نحو الأسفل.

مثلاً، للخزن في العمود C أعداد تزيد 3 عن حاصل ضرب 5 في الأعداد التي في العمود A، نسجل في C2:

= 5*A2+3

ونصادق (Enter). «نمسك» الزاوية اليمنى السفلى من C1، بحيثُ نحصل على إشارة + في الزاوية و«نجر» على طول العمود.

اختزان أعداد في عمود كعملية على أعمدة (قالب وجر)

في الخانة العليا من العمود نسجّل،

=

ثم نسجل العمليات المطلوبة في الخانات الأولى من الأعمدة التي نعمل فيها. «نجر» على طول الأعمدة.

مثلاً، للخزن في العمود D مجموع الأعداد التي في الخانات الملائمة، من الأعمدة A، B، وَ C، نسجل في D1:

= A1+B1+C1

نصادق(Enter)، «نمسك» الزاوية اليمنى السفلى من D1 و«نجر» نحو الأسفل.

اختزان أعداد في عمود كعملية على خانة سابقة في العمود.

نسجل عددًا في الخانة.

وفي الخانة التالية نسجّل: [=]

ثم نسجل العمليات المطلوبة، نصادق و«نجر» على طول العمود.

مثلاً، للخزن في العمود M، أعداد يزيد الواحد عن الآخر 3 بدءًا من 0، نسجّل 0 في الخانة M1.

في الخانة M2 نسجل: [= M1+3]

نصادق(Enter) «نمسك» الزاوية اليمنى السفلى من M2 و«نجر» نحو الأسفل.

اختزان أعداد في سطر كعملية على خانة سابقة في السطر.

نسجل عددًا في الخانة.

وفي الخانة عن اليمين نسجل: [=]

ثم العملية المطلوبة و«نجر» نحو اليمين.

مثلاً، للخزن في السطر 3 أعداد متتالية، بدءًا من 1، نسجل1 في الخانة A3،

وفي الخانة B3 نسجل: [= M1+1]

نصادق(Enter) «نمسك» الزاوية اليمنى السفلى من B3 و«نجر» نحو اليمين.

كتابة عناوين

اذا كان العنوان أطول من خانة واحدة، يمكن طلب عنوان في عدد من الخانات.

بمساعدة الفأر، عينوا رقم السطر المطلوب، ثم اضغطوا على تصميم (في مسطرة الأدوات العليا)، اختاروا خانات، تفتح نافذة.

اختاروا تصحيح وعينوا عرض مادة.

رسم خط بياني في EXCEL

ينم تنفيذ التمثيل البياني في Excel ، بناءًا على معطيات في جدول .
نقدم نموذجًا لمراحل رسم خط بياني عن طريق مسألة : نفرض أننا نريد فحص العلاقة بين ضلع مربع ومساحته . نعرض المعطيات في جدول .

نفتح صفحة Excel، ونبني جدولاً للمعطيات . نسجّل أولاً العنوانين . في الخانة الأولى من العمود A نسجل : ضلع المربع . وفي الخانة الأولى من العمود B نسجل : مساحة المربع .

بعد ذلك ، نكمل المعطيات الملائمة في كل عمود (يجدر اكمالها بواسطة قانون ثم الجر على طول العمود) .

	A	B
1	طول ضلع المربع	مساحة المربع
2	1	1
3	2	4
4	3	9
5	4	16
6	5	25
7	6	36
8	7	49
9	8	64
10	9	81
11	10	100
12	11	121
13	12	144

ننتقل إلى التمثيل البياني لهذه المعطيات .

مراحل بناء الخط البياني :

1 . **اختيار المتغيرات** التي نريد تمثيلها في الرسم البياني، بواسطة تعيين الأعمدة الملائمة .
المتغير x يمثل طول ضلع المربع (العمود A) .
المتغير y يمثل مساحة المربع (العمود B) .

