שלוש יחידות

هندسة الفراغ

הנדסת המרחב

طبعة منقحة

دائرة تدريس العلوم، معهد وايزمن للعلوم

هندسة الفراغ

طبعة تطوير

دائرة تدريس العلوم، معهد وايزمن للعلوم

يصدر بمبادرة ومراقبة
المركز الاسرائيلي لتدريس العلوم على اسم عاموس دي شليط
من تأسيس
وزارة المعارف والثقافة، والجامعة العبرية في القدس، ومعهد وايزمن للعلوم، رحوبوت

يمنع منعاً باتاً تكرار، أو نسخ، أو تصوير،
أو تسجيل، أو ترجمة، أو اختزان في مجمع
معلومات، أو بث بأية طريقة كانت، الكترونية،
أو بصرية، أو ميكانيكية، أو بأية طريقة أخرى،
أي جزء من مادة هذا الكتاب لاستخدامه لأغراض
تجارية الاّ باذن خاص واضح ومكتوب من الناشر.

©

حقوق الطبع محفوظة
معهد وايزمن للعلوم

طبع في اسرائيل سنة 1998

לוחות דפוס וכריכה: גסטליט חיפה בע"מ

تأليف:
نوريت هداس

استشارة:
ابراهام هزكبي
مخائيل كورن

ترجمه الى العربية:
الياس حايك

مراجعة واعداد:
ناصيف فرنسيس

الى الطالب

أُعدّ هذا الكتاب للطلاب الذين يتعلمون 3 وحدات.
التعامل مع مواضيع الدراسة قائم على أساس متين
نحو تطوير الرؤية الفراغية بواسطة الاختبار
الشخصي بطرق مختلفة.
نأمل ان تجد المتعة والافادة من دراستك في هذا الكتاب.

هذا ونقدّم شكرنا لطلاب الصفوف الثانية عشرة في المدارس: فيتسو في رحوبوت، المدرسة الشاملة في كريات ملاخي والمدرسة المنطقية في جبعات باخنر. نشكرهم على حسن تعاونهم واستعدادهم اللذين أظهرواهما أثناء تعلمهم الطبعة التجريبية من الكتاب. نثمّن ردود أفعالهم وملاحظاتهم التي كانت لنا عوناً كبيراً في تحضير وتنقيح الطبعة الحالية.

محتويات الكتاب

صفحات

مقدمة 7

الزوايا القائمة في الفراغ 12

المساقط 20

الزاوية بين مستقيم وسطح 25

حجم الجسم 34

مساحة السطوح 41

المنشورات 46

حجم المنشور ومساحة سطوحه 57

قليلاً عن الدائرة ومحيطها (تحضيراً للاسطوانة) 64

مساحة الدائرة 69

الاسطوانة 75

المساحة الجانبية للاسطوانة 83

الأهرام 87

عن حجم الهرم 98

مساحة سطوح الهرم 103

الأجسام الدورانية - المخروطات بشكل خاص 113

المساحة الجانبية للمخروط 122

تمرين تلخيص واجمال 126

تفسير الرموز

تمرين "مفتاح" – للبحث

عمل ذاتي

انتبه

تمرين تحدّ

تلخيص

أحجية

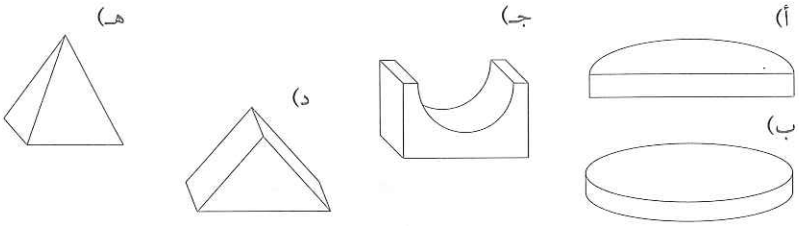
تذكير

مقدمة

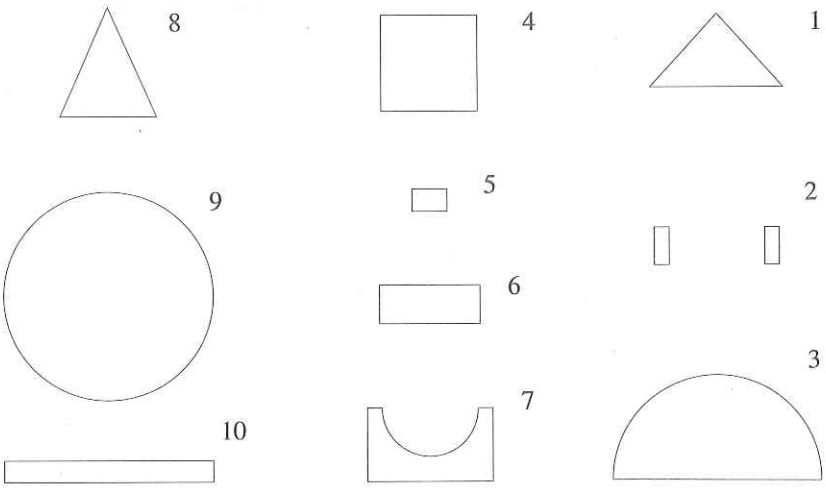
عند دراستك لموضوع هندسة الفراغ، ستتعرّف الى أجسام يمكن ان تبيّنها بواسطة رسوم (على السطح المستوي)، وستميّز الجسم استناداً الى رسمه الخاص. كما وستتعرّف الى مفاهيم ذات علاقة بالمستقيمات والزوايا في الفراغ.

في بند المقدمة هذا، ستحلّ عدداً من المسائل، تكون بمثابة نماذج لما ستتعامل معه في هندسة الفراغ، وستعود الى بعض منها أثناء تعلّم البنود الآتية:

1. توجد في بستان الأطفال 7مجسمات للّعب والبناء. طلبت المعلمة من الأطفال وضع المجسمات على صفحة الدفتر بطرق مختلفة، ورسم الشكل الناتج.

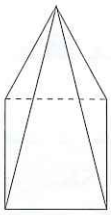


أمامك 10 أشكال (هي جزء مما رسم الأطفال)، شكلان لكل مجسم. ناظر لكل مجسم شكلين مختلفين.

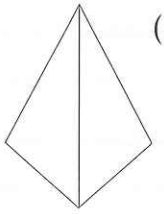


7-11 P-13 C 13/7/99 17:26

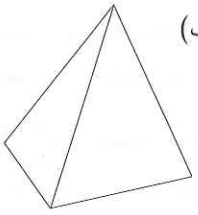
2. أُخذت صورة لهرم مربع القاعدة. هل يمكنك ان تعرف من أين أُخذت الصورة في كل حالة؟



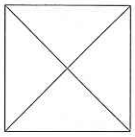
أ)



ب)



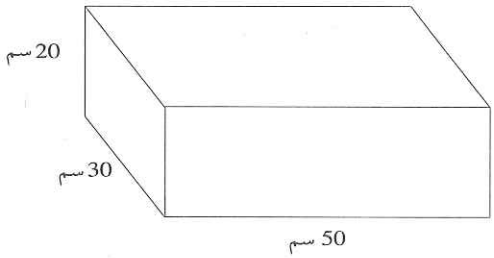
جـ)



3. أ) قدّر عدد كؤوس الماء الموجودة في دلو اعتيادي.

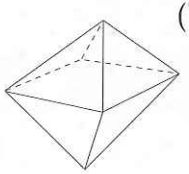
ب) يملأ أنبوب بركة للسباحة بمعدل 800 لتراً في الدقيقة. قدّر الزمن الذي يلزم لملء بركة سباحة طولها 24 م وعرضها 14 م وعمقها 2 م.

جـ) خمّن عدد البرتقالات التي يمكن وضعها في الصندوق حسب المقاييس المسجلة على الشكل.



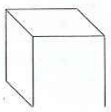
ع"ذ 4. ناظر لكل جسم "فرش سطوحه".

أ)



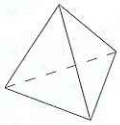
المجسم الثماني

ب)



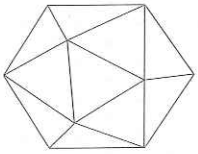
المكعب

جـ)



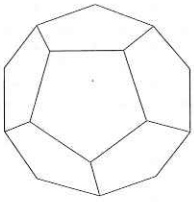
المجسم الرباعي

د)



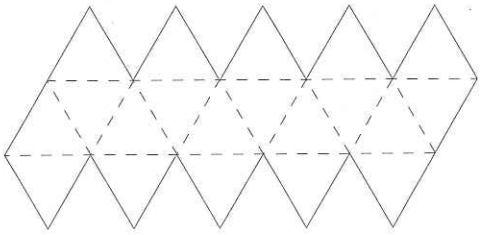
المجسم العشريني

هـ)

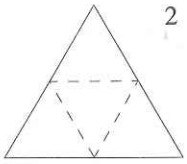


المجسم الاثنا عشر

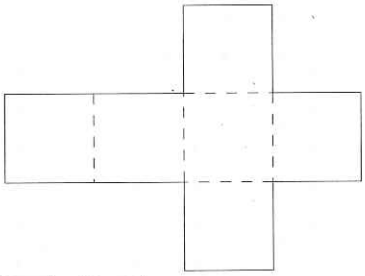
1



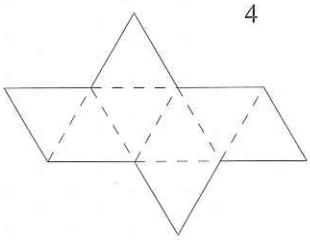
2



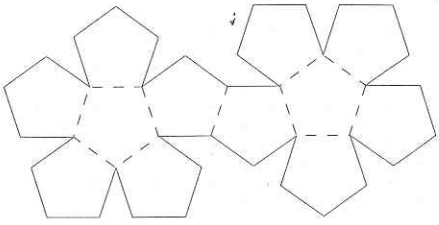
3



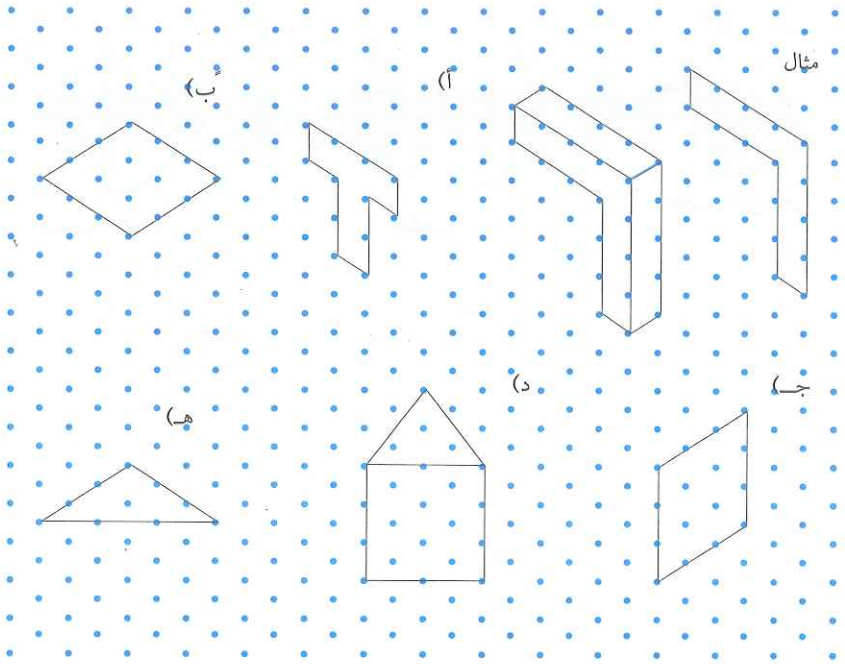
4



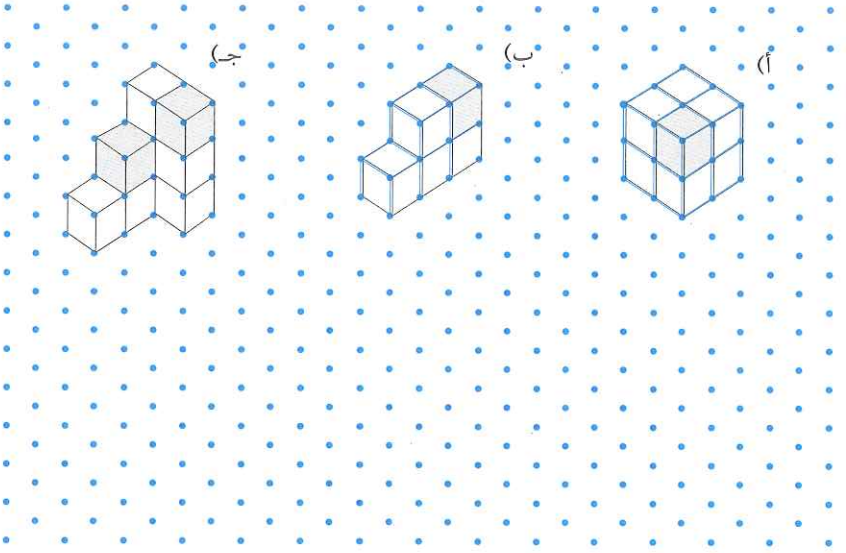
5



ع"ذ 5. أكمل الأشكال بحيث تظهر فراغية.

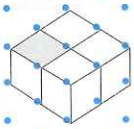


ع"ذ 6. ارسم المبنى بدون المكعبات المشددة.

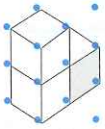


ع"ذ 7. ارسم المبنى من جديد باضافة مكعب آخر "ملتصق" بالسطح المشدد.
لوّن السطح العلوي من المكعب الذي أضفته.

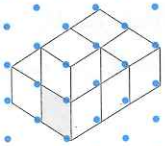
أ)



ب)



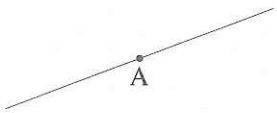
جـ)



الزوايا القائمة في الفراغ

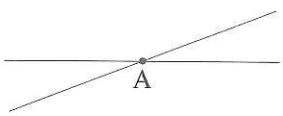
1. انظر الى زاوية الغرفة، وافحص كم زاوية قائمة ترى هناك.

2. استعن بالمساويك (قش الأسنان) وقطعة من الفلّين (الكلكر).
أ) ارسم على قطعة من الفلّين، مستقيماً عليه نقطة A.



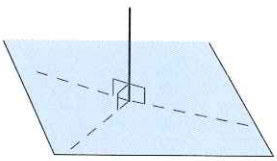
- أوقف مسواكاً في A, بحيث يكون معامداً للمستقيم.
- أوقف مسواكاً آخر في A, بحيث يكون هو أيضاً معامداً للمستقيم.
- كم عموداً يمكن ان نرسم عند النقطة A؟
- أوقف مسواكاً في A, بحيث **لا يكون** معامداً للمستقيم.

ب) ارسم على قطعة الفلّين مستقيمين متقاطعين في نقطة A.

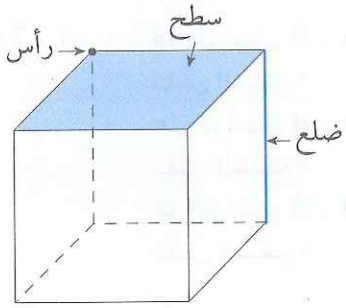


أوقف مسواكاً في A بحيث يكون معامداً للمستقيمين اللذين رسمتهما.
ارسم على قطعة الفلين، مستقيماً ثالثاً يمر في A.
هل هو معامد للمسواك الذي أوقفته؟

المستقيم المعامد لمستقيمين متقاطعين مرسومين في السطح المستوي، يعامد أيضاً كل المستقيمات المرسومة فيه، ويدعى المعامد للسطح المستوي.



3. أمامك شكل **لمكعب**.

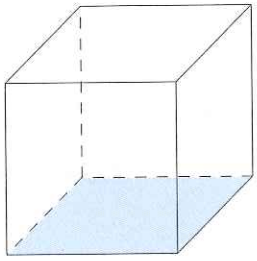


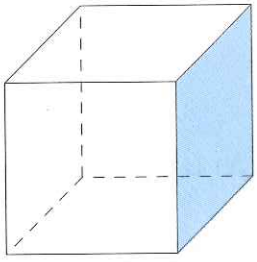
أ) - كم رأساً للمكعب؟
- كم سطحاً للمكعب؟
- كم ضلعاً للمكعب؟

ب) ما هو شكل كل سطح في المكعب؟

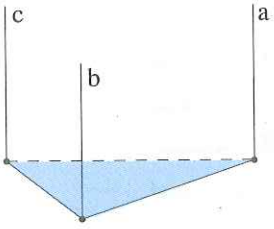
4. **ابن لك مكعباً**: ارسم مربعاً على الفلّين، بحيث يقل ضلعه قليلاً عن طول المسواك، ثم أوقف مساويك في رؤوسه بحيث ينتج مكعب.

ع"ذ 5. لوّن في الأشكال التي أمامك، جميع الأضلاع المعامدة للسطح المظلل (استعن بالمكعب الذي بنيته).

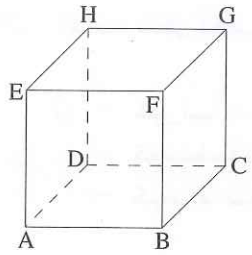




ع"ذ 6. c, b, a مستقيمات معامدة للسطح المظلل.
أشر الى جميع الزوايا القائمة في الشكل.



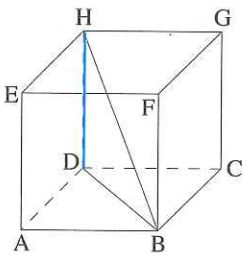
7. أ) - هل الرأسان H وَ G يقعان على نفس السطح؟
- هل الرأسان H وَ A يقعان على نفس السطح؟
- هل الرأسان H وَ B يقعان على نفس السطح؟



قطر المكعب هو قطعة تصل بين رأسين ليسا على نفس السطح فيه.

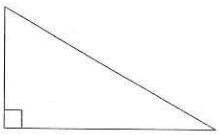
ب) أضف قطراً للمكعب الذي بنيته (في التمرين 4).
جـ) أي من القطع الآتية هي أقطار للمكعب:
EC, AC, HF, DF, DB, CH?
د) كم قطراً للمكعب؟

8. أ) لأي من المستقيمات المرسومة، تكون القطعة HD معامدة؟

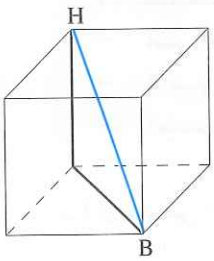


دقّق كل حساب حتى المنزلة الأولى بعد الفاصلة العشرية.

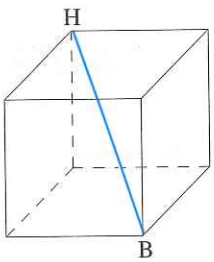
ب) طول ضلع المكعب 5 سم.
- ارسم السطح ABCD جانباً.
- احسب قطر السطح BD, (حسب نظرية فيثاغورس).
- أشر في شكل المكعب، الى الزاوية القائمة في ΔHDB.
- سجّل H, D, B في الأمكنة الملائمة من شكل المثلث الى اليسار وسجّل طول الضلعين HD وَ DB.
- احسب طول قطر المكعب HB.

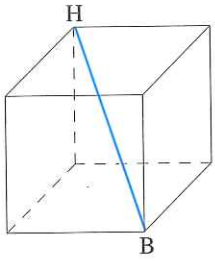


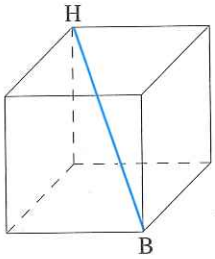
9. لحساب طول قطر المكعب، استعملت مثلثاً قائم الزاوية أحد ضلعيه القائمين هو ضلع المكعب، والضلع القائم الثاني هو قطر لسطح منه.



أ) استعن بالمكعب الذي بنيته وارسم في كل واحد من أشكال المكعب، مثلثاً آخر أضلاعه هي: BH, وقطر لسطح المكعب وواحد من أضلاعه.



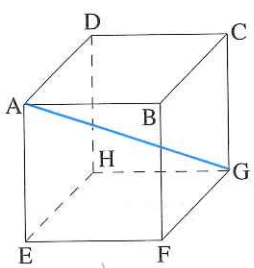




ب) أشر الى زاوية قائمة في كل مثلث رسمته.

جـ) ماذا يمكنك ان تقول عن كل المثلثات التي رسمتها؟ علّل.

10. أ) ارسم في شكل المكعب، مثلثاً قائم الزاوية أضلاعه هي: AG, وقطر لسطح المكعب وواحد من أضلاعه.



ب) طول ضلع المكعب 17 سم.

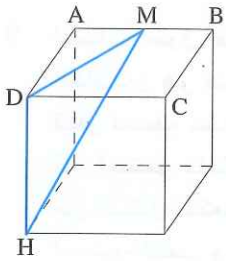
- ارسم جانباً، أحد سطوح المكعب وقطراً له، ثم احسب طول قطر هذا السطح.
- ارسم جانباً، المثلث القائم الزاوية من البند (أ) واحسب طول قطر المكعب.

في الأشكال الفراغية، يظهر المثلث القائم الزاوية أحياناً كأنه منفرج الزاوية، ويظهر المربع أو المستطيل كأنه متوازي أضلاع. لذلك يجدر قبل الحساب الرسم جانباً، المثلثات أو المربعات بشكلها الصحيح.

11. أ) طول ضلع المكعب 20 سم.

M منتصف AB.

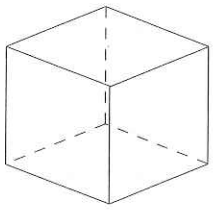
- أشر الى الزاوية القائمة في المثلث المشدد.
- ارسم المثلثين ADM وَ HDM جانباً.
- احسب طولَي DM وَ MH.

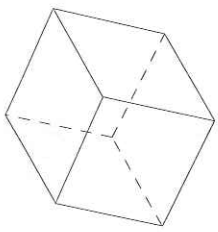


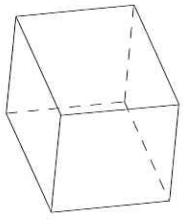
ب) ارسم في المكعب، مثلثاً آخر مطابقاً لِ ΔHDM.

تمارين

12. ارسم في كل شكل قطراً للمكعب وقطراً لسطح يخرجان من نفس الرأس.



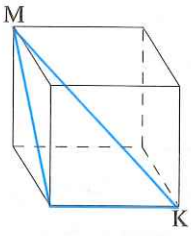




13. أ) ضع مساويك داخل المكعب بحيث ينتج المثلث المشدد.

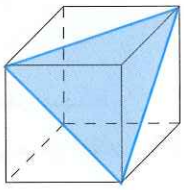
ب) ارسم المثلث جانباً. ما نوعه؟

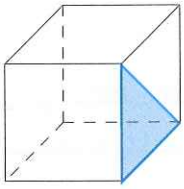
جـ) احسب طول MK اذا كان طول ضلع المكعب 7 سم.

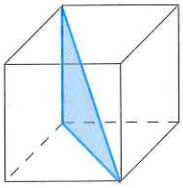


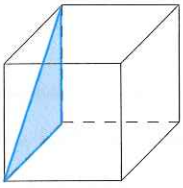
14. I) – استعن بالمكعب الذي بنيته، تعرّف وأشر الى الزوايا القائمة إن وجدت في المثلثات المشددة.

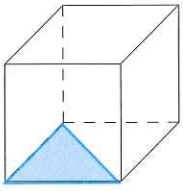
– ارسم كل مثلث جانباً، تعرّف الى نوعه (متساوي الأضلاع أو متساوي الساقين أو قائم الزاوية) وعلّل.

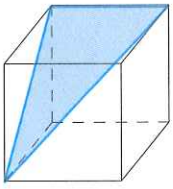
أ) 

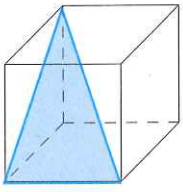
ب) 

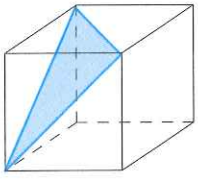
جـ) 

د) 

هـ) 

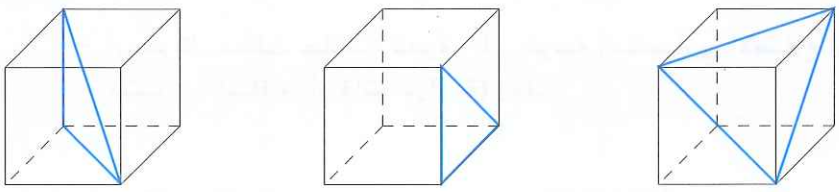
و) 

ز) 

ح) 

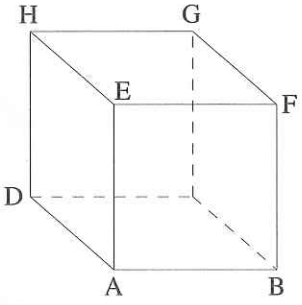
II) صل بخط أشكالاً فيها المثلثات المشددة متطابقة.

15. أمامك الأشكال من البنود أ، ب، جـ من التمرين السابق.



- خمّن لأي المثلثات أكبر محيط ولأيها أصغر محيط.
- احسب محيط المثلث المشدد اذا كان طول ضلع المكعب 10 سم، وافحص تخمينك.

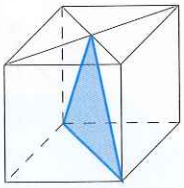
16. أ) ارسم قطر السطح وقطر المكعب الخارجين من الرأس A وشدّد المثلث القائم الزاوية الناتج.
طول ضلع المكعب 12 سم.
- أي مثلث تستعمل لحساب قطر السطح الذي رسمته؟

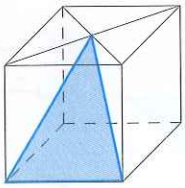


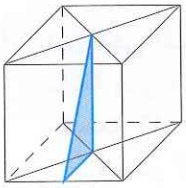
- احسب طول قطر السطح.
- احسب طول قطر المكعب.

ب) معطى أن طول قطر سطح مكعب هو 8 سم. احسب طول ضلع المكعب وطول قطره (ارسم أولاً المثلث الملائم، جانباً).

17. I) ابنِ على الفلّين مكعباً طول ضلعه أصغر من طول المسواك.
أضف مساويك حسب الحاجة وبيّن نوع المثلث المشدد.

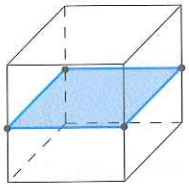
أ) 

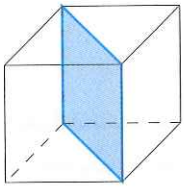
ب) 

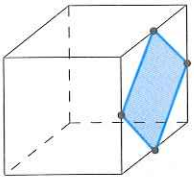
جـ) 

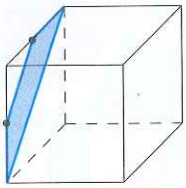
II) احسب محيط ومساحة كل واحد من المثلثات المرسومة، اذا كان طول ضلع المكعب 10 سم.

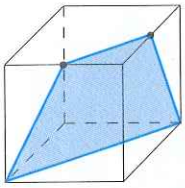
18. I) النقط المشددة في الأشكال الآتية هي منتصفات أضلاع. تعرّف الى نوع الأشكال الرباعية الملوّنة في كل مكعب. (يمكنك الاستعانة بالمكعب الذي بنيته).

أ) 

ب) 

جـ) 

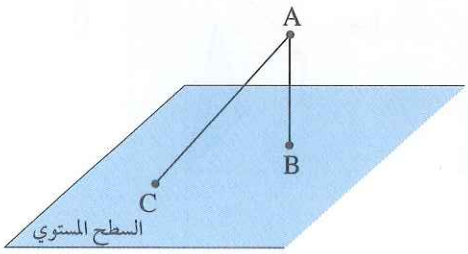
د) 

هـ) 

II) طول ضلع المكعب 10 سم. احسب محيط الأشكال المشددة من البنود أ، ب، جـ.

المساقط

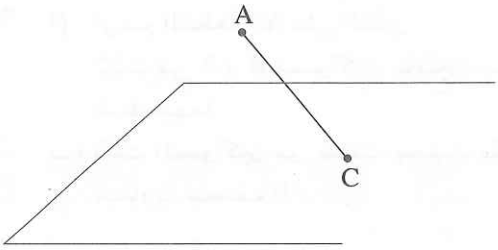
1. ابنِ على الفلّين، قطعة AC مائلة على السطح المستوي، وقطعة AB معامدة له.
   - افحص أيهما أقصر في البناء الذي بنيته، القطعة المائلة AC أم القطعة المعامدة AB؟
   - صل CB على الفلّين، وأيضاً هنا في الشكل.
   - أشر الى الزاوية القائمة في المثلث الناتج.



CB يدعى **مسقط** AC على السطح المستوي.

ع ذ 2. عند ترميم بناء قديم، أوقفوا قضيباً حديدياً ليسند الجدار.
ارسم من طرف القضيب الحديدي معامداً للأرض، ثم ارسم مسقطاً له أيضاً.

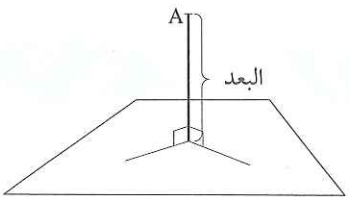
3. أ) لرسم مسقط AC على المستوي، يجب رسم معامد للمستوى من النقطة A.



وكي يكون الرسم "نموذجاً جيداً" للمبنى، نرسم القطعة المعامدة أقصر من المائلة.

- ارسم من A معامداً للمستوى ومسقطاً لِ AC عليه.
- أشر الى الزاوية القائمة في المثلث الناتج.

ب) طول AC 10 سم وطول مسقطها على المستوى 6 سم. احسب طول المعامد للمستوى من النقطة A .



بُعد النقطة A عن المستوى هو طول القطعة المعامدة من النقطة حتى المستوى. (البعد هو أقصر قطعة من النقطة الى المستوى).

4. بُعد A عن المستوى 4 سم وطول المائل من A الى المستوى 7 سم. ارسم واحسب طول مسقط المائل على السطح المستوي.

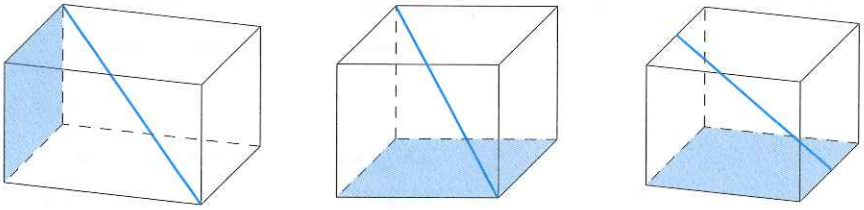
5. أ) هل يمكن لمسقط قطعة ان يكون مساوياً للقطعة نفسها؟
ب) هل يمكن لمسقط قطعة ان يكون أطول من القطعة نفسها؟
جـ) هل يمكن لمسقط قطعة ان يكون نقطة؟

6. طول قطعة مائلة تخرج من A الى المستوى، 12 سم. طول مسقطها على المستوى 7 سم. احسب بُعد A عن المستوى.

7. أ) ارسم القطعة AB على الفلّين.
ثبّت في A وَ B مسواكين مائلين، بحيث تكون القطعة AB مجموعاً لمسقطيهما.
ب) ثبّت المسواكين من جديد، بحيث يكون مسقط كل واحد من المائلين مساوياً لنصف AB.

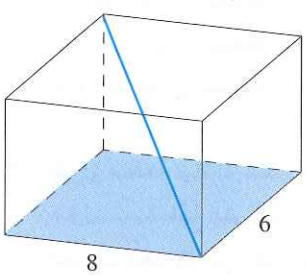
ع"ذ 8. ارسم ولوّن مسقط القطعة الملوّنة على المستوى الملوّن.

أ) ب) جـ)



ع"ذ 9. أ) ابنِ صندوقاً على الفلّين حسب التعليمات الآتية:
ارسم مستطيلاً على الفلّين. ثبّت مساويك متساوية الطول ومعامدة للمستطيل عند رؤوسه. بهذا تحصل على هيكل **لصندوق** (متوازي مستطيلات).

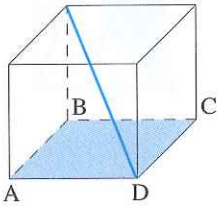
ب) – ارسم مسقطاً لقطر الصندوق (القطعة الملونة) على السطح الملون.
– احسب طول المسقط الذي رسمته، حسب المعطيات.



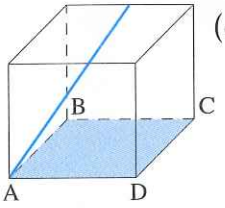
تمارين

10. ارسم مسقطاً للقطعة المشددة على السطح ABCD.

