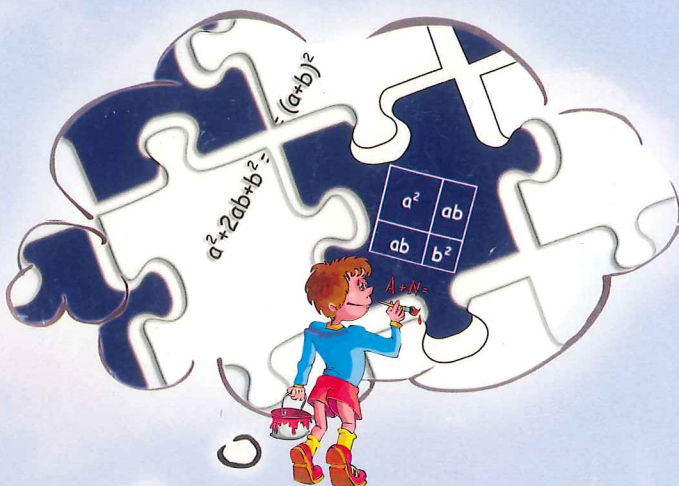




סיפורי יוסף

אלגברה לכיתה ח' בעזרת מחשב - חוברת מלווה

חנה שטיין
צפורה רזניק
מיכל טבח



מטה מ"מ

המרכז הישראלי לחינוך מדעי וטכנולוגי
ע"ש עמוס דה-שליט



משרד החינוך

האגף לתכנון ולפיתוח תכניות לימודים



המחלקה להוראת המדעים



סיפורי יוסף

אלגברה לכיתה ח' בעזרת מחשב - חוברת מלווה

חנה שטיין
צפורה רזניק
מיכל טבח



המחלקה להוראת המדעים

יוצא לאור במסגרת

מטה מל"מ, המרכז הישראלי לחינוך מדעי וטכנולוגי ע"ש עמוס דה-שליט

משרד החינוך, האגף לתכנון ולפיתוח תכניות לימודים



לוצגן נענה אכז אורי ואלמידי הנסוי, זמיוחז אלמידיס וזצווא האוריס שן
כיגות חי זזית הסקר אטזס, סזיזה וחזרה זכאולפנית בני עקיבא זגל-אזיב.
חומרי הלימוד שהוכנו זמסלרת זית הסקר, דרכי הלימוד וההוראה שלזבשו, וכן
שיגול הפעולה והנכונות שלילי האמידיס והאוריס, זסג לימוד מהדורת הנסוי
הראשונה, הס מרכיב יסודי זסקר זה.

אין לשכפל, להעתיק, לצלם, להקליט, לתרגם, לאחסן במאגר מידע, לשדר או לקלוט בכל דרך או
אמצעי אלקטרוני, אופטי או מכני או אחר כל חלק שהוא מהחומר שבחזרת זו. שימוש מסחרי
מכל סוג שהוא בחומר הכלול בחזרת זו אסור בהחלט אלא ברשות מפורשת בכתב מהמוציא.

©

כל הזכויות שמורות
משרד החינוך

הודפס בישראל, תשס"ג, 2003

דפוס מאירי בע"מ

ייעוץ:

אלכס פרידלנדר

רנה הרשקוביץ

עריכה לשונית:

נגה ואן דורמולן-אברהמי

הדפסה:

ציפי עובדיה

טליה מלול

הדפסה ועריכה במחשב:

טליה מלול

גרפיקה:

סיגל בר-מנשה

עיצוב והפקה:

אגי (רחל) בוקשפן

אל התלמידים,

בחלק זה של הספר "סיפורי יוסף" תתיידדו מחדש עם עולם המספרים, תכירו את הקשר בין קבוצות שונות של מספרים, ותראו באור חדש את המספרים המוכרים לכם והפעולות שביניהם. במיוחד תרחיבו את ידיעותיכם על פעולת החזקה וחוקיה. בנוסף, תמשיכו לעסוק בתבניות אלגבריות ותלמדו לעבור מתבנית אחת לתבנית תואמת לפי הצורך. בסוף היחידה תכירו את משפט פיתגורס שהוא משפט מקשר בין אלגברה וגיאומטריה. כל המיומנויות שתרכשו בחלק זה של "סיפורי יוסף", ישמשו אתכם לאורך זמן בהמשך מהלך לימודיכם.

אלכס פרידלנדר
ראש פרויקט מתימחשב

9 יחידה 1: עולם המספרים

10 פעילות I: קבוצות סופיות 
ובה יסופר על קבוצות שונות.

18 פעילות II: קבוצות אינסופיות 
ובה ניזכר בקבוצות אינסופיות ידועות.

24 פעילות III: טבעי שלם ורציונלי 
ובה יסופר על "היכן גרים המספרים".

30 פעילות IV: סימון קבוצות על ציר מספרים 
ובה נתאר קבוצות על ציר המספרים.

37 פעילות V: פעולות בקבוצות 
ובה נלמד על איחוד וחיתוך של קבוצות.

47 פעילות VI: צפיפות המספרים הרציונליים 
ובה נראה כי בין כל שני מספרים יש מספר נוסף.

57 פעילות VII: מספרים בשמם העשרוני 
ובה נכיר שברים מחזוריים.

68 פעילות VIII: מעשרוני לפשוט (פעילות נוספת) 
ובה יסופר כיצד עוברים מהצגה עשרונית אינסופית מחזורית, לשבר פשוט.

75 פעילות IX: סגירות של קבוצות (פעילות נוספת) 
ובה יסופר על ועדות הסגירות, מהן ומה תפקידן.

יחידה 2: חזקות 79

פעילות I: חוקי חזקות 80

ובה נכיר את חוקי החזקה כאשר בסיסי החזקות שווים.

פעילות II: עוגות בצורת קובייה 88

ובה נכיר את החוקים לגבי חזקה של מכפלה ומנה בבסיסים שונים.

פעילות III: חזקות עם מעריך שלילי 97

ובה נבין את משמעות המעריך השלילי.

פעילות IV: מספרים גדולים וקטנים 105

ובה נלמד לכתוב מספרים גדולים וקטנים בכתוב חזקות.

פעילות V: חוקי חזקות (פעילות נוספת) 111

ובה ניווכח כי החוקים תקפים גם עבור מעריכים שליליים.

יחידה 3: מיומנויות אלגבריות 115

פעילות I: אל חוק הפילוג - ובחזרה 116

ובה נלמד לפרק סכום לגורמים.

פעילות II: חוק הפילוג המורחב 124

ובה נלמד את חוק הפילוג המורחב ונשתמש בו כדי להפוך מכפלה לסכום.

פעילות III: תחרות פישוטים 134



ובה נתרגל פישוט תבניות בעזרת *Derive*.

פעילות IV: כמה מחוברים יש למכפלה? 141

פעילות מכינה לנוסחאות הכפל המקוצר.

פעילות V: ממכפלה לסכום ובחזרה 146

ובה נלמד לפרק לגורמים תבנית ריבועית (טרינום).

156 פעילות VI: נוסחאות הכפל המקוצר. 

ובה נלמד דרך לקצר במעבר בין תבניות מסוימות לתואמות להן.

165 פעילות VII: הפרש ריבועים 

ובה נעסוק באחת מנוסחאות הכפל המקוצר בעזרת *Derive*.

172 פעילות VIII: תבנית בתוך תבנית (פעילות נוספת) 

ובה נציב תבנית בתוך תבנית ונלמד לזהות תבניות כאלו.

177 פעילות IX: ארבעה עוקבים (פעילות נוספת) 

ובה נראה שימוש לחוק הפילוג המורחב.

183 פעילות X: קסם בריבוע (פעילות נוספת) 

ובה נראה שימוש לנוסחת הכפל המקוצר.

189 פעילות XI: חלונות של ריבועים (פעילות נוספת) 

ובה נראה שימוש לנוסחאות הכפל המקוצר.

192 יחידה 4: משפט פיתגורס

193 פעילות I: על שורש של מספר 

ובה נכיר את המושג שורש ריבועי ונלמד לסמנו.

199 פעילות II: משפט פיתגורס במקרה פרטי 

ובה נפגוש במשפט פיתגורס במשולש ישר זווית ושווה שוקיים.

206 פעילות III: משפט פיתגורס 

ובה נכיר את משפט פיתגורס במקרה הכללי.

ביאור סמלים

פעילות לעבודה עם מחשב.



פעילות מומלצת לעבודה ללא מחשב.



פעילות מתאימה לעבודה עם מחשב או בלעדיו.



דיון וגיבוש של הנושאים המתמטיים בפעילות.



משימות קצרות יחסית, חלקן קשורות לפעילויות הרחבות. המשימות מתאימות לעבודת בית ואין מחייבות שימוש בכלי טכנולוגי.



שאלות ליומן אישי המיועדות לחשיבה מחדש על מה שעשינו (רפלקציה).



שאלה או משימה מרכזית במהלך החומר.



1. עולם המספרים

אבל לא עבר זמן רב,
והם גילו כי המצב,
בלתי אפשרי בהחלט.
אם אין מספרים, אז הכל מתמוטט.

אין כדורגל, ואין קניות בקניון,
ולחייג בטלפון, לא בא בחשבון.
בטלוויזיה אין דרך להחליף תכנית,
ואין מד-מהירות במכונית.

יום אחד לאחר הרבה "קטורים"
של תלמידים רבים מן הכיתה,
החליטו תושבי עולם המספרים
לקיים שביתה.

"נפלא", קראו כל הצעירים,
"לא נצטרך לעשות שיעורים."
כי אם יש שביתה בעולם המספרים,
אז חשבון ואלגברה מיותרים."

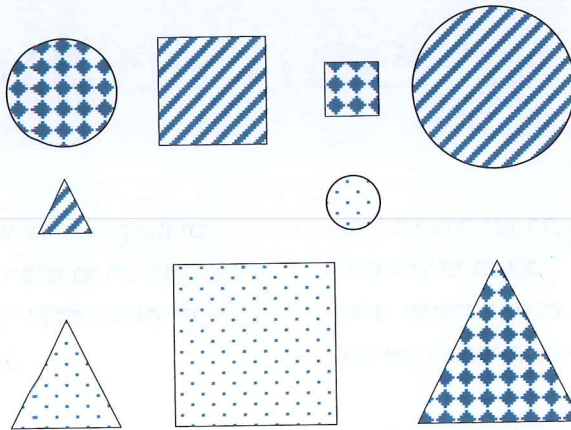
חשבו גם אתם חברים
על תחומים אחרים,
בהם המספרים כלל לא מיותרים
ועליהם לא הייתם מוותרים.



פעילות I: קבוצות סופיות

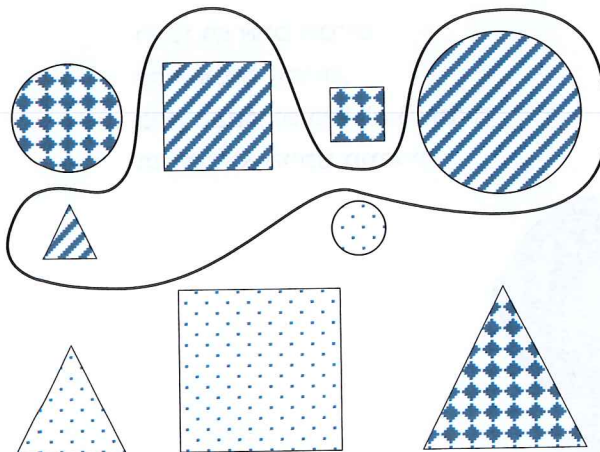
ובה יסופר על קבוצות שונות.

1. בציור שלפניכם תשע צורות.

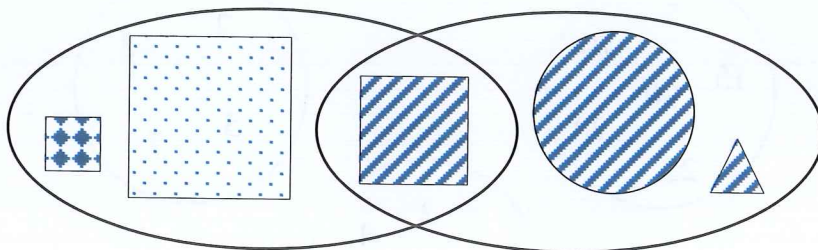


הקיפו צורות לפי תכונה משותפת ותארו כל קבוצה כזאת.

דוגמה: הקטן אל פולח פוקולל.



2. לקבוצת הצורות המקווקות ולקבוצת הריבועים מתרגיל 1 יש איבר אחד משותף – ריבוע מקווקו. ניתן לתאר זאת בעזרת **דיאגרמת וון**, המראה את המצב ההדדי בין קבוצות, באופן הבא:



א. מצאו בין הקבוצות בתרגיל 1 זוג נוסף של קבוצות שמצבן ההדדי מתאים למצב .

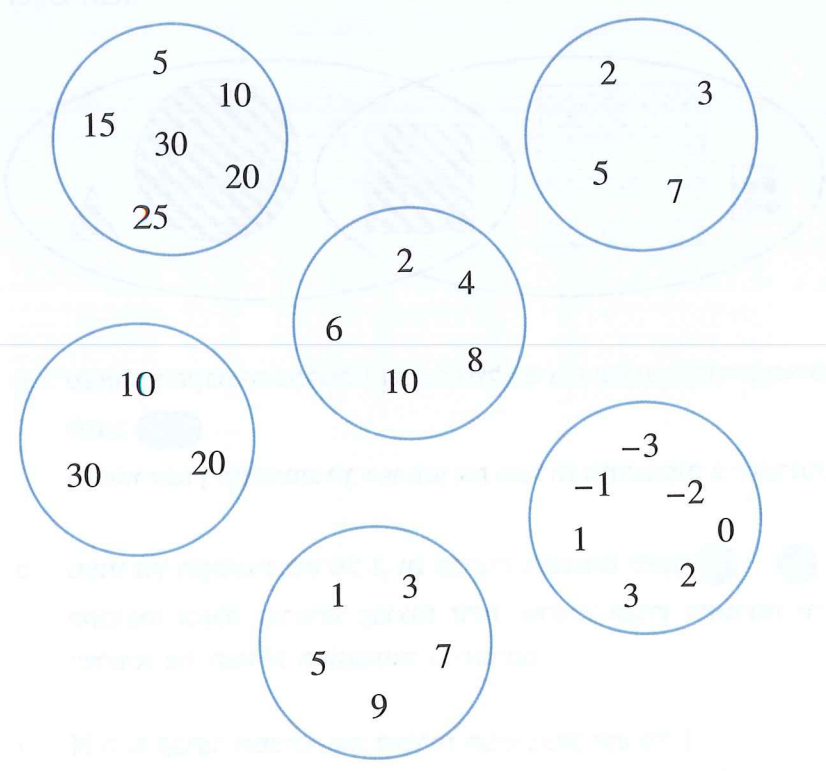
שרטטו עבורן **דיאגרמת וון**, ושרטטו את הצורות המתאימות בדיאגרמה.

ב. מצאו בין הקבוצות בתרגיל 1, זוג קבוצות המתאים למצב . לקבוצות כאלה קוראים קבוצות **זרות**. שרטטו עבורן **דיאגרמת וון**, ושרטטו את הצורות המתאימות בדיאגרמה.

ג. H היא קבוצה המכילה את הצורות המשובצות מתרגיל 1.
G היא קבוצה המכילה את המצולעים המשובצים מתרגיל 1.
שרטטו **דיאגרמת וון** המתאימה לקבוצות H ו-G, ושרטטו בתוכה את הצורות המתאימות.

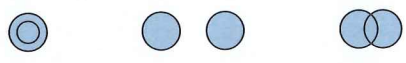


א. הקבוצות שלפניכם מתוארות במילים למטה. רשמו ליד כל קבוצה המוקפת בעיגול את האות המתאימה. השלימו, במקרה הצורך, את תיאור הקבוצה.



- A: {השלמים בין -3.5 ל- 3.5}. D: {האי-זוגיים בין 0 ל- 10}.
- B: {הכפולות של 5 בין 0 ל- 31}. E: {הראשוניים בין 0 ל- 10}.
- C: {הזוגיים בין _____}. F: {הכפולות של _____}.

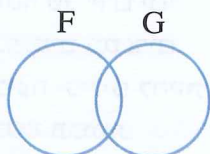
ב. מצאו זוג קבוצות לכל אחד מן המצבים ההדדיים הבאים:



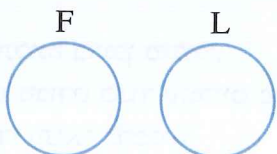
ג. שרטטו את הדיאגרמות מסעיף ב ורשמו בתוכן את המספרים.

4. נתונה הקבוצה $F = \{\text{המספרים האי-זוגיים החד-ספרתיים}\}$

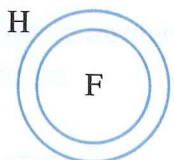
א. פרטו את איברי הקבוצה F .



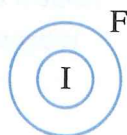
ב. תנו דוגמה לקבוצה G .



ג. תנו דוגמה לקבוצה L .



ד. תנו דוגמה לקבוצה H .



ה. תנו דוגמה לקבוצה I .

5. נתונות התבניות $2n$, $2n - 1$, $5n$.

א. כאשר מציבים בכל תבנית את המספרים 1, 2, 3, 4, 5 מקבלים קבוצות מספרים.

מצאו את שמות הקבוצות המתקבלות מבין הקבוצות בתרגיל 2.

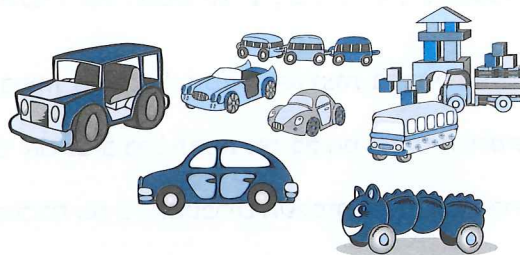
ב. אילו קבוצות יתקבלו אם נציב בכל תבנית את כל המספרים השלמים?

ג. כתבו תבנית שאם נציב בה את כל המספרים השלמים, נקבל את קבוצת הכפולות של 3.

