מעגלים ודמיון בתנועה

נורית הדס
טלי פורמן

מהדורת ניסוי

המחלקה להוראת המדעים
מכון ויצמן למדע, רחובות

מתימחשב

מעגלים ודמיון בתנועה

נורית הדס
טלי פורמן

מהדורת ניסוי

המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע

יוצא לאור במסגרת
המרכז הישראלי להוראת המדעים ע"ש עמוס דה-שליט
מיסודם של
משרד החינוך התרבות והספורט, האוניברסיטה העברית בירושלים ומכון ויצמן למדע, רחובות

מהדורת ניסוי, טבת תש"ס, ינואר 2000

חובר על ידי:
נורית הדס
טלי פורמן

ריכוז פרוייקט:
רינה הרשקוביץ

עריכה לשונית:
נגה ואן דורמולן-אברהמי

הדפסה ועריכה במחשב:
טליה מלול
מירב קויפמן

שרטוטים:
קרני גילאור
גילי ענקי

עיצוב והפקה:
אגי (רחל) בוקשפן

לתלמיד ולמורה

בספר זה 20 פעילויות לעבודה באמצעות התוכנה "הנדסה בתנועה" לנושאי הלימוד מעגל, דמיון, שטחים, ומקומות גיאומטריים.
הפעילויות מתאימות לשילוב בהוראת הנושאים האלה בכיתות ט' רמות א', אם הם לומדים נושאים אלה, או בכיתות י' ברמות של 4 ו- 5 יח"ל.
בחלק מהפעילויות משולב גם שימוש בייצוג גרפי. חשוב לציין כי פעילויות נוספות המשלבות ייצוג גרפי ומתאימות לשילוב במהלך הוראת הנושאים דמיון ומעגל, נמצאות בחוברת על השתנות גיאומטרית וגרפים. בתחילת כל אחד משני הפרקים כאן, ציינו את שמות הפעילויות האלה.
נשמח לקבל הערות, הצעות וחוויות מכם התלמידים וכמובן גם מהמורים. אנו מקווים שעבודה באמצעות פעילויות מחשב תתרום ליתר הבנה, העמקה וגיוון בלימוד הנושאים האלה.

תוכן עניינים:

פרק א': שטחים ודמיון משולשים 7-31

פעילות 1 - שטחי משולשים 8

פעילות 2 -הגדלות והקטנות 9

פעילות 3 - יחס שטחים ומשפט תלס 15

פעילות 4 - דמיון לפי צלעות (משפט דמיון שלישי) 18

פעילות 5 - כמה תנאים דרושים לחפיפת משולשים 19

פעילות 6 - דמיון ושטח 24

פעילות 7 - תיכונים במשולש 26

פעילות 8 - אמצעי צלעות במרובע 29

פרק ב: המעגל 33-51

פעילות 1 - זוית מרכזית והיקפית 34

פעילות 2 - משיק למעגל 39

פעילות 3 - מעגל משיק לשוקי זווית 43

פעילות 4 - חוצי זווית במרובע 45

פעילות 5 - חוצי זווית ומעגל משיק לצלעות 47

פעילות 6 - מעגל חוסם 49

פרק ג: מקומות גיאומטריים 53-78

פעילות 1 - מרחקים מנקודה ונקודות חיתוך 54

פעילות 2 - מרחקים משתי נקודות 59

פעילות 3 - מרחקים מישרים 62

פעילות 4 - סכום מרחקים משתי נקודות 65

פעילות 5 - הפרש מרחקים משתי נקודות 70

פעילות 6 - מרחקים שווים מישר ונקודה 74

פרק א

שטחים ודמיון משולשים

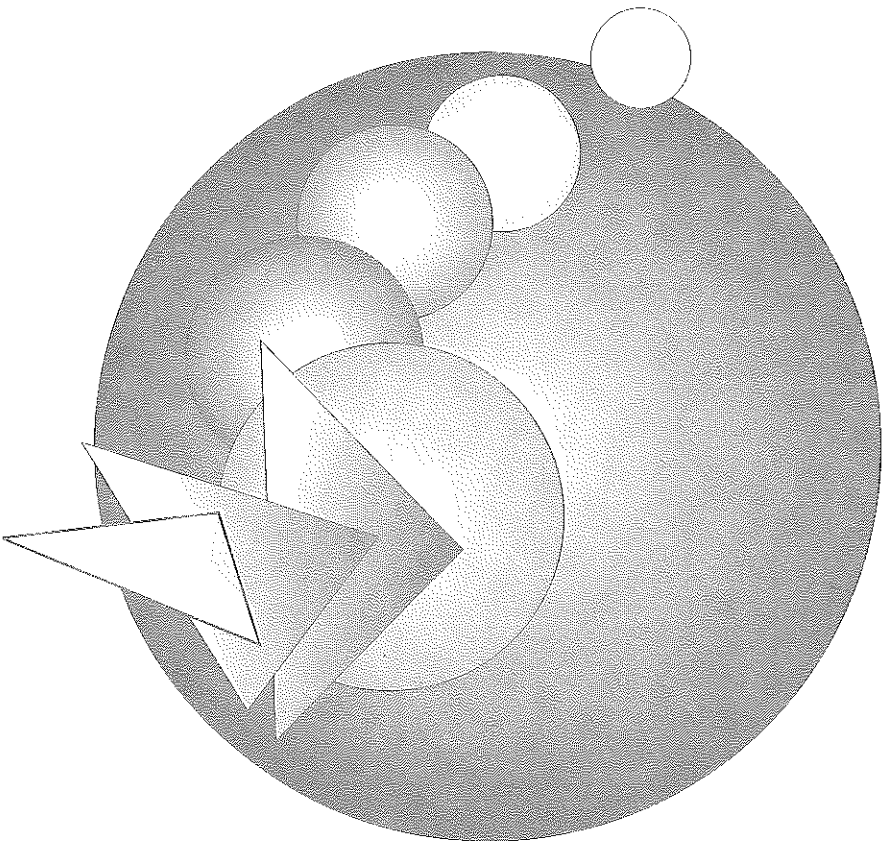
בחוברת "על השתנות גיאומטרית וגרפים" ישנן 4 פעילויות נוספות המתאימות לשילוב בפרק זה.

פעילות 2 - השתנות שטח, מתאימה לשילוב לאחר הפעילות הראשונה בפרק זה.

פעילות 3 - צלעות וכל היתר, מתאימה לשילוב לאחר הוראת משפט פיתגורס.

פעילות 12 - מרחק מערים, מתאימה לשילוב בסוף הפרק.

פעילות 13 - מוטות הרמוניים, מתאימה לשילוב בסוף הפרק.

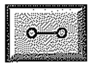


פעילות 1 - שטחי משולשים

בחרו משולש.


בנה.

1. חלקו את המשולש ל- 4 משולשים שווי שטח.


. . .

- חפשו דרך נוספת לחלק את המשולש ל- 4 משולשים כאלה. (פתחו דף חדש, בחרו משולש ונסו.)

2. חלקו משולש ל- 8 משולשים שווי שטח בשתי דרכים שונות. (פתחו דף חדש, בחרו משולש ונסו.)

3. חלקו משולש ל- 3 משולשים שווי שטח. (פתחו דף חדש, בחרו משולש ונסו.)

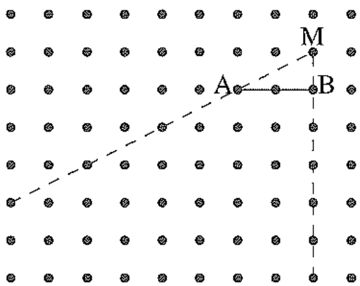
פעילות 2 - הגדלות והקטנות משפט תלס

1. קרניים והגדלות

מנקודה M יוצאות שתי קרניים.

א) בנו בעזרת הקרניים קטע CD הגדול פי 2 מקטע AB.

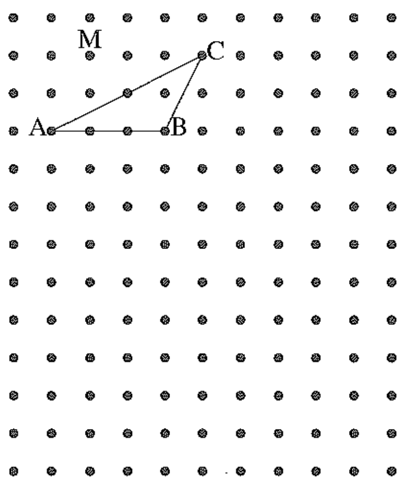
פי כמה גדול הקטע MC מהקטע MA ?



ב) בנו בעזרת הקרניים קטע EF הגדול פי 4 מקטע AB.

פי כמה גדול קטע MF מקטע MB ?

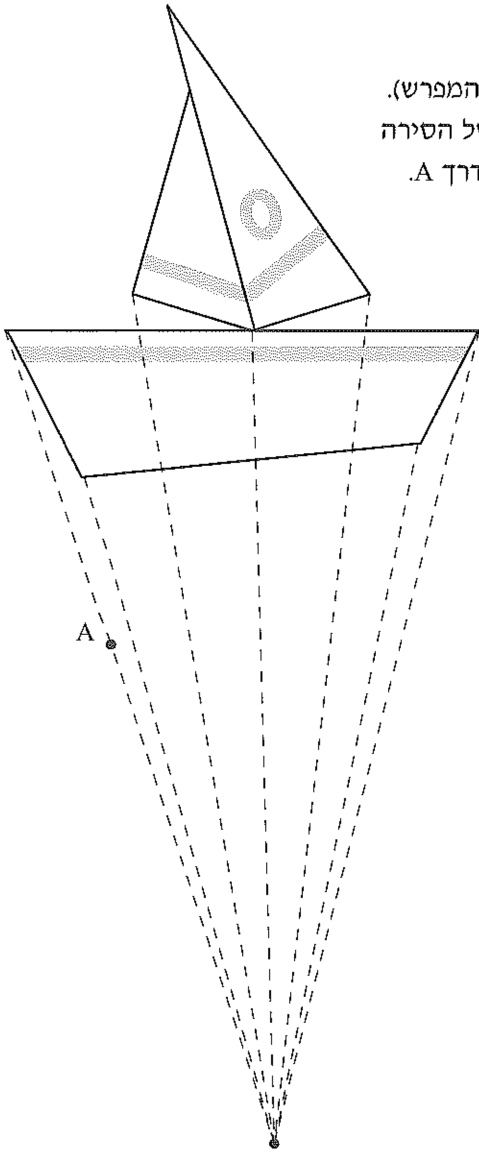
2. הגדילו את ΔABC פי 2 (מוקד ההגדלה M).



סמנו את המשולש המוגדל כ- ΔDEF.

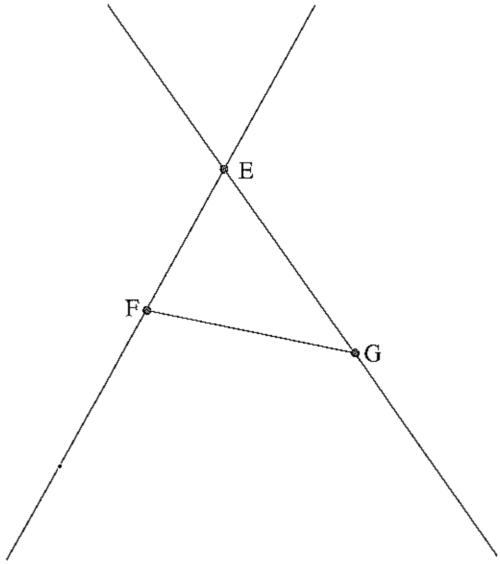
מה תוכלו לומר על הישרים עליהם נמצאות הצלעות המתאימות של שני המשולשים?

3. הקטינו את הסירה (ללא המפרש).
שרטטו את הקו העליון של הסירה
המוקטנת בעזרת מקביל דרך A.

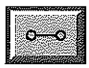
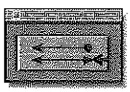
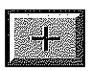
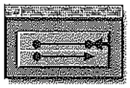
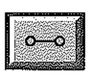


4. מציאת קשרים בין יחסי קטעים

שרטטו באמצעות המחשב את השרטוט המופיע כאן, על-פי ההוראות.

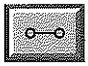


הוראות לביצוע השרטוט

שרטטו ישר.		הביאו את הסמן למסך, לחצו, גררו, ושחררו.
עברו לשרטוט ישרים.		העבירו את החץ האדום לישר, והקטע המסומן יהפוך לישר.
שרטטו ישר נוסף החותך את AB.		
סמנו את נקודת החיתוך של AB ו- CD .	 	חיתוך של AB ו- CD.
עברו לשרטוט קטעים.		
שרטטו קטע (FG) שקצותיו על הקרניים.		הביאו את הסמן לישר AB, לחצו, גררו לישר השני, ושחררו.

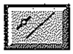
כדי לחקור את הקשרים בין יחסי הקטעים המשיכו על פי ההוראות:

סמנו נקודה (H) על אחד הישרים.



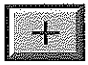
הקישו על הישר AB.

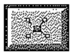
שרטטו קטע מקביל לקטע FG, דרך הנקודה שסימנתם (H) .



. . .

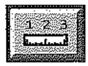
סמנו את נקודת החיתוך שלו עם הישר השני.





. . .

מצאו קשרים בין יחסי הקטעים שנוצרו. היעזרו באפשרות מדידת קטעים.

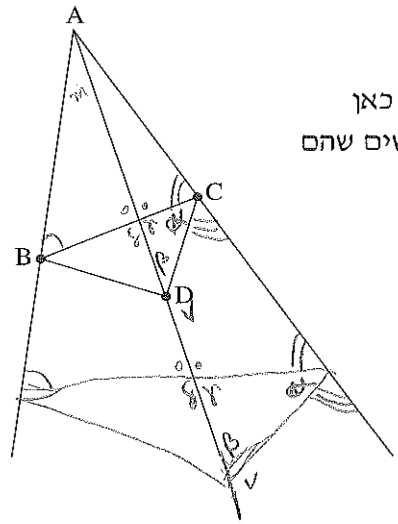


הביאו את המסגרת למסך ורשמו את הקטע, או את יחסי הקטעים, שברצונכם למדוד.

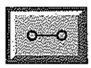
נסו לראות מה נשמר כאשר מזיזים את הנקודות. הזיזו גם מעבר לנקודת החיתוך E.

5. הגדלה והקטנה של משולשים

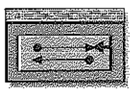
שרטטו תחילה את השרטוט המופיע כאן
על פי ההוראות. (אחר כך בנו משולשים שהם
הקטנה או הגדלה של ΔBCD.)



שרטטו שלוש קרניים היוצאות
מנקודה A.



← הביאו את הסמן למסך, לחצו,
גררו, ושחררו. ישורטט קטע AB .

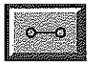


← העבירו את החץ האדום
לקרן. הקטע AB יהפוך לקרן.

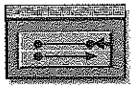
← הביאו את הסמן ל- A לחצו,
גררו ושחררו. תשורטט קרן
AC.

← שרטטו גם קרן AD .

חברו את BC.



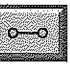
← . . .



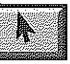
← חזרו לשרטוט קטעים.

חברו גם את CD ו- DB.

בנו משולש שקודקודיו על הקרניים והוא הגדלה של ΔBCD.

 ← סמנו נקודה על אחת הקרניים והמשיכו בבניית המשולש.

שנו את משולש BCD.

 ← גררו את הקודקודים שסימנתם.