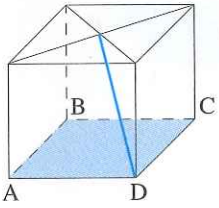
أ)



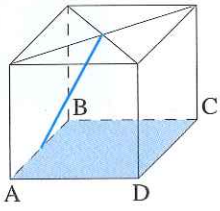
ب)



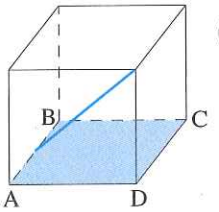
جـ)



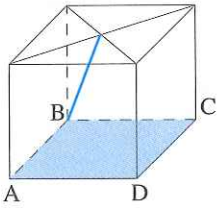
د)



هـ)



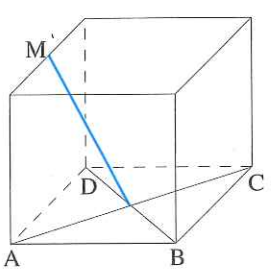
و)



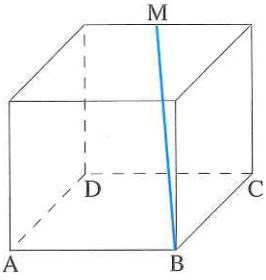
11. i) M منتصف ضلع مكعب. ارسم مسقطاً للقطعة الملونة على السطح ABCD.

ii) ارسم السطح ABCD جانباً. ارسم المسقط الذي وجدته واحسب طوله.

12. أ)

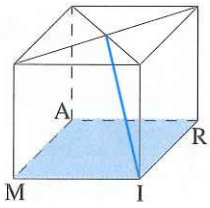


ب)

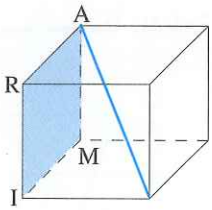


ارسم مسقطاً للقطعة الملونة على السطح MIRA.

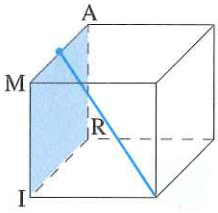
أ)



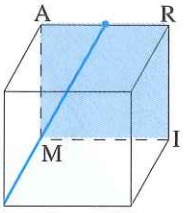
ب)



جـ)



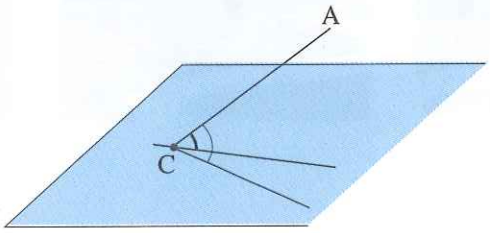
د)



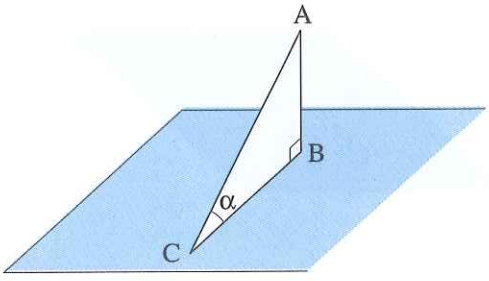
الزاوية بين مستقين وسطح

1. ابنِ مائلاً على السطح المستوي للفلّين.
المائل يحصر زوايا مع كل مستقيم نرسمه على الفلّين ويمر في C.
حاول ان ترسم على الفلين، مستقيماً يحصر أصغر زاوية ممكنة مع المائل.

أصغر زاوية ممكنة هي **الزاوية المحصورة بين المائل والمستوى.**

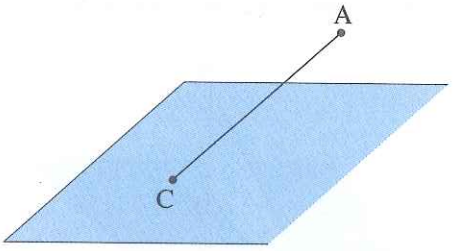


أصغر زاوية ممكنة بين مائل ومستقيم على المستوى، هي الزاوية بين المائل ومسقطه، وتدعى **الزاوية بين المائل والمستوى** (α في الشكل)



2. نظر عادل وداليه وعرين الى قضيب حديدي يسند جداراً لبناء من نواحي مختلفة، وشاهدوه بزوايا مختلفة (مؤشرة) . من منهم "شاهد" الزاوية بين القضيب والأرض؟

ع"ذ 3. ارسم من A معامداً للمستوى، والزاوية بين AC والمستوى. أشر الى الزاوية القائمة.
طول AC 10 سم. الزاوية بين AC والمستوى 40°, سجل على الشكل واحسب بعد A عن المستوى.

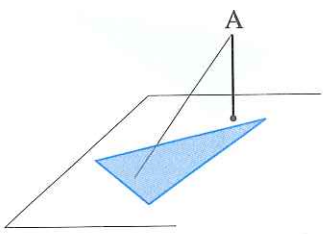


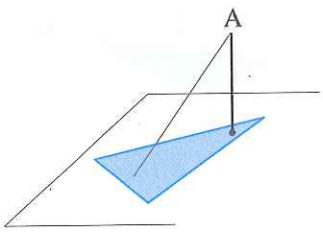
4. أ) بين أي قيم يمكن للزاوية المحصورة بين المائل ومسقطه ان تكون؟
ب) ما هي اكبر زاوية ممكنة بين مستقيم وسطح مستوي؟
ماذا يمكنك ان تقول عن المستقيم والمستوى في هذه الحالة؟

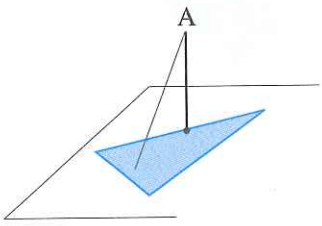
5. ارسم مثلثاً على الفلّين.
ارسم مائلاً يلامس المستوى في داخل المثلث.

أ) اختر نقطة على المائل وارسم منها معامداً للمستوى. أين يلامس المعامد الذي رسمته المستوى؟ في داخل المثلث او على ضلع المثلث او في خارج المثلث؟

أكمل الرسم الملائم للحالة التي نفّذتها وأشر الى الزاوية المحصورة بين المائل والمستوى.





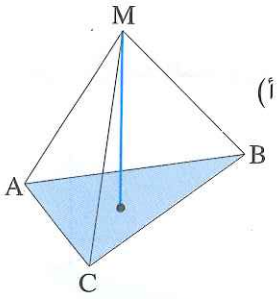


ب) نفّذ رسم المعامد من نقط أخرى على المائل، بحيث تنتج الحالتان الأخريان وأكمل الرسم.

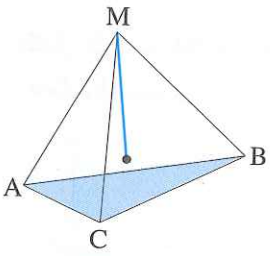
ع"ذ 6. بعد A عن المستوى 5 سم. طول المائل AC 9 سم. ارسم شكلاً واحسب الزاوية المحصورة بين AC والمستوى، وطول مسقط AC على المستوى.

ع"ذ 7. القطعة الملوّنة في كل شكل معامدة للمستوى (استعن ببناء ملائم من المساويك على الفلّين).
ارسم وأشر بـ α الى الزاوية المحصورة بين MA والمستوى، وكذلك بـ β الى الزاوية بين MB والمستوى، وبـ γ الى الزاوية بين MC والمستوى.

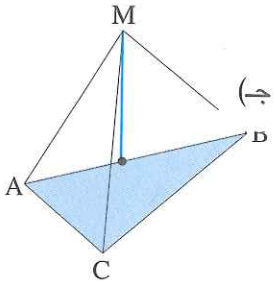
أ)



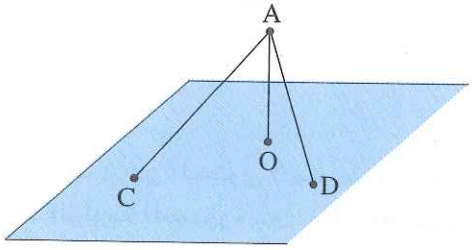
ب)



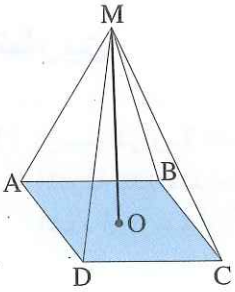
جـ)



ع"ذ 8. ابنِ بواسطة المساويك على الفلين مائلين ومعامداً للمستوى.
(في الشكل AD وَ AC مائلان وَ AO معامد). ارسم مسقطي المائلين على الفلين وهنا في الشكل أيضاً. أشر في الشكل الى الزاويتين بين المائلين والمستوى.



ع"ذ 9. في الشكل، MO معامد للمستوى ABCD.

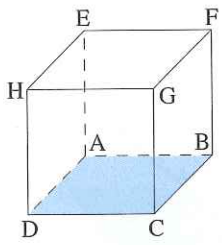


ومعطى أن: MA = MB = MC = MD = 8 سم
MO = 5 سم

- احسب مقدار الزاوية α بين MA والمستوى.
(ارسم جانباً ΔMOA وسجّل المعطيات عليه).

- ما هو مقدار كل واحدة من الزوايا المحصورة بين MB والمستوى وبين MC والمستوى وبين MD والمستوى؟ علّل!

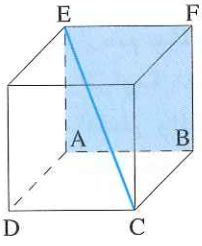
ع"ذ 10. أ) ابنِ مكعباً على الفلين (طول ضلعه أصغر من طول المسواك). ابنِ وارسم قطر المكعب وقطر السطح ABCD الخارجين من الرأس C.
أشر الى الزاوية المحصورة بين قطر المكعب والسطح ABCD.



ب) طول ضلع المكعب 10 سم. ارسم السطح الذي رسمت قطره، ثم احسب طوله.

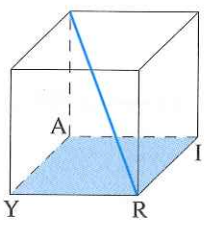
جـ) ارسم المثلث الذي تظهر فيه الزاوية التي أشرت اليها. أشر الى الزاوية القائمة فيه، ثم احسب أطوال أضلاعه.
احسب مقدار الزاوية المحصورة بين قطر المكعب والسطح ABCD.

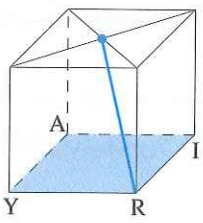
د) ارسم الزاوية المحصورة بين قطر المكعب CE والسطح EFBA ، وجد مقدارها.

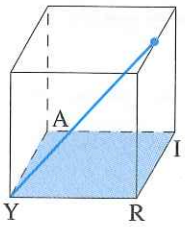


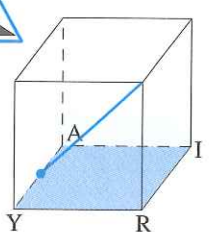
تمارين

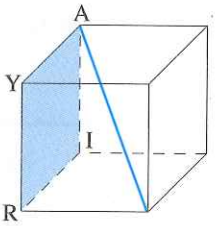
11. ارسم الزاوية المحصورة بين المستقيم الملوّن والسطح YAIR. النقط الملونة تقع عند منتصف الضلع.
(شدّد أو ارسم أولاً، معامداً للسطح YAIR ومسقطاً للمائل عليه).

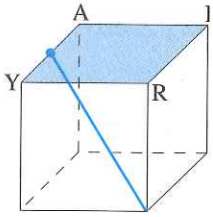
أ)


ب)


جـ)


د)


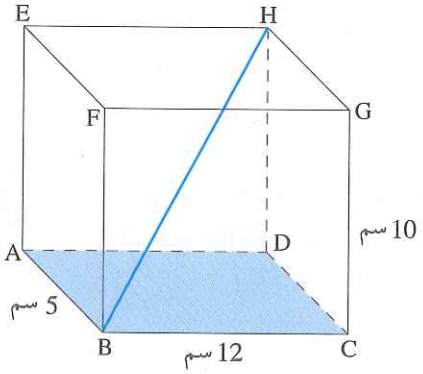
هـ)


و)


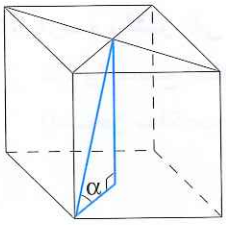
12. أ) ابنِ صندوقاً على الفلّين وبيّن قطراً له، ثم ابنِ الزاوية المحصورة بينه وبين القاعدة السفلى للصندوق. أكمل الرسم.

ب) ارسم القاعدة السفلى واحسب طول القطر الذي بيّنته في (أ).

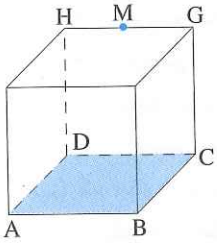
جـ) ارسم مثلثاً تظهر فيه الزاوية المحصورة بين القطر والقاعدة واحسب مقدارها.



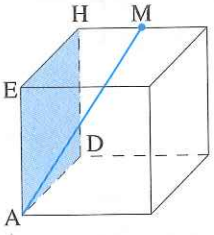
13. ابنِ في المكعب على الفلّين، مساويك ملائمة للمستقيمات الملوّنة. أضف في البناء وفي الشكل، مثلثاً مطابقاً للمثلث الملوّن ثم أشر الى زاوية مساوية لِ α.



14. أ) M منتصف HG. ارسم الزاوية المحصورة بين MA والسطح ABCD.

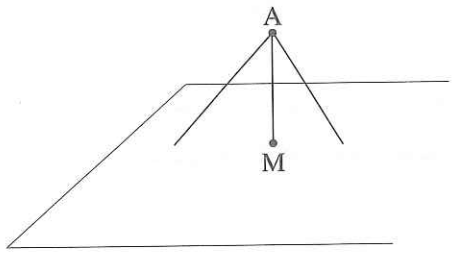


ب) طول ضلع المكعب 10 سم.
احسب أطوال أضلاع المثلث الذي رسمته في البند (أ) ومقدار الزاوية المحصورة بين MA والسطح ABCD.

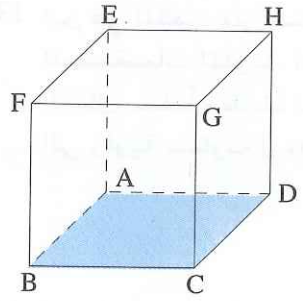


جـ) ارسم الزاوية المحصورة بين AM والسطح ADHE.

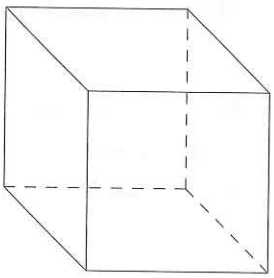
15. ابنِ AM معامداً لمستوى الفلّين. من A ، ابنِ أيضاً مائلين مختلفي الطول AB وَ AC ، بحيث تكون النقط B, C وَ M على مستقيم واحد.
- أكمل الشكل.
- ما هو AM في ΔABC؟



16. ارسم وأشر الى الزاوية المحصورة بين CH والسطح ABCD. جد مقدارها.
(استعن بالمكعب الذي بنيته).

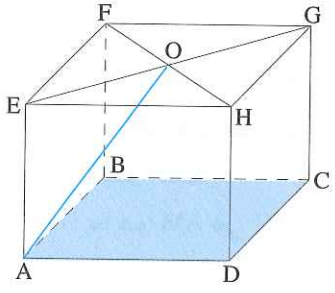


17. أ) طول ضلع المكعب 40 سم.
- ارسم قطراً أياً كان للمكعب.
- ارسم وأشر الى الزاوية المحصورة بينه وبين أحد السطوح.
- احسب مقدار الزاوية.



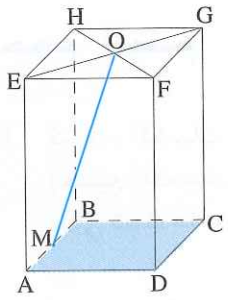
ب) كم يكون مقدار هذه الزاوية حسب رأيك، في مكعب طول ضلعه 80 سم؟
جـ) كم يكون مقدار الزاوية المحصورة بين القطر وكل واحد من السطوح الأخرى؟

18. أ) ارسم مربعاً (صغيراً) على الفلّين. ثبّت عند الرؤوس مساويك لها نفس الطول، لكنه يختلف عن طول ضلع المربع. بهذا تحصل على هيكل لصندوق مربع القاعدة.
ب) 0 نقطة تلاقي قطري السطح العلوي للمكعب.
- ابن في الصندوق على الفلين، القطعة AO ومسقطها عليه.
- ارسم وأشر بـ α الى الزاوية المحصورة بين AO والسطح ABCD.



جـ) $AD = 20$ سم
$AE = 15$ سم
احسب مسقط AO.
ارسم جانباً، المثلث الذي تظهر فيه الزاوية α.
احسب أطوال أضلاعه، وبمساعدتها احسب مقدار الزاوية α أيضاً.

19. M منتصف AB.

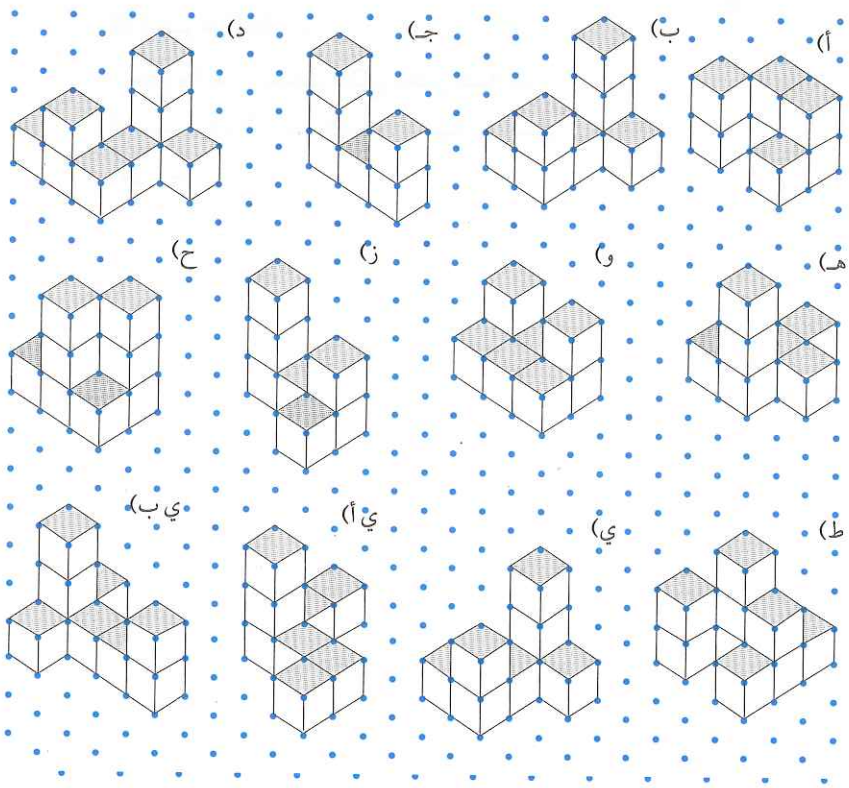


أ) ابنِ وارسم الزاوية المحصورة بين MO والسطح ABCD . أشر اليها بِ α.

ب) طول ضلع مربع قاعدة الصندوق 10 سم.
ارتفاع الصندوق 15 سم.
(AE = 15 سم)
ارسم جانباً، المثلث الذي تظهر فيه α,
احسب أطوال أضلاعه ومنها مقدار الزاوية.

حجم الجسم

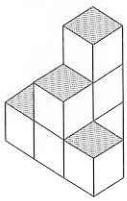
1. كم عدد المكعبات في كل مبنى؟
(جميع المكعبات هي بذات الكبر، توجد جميع المكعبات الظاهرة، وتلك التي تسندها، ولا توجد مكعبات أخرى مخفيّة).



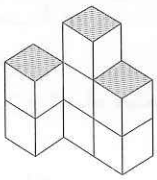
يستعمل المكعب الصغير كوحدة حجم.
اذا كان طول ضلع المكعب 1 سم، فان حجمه يساوي 1 سم3
(سنتمتراً مكعباً واحداً).

2. ما هو حجم كل مبنى؟ (طول ضلع المكعب 1 سم.)

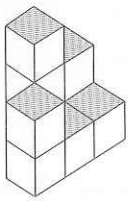
أ)



ب)

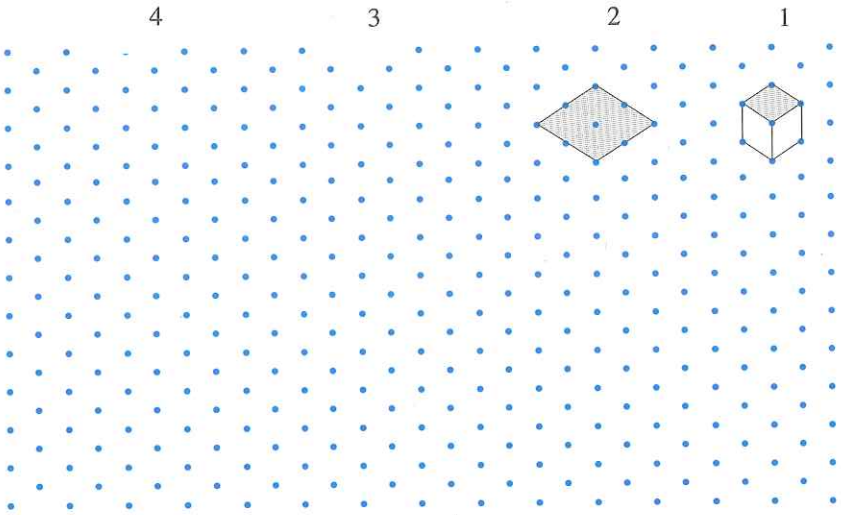


جـ)



3. أمامك شكل المكعب 1.

أ) أكمل شكل المكعب 2 الذي طول ضلعه اكبر مرتين.
ارسم خطوط تقسيم، بحيث يمكنك عدّ عدد المكعبات الصغيرة التي يتكوّن منها المكعب الجديد.



ب) ارسم شكل المكعب الذي طول ضلعه اكبر 3 مرات من طول ضلع المكعب الصغير. ارسم خطوط التقسيم. كم عدد المكعبات الصغيرة التي يتكوّن منها المكعب الجديد؟

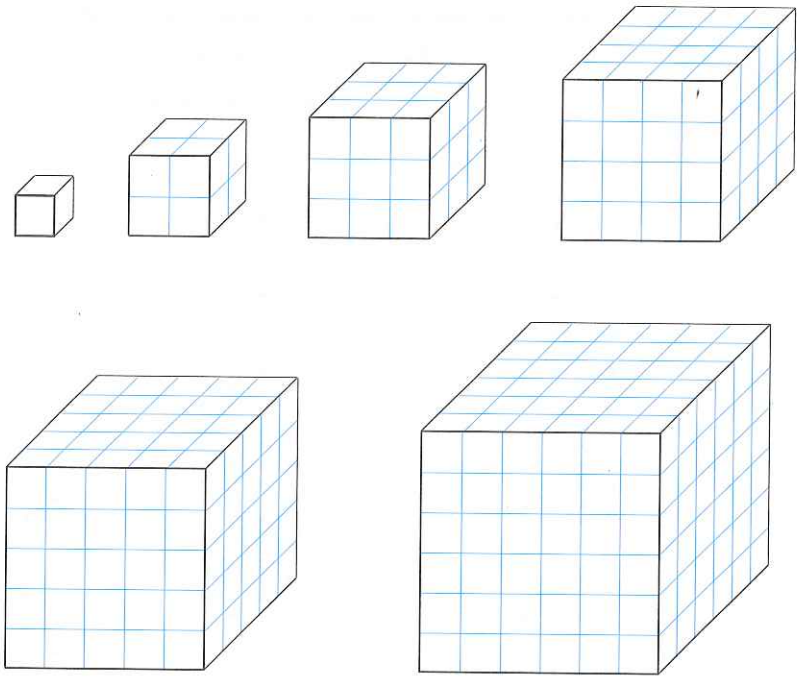
جـ) كرّر العمليات المذكورة لترسم شكل المكعب الذي طول ضلعه اكبر 4 مرات من طول ضلع المكعب الصغير.

يتبع ←

د) طول ضلع مكعب صغير 1 سم.

- ما هو حجم المكعب 2؟
- ما هو حجم المكعب 3؟
- ما هو حجم المكعب 4؟
- كم وحدة حجم يلزم لبناء مكعب طول ضلعه 5 سم؟

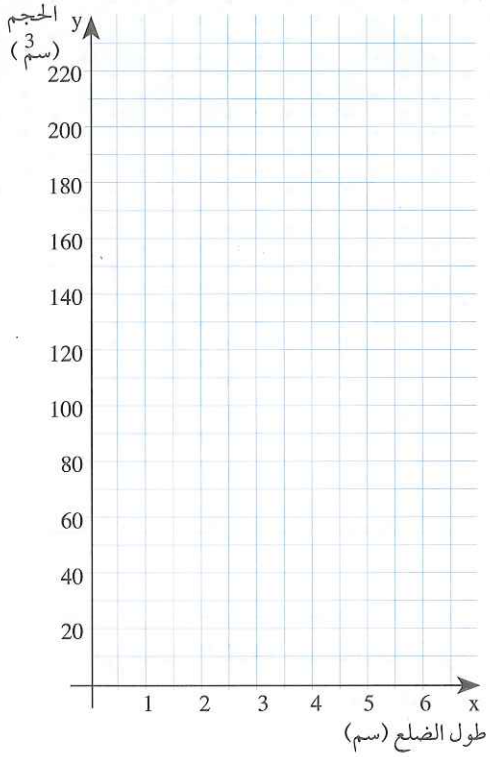
4. أ) جد حجم كل واحد من المكعبات وسجّله في الجدول.
(طول ضلع مكعب صغير سم واحد).



ب) أكمل الجدول أيضاً لطول ضلع 7, 8 وَ x.

طول ضلع المكعب (سم)	1	2	3	4	5	6	7	8	x
حجم المكعب (سم3)									

جـ) ارسم بمساعدة الجدول، خطاً بيانياً يمثل حجم المكعب حسب طول ضلعه.

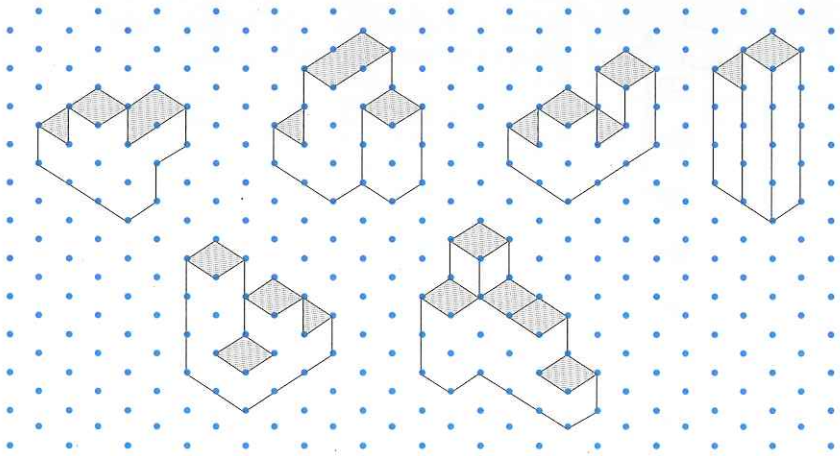


د) – طول ضلع مكعب 4.5 سم. جد حجمه بالتقريب، حسب الرسم البياني. افحص بواسطة الحاسبة.

– حجم مكعب 100 سم3. جد طول ضلعه بالتقريب، حسب الرسم البياني. افحص بواسطة الحاسبة.

تمارين

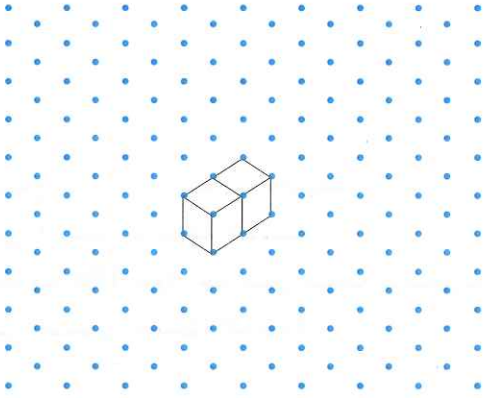
ع"ذ 5. ارسم خطوط التقسيم وجد عدد المكعبات في كل مبنى.



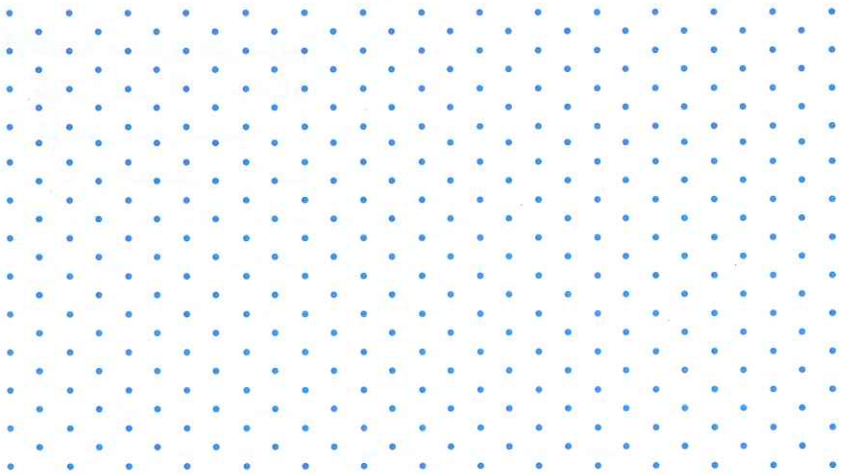
ع"ذ 6. أ) أضف مكعباً آخر لشكل المبنى، بحيث تظهر ثلاثة مكعبات في صف واحد.

ب) أضف مكعباً رابعاً للمبنى، بحيث لا يظهر المكعب الرابع في نفس الصف بل في نفس الطبقة ومتصل بالمبنى.

جـ) أضف مكعباً خامساً يكون متصلاً بالمبنى، بحيث يظهر في طبقة ثانية (اشطب خطوطاً من الشكل اذا لزم).

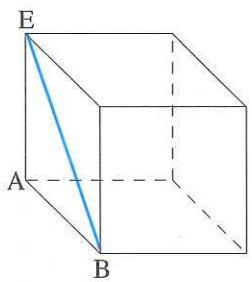


7. أ) ارسم صندوقاً على ورقة النقط، حجمه 10 وحدات حجم.
ما هي أطوال أضلاع الصندوق؟
ب) ارسم صندوقاً آخر مختلفاً على ورقة النقط، حجمه 10 وحدات حجم. ما هي أطوال أضلاع الصندوق؟
جـ) ارسم مبنى آخر ليس صندوقاً، حجمه 10 وحدات حجم.

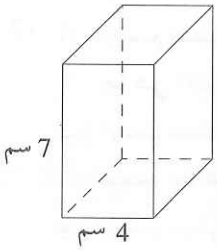


8. أ) جد حجم المكعب اذا كان طول ضلعه 10 سم.
ب) جد حجم المكعب اذا كان طول ضلعه15 سم.
جـ) خمّن بالتقريب، كم يكون طول ضلع المكعب اذا كان حجمه 2200 سم3.
افحص بواسطة الحاسبة.

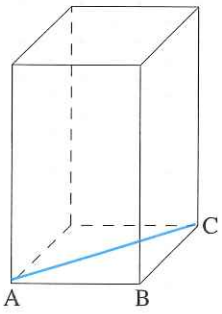
9. قطر سطح في مكعب 12 سم.
احسب طول ضلع المكعب وحجمه.
(ارسم ΔAEB.).