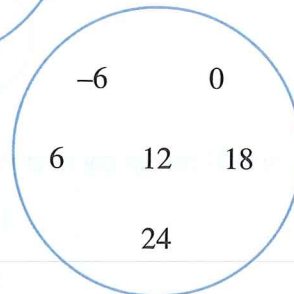
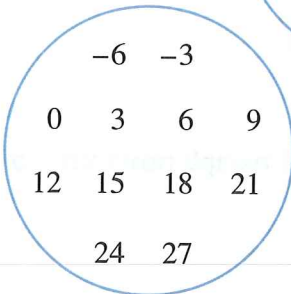
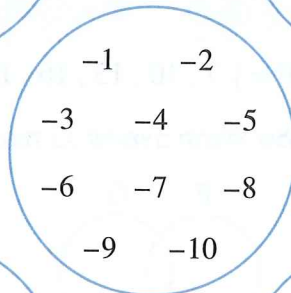
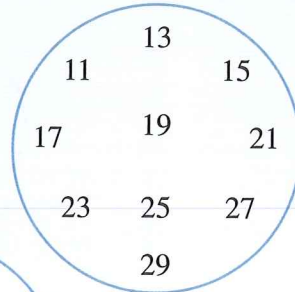
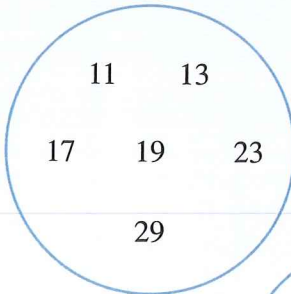
קבוצה היא אוסף של "דברים".
 "דברים" הם לפעמים מספרים.
 המספרים בקבוצה יכולים להיות
 אקראיים או בעלי תכונות.
 הקבוצה ניתנת לתיאור בדרכים שונות.

על-פי התכונה באופן מילולי,
 או באופן מפורט בתוך סוגריים מסולסלים.
 מצב הדדי יתואר להפליא
 בעזרת שרטוט של עיגולים.

לקבוצות בעלות מספרים משותפים
 נשרטט עיגולים נחתכים.
 לקבוצות זרות
 נשרטט עיגולים נפרדים.
 ומהם מצבים הדדיים נוספים?
 אמרו אתם, ותארו בעיגולים.

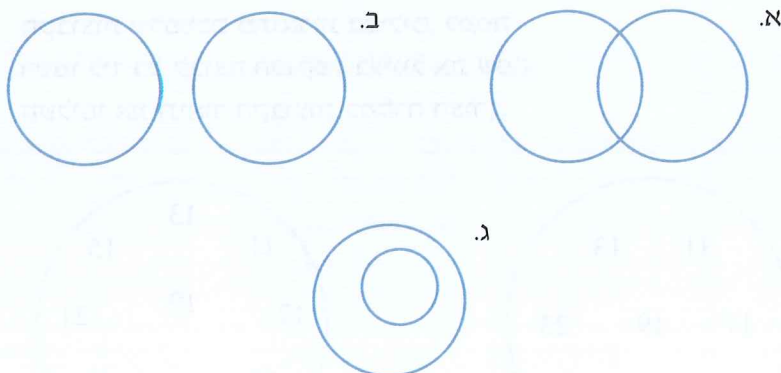


1. הקבוצות שלפניכם מתוארות במילים, למטה.
רשמו ליד כל קבוצה המוקפת בעיגול את שמה.
השלימו את תיאור הקבוצות במקרה הצורך.



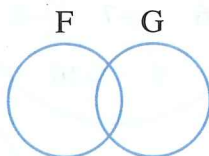
- קבוצה A: {השלמים בין -10.5 ל- -0.5 }.
- קבוצה B: {הכפולות של 3 בין _____}.
- קבוצה C: {הראשוניים בין 10 ל- 30}.
- קבוצה D: {האי-זוגיים בין 10 ל- 30}.
- קבוצה E: {הכפולות של 6 בין _____}.

2. מצאו בין הקבוצות בתרגיל 1, קבוצות שהמצב ההדדי שלהן מוצג בדיאגרמות וון הבאות:

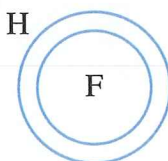


3. נתונה הקבוצה: $F = \{ 7, 10, 13, 16, 19 \}$

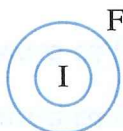
א. תנו דוגמה לקבוצה G , שהמצב ההדדי שלה עם קבוצה F הוא:



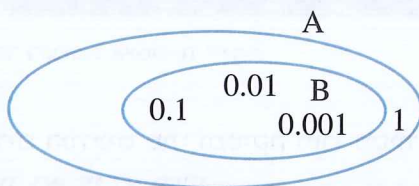
ב. תנו דוגמה לקבוצה H , שהמצב ההדדי שלה עם קבוצה F הוא:



ג. תנו דוגמה לקבוצה I , שהמצב ההדדי שלה עם קבוצה F הוא:



4. שרטטו דיאגרמת וון לכל זוג קבוצות, ורשמו בה את המספרים במקום המתאים.



דוגמה:

$$A = \{0.001, 0.01, 0.1, 1\}$$

$$B = \left\{ \frac{1}{1000}, \frac{1}{100}, \frac{1}{10} \right\}$$

$$B = \{0.2, 0.3, 0.4, 0.5\}$$

$$A = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5} \right\} \quad \text{א.}$$

$$B = \left\{ \frac{2}{8}, \frac{2}{10}, \frac{2}{12}, \frac{2}{14} \right\}$$

$$A = \left\{ \frac{3}{15}, \frac{3}{12}, \frac{3}{18} \right\} \quad \text{ב.}$$

$$B = \left\{ 2\frac{1}{4}, \frac{2}{3}, 3.5 \right\}$$

$$A = \left\{ \frac{10}{4}, \frac{20}{30}, \frac{350}{100} \right\} \quad \text{ג.}$$

$$B = \left\{ \frac{-5}{3}, -\frac{3}{5}, \frac{5}{3} \right\}$$

$$A = \left\{ \frac{-3}{5}, \frac{5}{-3}, \frac{3}{5} \right\} \quad \text{ד.}$$

אתגר

5. רוני טוענת כי אם נציב בתבנית $2n - 1$ את כל המספרים השלמים נקבל את המספרים האי-זוגיים.

דנה טוענת כי אם נציב בתבנית $2n + 1$ את כל המספרים השלמים נקבל את המספרים האי-זוגיים.

מה דעתכם?

פעילות II: קבוצות אינסופיות



ובה ניזכר בקבוצות אינסופיות ידועות.

החוקרים הנודעים מתי ומטיקה חזרו מסיור בכוכב גלאי - כוכב מופלא הצמוד לכוכבנו, ואנחנו לא ידענו...

מתי ומטיקה התחילו את ביקורם בעיר **טבע**, בתחומה של ארץ **שלם**, הנמצאת ביבשת **רציו**. הם התארחו אצל ראש עיריית **טבע** מר 1.

מר 1 סיפר לחוקרנו כי בעיר **טבע** גרים המספרים השלמים החיוביים.

המספרים השלמים החיוביים נקראים **מספרים טבעיים**.

נוהגים לסמן את קבוצת המספרים הטבעיים באות N .

$$N = \{1, 2, 3, \dots\}$$

(שלוש הנקודות בתוך הסוגריים מחליפות את המילים "וכן הלאה").

העיר **טבע** נמצאת בתחומה של ארץ **שלם**. בארץ **שלם** גרים כל המספרים השלמים. ראש ממשלת **שלם**, הציג בפני האורחים את אזרחי מדינתו כך:

את אזרחי מדינתו, קבוצת **המספרים השלמים**, נוהגים לסמן באות Z .

$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

ארץ **שלם** נמצאת ביבשת **רציו** הגדולה! ביבשת **רציו** גרים כל המספרים הרציונליים. השרה לענייני חוץ של היבשת קיבלה את החוקרים הנכבדים בכבודה ובעצמה, היא הגדירה את תושבי היבשת כך:

מספר רציונלי - הוא מספר שאפשר לרשום אותו כמנה $\left(\frac{a}{b}\right)$ של שני

מספרים שלמים, שבה המכנה שונה מאפס $b \neq 0$.

$$\text{למשל: } \frac{3}{5}, \frac{-5}{2}, \frac{0}{1}, \frac{-4}{1}, \frac{30}{-40}, \dots$$

נוהגים לסמן את קבוצת **המספרים הרציונליים** באות Q .

$$Q = \{\text{המספרים שאפשר לרשום אותם כמנה של שני מספרים שלמים}\}$$

1. התאימו לכל אחת מקבוצות המספרים מימין, תיאור מילולי מתוך הרשימה משמאל.

- $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$ • {המספרים הטבעיים}
- $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$ • {המספרים השלמים}
- $C = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ • {המספרים השלמים השליליים}
- $D = \{\dots, -4, -3, -2, -1\}$ • {המספרים השלמים החיוביים ו-0}

2. שרטטו דיאגרמת וון לכל זוג קבוצות.

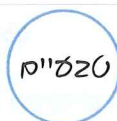
א. $N = \{\text{המספרים הטבעיים}\}$ $Z = \{\text{המספרים השלמים}\}$

ב. $N = \{\text{המספרים הטבעיים}\}$ $Q = \{\text{המספרים הרציונליים}\}$

ג. $Z = \{\text{המספרים השלמים}\}$ $Q = \{\text{המספרים הרציונליים}\}$

3. תארו בעזרת דיאגרמת וון את המצב ההדדי בין שלוש הקבוצות Z , N ו- Q .

4. תארו בדיאגרמות מתאימות את היחסים בין כל זוג קבוצות.



דאגמה:

{המספרים הטבעיים}

{המספרים השלמים}

א. {המספרים הטבעיים} , {המספרים השלמים החיוביים}

ב. {המספרים השלמים} , {המספרים השלמים השליליים}

ג. {המספרים הרציונליים החיוביים} , {המספרים השלמים}

5. מתי ומטיקה שואלים האם... האם... (הסבירו את תשובתכם).

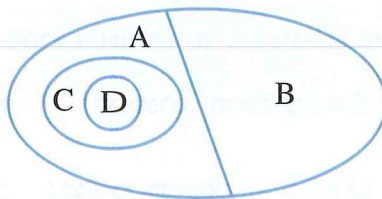
א. האם כל תושב העיר **טבע** הוא בהכרח תושב ארץ **שלם**?

ב. האם כל תושב ארץ **שלם** הוא בהכרח תושב העיר **טבע**?

ג. האם כל תושב ארץ **שלם** הוא בהכרח תושב יבשת **רציו**?

ד. האם כל תושב יבשת **רציו** הוא בהכרח תושב ארץ **שלם**?

6. התאימו אות לכל אחת מן הקבוצות שמימין לפי היחסים המתוארים בדיאגרמה.



{המספרים החיוביים}

{המספרים הטבעיים}

{המספרים הראשוניים}

{המספרים השליליים}

7. מתי ומטיקה שואלים:

מיהו התושב הגדול ביותר, ומיהו התושב הקטן ביותר?

אם הוא קיים - רשמו אותו.

אם אינו קיים, סמנו X.

א. בעיר **טבע**: קטן _____, גדול _____.

ב. בארץ **שלם**: קטן _____, גדול _____.

ג. בקבוצת השלמים החיוביים: קטן _____, גדול _____.

ד. בקבוצת השלמים השליליים: קטן _____, גדול _____.

ה. ביבשת **רציו**: קטן _____, גדול _____.

ו. בקבוצת הרציונלים החיוביים: קטן _____, גדול _____.

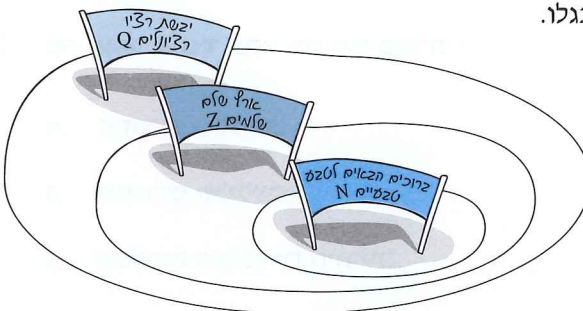
אנחנו שלוש קבוצות עיקריות,
כולנו קבוצות אינסופיות,
אנחנו מזמן מוכרות,
ואחת בתוך השנייה מוכלות.

הקבוצה הוותיקה היא קבוצת מספרים
אשר בעזרתם סופרים.
זוהי קבוצת המספרים הטבעיים,
וכמה שנספור הם אינם נגמרים.

המספרים הטבעיים אינם יכולים
לתאר תופעות המתוארות עם שליליים.
לכן הרחבנו את קבוצת הטבעיים,
והגענו לקבוצת המספרים השלמים.

האם המספרים השלמים
את כל התופעות מדגימים?
לא! לכן הוספנו את כל השברים.
וקיבלנו קבוצה חדשה של מספרים.

קבוצת הרציונליים זה שמה.
האם בכך המלאכה הושלמה?
נאמר לכם בסוד, ואל תגלו,
כי קבוצות נוספות עוד יתגלו.



1. רשמו את איברי הקבוצות הבאות:
- דוגמה: $\{3, 6, 9, 12, \dots\} \leftarrow \{3 \text{ חלקי}\}$
- א. $\{4 \text{ הכפולות של}\}$
- ב. $\{60 \text{ הגורמים של}\}$
- ג. $\{1 \text{ שברי היחידה (השברים שהמונה שלהם)}\}$
- ד. $\{10 \text{ נותנים שארית ב-}\}$

2. בכל אחד מהסעיפים הבאים רשומות שתי קבוצות, A ו-B. רשמו לפחות שישה מספרים בכל קבוצה, ושרטטו דיאגרמה לזוג הקבוצות.

- א. $A = \{2 \text{ הכפולות של}\}$ $A = \{\text{הטבעיים}\}$
 ב. $B = \{3 \text{ הכפולות של}\}$ $B = \{\text{הזוגיים החיוביים}\}$
- ג. $A = \{6 \text{ הכפולות של}\}$ $A = \{10 \text{ הכפולות של}\}$
 ד. $B = \{0 \text{ הרציונליים בין } 0 \text{ ל-} 1\}$ $B = \{0 \text{ המספרים המסתיימים ב-}\}$
- ה. $A = \{3 \text{ הכפולות של}\}$ $A = \{6 \text{ הכפולות של}\}$
 ו. $B = \{3 \text{ הכפולות של}\}$

3. מה אפשר לתאר בחיי יום ביומם בעזרת:

- א. מספרים טבעיים,
- ב. מספרים שליליים,
- ג. מספרים רציונליים חיוביים.

אתגר

4. בכל אחד מהסעיפים הבאים רשום זוג קבוצות, A ו-B. שרטטו דיאגרמה לכל זוג קבוצות.

א. $A = \{\text{המשולשים}\}$ $A = \{\text{המשולשים}\}$
 $B = \{\text{המרבועים}\}$ $B = \{\text{המשולשים שווי הצלעות}\}$

ב. $A = \{\text{הריבועים}\}$ $A = \{\text{הריבועים}\}$
 $B = \{\text{המלבנים שכל צלעותיהם שוות}\}$ $B = \{\text{המלבנים שכל צלעותיהם שוות}\}$

ה. $A = \{\text{המעוינים}\}$
 $B = \{\text{המלבנים}\}$

5. הציבו בכל משוואה את המספרים מן הקבוצה הרשומה לידה. סמנו בכל פעם את המספרים שהם פתרונות של המשוואה.

המשוואה	הקבוצה
א. $x + 6 = 0$	$\{6, -6\}$
ב. $x(x - 4) = 0$	$\{4, 0, -4\}$
ג. $(x - 5)(x + 2) = 0$	$\{-5, -2, 0, 2, 5\}$
ד. $x(x^2 - 9) = 0$	$\{-9, -3, 0, 3, 9\}$

6. בתבניות שמימין מציבים את כל הטבעיים. התאימו לכל תבנית את הקבוצה המתקבלת כתוצאה ההצבה.

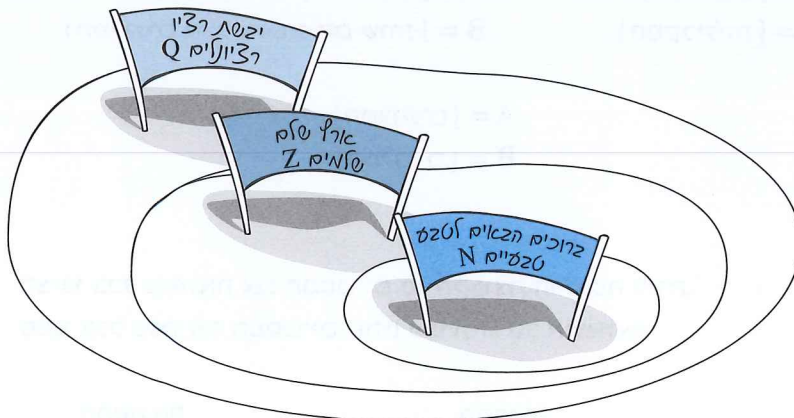
- $3n$ • $\{\text{המספרים הטבעיים הגדולים מ-3}\}$
- $3 + n$ • $\{\text{המספרים החיוביים המסתיימים ב-3 פרט ל-3}\}$
- $10n + 3$ • $\{\text{הכפולות החיוביות של 3}\}$

פעילות III: טבעי שלם ורציונלי



ובה יסופר על "היכן גרים המספרים".

מר 11 משמש מזה שנים רבות כאיש הדואר (דורך) של עולם המספרים. מתי ומטיקה הצטרפו אליו לחלוקת המכתבים. מר 11 נתן להם מפה של אזור החלוקה:



א. סמנו במפה היכן יימצאו בתיהם של המספרים הבאים:

$1, 0, -7, 2\frac{3}{4}, -\frac{1}{7}, \frac{4}{2}, -\frac{1}{5}, \frac{10}{4}, \frac{10}{2}, 0.5, 0.72, \frac{2}{6}, \frac{6}{2},$
 $\frac{100}{25}, -\frac{100}{25}$

ב. סמנו במקום מתאים במפה את תוצאות התרגילים הבאים:

$-\frac{9}{10} + \frac{1}{10}$	$6\frac{1}{4} + 1\frac{1}{4}$	$6 + 1\frac{1}{2}$
$-\frac{9}{10} - \frac{1}{10}$	$6\frac{1}{4} - 1\frac{1}{4}$	$6 - 1\frac{1}{2}$
$-\frac{9}{10} \cdot \frac{1}{10}$	$6\frac{1}{4} \cdot 1\frac{1}{4}$	$6 \cdot 1\frac{1}{2}$
$-\frac{9}{10} : \frac{1}{10}$	$6\frac{1}{4} : 1\frac{1}{4}$	$6 : 1\frac{1}{2}$

2. נתונה התבנית $\frac{300}{a}$.

השתמשו במחשבון ומצאו שלושה מספרים בכל סעיף.

- א. מצאו מספרים גדולים מ-10 שהצבתם בתבנית תיתן מספר טבעי.
- ב. מצאו מספרים שהצבתם בתבנית תיתן מספר טבעי קטן מ-10.
- ג. מצאו מספרים קטנים מ-10 שהצבתם בתבנית תיתן מספר לא שלם.
- ד. מצאו מספרים שהצבתם בתבנית תיתן מספר לא שלם בין 10 ל-20.
- ה. מצאו מספרים שהצבתם בתבנית תיתן מספר שלם שלילי.
- ו. מצאו מספרים שהצבתם בתבנית תיתן מספר טבעי גדול מ-300.