א) מה תוכלו לומר על המשולש שבניתם? מדדו גדלים ובדקו.

ב) בנו משולש שקודקודיו על הקרניים ואורך צלעותיו הן $\frac{1}{3}$ מאורכי צלעות ΔBCD.

[illegible]

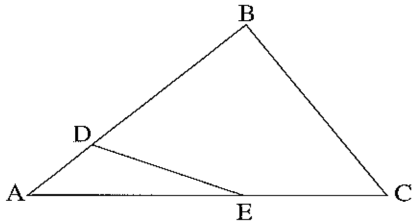
[illegible]

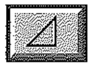
B, D, C [illegible]

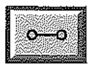
[illegible]

פעילות 3 - יחסי שטחים ומשפט תלס

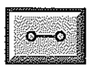
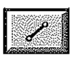
1. שרטטו את השרטוט המופיע כאן, על פי ההוראות.



שרטטו משולש. |  ← **בנה.**

שרטטו קטע DE. |  ← הביאו את הסמן לנקודה על הצלע AB, לחצו, גררו לצלע AC, ושחררו.

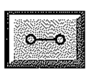
לבדיקת יחסי שטחים וקטעים המשיכו על פי ההוראות:

א) שרטטו קטע BE. |  ←  ← ישר מ- B ל- E.

מצאו יחס בין קטעים והשוו ליחס השטחים הבא: $\frac{S_{\Delta EDA}}{S_{\Delta EDB}} =$

הזיזו ובדקו (היעזרו במדידות).

הסבירו את שיוויון היחסים שמצאתם.

ב) שרטטו קטע DC. |  ←  ← ישר מ- D ל- C.

מצאו יחס בין קטעים השווה ליחס השטחים הבא: $\frac{S_{\Delta EDA}}{S_{\Delta CDE}} =$

הסבירו את השיוויון שרשמתם.

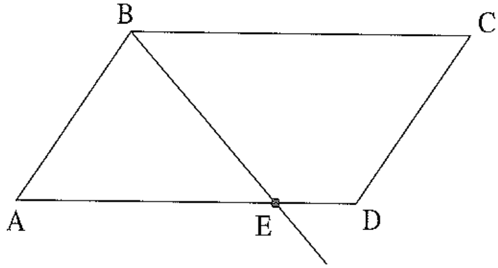
ג) מתי מתקבל השיוויון $\frac{S_{\Delta EDA}}{S_{\Delta CDE}} = \frac{S_{\Delta EDA}}{S_{\Delta EDB}}$?

בנו בעזרת המחשב, והוכיחו. (גררו קודקודים כך שיתקבל השיוויון המבוקש.)

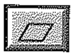
ד) כאשר $\frac{S_{\Delta EDA}}{S_{\Delta EDB}} = \frac{S_{\Delta EDA}}{S_{\Delta CDE}}$ מתקיים גם $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ הסבירו מדוע.

ה) מכאן ניתן להסיק כי אם $DE \parallel BC$ אז $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ הסבירו.

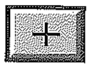
2. **תרגיל**



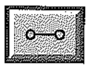
בחרו מקבילית.

 ←  ← **בנה.**

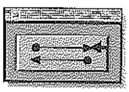
סמנו נקודה E על AD.

 ← . . .

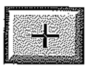
חברו את BE.

 ← הביאו את הסמן ל- B , גררו ל- E ושחררו.

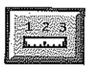
המשיכו את AD ו- CD מעבר ל- D.

 ← לשרטוט קרניים עברו לסימון קרן. (סמנו תחילה את AD ו- CD.)

סמנו את נקודת החיתוך של BE ו- CD.

 ←  ← חיתוך של BE ו- CD .

מדדו את AE · CF.

 ← . . .

הזיזו את E על הצלע AD ועל המשכה מעבר D, ובדקו מה קורה למכפלה.

 ← . . .

הזיזו שנית את E, כולל המקרה ש- E ו- F מתלכדות עם D .

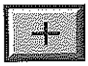
מה הקשר של מכפלה זו לאורכי הצלעות?

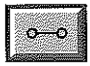
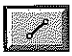
בדקו, על ידי שינוי המקבילית.

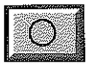
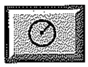
נסחו והוכיחו משפט מתאים.

פעילות 4 - דמיון לפי צלעות (משפט דמיון שלישי)

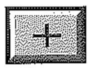
1. בנו משולש שאורכי צלעותיו 6 יחידות, 4 יחידות ו- 3 יחידות על פי ההוראות:

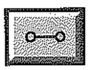
 ← סמנו נקודה על המסך.

שרטטו קטע באורך 6 יחידות.  ←  ← מנקודה A באורך 6.

שרטטו מעגל שמרכזו A ורדיוסו 4.  ←  ← מנקודה A באורך 4.

שרטטו מעגל שמרכזו B ורדיוסו 3. ← מנקודה B ברדיוס 3.

סמנו את נקודת החיתוך של שני המעגלים.  ←  ← חיתוך של שני המעגלים.
(כדי לרשום o1 הביאו את הסמן למעגל והקישו.)

חברו את נקודת החיתוך עם B ו- A.  ← . . . .

בניתם משולש שאורכי צלעותיו מתאימים לנתונים. הסבירו.

2. בנו באותה דרך משולש שאורכי צלעותיו $\frac{1}{2}$ מאורכי צלעות המשולש הקודם. מה תוכלו לומר על זוויות המשולשים?

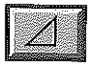
3. בנו משולש דומה למשולש הראשון, שאורכי צלעותיו $\frac{1}{3}$ מאורכי צלעות המשולש הקודם.

4. נסחו את משפט הדמיון המתקבל.

פעילות 5 - כמה תנאים דרושים לחפיפת משולשים?

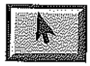
1. **הכנה:** בנייה לפי משפט חפיפה ז.צ.ז

שרטטו משולש ABC כלשהו.



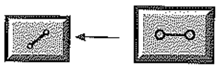
בנה.

הזיזו את המשולש לצד המסך.

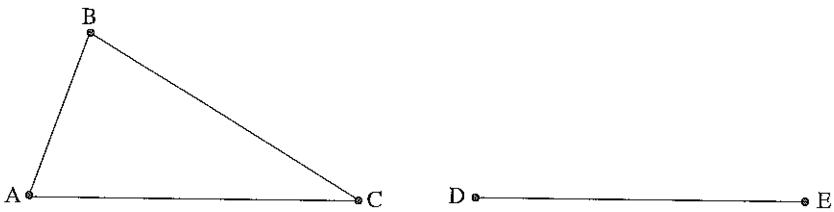


להזזת המשולש הביאו את הסמן לאחת הצלעות לחצו, גררו, ושחררו.

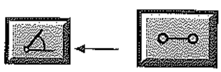
שרטטו קטע DE השווה באורכו ל- AC.



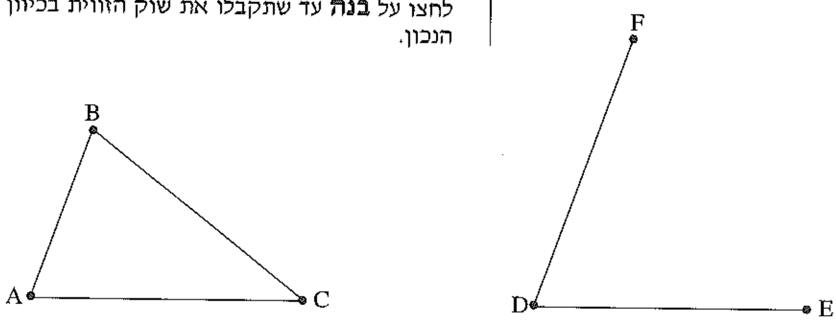
הביאו את הסמן למסך והקישו.
תסומן נקודה D.
אחר כך רשמו: ישר מ- D באורך AC .



שרטטו זווית EDF השווה בגודלה לזווית BAC.



מישר DE, בנקודה D, בגודל זווית BAC.
לחצו על **בנה** עד שתקבלו את שוק הזווית בכיוון הנכון.



חברו את EF.

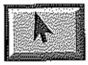
חברו את E עם F.

נסו לשנות את המשולש שבניתם, הסבירו.

גררו את קודקודי ΔDEF.

האם המשולש DEF חופף למשולש ABC? בדקו והסבירו.

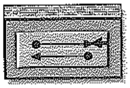
מחקו את EF.



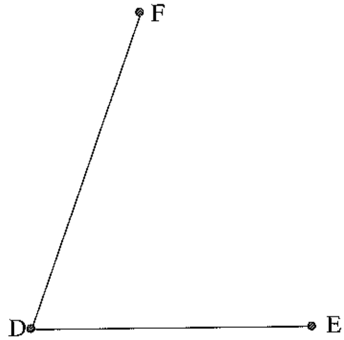
הביאו את הסמן לקטע והקישו Delete.

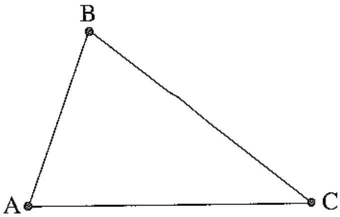
עברו לשרטוט קרניים

הקישו על

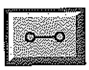


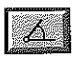
קרן מעבר ל- F.





שרטטו זווית DEG השווה בגודלה לזווית ACB .

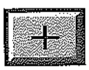




מישר DE,
בנקודה E,
בגודל זווית
. ACB

לחצו על **בנה** עד שתקבלו את שוק הזווית בכיוון המתאים.

סמנו את נקודת החיתוך של שתי הקרניים.



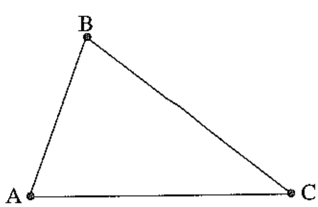
חיתוך של
DF ו- EG.

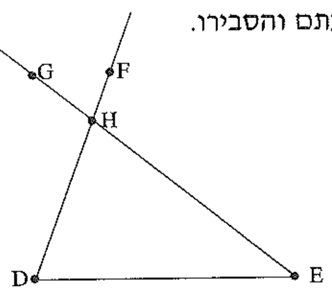
האם המשולש שהתקבל כעת חופף ל- ΔABC? נסו לשנות את המשולש שבניתם. הסבירו.

שנו את ΔABC ובדקו איך משתנה המשולש שבניתם?

גררו את קודקודי ΔABC .

סמנו בשני המשולשים את הצלע השווה והזוויות השוות על-פי הבנייה שביצעתם והסבירו.





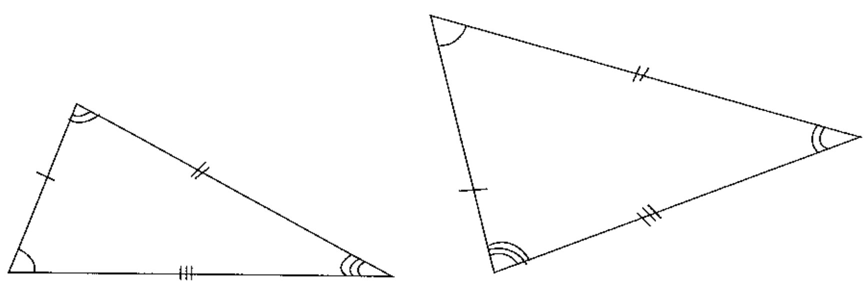
2. שרטטו משולש ABC כלשהו. |  ← **בנה.**

נסו לבנות משולש שיהיו בו צלע ושתי זוויות **שוות** לצלע **ושתי זוויות** במשולש ABC, והוא **לא** יהיה חופף ל- ΔABC.
אם אי-אפשר הסבירו למה.
אם אפשר, תארו כיצד בניתם וציינו **כמה** נתונים שווים יש בשני המשולשים האלה.

3. **מספר נתונים שווים וחפיפה**
האם אפשר, לדעתכם, לבנות משולש עם 5 גדלים שווים לנתונים (צלעות וזוויות) במשולש ABC, ושהמשולש לא יהיה חופף למשולש ABC?
רשמו את השערתכם והסבירו.

אל תנסו לבנות בשלב זה, פתרו תחילה את שאלה 4.

4. נדב טען כי אפשר לבנות משולשים להם 6 גדלים שווים (צלעות וזוויות) והם אינם חופפים. הוא הציע לבנות כך שהזוויות השוות לא תהיינה מול הצלעות השוות, ושרטט שרטוט מדגים:



מה דעתכם? האם נדב צודק?
אם נדב צודק תוכלו להסביר ולנסות לבנות. אם נדב אינו צודק, הסבירו למה.

5. נסו לבנות משולשים להם 5 גדלים שווים (צלעות וזוויות) והם אינם חופפים.
השאלה קשה וכדאי לבצע תחילה חקירה.

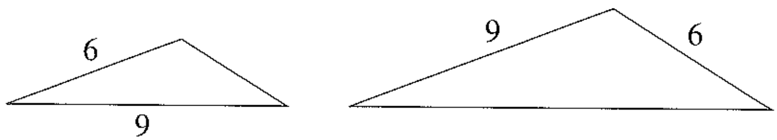
א) נניח שיש 2 משולשים שאינם חופפים בהם 5 נתונים שווים. אילו גדלים צריכים להיות שווים בשני משולשים כאלה? (הכוונה לצלעות וזוויות.)
מה תוכלו לומר על שני משולשים כאלה?
נסו לבנות.

אם אינכם מצליחים תוכלו למצוא רמזים בעמוד הבא.

ב) תוכלו לנסות לבנות תוך שימוש בשיקולים הבאים:

בשני משולשים שיש להם 5 נתונים שווים ואינם חופפים, צריכות להיות שתי צלעות שוות.

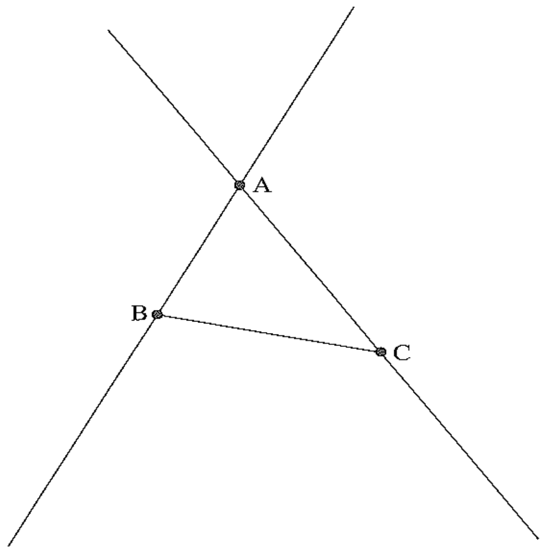
נסו לבחור גם למשולש השני צלעות באורך 6 ו- 9, אחר כך נסו למצוא גם את הצלע השלישית בכל משולש, כך שתתקבלנה גם זוויות שוות.



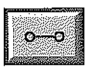
ג) בנו את המשולשים באמצעות המחשב (לפי 3 צלעות) ובדקו אם המשולשים, אכן, אינם חופפים ואם זוויותיהם שוות.

פעילות 6 - דמיון ושטח

1. שרטטו תחילה את השרטוט המופיע כאן, על-פי ההוראות:



שרטטו ישר AB.



← הביאו את הסמן למסך לחצו, גררו, ושחררו. (עברו לשרטוט ישרים.)

שרטטו ישר נוסף AC.