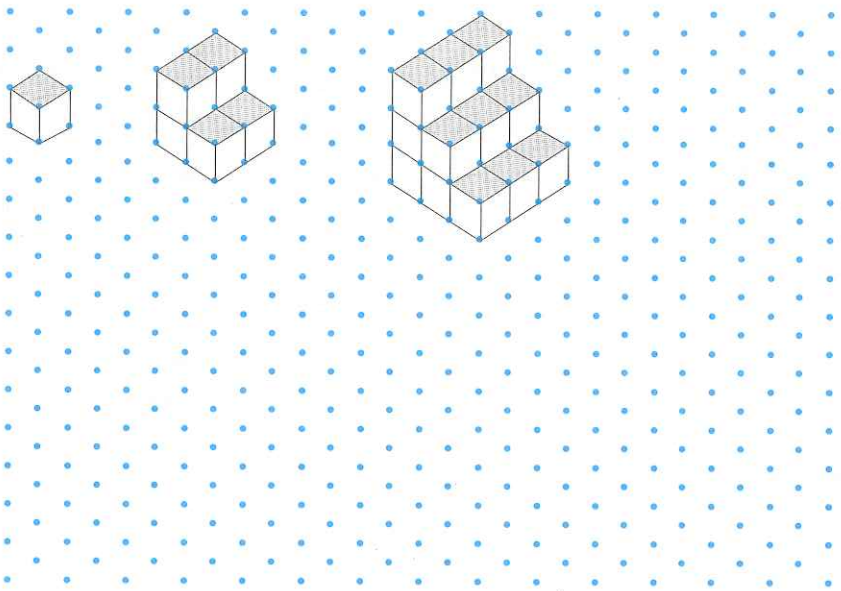
10. قاعدة صندوق هي مربع طول ضلعه 4 سم.
ارتفاع الصندوق 7 سم.
كم مكعباً من مكعبات الوحدة (طول الضلع لكل منها 1 سم) يسع هذا الصندوق؟ ما هو حجم الصندوق؟



11. قاعدة صندوق هي مربع.
طول القطر 10 سم = AC.
كم طول ضلع المربع؟
ارتفاع الصندوق 12 سم.
كم مكعباً من مكعبات الوحدة (طول الضلع لكل منها 1 سم) يسع هذا الصندوق؟
ما هو حجم الصندوق؟

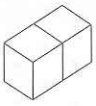
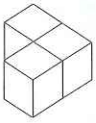
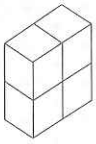


12. أ) ما هو حجم كل مبنى؟
ب) ارسم مبنى آخر من المتوالية. كم مكعباً أضفت؟ ما هو حجم هذا المبنى؟



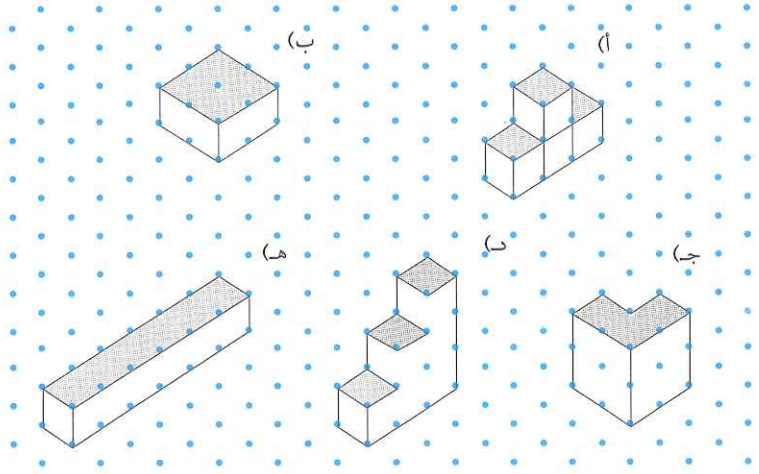
مساحة السطوح

1. أ) لُوّنت جميع سطوح المباني الآتية. كم عدد المربعات الملوّنة في كل مبنى؟

أ) ب)  جـ)  د) 

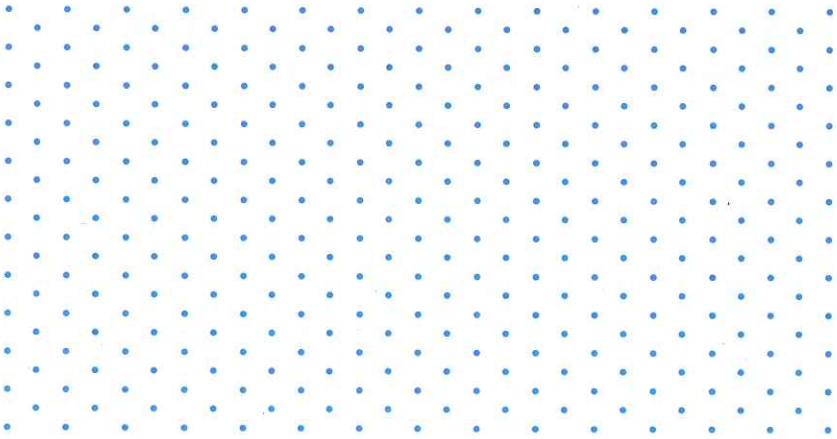
عند تلوين جميع سطوح الجسم (المبنى)، فان المساحة الملونة تدعى "المساحة الكلية للجسم".

2. أ) احسب المساحة الكلية لكل مبنى (بوحدات مربعة).



ii) ما هو حجم كل مبنى؟

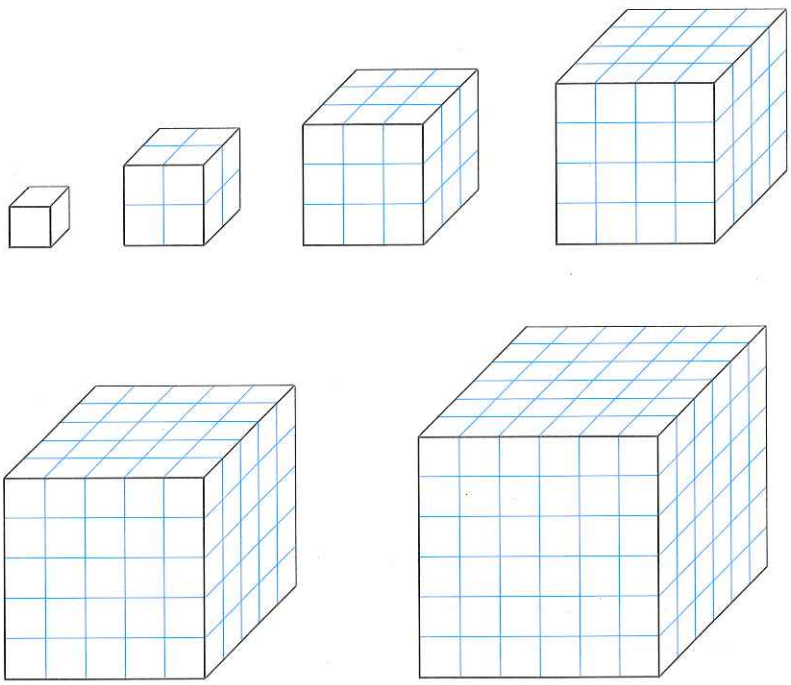
iii) حاول ان ترسم مبنيين آخرين، حجم كل مبنى منهما 6 مكعبات الوحدة، ثم احسب المساحة الكلية لكل منهما.



iv) هل المساحة الكلية لمبان كهذين، هي دائماً ممثلة بواسطة عدد زوجي؟ علّل.

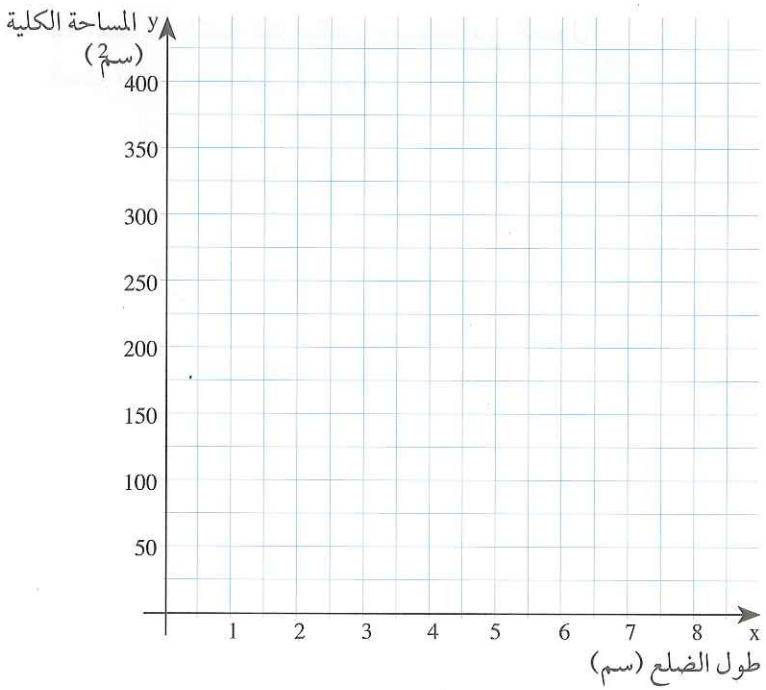
تمارين

3. أ) جد المساحة الكلية لكل مكعب وسجّلها في الجدول.
(ضلع المكعب الصغير 1 سم.)



طول ضلع المكعب (سم)	1	2	3	4	5	6	7	8	x
المساحة الكلية ($سم^2$) تشمل القاعدة السفلى.									

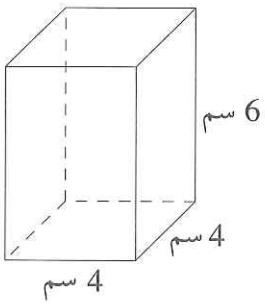
ب) ارسم خطاً بيانياً يمثل المساحة الكلية للمكعبات حسب طول الضلع. (استعن بالجدول).



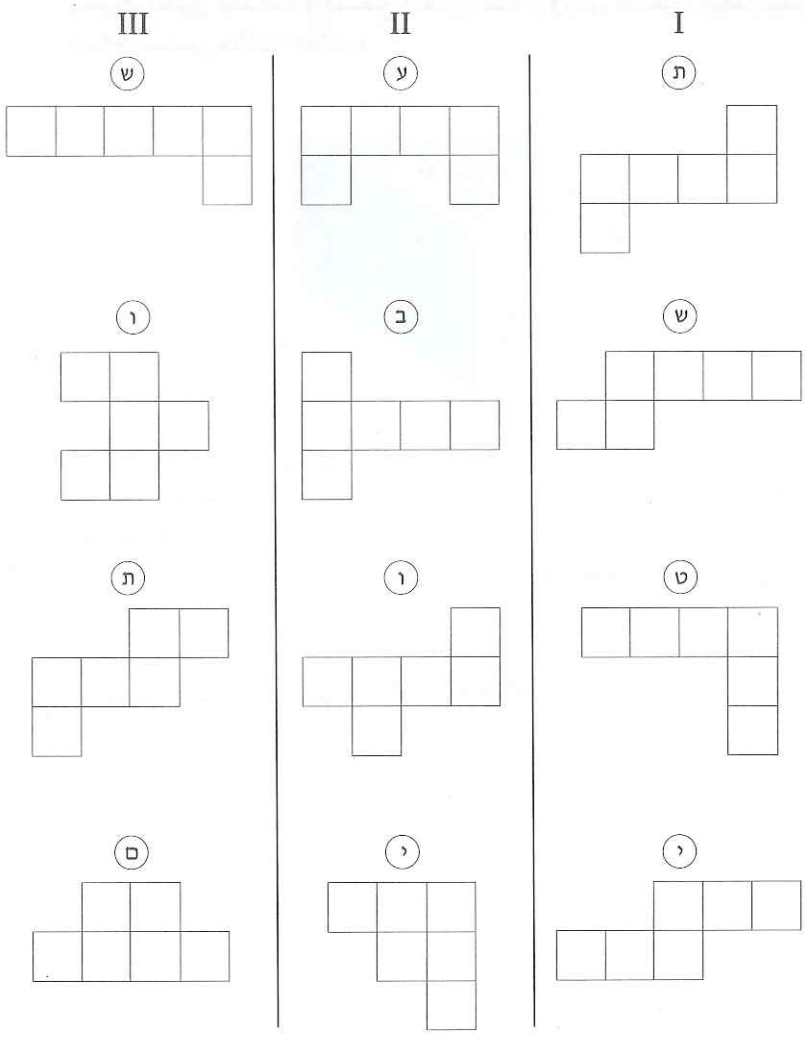
جـ) – اقرأ من الخط البياني، ما هي المساحة الكلية (بالتقريب) لمكعب طول ضلعه 5.5 سم. افحص بواسطة الحاسبة.

– جد من الرسم البياني بالتقريب، ما هو طول ضلع المكعب الذي مساحته الكلية 200 سم2. افحص بواسطة الحاسبة.

4. احسب المساحة الكلية للصندوق حسب القياسات المسجلة. (احسب مساحة كل السطوح).



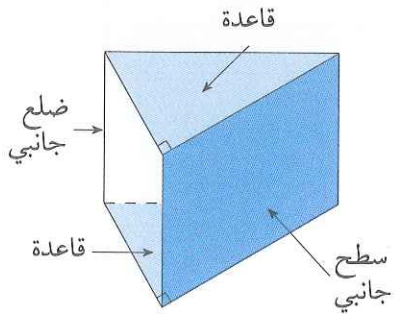
5. أمامك 12 شكلاً، كل واحد منها ذو 6 مربعات. أشر الى الأشكال التي يمكن طيّها لينتج مكعب. (أشر الأشكال التي هي فروش لمكعب).
في أوراق القصّ التي في آخر الكراس، تجد ثانية الأشكال التي في هذه الصفحة . يمكنك قصّها من هناك وطيّها والفحص ان كنت لم تخطىء.



سجل الأحرف العبرية التي الى جانب كل فرش أشرت اليه، ينتج اسم مجموعة الأجسام التي تحوي المكعبات (سجل أولاً الأحرف من العمود I ثم من العمود II وأخيراً من العمود III).

المنشورات

1. أ) ارسم مثلثاً على الفلّين، ثم أوقف مساويك متساوية في طولها بحيث تكون معامدة لسطح الفلّين عند رؤوس المثلث. بهذا بنيت هيكلاً لمنشور مثلث القاعدة.

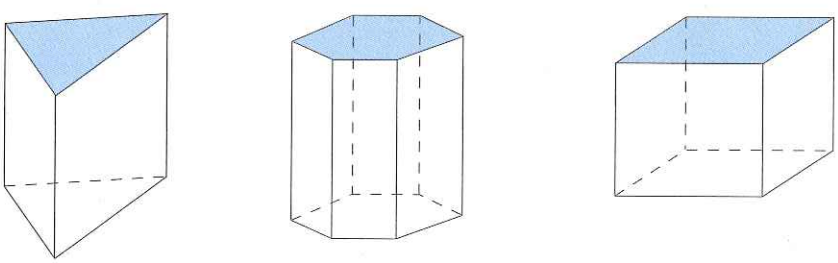


ب) ارسم شكلاً رباعياً على الفلّين، ثم أوقف مساويك متساوية الطول معامدة لسطح الفلّين عند رؤوس الشكل الرباعي. بهذا بنيت هيكلاً لمنشور قاعدته شكل رباعي.

جـ) أعد عملية البناء على الفلّين اذا كان مرسوماً عليه شكل خماسي.

الجسم المحصور بين مضلعين متطابقين وأضلاعه الجانبية معامدة للقاعدتين، يدعى **المنشور القائم.**

أمثلة:



ملاحظة: في هذا الكراس، سنتعامل فقط مع المنشورات القائمة سندعوها المنشورات.

2. أ) أية أشكال رباعية هي السطوح الجانبية للمنشور؟

ب) كيف ندعو منشوراً قاعدتاه مستطيلان؟

جـ) كيف ندعو منشوراً جميع سطوحه مربعات؟

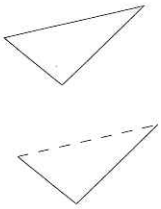
د) هل يوجد منشور قاعدتاه مربعان، لكنه ليس مكعباً؟
كيف ندعو منشوراً كهذا؟

هـ) أقيمت خيمة كشاف بواسطة بطانية.
هل الخيمة هي منشور؟

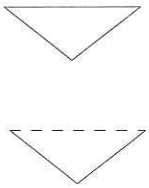
كي تحصل على **صورة جيدة للجسم**، لا ترسم دائماً القاعدتين والسطوح الجانبية للمنشور حسب المعطيات.

ع"ذ 3. أكمل شكل المنشور حسب القاعدتين.

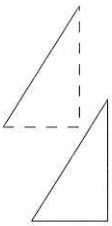
أ)



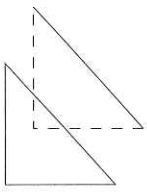
ب)



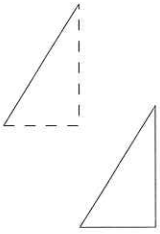
جـ)



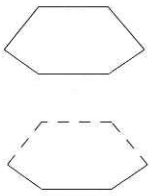
د)



هـ)



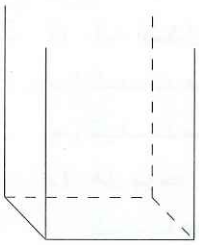
و)



ع"ذ 4. أ) أكمل رسماً لصندوق.

ما شكل قاعدتي الصندوق؟

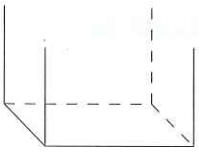
ما شكل سطوحه الجانبية؟



ب) أكمل رسماً لمكعب.

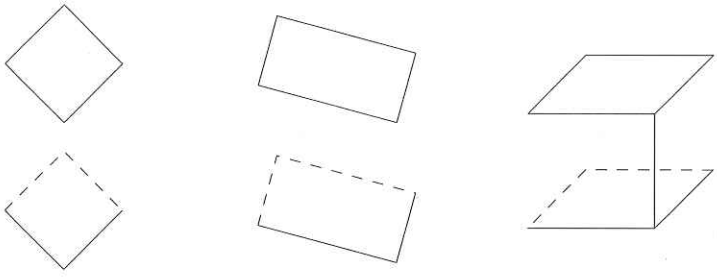
ما شكل قاعدتي المكعب؟

ما شكل سطوحه الجانبية؟



الصندوق هو منشور قاعدتاه مستطيلان. المكعب هو صندوق **جميع** سطوحه مربعات.

ع"ذ 5. أ) أكمل رسم الصناديق الآتية بواسطة التوصيل بين الرؤوس "المتناظرة".

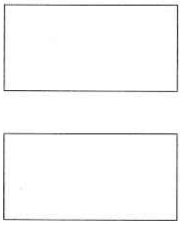


جميع سطوح صندوق هي مستطيلات، ولكنها ليست جميعاً مرسومة كمستطيلات.

ب) رسمت ناديه قاعدتي صندوق كمستطيلين.

حاول اكمال رسم الصندوق.

ما رأيك بهذا الرسم؟

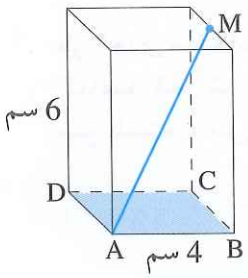


ع"ذ 6. M منتصف ضلع في صندوق قاعدتاه مربعان.

أ) ارسم الزاوية المحصورة بين AM والقاعدة ABCD وأشر اليها بـ α.

ب) ارسم جانباً السطح ABCD واحسب حسب المعطيات المسجلة على الشكل، مسقط MA على ABCD.

جـ) ارسم جانباً المثلث الذي تظهر فيه α واحسب مقدارها.

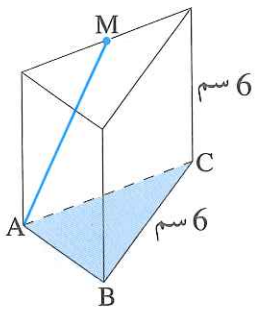


ع"ذ 7. M منتصف ضلع قاعدة منشور قاعدتاه مثلثان متساويا الأضلاع.

أ) ابنِ منشوراً كهذا على الفلّين.

ب) ابنِ وارسم الزاوية المحصورة بين AM والقاعدة ABC. أشر اليها بـ α).

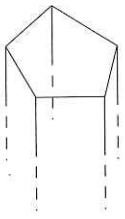
جـ) احسب مقدار α, اذا كان طول كل ضلع جانبي 6 سم.



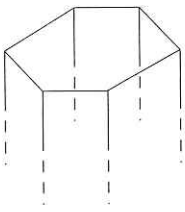
تمارين

8. أكمل رسم المنشورات.

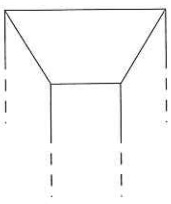
أ)



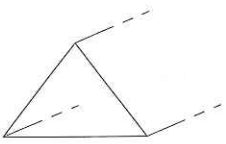
ب)



جـ)

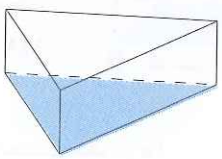


د)

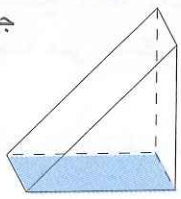


9. في احدى صفحات البرستول في آخر الكراس، تجد فرشاً لمنشور مثلث القاعدة. قصّ ثم اطوِ وألصق لتحصل على المنشور.
ضع المنشور على الطاولة بحيث يلائم الرسم.

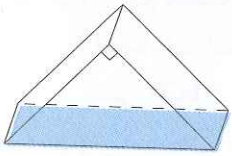
أ)



ب)

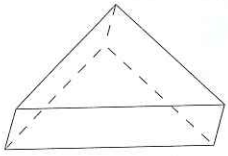


جـ)

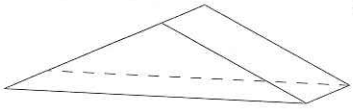


10. أشر بأحرف الى رؤوس احدى القاعدتين من كل منشور.

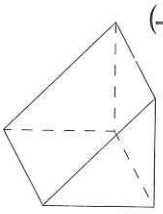
أ)



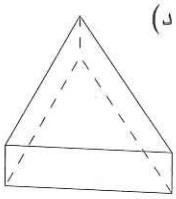
ب)



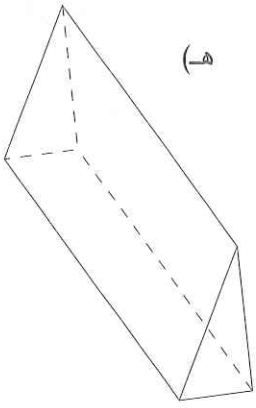
جـ)



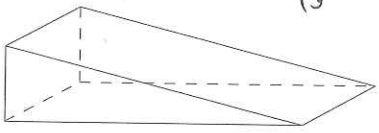
د)



هـ)

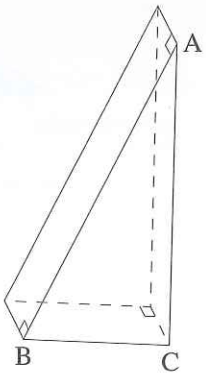


و)



11. أ) أشر الى 3 زوايا قائمة في كل واحد من المنشورات التي في التمرين 10.

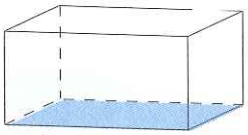
مثال:



ب) ابنِ على الفلّين منشوراً قائماً، قاعدته مثلث متساوي الأضلاع وعدّ كم زاوية قائمة فيه.

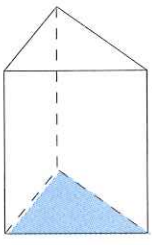
12. كم عدد الأقطار، التي ليست أقطاراً لسطوح، يوجد لكل واحد من المنشورات المرسومة؟

أ)



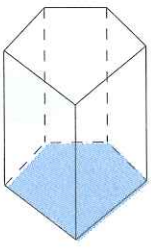
القاعدة – مستطيل

ب)



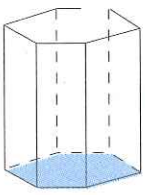
القاعدة –مثلث

جـ)



القاعدة – شكل خماسي

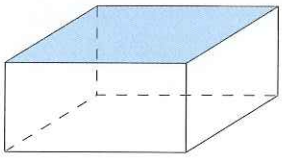
د)



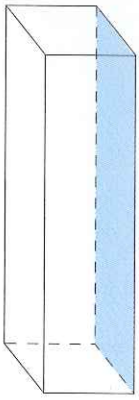
القاعدة – شكل سداسي

13. ارسم قطراً للمنشور ثم أشر الى الزاوية المحصورة بينه وبين السطح الملوّن.

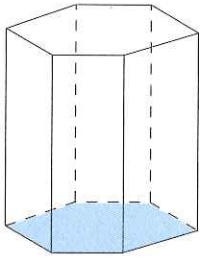
أ)



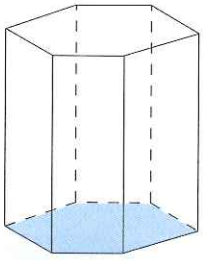
ب)



جـ)



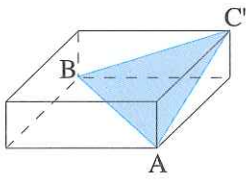
د) ارسم قطراً طوله يختلف عن القطر الذي رسمته في البند (جـ).



14. i) بيّن استناداً الى المعطيات، ما نوع المثلث الملوّن في كل منشور. استعن بالفلّين والمساويك.

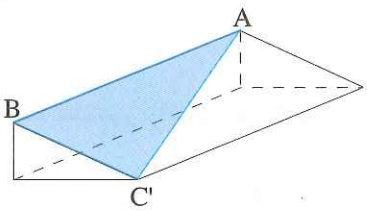
ii) ارسم وأشر الى الزاوية المحصورة بين 'AC والقاعدة في كل واحد من المنشورات المرسومة.

أ)



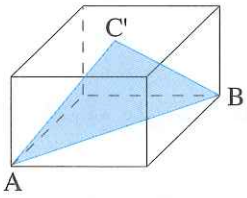
القاعدة – مربع

ب)



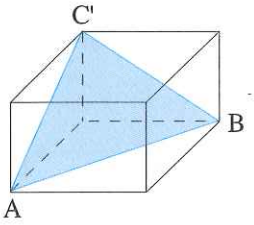
القاعدة – مثلث

جـ)



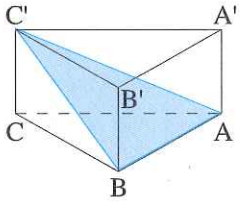
القاعدة – مربع
'c ملتقى الأقطار

د)



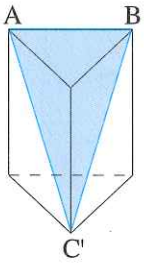
مكعب

هـ)



القاعدة – مثلث
قائم الزاوية ($\measuredangle ABC=90°$)

و)



القاعدة – مثلث
متساوي الأضلاع

15. سجّل بالنسبة لكل ادّعاء، هل هو صحيح أم لا.

أ) المكعب هو منشور.

ب) الصندوق هو منشور.

جـ) عدد أضلاع منشور هو دائماً 12 (كعدد أضلاع المكعب).

د) عدد الأضلاع الجانبية لمنشور هو كعدد رؤوس القاعدة.

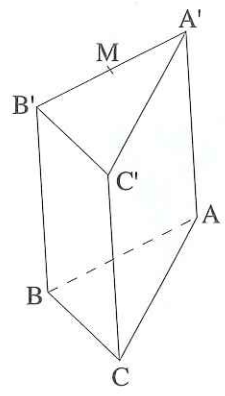
هـ) عدد أضلاع منشور هو 3 أضعاف عدد رؤوس القاعدة.

و) علبة لقدّاحة هي منشور.

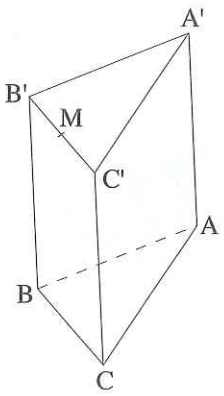
16. M يقع على ضلع لقاعدة منشور (انظر الشكل).

i) صل MA, وارسم معامداً من M على القاعدة ABC.
ارسم وأشر بـ α الى الزاوية المحصورة بين MA والقاعدة ABC.

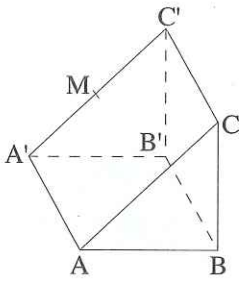
أ)



ب)

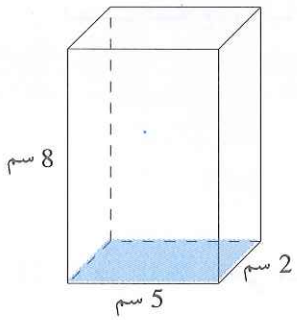


جـ)



ii) في الشكلين (أ) وَ (جـ)، α تقع على أحد السطوح. سجل على أي سطح تقع.

17. أ) ابنِ هيكلاً لصندوق على الفلّين. ارسم مستطيلاً وأوقف مساويك في رؤوسه. ارسم قطر الصندوق وقطر القاعدة.

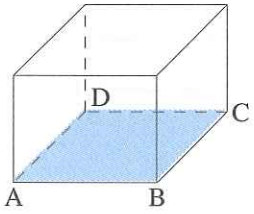


ب) ارسم في الصندوق، هنا الى اليسار، قطر القاعدة وقطر الصندوق الخارجين من نفس الرأس.

جـ) أشر الى الزاوية المحصورة بين قطر الصندوق والقاعدة، ثم ارسم المثلث الذي تظهر فيه الزاوية.

د) احسب أطوال أضلاع المثلث ومقدار الزاوية المحصورة بين القطر والقاعدة.

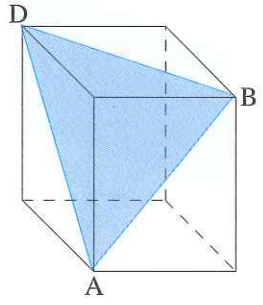
18. أ) ارسم الزاوية المحصورة بين قطر الصندوق وقاعدته.



ب) قاعدة الصندوق هي مربع، طول ضلعه 10 سم. ارتفاع الصندوق 7 سم.

- احسب طول قطر القاعدة (ارسم القاعدة جانباً).
- احسب طول قطر الصندوق. (ارسم المثلث الملائم جانباً).

19. قاعدة الصندوق هي مربع، طول ضلعه 8 سم. ارتفاع الصندوق 10 سم.

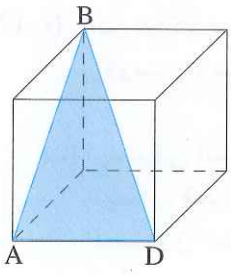


- ما نوع المثلث ADB؟
- احسب أطوال أضلاعه.
- ارسمه جانباً واحسب مساحته.

20. طول ضلع المكعب 5 سم.

ما نوع المثلث ABD؟

احسب أضلاع وزوايا المثلث ABD.



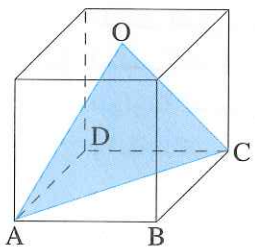
21. O هي نقطة تلاقي قطري القاعدة العليا في منشور.

القاعدتان هما مربعان، طول كل ضلع فيهما 10 سم.

الزاوية المحصورة بين OA والقاعدة السفلى هي 55°.

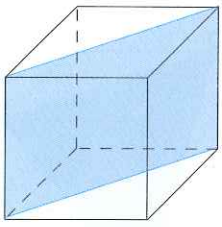
أ) احسب ارتفاع المنشور.

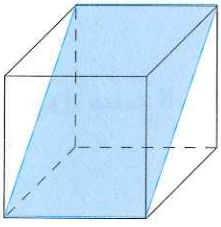
ب) احسب مساحة المثلث OAC.

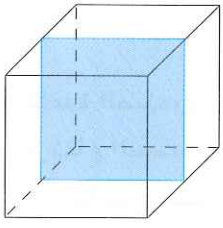


22. قُسمت المكعبات عند القطع الملوّن.

صف الأجسام الناتجة.





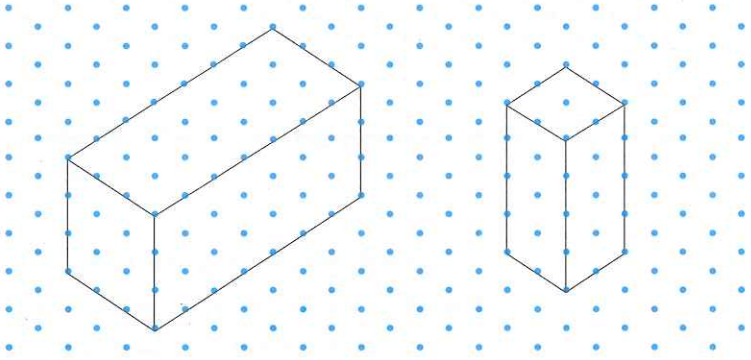


حجم المنشور ومساحة سطوحه

الحجم

1. أ) طول ضلع مكعب صغير 1 سم.
قسّم كل صندوق الى مكعبات كهذا.