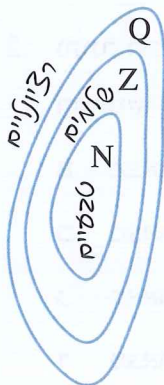
אתגר

- ז. מצאו מספרים שהצבתם בתבנית תיתן מספר לא שלם גדול מ-300.

3. נתונים המספרים: 6, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, 2.

השתמשו בכל המספרים, בפעולות חשבון ובסוגריים, לפי הצורך, כדי לקבל:

- א. מספר רציונלי חיובי,
- ב. מספר רציונלי שלילי,
- ג. מספר טבעי,
- ד. מספר שלם שאינו טבעי.



4. שערו את מקום התוצאה של כל תרגיל בדיאגרמה.
בדקו השערותיכם במחשבון.

א. $\left(2 - \frac{1}{3}\right) \cdot 12 =$ ג. $\frac{5}{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}} =$

ב. $\left(\frac{1}{3} - 2\right) \cdot 12 =$ ד. $\frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}}{5} =$

5. בכל אחד מן המקרים הבאים, מנו, אם אפשר, שלושה תושבים המקיימים את התנאים הבאים:

דאגה:

גאומטרי: $199 \leq \text{גובה} < 203$ קמ': 202, 201, 200.

א. תושבי ארץ שלם בין 2- ל- 2.

ב. תושבי העיר טבע בין 2- ל- 2.

ג. תושבי העיר טבע בין $1\frac{1}{2}$ ל- $2\frac{1}{2}$.

ד. תושבי יבשת רציו בין $1\frac{1}{2}$ ל- $2\frac{1}{2}$.

ה. תושבי יבשת רציו בין $\frac{1}{4}$ ל- $\frac{1}{5}$.

ו. תושבי יבשת רציו בין 4.5 ל- 4.6.

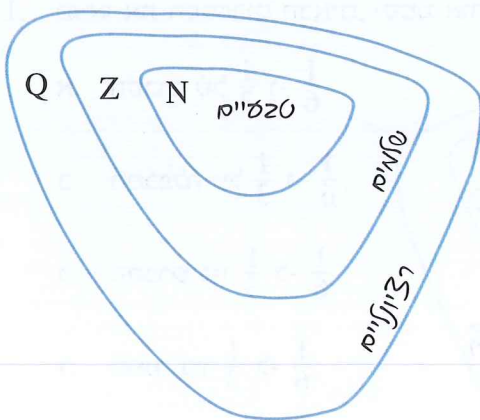
ז. תושבי יבשת רציו בין 3 ל- 3.1.

ח. תושבי יבשת רציו שההופכי שלהם גדול מ- 2.

ט. תושבי ארץ שלם שההופכי שלהם גדול מ- 2.

י. תושבי ארץ שלם שההופכי שלהם קטן מ- 0.1.

6. השלימו בכל אחד מן המקרים הבאים את המספר החסר, ורשמו אותו במקום מתאים בדיאגרמה.



א. $2 \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 1$

ב. $\frac{1}{3} \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 2$

ג. $-\frac{1}{3} \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 2$

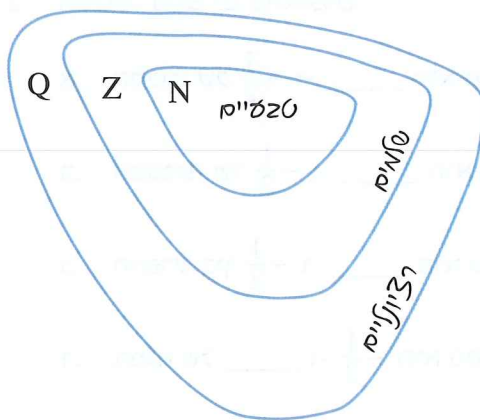
ד. $2 \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 64$

ה. $\frac{1}{7} \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 0$

ו. $\frac{1}{2} \cdot \underline{\hspace{2cm}} = -5\frac{1}{4}$

אתגר

7. מציבים את כל המספרים השלמים בתבניות הבאות, במקום a. אם כל תוצאות ההצבה נמצאות באיזור אחד בדיאגרמה, רשמו את התבנית באותו איזור.



א. $a - 5$

ב. a^2

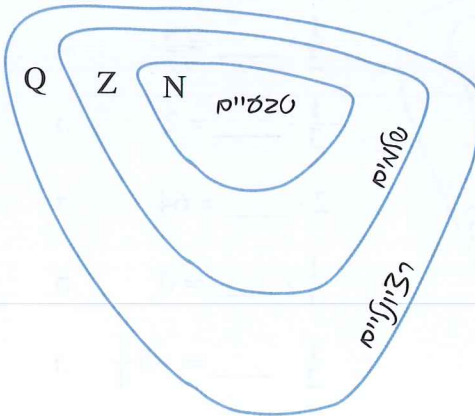
ג. $-a^2$

ד. $\frac{6a+1}{3}$

ה. $a + 100$

ו. $\frac{10a}{-2}$

1. מצאו את המספרים הבאים, וסמנו אותם בדיאגרמה.



א. הסכום של $\frac{1}{3}$ ו- $\frac{1}{6}$.

ב. המכפלה של $\frac{1}{3}$ ו- $\frac{1}{6}$.

ג. ההפרש בין $\frac{1}{3}$ ל- $\frac{1}{6}$.

ד. המנה בין $\frac{1}{3}$ ל- $\frac{1}{6}$.

ה. המכפלה של $1\frac{1}{2}$ ו- $\frac{2}{3}$.

- איזה איזור בדיאגרמה נשאר ריק?

- אילו מספרים נמצאים באיזור זה?

2. השלימו מספרים מתאימים.

א. הסכום של $\frac{1}{2}$ - ו- _____ הוא מספר שלם לא טבעי.

ב. המכפלה של $\frac{1}{2}$ - ו- _____ הוא מספר שלם לא טבעי.

ג. ההפרש בין $\frac{1}{2}$ - ו- _____ הוא מספר שלם לא טבעי.

ד. המנה של _____ ו- $\frac{1}{2}$ - היא מספר שלם לא טבעי.

3. נתונה התבנית $\frac{a-10}{3}$.

- א. הציבו בתבנית שלושה מספרים, כך שהתוצאה תהיה מספר טבעי.
 ב. הציבו בתבנית שלושה מספרים, כך שהתוצאה תהיה מספר שלם לא טבעי.
 ג. הציבו בתבנית שלושה מספרים, כך שהתוצאה תהיה מספר רציונלי לא שלם.

4. רשמו נימוק, דוגמה או דוגמה נגדית לכל סעיף, וסמנו את האות המופיעה מתחת ל"נכון" או "לא נכון".

נכון לא נכון

- | | | | | |
|-----|--------------|---|---|---|
| א. | 0.1, 3.5, -2 | הם שלוש מספרים רציונליים. | מ | ק |
| ב. | | ההופכי של מספר טבעי הוא תמיד מספר רציונלי. | י | ש |
| ג. | | קיים מספר טבעי שההופכי שלו גם הוא מספר טבעי. | ר | ת |
| ד. | | קיים מספר טבעי שהנגדי שלו גם הוא מספר טבעי. | א | פ |
| ה. | | הנגדי של מספר שלם הוא תמיד מספר שלם. | ס | ב |
| ו. | | קיים מספר שלם שאינו רציונלי. | ג | מ |
| ז. | | כל מספר טבעי חייב להיות גם מספר שלם. | ה | ד |
| ח. | | כל מספר שלם חייב להיות גם מספר טבעי. | ז | מ |
| ט. | | הסכום של שני מספרים טבעיים הוא תמיד מספר טבעי. | ל | ק |
| י. | | ההפרש של שני מספרים טבעיים הוא תמיד מספר טבעי. | ש | ו |
| יא. | | המכפלה של שני מספרים טבעיים היא תמיד מספר טבעי. | ע | כ |
| יב. | | המנה של שני מספרים טבעיים היא תמיד מספר טבעי. | פ | ב |

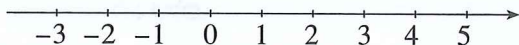
מה קיבלתם? מסובך? קראו מהסוף להתחלה.

פעילות IV: סימון קבוצות על ציר מספרים

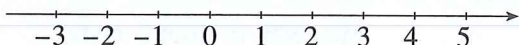


ובה נתאר קבוצות על ציר המספרים.

1. סמנו על כל אחד מציירי המספרים, את הנקודות המתאימות לאברי הקבוצה הרשומה מימין.



א. $\{1, 2, 3\}$



ב. $\{1, 2, 3, \dots\}$

כמה מספרים בכל קבוצה? הסבירו!

2. א. סמנו על ציר מספרים את קבוצת המספרים השלמים בין -1 ל- 2 .



ב. סמנו על ציר מספרים את קבוצת המספרים בין -1 ל- 2 .

כמה מספרים בכל קבוצה? הסבירו!

3. התוכלו לסמן על ציר מספרים את קבוצת המספרים השלמים בין 1 ל- 2 ? הסבירו.



קבוצה בה אין איברים נקראת **הקבוצה הריקה**.
מסמנים אותה כך: $\{\}$ או כך: ϕ .

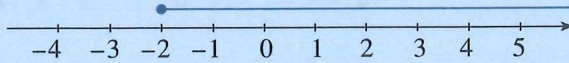
יש מספר דרכים לתאר קבוצה.

דוגמה:

במילים: {המספרים הגדולים או שווים ל-2}

בכתיב קבוצתי: $\{x | x \geq -2\}$. קראים: x כך ש- x גדול או שווה ל-2.

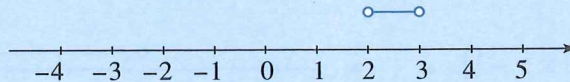
כאומר: כל המספרים x המקיימים את התנאי הנ"ל.
 בעזרת:



העילוי המלא מעל הנקודה -2, מראה כי הנקודה -2 שייכת לקבוצה.

דוגמה נוספת:

{המספרים בין 2 ל-3} $\{x | 2 < x < 3\}$



העילויים הפתוחים מראים כי המספרים 2 ו-3 אינם שייכים לקבוצה.

הערה: בספר זה נקצר לפעמים בכתיב קבוצות, ונרשום רק את התנאי הרשום אחרי הקו.

4. כמה איברים בכל אחת מהקבוצות הבאות?

א. {המספרים הראשוניים בין 32 ל-36}.

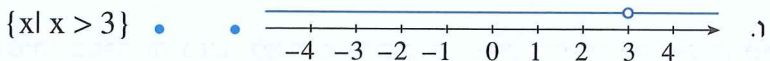
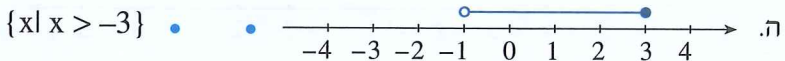
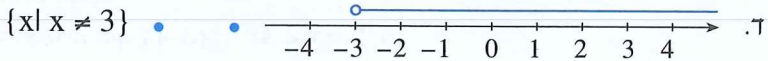
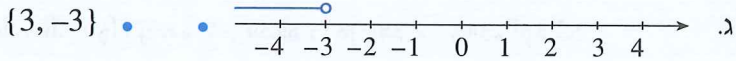
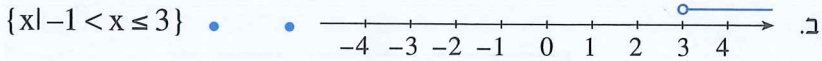
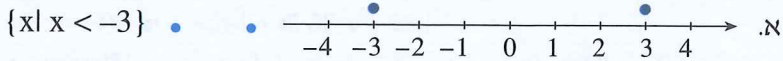
ב. {המספרים הגדולים מ-1 וגם קטנים מ-0}.

ג. {המספרים השלמים בין 1 ל-2}.

ד. {המספרים בין 1 ל-2}.

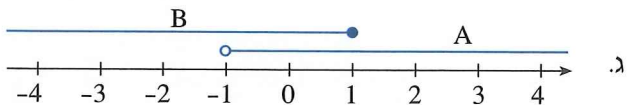
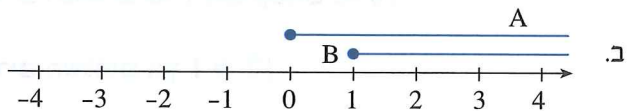
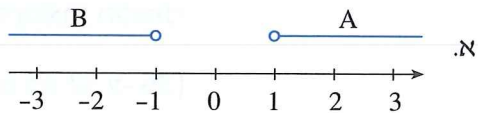
התאימו לכל שרטוט קבוצה מתאימה:

5.



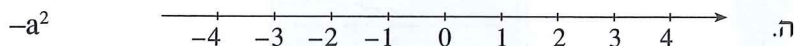
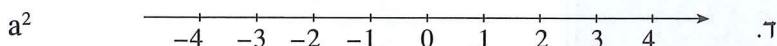
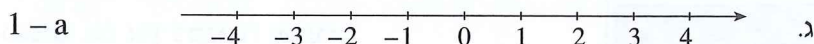
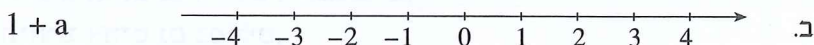
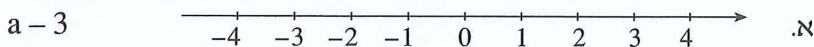
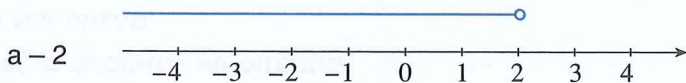
שרטטו דיאגרמות וון לכל זוג קבוצות.

6.

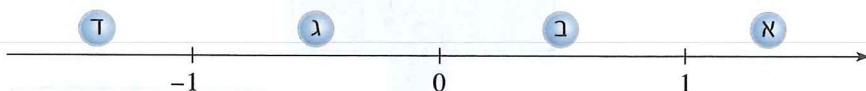


7. סמנו על הציר, אם אפשר, את המספרים עבורם מקבלות התבניות ערכים שליליים.

דוגמה:



8. הציר שלפניכם מחולק לארבעה איזורים.



באיזה איזור נמצאות תוצאות ההצבה בכל סעיף?

א. הצבת מספרים מאיזור א בתבנית $\frac{1}{x}$?

ב. הצבת מספרים מאיזור ב בתבנית $-x$?

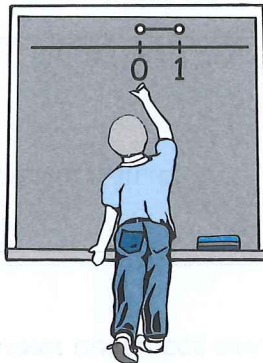
ג. הצבת מספרים מאיזור ב בתבנית $\frac{1}{x}$?

ד. הצבת מספרים מאיזור ד בתבנית $-\frac{1}{x}$?

מזה עידן ועידנים
ב"יצורים מתמטיים" אנו מתבוננים,
מתארים אותם במספר אופנים,
וכך אותם יותר מבינים.

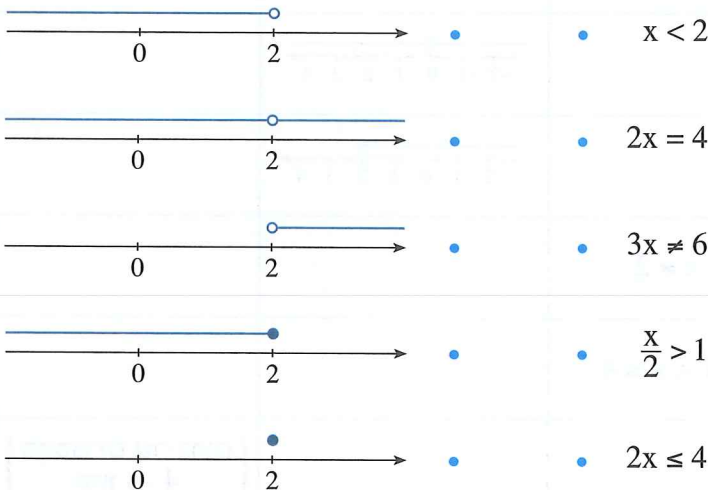
עתה, לגבי קבוצות של מספרים
תיארו אותם בגרף על ציר המספרים,
תיארו אותם גם במילים,
וגם בעזרת סוגריים מסולסלים.

ואפילו אם אין בקבוצה מספרים,
אפשר לתת לה מספר תיאורים.

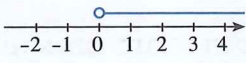
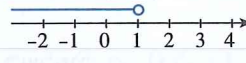
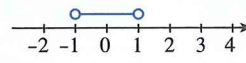
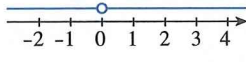
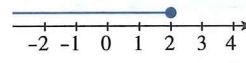


1. קבעו אילו מהקבוצות הבאות הן קבוצות ריקות.
 - א. {המספרים הגדולים מ-5 וגם קטנים מ-5}
 - ב. {המספרים שהצבתם בתבנית הפסוק $x^2 < 0$ נותנת פסוק אמת}
 - ג. {המספרים בין 2 ל-3}
 - ד. {המספרים השונים מ-0}
 - ה. {המספרים השלמים בין 0 ל-1}

2. התאימו לכל משוואה או אי-שוויון את גרף הפתרונות.



3. השלימו את הטבלה הבאה:

תיאור במילים	תיאור על ציר המספרים	תיאור בעזרת תבניות
א. $\left\{ \begin{array}{l} \text{המספרים} \\ \text{הגדולים מ-1} \end{array} \right\}$		$x > 1$
ב.		
ג. $\left\{ \begin{array}{l} \text{המספרים} \\ \text{השלילים} \end{array} \right\}$		
ד.		
ה.		
ו. $\left\{ \begin{array}{l} \text{המספרים} \\ \text{האי-שליליים} \end{array} \right\}$		$x \geq 0$
ז.		
ח.		
ט.		$x \neq 2$
י.		$-1 < x \leq 4$
אתגרים:		
יא. $\left\{ \begin{array}{l} \text{המספרים שריבועם} \\ \text{קטן מ-4} \end{array} \right\}$		
יב. $\left\{ \begin{array}{l} \text{המספרים שריבועם} \\ \text{גדול מ-9} \end{array} \right\}$		
יג. $\left\{ \begin{array}{l} \text{הפתרונות של} \\ \text{המשוואה } x^2 = 1 \end{array} \right\}$		

פעילות V: פעולות בקבוצות

ובה נלמד על איחוד וחיתוך של קבוצות.



בשתי כיתות ח 60 תלמידים.

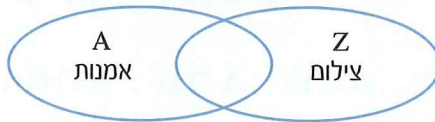
כל תלמיד משתי הכיתות משתתף לפחות באחד מן החוגים אמנות וצילום.

בחוג לאמנות משתתפים 50% מהתלמידים.