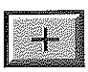
← הביאו את הסמן לנקודה A לחצו, גררו, ושחררו.

חברו את B ו- C.

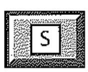
←  ← . . .

א) בנו משולש ששניים מקודקודיו על הישרים AB ו- AC ושטחו 1/4 משטח משולש ABC .

היעזרו באפשרות של חלוקת קטע לחלקים שווים.

←  ←  ← . . .

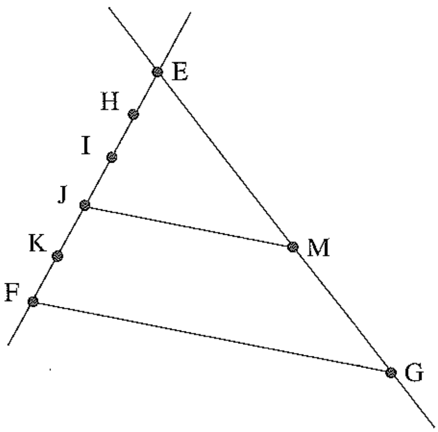
מדדו את שטחי המשולשים שבניתם.



← הביאו את המסגרת למסך ורשמו את שם המשולש.

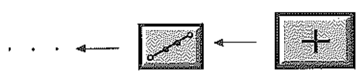
מה היחס בין צלעות משולש ABC לבין צלעות המשולש שבניתם? הסבירו.

2. איזה חלק מהווה שטח משולש JME משטח משולש FGE בשרטוט? הסבירו.



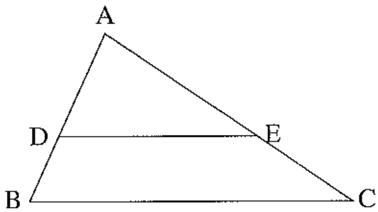
בנו ובדקו.

היעזרו בבנייה הקודמת ובאפשרות חלוקת קטע לחלקים שווים.



3. נתון: $\frac{AD}{AB} = k$

מה היחס בין שטחי המשולשים: $\frac{S_{\Delta ADE}}{S_{\Delta ABC}}$?



פעילות 7 - תיכונים במשולש*

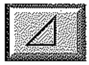
1. כמה נקודות חיתוך לשלושת התיכונים במשולש **שווה צלעות**?

בחרו משולש שווה צלעות.	← ← . . . .
הקליטו את הפעולות מכאן ואילך.	תסריט ← הזיזו את המסך שנפתח הצידה, והקישו על העיגול (המופיע למעלה במסך התסריט). בתחתית המסך ירשם "מקליט".
העבירו שני תיכונים.	← ← חלקו את AB ל- 2 חלקים שווים. חלקו גם את AC ל- 2 חלקים שווים.
חברו את CD ו- BE.	← ← . . . .
סמנו את נקודת החיתוך שלהם.	← ← חיתוך של CD ו- BE .
העבירו תיכון שלישי.	
הפסיקו הקלטה.	הקישו על (הפסק הקלטה).
שנו את המשולש.	← . . . .

מהו, לדעתכם, מספר נקודות החיתוך של שלושת התיכונים במשולש **שווה צלעות**? הוכיחו.

* פעילות זו מופיעה גם בספר גיאומטריה, בסדרה פרקי מתמטיקה, בנספח 1.

2. כמה נקודות חיתוך לשלושת התיכונים במשולש **שווה שוקיים**?

בנייה חדשה.	**קובץ ← חדש**
בחרו משולש שווה שוקיים.	 ←  . . .
הפעילו את הבניה שהקלטתם.	הקישו על המשולש (הפעל הקלטה) למטה תופיע המלה **התאמה**. רשמו: התאם את A ל- A , B ל- B, ו- C ל- C .
שנו את המשולש.	 ← . . .

מהו לדעתכם מספר נקודות החיתוך של התיכונים במשולש שווה שוקיים?

3. מה אם המשולש **שונה צלעות**?

בנייה חדשה.

בחרו משולש כללי (שונה צלעות).

הפעילו שוב את הבנייה שהקלטתם (התאימו קודקודים כנ"ל).

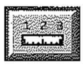
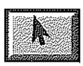
שנו את המשולש.

מהו, לדעתכם, מספר נקודות החיתוך של התיכונים במשולש?

כדי להוכיח תבדקו ותוכיחו בתרגיל הבא, תכונה של התיכונים במשולש.

4. א) AD תיכון במשולש **שווה צלעות** ואורכו (של התיכון) 6 יחידות, F נקודת הפגישה של שני תיכונים. חשבו את AF.

ב) AD תיכון במשולש שווה צלעות, F נקודת החיתוך של 2 תיכונים מצאו בעזרת המחשב את היחס $\frac{AF}{FD}$.

בנייה חדשה.	**קובץ** ← **חדש.**
בחרו משולש שווה צלעות.	
הקליטו את פעולותיכם מכאן ואילך.	**תסריט** ← **תסריט חדש** ← (בטלו את התסריט הקודם, או שמרו) והקישו על
שרטטו שני תיכונים BE, ו- AD וסמנו את נקודת החיתוך של התיכונים (F).	
מדדו את היחס AF/FD.	 ←
הפסיקו את ההקלטה.	← . . .
שנו את המשולש.	 ← . . .

האם היחס משתנה? כיצד? **הוכיחו.**

ג) AD תיכון במשולש **כלשהו**, F נקודת החיתוך של 2 תיכונים מ- A ומ- B .

מצאו בעזרת המחשב את היחס $\frac{AF}{FD}$.

- בנייה חדשה.	
- בחרו משולש כללי.	
- הפעילו את הבנייה שהקלטתם.	הקישו על בתפריט התסריט. למטה תופיע המילה **התאמה.** רשמו: התאם את A ל- A, B ל- B, ו- C ל- C.
- שנו את המשולש.	

ד) נסחו את מסקנתכם כמשפט.

היעזרו במסקנה שהסקתם כאן, והוכיחו ששלושת התיכונים במשולש נפגשים תמיד בנקודה אחת.

פעילות 8 - אמצעי צלעות במרובע*

1. א) מה תוכלו לומר על המרובע המתקבל מחיבור אמצעי צלעות של מרובע כלשהו? (החיבור מתבצע מאמצע צלע לאמצע הצלע הסמוכה.)

הוראות לבנייה

בחרו מרובע.

← ← **בנה.**

סמנו את אמצעי צלעותיו וחברו את הנקודות. (תוכלו לסמן את הקטעים האלה ולצבוע אותם בצבע שונה.)

← ← חלקו את AB ל- 2 חלקים שווים.

חזרו עבור הצלעות האחרות .

← חברו את נקודות האמצע.

← לחצו על **shift**, והקישו על ארבעת הקטעים.

צבע ← . . .

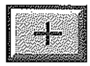
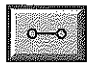
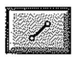
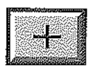
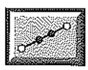
שנו את המרובע, ובדקו איזה מרובע מתקבל מחיבור אמצעי הצלעות של מרובע ABCD. נסחו משפט והוכיחו אותו.

← . . .

ב) מה תוכלו לומר על המרובע המתקבל מחיבור אמצעי צלעות במרובע, אם אלכסוני המרובע **המקורי מאונכים** זה לזה?
חברו את AC ו- BD (צבעו בצבע שלישי).
שנו את המרובע כך שהאלכסונים יהיו מאונכים.
צרו מרובעים שונים כאלה.
נסחו משפט והוכיחו.
במקום להזיז, כך שהאלכסונים יהיו מאונכים, תוכלו לבנות מחדש: לבנות שני קטעים מאונכים ($CD \perp AB$), לחבר את קודקודי המרובע שנוצר, לסמן ולחבר את אמצעי הצלעות, ולשנות את המרובע.

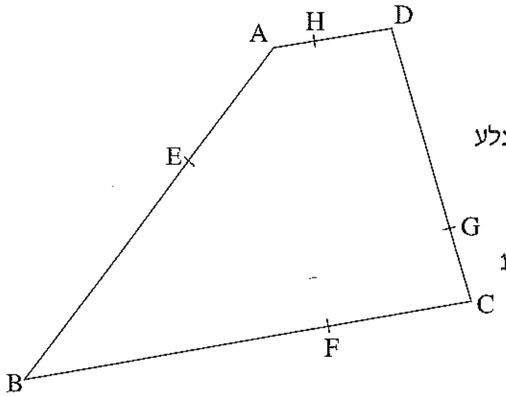
* פעילות זו מופיעה גם בספר גיאומטריה בסדרה פרקי מתמטיקה בנספח 1.

ג) מה תוכלו לומר על המרובע המתקבל מחיבור אמצעי צלעות מרובע, אם אלכסוני המרובע המקורי **שווים** זה לזה? בדקו בעזרת המחשב:

בנייה חדשה.	**קובץ** ← **חדש**
סמנו שלוש נקודות A, B, C וחברו את AB.	 ← . . .
שרטטו קטע CD השווה ל- AB. (הזיזו כך ש- CD ו- AB יחתכו זה את זה.)	 ←  ← ישר מ- C באורך AB.
חברו את AC, CB, BD ו- DA.	
סמנו וחברו את אמצעי הצלעות של המרובע ADBC (צבעו את המרובע הפנימי).	 ←  ← . . .
שנו את המרובע המקורי.	

נסחו משפט והוכיחו אותו.

2. ואם הנקודות אינן באמצע?



נתון: ABCD מרובע כלשהו.

הנקודות E, F, G, H מחלקות כל צלע ביחס של 1:2, כמתואר בשרטוט. בדקו כל סעיף באמצעות הלומדה **והוכיחו**. (הוראות הבנייה מופיעות מתחת לשאלות).

א) מאיזה סוג המרובע EFGH?

ב) מאיזה סוג המרובע EFGH, אם אלכסוני המרובע ABCD **מאונכים** זה לזה?

ג) מצאו תנאי לגבי אלכסוני המרובע הנתון, כך ש- EFGH יהיה **מעוין**.

ד) מה תוכלו לומר על היחס בין שתי צלעות סמוכות של EFGH, אם AC = BD?

ה) איזה תנאי צריכים לקיים AC ו- BD , כדי ש- EFGH יהיה ריבוע?

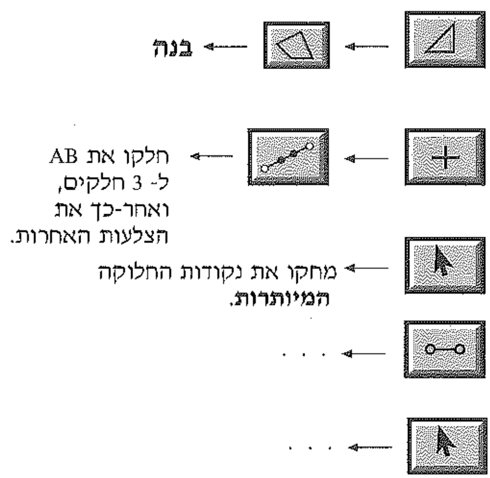
ו) ענו על הסעיפים הקודמים, אם ידוע כי הנקודות E, F, G, H מחלקות את צלעות ABCD ביחס של m:n (ללא מחשב).

הצעות למהלך הבנייה:

א) בחרו מרובע.

חלקו כל צלע ביחס של 1:2 כבשרטוט.

חברו את צלעות המרובע הפנימי ושנו את מרובע ABCD.

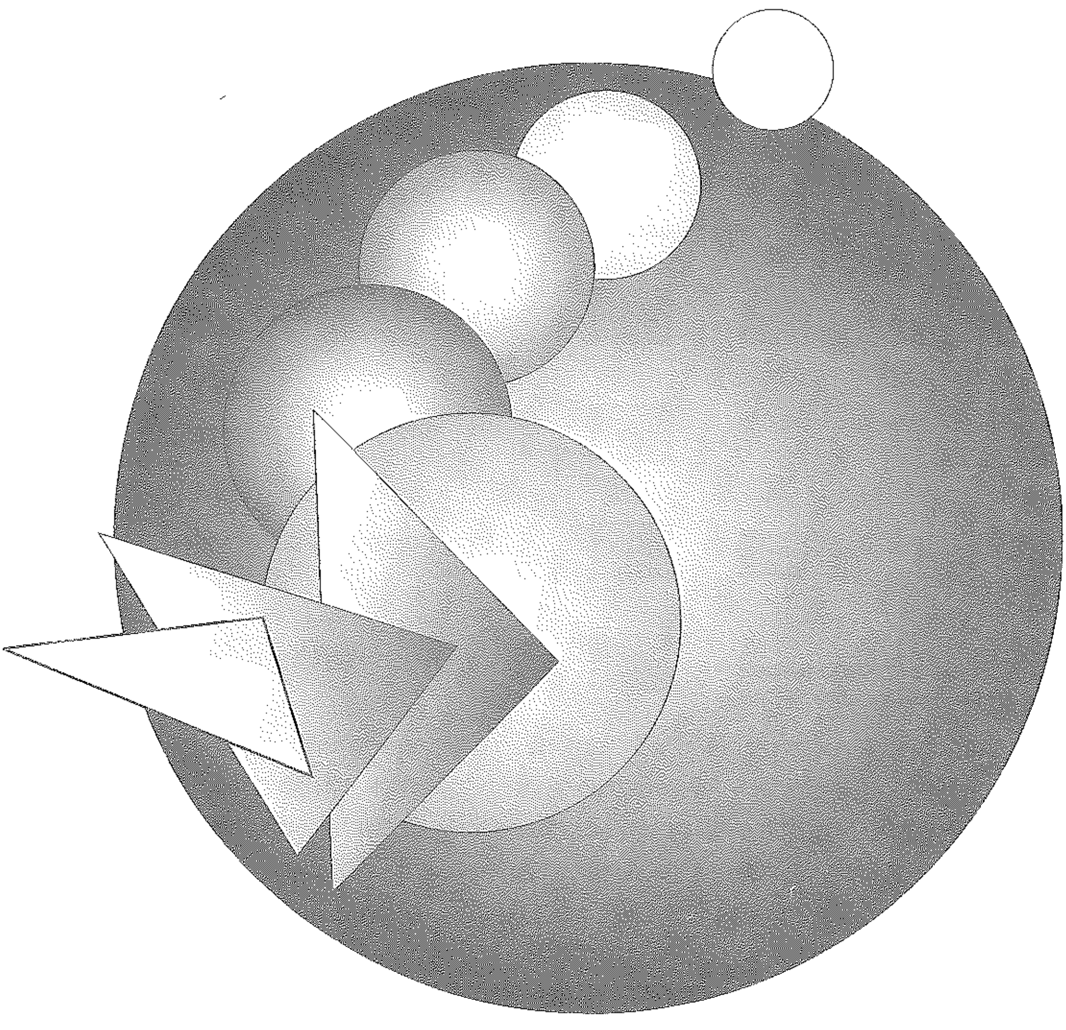


- מאיזה סוג המרובע הפנימי? הוכיחו.
- שנו את מרובע ABCD כך שתוכלו לחקור ולענות גם על השאלות בסעיפים ב׳-ה׳, ונסו גם לענות על סעיף ו׳.

פרק ב

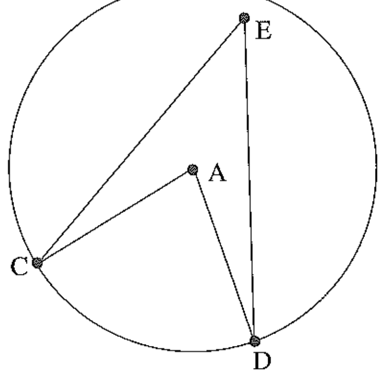
המעגל

בחוברת "על השתנות גיאומטרית וגרפים" ישנה פעילות נוספת המתאימה לשילוב
בפרק זה. הכוונה לפעילות 7 - ישרים ומעגל.