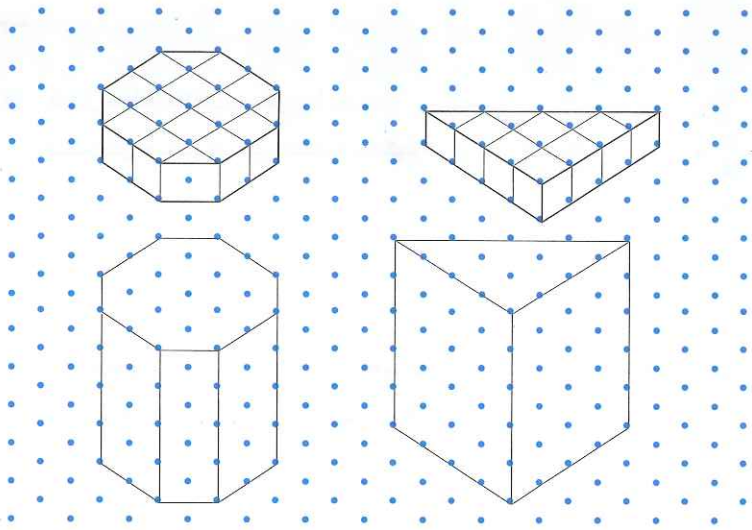
جد حجم كل منشور (عدد المكعبات الصغيرة التي بتكوّن منها).
(عدّ أولاً، المكعبات في الطبقة العليا).



ب) سجل مساحة القاعدة لكل صندوق. ما هو ارتفاعه؟ (عدد الطبقات).

حجم الصندوق يساوي حاصل ضرب مساحة قاعدته في ارتفاعه.

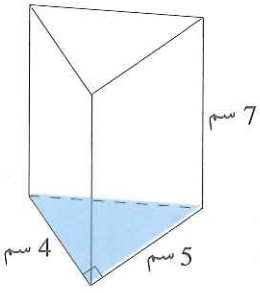
جـ) لنفحص الآن، حجم منشور ليس صندوقاً.
احسب عدد المكعبات في "طبقة" واحدة من كل منشور، ثم عدد "الطبقات" وحجم المنشور.



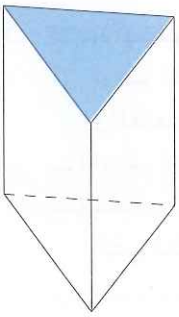
د) سجل على الشكل، ما هي مساحة القاعدة لكل منشور، وما هو ارتفاعه.

طول ضلع جانبي هو ارتفاع المنشور.
حجم المنشور: مساحة القاعدة × الارتفاع
وبكتابة جبرية: $V = B \times H$
عندما V يمثل الحجم B مساحة القاعدة وَ H الارتفاع.

ع"ذ 2. جد حجم المنشور الذي قاعدته مثلث قائم الزاوية، حسب المعطيات المسجلة على الشكل.



ع"ذ 3. قاعدة منشور هي مثلث متساوي الأضلاع، طول ضلعه 8 سم.



– احسب مساحة المثلث (ارسمه).

– ارتفاع المنشور هو 8 سم أيضاً.

احسب حجم المنشور.

ع"ذ 4. حجم منشور مربع القاعدة 200 سم3.

طول ضلع المربع 5 سم.

أ) ارسم على ورقة النقط.

ب) احسب مساحة المنشور.

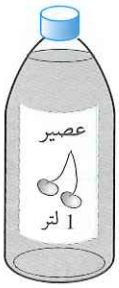
ع"ذ 5. قاعدة منشور هي مربع طول ضلعه وحدتان.

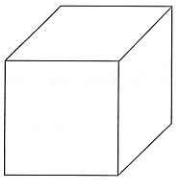
أ) ارسم المنشور وقطراً له، ثم ارسم الزاوية المحصورة بين القطر والقاعدة.

ب) ارسم القاعدة جانباً، ثم احسب طول قطر القاعدة.

جـ) مقدار الزاوية المحصورة بين القطر والقاعدة 40°. ارسم جانباً، المثلث الذي تظهر فيه الزاوية، ثم احسب أطوال أضلاع المثلث.

د) احسب حجم المنشور.



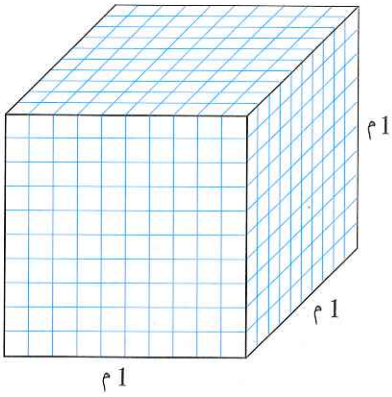


قليلاً عن وحدات الحجم

حجم كل مكعب صغير في الشكل هو كحجم زجاجة سعتها لتر واحد.

المكعب الذي طول ضلعه 1 متراً يحوي 1000 مكعباً صغيراً حجمه 1 لتراً.

رسم مصغّر:



6. بركة سباحة طولها 24 م وعرضها 14 م، وعمق الماء فيها 2 م.

أ) ما هو حجم الماء في البركة م3 (أمتار مكعبة) 1000 لتر = 1 م3.

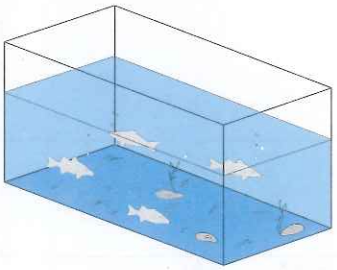
ب) كم لتراً من الماء في البركة؟

جـ) انبوب يملأ البركة بمعدل 800 لتراً في الدقيقة.
بكم دقيقة يملأ الأنبوب البركة؟

د) افحص اجابتك عن المسألة 3 ب في الفصل الأول من الكتاب صفحة 8.

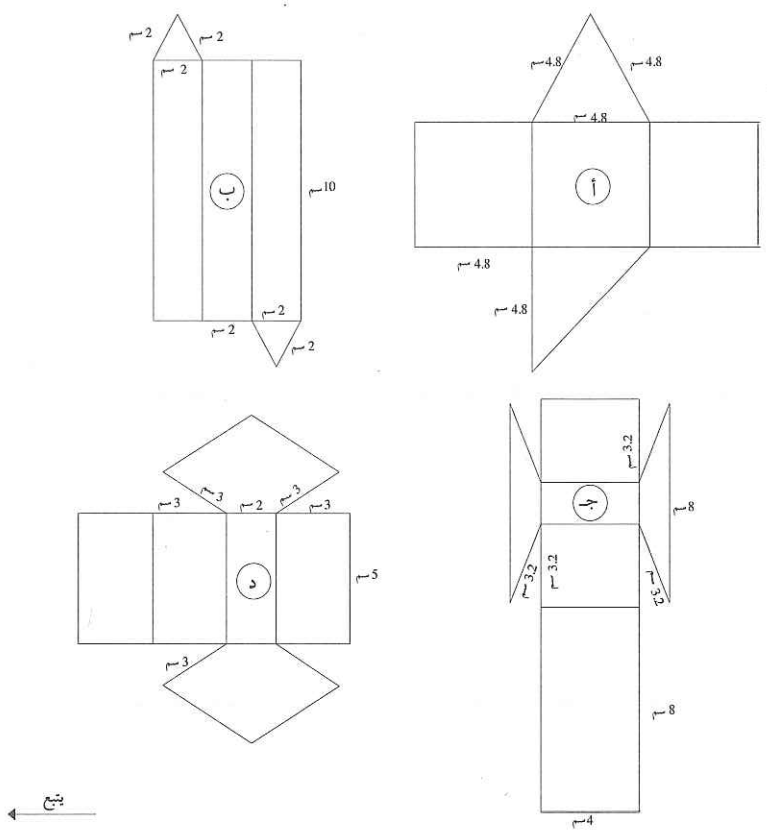
ع"ذ 7. أ) قدّر عدد لترات الماء الموجودة في حوض السمك.

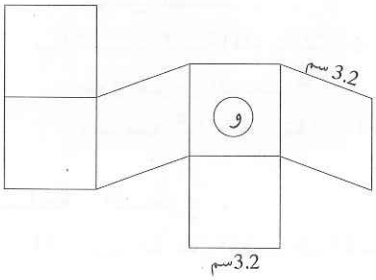
ب) احسب كمية الماء باللترات:
طول حوض السمك 0.9 م،
وعرضه 0.5 م وارتفاعه 0.4 م.

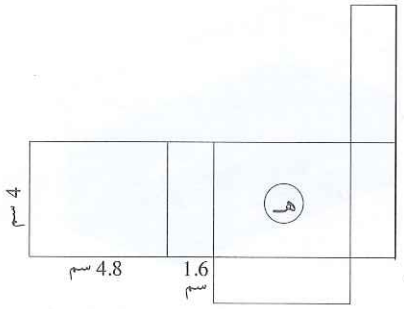


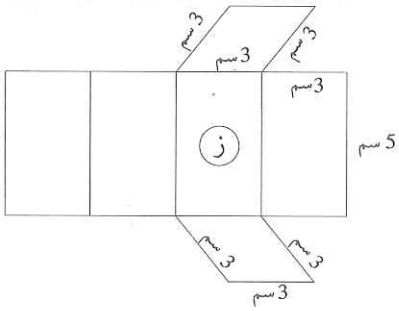
مساحة السطوح

8. i) بيّن أياً من الفروش الآتية هو فرش لمنشور (يمكن طيّه لينتج منشور). يمكنك القصّ والطي لفحص اجاباتك في الأوراق المعدّة للقص الموجودة في آخر الكراس، تجد ذات الأشكال المرسومة هنا (مكبّرة).









مساحة الصفحة التي بتكوّن منها الجسم هي **مساحة سطوحه.**

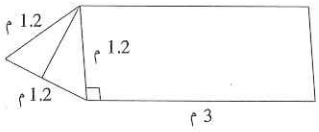
ii) احسب مساحة السطوح للأجسام التي أشرت اليها.

ع"ذ 9. صُمّمت خيم لفرقة كشاف.
فتحة الخيمة هي مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه 1.2 م.

— ارسم جانباً، المثلث الذي هو فتحة الخيمة.

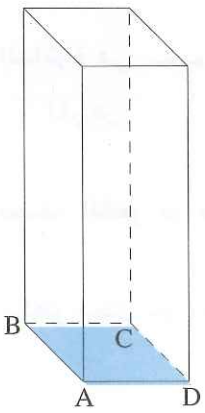
— احسب مساحة القماش اللازم لصنع الخيمة.

— احسب حجم الخيمة.



تمارين

10. قاعدة صندوق هي مربع طول ضلعه 10 سم.

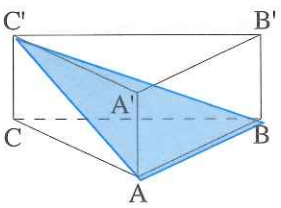


أ) قطر الصندوق يحصر مع قاعدة الصندوق زاوية مقدارها 65°.
ارسم القطر وأشر الى الزاوية.

ب) ارسم جانباً، المثلث الذي تظهر فيه الزاوية واحسب أضلاعه.

جـ) – ما هو ارتفاع الصندوق؟
– جد حجم الصندوق.
– جد مساحة سطوح الصندوق.

11. قاعدة منشور هي مثلث متساوي الأضلاع. (ابنِ المنشور على الفلّين).
طول الضلع الجانبي 4 سم.
12 سم = AC.

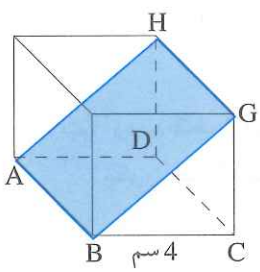


أ) احسب حجم المنشور.

ب) أشر الى الزاوية المحصورة بين BC' وقاعدة المنشور واحسب مقدارها.

جـ) ما نوع المثلث ABC'؟ احسب مساحته.

12. الجسم المرسوم هو صندوق قاعدته مربع.



أ) مقدار الزاوية المحصورة بين BG والقاعدة ABCD هو 40°.
أشر اليها في الشكل.

ب) احسب ارتفاع الصندوق.

جـ) احسب حجم الصندوق.

د) ما نوع الشكل الرباعي الملوّن؟
احسب مساحته.

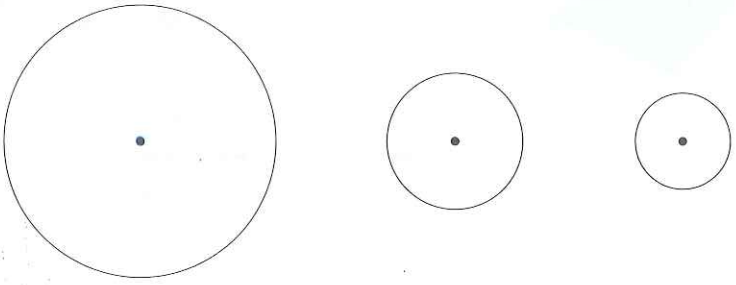
قليلاً عن الدائرة ومحيطها (تحضيراً للاسطوانة)

الدائرة هي مجموعة من النقط تقع على أبعاد متساوية من نقطة (تدعى **المركز**).

نصف القطر هو قطعة تصل بين مركز الدائرة ونقطة على الدائرة.

القطر يصل بين نقطتين على الدائرة ويمر في المركز.

1. أ) ارسم نصف قطر في كل دائرة.



ب) ارسم قطراً في كل دائرة، بحيث نصف القطر الذي رسمته لا يكون جزءاً منه.

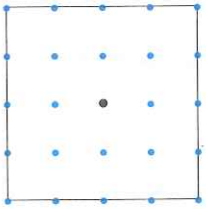
2. البعد بين كل نقطتين في سطر أو في عمود هو وحدة واحدة.

– جد محيط المربع.

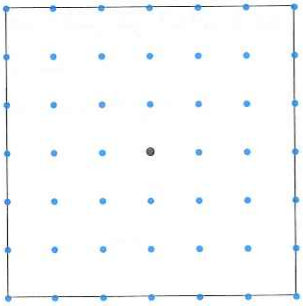
– احسب طول قطر المربع.

أ)

ب)



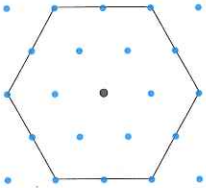
جـ)



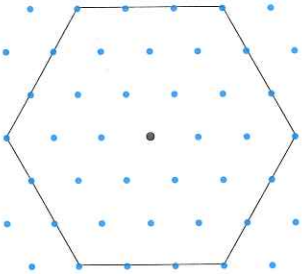
– كم ضعفاً يكون محيط المربع من القطر؟

أ)

ب)



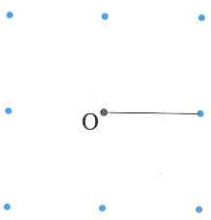
جـ)



عندما يكبر الضلع والمحيط عدداً ثابتاً من المرات، فان القطر المار في المركز يكبر أيضاً نفس العدد من المرات. لقد وجدت ان النسبة الثابتة هذه هي بالتقريب 2.8 في المربع، وهي 3 في المسدس المنتظم.

وكما هو الحال في المربع والمسدس المنتظم، كذلك في المضلعات المنتظمة الأخرى، فان النسبة تكون ثابتة بين المحيط وطول القطر المار في المركز.
كذلك هو الأمر في الدائرة، فان النسبة بين المحيط والقطر (المار في المركز) تكون ثابتة أيضاً.
في التمرينين 4 و 5 نحاول ايجاد هذه النسبة بالتقريب.

4. أ) ارسم أشعة من المركز O بحيث تنتج زوايا مقدارها 45°.



ب) اقطع على كل شعاع قطعة طولها 2 سم، وأشر الى نقط الطرف بالأحرف C, B, A... ثم صل بينها. ما نوع المضلع الذي نتج؟

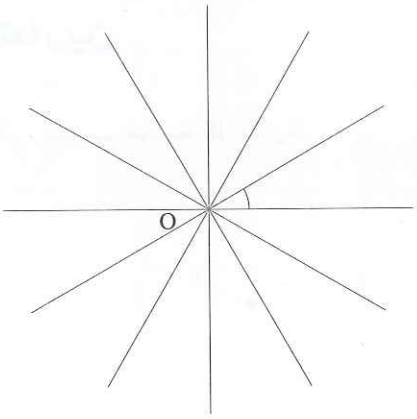
جـ) ارسم جانباً، المثلث AOB ، واحسب بواسطته طول ضلع المضلع.

د) – احسب محيط المضلع.

– ما هو طول القطر المار في مركز المضلع؟

– كم مرة أكبر، يكون محيط المضلع المنتظم الذي رسمته، من القطر؟

5. رسمت 12 شعاعاً من المركز O بحيث نتجت زوايا متساوية.



أ) ما هو مقدار كل زاوية كهذه؟

ب) اقطع على كل شعاع قطعة طولها 2 سم وأشر الى نقط الطرف بالأحرف A, B, C... ثم صل بينها.

ما نوع المضلع الذي نتج؟

جـ) ارسم جانباً، المثلث AOB واحسب طول ضلع المضلع.

د) – احسب محيط المضلع.

– ما هو طول القطر المار في مركز المضلع؟

– كم مرة أكبر، يكون محيط المضلع المنتظم الذي رسمته، من القطر؟

6. أ) أكمل اعتماداً على الحسابات التي اجريتها.

– محيط المربع أكبر _____ مرات من طول القطر المار في المركز (تمرين 2).

– محيط المسدس المنتظم أكبر _____ مرات من طول القطر المار في المركز (تمرين 3).

– محيط المثمّن أكبر _____ مرات من طول القطر المار في المركز (تمرين 4).

– محيط المضلع المنتظم ذي 12 ضلعاً أكبر _____ مرات من طول القطر المار في المركز (تمرين 5).

في المضلعات المنتظمة التي عدد أضلاعها آخذ بالكبر، تكون النسبة بين المحيط والقطر المار في المركز آخذة بالاقتراب من عدد هو ....3.14 ويدعى π. النسبة بين محيط الدائرة وقطرها هي π. يعني ان محيط الدائرة هو:

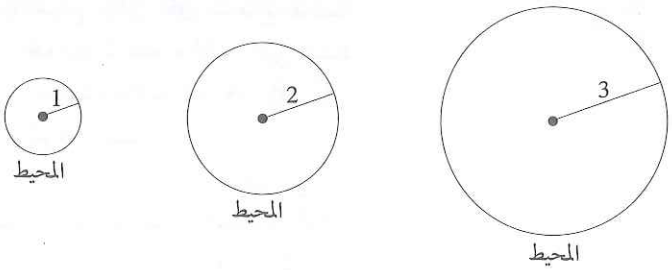
القطر $\times \pi$ أو بواسطة نصف القطر، **المحيط :** $2r \cdot \pi$

محيط الدائرة هو $2\pi \cdot r$

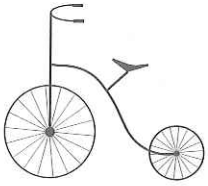
ب) جد قيمة π بالتقريب بواسطة الحاسبة التي بحوزتك.

تمارين

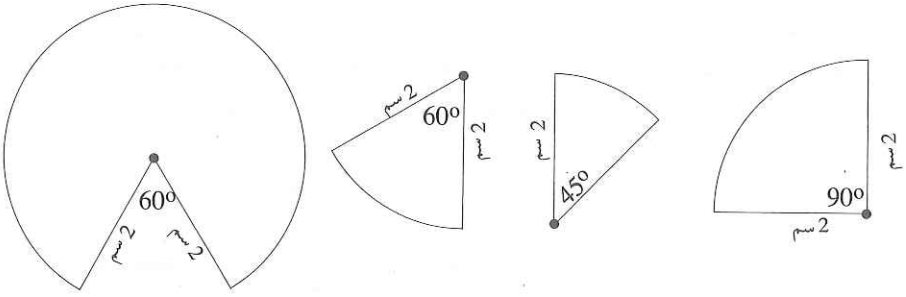
7. احسب محيط كل دائرة.



8. على سمير وابنه ان يقطعا طريقاً طوله 500 م.
قطر العجل في دراجة سمير 70 سم.
وقطره في دراجة ابنه 30 سم.
كم دورة يدور عجل الدراجة لكل منهما؟
100 سم = 1 م.

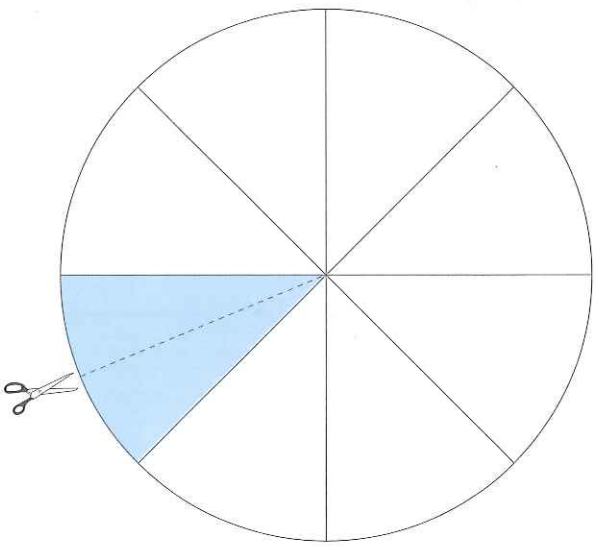


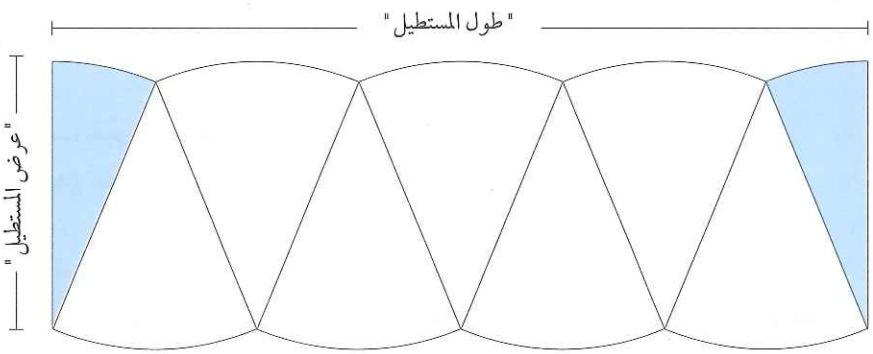
9. احسب محيط كل شكل من الأشكال الآتية.



مساحة الدائرة

1. يمكن ايجاد مساحة الدائرة بواسطة تقسيمها الى "مثلثات".
قصّ المثلثات وركّب منها شكلاً يشبه المستطيل المرسوم هنا تحت الدائرة.





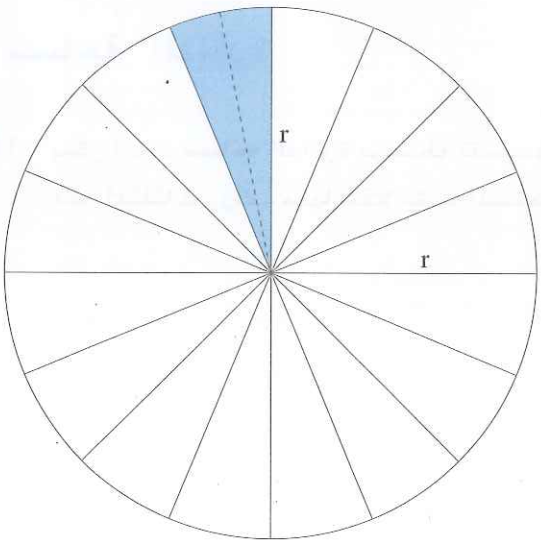
أ) لوّن محيط الدائرة في الشكلين.

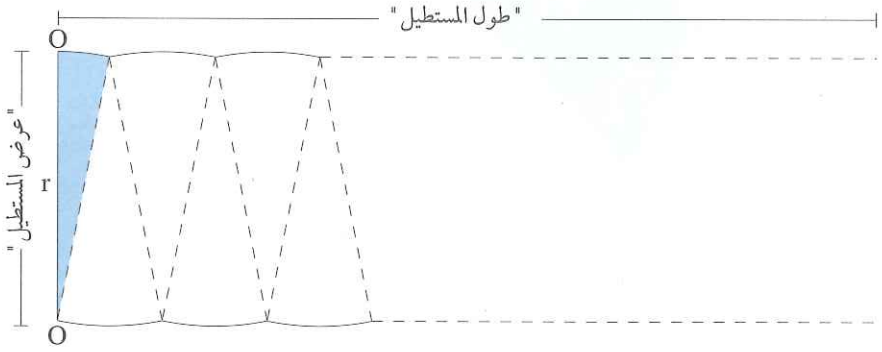
ب) عبّر عن "طول المستطيل" وعن "عرضه" بواسطة r (نصف القطر).

جـ) عبّر عن مساحة المستطيل.

2. أمامك دائرة مقسمة الى 16 جزءاً.

أ) أكمل شكل التركيب.





ب) عبّر عن طول "المستطيل" و"عرضه" بواسطة r.

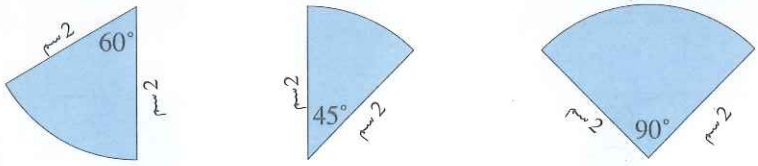
جـ) عبّر عن مساحة المستطيل.

كلما قسّمنا الدائرة الى أجزاء أكثر، كلما كان شكل التركيب الناتج مشابهاً أكثر للمستطيل، ومساحة الدائرة تكون أقرب الى مساحة المستطيل المكوّن من التركيب. يعني: r × **نصف محيط**، أو $\pi r \cdot r$.

مساحة الدائرة هي πr^2

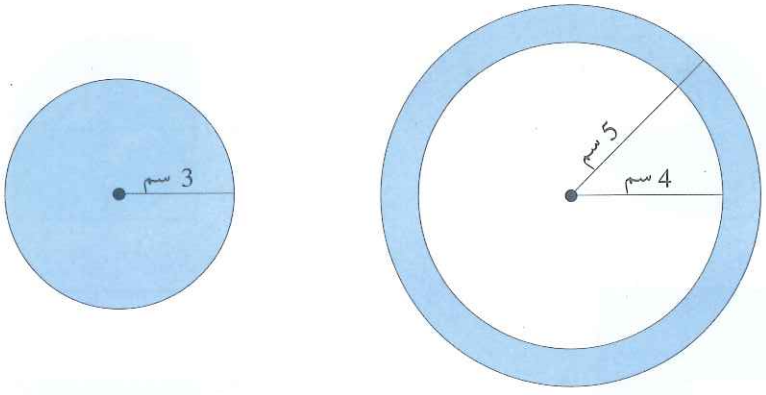
تمارين

3. احسب المساحات الملوّنة.



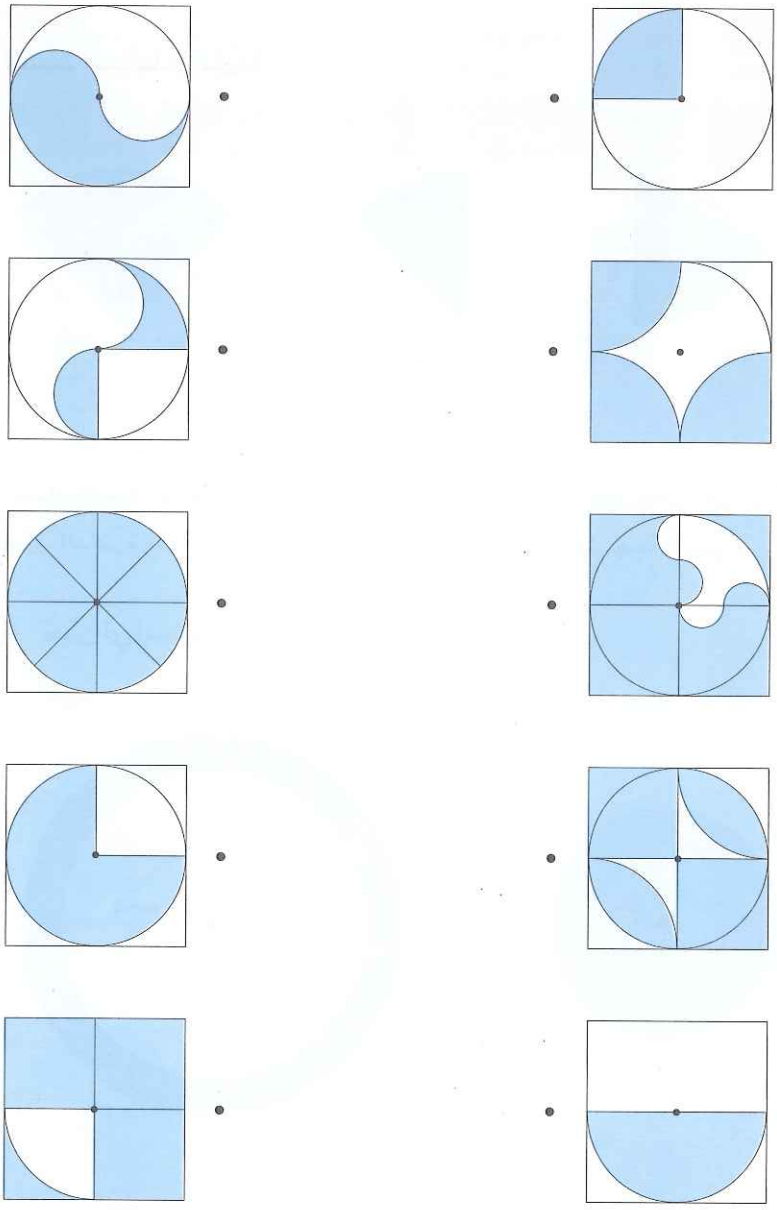
4. أمامك دائرة نصف قطرها 3 سم، وحلقة محصورة بين دائرتين، نصف قطر الدائرة الداخلية 4 سم ونصف قطر الدائرة الخارجية 5 سم.

أ) خمّن أي المساحتين أكبر، الدائرة أم الحلقة.



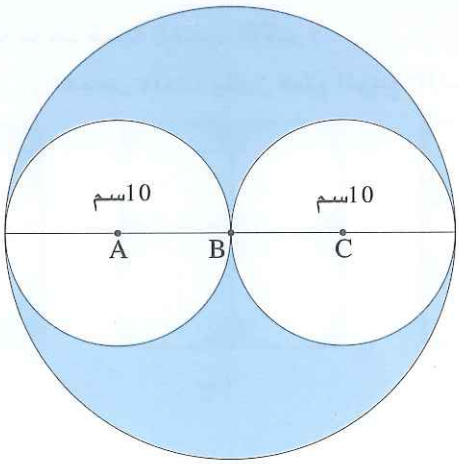
ب) احسب مساحة الحلقة ومساحة الدائرة وافحص تخمينك.

5. صل بخط بين كل شكلين لهما نفس المساحة الملوّنة.

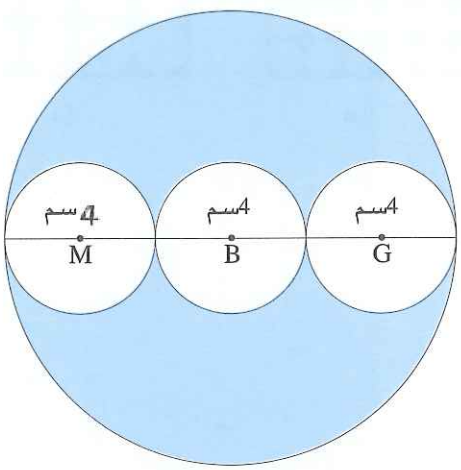


ب) اختر زوجين واحسب المساحة الملوّنة اذا كان طول ضلع كل مربع 4 سم.

6. أ) احسب مساحة الدوائر الثلاث حسب المعطيات في الشكل أمامك.
ب) جد علاقة بين مساحتي الدائرتين الصغيرتين ومساحة الدائرة الكبيرة.



جـ) حاول أن تجد علاقة بين مساحات الدوائر الصغيرة ومساحة الدائرة الكبيرة.

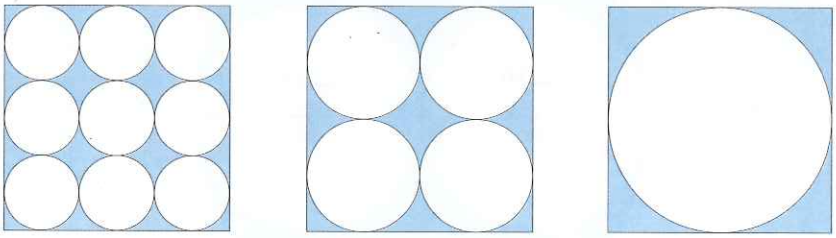


د) في البندين السابقين "يختفي" قانون معين. حاول أن تجده.

7. الخباز في كونديتوريا "الأفراح" خبير في صنع الكعك المستدير بأطوال مختلفة. كي يخبز الكعك يضعه في صوان مربعة ذات نفس الأطوال (للكعك نفس السمك).