أ. نعيّن العمود «طول المربع» (عمود A) :

A
طول ضلع المربع
1

ننقر مرة واحدة ، بواسطة الفأر في المنطقة الرمادية فوق العنوان .

ب . نعيّن أيضًا العمود «مساحة المربع» (B)، بواسطة الضغط على Ctrl والنقر بالفأر على رأس العمود

2. **فتح رسم بياني**

ملاحظة : *التعليمات المفصلة هنا ، ملائمة لنص Excel 97 . اذا كنتم تعملون حسب نص آخر للبرنامج ، يمكن أن تجدوا ترتيبًا مختلفًا قليلاً للكلام . يجدر بكم قراءة التعليمات المسجلة داخل صندوق الحوار في برنامجكم ، والعمل حسبه .*

ننقر على «مجمع الرسومات» يفتح صندوق الحوار .

3. **مراحل العمل في صندوق حوار «مجمع الرسومات» .**

أ. نختار نوع الرسم البياني وطريقة تصميمه .

أ. نختار نوع الرسم من القائمة التي في النافذة اليمنى بتعيينه بواسطة الفأر .
نختار نوع التصميم حسب النماذج التي في النافذة اليسرى بتعيينه بواسطة الفأر .
ننقر

ب . نحدد مجال المعطيات التي نريد عرضها في الرسم البياني ، الحاسوب يحدد المجال بشكل أوتوماتيكي ، بدءًا من المعطى الأول حتى الأخير في الأعمدة المشار اليها في الجدول .

ب. نفتح نافذة «معطيات مصدر الرسم» في جزئها الأعلى نموذج الرسم البياني المطلوب ، وفي جزئها الأسفل مسجل مجال المعطيات حسب عدد الخانات (يمكن تغيير المجال اذا رغبنا بذلك) .
ننقر

ج. تعيين العناوين وخطوط الشبكة . نسجل عنوانًا للرسم البياني كله وعناوين للمحور x وللمحور y .

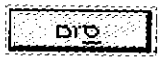
ج . نفتح نافذة «امكانيات الرسم» . في جزئها الأيسر يظهر الرسم والى يمينها صندوق العناوين . نسجّل العناوين حسب اختيارنا .

مثلاً ،
عنوان الرسم : العلاقة بين ضلع مربع ومساحته .
للمحور x : ضلع المربع .
للمحور y : مساحة المربع .

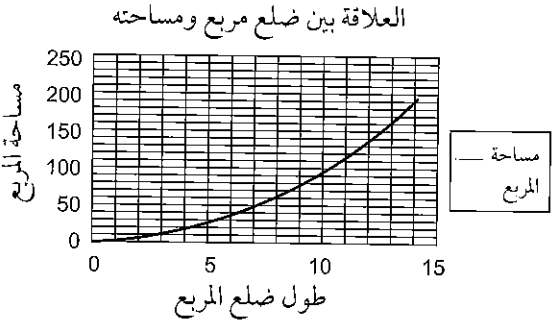
إمكانيات أخرى

أ) يمكن اختيار رسم بياني يظهر على خلفية ملساء أو على خلفية شبكة.

أن نريد خطوط شبكة نقر على «خطوط شبكة» ونختار بالنقر على صندوق الكتابة، خطوط الشبكة التي نريدها. لكل طلب يظهر نموذج فوري في الشكل الذي في النافذة، بحيث يمكن رؤية النتيجة فورًا، بعد تنفيذ التغييرات المطلوبة.

نقر 

يبيّن الحاسوب الرسم البياني في صفحة العمل.
مثال:



ب) يمكن جر الرسم البياني، الى المكان المطلوب.

نأتي بالفأر إلى أحد المربعات الصغيرة التي ظهرت من قبل، على الإطار الخارجي للرسم البياني، نضغط ونجر.

ج) يمكن تغيير كبر الرسم البياني (طوله أو عرضه).

جر مربّع عن اليمين أو اليسار يوسّع الرسم البياني.
جر مربّع علوي أو سفلي – يجعله أطول.