פעילות 1 - זווית מרכזית והיקפית

1. שרטטו תחילה את השרטוט המופיע כאן, על פי ההוראות.



שרטטו מעגל.

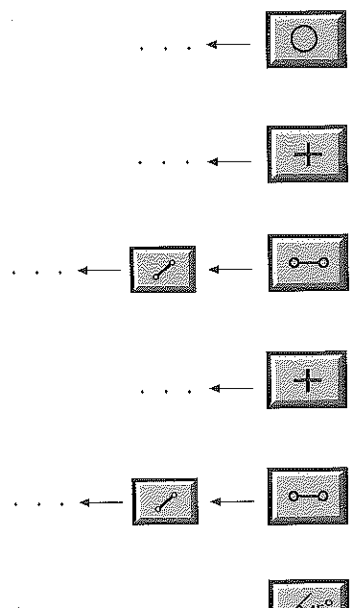
סמנו שתי נקודות על היקף המעגל.

חברו אותן עם מרכז המעגל.

סמנו נקודה בתוך המעגל.

חברו אותה עם שתי הנקודות
שעל היקף המעגל.

מדדו את גודל הזוויות.



הביאו את המסגרת למסך והקישו
את שם הזווית בשלוש אותיות.

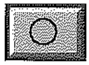
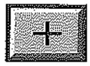
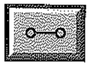
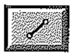
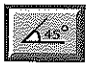
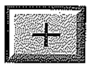
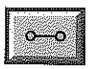
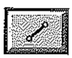
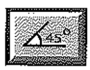
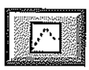
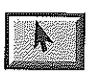
א) בדקו מה ניתן לומר על גודל זוויות E כאשר מרחיקים את E מהמרכז
בתוך המעגל, על המעגל ומחוץ למעגל. הסבירו.

ב) איך משפיעה הגדלת / הקטנת רדיוס המעגל על גודל הזווית? הסבירו.

ג) הזיזו את C כך ש- $\sphericalangle CAD = 120°$. גררו את E ומצאו מתי גודלה של
$\sphericalangle E$ הוא: 1/3 CAD, 1/2 CAD, 2/3 CAD, 4/3 CAD.

2. בנו זווית היקפית וזווית מרכזית הנשענות על אותה קשת. שרטטו גרף המתאר את הקשר בין הזווית המרכזית לזווית ההיקפית על פי הוראות הבנייה.

הוראות בנייה:

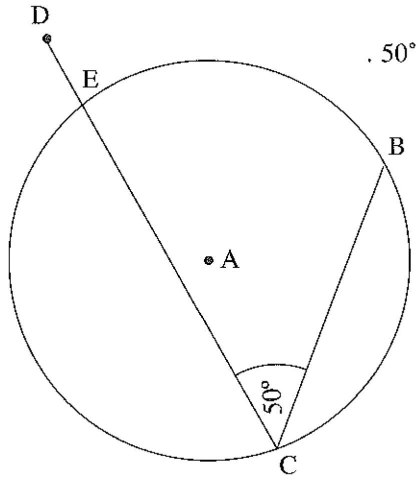
שרטטו מעגל.	
סמנו שתי נקודות על היקף המעגל.	
חברו אותן עם מרכז המעגל.	 
מדדו את הזווית המרכזית.	 הביאו את המסגרת למסך הקישו ורשמו את שם הזווית ב- 3 אותיות.
סמנו נקודה נוספת על היקף המעגל.	
חברו אותה עם שתי הנקודות האחרות שעל ההיקף.	 
מדדו את הזוויות.	
שרטטו גרף המתאר את הקשר בין הזווית המרכזית וההיקפית הנשענות על אותה הקשת.	 הביאו את המסגרת למסך והקישו, הביאו את הסמן לחֵץ הנמצא בקצה השמאלי של המסגרת המודדת את אחת הזוויות  לחצו, גררו לחֵץ שמתחת לציר האופקי שבגרף ושחררו. (ודאו שליד הציר כתוב שם הזווית.) חזרו שוב עבור הזווית השנייה והציר האנכי.
שנו יחידות על הצירים.	הקישו הקשה כפולה על אחד הצירים ורשמו יחידות מתאימות.
שנו את גודל הזווית המרכזית.	 גררו את הנקודות שעל היקף המעגל.

מה קיבלתם? הסבירו מדוע.

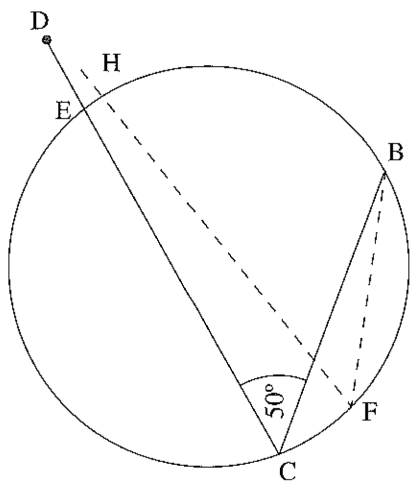
3. **זוויות במעגל**

שרטטו מעגל וזווית היקפית C שגודלה 50° .
לשם כך שרטטו מעגל.
חברו נקודות B ו- C על המעגל
ושרטטו זווית C שגודלה 50°.

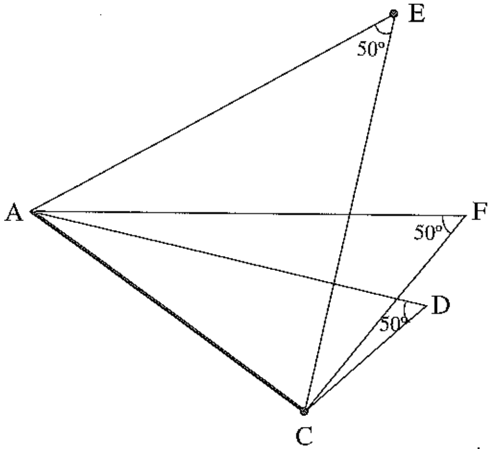
סמנו את נקודת החיתוך של
המעגל עם שוק הזווית (E).



כעת שרטטו זווית היקפית נוספת,
BFH שגודלה 60° .
נסו לגרור את C ו- F, כך ש- H ו- E
יתלכדו. האם הצלחתם?
הסבירו את ממצאיכם.

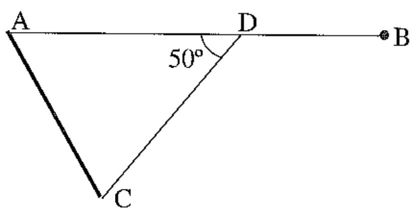


4. שערו מהי הצורה המתקבלת מאוסף כל הנקודות מהן "רואים" את הקטע AC בזווית 50°?



בדקו על ידי בנייה:

בנו קטע AB.	הקישו על המסך, גררו, ושחררו.
סמנו נקודה C מחוץ לישר.	הקישו על המסך.
שרטטו מנקודה C, זווית לישר AB בגודל 50°.	מנקודה C, לישר AB, בגודל 50°.
חברו גם את AC (בצבע אחר).	
סמנו את הנקודה D, ושרטטו את אוסף הנקודות מהן רואים את AC בזווית של 50°.	סמנו את הנקודה D.
	תנועה הפעל עקבות.
	גררו את B.



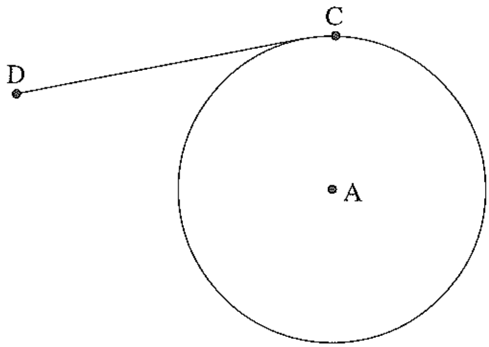
ב) האם כל הנקודות שהתקבלו מתאימות לאוסף הנקודות שהוגדר? הסבירו.
האם ישנן נקודות נוספות המתאימות לאוסף הנקודות שהוגדר? הסבירו.

ג) שנו את גודל הזווית ל- 30°, ושרטטו את אוסף הנקודות מהן רואים את הקטע AC בזווית של 30°. כדי לשנות את גודל הזווית הקישו פעמיים על CD ושנו את גודל הזווית. (חזרו על סימון הנקודה D, וגרירת הנקודה B.)

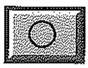
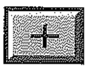
ד) שנו את גודל הזווית ל- 90°, ושרטטו את אוסף הנקודות מהן רואים את הקטע AC בזווית של 90°.

פעילות 2 - משיק למעגל

1. CD משיק למעגל שמרכזו A בנקודה C. הנקודה C נעה על פני המעגל, **ובכל** נקודה ונקודה מעבירים משיק באורך CD. שערו מהי הצורה המתקבלת מאוסף כל הנקודות D?



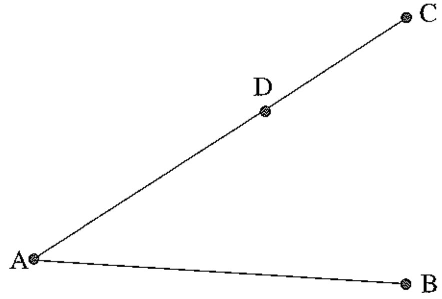
בדקו באמצעות המחשב:

שרטטו מעגל.	 ← 	← הביאו את הסמן למסך, הקישו, גררו, ושחררו.
סמנו נקודה C על המעגל.		← הקישו על המעגל.
שרטטו משיק למעגל.		← אנך מישר AC, בנקודה C, באורך 3.
כדי לקבל את אוסף כל הנקודות D :		← הקישו על D כך שהיא תסומן.
	תנועה	← הפעילו עקבות.
		← גררו את C לאורך המעגל.

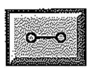
השוו עם ההשערה שרשמתם לפני הבנייה.

נסחו את טענתכם והוכיחו אותה.

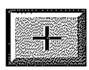
2. שרטטו מעגל שישיק לשוק הזווית CAB ויגע בשוק AC בנקודה נתונה D.
ודאו שהמעגל ישאר משיק לשוקי הזווית ב- D, גם כשתגררו נקודות ותשנו את הזווית.



שרטטו תחילה זווית BAC.



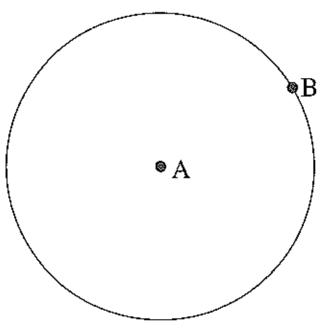
סמנו עליה נקודה D.



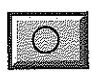
הביאו את הסמן לנקודה על השוק AC והקישו.

המשיכו את הבנייה.

3. א) שרטטו מעגל המשיק למעגל נתון בנקודה נתונה B.



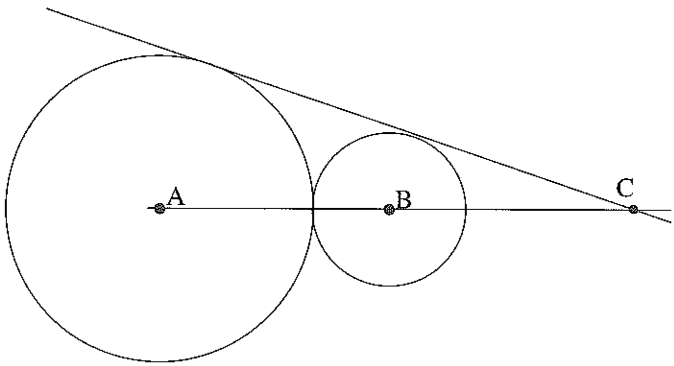
לשם כך:
שרטטו מעגל משתנה.



חפשו דרך **ובנו** מעגל חדש שרדיוסו 2 יחידות, והוא משיק למעגל שמרכזו A בנקודה B.
ודאו שהבנייה תישמר גם כשתשנו את המעגל הנתון, וגם כשתזיזו את הנקודה B על המעגל.

ב) כמה מעגלים בעלי רדיוס של 2 יחידות, המשיקים בנקודה B למעגל שמרכזו A קיימים?
שרטטו והסבירו.

4. א) בשרטוט שלפניכם משורטט משיק משותף לשני מעגלים, שרדיוסיהם 4 יחידות ו- 2 יחידות.



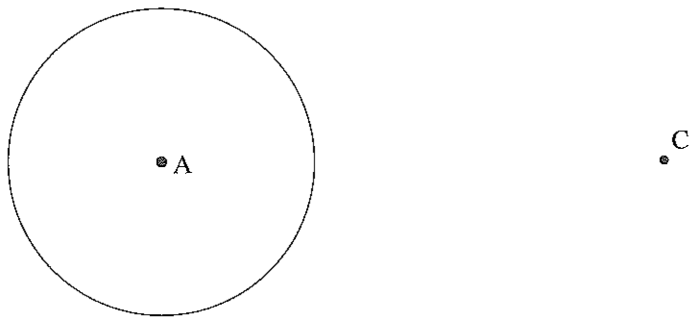
המשיק חותך את המשך AB בנקודה C .

מהו היחס $\frac{AC}{BC}$? נמקו.

ב) שרטטו מעגל שרדיוסו 4 יחידות, ומעגל משיק שרדיוסו 2 יחידות, כבשרטוט למעלה.
היעזרו במסקנתכם מסעיף א׳ כדי למצוא את C, סמנו אותה על המסך ושרטטו ממנה משיק משותף לשני המעגלים.

ג) שרטטו גם את כל המשיקים האחרים המשותפים לשני המעגלים. כמה משיקים משותפים קיימים?

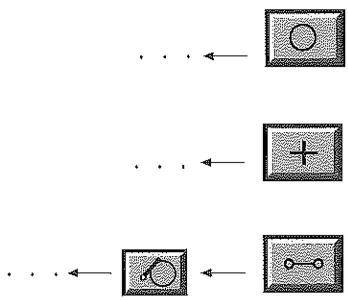
5. המחשב מאפשר בנייה ישירה של משיק מנקודה מחוץ למעגל.



שרטטו מעגל הניתן לשינוי.

סמנו נקודה C מחוץ למעגל.

בנו משיק מנקודה C למעגל.

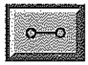


נסו כוחכם

כיצד ניתן לבנות משיק כזה, ללא שימוש בבנייה? (מחקו את המשיק שבניתם) חברו את מרכז המעגל עם נקודת ההשקה ועם הנקודה C, והיעזרו בתכונות המשולש שקודקודיו הם A, C ונקודת ההשקה.

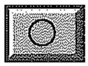
פעילות 3 - מעגל משיק לשוקי זווית*

1. א) שרטטו זווית כלשהי (ABC).



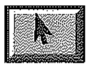
הביאו את הסמן למסך, לחצו, גררו ושחררו (ישורטט קטע AB). הביאו את הסמן ל- B, לחצו, גררו ושחררו, (ישורטט קטע BC).

בנו מעגל בתוך הזווית.



לחצו במקום כלשהו בתוך הזווית, גררו, ושחררו.

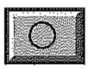
שנו את המעגל כך שישיק לשוק אחת של הזווית, ואחר כך לשתי השוקיים.