في أية صينية توجد كمية العجين الأكبر؟

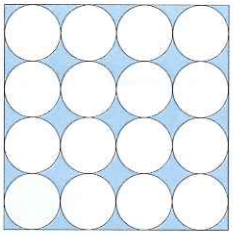
(يمكنك الحساب والفحص عندما يكون ضلع المربع 16سم).



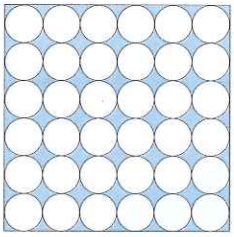
أ)

ب)

جـ)



د)

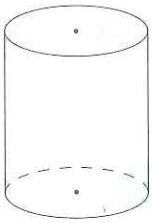


هـ)

الاسطوانة

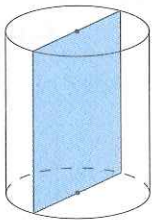
1. أ) ارسم دائرة على فلّين، ثم أقم أعمدة من نقط مختلفة عليها. اذا كانت الأعمدة المقامة لها ذات الطول "في كل نقطة على الدائرة"، لنتج في الجهة العليا دائرة اخرى. جسم كهذا يدعى **اسطوانة**.

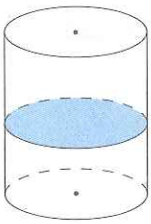
ب) – أضف الى الشكل نصف قطر القاعدة.
– أشر الى محيط القاعدة.
– أشر الى ارتفاع الاسطوانة.

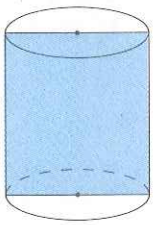


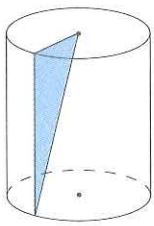
جـ) اطوِ ورقة على شكل مستطيل لتحصل على اسطوانة. افتح الورقة وسجّل، أين يقع عليها محيط القاعدة وأين ارتفاع الاسطوانة.

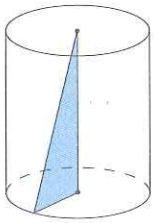
2. بيّن نوع الشكل الملوّن (مراكز الدوائر مؤشرة).

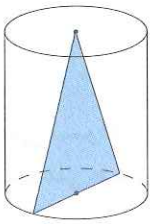
أ)


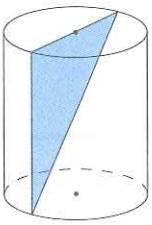
ب)


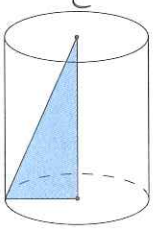
جـ)


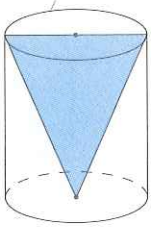
د)


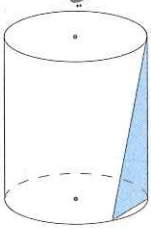
هـ)


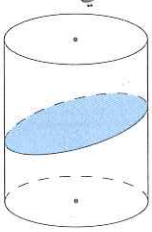
و)


ز)


ح)


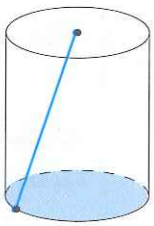
طـ)


ي)


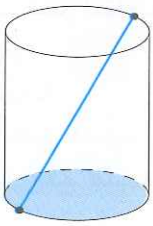
ي أ)


ع"ذ 3. ارسم مسقط المائل الملوّن.

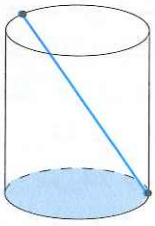
أ)



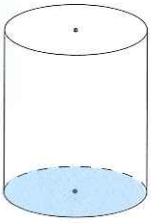
ب)



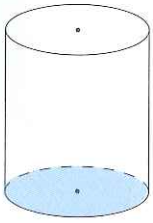
جـ)



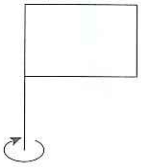
ع"ذ 4. أ) ارسم في الاسطوانة، قطعة مائلة بحيث مسقطها يكون نصف قطر القاعدة الملوّنة.



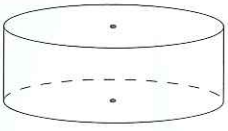
ب) ارسم في الاسطوانة، قطعة مائلة بحيث مسقطها يكون قطر القاعدة الملوّنة.

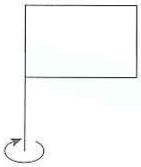


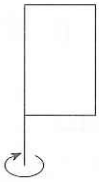
5. أ) ألصق قطعة ورق مستطيلة الشكل على مسواك، ثم أدر المسواك حول نفسه. بهذا تحصل على هيكل لِ "جسم الدوران" – الاسطوانة.



ب) سجّل r (نصف القطر) وَ h (الارتفاع) في الشكل.

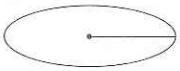




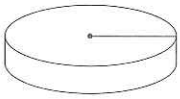


جـ) — ألصق المستطيل بالشكل الآتي:
أدر المسواك المذكور.
— سجّل r على قطعة هي نصف القطر وَ h على ارتفاع الاسطوانة.

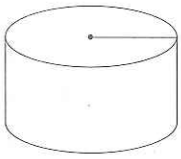
6. ملأوا كأساً اسطوانية الشكل بالماء.
نصف قطر القاعدة 10 سم.



أ) كم هي مساحة القاعدة.



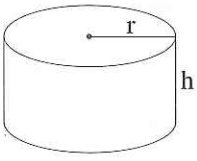
ب) كم هي كمية الماء في الكأس اذا كان الارتفاع سم واحداً.



جـ) احسب حجم الماء في الكأس اذا كان نصف القطر 10 سم والارتفاع 13 سم؟

د) عبّر عن حجم الكأس اذا كان نصف القطر r والارتفاع h.

حجم الاسطوانة كحجم المنشور القائم ويساوي
مساحة القاعدة × الارتفاع.
قاعدة الاسطوانة هي دائرة مساحتها πr^2.

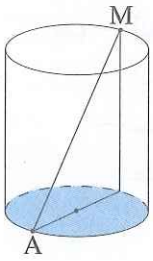


لذلك: $V = h \cdot \pi r^2$
h - ارتفاع الاسطوانة
r - نصف قطر القاعدة

7. أ) أشر الى الزاوية α المحصورة بين MA وقاعدة الاسطوانة.

ب) $r = 3$ سم $\quad \alpha = 50°$

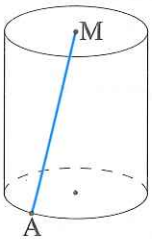
احسب ارتفاع الاسطوانة وحجمها.



ع"ذ 8. أ) ارسم الزاوية α المحصورة بين MA وقاعدة الاسطوانة.

ب) $\alpha = 70°$ $\quad h = 4$ سم

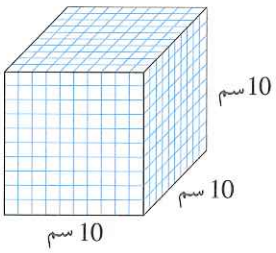
احسب نصف قطر القاعدة وحجم الاسطوانة.



في الفصل عن المنشورات، عرفت ان سعة المكعب الذي طول ضلعه (م) واحد هي 1000 لتراً. اللتر الواحد مساو في حجمه لِ 1000 مكعب صغير، طول ضلع كل واحد منها 1 سم (وحجمه سم^3 واحد).

9. 1000 سم^3 = 1 لتر

(سم^3 = سنتمتر مكعب)



أ) كم سم^3 يوجد في كأس "عادية" تحوي $\frac{1}{4}$ لتر؟

ب) في كم كأس "عادية" يمكن ان نصبّ لتراً من العصير؟

جـ) كم سم^3 يوجد في $2\frac{1}{2}$ لتر؟

د) كم سم^3 يوجد في علبة عصير تحوي $\frac{1}{3}$ لتر؟

ع"ذ 10. قطر دلو (شكله اسطوانة) 28 سم وارتفاعه 30 سم.

أ) كم هو حجم الدلو بالسم3؟

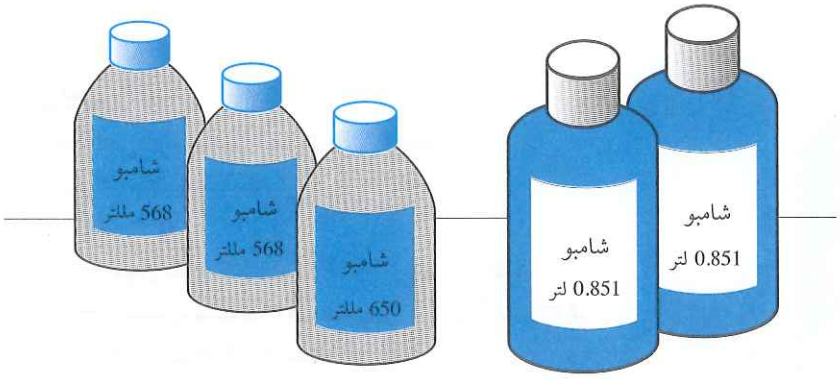
كم هو الحجم باللترات؟

ب) كم كأساً "عادية" من الماء يوجد في الدلو؟

افحص اجابتك عن المسألة 3 (أ) في الفصل الأول من الكتاب صفحة 8.

السنتمتر المكعب الواحد، يدعى أيضاً ملليتراً واحداً – وهو جزء من ألف من اللتر.

ع"ذ 11. أي يحوي أكثر من "الشامبو"، الزجاجتان عن اليمين أم الزجاجات الثلاث عن اليسار؟



ع"ذ 12. أ) كم ملليتراً في كل كأس؟ (الكأس تحوي $\frac{1}{4}$ لتر.)

ب) كم ملليتراً في زجاجة تحوي لتراً ونصف؟

جـ) في كل علبة عصير 11 ملعقة صغيرة من السكر تقريباً. علبة العصير تحوي 330 ملليتراً. كم ملعقة صغيرة من السكر يوجد في لتر من العصير؟

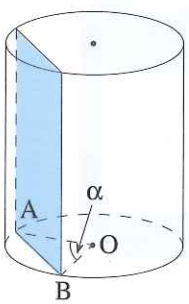
د) في طريقة لعجينة لتحضير كعكة مُسجّل انه يجب اضافة 375 ملليتراً من الحليب وَ 100 ملليتراً من النبيذ اليها.
كم كأساً من الحليب يجب اضافتها الى العجينة؟
كم كأساً من النبيذ يجب اضافتها الى العجينة؟

هـ) زجاجة عصير ضد السعال تحوي 150 ملليتراً.
يأخذ ولد منها 5 ملليتراً، 3 مرات يومياً.
كم يوماً يكفي عصير الزجاجة؟

13. في وعاء 250 لتراً من العصير.
يُعبّأ العصير في أوعية صغيرة على شكل اسطوانة.
نصف قطر الوعاء 5 سم وارتفاعه 10 سم.
هل يُعبأ كل العصير في: 200 وعاء كهذا؟
250 وعاء؟
300 وعاء؟
350 وعاء؟

تمارين

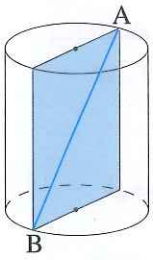
14. أُدخل لوح مستطيل الشكل الى اسطوانة.
O مركز القاعدة السفلى.



أ) $\alpha = 60°$
- بيّن نوع المثلث AOB وارسمه جانباً.
- احسب مساحة المستطيل اذا كان $r = 3$ سم، $h = 10$ سم (ارسمه أولاً).

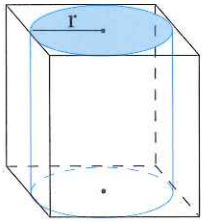
ب) $\alpha = 90°$
- بيّن نوع المثلث AOB وارسمه جانباً.
- احسب مساحة المستطيل اذا كان $r = 3$ سم، $h = 10$ سم.

15. قطر المستطيل المرسوم 10 سم.
الزاوية المحصورة بين قطر المستطيل والقاعدة 30°.
جد نصف قطر قاعدة الاسطوانة، ثم جد ارتفاعها وحجمها.

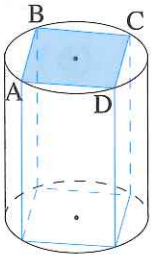


16. احسب حجم الاسطوانة وحجم المنشور، حسب المعطيات:

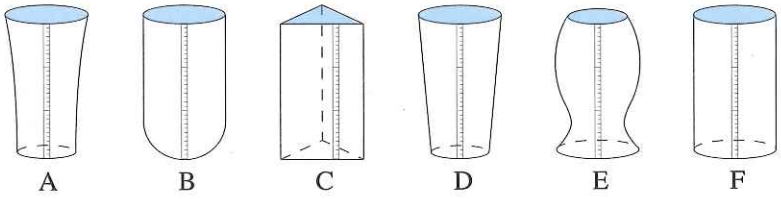
i) $r = 4$ سم
$h = 8$ سم



ii) ABCD مربع
$h = 10$ سم
$r = 5$ سم

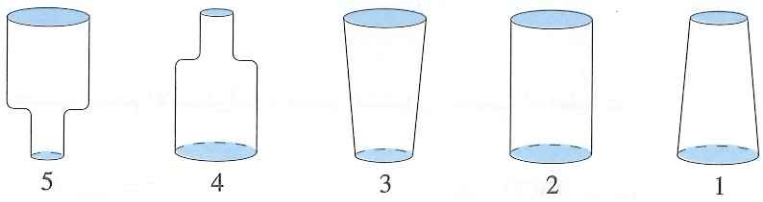


17. يُصبّ الماء في كل واحد من الأوعية الآتية، بوتيرة ثابتة.
أ) أشر الى الأوعية التي يرتفع الماء فيها بوتيرة ثابتة أيضاً.

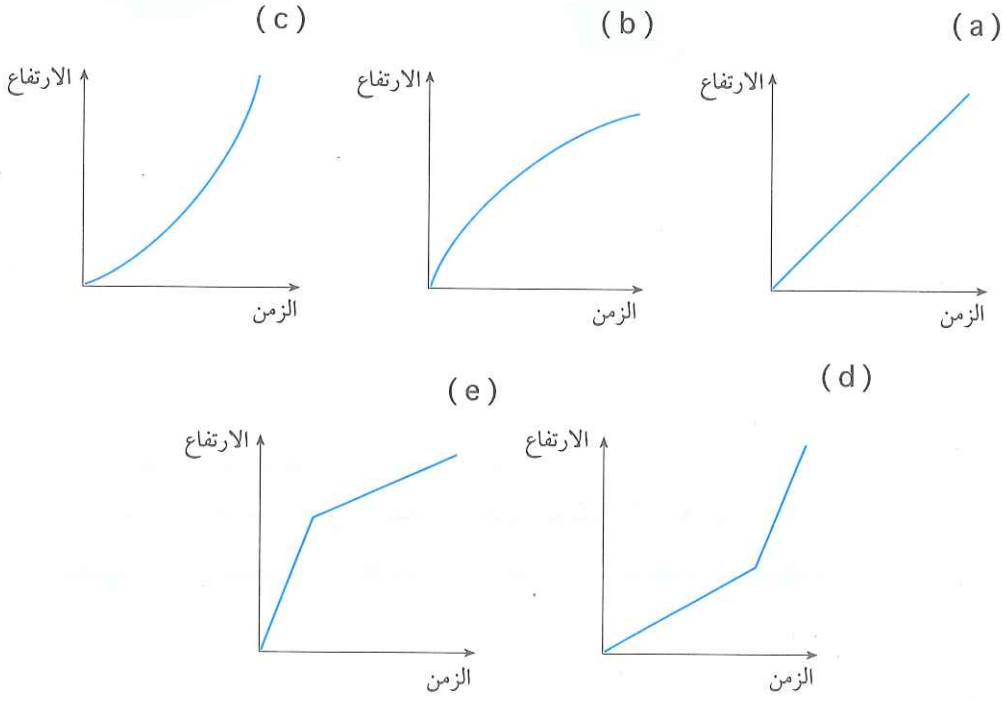


ب) الخطوط البيانية تناظر الزمن لارتفاع الماء في الأوعية المرسومة.
لائم لكل وعاء الخط البياني المناسب.

أوعية

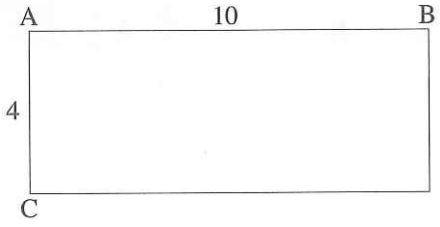


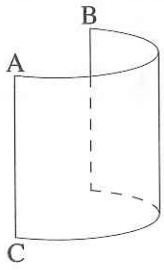
خطوط بيانية



المساحة الجانبية للاسطوانة

1. أ) خذ صفحة من الورق وابنِ منها جوانب اسطوانه.

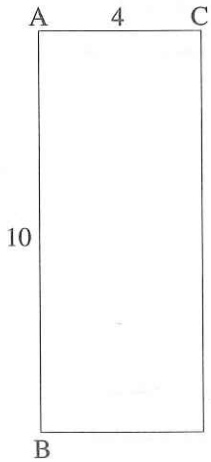


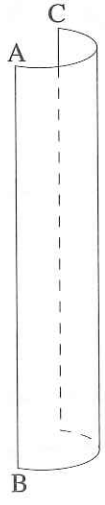


ما هو AB في الاسطوانة الناتجة؟
ما هو AC في الاسطوانة الناتجة؟
ما هي مساحة صفحة الورق؟

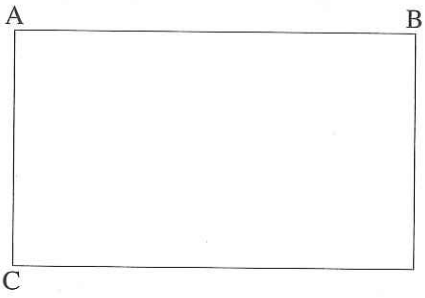
المساحة الناتجة تدعى **المساحة الجانبية للاسطوانة**

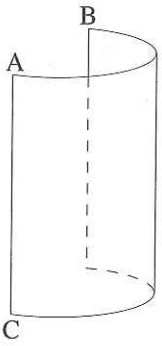
ب) اطوِ صفحة الورق بحيث AB يكون ارتفاعاً للاسطوانة وَ AC يكون محيطاً لقاعدتها.
بيّن بماذا تتشابه وبماذا تختلف هاتان الاسطوانتان.
- نصف قطر القاعدة.
- الحجم
- قطر القاعدة.
- الارتفاع.
- المساحة الجانبية.





ع"ذ 2. أ) نصف قطر قاعدة اسطوانة 10 سم. ما هو محيط القاعدة؟ (سجّل على المستطيل وعلى الاسطوانة).
ارتفاع الاسطوانة 6 سم. ما هي مساحة صفحة الورق التي منها تكوّنت جوانب الاسطوانة؟





ب) نصف قطر قاعدة اسطوانة r.
عبّر عن محيط القاعدة.
(سجّل على المستطيل وعلى الاسطوانة).
ارتفاع الاسطوانة هو h. ما هي مساحة المستطيل الذي منه تكوّنت هذه الاسطوانة؟

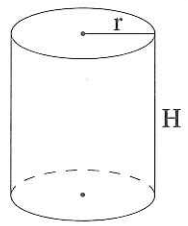
المساحة الجانبية للاسطوانة هي: $S = 2\pi \cdot r \cdot h$

مساحة السطوح هي المساحة التي تغطي كل الجسم. يعني أن، المساحة الجانبية للاسطوانة هي مساحة السطوح عدا القاعدتين.

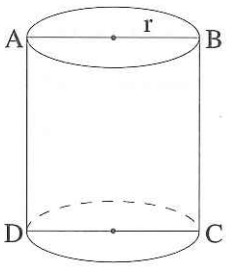
تمارين

3. احسب المساحة الجانبية للاسطوانة.، حسب المعطيات:

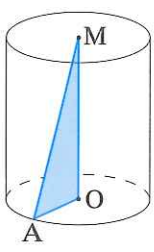
أ) $r = 3$ سم
$h = 6$ سم



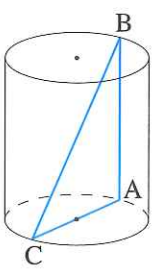
ب) مساحة ABCD هي 40 سم^2
$r = 5$ سم

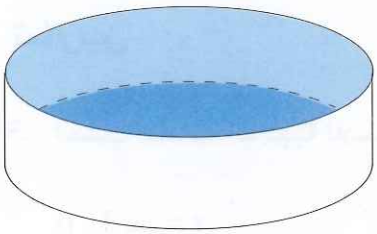


جـ) $MA = 10$ سم
الزاوية المحصور بين MA والقاعدة $70°$.



د) $AC = 7$ سم.
الزاوية المحصور بين CB والقاعدة $60°$.



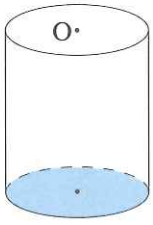


4. دُهنت بركة ماء من الخارج.
قطر القاعدة 20 م، وارتفاع البركة 2 م.
لدهن م2 واحد يلزم 0.5 لتر من الدهان. كم لتراً من الدهان يلزم لدهن البركة؟

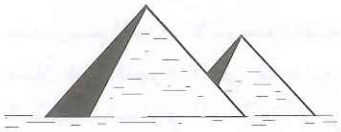
5. نصف قطر قاعدة اسطوانة هو 5 م.
المساحة الجانبية للاسطوانة هي 128 م2 .
احسب ارتفاع الاسطوانة وحجمها.

6. أ) ارسم من O مائلاً يصل الى نقطة على محيط القاعدة السفلى.
ارسم وأشر الى الزاوية المحصورة بين المائل والقاعدة السفلى.

ب) طول المائل 10 سم ومقدار الزاوية المحصورة بينه وبين القاعدة 42°.
احسب ارتفاع الاسطوانة ونصف قطر القاعدة، ثم احسب المساحة الجانبية لها.



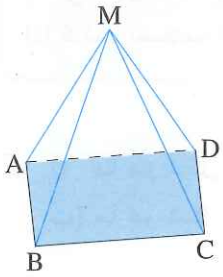
الأهرام



1. أ) ارسم مستطيلاً على الفلّين.

ثبّت مساويك في رؤوس المستطيل بحيث تلتقي جميعاً في نقطة واحدة.

بهذا تحصل على هيكل "هرم مستطيل القاعدة".

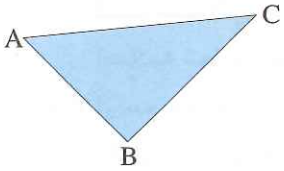


لرسم الهرم صل القطع
MA, MB, MC وَ MD.
هذه القطع هي "الأضلاع الجانبية" للهرم.
(AB, BC, CD, DA تدعى أضلاع القاعدة).

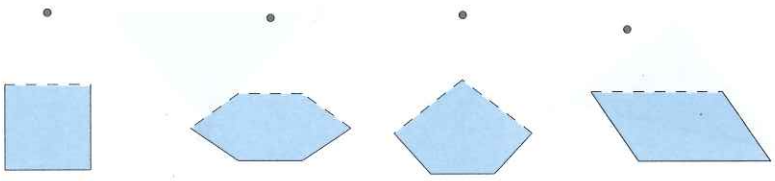
اذا كانت أطوال المساويك المثبّتة متساوية
(MA = MB = MC = MD) فان الهرم يدعى هرماً قائماً.

ب) ارسم مثلثاً على الفلّين وابنِ هرماً مثلث القاعدة.

M•



جـ) أكمل أشكال الأهرام المرسومة قواعدها.



عند رسم الهرم، لا ترسم القاعدة دائماً حسب المعطيات.
مثلاً في الهرم الذي قاعدته مثلث متساوي الساقين، قد لا تظهر القاعدة كمثلث متساوي الساقين. وفي الهرم الذي قاعدته مستطيل، قد تظهر القاعدة كمتوازي أضلاع وهكذا. كل ما في الأمر، هو من أجل الحصول على شكل يبيّن الجسم جيداً.

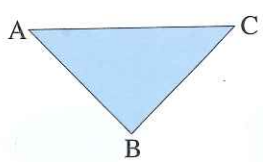
يدعى الهرم باسم قاعدته (هرم مربع القاعدة، مخمس القاعدة وهكذا).
اذا كانت أضلاعه الجانبية متساوية، فانه يدعى هرماً قائماً.

2. أ) ما هو شكل السطوح الجانبية في أي هرم كان؟ علّل.
ب) ما هو شكل السطوح الجانبية في هرم قائم؟ علّل.

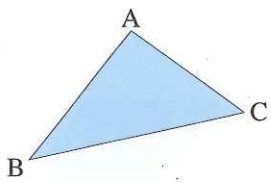
3. أ) كم رأساً وكم ضلعاً في هرم **مثلث** القاعدة؟
ب) كم رأساً وكم ضلعاً في هرم **مربع** القاعدة؟
جـ) كم رأساً وكم ضلعاً في هرم **مسدس** القاعدة؟
د) كم رأساً وكم ضلعاً في هرم قاعدته مضلع ذو **n** أضلاع؟

4. أ) ارسم مثلثاً ما على الفلّين.
أوقف مسواكاً معامداً في أحد رؤوس المثلث.
ثبّت مسواكين آخرين بحيث يلتقيان على المعامد وينتج هرم (أحد أضلاعه معامد للقاعدة). هل الهرم قائم؟ علّل.
ب) ارسم معامداً لمستوى المثلث عند أحد رؤوسه. أشر عليه نقطة M ثم أكمل رسم الهرم MABC. أشر في كل شكل الى زاويتين قائمتين.

(i



(ii



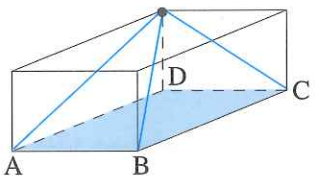
5. أمامك 3 رؤوس لهرم. عيّن نقطتين اخريين وأكمل رسم هرم مربع القاعدة. لوّن القاعدة وشدّد الأضلاع الجانبية.

أ) ب) جـ)

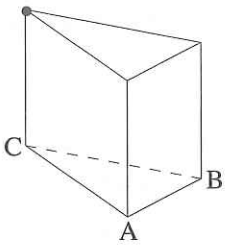
6. **هرم في داخل منشور**

أ) صل الرأس المشدد بالرؤوس المشار اليها بأحرف. لوّن قاعدة الهرم الناتج وشدّد أضلاعه الجانبية.

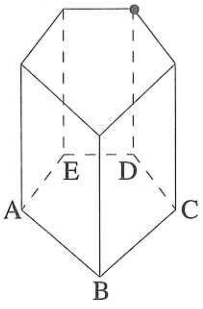
مثال



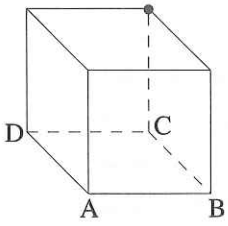
أ)



ب)



جـ)



ب) في كل واحد من الأهرام التي نتجت في التمرين السابق، أحد الأضلاع الجانبية معامد لمستوى القاعدة. لوّنه.

القطعة الملوّنة هي "ارتفاع" الهرم.

الأهرام السابقة ليست قائمة، لأن الأضلاع الجانبية ليست متساوية.
(الارتفاع في هذه الأهرام، هو ضلع جانبي، وهو أقصر من الأضلاع الأخرى).

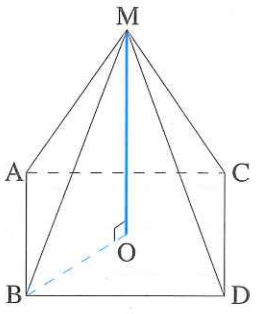
7. أ) ارسم مثلثاً على الفلّين. اختر نقطة (أُدعها S) خارج مستوى المثلث، ثم صلها بواسطة المساويك مع رؤوس المثلث الذي رسمته.

ب) ابنِ من S معاماداً لمستوى الفلّين.
المعامد هو **ارتفاع الهرم**.
ارسم على الفلّين مساقطاً للأضلاع.

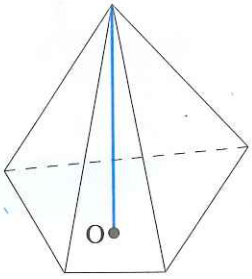
معظم الأهرام التي بنيت في الصف، ليست قائمة بالتأكيد. سنفحص الآن أين يقع **الارتفاع في الأهرام القائمة**، وماذا يمكن القول عن مساقط الأضلاع في أهرام كهذه.

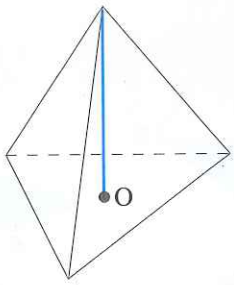
جـ) ابنِ على الفلين هرماً قائماً قاعدته مستطيل (في الهرم القائم، جميع الأضلاع الجانبية متساوية).
من رأس الهرم ابنِ معاماداً للقاعدة وارسم مساقط الأضلاع الجانبية على القاعدة.
ماذا يمكنك ان تقول عن طولها؟

د) أمامك شكل لهرم **قائم مستطيل**
القاعدة. الخط **الملوّن** معامد للمستوى.
أكمل رسم مساقط الأضلاع الجانبية على القاعدة.
المثلثات MOA, MOB, MOC وَ MOD
متطابقة، ولذلك فان مساقطها
متساوية.



هـ) ارسم مساقط الأضلاع الجانبية على القاعدة (الخط الملوّن معامد للمستوى.)

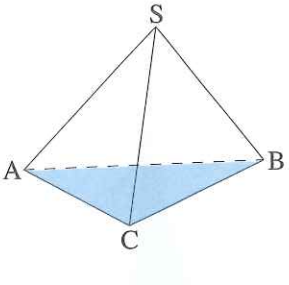




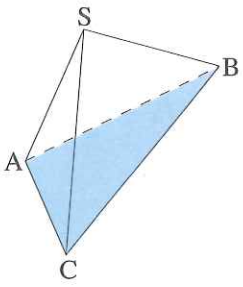
في الهرم القائم، مساقط الأضلاع الجانبية متساوية

8. أ) – ارسم مثلثاً منفرج الزاوية على الفلّين.
– ابنِ هرماً **قائماً** قاعدته المثلث الذي رسمته.
– ابنِ ارتفاع الهرم. أين يلامس الفلّين؟
– افحص، أين يلامس الارتفاع الفلّين اذا كانت القاعدة مثلثاً حاد الزاوية.
– افحص، أين يلامس الارتفاع الفلّين اذا كانت القاعدة مثلثاً قائم الزاوية.

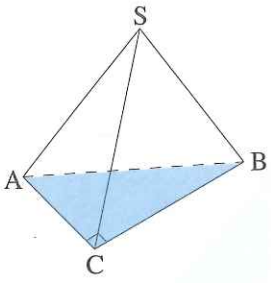
ب) ارسم الارتفاع من S في كل هرم.
ارسم أيضاً مساقط الأضلاع الجانبية على القاعدة.



القاعدة مثلث
منفرج الزاوية.

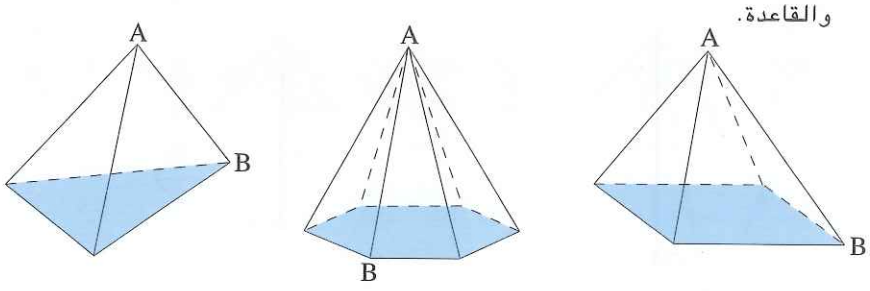


القاعدة مثلث
حاد الزوايا



القاعدة مثلث
قائم الزاوية.

ع"ذ 9. كل الأهرام المرسومة هي قائمة.
ارسم الارتفاع من A, ومسقط AB على القاعدة، والزاوية المحصورة بين AB والقاعدة.