בחוג לצילום משתתפים 60% מהתלמידים.

א. האם ייתכן כי בשני החוגים משתתפים יותר מ- 100% מהתלמידים?
הסבירו.

ב. נתאר את קבוצות התלמידים המשתתפים בחוגים בעזרת דיאגרמת וון:



כמה תלמידים משתתפים בשני החוגים?

כמה תלמידים משתתפים בחוג צילום בלבד?

כמה תלמידים משתתפים בחוג אמנות בלבד?

קבוצת כל התלמידים המשתתפים בחוג לאמנות ו/או בחוג לצילום,

היא האיחוד של שתי הקבוצות A ו-Z. מסמנים $A \cup Z$.

בקבוצה $A \cup Z$ יש 60 תלמידים.

קבוצת התלמידים המשתתפים בחוג לאמנות וגם בחוג לצילום,

היא קבוצת החיתוך של A ו-Z. מסמנים $A \cap Z$.

בקבוצה $A \cap Z$ יש 6 תלמידים.

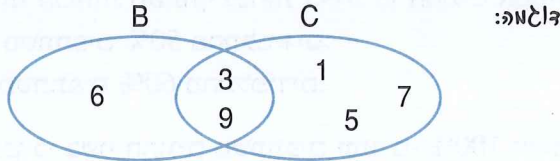


2. א. לפניכם ארבע קבוצות מספרים.

$$A = \{ \text{הזוגיים בין 0 ל-10} \} \quad C = \{ \text{האי-זוגיים בין 0 ל-10} \}$$

$$B = \{ \text{הכפולות של 3 בין 0 ל-10} \} \quad D = \{ \text{הכפולות של 4 בין 0 ל-10} \}$$

שרטטו דיאגרמת וון לכל זוג קבוצות, ופרטו בה את האיברים.



ב. רשמו את מספר האיברים בכל אחת מן הקבוצות הבאות.

דוגמה: א- $B \cap C$ יש 2 איברים.

ב- $B \cup C$ יש 6 איברים.

$B \cup D$, $A \cup B$, $A \cap D$, $A \cap C$, $A \cap B$

ג. באילו זוגות הקבוצות הן זרות?

מה משמעות הדבר לגבי מספר האיברים בקבוצות החיתוך שלהן?
מה משמעות הדבר לגבי מספר האיברים בקבוצות האיחוד שלהן?

אתגר

ד. כל אחת מהקבוצות A, B, C ו-D מכילה מספרים בין 0 ל-10.

נרחיב כל קבוצה למספרים בין 0 ל-100.

אילו מהדיאגרמות ששרטטתם בסעיף א' ישתנו שינוי מהותי?

ליוג קבוצות שאין להן איברים משותפים קוראים **קבוצות זרות**.

החיתוך של קבוצות זרות הוא קבוצה ריקה.

קבוצה ריקה מסמנים $\{ \}$ או ϕ .

3.

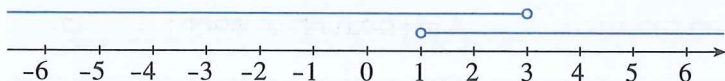
בכל סעיף משורטטות שתי קבוצות.

- תארו כל קבוצה.

- תארו את קבוצת החיתוך.

- תארו את קבוצת האיחוד.

דוגמה:

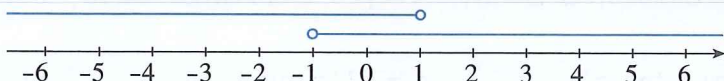


קבוצה א: {מספרים פקטניים מ-3} $\{x | x > 1\}$

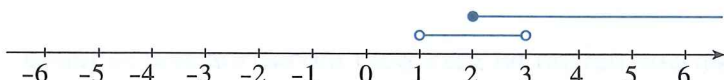
קבוצה ב: {מספרים פקטניים מ-3} $\{x | 1 < x < 3\}$

קבוצה ג: {מספרים פקטניים מ-3} $\{x | x < 3\}$

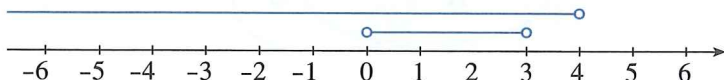
א.



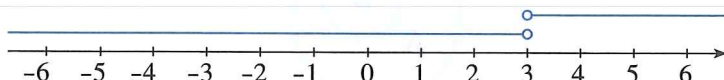
ב.



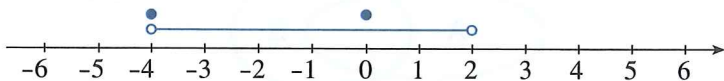
ג.



ד.



ה.



4. אילו מזוגות הקבוצות הבאות הן קבוצות זרות?
 רשמו את קבוצת החיתוך בכל סעיף.

א. $A = \{\text{המספרים הטבעיים}\}$ $B = \{\text{המספרים השליליים}\}$

ב. $A = \{\text{המספרים החיוביים}\}$ $B = \{\text{המספרים הטבעיים}\}$

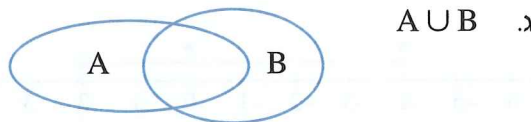
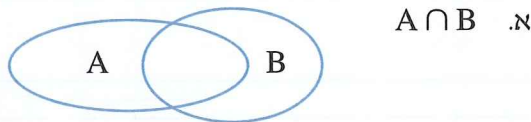
ג. $A = \{\text{המספרים החיוביים}\}$ $B = \{\text{המספרים השליליים}\}$

ד. $A = \{\text{המספרים הקטנים מ-1}\}$ $B = \{\text{המספרים הגדולים מ-3}\}$

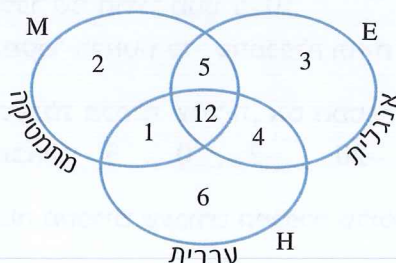
ה. $A = \{\text{המספרים הגדולים מ-1}\}$ $B = \{\text{המספרים הקטנים מ-3}\}$

ו. $A = \{\text{הכפולות של 2}\}$ $B = \{\text{הכפולות של 5}\}$

5. שרטטו כל אחת מהדיאגרמות וצבעו בצבע את הקבוצה המבוקשת.



6. תלמידי כיתה ז' ענו לשאלה: "אילו מן המקצועות עברית, מתמטיקה ואנגלית אתם אוהבים ללמוד? עליכם לסמן לפחות מקצוע אחד".
 התוצאות מתוארות בדיאגרמה הבאה.
 המספרים מתארים את מספר התלמידים מכיתה ז' האוהבים ללמוד את המקצועות עברית (H), מתמטיקה (M), ואנגלית (E).



א. כמה תלמידים ענו לשאלה?

ב. מלאו את הטבלה הבאה:

מספר התלמידים בקבוצה	סימון	תיאור מילולי של הקבוצה	
16	$E \cap H$	אופפים גם עברית וגם אנגלית	דלמה:
		אוהבים גם עברית וגם מתמטיקה	
		אוהבים עברית	
	M		אתגר
17			
	$H \cup M$		
		אוהבים אנגלית ו/או מתמטיקה	
		אוהבים את כל מקצועות	

שני הקריאה

תורת הקבוצות היא ענף בסיסי מאוד במתמטיקה, ואנו נותנים רק הצצה קלה לתורה זו.
נביא דוגמה המראה את הצורך שלנו בעיסוק בקבוצות ובפעולות ביניהן.

כופלים מספר במספר שני הגדול ממנו ב-10.
מה צריך להיות המספר הראשון כדי שהמכפלה תהיה שלילית?

א. בדקו אם מתקבלת מכפלה שלילית, אם המספר הראשון הוא אחד מהמספרים הבאים: 3, 0, -2, -20.

ב. הוסיפו לרשימה מספרים שעבורם המכפלה שלילית.

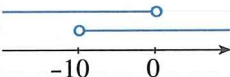
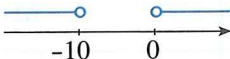
ג. הוסיפו לרשימה מספרים שעבורם התוצאה חיובית.

כדי לפתור את השאלה באופן כללי נרשום תבניות.

המספר הראשון - x המספר השני - $x + 10$

וצריך להתקיים: $x(x + 10) < 0$

כדי שהמכפלה של שני מספרים תהיה שלילית צריך להתקיים:

המספר הראשון חיובי והמספר השני שלילי, כלומר:	או	המספר הראשון שלילי, והמספר השני חיובי, כלומר:
$(x < 0 \text{ וגם } x + 10 > 0)$	או	$(x > 0 \text{ וגם } x + 10 < 0)$
$(x < 0 \text{ וגם } x > -10)$	או	$(x > 0 \text{ וגם } x < -10)$
	או	
המספרים בין -10 ל-0 מקיימים את שני התנאים, לכן קבוצת החיתוך היא: $-10 < x < 0$	או	אין מספר המקיים את שני התנאים, לכן קבוצת החיתוך היא: הקבוצה הריקה $\emptyset$.

המספר הראשון יכול להיות כל מספר בין -10 ל-0.
זוהי קבוצת האיחוד בין שתי הקבוצות.

אנו מכירים פעולות במספרים: תוצאת החיתוך היא קבוצה
 כמו כפל וחיסור, שבה נמצא
 חילוק וחיסור, את האיברים המשותפים,
 ואפילו חזקה היא פעולה ותיקה. אלה שבשתי הקבוצות משתתפים.

עתה הכרנו בפעילות הזאת פעולת האיחוד נותנת תוצאה.
 שתי פעולות בין קבוצות, תוצאה זו היא קבוצה,
 כל אחת לחוד: שאיבריה שייכים לפחות
 החיתוך והאיחוד. לאחת משתי הקבוצות.

עתה כאשר הכל מוכר,
 תקבלו אתגר!
 שרטטו בדיאגרמת וון,
 את המצב ההדדי המתהווה
 בין שתי הקבוצות הנידונות:
 החיתוך והאיחוד של קבוצות נתונות.

1. רשמו את המספרים הנמצאים בקבוצת החיתוך בכל אחד מהסעיפים הבאים:

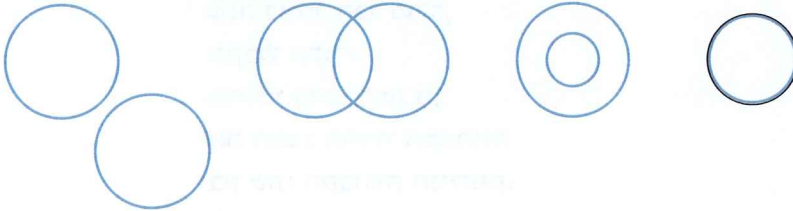
א. $\{1, 2, 3, 4, 5\} \cap \{4, 5, 6, 7\} = \{ \quad \}$

ב. $\{0, 2, 4, 6, 8\} \cap \{4, 6\} = \{ \quad \}$

ג. $\{4, 6\} \cap \{6, 4\} = \{ \quad \}$

ד. $\{1, 3, 5\} \cap \{2, 4\} = \{ \quad \}$

מצאו את הדיאגרמה המתאימה לכל סעיף ורשמו בה את המספרים במקום המתאים.



2. השלימו.

כמה תשובות בכל סעיף?

א. $\{ \quad \} \cap \{5\} = \{5\}$

ב. $\{-2, -3, \quad\} \cap \{3, \quad, 7, \quad\} = \{-3, 9\}$

ג. $\{1, \quad, \quad, 2, 9\} \cap \{ \quad, 5, 1, \quad\} = \{3, 1, \quad\}$

ד. $\{5, \quad, \quad\} \cup \{7, \quad, 11\} = \{7, \quad, 9, 3, 11\}$

ה. $\{5, \quad, \quad\} \cup \{ \quad, 2\} = \{1, 2, 3, 5\}$

ו. $\{1, \quad, 3\} \cup \{ \quad, \quad, 5\} = \{ \quad, 2, 3, \quad\}$

ז. $\{ \quad, \quad\} \cup \{ \quad, \quad\} = \{1, 2, 3\}$

3. מצאו את הקבוצה המתאימה:

- א. $\{\text{המספרים הטבעיים}\} \cap \{\text{המספרים הטבעיים}\} =$
- ב. $\{\text{המספרים החיוביים}\} \cap \{\text{המספרים השלמים}\} =$
- ג. $\{\text{המספרים החיוביים}\} \cup \{\text{המספרים השלמים}\} =$
- ד. $\{\text{המספרים הטבעיים}\} \cup \{\text{המספרים השלמים}\} =$
- ה. $\{\text{המספרים הטבעיים}\} \cap \{\text{המספרים השלמים}\} =$
- ו. $\{\text{המספרים הזוגיים}\} \cup \{\text{המספרים האי-זוגיים}\} =$
- ז. $\{\text{המספרים השלילים}\} \cup \{\text{המספרים החיוביים}\} =$
- ח. $\{\text{המספרים הזוגיים}\} \cap \{\text{המספרים האי-זוגיים}\} =$
- ט. $\{\text{המספרים השלילים}\} \cap \{\text{המספרים החיוביים}\} =$
- י. $\{\text{המספרים השלמים הגדולים מ-10}\} \cap \{\text{המספרים השלמים החיוביים}\} =$

4. בכל אחד מהסעיפים שרטטו את שתי הקבוצות על ציר מספרים, ורשמו את הקבוצה המתקבלת.

- א. $\{\text{המספרים הקטנים מ-6}\} \cap \{\text{המספרים הגדולים מ-5}\} =$
- ב. $\{5, -5\} \cap \{\text{המספרים הגדולים מ-0}\} =$
- ג. $\{\} \cap \{\text{המספרים הקטנים או שווים אפס}\} =$
- ד. $\{\text{המספרים הגדולים מאפס}\} \cup \{\text{המספרים הקטנים או שווים אפס}\} =$
- ה. $\{5\} \cup \{\text{המספרים הקטנים מ-5}\} =$
- ו. $\{-3\} \cap \{\text{המספרים הקטנים מ-3}\} =$
- ז. $\{x | x \geq 1\} \cup \{x | x \leq 1\} =$
- ח. $\{x | x > 3\} \cup \{x | x > -3\} =$

אתגרים

- תושבי העיר העתיקה גולבון היו דוברי עברית ו/או יוונית.
15% מן התושבים לא דיברו עברית.
45% מן התושבים לא דיברו יוונית.
איזה אחוז מן התושבים דיברו גם עברית וגם יוונית?
- בכיתה ח יש 30 תלמידים.
כל תלמיד משתתף לפחות באחד מן החוגים דרמה ציור והתעמלות.
יש בכיתה תלמיד אחד שמשותף בשלושת החוגים.
בחוג להתעמלות משתתפים 10 תלמידים, מהם 5 המשתתפים רק בחוג להתעמלות.
שני תלמידים מן הכיתה משתתפים גם בדרמה וגם בהתעמלות.
11 תלמידים משתתפים ביותר מחוג אחד.
18 תלמידים אינם משתתפים בחוג לדרמה.
כמה תלמידים משתתפים רק בחוג לדרמה?

פעילות VI: צפיפות המספרים הרציונליים



ובה נראה כי בין כל שני מספרים יש מספר נוסף.

משחק - למי יותר

המשחק מיועד: לשני משתתפים.

המשחק מכיל: לוח משחק (ראו למטה).

הוראות המשחק:

כל משתתף בתורו מסמן בסימן שלו (x או o) על משבצות שיש בהן שמות שונים לאותו מספר.

מותר לסמן במספר טורים החל מקו הזינוק.

מותר לסמן יותר ממשבצת אחת בטור, אך אין לדלג על משבצות קודמות בטור שאינן מסומנות.

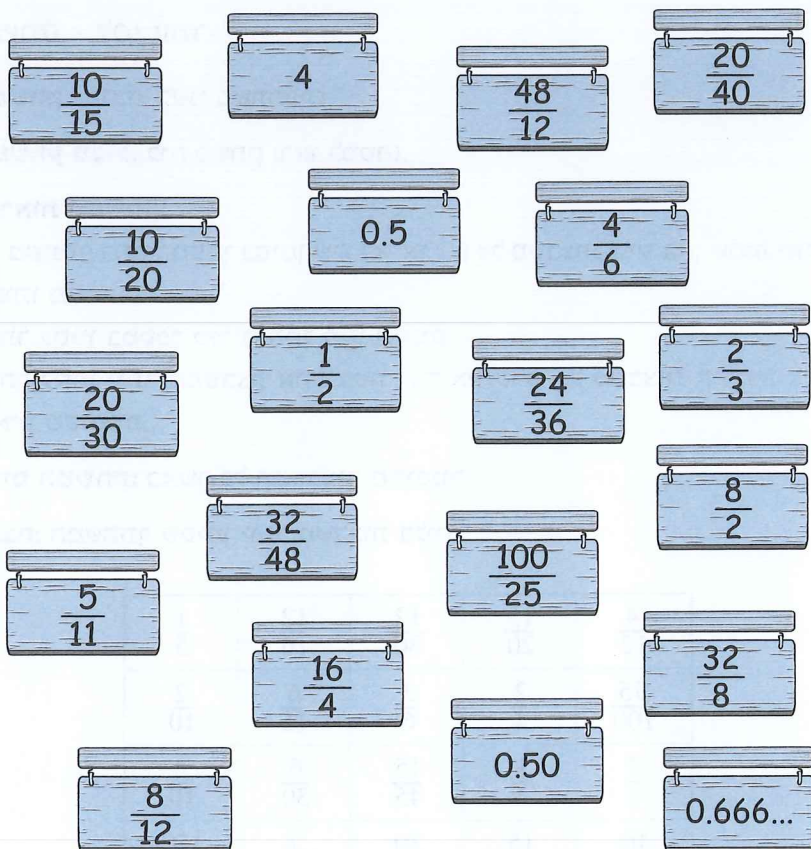
סיום המשחק: כאשר כל המשבצות מסומנות.

מנצח: המשתתף שסימן יותר משבצות בלוח.

$\frac{4}{12}$	$\frac{15}{20}$	$\frac{12}{30}$	$\frac{12}{16}$	$\frac{1}{5}$
$\frac{75}{100}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{6}{15}$	$\frac{2}{10}$
$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{15}{45}$	$\frac{6}{30}$	$\frac{4}{10}$
$\frac{10}{20}$	$\frac{15}{30}$	$\frac{30}{40}$	$\frac{7}{21}$	$\frac{150}{200}$
$\frac{9}{45}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{40}{100}$	$\frac{10}{50}$	$\frac{10}{25}$
$\frac{30}{90}$	$\frac{10}{30}$	$\frac{8}{40}$	$\frac{9}{12}$	$\frac{20}{60}$
$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{60}{80}$	$\frac{14}{35}$	$\frac{2}{5}$
$\frac{5}{10}$	$\frac{20}{100}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{20}{50}$	$\frac{50}{100}$

קו הזינוק

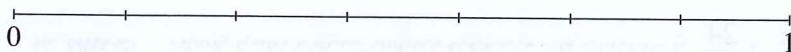
1. מתי ומטיקה ביקרו באחד המפעלים הענקיים המייצרים שלטים, וראו שם אלפי שלטים עם שמות של מספרים רציונליים. לפניכם חלק קטנטן ממה שראו:



- א. סדרו בשורה אחת שמות שונים של אותו מספר. מספרים שונים רשמו בשורות שונות.
- ב. רשמו שם נוסף לכל מספר.
- ג. כמה שמות יש לדעתכם למספר רציונלי כל שהוא?