הזיזו את המרכז ואת הנקודה שעל המעגל, עד שהמעגל ישיק לאחת השוקיים, ואחר כך לשתיהן.

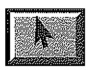
ב) חקרו היכן נמצא המרכז של מעגל המשיק לשוקי זווית. לשם כך:

שרטטו שלושה מעגלים נוספים שישיקו לשוקי הזווית (באותה דרך בה שרטטתם בסעיף א').



. . .

מחקו את המעגלים (השאירו רק את המרכזים).



הביאו את הסמן לנקודות שעל המעגלים והקישו על Backspace.

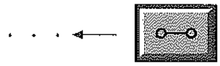
- שערו היכן נמצאות הנקודות, שהן מרכזי **כל** המעגלים המשיקים לשוקי הזווית.
- בדקו את השערתכם: **מצאו בנייה גיאומטרית** (שאינה חיבור נקודות), שתאפשר שרטוט **כל** הנקודות הנ"ל.

האם כל מרכזי המעגלים ששורטטו, אכן, נמצאים על הישר שבניתם? נסחו משפט מתאים. (ההוכחה לאחר סעיף ג'.)

* פעילויות 3, 4 ו- 5 קשורות אחת בשנייה וכדאי לבצען ברציפות. פעילויות אלה מופיעות גם בספר גיאומטריה, בסדרה פרקי מתמטיקה, בנספח 1.

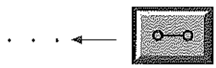
ג) איך תמצאו את הרדיוס של המעגל שמרכזו נתון והוא משיק לשוקי הזווית?

בנו זווית.

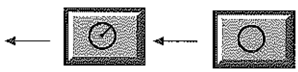


בנו את אוסף כל הנקודות שהן מרכזי המעגלים המשיקים לשוקי הזווית. (היעזרו במסקנה שהסקתם בסעיף הקודם.)

סמנו נקודה כלשהי D שתהיה מרכז של מעגל כזה (רחוק מהקודקוד). איזו בניה תאפשר קביעה של אורך הרדיוס DE? שרטטו.

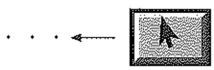


שרטטו מעגל שמרכזו D ורדיוסו הקטע DE ששרטטתם.



מעגל שמרכזו D ורדיוסו DE.

שנו את הזווית, ובדקו האם המעגל נשאר משיק לשוקי הזווית.



הוכיחו את המשפט שניסחתם בסוף סעיף ב'.

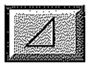
2. הוכיחו: אם שוקי זווית משיקים למעגל, אז המרחקים מקודקוד הזווית לנקודות ההשקה שווים זה לזה.
מרחק זה נקרא אורך המשיק.

פעילות 4 - חוצי זוויות במרובע

1. כמה נקודות חיתוך יכולות להיות ל- 4 ישרים שונים? דונו בכל המקרים האפשריים.
2. כמה נקודות חיתוך יכולות להיות לארבעה חוצי הזוויות במרובע? חקרו בעיה זו בעזרת המחשב.

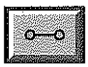
הוראות בנייה:

בנו מרובע כלשהו (כללי).



← כללי.

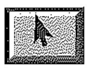
שרטטו את חוצי הזוויות של המרובע.



← חוצה זווית BAD.

שרטטו את שאר חוצי הזוויות.

שנו את המרובע. (אם יש צורך האריכו את חוצי הזוויות.)


← גררו את הקודקודים או את הצלעות.

א) בדקו מה מספר נקודות החיתוך של חוצי הזוויות. פרטו את כל האפשרויות הקיימות.

ב) שנו את המרובע, כך שחוצי הזוויות יפגשו בנקודה אחת. נסו לקבל שרטוטים שונים, בהם קיימת נקודת מפגש יחידה.

ג) שנו את מרובע ABCD במטרה לחקור כל אחת מהשאלות הבאות:

- מה תוכלו לומר על חוצי הזוויות ועל המרובע ABCD אם יש להם 5 נקודות חיתוך?

- מה תוכלו לומר על חוצי הזוויות אם יש לחוצי הזוויות במרובע 4 נקודות חיתוך? הוכיחו.

- מה תוכלו לומר במקרה זה על המרובע שנוצר על-ידי חוצי הזוויות? ומה עם המרובע ABCD במקרה זה? נסחו טענות והוכיחו אותן.

- ומה בדבר 3 נקודות חיתוך? בדקו במחשב והוכיחו את מסקנתכם.

3. סכמו מה המספר האפשרי של נקודות חיתוך, שיוצרים ארבעת חוצי הזוויות במרובע.

4. איזו תכונה מאפיינת את נקודת המפגש של חוצי הזוויות **במרובע**, כאשר **כולם** נפגשים בנקודה אחת? נמקו.

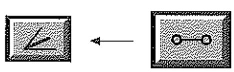
5. **ובמשולש?** כמה נקודות חיתוך יכולות להיות לשלושת חוצי הזוויות במשולש?

א) שערו תחילה מהן האפשרויות השונות ואחר כך בדקו באמצעות הלומדה.

שרטטו משולש.

כללי.

העבירו את חוצי הזוויות.



. . .

שנו את המשולש.

. . .

ב) נסחו והוכיחו משפט בדבר מספר נקודות החיתוך של חוצי הזוויות במשולש.

פעילות 5- חוצי זוויות ומעגל משיק לצלעות

1. א) מה הקשר בין חוצי הזוויות במרובע, לבין מעגל המשיק (מבפנים) לצלע אחת או יותר של המרובע?
בדקו בעזרת המחשב.

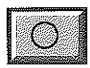
הוראות בנייה:
שרטטו מרובע.


כללי.

שרטטו את כל חוצי הזוויות של המרובע.

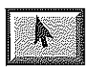

. . .

שרטטו מעגל (שמרכזו בתוך המרובע).


לחצו (במקום בו יהיה המרכז) גררו ושחררו.

היכן יימצא מרכז המעגל אם הוא משיק ל- 2 צלעות של המרובע?

שנו את המעגל כך שישיק לצלע אחת ואחר כך לשתיים.


. . .

- היכן יימצא מרכז המעגל המשיק ל- 3 מצלעות המרובע?
- האם תוכלו לשנות את המעגל כך שישיק ל- 4 צלעות? אם לא, שנו את המרובע.
- היכן יימצא מרכז של מעגל המשיק לכל צלעות המרובע?

נסחו והוכיחו משפט בדבר הקשר בין חוצי הזוויות במרובע ומעגל המשיק לצלעות המרובע.

> מעגל המשיק לכל צלעות המרובע נקרא מעגל חסום במרובע.

ב) ובמשולש? האם אפשר להעביר מעגל חסום בכל משולש? נמקו (תוכלו לבדוק באמצעות הלומדה).

ג) **שאלות לסיכום:**

- במה דומה ובמה שונה הקשר בין חוצי הזוויות למעגל החסום במרובע ובמשולש?
- הלומדה מאפשרת שרטוט מעגל חסום במשולש ולא מאפשרת שרטוט מעגל חסום במרובע. הסבירו מדוע.

פעילות 6 - מעגל חוסם*

1. בדקו אם ניתן למצוא נקודה D, כך שמעגל שמרכזו D, יעבור דרך שלושת הקודקודים של משולש.

לשם כך היעזרו בבניה הבאה:

בחרו משולש כלשהו ABC.	כללי.
סמנו נקודה D (בתוך המשולש).	. . . .
העבירו מעגל שמרכזו D ורדיוסו AD.	מעגל שמרכזו D ורדיוסו AD.
גררו את D כך שהמעגל יעבור גם דרך B.	. . . .

- האם תוכלו להזיז את D כך שהמעגל יעבור גם דרך C?
- שנו את המשולש וחזרו על גרירת D, כך שהמעגל יעבור גם דרך C.
- שנו את המשולש וחזרו על הזזת D, כך שהמעגל יעבור דרך שלושת הקודקודים. (שנו גם למשולש קהה זווית.)

2. חקרו היכן נמצא מרכז של מעגל , שעובר דרך שלושת קודקודי משולש?

סמנו שתי נקודות.	
שרטטו מעגל, העובר דרך שתי הנקודות האלה.	(תוכלו לשרטט על ידי שרטוט מעגל חופשי, או על ידי חיפוש בנייה מתאימה).
שרטטו מעגלים נוספים, העוברים דרך שתי הנקודות האלה.	
כמה מעגלים כאלה אפשר לשרטט?	
היכן נמצאים מרכזי **כל** המעגלים האלה?	

* פעילות זו מופיעה גם בספר גיאומטריה, בסדרה פרקי מתמטיקה, בנספח 1.

ב) בנו מעגל החוסם משולש.

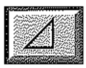
- בחרו משולש כלשהו ABC.
- שרטטו את קבוצת "כל הנקודות" שהן מרכזי המעגלים העוברים דרך A ו- B. (חפשו בנייה מתאימה.)
- בנו מעגל אחד כזה (העובר דרך A ו- B).
- מצאו בנייה בעזרתה תתקבל (ללא גרירה), נקודה שהיא מרכז מעגל העובר דרך A , B ו- C.

מעגל, העובר דרך שלושת הקודקודים של משולש, נקרא מעגל החוסם את המשולש.

3. א) מה הקשר בין אנכים אמצעיים לצלעות משולש, לבין המעגל החוסם?
ב) האם בכל **משולש** ניתן למצוא נקודה, שהיא מרכז של מעגל, העובר דרך שלושת הקודקודים?
ג) כמה מעגלים, שעוברים דרך B, A ו- C, ניתן לשרטט?

4. **ובמרובע?** האם תמיד ניתן למצוא נקודה (E) כך שמעגל, שמרכזו בנקודה, יעבור דרך ארבעת הקודקודים של מרובע ABCD?

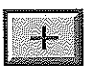
שרטטו מרובע כללי ABCD.

  **בנה**

שרטטו מעגל העובר דרך כמה שיותר קודקודים מבלי לשנות את המרובע.

לשם כך:

בחרו נקודה E.

 . . .

שרטטו מעגל שמרכזו E ורדיוסו AE.
גררו את E, כך שהמעגל יעבור דרך קודקודים נוספים.
האם אפשר לשרטט מעגל העובר דרך כל קודקודי המרובע?
שנו את המרובע ובדקו עבור מרובע אחר.

5. חקרו מה הקשר בין מעגל חוסם מרובע לאנכים אמצעיים לצלעות:

בחרו מרובע כללי ABCD.

- מצאו בעזרת בניית אנכים אמצעיים, מרכז של מעגל שעובר דרך A, B ו- C. האם הוא עובר גם דרך D?
  אם לא, היכן נמצאים מרכזי כל המעגלים העוברים דרך C ו- D? שרטטו.
- שנו את המרובע, כך שהמעגל יעבור גם דרך D.

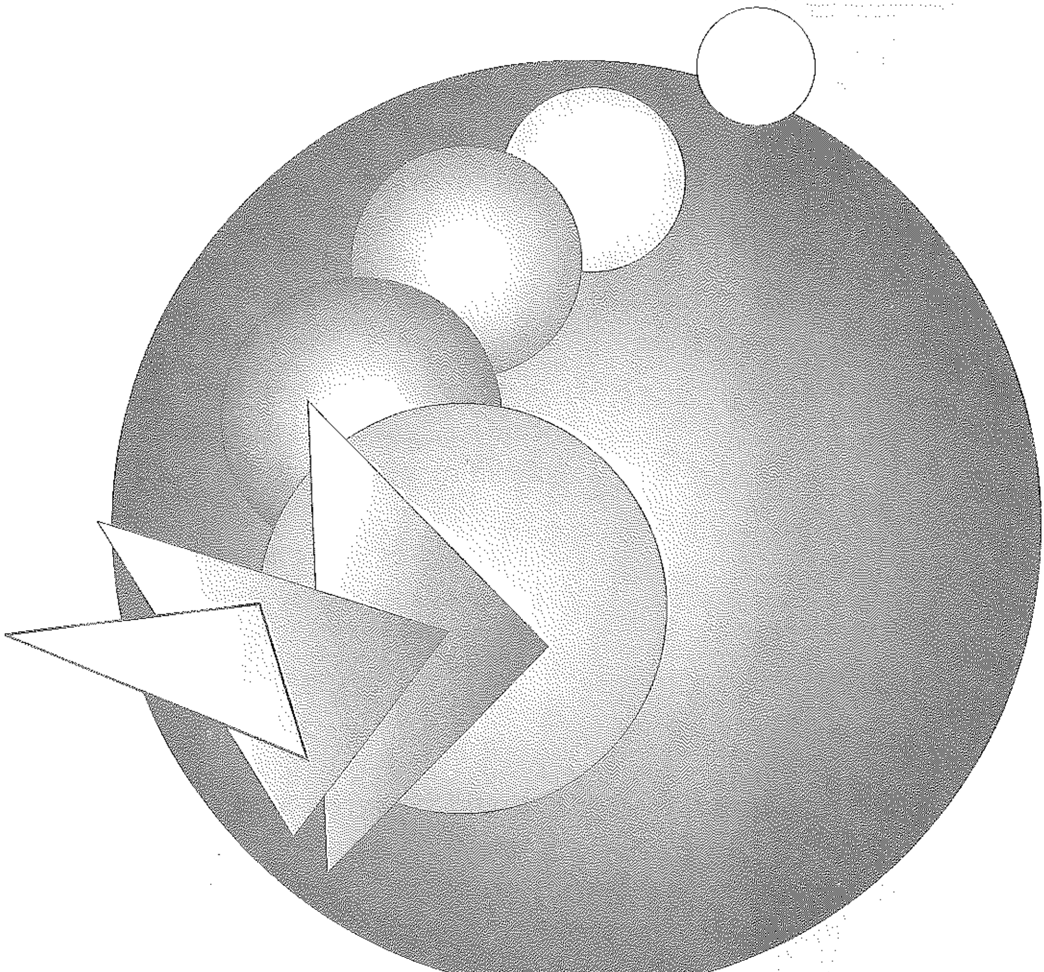
מה הקשר בין אנכים אמצעיים לצלעות המרובע, לבין המעגל החוסם?

6. א) בדקו מאיזה סוג המרובע, אם שני אנכים אמצעיים שלו מתלכדים.
   לשם כך:
   - מחקו את המעגל והוסיפו אנך אמצעי רביעי.
   - שנו את המרובע, שבסעיף הקודם, כך ששני אנכים אמצעיים יתלכדו.

   ב) נסו לשנות את המרובע כך **שרק** שתי נקודות חיתוך של האנכים האמצעיים תתלכדנה. הסבירו.

פרק ג

מקומות גיאומטריים

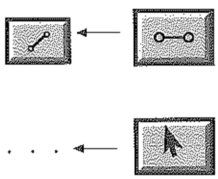


פעילות 1 - מרחקים מנקודה ונקודות חיתוך

(פעילות הכנה לנושא מקומות גיאומטריים)

1. א) מצאו את אוסף כל הנקודות הנמצאות במרחק 3 יחידות מנקודה A.

בנו קטע באורך 3 יחידות.



סמנו נקודה על המסך ובנו קטע מהנקודה באורך 3 .

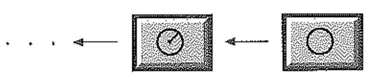
סמנו את B.

גררו את הנקודה B.

תנועה ← הפעל עקבות.