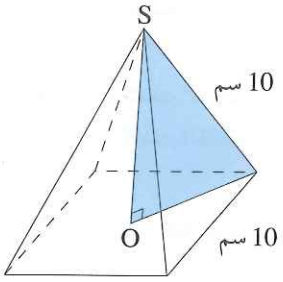


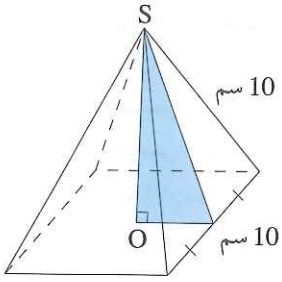
القاعدة مثلث متساوي الأضلاع

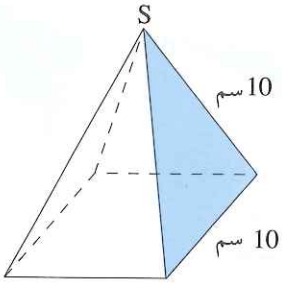
القاعدة مسدس منتظم

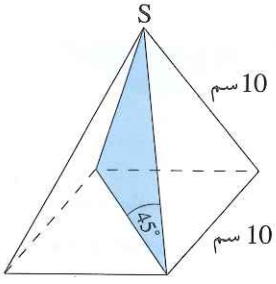
القاعدة مربع

ع"ذ 10. امامك اشكال لأهرام قائمة ومربعة القاعدة.
i) ما نوع المثلث الملوّن؟
ii) شدّد أو ارسم ارتفاع الهرم، واحسب طوله.
(ارسم المثلث الذي تحسب منه الارتفاع، جانباً).

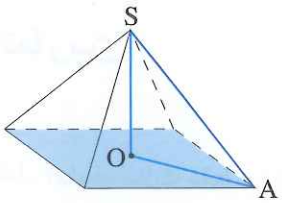
أ)


ب)


جـ)


د)


ع"ذ 11. في هرم قائم مربع القاعدة، طول ضلع القاعدة 4 سم وطول الضلع الجانبي 5 سم.



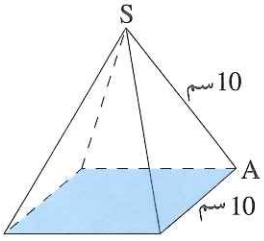
أ) ارسم القاعدة (مربع) جانباً، واحسب طول OA.

ب) أشر الى الزاوية المحصورة بين SA والقاعدة، ثم احسب مقدارها.

(ارسم المثلث الذي تحسب منه الزاوية، جانباً).

ع"ذ 12. الهرم المرسوم قائم ومربع القاعدة.

طول كل ضلع 10 سم.

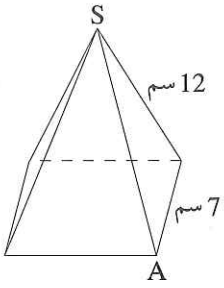


أ) ارسم ارتفاع الهرم والزاوية المحصورة بين SA والقاعدة.

مقدار هذه الزاوية 45°. سجّل على الشكل.

ب) احسب ارتفاع الهرم.

ع"ذ 13. الهرم المرسوم قائم **ومربع** القاعدة.



أ) ارسم ارتفاع الهرم والزاوية α المحصورة بين SA والقاعدة.

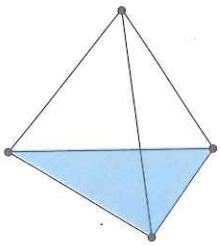
ب) احسب مسقط الضلع الجانبي على القاعدة، وارتفاع الهرم، ومقدار الزاوية α.

تمارين

14. أمامك ثلاث نقط.
عيّن نقطة رابعة وأكمل رسماً لهرم.
لوّن المثلث الذي يكون قاعدة للهرم، وشدّد الأضلاع الجانبية.

مثال

أ)

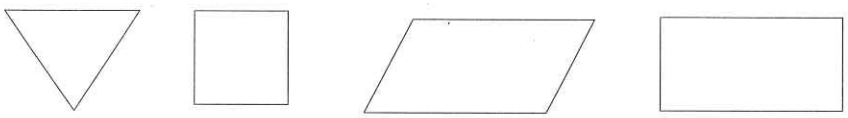


ب)

جـ)

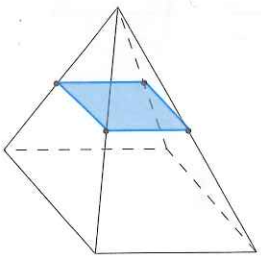
15. ابنِ أربعة مثلثات متساوية الأضلاع متطابقة، بواسطة ستة مساويك.

16. أكمل رسم الأهرام المرسومة قواعدها.

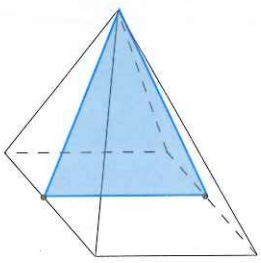


17. الأهرام المرسومة هي أهرام قائمة. جميع النقط المشددة هي منتصفات أضلاع.
بيّن نوع الشكل الملوّن.

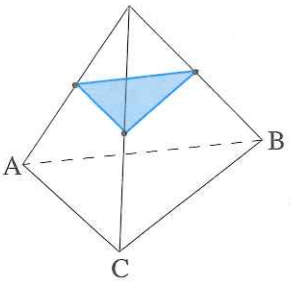
أ) قاعدة الهرم مربع



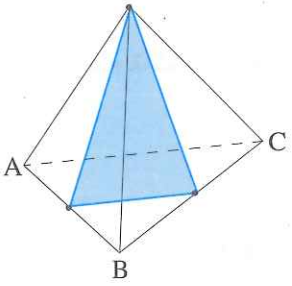
ب) قاعدة الهرم مربع



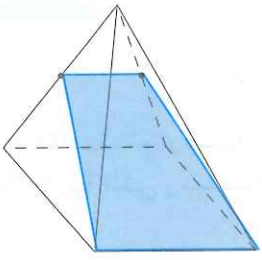
جـ) قاعدة الهرم مثلث متساوي الأضلاع



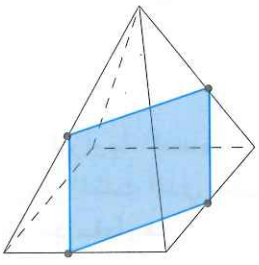
د) قاعدة الهرم مثلث متساوي الأضلاع



هـ) قاعدة الهرم مربع

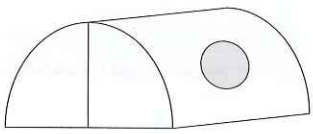


و) قاعدة الهرم مربع

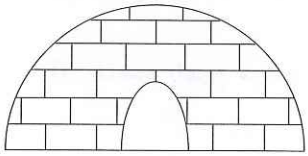


18. أي جسم يظهر في كل واحد من المباني؟

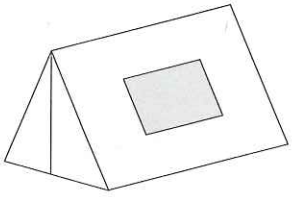
أ)



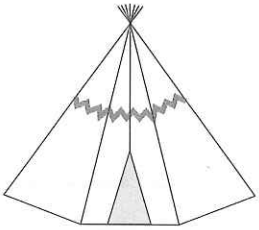
ب)



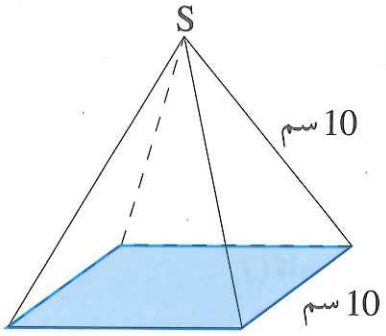
جـ)



د)



19. أمامك هرم قائم مربع القاعدة.



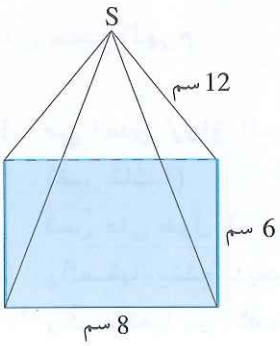
أ) ابنِ الزاوية المحصورة بين ضلع جانبي والقاعدة، ثم ارسمها.
ب) ارسم المثلث الذي يمكن ان تحسب منه الزاوية التي رسمتها جانباً، ثم جد مقدارها.

20. ارسم مستطيلاً على الفلّين، ثم ابنِ بواسطة المساويك هرماً قائماً مستطيل القاعدة.

أ) ابنِ ارتفاع الهرم. أين يلامس القاعدة؟

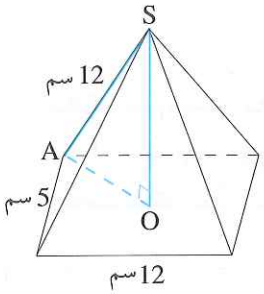
ب) ارسم وأشر الى الزاوية المحصورة بين ضلع جانبي والقاعدة.

جـ) احسب مقدار هذه الزاوية.



21. الهرم المرسوم قائم ومستطيل القاعدة.

- أشر الى الزاوية المحصورة بين SA والقاعدة.
- احسب طول AO وجد مقدار الزاوية المحصورة بين SA والقاعدة، حسب المعطيات.

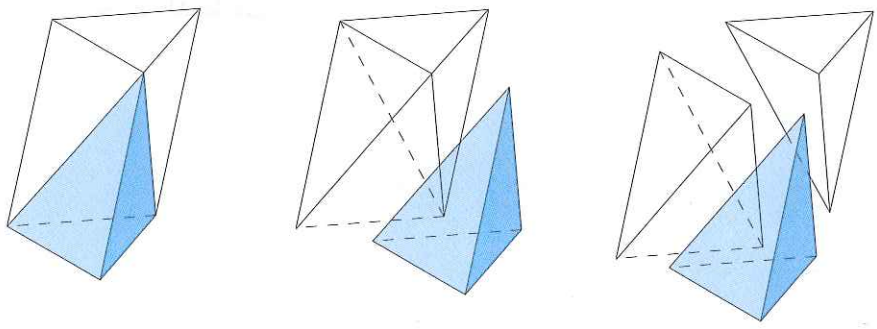


عن حجم الهرم

1. في احدى أوراق البريستول في نهاية الكتاب، تجد فروشاً لثلاثة أهرام (غير قائمة).
قصّ على طول الخطوط المتصلة، اطوِ القطع على طول الخطوط المتقطعة وألصقها، ينتج لديك 3 أهرام متشابهة.
ركّب مكعباً من الأهرام الثلاثة.

حجم كل هرم كهذا هو $\frac{1}{3}$ حجم المكعب الناتج.

بشكل عام، يمكن تقسيم كل منشور حتى وان لم يكن مكعباً، الى ثلاثة أهرام متساوية في حجمها.
أمامك شكل يبيّن تقسيم منشور مثلث القاعدة.



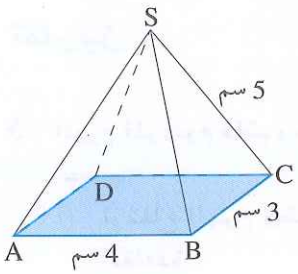
لذلك، فان حجم الهرم هو $V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot H$ حيث B هو مساحة قاعدة الهرم وَ H هو ارتفاعه.

2. الهرم المرسوم قائم ومستطيل القاعدة.

أ) ارسم القاعدة، جانباً.
احسب مساحتها وطول قطرها.

ب) ارسم مثلثاً ملائماً لحساب ارتفاع الهرم،
واحسب طوله.

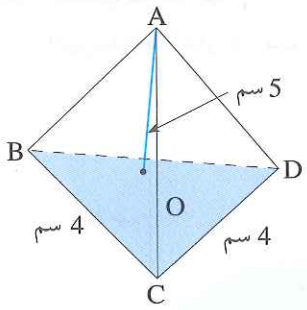
جـ) احسب حجم الهرم.



3. الهرم المرسوم قائم وقاعدته مثلث متساوي الأضلاع (طول الضلع 4 سم.)

أ) ارسم القاعدة، جانباً
واقسمها الى مثلثات
مركزية من O.

ب) احسب حجم الهرم.

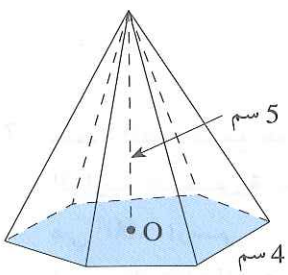


4. الهرم المرسوم قائم وقاعدته مسدس منتظم طول ضلعه 4 سم.

أ) ارسم القاعدة، جانباً واقسمها
الى مثلثات مركزية من O.
ما نوع المثلثات الناتجة؟

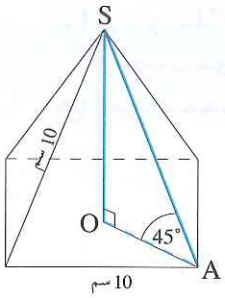
ب) احسب مساحة احد المثلثات،
ثم مساحة القاعدة كلها.

جـ) احسب حجم الهرم.

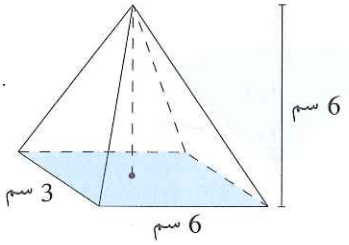


تمارين

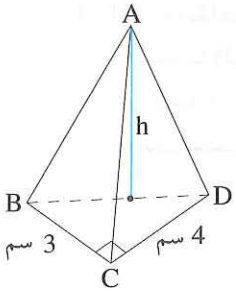
5. الهرم المرسوم قائم ومستطيل القاعدة.
احسب:
أ) ارتفاع الهرم وطول مسقط SA على القاعدة.
ب) ارسم القاعدة، جانباً واحسب طول ضلعي المستطيل.
جـ) احسب حجم الهرم.



6. احسب حجم الهرم، استناداً الى المعطيات.
الهرمان قائمان (ارسم أولاً القاعدة، جانباً واحسب مساحتها).

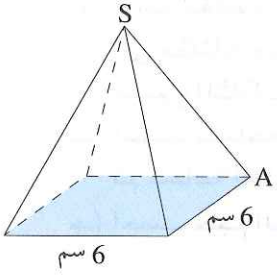


القاعدة مستطيل

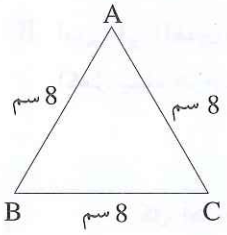


القاعدة مثلث قائم الزاوية
ارتفاع الهرم6 سم

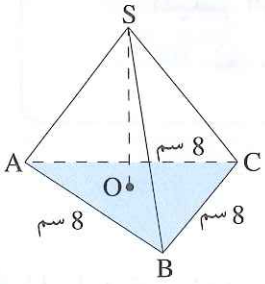
7. قاعدة الهرم مربع طول ضلعه 6 سم.
الزاوية المحصورة بين ضلع جانبي والقاعدة هي 60°. ارسم.
احسب ارتفاع الهرم وحجمه.



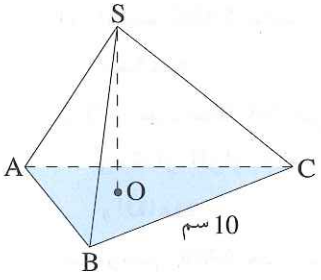
8. أ) ارسم واحسب ارتفاع ومساحة المثلث متساوي الأضلاع اذا كان طول الضلع 8 سم.



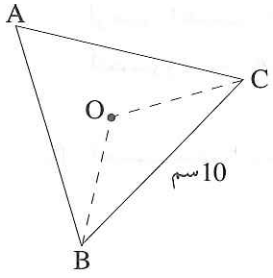
ب) على القاعدة المذكورة، بُنيَ هرم قائم ارتفاعه 10 سم.
احسب حجمه.



9. أ) ارسم مثلثاً متساوي الأضلاع على الفلّين.
- ابنِ بواسطة المساويك، هرماً قائماً قاعدته مثلث متساوي الأضلاع.
- كم ضلعاً لهرم كهذا؟
- ارسم ارتفاع الهرم.



ب) ابنِ على الفلّين، الزاوية المحصورة بين SC وقاعدة الهرم.
ارسم هذه الزاوية في الهرم المرسوم مقابل البند (أ).
ارسم جميع مساقط الأضلاع الجانبية على القاعدة. ماذا يمكنك ان تقول عن أطوالها؟

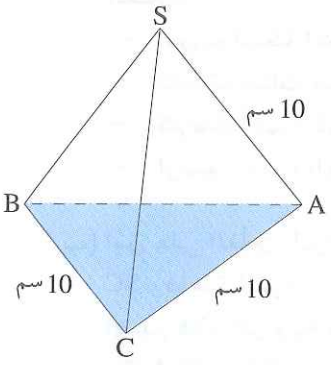


جـ) أمامك شكل القاعدة.
ما نوع المثلثات OBC, OAC وَ OBA؟
احسب زوايا ΔOBC.
احسب أضلاع ΔOBC.

د) مقدار الزاوية المحصورة بين SC والقاعدة 50°.
ارسم ΔSOC جانباً، واحسب زواياه وأضلاعه.
احسب حجم الهرم.

10. ابنِ على الفلين، مثلثاً متساوي الأضلاع طول ضلعه بطول المسواك.
أكمل بناء هرم قائم، طول كل أضلاعه بطول المسواك.

كل أضلاع هذا الهرم متساوية. يدعى هرم كهذا، **المجسم الرباعي**. (ان حللت التمرين 15 في صفحة 94 ، فقد حصلت بالفعل على **مجسم رباعي**)



11. طول كل ضلع في مجسم رباعي 10 سم.

أ) ارسم ΔABC جانباً، واحسب مساحته.

ب) ارسم مسقط SA على القاعدة، ومقدار الزاوية المحصورة بين SA والقاعدة.

جـ) ارسم ΔABC جانباً، واحسب طول مسقط SA على القاعدة.
ارسم واحسب مقدار الزاوية المحصورة بين SA والقاعدة.

د) احسب حجم المجسم الرباعي.

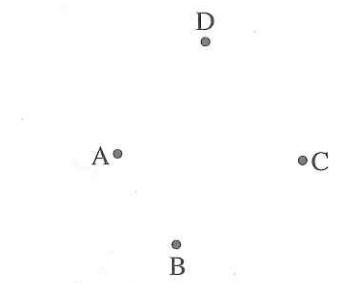
12. في ورقة البريستول تجد شكلين، قصّ وألصق.
صلهما بحيث ينتج مكعب.

مساحة سطوح الهرم

السطوح الجانبية في الهرم هي مثلثات.
مساحة سطوح الهرم هي مجموع مساحة هذه المثلثات اضافة الى مساحة القاعدة.

1. أ) ماذا يمكنك ان تقول عن سطوح المجسم الرباعي؟

ب) ABCD هي رؤوس مجسم رباعي. أكمل الرسم.

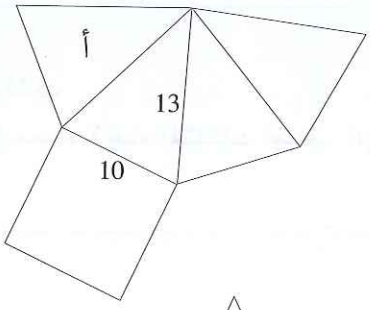


جـ) طول كل ضلع في مجسم رباعي هو 5 سم.
ارسم مثلثاً ABC متساوي الأضلاع جانباً، واحسب ارتفاع هذا المثلث ومساحته.

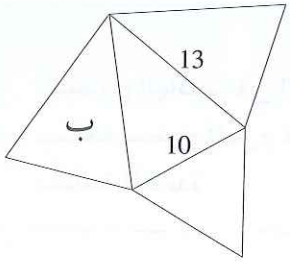
د) ما هي مساحة سطوح المجسم الرباعي؟

ع"ذ 2. أمامك أشكال مختلفة. أي منها فروش لأهرام؟ في الأوراق المعدّة للقصّ، تجد الأشكال المرسومة في هذه الصفحة. يمكنك قصّها ومحاولة طيّها. احسب مساحة السطوح لهذه الأهرام.

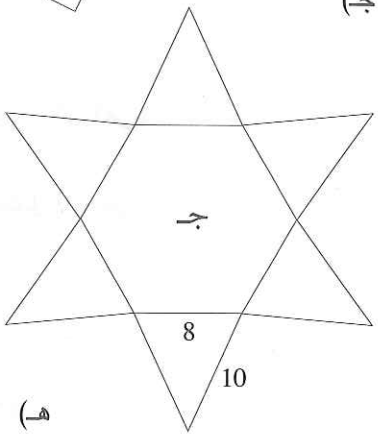
أ)



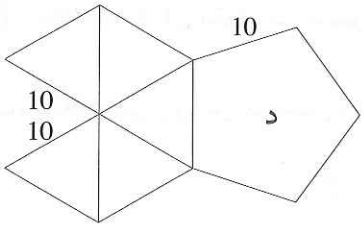
ب)



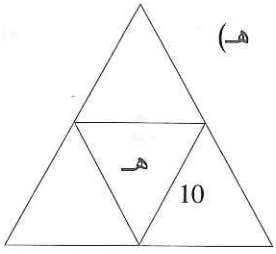
جـ)



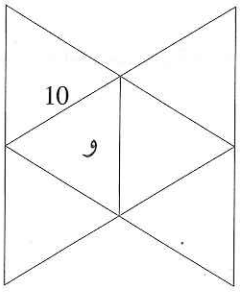
د)



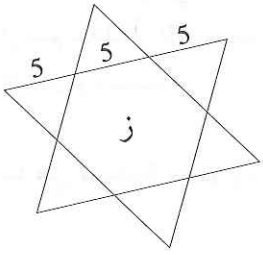
هـ)



و)

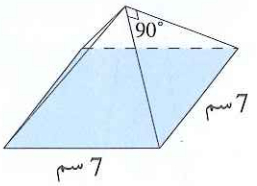


ز)

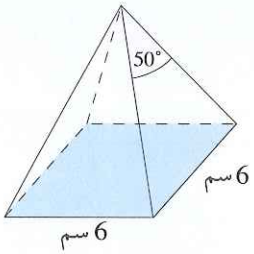


تمارين

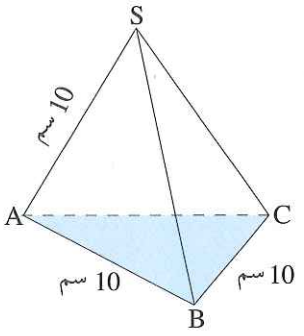
3. جميع الأهرام المرسومة قائمة.
   - ارسم القاعدة واحسب مساحتها.
   - ارسم سطحاً جانبياً واحسب مساحته.
   - احسب مساحة سطوح الهرم.



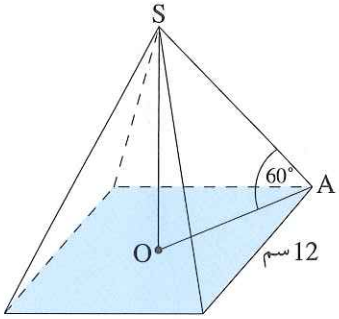
القاعدة مربع



القاعدة مربع

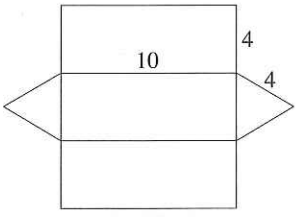


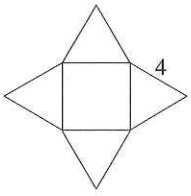
جسم رباعي
(جميع الأضلاع متساوية).



القاعدة مربع
(احسب أولاً OA و SA).

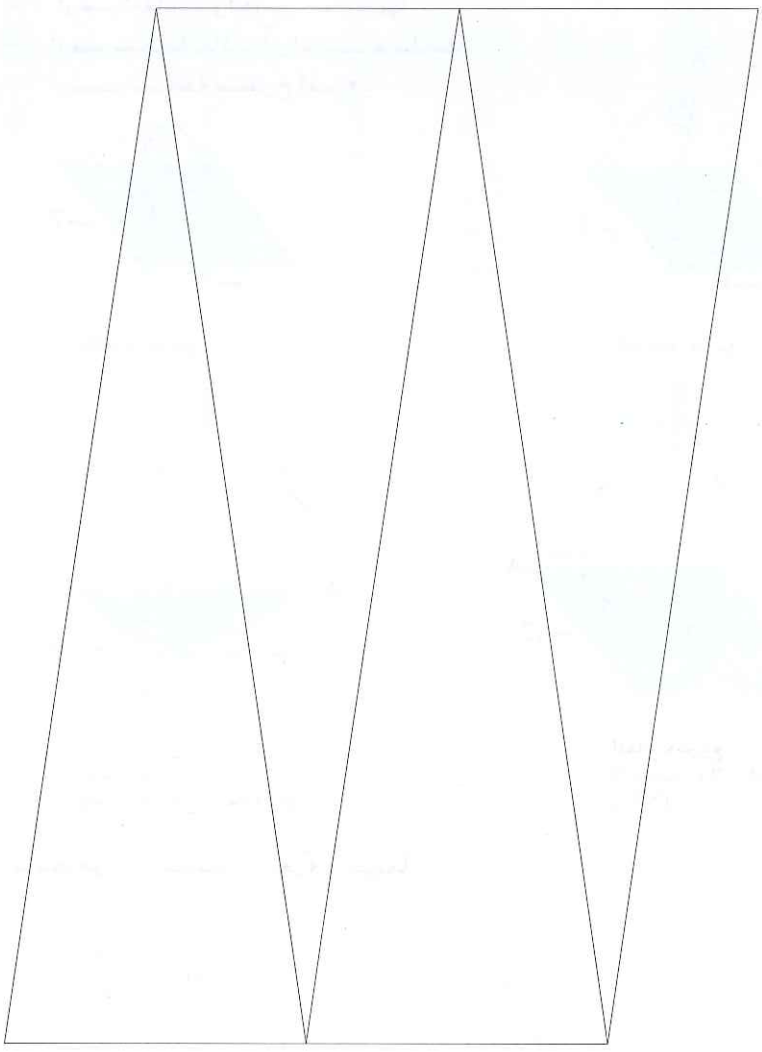
4. أمامك فرشان لجسمين. تعرّف اليهما.





- احسب مساحة السطوح، اذا كانت جميع المثلثات المرسومة متساوية الأضلاع.

5. أ) ما هو حسب رأيك، الجسم الذي فرشه في الشكل؟



ب) في أوراق البريستول الموجودة في نهاية الكتاب، تجد الشكل المرسوم هنا مرة أخرى. قصّ واطوِ، أي جسم نتج؟

الزاوية بين سطحين

1. ارسم مستقيماً على ورقة.

اطوِ الورقة على طول المستقيم الذي رسته، بحيث تكون الزاوية المحصورة بين جزئي الورقة:

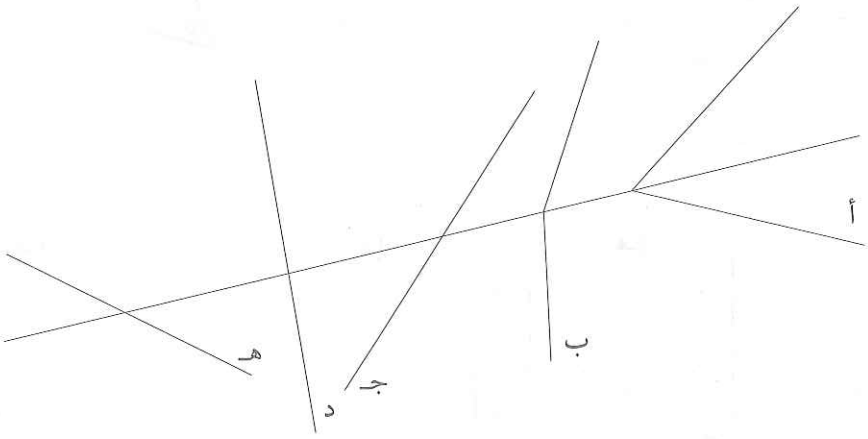
أ) حادة

ب) قائمة

جـ) بين °45 و °90

د) أقل من °45

2. في الأوراق المعدّة للقص في نهاية الكتاب، تجد الشكل الظاهر هنا. قصّ ثم اطوِ الورقة على طول المستقيم الذي عليه الأشكال (أ) – (هـ) بحيث تكون الزاوية المحصورة بين جزئي الورقة حادة.
أي من الأشكال أ – هـ يبيّن حسب رأيك، الزاوية المحصورة بين السطحين الناتجين.



3. خذ ورقة واطوِها طيّة واحدة في أي اتجاه. افتح الورقة وعيّن نقطة على خط الطيّ، ثم ارسم مستقيماً معامداً لخط الطيّ.

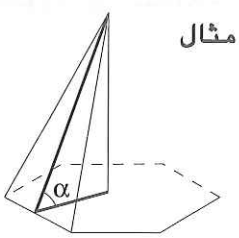
اطوِ مرة أخرى، كبّر أو صغّر **الزاوية** الحادة المحصورة بين جزئي المستقيم الذي رسمته. هذه الزاوية هي الزاوية المحصورة بين السطحين. بعد الطيّ ينتج في كل واحد من الجزئين (السطحين) معامد لخط الطيّ.

تعريف

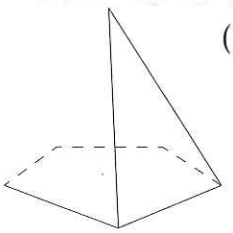
الزاوية بين سطحين هي الزاوية المحصورة بين معامدين للمستقيم المشترك (خط الطي) بين السطحين.

ع"ذ 4. ارسم وأشر الى الزاوية المحصورة بين السطحين المرسومين.

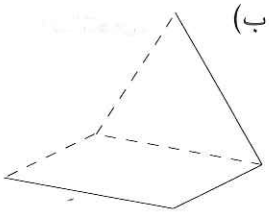
مثال



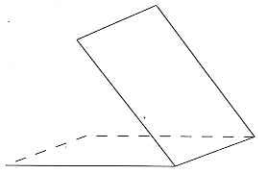
أ)



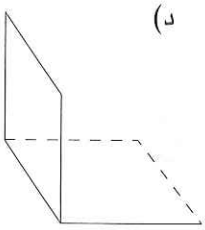
ب)



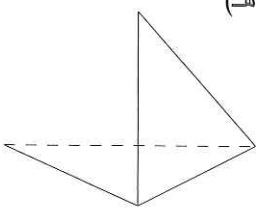
جـ)



د)

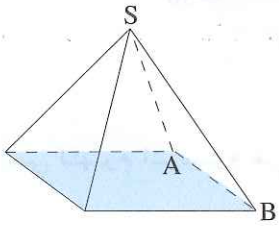


هـ)



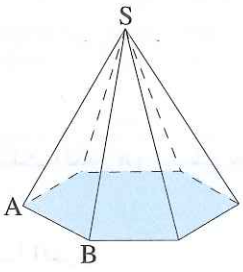
ع"ذ 5. ارسم من S معامداً لِ AB وبيّن أين يلامس AB (استعن بالبناء على الفلّين).
ارسم وأشر الى الزاوية المحصورة بين السطح SAB وسطح القاعدة.
(كل الأهرام قائمة، أي ان أضلاعها الجانبية متساوية).

أ)



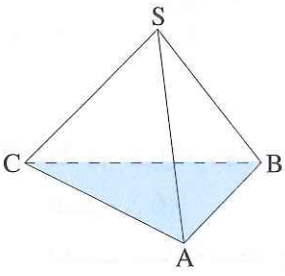
القاعدة مربع

ب)



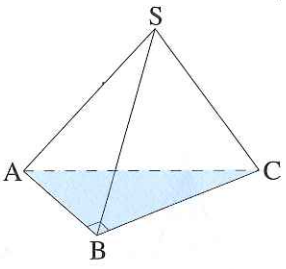
القاعدة مسدس منتظم

جـ)



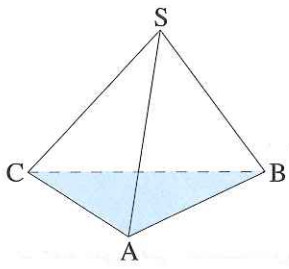
القاعدة ABC هي مثلث متساوي الأضلاع.

د)



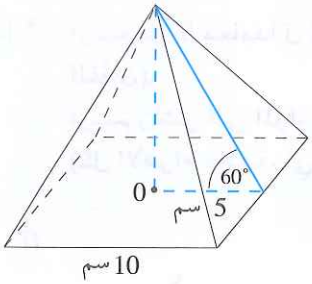
القاعدة (ABC) مثلث قائم الزاوية

هـ)



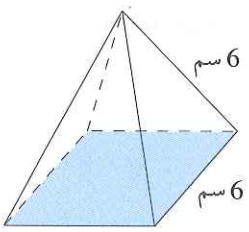
القاعدة (ABC) مثلث منفرج الزاوية

6. قاعدة الهرم المرسوم هي مربع طول ضلعه 10 سم.
الزاوية المحصورة بين السطح الجانبي وسطح القاعدة هي 60°.
احسب ارتفاع الهرم وحجمه.