2. א. היכן גרים המספרים הבאים: (מקמו אותם על ציר המספרים).

$$\frac{3}{7}, \frac{1}{7}, \frac{20}{70}, \frac{400}{700}, \frac{50}{70}, \frac{6000}{7000}$$



ב. מצאו מספר בין $\frac{2}{7}$ ל- $\frac{4}{7}$.

ג. האם תוכלו למצוא מספר בין $\frac{2}{7}$ ל- $\frac{3}{7}$?

ד. היעזרו במחשבון ורשמו על הציר שבסעיף א את שמם העשרוני של השברים (בדיוק של שתי ספרות אחרי הנקודה).

ה. מצאו על הציר את מקומם המקורב של השברים הבאים:
0.4, 0.5, 0.75, 0.25

3. א. כמה שברים בעלי מכנה 70 יש בין $\frac{2}{7}$ ל- $\frac{3}{7}$?

ב. כמה שברים בעלי מכנה 700 יש בין $\frac{2}{7}$ ל- $\frac{3}{7}$?

ג. כמה שברים בעלי מכנה 21 יש בין $\frac{2}{7}$ ל- $\frac{3}{7}$?

ד. כמה שברים יש לדעתכם בין $\frac{2}{7}$ ל- $\frac{3}{7}$?

4. השלימו מספרים במשבצות.

א. $\frac{20}{70} < \square < \square < \square < \square < \frac{30}{70}$

ב. $\frac{4}{7} < \square < \square < \square < \square < \frac{5}{7}$

פינת הקריאה

התלמידים התקשו למצוא מספר בין שני המספרים $\frac{4}{5}$ ו- $\frac{5}{6}$.

חן אמרה: אפשר למצוא מכנה משותף ולהרחיב את השברים ל- $\frac{24}{30}$ ו- $\frac{25}{30}$.

עתה נרחיב פעם נוספת את המספרים, למשל, ל- $\frac{240}{300}$ ו- $\frac{250}{300}$.

ואז אפשר לבחור מספר ביניהם - למשל, $\frac{241}{300}$.

• בדקו במחשבון האם $\frac{4}{5} < \frac{241}{300} < \frac{5}{6}$.

יוני אמר: אפשר למצוא ממוצע של המספרים, ונקבל את המספר שהוא באמצע הקטע שבין שניהם.

$$\frac{4}{5} + \frac{5}{6} = \frac{24 + 25}{30} = \frac{49}{30}$$

תחילה נחבר:

$$\frac{49}{30} : 2 = \frac{49}{30} \cdot \frac{1}{2} = \frac{49}{60}$$

עתה נחלק ל- 2:

• בדקו במחשבון האם $\frac{4}{5} < \frac{49}{60} < \frac{5}{6}$.

רמי אמר: אני מחבר את המונים ואת המכנים ומקבל שבר שהוא בין שני המספרים.

$$\frac{4}{5} < \frac{4+5}{5+6} < \frac{5}{6}$$

• בדקו במחשבון האם $\frac{4}{5} < \frac{9}{11} < \frac{5}{6}$.

דינה אמרה: אני הופכת בעזרת המחשבון כל שבר פשוט לשבר עשרוני.

$$\frac{4}{5} = 0.8, \quad \frac{5}{6} = 0.8333$$

למשל,

ועכשיו קל לי למצוא מספר ביניהם - לדוגמה 0.82.

• מה דעתכם על כל אחת מהשיטות?

• בהנחה שכולן נכונות, איזו שיטה אתם מעדיפים?



5. סמנו $<$ או $>$ ומצאו מספר בין השברים הבאים.
אם הנכם מתקשים, קראו רעיונות בפינת הקריאה.

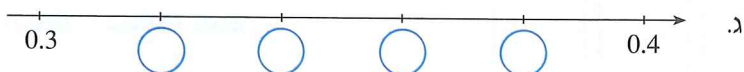
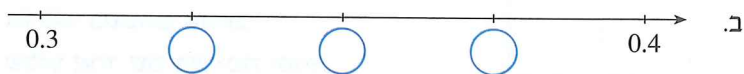
א. $\frac{3}{5}$ _____ $\frac{3}{4}$ מספר ביניהם: _____

ב. $-\frac{3}{5}$ _____ $-\frac{2}{5}$ מספר ביניהם: _____

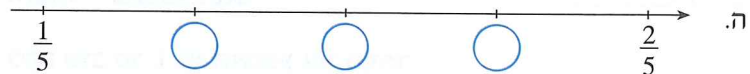
ג. $\frac{2}{3}$ _____ $\frac{3}{4}$ מספר ביניהם: _____

ד. $-\frac{7}{15}$ _____ $-\frac{8}{15}$ מספר ביניהם: _____

6. השלימו מספרים על כל ציר.



אתגרים



$$\frac{1}{3} + \frac{1}{9} =$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} =$$

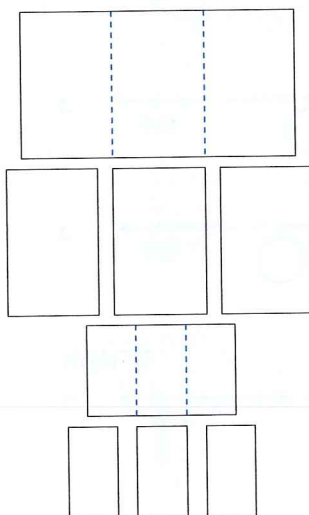
$$\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} =$$

לאיזה מספר מתקרבות התוצאות? תוכלו להיעזר במחשבון במעבר לשברים עשרוניים.

• מהי, לדעתכם, תוצאת התרגיל: $\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} + \dots$

קראו על כך בשיר הבא:

שליש, שלישי, ומה שנשאר (או סיפורו של מר 1)



א. לקח מר 1 דף נייר ששטחו יחידה, ואותו חילק לשלושה חלקים:

זה לזה בשטחם שווים.

שליש אחד שם בערימה ימנית,

שליש שני שם בערימה שמאלית,

והנותר - באמצע נשאר.

ב. לקח מר 1 מן האמצע את הנותר,

מי יודע גודלו ויאמר?

וגם אותו חילק לשלושה:

שליש אחד ימינה הפנה,

שליש שני שמאלה פנה,

והנותר - באמצע נשאר.

ג. לקח שוב מר 1 מן האמצע את הנותר

מי יודע גודלו ויאמר?

וכמה מונח בערימה הימנית?

וכמה מונח בשמאלית?

ו. לא נלאה אתכם בפרטים, ידידי
רק נוסיף ונאמר,

כי מר 1 המשיך כך וגזר... וגזר...
(עד שאשתו מרת 1 אמרה "דיי"!!)

ד. לקח מר 1 את שנותר,

שגודלו כזכור, הוא ...

ואף אותו באותה צורה גזר:

שליש אחד ימינה הפנה,

שליש שני שמאלה פנה,

והנותר - בידו נשאר.

ז. ומה דעתכם, ידידי?

האם ניתן להמשיך כך עד בלי די?

מימין ומשמאל אותה ערימה

וביד לא נשאר מאומה?!

ה. עשו את החשבון שנית:

כמה מונח בערימה הימנית,

כמה בשמאלית מונח,

וכמה ביד של מר 1 נח?

ח. בכל ערימה נאגרו

אינסוף חלקים שמן הדף נגזרו:

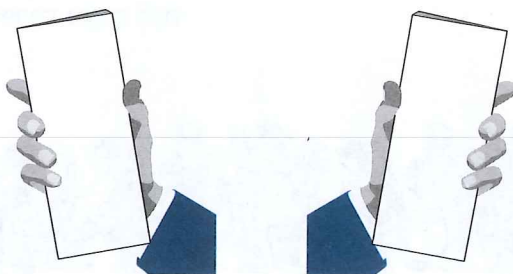
$$\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} + \dots$$

התחלנו עם דף שגודלו 1,

וכעת נשאר לנו כמעט לא כלום ביד.

אז עתה פתרו את המשימה:

למה שווה כל ערימה?



בארץ שלם וביבשת רציו שני חוקרים מסתובבים,
אוספים פרטים על התושבים
ובין השלמים לרציונלים משווים.

היכן הם גרים? וכמה הם קרובים?
ומי שכן של מי? וכמה הם צפופים?
ובעקבות הסקר, בדו"ח הם כותבים:

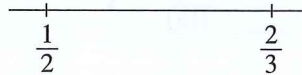
אלה וגם אלה, על הציר גרים.
לכל שלם יש שני שכנים קרובים.
בין כל שני שלמים קרובים יש מרחק קבוע,
מרחק המסומן כיחידה, כידוע.

לעומתם בקבוצת הרציונליים נדחף
בין כל שני שכנים, שכן נוסף.
לכן אי-אפשר לומר
מי הם שכניו של כל מספר.
ולמרות שהצפיפות רבה מאוד
יש בין כל שני מספרים מקום לעוד.



1. א. רשמו מספר רציונלי הנמצא בין $\frac{1}{2}$ ל- $\frac{2}{3}$.

כמה מספרים רציונלים יש בין $\frac{1}{2}$ ל- $\frac{2}{3}$?



ב. רשמו מספר רציונלי הנמצא בין $\frac{1}{101}$ ל- $\frac{1}{100}$.

כמה מספרים רציונלים יש בין $\frac{1}{101}$ ל- $\frac{1}{100}$?



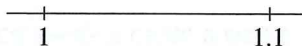
ג. רשמו מספר רציונלי הנמצא בין -200 ל- $-200\frac{1}{2}$.

כמה מספרים רציונלים יש בין -200 ל- $-200\frac{1}{2}$?



ד. רשמו מספר רציונלי הנמצא בין 1 ל- 1.1 .

כמה מספרים רציונלים יש בין 1 ל- 1.1 ?



ה. כמה מספרים רציונלים יש בין כל שני מספרים רציונלים? נמקו.

2. הפכו כל שבר פשוט לעשרוני, בעל פה או בעזרת מחשבון, ורשמו מספר הנמצא בין שני המספרים.

א. $\frac{2}{5}$, ____, $\frac{3}{5}$ ד. $\frac{2}{11}$, ____, $\frac{1}{5}$

ב. $\frac{3}{4}$, ____, $\frac{4}{5}$ ה. $1\frac{1}{4}$, ____, $1\frac{1}{3}$

ג. $2\frac{11}{20}$, ____, $2\frac{1}{2}$ ו. $\frac{3}{25}$, ____, $\frac{13}{100}$

3. סדרו את המספרים הבאים לפי סדר, מן הקטן אל הגדול, ורשמו מספר נוסף בין כל שני מספרים סמוכים.

א. 0.81 , $\frac{4}{5}$, $-\frac{1}{4}$, -0.2 , 0.9

ב. $-\frac{4}{7}$, $-\frac{2}{5}$, $-\frac{1}{2}$, $-\frac{2}{3}$

4. בין 17 ל-19 יש מספר שלם אחד - 18.

א. כמה מספרים שלמים יש בין 7 ל-10?

ב. כמה מספרים שלמים יש בין -7 ל-0?

ג. כמה מספרים שלמים יש בין 299 ל-300?

ד. כמה מספרים שלמים יש בין -50 ל-60?

ה. כמה מספרים שלמים יש בין -5 ל-5?

ו. כמה מספרים שלמים יש בין a ל- a כאשר a טבעי?

ז. כמה מספרים שלמים יש בין a ל- b כאשר $a < b$ ושניהם שלמים?

האם תשובתכם נכונה גם למקרה ש- a ו- b אינם מספרים שלמים? הסבירו.

פעילות VII: מספרים בשם העשרוני



ובה נכיר שברים מחזוריים.

- א. השלימו את הטבלה הבאה.
אל תמלאו את הטור השמאלי אם לא צמצמתם.



שבר עשרוני	שבר פשוט (שמכנהו 10, 100, 1000, ...)	שבר מצומצם	צמצמתי ב- ...
0.32	$\frac{32}{100}$	$\frac{8}{25}$	4
0.4			
0.125			
0.16			
0.9			
0.33			
0.02			
0.015			

דלגה:

- ב. בדקו את תשובותיכם במחשבון על-ידי חילוק מונה במכנה של כל שבר מצומצם.

- ג. מה משותף למכנים של כל השברים הפשוטים (לפני הצמצום)?

- ד. מה משותף למכנים של כל השברים המצומצמים?

- ה. מה משותף לכל המספרים שבהם צמצמתם?



א. השלימו את הטבלה הבאה.

אל תמלאו שורה אם לא הצלחתם להרחיב למכנה 10, 100 או 1000.

שבר פשוט	שבר מורחב (למכנה 10, 100, 1000 ...)	שבר עשרוני	הרחבתו ב- ...
$\frac{11}{20}$	$\frac{55}{100}$	0.55	5
$\frac{4}{5}$			
$\frac{7}{40}$			
$\frac{21}{25}$			
$\frac{1}{3}$			
$\frac{12}{20}$			
$\frac{1}{125}$			
$\frac{3}{11}$			

דלגו:

ב. בדקו את תשובותיכם במחשבון על-ידי חילוק מונה במכנה של כל שבר פשוט.

ג. מה משותף לכל המספרים שבהם הרחבתם? הסבירו מדוע.

ד. האם ייתכן כי בטור השמאלי יופיע המספר 3? הסבירו.

ה. נסו להסביר מדוע $\frac{3}{11}$ איננו שבר עשרוני סופי.

הסבר מפורט בדף קריאה עמוד 61.

3. מציגים כל אחד מן השברים הבאים כשבר עשרוני.
שערו אילו מהשברים העשרוניים יהיו סופיים?

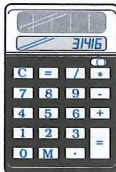
$$\frac{1}{12}, \frac{7}{125}, \frac{1}{8}, \frac{5}{6}, \frac{2}{25}, \frac{15}{20}, \frac{3}{5}$$

בדקו במחשבון.

4. היעזרו במחשבון ומצאו את שמו העשרוני של $\frac{5}{6}$.

ההצגה העשרונית של $\frac{5}{6}$ כוללת "זנב" המורכב מקבוצת מספרים החוזרת על עצמה עד אינסוף: 0.83333...
מסמנים בקיצור: $0.8\dot{3}$, ואומרים 0 נקודה 8, ו-3 במחזור.
ההצגה העשרונית של $\frac{3}{11}$ היא 0.272727...
מסמנים $0.2\dot{7}$, ואומרים 0 נקודה 27 במחזור.
שבר שזנבו מורכב מקבוצת מספרים שחוזרת על עצמה עד אינסוף, נקרא **שבר עשרוני מחזורי**.

5. א. מתי אמר: עבור $\frac{1}{3}$ קיבלתי על צג המחשבון שלי 0.333333.
מטיקה אמרה: ואני קיבלתי על צג המחשבון שלי 0.33333333.
האם $\frac{1}{3}$ הוא 0.333333 או 0.33333333?
ב. מהי הספרה העשירית אחרי הנקודה בהצגה העשרונית של $\frac{1}{3}$?



6. את $\frac{1}{3}$ רושמים בקיצור כשבר עשרוני כך: $0.\dot{3}$.

רשמו באותה דרך את שמם העשרוני של השברים המחזוריים הבאים.
תוכלו להשתמש במחשבון.

$$\frac{5}{11}, \quad 0.128128..., \quad 0.555...$$

$$\frac{2}{9}, \quad 0.121212..., \quad 0.16666...$$

7. חברו בקו מספרים שווים.

$$\frac{2}{3}$$

$$0.1666 \bullet$$

$$\bullet 0.1\dot{6}$$

$$0.666... \bullet$$

$$\bullet 0.\dot{6}$$

$$\bullet \frac{1}{6}$$

8. הוסיפו את הסימן $>$, $<$, $=$.

$$0.\dot{6} \text{ } \underline{\hspace{1cm}} \frac{6}{10} \quad \text{ה.}$$

$$0.6 \text{ } \underline{\hspace{1cm}} 0.\dot{6} \quad \text{א.}$$

$$0.\dot{6} \text{ } \underline{\hspace{1cm}} \frac{2}{3} \quad \text{ו.}$$

$$\frac{1}{3} \text{ } \underline{\hspace{1cm}} 0.3 \quad \text{ב.}$$

$$\frac{5}{6} \text{ } \underline{\hspace{1cm}} 0.8 \quad \text{ז.}$$

$$0.6 \text{ } \underline{\hspace{1cm}} \frac{2}{3} \quad \text{ג.}$$

$$\frac{1}{3} \text{ } \underline{\hspace{1cm}} 0.\dot{3} \quad \text{ח.}$$

$$0.\dot{6} \text{ } \underline{\hspace{1cm}} 0.64 \quad \text{ד.}$$

פינת המספרים

בפינה זו ננסה להבין מדוע ההצגה העשרונית של שברים פשוטים היא לפעמים סופית ולפעמים אינסופית.

א. פרקו לגורמים ראשוניים את המספרים הבאים.

40 , 30 , 25 , 20 , 8 , 6

באמצעות מחלקים בכל פלס אלורס פראשני פקטן פולג.

50	2	12	2
25	5	6	2
5	5	3	3
1		1	

כאור $50 = 2 \cdot 5 \cdot 5$, $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$

ב. פרקו לגורמים ראשוניים את המספרים הבאים.

1000 , 1000 , 100 , 10

ג. נתונים השברים

$\frac{1}{40}$, $\frac{1}{25}$, $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{8}$

הרחיבו כל שבר לשבר אחר שבו המכנה הוא 100 או 1000.

באמצע: $\frac{1}{40} = \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5} \cdot \frac{5 \cdot 5}{5 \cdot 5} = \frac{25}{1000}$

ד. הסבירו מדוע אי-אפשר להרחיב את השבר $\frac{1}{6}$ לשבר שמכנהו 10, 100,

1000 ...

אתגר

ה. איך אפשר לדעת מראש אם שבר מסוים הוא סופי או אינסופי? הסבירו.

ו. מיינו, ללא מחשבון, את השברים הבאים לשתי קבוצות: שברים עם שם עשרוני סופי, ושברים עם שם עשרוני אינסופי.