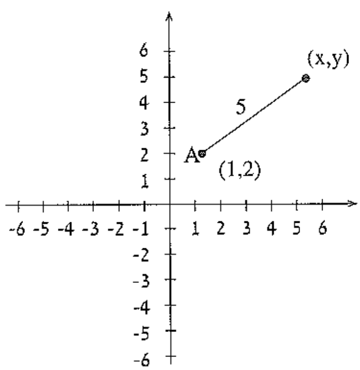
איזו צורה מתקבלת מאוסף כל הנקודות האלה?

בנו שוב בעזרת בנייה ישירה.



ב) רשמו שיעורים של ארבע נקודות שמרחקן מהנקודה A (1, 2) שווה ל- 5, סמנו אותן במערכת הצירים.

נסו לרשום שיעורים של נקודות נוספות שמרחקן מ- A שווה ל- 5 יחידות.

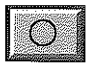
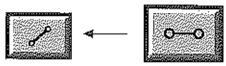
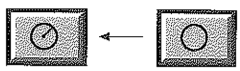
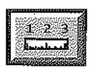
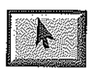


ג) כדי לבטא את אוסף כל הנקודות שמרחקן מהנקודה A שווה ל- 5.
נסמן נקודה כללית (x, y), כבשרטוט.
בטאו את המרחק בין הנקודה A(1 , 2) לבין הנקודה הכללית (x, y).
רשמו משוואה לאוסף **כל** הנקודות שמרחקן מ- A(1, 2) שווה ל- 5.

ד) רשמו משוואה לאוסף כל הנקודות שמרחקן מהנקודה (0, -2) שווה ל- 4.

2. כמה נקודות חיתוך יכולות להיות לשני מעגלים?

הוראות בנייה:

שרטטו מעגל.		הביאו את הסמן למסך, גררו ושחררו.
ממרכז המעגל, שרטטו קטע AC שאורכו 7 יחידות.		. . .
שרטטו בצד קטע DE שאורכו משתנה.		סמנו נקודה על המסך, גררו ושחררו.
שרטטו מעגל שמרכזו C ורדיוסו DE.		. . .
מדדו את אורך DE.		הביאו את המסגרת למסך, הקישו ורשמו DE.
שנו את DE וחקרו כמה נקודות חיתוך יש לשני המעגלים עבור אורכים שונים של CD.		. . .

פרטו את המקרים השונים והסבירו.

3. כמה נקודות חיתוך יכולות להיות למעגל ולישר?

מה הקשר בין מספר הנקודות ומרחק הישר ממרכז המעגל? חקרו בעזרת המחשב וסכמו.

מחקו את המעגל שמרכזו C ובנו לפי ההוראות הבאות מקביל ל- AC באורך DE.

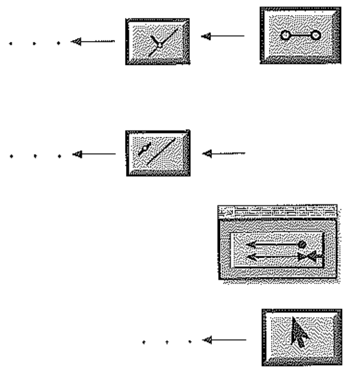
הקישו על המעגל ← **Backspace**.

שרטטו אנך ל- AC, באורך DE דרך נקודה A או C.

שרטטו מקביל ל- AC דרך קצה האנך (F).

עברו לשרטוט ישרים.

שנו את אורך DE.



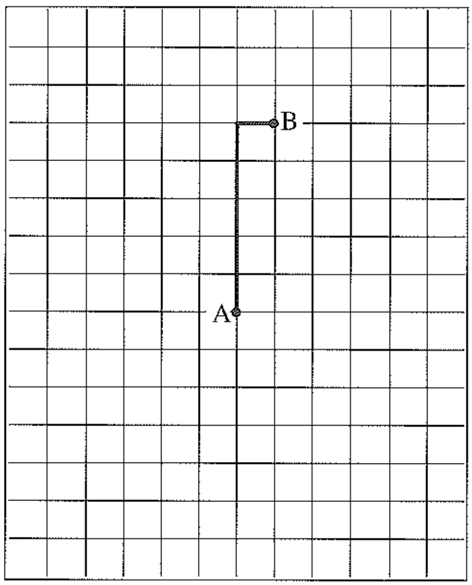
כמה נקודות חיתוך למעגל ולישר המקביל ל- AC?

4. **וקצת על "מרחקי נסיעה"**

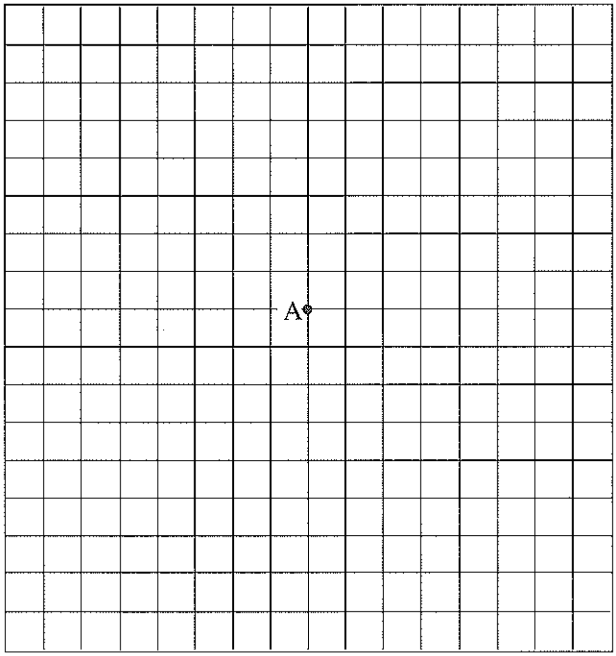
נהגים נוסעים מנקודה לנקודה על הכביש. נניח כי קווי המשבצות מתארים מערכת כבישים.

"מרחק הנסיעה" בין שתי נקודות הוא מסלול הנסיעה (על קווי המשבצות) הקצר ביותר בין שתי נקודות. "מרחק הנסיעה" מ- A ל- B שבשרטוט, הוא 6 יחידות.

א) שרטטו עוד 2 מסלולי נסיעה מ- A ל- B שאורכם כמרחק הנסיעה מ- A ל- B.

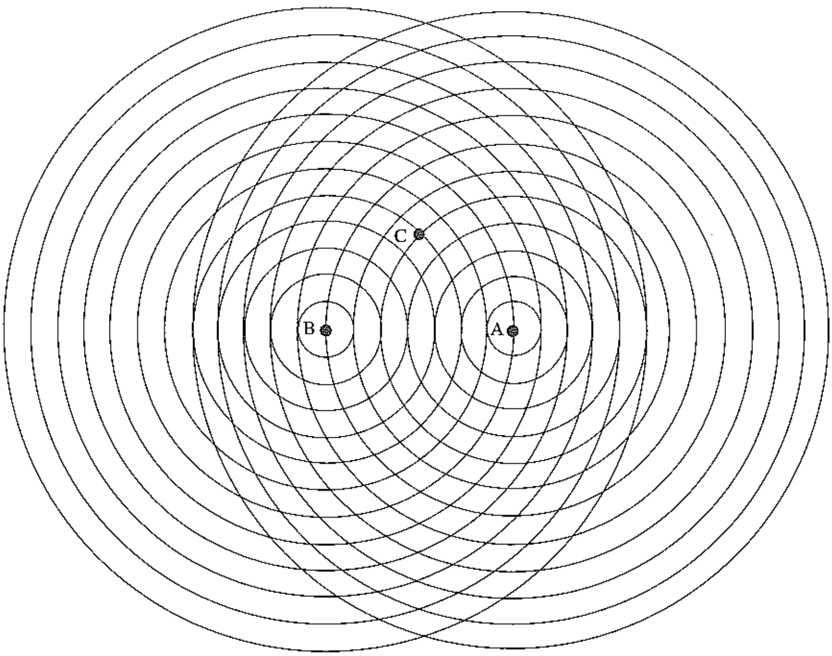


ב) סמנו את אוסף כל הנקודות הנמצאות "במרחק נסיעה" של 8 יחידות מ- A.


A

פעילות 2 - מרחקים משתי נקודות

1. סמנו נקודות הנמצאות במרחק שווה מ- A ומ- B, (C היא נקודה לדוגמה).



- תארו את אוסף **כל** הנקודות הנמצאות במרחק שווה משתי נקודות נתונות.

[illegible] ~~AB~~ [illegible]

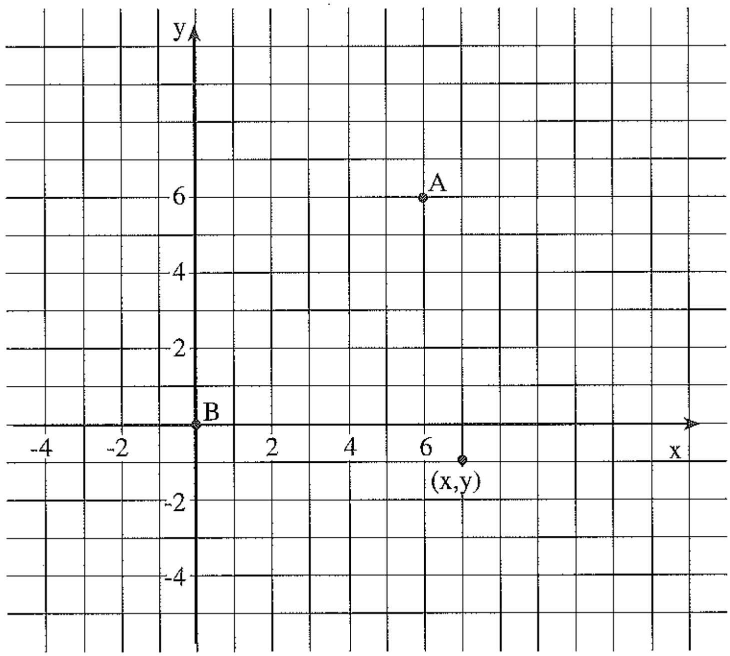
2. מצאו בעזרת המחשב, את אוסף כל הנקודות הנמצאות במרחק שווה משתי נקודות (A ו- B).

הוראות בנייה:

בנו קטע AB.	← הקישו על המסך, גררו ושחררו.
שרטטו מעגל שמרכזו A ורדיוסו משתנה (C נקודה על המעגל).	← הביאו את הסמן ל- A, גררו ושחררו.
שרטטו מעגל נוסף שמרכזו B ורדיוסו AC (רדיוס שווה באורכו לרדיוס המעגל הראשון).	← ← מעגל שמרכזו B ורדיוסו באורך AC.
סמנו את נקודות החיתוך של שני המעגלים.	← ← . . .
כדי לסמן את הנקודה השנייה עליכם לצאת מסימון נקודות חיתוך ואחר כך לחזור, ולאחר רישום שמות המעגלים להקיש פעמיים על בנה.	← ← . . .
סמנו את **שתי נקודות** החיתוך.	← סמנו אחת, הקישו על **shift** וסמנו גם את השנייה.
הפעילו עקבות ואחר כך גררו את C.	**תנועה** ← הפעל עקבות ← גררו את C.

3. נתונות שתי נקודות $A(6\ ,6)$ ו- $B(0\ ,0)$.

א) סמנו 8 נקודות הנמצאות במרחק שווה מ- A ומ- B, ושרטטו את אוסף הנקודות המקיימות את התכונה.



ב) נייצג על ידי (x, y) שיעורים של נקודה הנמצאת במרחק שווה מ- A ומ- B.

בטאו את המרחקים מ- A ומ- B ורשמו משוואה.

בדקו אם המשוואה מתאימה לאוסף הנקודות ששרטטתם.

4. נתונות שתי נקודות $(-5\ ,1)$ ו- $(3\ ,-3)$.

נייצג על-ידי $(x\ ,y)$ שיעורים של נקודה הנמצאת במרחק שווה משתי הנקודות הנתונות.

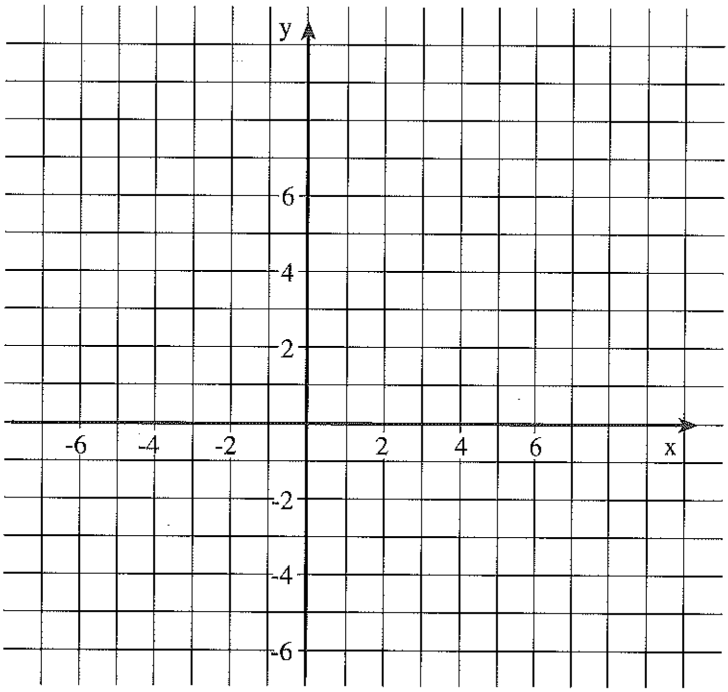
א) רשמו משוואה מתאימה.

ב) מהו שיפוע הישר המתקבל?

ג) מהו שיפוע הקטע המחבר את שתי הנקודות הנתונות?

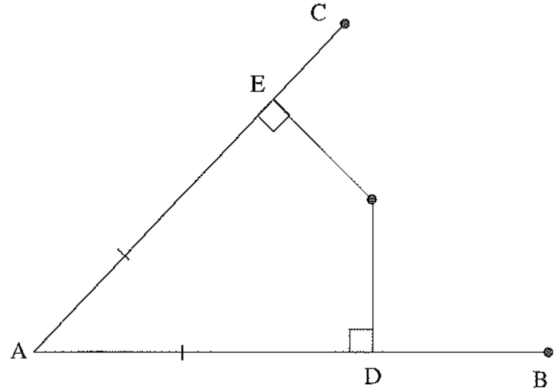
ד) מה הקשר בין השיפועים שמצאתם?

1. א) סמנו שמונה נקודות שמרחקיהן משני הצירים שווים.



ב) שרטטו את קבוצת **כל** הנקודות המקיימות תכונה זו.
אם שרטטתם נכון, קיבלתם שני ישרים. רשמו את משוואותיהם.

2. נשרטט באמצעות המחשב נקודות הנמצאות במרחק שווה משוקיים של זווית.