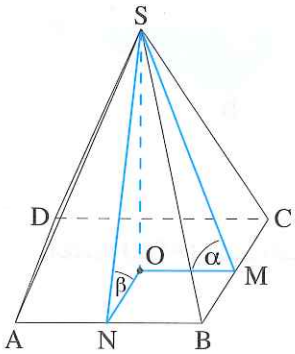


7. ما هو طول ارتفاع المثلث الذي هو سطح جانبي للهرم المرسوم في التمرين 6؟
احسب مساحة سطوح هذا الهرم.

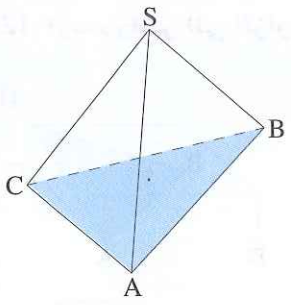
8. جميع الأضلاع في هرم مربع القاعدة متساوية.
طول كل ضلع منها 6 سم.
- احسب ارتفاع المثلث الذي هو سطح جانبي.
- ارسم واحسب الزاوية بين السطح الجانبي والقاعدة.



9. قاعدة هرم هي مستطيل طوله 8 سم وعرضه 6 سم.
ارتفاع الهرم 10 سم.
احسب مقدار الزاويتين المحصورتين بين السطحين الجانبيين والقاعدة (α و β).



ع"ذ 10. جميع أضلاع الهرم المرسوم متساوية (مجسم رباعي).

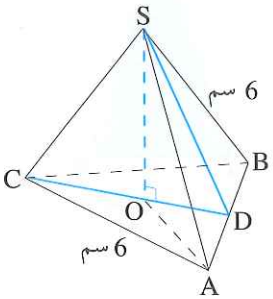


أ) ارسم الزاوية المحصورة بين السطح SAB والقاعدة ABC.

ب) في احدى أوراق البريستول، تجد فرشاً لمجسم رباعي.
قصّ واطوِ وألصق، ثم ضع على الطاولة بحيث تكون القاعدة في كل مرة، سطحاً آخر.

جـ) حاول ان ترسم الزاوية المحصورة بين السطحين SAB وَ SAC

11. طول كل ضلع في مجسم رباعي 6 سم.



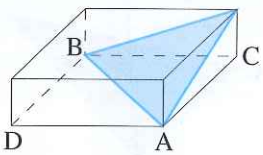
أ) احسب طولي SD, CD ومقدار الزاوية المحصورة بين السطح الجانبي والقاعدة.

ب) ما هو حسب رأيك، مقدار الزاوية المحصورة بين السطحين SAB وَ SAC؟

تمارين

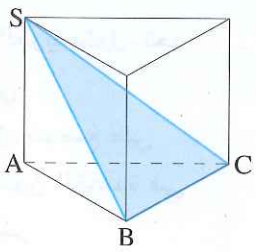
12. ارسم وأشر الى الزاوية المحصورة بين السطح الملوّن والسطح ABC.

أ)



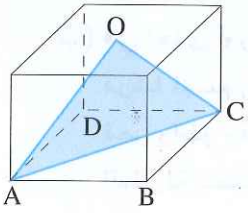
ABCD مربع

ب)



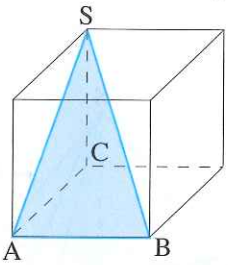
ΔABC متساوي الأضلاع

جـ)



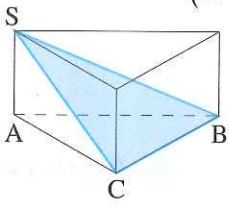
ABCD مربع

د)



مكعب

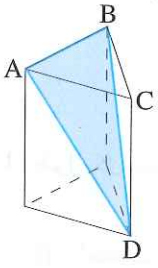
هـ)



ΔABC

قائم الزاوية ($\measuredangle ACB = 90°$)

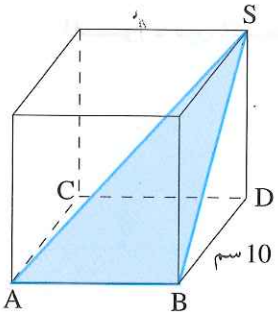
و)



ΔABC

متساوي الأضلاع

13. أشر بـ α الى الزاوية المحصورة بين السطحين SAB وَ ABCD في المكعب المرسوم. احسب مقدار الزاوية α؟



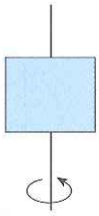
الأجسام الدورانية - المخروطات بشكل خاص

1. قصّ قطعة من الورق على شكل مستطيل وألصقها على مسواك أو خيط. أي جسم "ينتج" من دوران كهذا؟

2. ابن "أعلاماً" كالمرسومة، بواسطة قطعة من الورق والمساويك (أو الخيطان). أدر بحيث يكون المسواك محور للدوران. أثناء الدوران "ينتج" جسم.

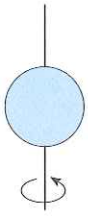
أي جسم ينتج في كل حالة؟ بيّن اسمه أو وصفه.

أ)



ب)

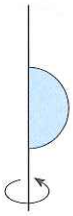
جـ)



د)

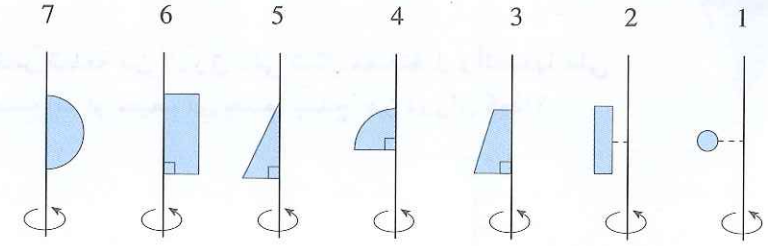
هـ)

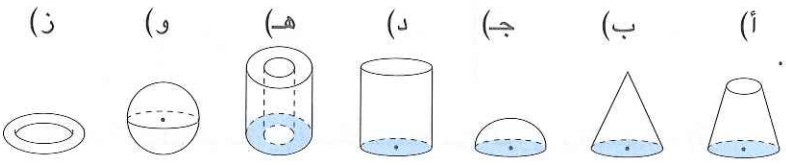
و)



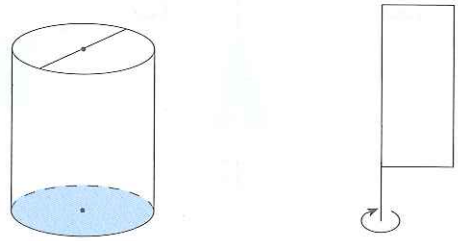
الجسمان الناتجان في البندين ب وَ هـ يدعيان مخروطين.

ع"ذ 3. لائم لكل شكل دوراني، الجسم الناتج بعد الدوران.

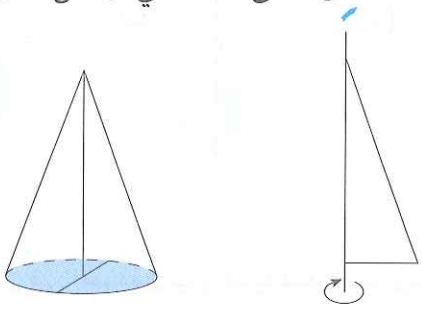




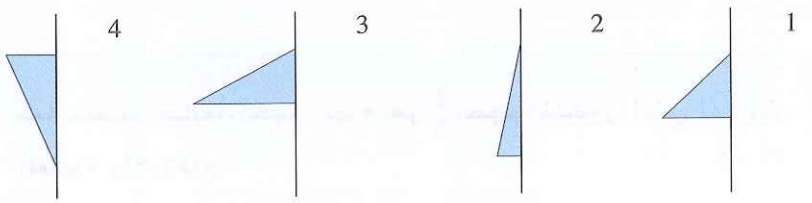
4. أ) سجّل على الشكل الدوراني وعلى شكل الاسطوانة: r على قطعة هي نصف قطر القاعدة وَ h على قطعة هي ارتفاع الاسطوانة.

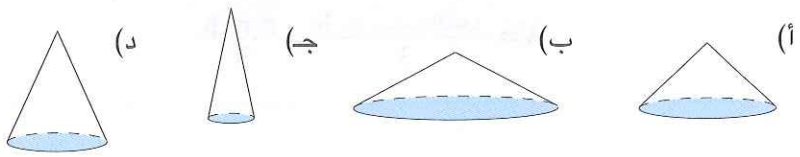


ب) سجّل على الشكل الدوراني وعلى شكل المخروط: r على قطعة هي نصف قطر القاعدة وَh على قطعة هي ارتفاع المخروط.

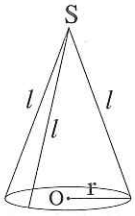


ع"ذ 5. لائم لكل شكل دوراني، المخروط الناتج بعد الدوران.





6. ارسم دائرة على الفلّين. أوقف مسواكاً معامداً في المركز.
من النقطة S على المسواك، صل مساويك الى نقط مختلفة على المحيط.
إن نوصل كل نقطة على الدائرة مع النقطة S نحصل على مخروط.



تدعى القطعة المذكورة "الراسم" (الخط المنتج l في الشكل) وهي عبارة عن وتر المثلث القائم الزاوية كشكل دوراني من التمرينين 4, أو 5.

7. صف بماذا يشبه المخروط الاسطوانة، وبماذا يشبه المخروط الهرم.

كما في حساب حجم الهرم من منشور له نفس القاعدة والارتفاع، كذلك في حساب حجم المخروط من اسطوانة لها نفس القاعدة والارتفاع.

كما تعلمت سابقاً، حجم الهرم هو $\frac{1}{3}$ حجم المنشور الذي له نفس القاعدة والارتفاع.

كذلك حجم المخروط هو $\frac{1}{3}$ حجم الاسطوانة التي لها نفس القاعدة (نفس نصف القطر) ونفس الارتفاع h.

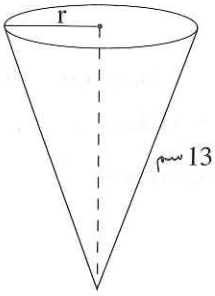
$$V=\frac{\text{مساحة القاعدة} \times h}{3}=\frac{\pi r^2 h}{3}$$

ع"ذ 8. طول الراسم (الخط المنتج l) لقمع بوظه على شكل مخروط هو 13 سم.

نصف قطر القاعدة 5 سم.

احسب ارتفاع القمع.

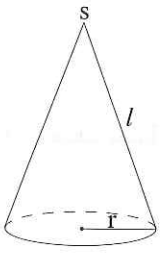
كم سم^3 بوظة يمكن ان تُضغط داخل القمع؟



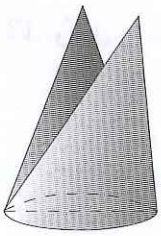
ع"ذ 9. طول الراسم l لمخروط هو 10 سم.

الزاوية المحصورة بينه وبين القاعدة 60°.

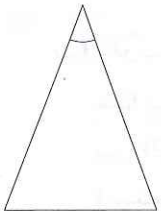
احسب ارتفاع المخروط ونصف قطر القاعدة، ثم حجم المخروط.



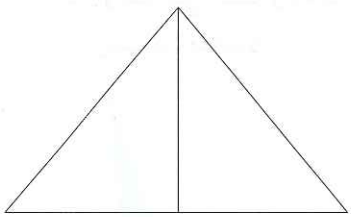
ع"ذ 10. قُسم مخروط الى قسمين متساويين
من الرأس حتى القطر الذي على القاعدة.
المقطع الناتج هو مثلث متساوي الساقين
زاوية رأسه 50°.



طول راسم المخروط 10 سم.
احسب نصف قطر القاعدة،
والارتفاع وحجم المخروط.



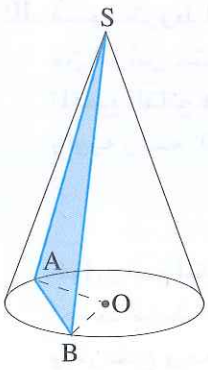
ع"ذ 11. أُدير مثلث متساوي الساقين حول
الارتفاع على القاعدة فنتج مخروط.
قاعدة المثلث الدوراني 20 سم.
زاوية رأسه 80°.
احسب حجم المخروط الناتج.



تمارين

12. ارتفاع مخروط 40 سم.
قُسم المخروط من S حتى القطر (كما يظهر في الشكل - تمرين 10).
المقطع الناتج هو مثلث متساوي الساقين.
ارسم المثلث.
زاوية قاعدة المثلث الناتج هي 65°.
احسب حجم المخروط.

13. وُصل رأس المخروط بنقطتين على محيط القاعدة (A وَ B)



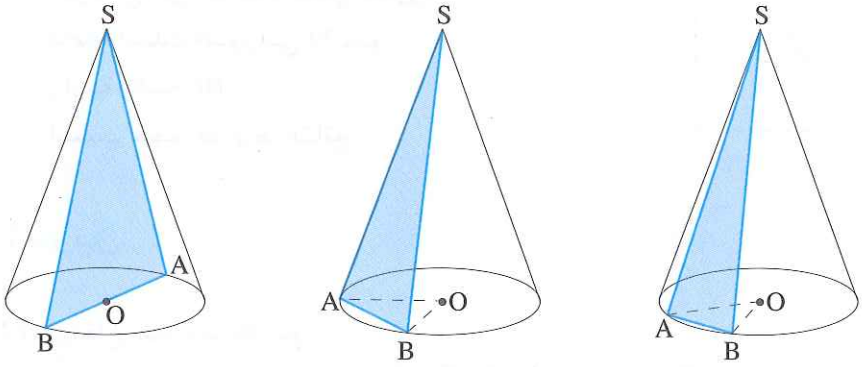
أ) ارسم وأشر بِ α الى الزاوية المحصورة بين السطح SAB وسطح القاعدة

ب) نقرّب A من B .

ماذا يحدث للزاوية α المحصورة بين السطح SAB وسطح القاعدة؟

(استعن بمخروط مبني على الضلعين).

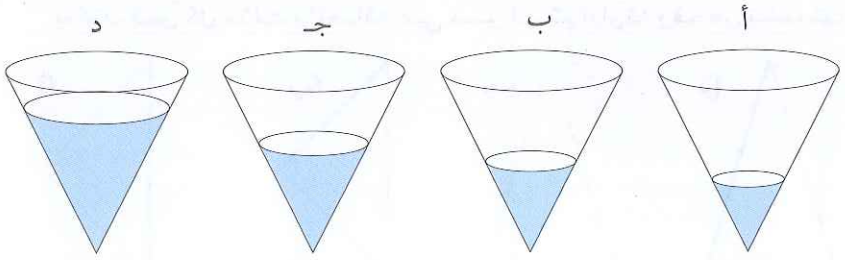
جـ) ارسم في المخروطات الآتية، الزاوية المحصورة بين السطح SAB وسطح القاعدة.



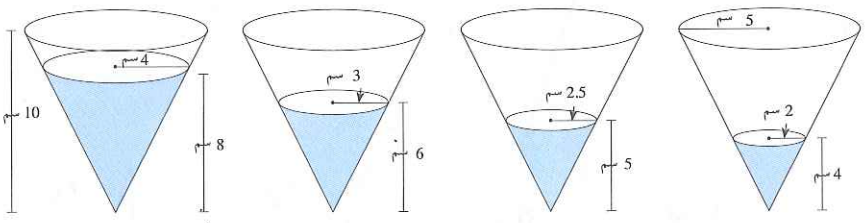
د) ما هو أكبر مقدار ممكن للزاوية α؟

في أية حالة تنتج زاوية كهذه؟

14. أ) أمامك أربعة مخروطات. أي منها "مملوء حتى نصفه"؟ علّل.



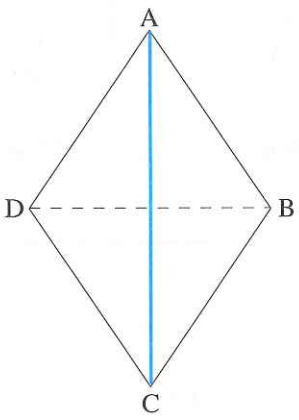
ب) احسب كمية السائل الموجودة في كل مخروط، وافحص في أي من الأوعية كمية السائل أقرب الى نصف سعة المخروط.



15. ارسم معيناً، قصّه وألصق مسواكاً على طول القطر المشدّد ثم أدره.

أ) صف الجسم الناتج.

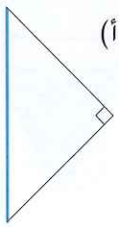
ب) أدر نفس المعين حول DB.
أي من الجسمين حجمه أكبر، حسب رأيك، الجسم الناتج من الدوران حول AC أم الجسم الناتج من الدوران حول DB؟



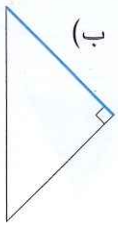
جـ) معطى أن: AC = 24 سم ; DB = 18 سم
احسب استناداً الى المعطيات، حجم الجسم الناتج من الدوران حول AC وحجم الجسم الناتج من الدوران حول DB. افحص اجابتك عن البند (ب).

16. صف الجسم الناتج من دوران الشكل حول القطعة الملوّنة. في الأوراق المعدّة للقصّ في نهاية الكتاب، تجد الأشكال المرسومة هنا مرة اخرى. يمكنك قصّ كل مثلث وإلصاقه على مسواك، ثم ادارته وفحص تخمينك.

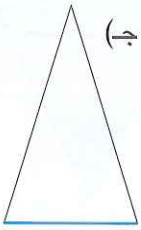
أ)



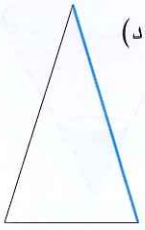
ب)



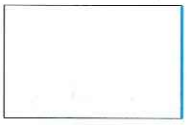
جـ)



د)

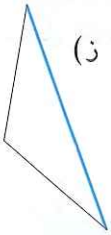


هـ)

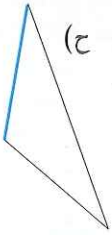


و)

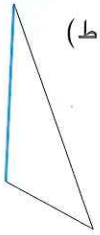
ز)



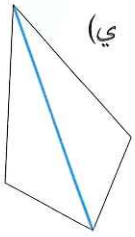
ح)



ط)

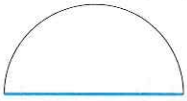


ي)

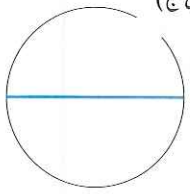


ي أ)

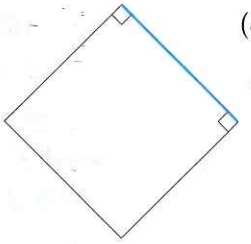
ي ب)



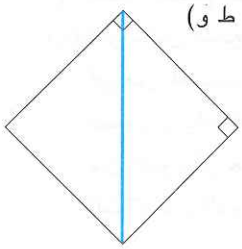
ي ج)



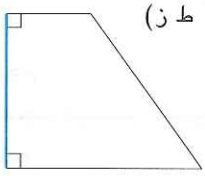
ي د)



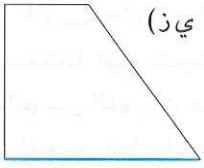
ط و)



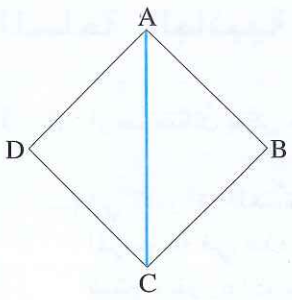
ط ز)



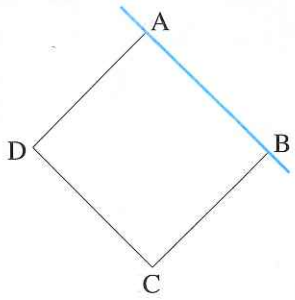
ي ز)



17. أ) أُدير مربع حول القطر AC.
صف الجسم الناتج.

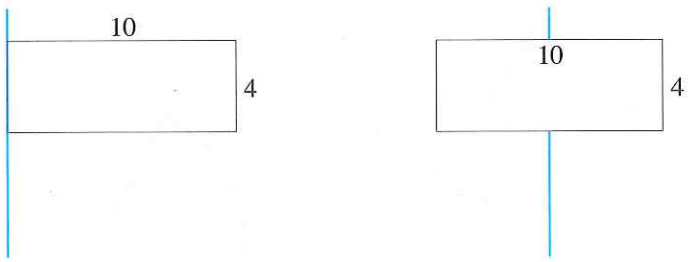


ب) طول ضلع المربع 10 سم.
احسب حجم الجسم الناتج من الدوران.



جـ) ما نوع الجسم الناتج، إن ندير المربع حول احد الأضلاع (مثلاً AB)؟
ما هو حجم الجسم الناتج من الدوران؟

18. أُدير مستطيل، كل مرة حول محور آخر.



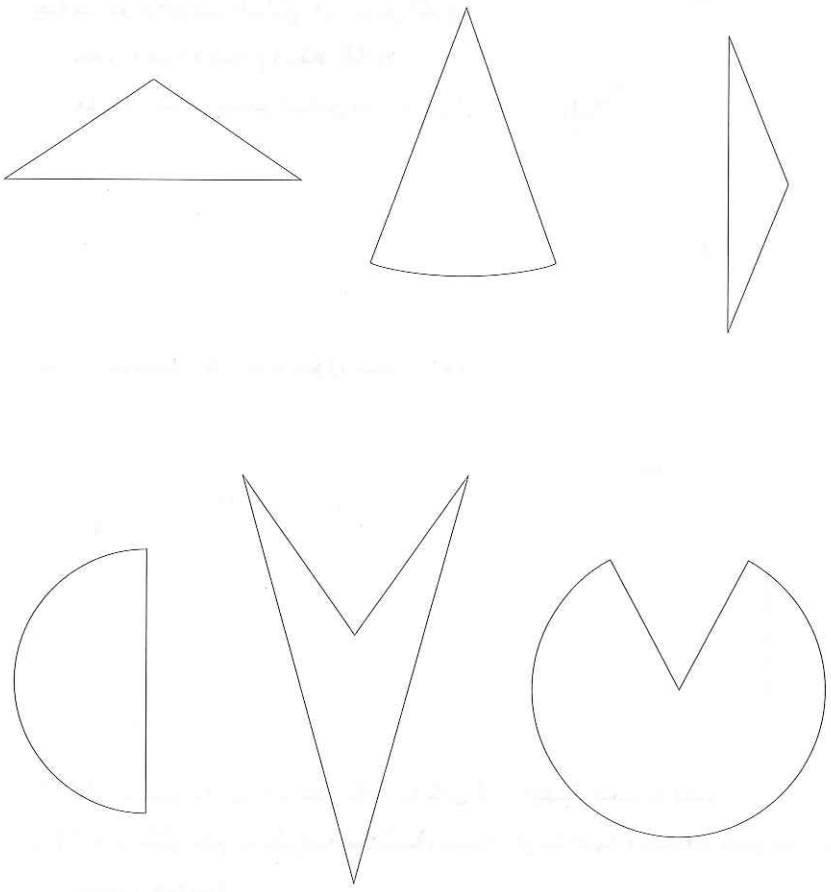
أ) هل نتجت نفس الاسطوانة؟ اذا كان لا – أيهما حجمها أكبر؟
ب) ارسم لكل عَلَم اسطوانة ملائمة، سجّل ارتفاعها ونصف قطرها ، ثم احسب حجمها.

المساحة الجانبية للمخروط

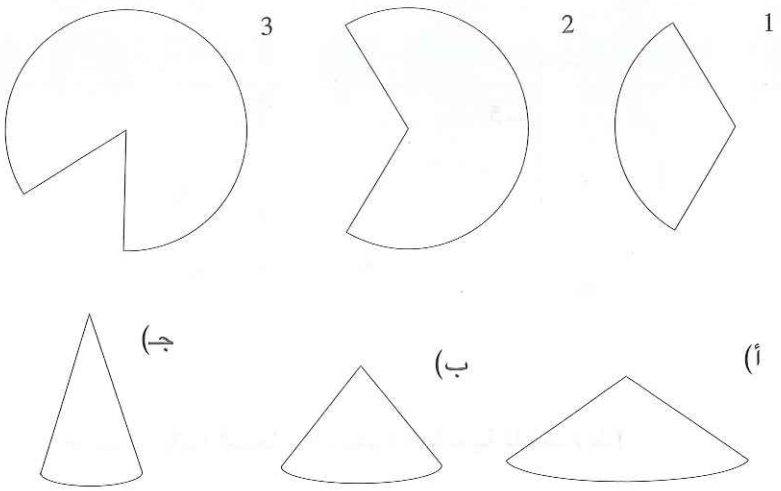
1. أ) ارسم شكلاً، يمكن حسب رأيك، قصّه وطيّه فينتج مخروط.

ب) في الأوراق المعدّة للقصّ الموجودة في نهاية الكتاب، تجد الأشكال المرسومة في هذه الصفحة. قصّ وافحص، من أي الأشكال يمكن ان تنتج مخروطات بالفعل.

جـ)

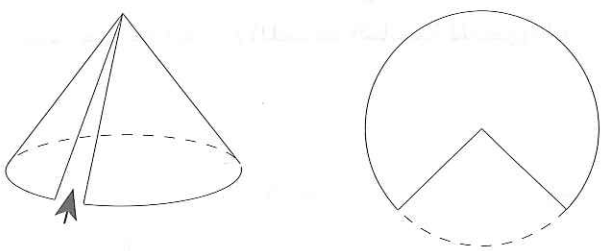


ع"ذ 2. لائم لكل واحد من الفروش (1, 2, 3) واحد من المخروطات (أ، ب، جـ).



3. طُوِيَ "قطاع" ونتج مخروط.

أ) سجل 1 الى جانب الراسم (الخط المنتج) في القطاع وفي المخروط.



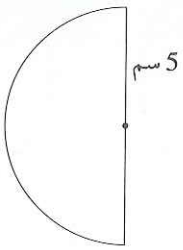
ب) شدّد محيط قاعدة المخروط، في المخروط وفي القطاع.

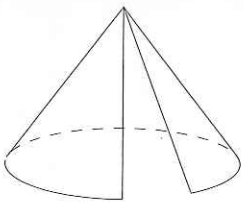
جـ) لوّن المساحة الجانبية، في المخروط وفي القطاع.

فرش المساحة الجانبية للمخروط هو جزء من الدائرة، يدعى "قطاعاً". (المقصود هنا مخروط بدون قاعدة).

4. بُنيَ مخروط من القطاع المرسوم.

أ) أي جزء من مساحة الدائرة الكاملة يكون القطاع؟



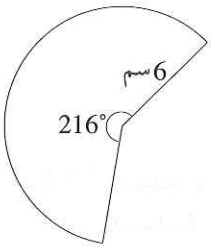


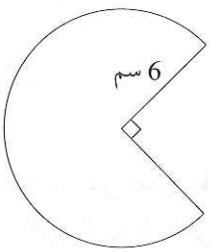
ب) احسب مساحة القطاع (المساحة الجانبية للمخروط).

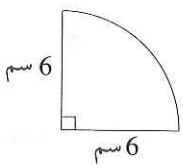
5. بُنيَ مخروط من القطاع المرسوم.

أي جزء من مساحة الدائرة يكون القطاع؟

أكمل واحسب مساحة القطاع (المساحة الجانبية للمخروط).

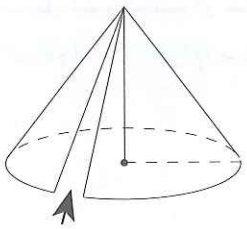




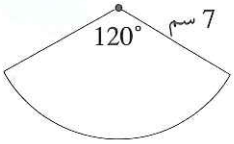


تمارين

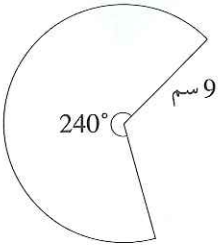
6. بُنيَ مخروط من القطاع المرسوم.
أي جزء من مساحة الدائرة يكون القطاع؟
احسب المساحة الجانبية للمخروط.



أ)

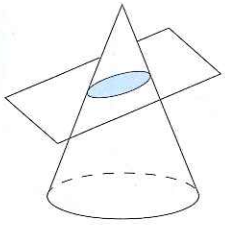


ب)

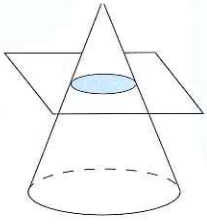


7. يظهر في الشكل مخروطان، "قُطع" رأساهما بواسطة مستوى (سطح). المقطع بينهما ملوّن.
أ) بيّن ما الشكل الهندسي الناتج في كل حالة.
ب) نصف قطر قاعدة المخروط (ب) 11 سم. ونصف قطر المقطع الملوّن 5 سم. ما هي النسبة بين مساحتي الدائرتين؟
جـ) ارتفاع المخروط (ب) 8 سم. كم يكون ارتفاع المخروط الصغير (الذي قاعدته ملونة)؟ وكم يكون حجمه؟
ما هي النسبة بين حجمي المخروط الكبير والمخروط الصغير؟

(أ)



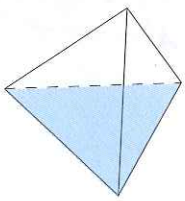
(ب)



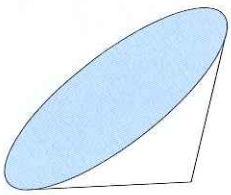
تمرين تلخيص واجمال

سجّل اسم الجسم أو صفه بواسطة الأسماء التي تعرفها (منشورات، اسطوانات، أهرام، مخروطات، كرات).