$\frac{1}{25}$, $\frac{1}{18}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$

פינץ הקריאה

ראינו דוגמאות של שברים פשוטים שהצגתם העשרונית היא אינסופית. בכל הדוגמאות הצגה זו הייתה מחזורית. בפינה זו ננסה להבין מדוע הצגות אלו חייבות להיות מחזוריות.

מצאו במחשבון את שמו העשרוני של $\frac{2}{3}$.

ננסה למצוא את שמו העשרוני של $\frac{2}{3}$ ללא מחשבון בעזרת השיטה הבאה שנקראת: **חילוק ארוך**.

• רושמים את החילוק בצורה זו

• מחלקים 2 ל- 3 ורושמים את התוצאה 0 (שלמים) מעל למספר השלמים (2). מוסיפים נקודה עשרונית כי הספרה הבאה מייצגת עשיריות. כופלים 0 ב- 3 ורושמים מתחת ל- 2 ומפחיתים. מקבלים 2 כי בחלוקת 2 ל- 3 התוצאה היא 0 שלמים ושארית 2.

• מוסיפים 0 ליד ה- 2 כדי לייצג 20 עשיריות. מחלקים 20 עשיריות ל- 3 ומקבלים 6 עשיריות. רושמים את התוצאה (6) אחרי הנקודה העשרונית.

• כופלים 6 (עשיריות) ב- 3 ומקבלים 18 (עשיריות). רושמים מתחת ל- 20 ומפחיתים, כדי לדעת מהי השארית, כלומר, כמה עשיריות נשארו שיש עדיין לחלק אותן ב- 3.

• מוסיפים 0 ליד ה- 2 כדי לייצג 20 מאיות. המשיכו את התהליך שני שלבים נוספים.

כדי לרשום את $\frac{2}{11}$ כשבר עשרוני, נבצע את החילוק

$$\begin{array}{r} 0.18 \\ 2 \overline{) 11} \\ \underline{0} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

א. המשיכו את החילוק עוד שלושה שלבים.

ב. מהי הספרה הנמצאת במקום ה- 200 אחרי הנקודה העשרונית בשם העשרוני של $\frac{2}{11}$?

מהי הספרה הנמצאת במקום ה- 201?

ג. רשמו בקיצור את $\frac{2}{11}$ כשבר עשרוני.
נסו להסביר מה גורם למחזוריות השבר העשרוני.

השאלה היא: מהי הספרה הנמצאת במקום ה- 200 אחרי הנקודה העשרונית בשם העשרוני של $\frac{2}{11}$?



שיחת שברים

אתה שבר עשרוני
ושבר עשרוני גם אני,
אך ההבדל בין שנינו
הוא הבדל תהומי.

כי אני שבר סופי,
ואתה מחזורי אינסופי.

כאשר אנחנו מופיעים
כשבר פשוט שנינו,
כולם מיד רואים
שאין הבדל ביננו.

ורק כאשר מפרקים את המכנים
לגורמים ראשוניים,
ורואים אם בפירוק נמצאים
רק 2-ים או 5-ים,
או גם מספרים אחרים,
אז הדברים מתבררים –
אם ניתן להרחיב את השברים
כך שההצגה העשרונית
תהיה סופית או אינסופית.



1. מלאו את הטבלאות הבאות. רשמו שברים עשרוניים בקיצור.
תוכלו להשתמש במחשבון.

א.

שבר פשוט	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{7}{25}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{3}{11}$
שבר עשרוני								

ב.

שבר פשוט			$\frac{\square}{9}$	$\frac{\square}{12}$		$\frac{\square}{6}$	$\frac{\square}{30}$	$\frac{\square}{75}$
שבר עשרוני	0.7	0.11	$0.\dot{1}$	$0.41\dot{6}$	0.6	$0.\dot{6}$	$0.5\dot{3}$	$0.\dot{3}$

2. רשמו בקיצור את השברים המחזוריים הבאים:
5.303303... , 5.30303... , 3.3333 , 15.6666 , 0.121212...

3. הוסיפו את הסימן $<$ או $>$ או $=$ בין כל שני מספרים.

א. $\frac{1}{9}$ _____ 0.11 ד. 0.15 _____ $\frac{1}{6}$

ב. $0.8\dot{3}$ _____ $0.8\dot{3}$ ה. $\frac{10}{4}$ _____ $2\frac{1}{3}$

ג. $\frac{10}{3}$ _____ $3\frac{1}{3}$ ו. $0.\dot{2}$ _____ $\frac{2}{9}$

4. הוסיפו בין כל שני מספרים בתרגיל 3 (אם אינם שווים), מספר הנמצא ביניהם.

5. הוסיפו את הסימן $<$, $>$ או $=$.

א. $0.5 \underline{\hspace{1cm}} 0.\dot{5}$ ה. $0.\dot{3}\dot{1} \underline{\hspace{1cm}} 0.\dot{3}\dot{1}\dot{1}$

ב. $0.4 \underline{\hspace{1cm}} 0.4444$ ו. $0.\dot{2}\dot{7} \underline{\hspace{1cm}} \frac{27}{100}$

ג. $0.3 \underline{\hspace{1cm}} \frac{1}{3}$ ז. $0.03 \underline{\hspace{1cm}} \frac{3}{10}$

ד. $0.6 \underline{\hspace{1cm}} \frac{2}{3}$ ח. $0.\dot{1}\dot{3} \underline{\hspace{1cm}} \frac{13}{100}$

6. רשמו מספר רציונלי (בשמו העשרוני) הנמצא בין שני המספרים, בכל אחד מן הזוגות.

א. $0.51 < \underline{\hspace{1cm}} < 0.52$

ב. $8.327 < \underline{\hspace{1cm}} < 8.\dot{3}\dot{2}\dot{7}$

ג. $4.599 < \underline{\hspace{1cm}} < 4.5\dot{9}$

ד. $1.521 < \underline{\hspace{1cm}} < 1.5\dot{2}\dot{1}$

ה. $5.\dot{3}\dot{1} < \underline{\hspace{1cm}} < 5.\dot{3}\dot{2}$

7. נניח,

שהזמינו אתכם למסיבת שברים

בכוכב המספרים...

מה תלבשו? ראשית חכמה

מצאו לכם שם כמנה!

ואחר כך תחליטו באיזו הצגה

תופיעו למסיבה!

האם תופיעו "שבריי" או "עשרוני"?

ואם עשרוני האם סופי או מחזורי?

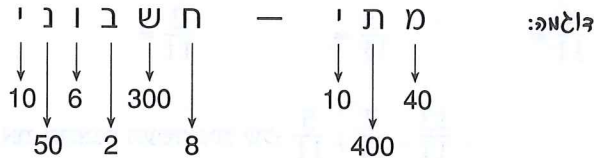
אז... מצאו את שמכם כשבר פשוט ועשרוני:

א. מצאו את שמכם בגימטריה (שם פרטי + שם משפחה) וחשבו את סכום

האותיות של שמכם.

המשיכו וחברו את הספרות שקיבלתם, עד שתקבלו מספר בן ספרה

אחת.



$$40 + 400 + 10 + 8 + 300 + 2 + 6 + 50 + 10 = 826$$

$$8 + 2 + 6 = 16$$

$$1 + 6 = 7$$

ב. חלקו את המספר שקיבלתם במספר האותיות של שמכם.

$$\frac{7}{9} = 0.777... = 0.\dot{7} \quad \text{במקרה של מתי חשבונאי: (9 אותיות)}$$

כעת גלו וספרו...

באיזו הצגה הייתם בוחרים?

ואיזה שם יפה יותר?

ג. בחרו בן משפחה שלכם ומצאו מה שמו כשבר עשרוני.

פעילות VIII: מעשרוני לפשוט (פעילות נוספת)



ובה יסופר כיצד עוברים מהצגה עשרונית אינסופית מחזורית, לשבר פשוט.

1. א. הפכו לשבר עשרוני בעזרת מחשבון.

$$\frac{1}{9} = \frac{2}{9} = \frac{3}{9} =$$

ב. שער את ההצגה העשרונית של $\frac{5}{9}$ ו- $\frac{11}{9}$.

נמקו את השערותיכם, ובדקו אותן במחשבון.

ג. רשמו בעזרת קו שבר את המספרים הבאים: $0.\dot{7}$, $1.\dot{4}$.

בדקו במחשבון על-ידי חילוק מונה במכנה.

2. א. הפכו לשבר עשרוני, בעזרת מחשבון.

$$\frac{1}{11} = \frac{2}{11} = \frac{3}{11} = \frac{4}{11} =$$

ב. שער את ההצגה העשרונית של: $\frac{5}{11}$, $\frac{7}{11}$, $\frac{13}{11}$.

נמקו את השערותיכם, ובדקו אותן בעזרת מחשבון.

ג. רשמו בעזרת קו שבר את המספרים הבאים: $2.\dot{2}\dot{7}$, $1.\dot{4}\dot{5}$.

בדקו במחשבון.

3. א. הפכו לשבר עשרוני, בעזרת מחשבון.

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{3} =$$

ב. שער את ההצגה העשרונית של: $\frac{4}{3}$, $\frac{7}{3}$, $\frac{8}{3}$.

נמקו את השערותיכם, ובדקו אותן בעזרת מחשבון.

ג. רשמו בעזרת קו שבר את המספרים הבאים: $1.\dot{6}$, $4.\dot{3}$.

בדקו במחשבון.

פינת הקריאה

בפינה זו נראה כי $0.\dot{9} = 1$, בדרכים שונות.

א. ידוע ש- $\frac{1}{9} = 0.\dot{1}$

נכפול ב- 9 $9 \cdot \frac{1}{9} = 9 \cdot 0.\dot{1}$

חשבו כל אגף $\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

מה דעתכם על התוצאה?

ב. השלימו שבר פשוט: $0.\dot{3} = \underline{\hspace{2cm}}$

נכפול ב- 3 $3 \cdot 0.\dot{3} = 3 \cdot \underline{\hspace{2cm}}$

מסקנה: $\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

ג. $x = 0.\dot{9}$

נכפול ב- 10 $10x = 9.\dot{9}$

$$\begin{array}{r} 10x = 9.\dot{9} \\ - \quad x = 0.\dot{9} \\ \hline \end{array}$$

$$9x = 9$$

$$x = 1$$

נפחית ונקבל

לכן

כלומר: $0.\dot{9} = 1$

ראיתם מספר דרכים כדי להראות ש- $0.\dot{9} = 1$

האם השתכנעתם?

אם כן, איזו מהדרכים הייתה המשכנעת ביותר?

כפל.

4.

$$4.5 \cdot 100 = 455.5 \quad 4.5 \cdot 100 = 450 \quad \text{דוגמא א':}$$

$$3.2 \cdot 100 = \quad 3.2 \cdot 10 = \quad 3.2 \cdot 10 = \quad \text{א.}$$

$$2.75 \cdot 100 = \quad 2.75 \cdot 10 = \quad 2.75 \cdot 10 = \quad \text{ב.}$$

$$0.12 \cdot 100 = \quad 0.12 \cdot 10 = \quad 0.12 \cdot 10 = \quad \text{ג.}$$

5. הפכו את השברים הבאים לשברים פשוטים. היעזרו בדוגמה.

$$0.12, 0.12, 1.9, 0.5, 0.7$$

דוגמה: נפוך את השבר 0.15 לשבר פשוט.

$$a = 0.15 \quad \text{נסמן:}$$

$$100a = 15.15 \quad \text{נכפול ב-100:}$$

$$a = 0.15$$

$$99a = 15 \quad \text{נחסר את a אלפים}$$

$$a = \frac{15}{99}$$

$$a = 0.15 = \frac{5}{33} \quad \text{נצמצם}$$

בדקו במחשבון.

6. מצאו מיהו המספר היוצא דופן בכל שורה?

$$\underline{\hspace{2cm}} \quad 0.23\dot{2}3 \quad \frac{23}{99} \quad \frac{23}{100} \quad 0.2\dot{3} \quad \text{א.}$$

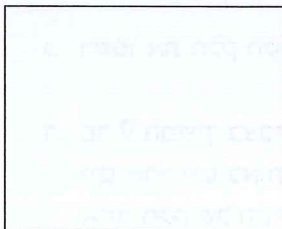
$$\underline{\hspace{2cm}} \quad 0.44\dot{4} \quad \frac{4}{10} \quad \frac{4}{9} \quad 0.4 \quad \text{ב.}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} \quad \frac{9}{10} \quad 1 \quad 0.9\dot{9} \quad 0.9 \quad \text{ג.}$$

פינת הקריאה

סיפורו של מר 9

מר 9 צריך לצבוע את הקיר הזה:
שטחו של הקיר הוא 1.



יום א:

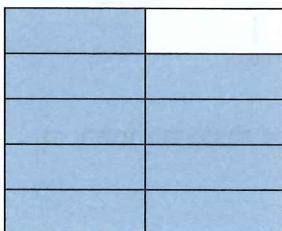
מר 9 ניגש למלאכה,

וממש תוך שעה,

$\frac{9}{10}$ מהקיר הוא צבע.

"אין מה למהר" - לעצמו הוא אמר,

"הקיר יחכה למחר...".



א. רשמו את חלק הקיר שנצבע ביום הראשון כשבר עשרוני.

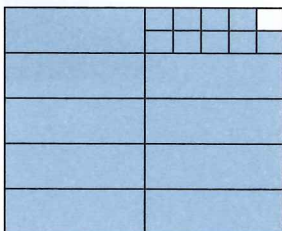
יום ב:

דעתו של מר 9 על הצבע מגובשת;

ביד של אומן הוא החזיק במברשת,

וצבע בצבע כחול בהיר,

$\frac{9}{10}$ מהחלק שנותר לבן - בקיר.



ב. רשמו את חלק הקיר שנצבע ביום השני כשבר עשרוני.

יום ג:

מר 9 הגיע עייף (מאתמול...),
וביד של אומן הוא אחז במכחול,
וצבע רק $\frac{9}{10}$ מהקיר שנותר...
ושוב, את השאר - השאיר למחר...

ג. רשמו את חלק הקיר שנצבע ביום השלישי כשבר עשרוני.

ד. מר 9 המשיך בצביעה,

יום אחר יום באותה השיטה.

איזה חלק של הקיר יהיה צבוע,

לאחר שמר 9 יעבוד שבוע?

$$0.9 + 0.09 + 0.009 + \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} \dots = \frac{\quad}{\quad}$$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 יום א' יום ב' יום ג' יום ד' יום ה' יום ו'

ה. רשמו במשבצות = או $\neq$.

$$0.9 + 0.09 + 0.009 + \dots \boxed{} 0.999$$

$$0.9 + 0.09 + 0.09 + \dots \boxed{} 0.\dot{9}$$

ו. שערן, איזה חלק מן הקיר יצבע מר 9, אם הוא ימשיך לצבוע באותו אופן עד אינסוף?

1. התאימו בין שברים שווים.

$0.1\dot{6}$	0.16	$0.2\dot{7}$	$0.\dot{6}$	0.6	0.3	0.1	$0.\dot{1}$	$0.\dot{3}$
•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	•	•	•	•	•	•	•
$\frac{16}{100}$	$\frac{3}{11}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{9}$

2. סמנו את התרגילים אשר התוצאה שלהם מספר שלם.

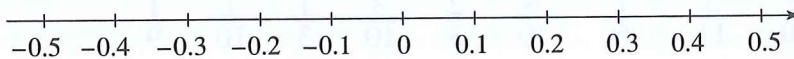
א. $\frac{1}{2} + \frac{2}{2} + \frac{3}{2} + \frac{4}{2}$	ה. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$
ב. $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{3}{3} + \frac{4}{3}$	ו. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$
ג. $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} + \frac{4}{4}$	ז. $\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3}$
ד. $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5}$	ח. $\frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4}$

3. השלימו מספרים מתאימים.

א. $0.63 \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 1$	ד. $0.\dot{6} \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 1$
ב. $0.09 \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 1$	ה. $0.\dot{3} \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 1$
ג. $0.428 \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 1$	ו. $0.\dot{1} \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 1$

4. סמנו את מקומם, בקירוב, של המספרים הבאים על הציר, ורשמו את האות המתאימה מעל כל שבר.

$-\frac{1}{20}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{11}{100}$	$-\frac{2}{5}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
פ	ש	מ	מ	ט	ר
	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$	$-\frac{1}{10}$	$\frac{19}{100}$	$-\frac{1}{5}$
	י	ב	ש	י	ו

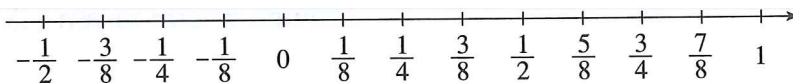


מה קיבלתם?

5. סמנו את מקומם, בקירוב, של המספרים הבאים על הציר, ורשמו את האות המתאימה מעל כל שבר.

הצעה: הפכו את המספרים על הציר לשברים עשרוניים.

0.8	-0.25	0.9	-0.3	0.2	0.5	0.1
י	י	מ	ר	ע	ו	מ
	-0.375	0.27	0.75	-0.45	0.4	0.6
	ב	ש	י	ש	ר	נ



לא הצלחתם לקרוא? הפכו כיוון.

6. נתונים המספרים הבאים:

$$\frac{4}{6}, \frac{3}{6}, \frac{8}{10}, \frac{3}{10}, \frac{3}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$$

רשמו בעזרת מספרים אלו תרגילים רבים ככל האפשר אשר התוצאה שלהם מספר שלם. מותר להשתמש בכל מספר רק פעם אחת בכל תרגיל.

פעילות IX: סגירות של קבוצות (פעילות נוספת)



ובה יסופר על ועדות הסגירות, מהן ומה תפקידן.

מה עושים המספרים? משחקים חשבון!