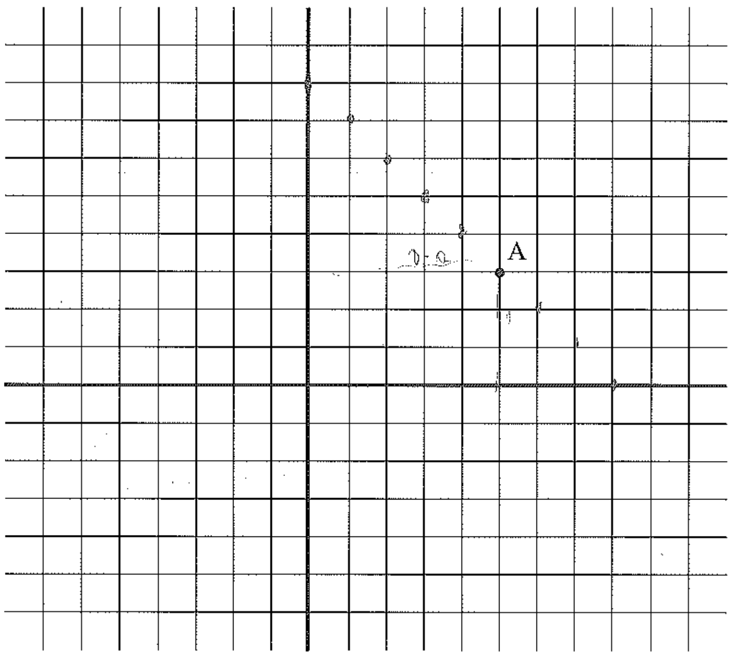


שרטטו זווית כלשהי.	שרטטו שני קטעים מ- A וגררו את C כך שתתקבל הזווית.
סמנו נקודה D על AB.	
שרטטו קטע AE על AC השווה ל- AD.	קטע מ- A ל- C באורך AD.
העבירו אנכים לשוקי הזווית מ- D ומ- E.	. . .
סמנו את נקודת החיתוך של שני האנכים.	. . .
שרטטו את אוסף כל הנקודות הנמצאות במרחק שווה משוקי הזווית.	**תנועה** ← הפעל עקבות. (דאגו שנקודת החיתוך תהיה מסומנת.)
גררו את D (על AB).	. . .

- הסבירו מדוע נקודת החיתוך נמצאת במרחק שווה משוקי הזווית.
- מהו "המקום הגיאומטרי" של אוסף כל הנקודות שהתקבלו?
  תוכלו לבדוק על ידי בנייה ישירה.
- נסחו מסקנה כללית והוכיחו אותה.

3. **סכום המרחקים** של הנקודה A **משני הישרים** המאונכים **שווה** ל- 8 יחידות אורך (3 יחידות מהישר האופקי ו- 5 יחידות מהישר האנכי).

א) סמנו עשר נקודות נוספות המקיימות את התכונה שסכום מרחקיהן משני הישרים המאונכים שווה ל- 8 משבצות.



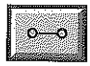
ב) שרטטו את קבוצת **כל** הנקודות המקיימות תכונה זו.

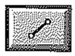
ג) איזו צורה התקבלה? חשבו את שטחה.

פעילות 4 - סכום מרחקים משתי נקודות

בפעילות זו תשרטטו את אוסף כל הנקודות **שסכום מרחקיהן** מ- 2 נקודות נתונות קבוע.

1. סמנו על מסך המחשב שתי נקודות A ו- B, שהמרחק ביניהן קטן מ- 8 יחידות.

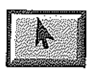

← סמנו נקודה A.


← מ- A במרחק 7 יחידות.

עריכה ← הסתר את הקטע AB.

א) - שרטטו את אוסף כל הנקודות הנמצאות במרחק 2 יחידות מ- A.
- שרטטו את אוסף כל הנקודות הנמצאות במרחק 6 יחידות מ- B.
- שרטטו את אוסף כל הנקודות המקיימות את שתי הדרישות. כמה נקודות כאלה יש?

השאירו את הנקודות A ו- B ואת הנקודות המקיימות את שתי הדרישות, והסתירו את שאר הנקודות והבניות.


← סמנו את הנקודות והמעגלים שברצונכם להסתיר.

עריכה ← הסתר אובייקט.

ב) שרטטו את אוסף כל הנקודות הנמצאות במרחק 3 יחידות מ- A.
שרטטו את אוסף כל הנקודות הנמצאות במרחק 5 יחידות מ- B.
שרטטו את אוסף כל הנקודות המקיימות את שתי הדרישות. כמה נקודות כאלה יש?

> ארבע הנקודות שמצאתם ב-(א') וב-(ב') מקיימות את התכונה הבאה:
> סכום מרחקיהם מ- A ומ- B שווה ל- 8.

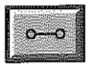
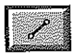
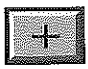
הסתירו את שאר הנקודות והבניות כך שעל המסך יופיעו רק A, B וארבע הנקודות המקיימות את הדרישות.

ג) מצאו שתי נקודות נוספות בעלות אותה תכונה.

ד) מהי, לדעתכם, הצורה של אוסף **כל** הנקודות המקיימות את התכונה?

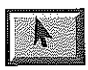
ה) נבדוק זאת על-ידי בניית אוסף **כל** הנקודות האלה.

לשם כך, נבנה שני קטעים שאורכם משתנה וסכומם 8 יחידות.

בנו (בצד) קטע באורך 8 יחידות.	 ← 	← סמנו נקודה על המסך ובנו קטע מהנקודה באורך 8.
סמנו נקודה על הקטע.		← . . . .

קיבלתם שני קטעים שסכומם 8.

בנו בעזרת שני הקטעים שתי נקודות שסכום מרחקיהן מ- A ומ- B שווה ל- 8. (חיתוך שני המעגלים שרדיוסיהם הקטעים שסכומם 8.)

בנו את אוסף כל הנקודות שסכום מרחקיהן מ- A ומ- B שווה ל- 8.		← לחצו על shift וסמנו את שתי הנקודות שבניתם (חיתוכי שני המעגלים האחרים).
	תנועה	← הפעל עקבות.
גררו את הנקודה שעל הקטע שבניתם מקצה אחד לקצה השני של הקטע AB.		

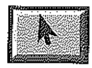
מה משתנה כשמזיזים נקודה זו?

איזו צורה קיבלתם?

ו) סמנו שוב את שתי נקודות החיתוך והפסיקו את פעולת העקבות.

תנועה ⟵ הפסק עקבות.

קרבו את הנקודות A ו- B.



⟵ הקישו פעמיים על הקטע AB ושנו את אורכו (למשל ל- 6).

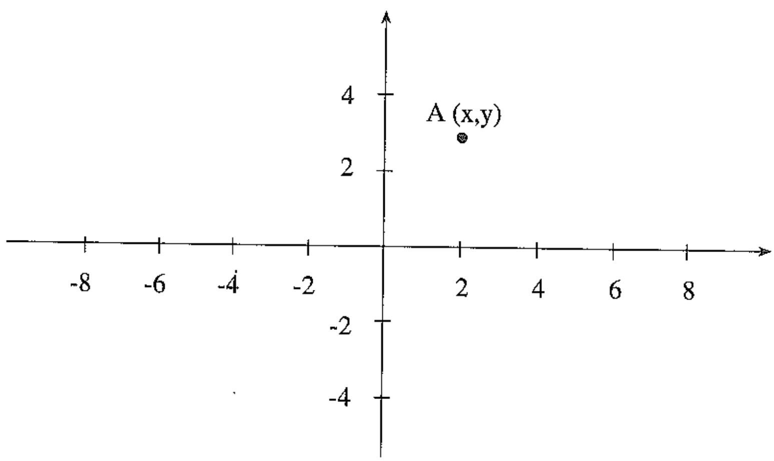
שרטטו כעת את אוסף הנקודות המקיימות תכונה זו.

מה ההבדל בין הצורות של שתי קבוצות הנקודות שקיבלתם?

שנו שוב את המרחקים בין A ו- B ובדקו כיצד משתנה צורת אוסף כל הנקודות כאשר המרחק בין A ו- B קטן, תארו השתנות זו.

מה יקרה כאשר A ו- B תתלכדנה?

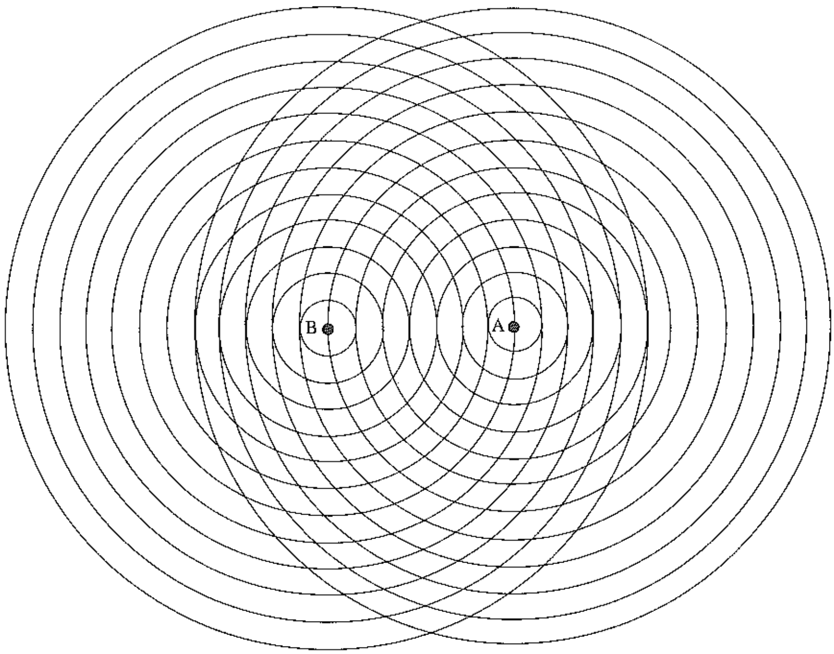
2. א) סמנו את הנקודות (-2, 0) ו- (2, 0).
סמנו במערכת הצירים שתי נקודות שסכום מרחקיהן מ- (–2 , 0) ומ- (2 , 0) שווה ל- 8.



ב) בטאו את **סכום** המרחקים של A משתי הנקודות המסומנות על ציר x ורשמו משוואה מתאימה, אם סכום המרחקים הוא 8.

ג) קיבלתם ודאי משוואה מסובכת המכילה סכום שורשים, לאחר פישוט המשוואה צריכה להתקבל המשוואה $3x^2 + 4y^2 = 48$.
מצאו,לפי משוואה זו, את נקודת החיתוך של האליפסה עם הצירים.
הציבו ובדקו אם הנקודות מקיימות את המשוואה שמצאתם בסעיף ב'.
מצאו עוד 4 נקודות המקיימות את המשוואה.

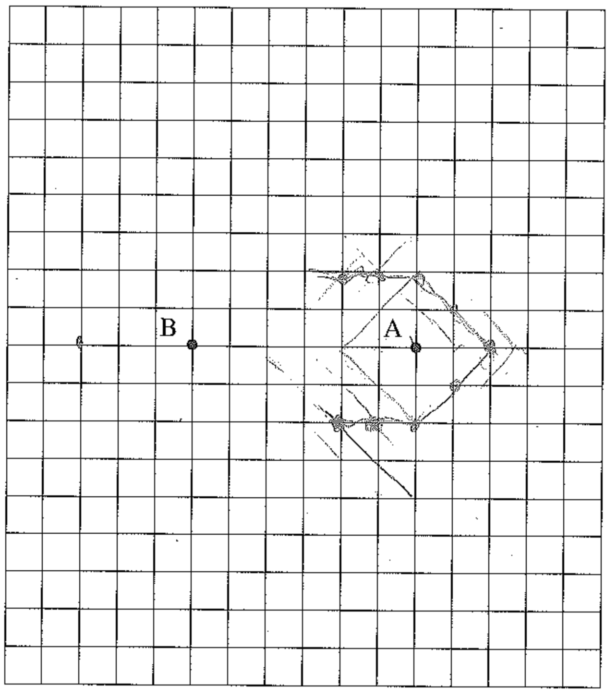
3. היעזרו במעגלים ומצאו את אוסף כל הנקודות שסכום מרחקיהן מ- A ומ- B שווה ל- 14 יחידות. (למשל, נקודות שמרחקן מ- A 4 יחידות ומ- B 10 יחידות.)



7. **ועוד קצת על "מרחקי נסיעה"**

שרטטו את אוסף כל הנקודות שסכום **"מרחקי הנסיעה"** שלהן מ- A ומ- B שווה ל- 10.

(לשם כך סמנו למשל את הנקודות שמרחק הנסיעה שלהן מ- A 3 יחידות ומ- B 7 יחידות ומצאו את הנקודות המשותפות. אחר כך סמנו באופן דומה את הנקודות שמרחקן מ- A 2 יחידות, ומ- B 8 יחידות וכו'). השלימו את אוסף הנקודות המבוקש.



פעילות 5 - הפרש מרחקים משתי נקודות

1. בתרגיל זה נשרטט את קבוצת כל הנקודות שהפרש המרחקים שלהן משתי נקודות נתונות A ו- B הוא 4 יחידות.

א) סמנו שתי נקודות על המסך (A ו- B).

- בחרו שני מספרים שההפרש ביניהם 4 יחידות.
- שרטטו את אוסף כל הנקודות הנמצאות במרחק המתאים לאחד מהמספרים שבחרתם מ- A.
- שרטטו את אוסף כל הנקודות הנמצאות במרחק המתאים למספר השני שבחרתם מ- B.
- סמנו את הנקודות המקיימות את שתי הדרישות. כמה נקודות כאלה יש?

השאירו את הנקודות A ו- B, ואת הנקודות המקיימות את שתי הדרישות, והסתירו את שאר הנקודות והבניות:

סמנו את הנקודות והבניות שברצונכם להסתיר.

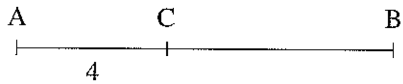

← היעזרו ב- **shift**.

עריכה ← הסתר אובייקט.

ב) בחרו שני מספרים נוספים שההפרש ביניהם 4 יחידות וחזרו על כל מהלך הבנייה שבסעיף א'.

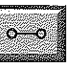
ג) כיצד ייראה לדעתכם אוסף כל הנקודות המקיימות את התכונה?

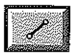
ד) נבנה כעת את אוסף כל הנקודות האלה. לשם כך:
בנו קטע שאורכו משתנה ועליו קטע נוסף שאורכו 4 יחידות,
רשמו שני קטעים **שהפרש** אורכיהם 4 (כבשרטוט).



הוראות בנייה:

בנייה חדשה.
קובץ ← חדש.

שרטטו קטע AB.

← הביאו את המסמך למסך, גררו ושחררו.

שרטטו קטע AC (על AB) שאורכו 4.

← קטע מ- A ל- B באורך 4.

- סמנו 2 נקודות על המסך D ו- E.
- בנו בעזרת שני הקטעים AB ו- BC שתי נקודות שהפרש מרחקיהן מ- D ומ- E שווה ל- 4 יחידות.

כדי לקבל נקודות נוספות בעלות תכונה זו, היעזרו בסימון נקודות והפעלת עקבות.


← לחצו על **shift** וסמנו את שתי הנקודות.