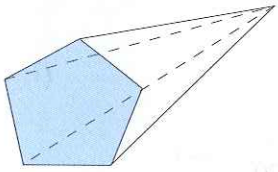
1



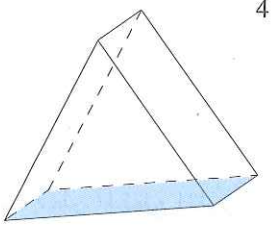
2



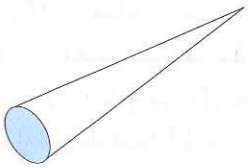
3



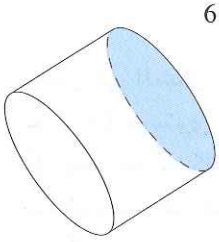
4



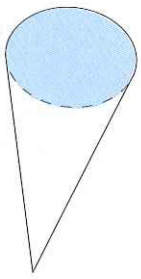
5



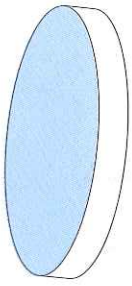
6



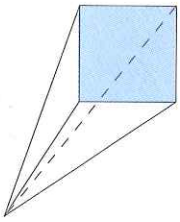
7



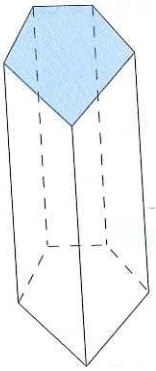
8

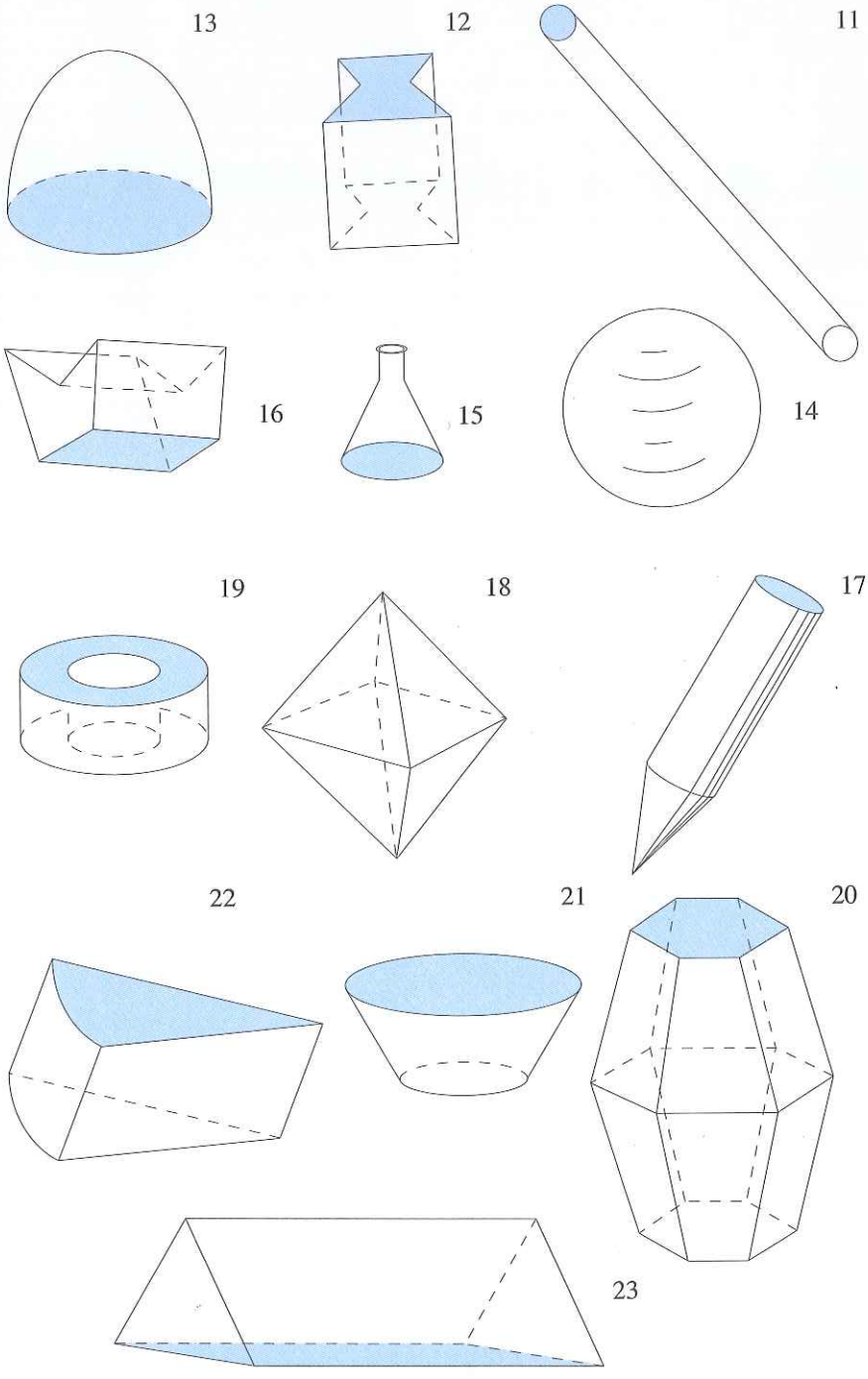


9



10

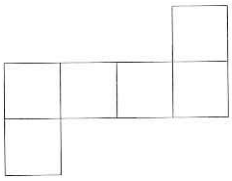



13
12
11
16
15
14
19
18
17
22
21
20
23

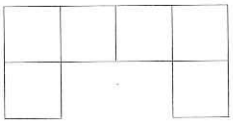
أوراق للقص

(I) للصفحة 45 تمرين 5

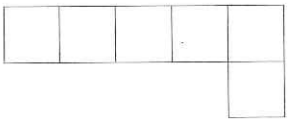
ת



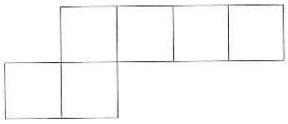
ע



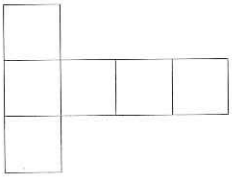
ש



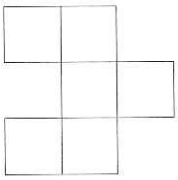
ש



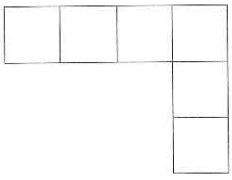
ב



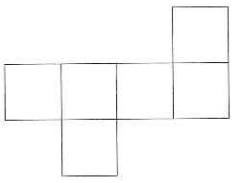
ו



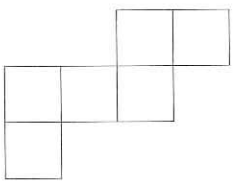
ט



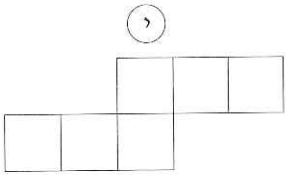
ו



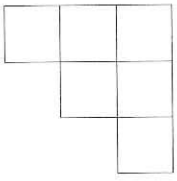
ת



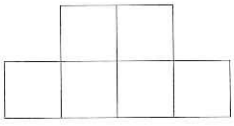
י



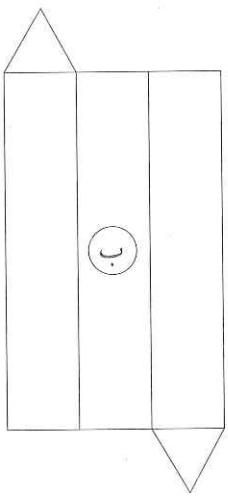
י

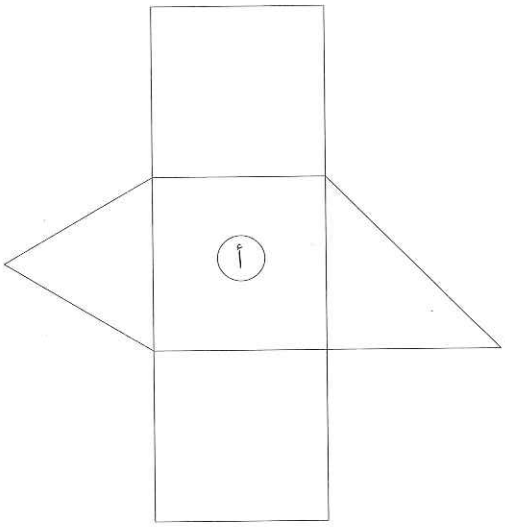


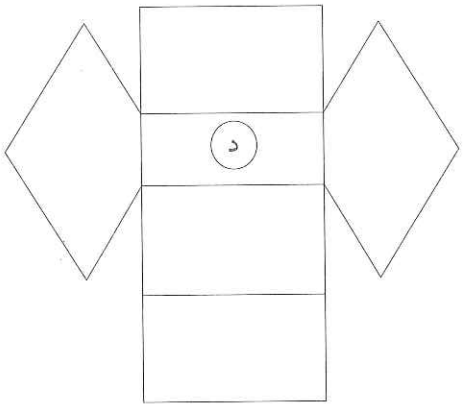
ם

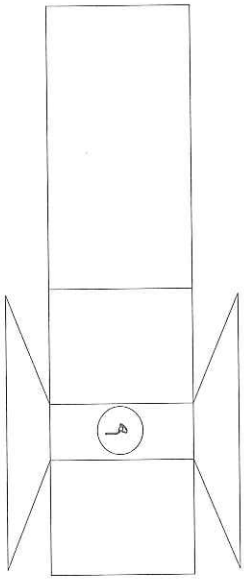


(II) للصفحتين 62-61 تمرين 8 - الصفحة الأولى

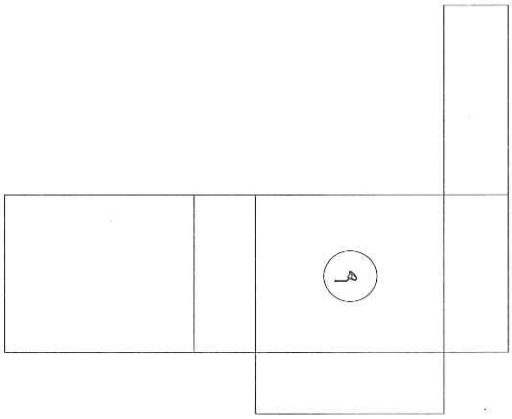


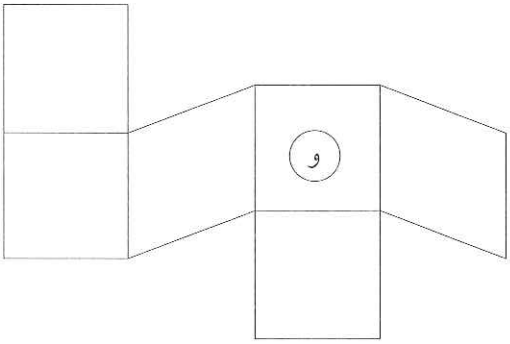


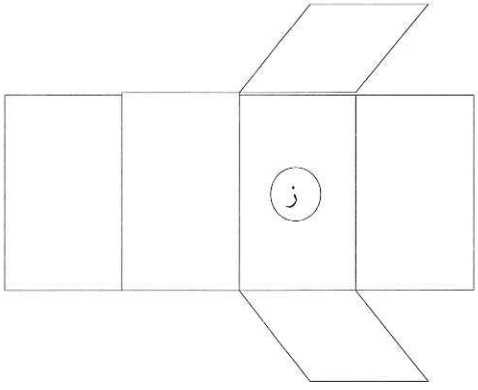




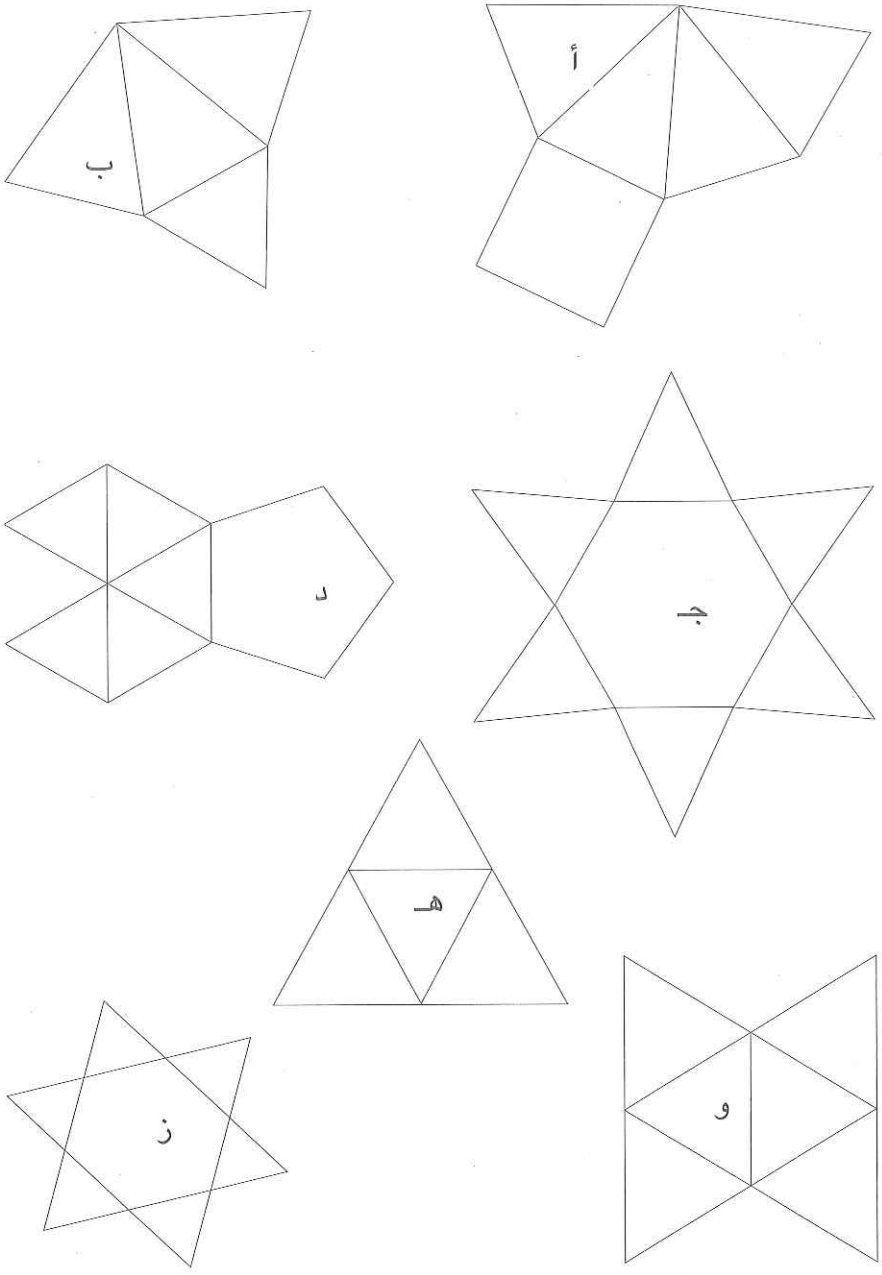
(III) للصفحتين 62-61 تمرين 8 - الصفحة الثانية



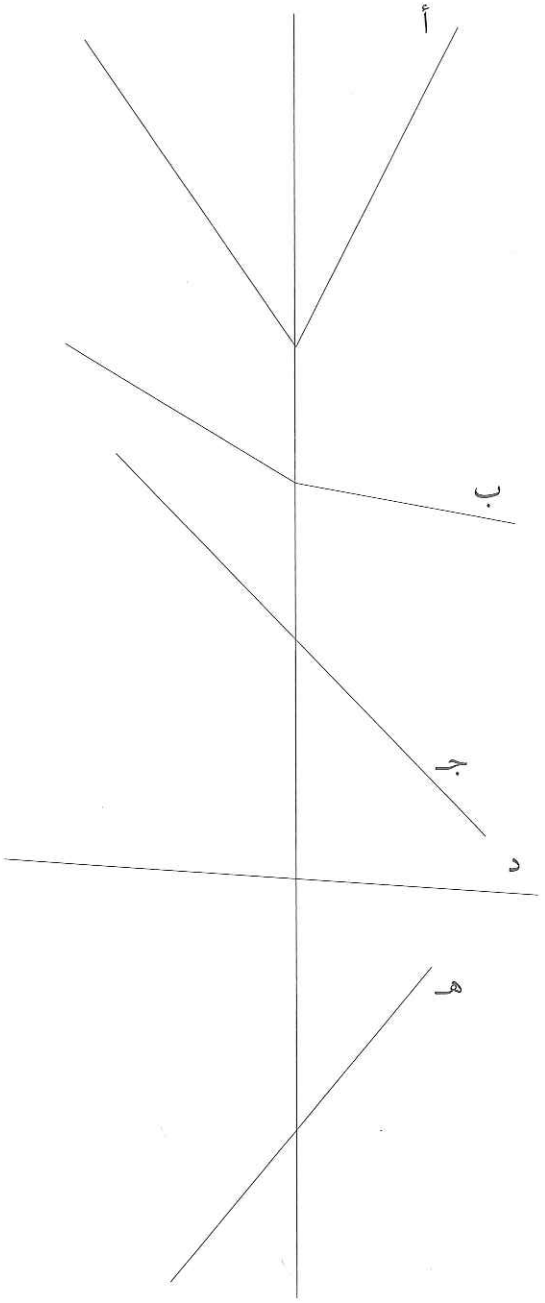




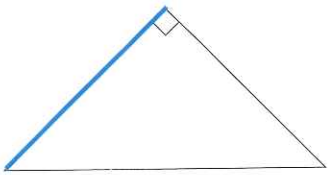
(IV) للصفحة 104 تمرين 2

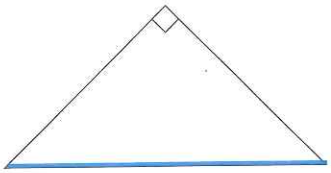


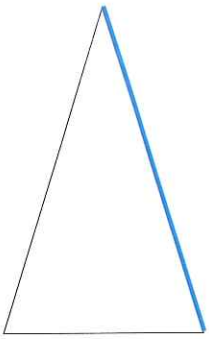
(V) للصفحة 107 تمرين 2

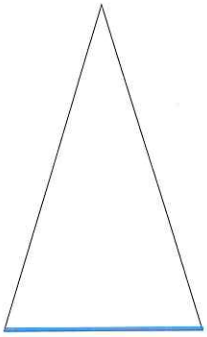


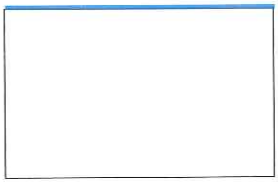
(VI) للصفحة 120 تمرين 16 - الصفحة الأولى

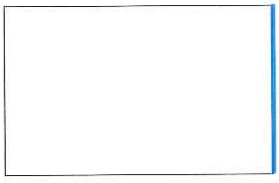


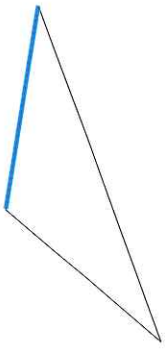


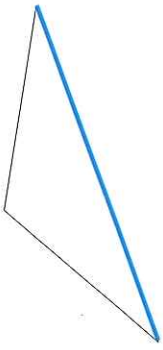




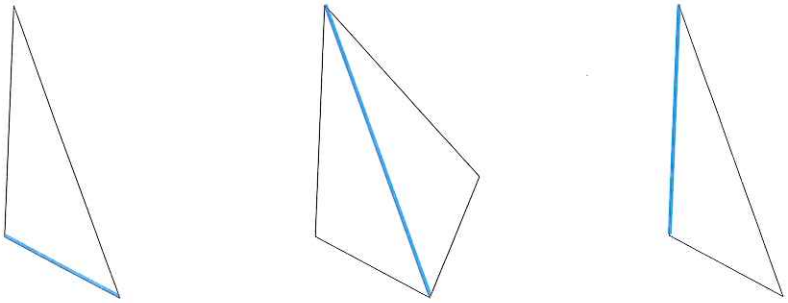


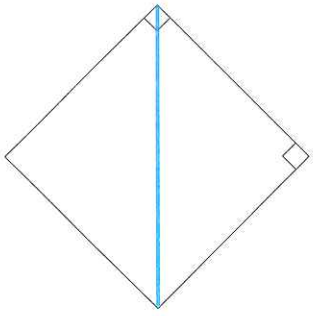


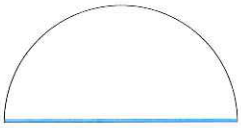


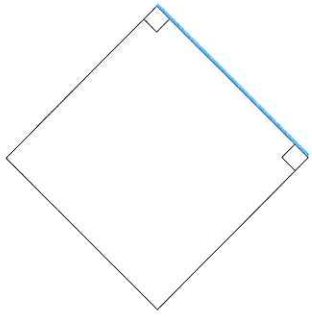


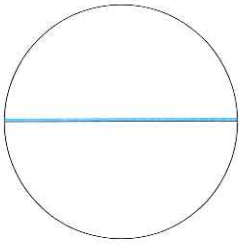
(VII) للصفحة 120 تمرين 16 - الصفحة الثانية

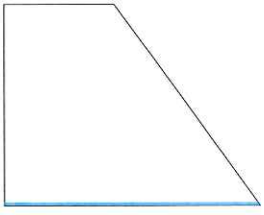


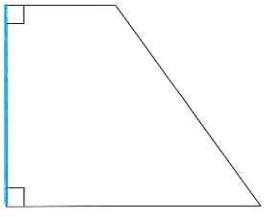




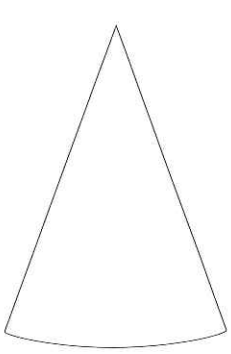


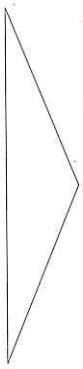


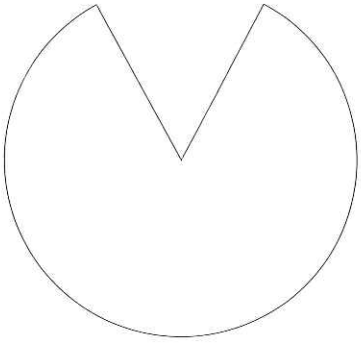


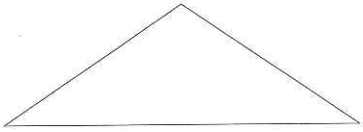


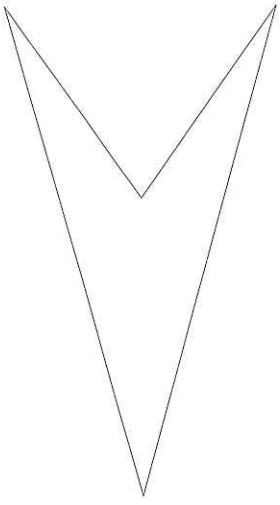
(VIII) للصفحة 122 تمرين 1

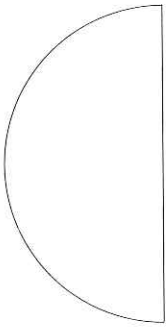




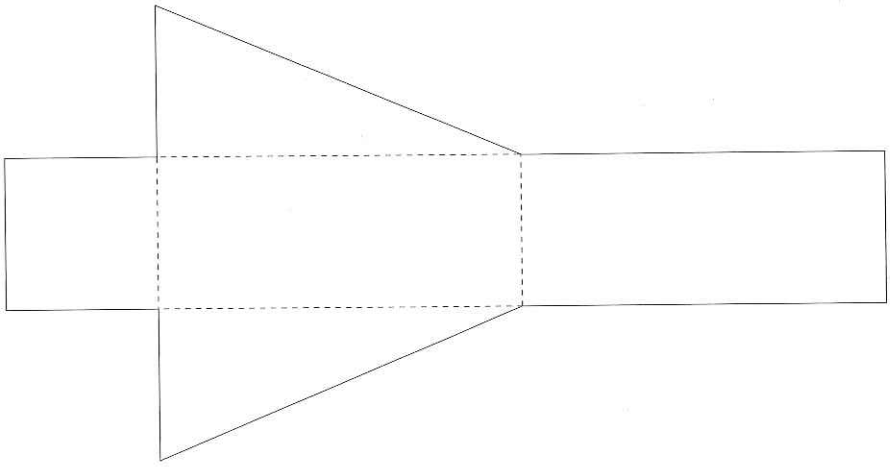




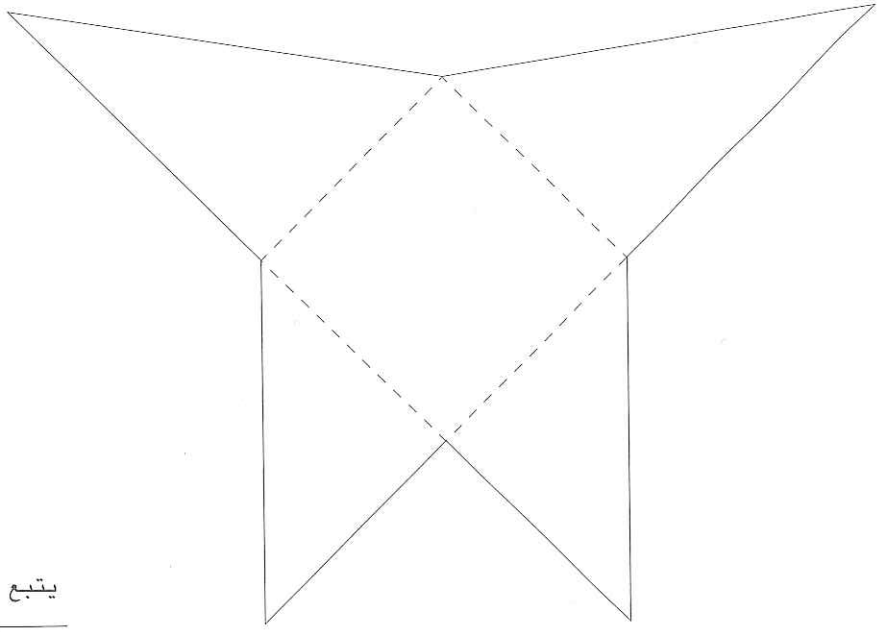




للصفحة 50 تمرين 9

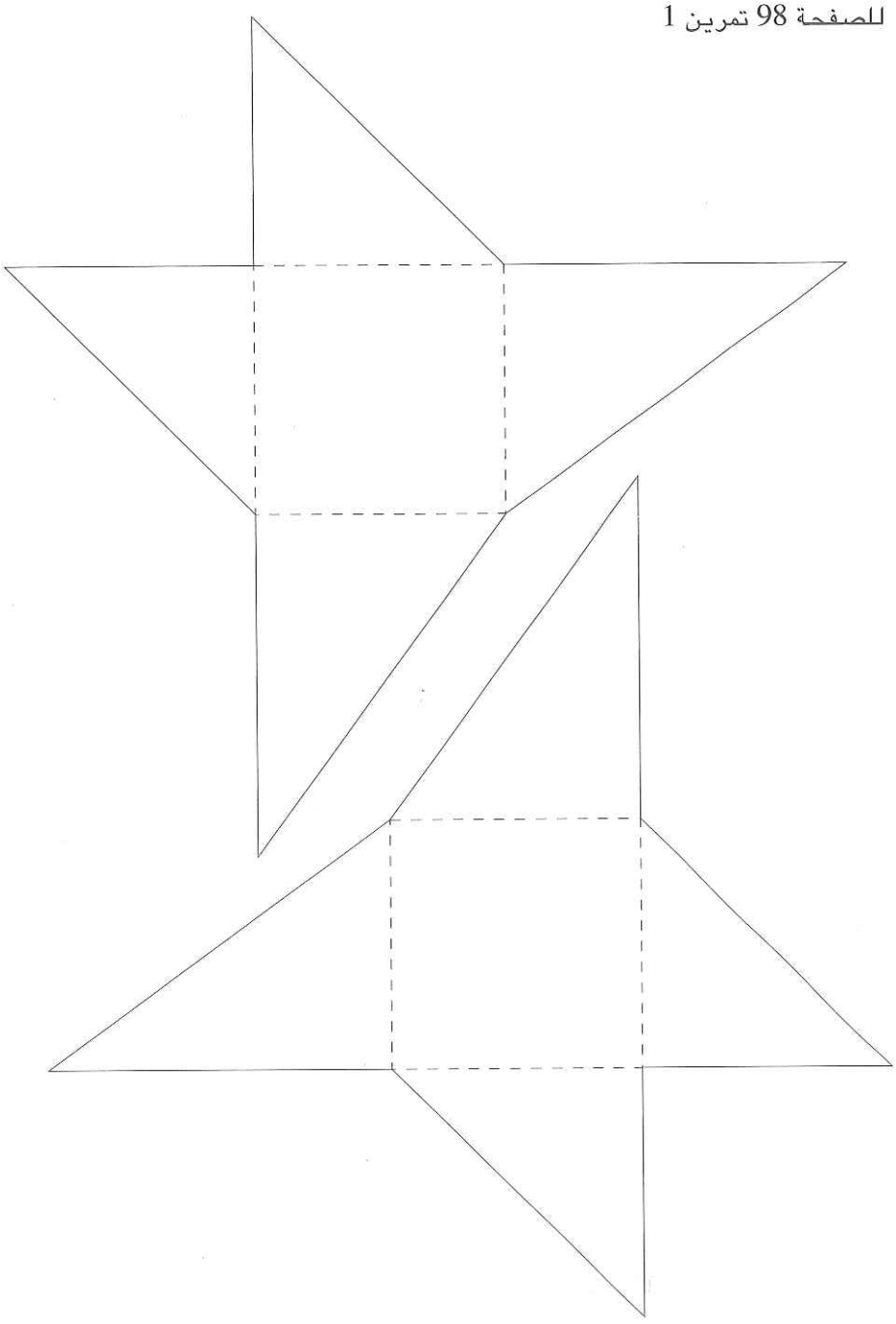


للصفحة 98 تمرين 1

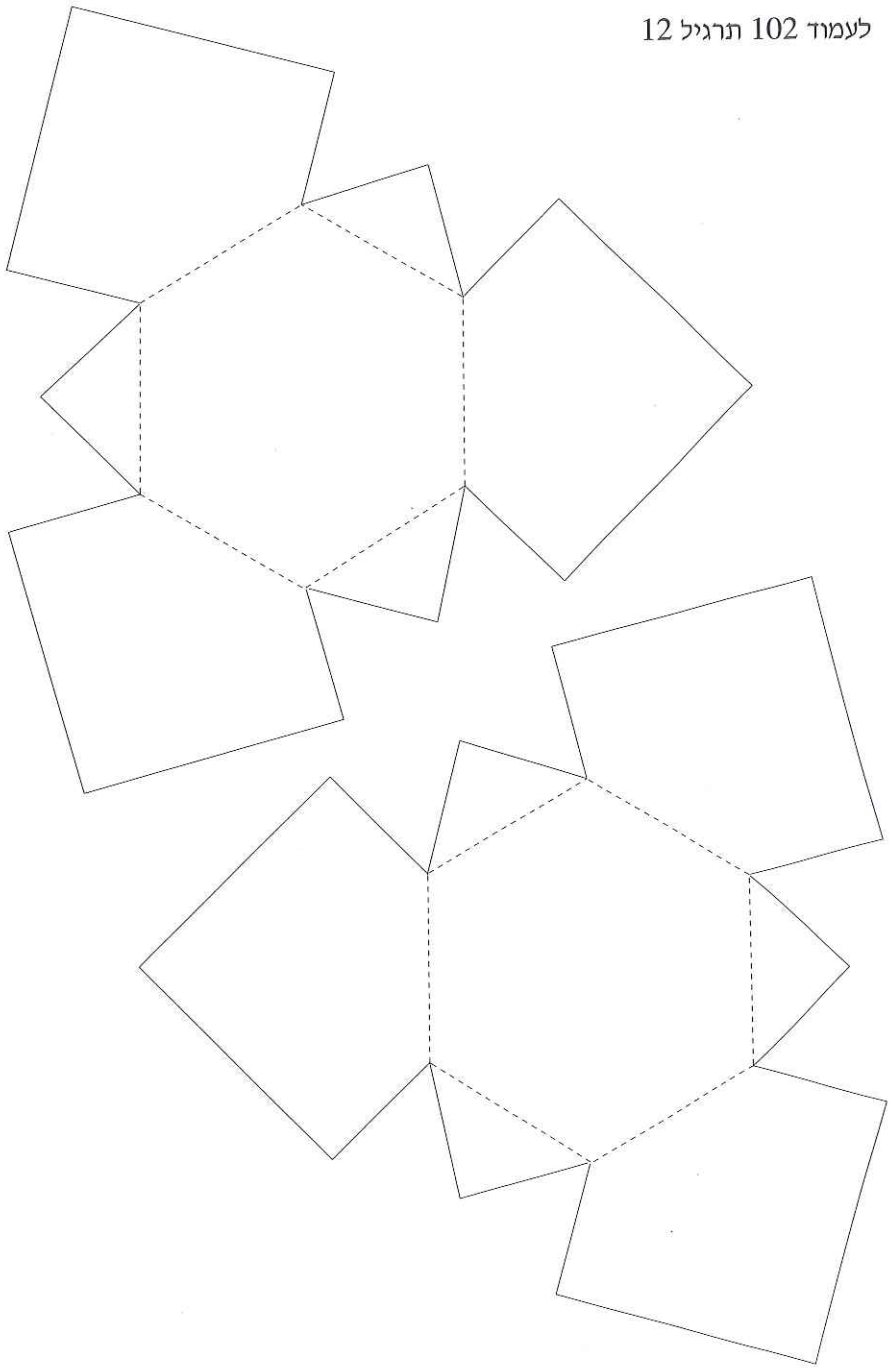


يتبع

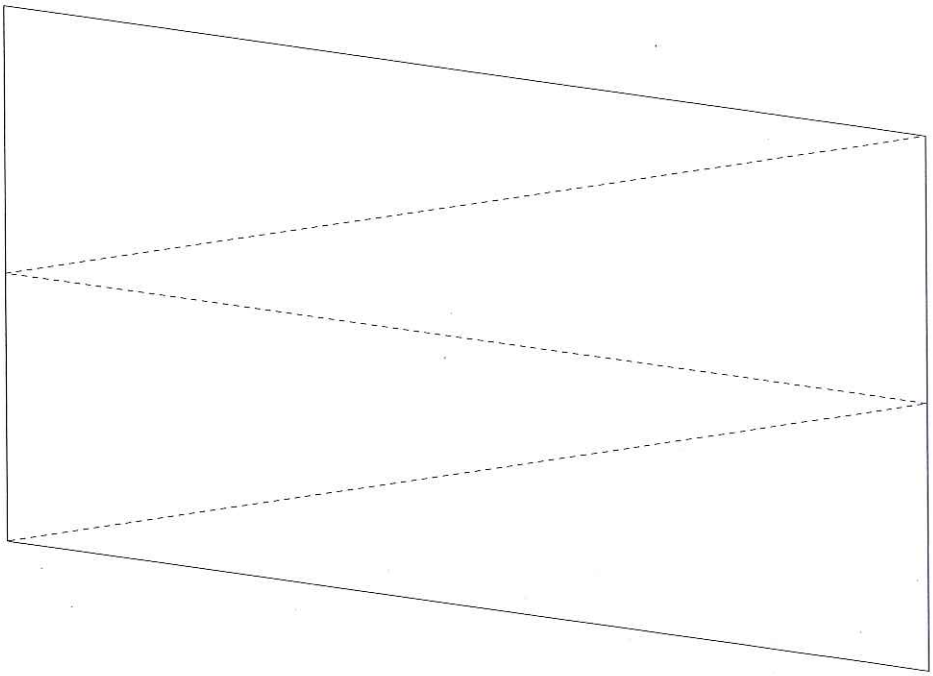
للصفحة 98 تمرين 1



לעמוד 102 תרגיל 12



للصفحة 106 تمرين 5



للصفحة 111 تمرين 10