ראש עיריית העיר **טבע**, מר 1, סיפר למתי ומטיקה כי לפי חוק הסגירות העירוני "הכל נשאר **בטבע**", כלומר, תושבי **טבע** חייבים לשחק אך ורק במשחקים שתוצאתם היא תושב **טבע**. למשל,

אם 14 מלחק חיבור 345 , 359 , 360 או 361 , 362 , 363 , 364 , 365 , 366 , 367 , 368 , 369 , 370 , 371 , 372 , 373 , 374 , 375 , 376 , 377 , 378 , 379 , 380 , 381 , 382 , 383 , 384 , 385 , 386 , 387 , 388 , 389 , 390 , 391 , 392 , 393 , 394 , 395 , 396 , 397 , 398 , 399 , 400 , 401 , 402 , 403 , 404 , 405 , 406 , 407 , 408 , 409 , 410 , 411 , 412 , 413 , 414 , 415 , 416 , 417 , 418 , 419 , 420 , 421 , 422 , 423 , 424 , 425 , 426 , 427 , 428 , 429 , 430 , 431 , 432 , 433 , 434 , 435 , 436 , 437 , 438 , 439 , 440 , 441 , 442 , 443 , 444 , 445 , 446 , 447 , 448 , 449 , 450 , 451 , 452 , 453 , 454 , 455 , 456 , 457 , 458 , 459 , 460 , 461 , 462 , 463 , 464 , 465 , 466 , 467 , 468 , 469 , 470 , 471 , 472 , 473 , 474 , 475 , 476 , 477 , 478 , 479 , 480 , 481 , 482 , 483 , 484 , 485 , 486 , 487 , 488 , 489 , 490 , 491 , 492 , 493 , 494 , 495 , 496 , 497 , 498 , 499 , 500 , 501 , 502 , 503 , 504 , 505 , 506 , 507 , 508 , 509 , 510 , 511 , 512 , 513 , 514 , 515 , 516 , 517 , 518 , 519 , 520 , 521 , 522 , 523 , 524 , 525 , 526 , 527 , 528 , 529 , 530 , 531 , 532 , 533 , 534 , 535 , 536 , 537 , 538 , 539 , 540 , 541 , 542 , 543 , 544 , 545 , 546 , 547 , 548 , 549 , 550 , 551 , 552 , 553 , 554 , 555 , 556 , 557 , 558 , 559 , 560 , 561 , 562 , 563 , 564 , 565 , 566 , 567 , 568 , 569 , 570 , 571 , 572 , 573 , 574 , 575 , 576 , 577 , 578 , 579 , 580 , 581 , 582 , 583 , 584 , 585 , 586 , 587 , 588 , 589 , 590 , 591 , 592 , 593 , 594 , 595 , 596 , 597 , 598 , 599 , 600 , 601 , 602 , 603 , 604 , 605 , 606 , 607 , 608 , 609 , 610 , 611 , 612 , 613 , 614 , 615 , 616 , 617 , 618 , 619 , 620 , 621 , 622 , 623 , 624 , 625 , 626 , 627 , 628 , 629 , 630 , 631 , 632 , 633 , 634 , 635 , 636 , 637 , 638 , 639 , 640 , 641 , 642 , 643 , 644 , 645 , 646 , 647 , 648 , 649 , 650 , 651 , 652 , 653 , 654 , 655 , 656 , 657 , 658 , 659 , 660 , 661 , 662 , 663 , 664 , 665 , 666 , 667 , 668 , 669 , 670 , 671 , 672 , 673 , 674 , 675 , 676 , 677 , 678 , 679 , 680 , 681 , 682 , 683 , 684 , 685 , 686 , 687 , 688 , 689 , 690 , 691 , 692 , 693 , 694 , 695 , 696 , 697 , 698 , 699 , 700 , 701 , 702 , 703 , 704 , 705 , 706 , 707 , 708 , 709 , 710 , 711 , 712 , 713 , 714 , 715 , 716 , 717 , 718 , 719 , 720 , 721 , 722 , 723 , 724 , 725 , 726 , 727 , 728 , 729 , 730 , 731 , 732 , 733 , 734 , 735 , 736 , 737 , 738 , 739 , 740 , 741 , 742 , 743 , 744 , 745 , 746 , 747 , 748 , 749 , 750 , 751 , 752 , 753 , 754 , 755 , 756 , 757 , 758 , 759 , 760 , 761 , 762 , 763 , 764 , 765 , 766 , 767 , 768 , 769 , 770 , 771 , 772 , 773 , 774 , 775 , 776 , 777 , 778 , 779 , 780 , 781 , 782 , 783 , 784 , 785 , 786 , 787 , 788 , 789 , 790 , 791 , 792 , 793 , 794 , 795 , 796 , 797 , 798 , 799 , 800 , 801 , 802 , 803 , 804 , 805 , 806 , 807 , 808 , 809 , 810 , 811 , 812 , 813 , 814 , 815 , 816 , 817 , 818 , 819 , 820 , 821 , 822 , 823 , 824 , 825 , 826 , 827 , 828 , 829 , 830 , 831 , 832 , 833 , 834 , 835 , 836 , 837 , 838 , 839 , 840 , 841 , 842 , 843 , 844 , 845 , 846 , 847 , 848 , 849 , 850 , 851 , 852 , 853 , 854 , 855 , 856 , 857 , 858 , 859 , 860 , 861 , 862 , 863 , 864 , 865 , 866 , 867 , 868 , 869 , 870 , 871 , 872 , 873 , 874 , 875 , 876 , 877 , 878 , 879 , 880 , 881 , 882 , 883 , 884 , 885 , 886 , 887 , 888 , 889 , 890 , 891 , 892 , 893 , 894 , 895 , 896 , 897 , 898 , 899 , 900 , 901 , 902 , 903 , 904 , 905 , 906 , 907 , 908 , 909 , 910 , 911 , 912 , 913 , 914 , 915 , 916 , 917 , 918 , 919 , 920 , 921 , 922 , 923 , 924 , 925 , 926 , 927 , 928 , 929 , 930 , 931 , 932 , 933 , 934 , 935 , 936 , 937 , 938 , 939 , 940 , 941 , 942 , 943 , 944 , 945 , 946 , 947 , 948 , 949 , 950 , 951 , 952 , 953 , 954 , 955 , 956 , 957 , 958 , 959 , 960 , 961 , 962 , 963 , 964 , 965 , 966 , 967 , 968 , 969 , 970 , 971 , 972 , 973 , 974 , 975 , 976 , 977 , 978 , 979 , 980 , 981 , 982 , 983 , 984 , 985 , 986 , 987 , 988 , 989 , 990 , 991 , 992 , 993 , 994 , 995 , 996 , 997 , 998 , 999 , 1000 , 1001 , 1002 , 1003 , 1004 , 1005 , 1006 , 1007 , 1008 , 1009 , 1010 , 1011 , 1012 , 1013 , 1014 , 1015 , 1016 , 1017 , 1018 , 1019 , 1020 , 1021 , 1022 , 1023 , 1024 , 1025 , 1026 , 1027 , 1028 , 1029 , 1030 , 1031 , 1032 , 1033 , 1034 , 1035 , 1036 , 1037 , 1038 , 1039 , 1040 , 1041 , 1042 , 1043 , 1044 , 1045 , 1046 , 1047 , 1048 , 1049 , 1050 , 1051 , 1052 , 1053 , 1054 , 1055 , 1056 , 1057 , 1058 , 1059 , 1060 , 1061 , 1062 , 1063 , 1064 , 1065 , 1066 , 1067 , 1068 , 1069 , 1070 , 1071 , 1072 , 1073 , 1074 , 1075 , 1076 , 1077 , 1078 , 1079 , 1080 , 1081 , 1082 , 1083 , 1084 , 1085 , 1086 , 1087 , 1088 , 1089 , 1090 , 1091 , 1092 , 1093 , 1094 , 1095 , 1096 , 1097 , 1098 , 1099 , 1100 , 1101 , 1102 , 1103 , 1104 , 1105 , 1106 , 1107 , 1108 , 1109 , 1110 , 1111 , 1112 , 1113 , 1114 , 1115 , 1116 , 1117 , 1118 , 1119 , 1120 , 1121 , 1122 , 1123 , 1124 , 1125 , 1126 , 1127 , 1128 , 1129 , 1130 , 1131 , 1132 , 1133 , 1134 , 1135 , 1136 , 1137 , 1138 , 1139 , 1140 , 1141 , 1142 , 1143 , 1144 , 1145 , 1146 , 1147 , 1148 , 1149 , 1150 , 1151 , 1152 , 1153 , 1154 , 1155 , 1156 , 1157 , 1158 , 1159 , 1160 , 1161 , 1162 , 1163 , 1164 , 1165 , 1166 , 1167 , 1168 , 1169 , 1170 , 1171 , 1172 , 1173 , 1174 , 1175 , 1176 , 1177 , 1178 , 1179 , 1180 , 1181 , 1182 , 1183 , 1184 , 1185 , 1186 , 1187 , 1188 , 1189 , 1190 , 1191 , 1192 , 1193 , 1194 , 1195 , 1196 , 1197 , 1198 , 1199 , 1200 , 1201 , 1202 , 1203 , 1204 , 1205 , 1206 , 1207 , 1208 , 1209 , 1210 , 1211 , 1212 , 1213 , 1214 , 1215 , 1216 , 1217 , 1218 , 1219 , 1220 , 1221 , 1222 , 1223 , 1224 , 1225 , 1226 , 1227 , 1228 , 1229 , 1230 , 1231 , 1232 , 1233 , 1234 , 1235 , 1236 , 1237 , 1238 , 1239 , 1240 , 1241 , 1242 , 1243 , 1244 , 1245 , 1246 , 1247 , 1248 , 1249 , 1250 , 1251 , 1252 , 1253 , 1254 , 1255 , 1256 , 1257 , 1258 , 1259 , 1260 , 1261 , 1262 , 1263 , 1264 , 1265 , 1266 , 1267 , 1268 , 1269 , 1270 , 1271 , 1272 , 1273 , 1274 , 1275 , 1276 , 1277 , 1278 , 1279 , 1280 , 1281 , 1282 , 1283 , 1284 , 1285 , 1286 , 1287 , 1288 , 1289 , 1290 , 1291 , 1292 , 1293 , 1294 , 1295 , 1296 , 1297 , 1298 , 1299 , 1300 , 1301 , 1302 , 1303 , 1304 , 1305 , 1306 , 1307 , 1308 , 1309 , 1310 , 1311 , 1312 , 1313 , 1314 , 1315 , 1316 , 1317 , 1318 , 1319 , 1320 , 1321 , 1322 , 1323 , 1324 , 1325 , 1326 , 1327 , 1328 , 1329 , 1330 , 1331 , 1332 , 1333 , 1334 , 1335 , 1336 , 1337 , 1338 , 1339 , 1340 , 1341 , 1342 , 1343 , 1344 , 1345 , 1346 , 1347 , 1348 , 1349 , 1350 , 1351 , 1352 , 1353 , 1354 , 1355 , 1356 , 1357 , 1358 , 1359 , 1360 , 1361 , 1362 , 1363 , 1364 , 1365 , 1366 , 1367 , 1368 , 1369 , 1370 , 1371 , 1372 , 1373 , 1374 , 1375 , 1376 , 1377 , 1378 , 1379 , 1380 , 1381 , 1382 , 1383 , 1384 , 1385 , 1386 , 1387 , 1388 , 1389 , 1390 , 1391 , 1392 , 1393 , 1394 , 1395 , 1396 , 1397 , 1398 , 1399 , 1400 , 1401 , 1402 , 1403 , 1404 , 1405 , 1406 , 1407 , 1408 , 1409 , 1410 , 1411 , 1412 , 1413 , 1414 , 1415 , 1416 , 1417 , 1418 , 1419 , 1420 , 1421 , 1422 , 1423 , 1424 , 1425 , 1426 , 1427 , 1428 , 1429 , 1430 , 1431 , 1432 , 1433 , 1434 , 1435 , 1436 , 1437 , 1438 , 1439 , 1440 , 1441 , 1442 , 1443 , 1444 , 1445 , 1446 , 1447 , 1448 , 1449 , 1450 , 1451 , 1452 , 1453 , 1454 , 1455 , 1456 , 1457 , 1458 , 1459 , 1460 , 1461 , 1462 , 1463 , 1464 , 1465 , 1466 , 1467 , 1468 , 1469 , 1470 , 1471 , 1472 , 1473 , 1474 , 1475 , 1476 , 1477 , 1478 , 1479 , 1480 , 1481 , 1482 , 1483 , 1484 , 1485 , 1486 , 1487 , 1488 , 1489 , 1490 , 1491 , 1492 , 1493 , 1494 , 1495 , 1496 , 1497 , 1498 , 1499 , 1500 , 1501 , 1502 , 1503 , 1504 , 1505 , 1506 , 1507 , 1508 , 1509 , 1510 , 1511 , 1512 , 1513 , 1514 , 1515 , 1516 , 1517 , 1518 , 1519 , 1520 , 1521 , 1522 , 1523 , 1524 , 1525 , 1526 , 1527 , 1528 , 1529 , 1530 , 1531 , 1532 , 1533 , 1534 , 1535 , 1536 , 1537 , 1538 , 1539 , 1540 , 1541 , 1542 , 1543 , 1544 , 1545 , 1546 , 1547 , 1548 , 1549 , 1550 , 1551 , 1552 , 1553 , 1554 , 1555 , 1556 , 1557 , 1558 , 1559 , 1560 , 1561 , 1562 , 1563 , 1564 , 1565 , 1566 , 1567 , 1568 , 1569 , 1570 , 1571 , 1572 , 1573 , 1574 , 1575 , 1576 , 1577 , 1578 , 1579 , 1580 , 1581 , 1582 , 1583 , 1584 , 1585 , 1586 , 1587 , 1588 , 1589 , 1590 , 1591 , 1592 , 1593 , 1594 , 1595 , 1596 , 1597 , 1598 , 1599 , 1600 , 1601 , 1602 , 1603 , 1604 , 1605 , 1606 , 1607 , 1608 , 1609 , 1610 , 1611 , 1612 , 1613 , 1614 , 1615 , 1616 , 1617 , 1618 , 1619 , 1620 , 1621 ,

2. לפניכם חלק מן המשחקים העומדים לדין על שולחן ועדת הסגירות של הטבעיים. a ו- b טבעיים.

אם הייתם חברי ועדת הסגירות של הטבעיים, אילו משחקים הייתם מקבלים ואילו הייתם פוסלים? תנו בכל מקרה נימוק להחלטתכם.

א. "סכום העוקבים", חוק המשחק: $a @ b = (a + 1) + (b + 1)$ (תוצאת הפעולה היא תמיד סכום העוקבים).

$$\text{לדוגמה: } 5 @ 7 = 14$$

ב. "סכום הקטנים ב-3", חוק המשחק: $a @ b = (a - 3) + (b - 3)$

$$\text{לדוגמה: } 5 @ 7 = 2 + 4 = 6$$

ג. "אני ואתה בריבוע", חוק המשחק: $a @ b = (a + b)^2$

$$\text{לדוגמה: } 5 @ 7 = (5 + 7)^2 = 144.$$

ד. "הבה נתפשר", חוק המשחק: $a @ b = \frac{a + b}{2}$

(תוצאת הפעולה היא תמיד ממוצע המספרים.)

$$\text{לדוגמה: } 5 @ 7 = \frac{5 + 7}{2} = 6.$$

ה. "הפרשים הפוכים", חוק המשחק: $a @ b = \frac{a - b}{b - a}$

$$\text{לדוגמה: } 5 @ 7 = \frac{5 - 7}{7 - 5} = -1.$$

ו. "משחק פילוג", חוק המשחק: $a @ b = \frac{2(a + b)}{2a + 2b}$

$$\text{לדוגמה: } 5 @ 7 = \frac{2 \cdot (5 + 7)}{2 \cdot 5 + 2 \cdot 7} = 1.$$

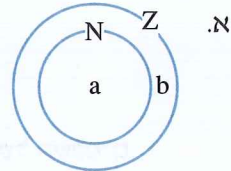
3. אילו מהמשחקים (בשאלה 2) שנפסלו על-ידי ועדת הסגירות של הטבעיים יתקבלו על-ידי ועדת הסגירות של השלמים?

4. לפניכם משחקים שנפסלו על-ידי ועדת הסגירות של הטבעיים.
 רשמו, בכל מקרה, מהו התנאי ששני תושבי העיר **טבע** הרוצים לשחק במשחק, ישארו בתוך תחומי העיר **טבע**.
- א. חיסור,
 - ב. חילוק,
 - ג. הממוצע של שני מספרים.
5. לפניכם משחקים שנפסלו על-ידי ועדת הסגירות של השלמים.
 רשמו, בכל מקרה, מהו התנאי ששני תושבי ארץ **שלם** הרוצים לשחק במשחק ישארו בתוך תחומי ארץ **שלם**.
- א. חילוק,
 - ב. ממוצע של שני מספרים,
 - ג. $a @ b = (a \cdot b) : 10$.
6. האם בין המשחקים בשאלה 2 יש משחק שייפסל על-ידי ועדת הסגירות של הרציונליים?
7. נסו להמציא משחק משלכם, כך שתושבי העיר טבע יכולים לשחק בו לפי חוק הסגירות של הטבעיים (כלומר: הגדירו פעולה שתוצאתה היא תמיד מספר טבעי).



9. התייחסו לנתונים שבדיאגרמה בכל סעיף, ורשמו ליד כל אחת מהשאלות הבאות את אחת מהאפשרויות: "תמיד", "לפעמים" או "אף פעם".
אם הדבר אפשרי, תנו דוגמה מספרית מתאימה.

a מייצג מספר טבעי.

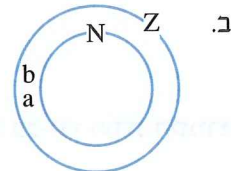


b מייצג מספר שלם.

האם הסכום $a + b$ הוא מספר טבעי?

האם המנה $\frac{a}{b}$ ($b \neq 0$) היא מספר טבעי?

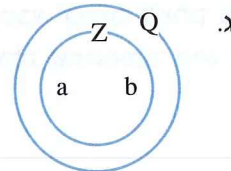
a ו-b מייצגים מספרים שלמים.



האם ההפרש $a - b$ הוא מספר טבעי?

האם המכפלה $a \cdot b$ היא מספר טבעי?

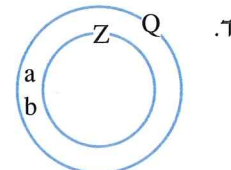
a ו-b מייצגים מספרים שלמים.



האם המנה $\frac{a}{b}$ ($b \neq 0$) היא מספר רציונאלי?

האם המנה $\frac{a}{b}$ ($b \neq 0$) היא מספר שלם?

a ו-b מייצגים מספרים רציונאליים.



האם הסכום $a + b$ הוא מספר שלם?

האם המנה $\frac{a}{b}$ ($b \neq 0$) היא מספר שלם?

2. חזקות



חזקה היא פעולה מוכרת,
למדנו עליה כפעולת כפל חוזרת,
עתה נגדירה בדרך אחרת.

נבדוק גם אילו כללים,
שבעולם המספרים פועלים,
על פעולת החזקה חלים.

ולבסוף נשתמש בחזקה,
ונראה איך בעזרתה
ניתן להציג מספרים עוד ועוד,
גדולים מאוד וקטנים מאוד.

כמו: המרחק בין כוכבים,
או מספר תושבי סין,
וכן את גודל האטום,
נלמד לקרוא במחשבון.

פעילות 1: חוקי חזקות

ובה נכיר את חוקי החזקה כאשר בסיסי החזקות שווים.

1. השלימו חזקות ומכפלות בטבלה. היעזרו בחוק החילוף.

מכפלה מקוצרת (בעזרת חזקות)	מכפלה מפורטת
$2^4 \cdot 5^3$	$2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$
	$a \cdot 3 \cdot 3 \cdot a \cdot a$
$7^3 \cdot 2^4$	
$6^2 \cdot a^3$	

דאגה:

תזכורת: בחזקה a^n , a נקרא בסיס החזקה ו- n נקרא מעריך החזקה.