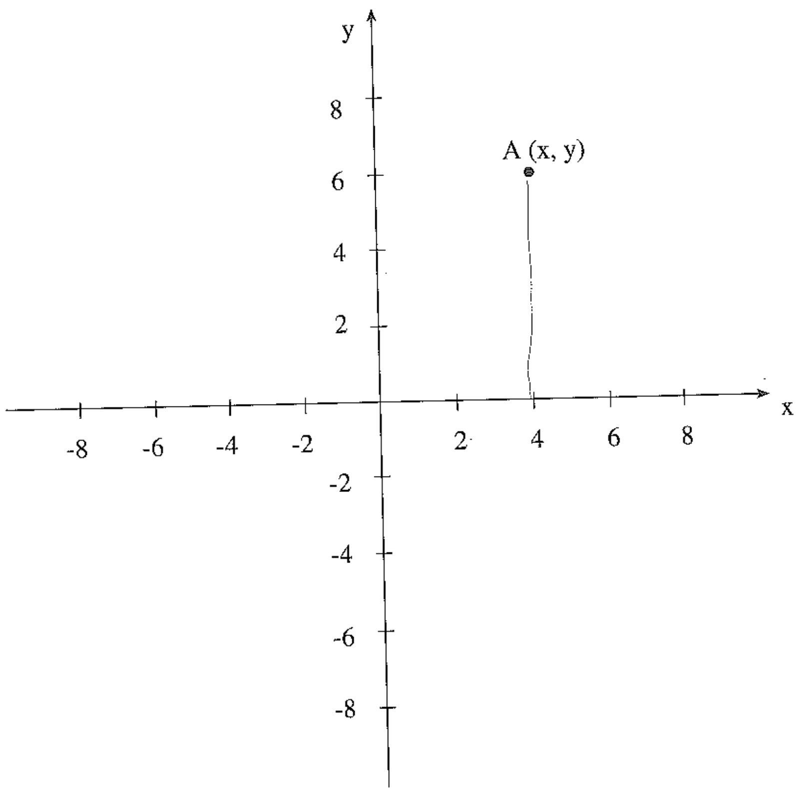
תנועה ← הפעל עקבות.
גררו את קצה הקטע הראשון שבניתם (B).

סמנו שוב את שתי הנקודות והפסיקו את פעולת העקבות.
תנועה ← הפסק עקבות.

הרחיקו או קרבו את הנקודות A ו- B, ומצאו כעת את אוסף הנקודות המקיימות את התכונה. (מחקו תחילה את העקבות של השרטוט הקודם.)

מה ההבדל בין שתי קבוצות הנקודות שקיבלתם?
שנו שוב את המרחקים בין A ל- B, ובדקו כיצד משתנה הצורה של אוסף כל הנקודות כאשר המרחק בין A ו- B קטן. תארו השתנות זו.

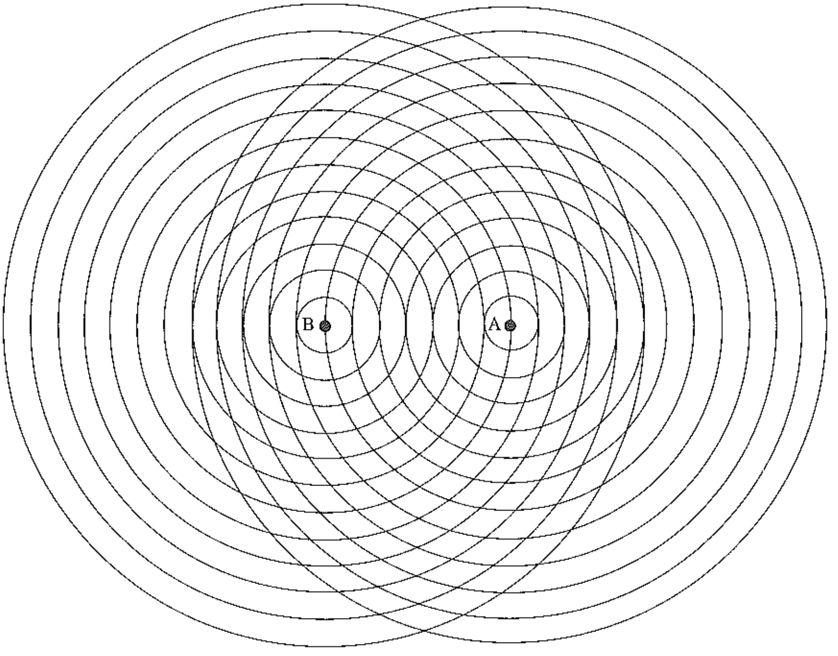
2. א) סמנו את הנקודות (4,0-) ו- (4,0) במערכת הצירים.
סמנו במערכת הצירים, שתי נקודות שהפרש מרחקיהן מ- (4- , 0)
ומ- (4 , 0) שווה ל- 4.



ב) בטאו את הפרש המרחקים של הנקודה A משתי הנקודות המסומנות על ציר x.
רשמו משוואה מתאימה אם הפרש המרחקים הוא 4.

ג) קיבלתם ודאי משוואה מסובכת המכילה שורשים, לאחר פישוט צריכה להתקבל המשוואה $3x^2 - y^2 = 12$. מצאו לפי משוואה זו, שיעורים של עוד 2 נקודות המקיימות את המשוואה.
הציבו גם במשוואה שמצאתם בסעיף ב׳ ובדקו.

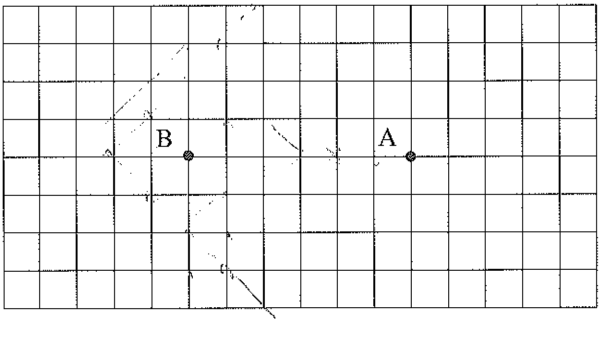
3. היעזרו במעגלים ומצאו את אוסף כל הנקודות שהפרש מרחקיהן משתי הנקודות המסומנות שווה ל- 4.



4. **ומה עם הפרש של "מרחקי נסיעה"?**

שרטטו את אוסף הנקודות שהפרש "מרחקי הנסיעה" שלהן מ- A ומ- B שווה ל- 4 יחידות. (לשם כך סמנו, למשל, את כל הנקודות שמרחק נסיעתן מ- B הוא 2 יחידות ואת כל הנקודות שמרחק נסיעתן מ- A הוא 6 יחידות, ומצאו את הנקודות המשותפות. אחר כך סמנו באופן דומה נקודות שמרחקן מ- A 7 יחידות ומ- B 3 יחידות). השלימו את אוסף הנקודות המבוקש.

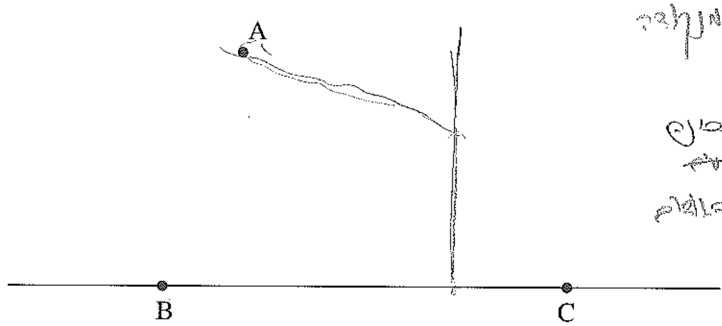
סמנו גם את אוסף הנקודות שהפרש מרחקי הנסיעה שלהן מ- B ומ- A שווה ל- 4.



פעילות 6 - מרחקים שווים מישר ונקודה

בתרגיל זה, תמצאו את אוסף הנקודות הנמצאות במרחק שווה מישר (BC) ונקודה (A).

מרחקים מנקודה
וישר
[illegible]



א) שרטטו נקודה A וישר BC.
מצאו נקודות הנמצאות במרחק 3 יחידות מהנקודה ומהישר:
לשם כך שרטטו את אוסף כל הנקודות הנמצאות במרחק 3 יחידות מ- A, ואת אוסף כל הנקודות הנמצאות במרחק 3 יחידות מהישר BC. סמנו את הנקודות המשותפות.

השאירו את נקודות החיתוך (המשותפות) והסתירו את שאר הנקודות והבניות.

ב) מצאו נקודות הנמצאות במרחק 4 יחידות מהישר ומהנקודה. (חזרו על מהלך הבנייה שבסעיף א').

ג) כיצד ייראה, לדעתכם, אוסף כל הנקודות הנמצאות במרחק שווה מהישר ומהנקודה?

ד) בנו את אוסף כל הנקודות האלה:

לשם כך בנו (בצד) קטע שאורכו משתנה.

הקישו על המסך, גררו ושחררו. יסומן קטע.

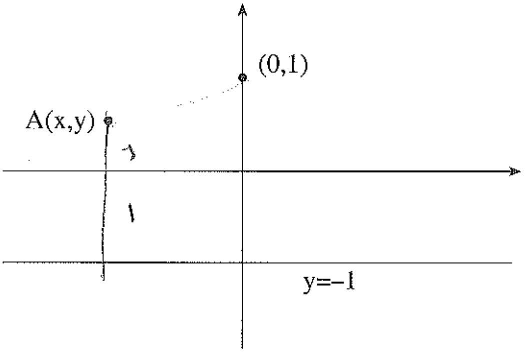
בנו את אוסף **כל** הנקודות הנמצאות במרחק אורך הקטע הזה מהישר (BC), ואת אוסף כל הנקודות הנמצאות במרחק אורך הקטע הזה מהנקודה (A). סמנו את הנקודות המקיימות את שתי הדרישות.

שרטטו את אוסף **כל** הנקודות המקיימות את שתי הדרישות.	לחצו על **shift** וסמנו את שתי הנקודות הנמצאות במרחק שווה מהישר והנקודה. **תנועה** ← הפעל עקבות.
שנו את אורך הקטע שבניתם בצד.	 ← . . . .

- איזו צורה התקבלה?
- היכן נמצא הקודקוד של הצורה שהתקבלה? הסבירו.

ה) בטלו את סימון העקבות, הרחיקו או קרבו את הנקודה A והישר BC ומצאו כעת את אוסף הנקודות המקיימות תכונה זו.
בדקו ותארו כיצד משפיע המרחק בין A ל- BC על הצורה המתקבלת.

2. א. סמנו שתי נקודות שמרחקיהן מהנקודה (0 , 1) ומהישר $y = -1$ שווה.

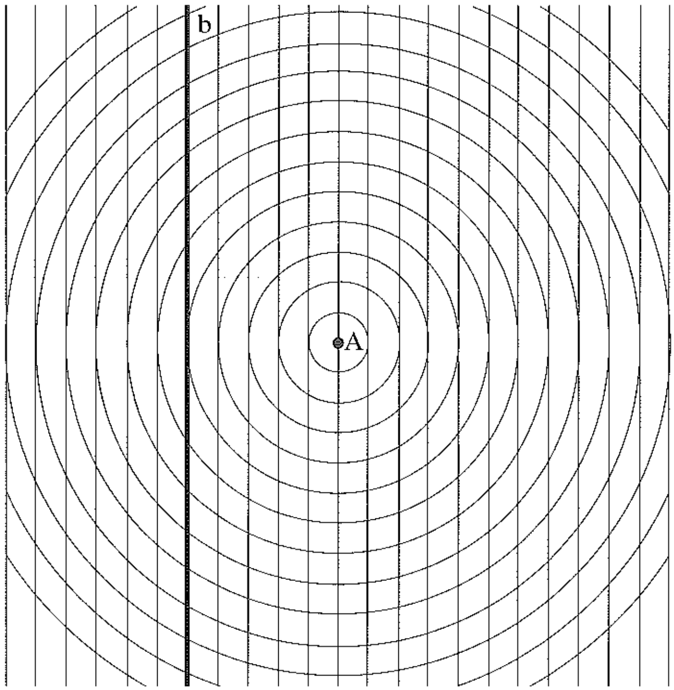


ב) בטאו את המרחק של A(x , y) מהנקודה (0 , 1) ומהישר $y = -1$ ורשמו משוואה מתאימה.

ג) העלו בריבוע את המשוואה ופשטו, איזו משוואה קיבלתם?

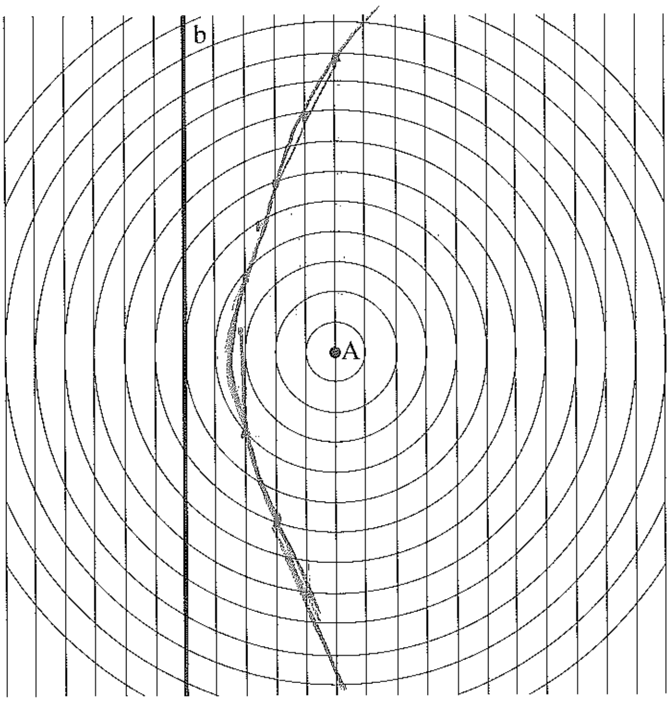
ד) הסבירו את הקשר בין המשוואה לבין הצורה שקיבלתם בשאלה 1.

3. היעזרו במעגלים ובישרים ומצאו את אוסף כל הנקודות שמרחקן מהישר b שווה למרחקן מהנקודה A.



איזו צורה התקבלה?

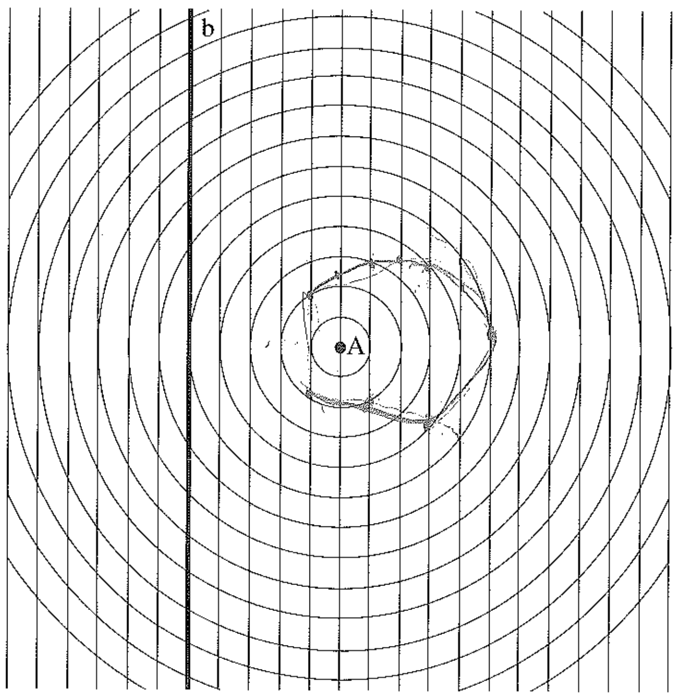
4. שרטטו את אוסף כל הנקודות שמרחקן מהנקודה A **גדול פי 2** ממרחקן מישר b.



איזו צורה קיבלתם?

5. נסו לבנות בעזרת המחשב אוסף של כל הנקודות שמרחקן מנקודה מסומנת A גדול פי 2 ממרחקן מישר משורטט BC.
(היעזרו בדרך בה בניתם את אוסף הנקודות בתרגיל 1.)

6. שרטטו את אוסף כל הנקודות שמרחקן מן הנקודה A **הוא** $\frac{1}{2}$ ממרחקן מן הישר b.



איזו צורה קיבלתם?

7. נסו לבנות בעזרת המחשב את אוסף כל הנקודות שמרחקן מנקודה מסומנת A הוא $\frac{1}{2}$ ממרחקן מישר משורטט BC.