2. עבדו בקבוצות וחקרו באיזה מהסעיפים הבאים אפשר לקבל תוצאה הכתובה בחזקה של 3.

אם אפשר, השלימו את המעריך במשבצת. (כדאי להיעזר בפירוק חזקה למכפלה).

א. כפל: $3^7 \cdot 3^2 = 3^{\square}$ ד. חילוק: $\frac{3^7}{3^2} = 3^{\square}$

ב. חיבור: $3^7 + 3^2 = 3^{\square}$ ה. חיסור: $3^7 - 3^2 = 3^{\square}$

ג. חזקה: $(3^7)^2 = 3^{\square}$ ו. חזקה: $(3^2)^7 = 3^{\square}$

העלאה בחזקה במחשבון מבצעים בעזרת המקש x^y

דאגה: כדי לחשב 2^3 מקלישים את סדרת האמצאות $2 \square x^y \square 3$

אם x^y מופיע ליד מקש ולא עליו, יש להקדים לו לחיצה על inv או על shift .

3. בדקו את תשובותיכם לתרגיל 2 בעזרת מחשבון.

אפשר לסכם את הפעילות שעשינו על חזקות בעלות בסיסים שווים בשלושה חוקים.

בסימנים	במילים
$a^k \cdot a^n = a^{k+n}$	כאשר כופלים חזקות בעלות בסיסים שווים, יהיה מעריך החזקה שווה ל סכום המעריכים.
$\frac{a^k}{a^n} = a^{k-n}$ $a \neq 0, k > n$	כאשר מחלקים חזקות בעלות בסיסים שווים, יהיה מעריך החזקה שווה ל הפרש המעריכים.
$(a^k)^n = a^{kn}$	כאשר מעלים חזקה בחזקה , יהיה המעריך שווה ל מכפלת המעריכים.

4. א. תנו דוגמה לכל אחד מהחוקים.

ב. הסבירו את הדוגמאות שנתתם בעזרת תרגום החזקות למכפלות.

א. חשבו בעזרת מחשבון.



$$8^0 = \quad 1000^0 = \quad 0.1^0 =$$

ב. שערו מה נקבל אם נחשב בעזרת מחשבון 7^0 ? $(-6)^0$? -6^0 ?

נסו להסביר את השיקולים שהביאו אתכם להשערה זו.

בדקו את השערתכם.



6. א. פשטו בעזרת צמצום.

$$\frac{a^9}{a^9} = \frac{7^2}{7^2} = \frac{3^5}{3^5} =$$

ב. רשמו את התוצאה של התרגילים הקודמים בעזרת חוק המנה.

מסקנה: כדי שחוק המנה יתקיים גם עבור מעריכים שווים, יש להגדיר $a^0 = 1$ ($a \neq 0$). זוהי ההגדרה המקובלת במתמטיקה, וגם המחשבון עובד על-פי הגדרה זו.

7. השלימו את המעריך החסר.

$$2^3 \cdot 2^4 = 2^{\square} \quad \text{זלמן:}$$

$$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$2^3 \cdot 2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^7$$

$$3^5 \cdot 3^3 = 3^{\square} \quad \text{ג.} \quad 5^4 \cdot 5^2 = 5^{\square} \quad \text{ב.} \quad 4^3 \cdot 4^2 = 4^{\square} \quad \text{א.}$$

8. סמנו $=$ או $\neq$

$$3^{17} \cdot 3^{19} \bigcirc 3^{17+19} \quad \text{ד.} \quad 5^{20} \cdot 5^{15} \bigcirc 5^{35} \quad \text{א.}$$

$$a^5 \cdot a^3 \bigcirc a^{15} \quad \text{ה.} \quad 5^{10} \cdot 5^7 \bigcirc 5^7 \cdot 5^{10} \quad \text{ב.}$$

$$a^5 \cdot a^3 \bigcirc a^8 \quad \text{ו.} \quad 3^{17} \cdot 3^{19} \bigcirc 3^{17 \cdot 19} \quad \text{ג.}$$

9. פשטו. רשמו כחזקה.

$$\frac{7^5}{7^3} = 7^{\square}$$

באנפ:

$$\frac{7^5}{7^3} = \frac{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7}{7 \cdot 7 \cdot 7} = 7^2$$

$$\frac{a^7}{a^3} = \text{א.}$$

$$\frac{13^5}{13^5} = \text{ב.}$$

$$\frac{11^7}{11^2} = \text{ג.}$$

$$\frac{7^5}{7^2} = \text{ד.}$$

$$\frac{x^5 \cdot x^3}{x^8} = \text{ה.}$$

$$\frac{4^4 \cdot a^5}{a^6} = \text{ו.}$$

$$\frac{k^7}{k^2} = \text{ז.}$$

$$\frac{d^4}{d^3} = \text{ח.}$$

10. פשטו. רשמו כחזקה.

$$(6^4)^3 = 6^4 \cdot 6^4 \cdot 6^4 = 6^{4+4+4} = 6^{12} \quad \text{באנפ:}$$

$$(8^3)^0 = \text{א.}$$

$$(4^5)^2 = \text{ב.}$$

$$(2^3)^4 = \text{ג.}$$

$$(6^7) \cdot 6 = \text{ד.}$$

$$(4^3)^2 = \text{ה.}$$

$$(5^3)^3 \cdot 5^4 = \text{ו.}$$

11. א. כתבו את המספר 64 כחזקה בדרכים שונות רבות ככל האפשר.

ב. כתבו 8 תרגילי חזקות שתוצאתם 64.

חזקה שבסיסה משתנה או מספר, ומעריך הגדול מ-1 וטבעי, להחליפה במכפלה אפשר אשר בה מספר גורמים שווים.

$$a^3 = a \cdot a \cdot a$$

אך לפעמים במקרה מיוחד, החזקה אינה כתיבה מקוצרת. למשל, כשהמעריך הוא 0 או 1, אז היא מקבלת הגדרה אחרת.

$$a^0 = 1 \quad a^1 = a$$

לחזקה יש חוקים משלה, למשל, אם כפל היא הפעולה, ובסיסי החזקה שווים, אז מחברים את המעריכים.

$$a^k \cdot a^n = a^{k+n}$$

וכדי לחלק חזקות בעלות בסיסים שווים, מחסרים זה מזה את המעריכים. ואיך חזקה בחזקה מעלים? את המעריכים זה בזה כופלים.

$$\frac{a^k}{a^n} = a^{k-n}$$

$$(a^k)^n = a^{kn}$$

ורק פעולה של חיבור או חיסור אי אפשר לרשום בקיצור.

$$a^k + a^n$$

$$a^k - a^n$$



1. כתבו בכתיב חזקות. היעזרו בחוק החילוף של הכפל.

$$b \cdot a \cdot a \cdot 3 \cdot 3 \cdot b \cdot a \cdot a \cdot 3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot a \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b = 3^3 \cdot a^4 \cdot b^2$$

א. $2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$

ב. $2 \cdot x \cdot 2 \cdot 2 \cdot x \cdot x \cdot x$

ג. $b \cdot b \cdot a \cdot a \cdot b \cdot a \cdot b \cdot a$

ד. $2 \cdot (-a) \cdot d \cdot d \cdot (-a) \cdot (-a) \cdot 2 \cdot (-a) \cdot d$

2. פשטו.

א. $2 \cdot x^4 \cdot y^3 \cdot 7 \cdot x^2 \cdot x \cdot y \cdot 5$

א. $a^3 \cdot b \cdot 8 \cdot a^2 \cdot b^2$

ב. $y \cdot 15x^3 \cdot z^6 \cdot x \cdot y \cdot 6 \cdot z$

ב. $x^3 \cdot x \cdot y^2 \cdot 5 \cdot y^3$

ג. $a^3 \cdot a^2 \cdot 5 \cdot b \cdot 2 \cdot a^3 \cdot b^5$

ג. $x^2 \cdot y^3 \cdot z^4 \cdot y \cdot x \cdot 2$

3. פשטו. רשמו כחזקה.

א. $\frac{c^7}{c^3 \cdot c^4}$

ב. $\frac{b^5}{b^4}$

ג. $\frac{a^4 \cdot a^5}{a^3}$

4. פשטו. רשמו כחזקה.

א. $(10^4)^2 =$

ב. $\frac{(15^2)^3}{15^4} =$

ג. $(10^3)^2 =$

א. $(8^2)^4 \cdot 8^2 =$

ב. $\frac{(7^2)^3}{(7^3)^2} =$

ג. $(10^2)^3 =$

5. אם במסגרת יש תרגיל, סמנו תרגילים עם תוצאה שווה.
אם במסגרת יש תבנית, סמנו תבניות תואמות לה.

$$2^{10} =$$

- א. $2^5 \cdot 2^2$ ג. $(2^5)^2$ ה. $\left(\frac{10}{5}\right)^{10}$
ב. $2^3 \cdot 2^7$ ד. $2^{20} : 2^2$ ו. $(2^5)^5$

$$x^3 \cdot x^4 =$$

- א. $7x$ ג. $x^{3 \cdot 4}$ ה. x^{12}
ב. $\frac{x^{14}}{x^2}$ ד. $(x^3)^4$ ו. x^7

$$\frac{x^{12}}{x^2} =$$

- א. $(x^2)^3$ ג. $x^{\frac{12}{2}}$ ה. x^6
ב. x^{10} ד. x^{12-2} ו. $x^{12} - x^2$

$$x^3 + x^3 =$$

- א. $x(x^2 + x^2)$ ג. $2 \cdot x^3$ ה. x^6
ב. x^9 ד. $x + x^5$ ו. $(x^3)^2$

6. סמנו את התרגילים שהם בעלי התוצאה 1.

$$\frac{4^2 \cdot 4^3}{4^5}$$

ה.

$$x^3 - x^3$$

ג.

$$5^0$$

א.

$$(7^3)^0$$

ו.

$$-3^3$$

ד.

$$\frac{6^3}{6^3}$$

ב.

7. פשוט, אם אפשר.

$$a^3 + a^2 =$$

ט.

$$! a^3 + a^3 =$$

ה.

$$a + a =$$

א.

$$a^3 \cdot a^2 =$$

י.

$$a^3 \cdot a^3 =$$

ו.

$$a \cdot a =$$

ב.

$$a^3 - a^2 =$$

יא.

$$! a^3 - a^3 =$$

ז.

$$a - a =$$

ג.

$$a^3 : a^2 =$$

יב.

$$a^3 : a^3 =$$

ח.

$$a : a =$$

ד.

8. פשוט.

$$2a^5 \cdot 4a^2 = 2 \cdot a^5 \cdot 4 \cdot a^2 = 8a^7$$

זלמן:

$$4(a^3)^2 =$$

ה.

$$4a^4 \cdot 5a^5 =$$

א.

$$4(a^2)^3 \cdot a^4 =$$

ו.

$$7a^6 \cdot 8a^3 =$$

ב.

$$8a \cdot (a^2)^4 =$$

ז.

$$7a^9 \cdot 9a^7 =$$

ג.

$$\frac{(a^3)^5}{(a^5)^3} =$$

ח.

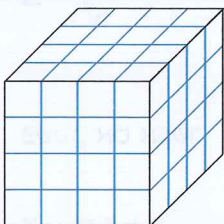
$$10a^7 \cdot \frac{1}{2}a^7 =$$

ד.

פעילות II: עוגות בצורת קובייה



ובה נכיר את החוקים לגבי חזקה של מכפלה ומנה בבסיסים שונים.



מר שמיל אופה עוגות גדולות בצורת קובייה, וטובל אותן בשוקולד מכל הצדדים. את העוגות הוא פורס לעוגות ליחיד, לפי הסימונים שהוא מסמן על העוגה הגדולה. עוגה ליחיד היא עוגה שמידותיה $1 \times 1 \times 1$.

השלימו את הטבלה הבאה.



גודל העוגה	מספר הריבועים בעוגה הגדולה המכוסים בשוקולד	מספר עוגות ליחיד
$1 \times 1 \times 1$ 	6	1
$2 \times 2 \times 2$ 	24	
$3 \times 3 \times 3$ 		
$4 \times 4 \times 4$ 		
$5 \times 5 \times 5$		
$6 \times 6 \times 6$		
$10 \times 10 \times 10$		
$a \times a \times a$		

למספר הקוביות הקטנות $1 \times 1 \times 1$ שמכילה קובייה קוראים **נפח** הקובייה.
למספר הריבועים 1×1 שעל פני הקובייה קוראים **שטח פנים** של הקובייה.

2. נחקור כיצד משתנה נפח הקובייה וכיצד משתנה שטח הפנים שלה כאשר מגדילים את צלע הקובייה פי 2.

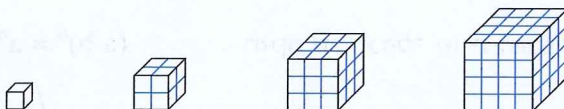
א. מצאו בטבלה בעמוד הקודם שתי קוביות שצלע האחת גדולה פי 2 מצלע השנייה.

פי כמה גדול נפח הקובייה הגדולה מנפח הקובייה הקטנה?
פי כמה גדול שטח הפנים של הקובייה הגדולה מזה של הקובייה הקטנה?

ב. מצאו בטבלה שתי קוביות אחרות המקיימות אותו תנאי.
פי כמה גדול נפח הקובייה הגדולה מזה של הקובייה הקטנה?
פי כמה גדול שטח הפנים של הקובייה הגדולה מזה של הקובייה הקטנה?
ג. נסתכל על זוג קוביות, שצלעה של האחת גדולה פי 2 מצלעה של השנייה. השלימו והסבירו.

נפח הקובייה הקטנה (שצלעה a) הוא _____
נפח הקובייה הגדולה (שצלעה $2a$) הוא _____
נפח הקובייה הגדולה גדול פי _____ מנפח הקובייה הקטנה.

ד. השלימו והסבירו.
שטח הפנים של הקובייה הקטנה (שצלעה a) הוא _____
שטח הפנים של הקובייה הגדולה (שצלעה $2a$) הוא $6 \cdot (2a)^2 =$ _____
שטח הפנים של הקובייה הגדולה גדול פי _____ משטח הפנים של הקובייה הקטנה.



3. מגדילים פי 3 את צלעותיה של קובייה קטנה.

א. כיצד, לדעתכם, ישתנה הנפח של הקובייה כתוצאה מן השינוי?

ב. כיצד, לדעתכם, ישתנה שטח הפנים של הקובייה כתוצאה מן השינוי?

ג. בדקו את השערתכם בעזרת הטבלה שבעמוד 88.

4. מקטינים פי 2 את צלעותיה של קובייה גדולה.

א. כיצד, לדעתכם, ישתנה הנפח של הקובייה כתוצאה מן השינוי?

ב. כיצד, לדעתכם, ישתנה שטח פנים של הקובייה כתוצאה מן השינוי?

ג. בדקו את השערתכם בעזרת הטבלה שבעמוד 88.

5. צלעה של קובייה הוא a .

מגדילים או מקטינים את צלע הקובייה.

ספרו את הסיפור של התבניות הבאות, ופשטו אותן.

א. $(5a)^3 = 5a \cdot \square \cdot \square = (5 \cdot 5 \cdot 5) \cdot (\square \cdot \square \cdot \square) = 5^{\square} \cdot a^{\square}$

ב. $6 \cdot (5a)^2 = 6 \cdot 5^{\square} \cdot a^{\square} =$

ג. $\left(\frac{a}{2}\right)^3 = \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^{\square}}{2^{\square}} =$

אפשר לסכם את הפעולות שעשינו על חזקה עם בסיסים שונים (a ו- b)
ואותו מעריך (n), בשני חוקים:

במילים

חזקה של מכפלה שווה למכפלת החזקות.

חזקה של מנה שווה למנת החזקות.

בסימנים

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$b \neq 0 \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

6. סמנו = או $\neq$.

א. $(2 \cdot 3)^2$ _____ $2^2 \cdot 3^2$ ד. $(3^2)^3$ _____ $3^3 \cdot 2^3$

ב. $(5x)^2$ _____ $5x^2$ ה. $\left(\frac{x}{2}\right)^2$ _____ $\frac{x^2}{4}$

ג. $\left(\frac{8}{4}\right)^3$ _____ 8 ו. $\frac{10^3}{2}$ _____ 5^3

7. א. חשבו את החזקות ורשמו את הסדרות ללא חזקות:

$\frac{2}{3}$, $\left(\frac{2}{3}\right)^2$, $\left(\frac{2}{3}\right)^3$, $\left(\frac{2}{3}\right)^4$

$\frac{3}{2}$, $\left(\frac{3}{2}\right)^2$, $\left(\frac{3}{2}\right)^3$, $\left(\frac{3}{2}\right)^4$

ב. האם המספרים בכל סדרה הולכים וגדלים או הולכים וקטנים? הסבירו.

8. פתרו ללא מחשבון.

$5^2 \cdot 6^2 = (5 \cdot 6)^2 = 30^2 = 900$ דוגמא:

$\left(\frac{7}{2}\right)^2 = \frac{7^2}{2^2} = \frac{49}{4} = 12\frac{1}{4}$

$\left(\frac{5}{2}\right)^2 =$ $4^3 \cdot 5^3 =$ $\left(\frac{1}{2} \cdot 3\right)^2 =$ $5^3 \cdot 2^3 =$

9. א. השלימו בעזרת מחשבון.

$$32^2 = \quad 18^2 = \quad 24^2 = \quad 12^2 =$$

ב. פתרו ללא מחשבון. תוכלו להיעזר בסעיף א.

$$\begin{array}{lll} \frac{24^2}{12^2} = & 6^2 \cdot 4^2 = & 6^2 \cdot 3^2 = \\ 6^2 \cdot 2^2 = & 8^2 \cdot 4^2 = & 8^2 \cdot 3^2 = \end{array}$$

לזריזים

10. השלימו את ריבוע הקסם כך שתתקבל אותה מכפלה בכל שורה בכל טור ובשני האלכסונים.

a^3		ab
	$(ab)^2$	
		ab^4

11. רשמו כתבניות.

א. ריבוע (חזקה שנייה) של סכום המספרים a ו- b .

ב. סכום הריבועים של המספרים a ו- b .

ג. ריבוע ההפרש בין המספרים x ו- y .

ד. ההפרש בין ריבועי המספרים x ו- y .

פינת הקריאה

חוק הפילוג של הכפל מעל החיבור אומר, כי במקום לחבר תחילה שני מספרים ואחר לכפול אותם במספר שלישי, אפשר לכפול קודם כל אחד משני המספרים במספר השלישי, ובסוף לחבר את התוצאות.

$$\text{דוגמה: } (3 + 2) \cdot 6 = 3 \cdot 6 + 2 \cdot 6$$

אפשר לברר אם חוק הפילוג קיים גם בפעולות אחרות.

א. חוק הפילוג של החזקה מעל לחיבור:

$$\text{האם נכון ש - } (6 + 3)^2 \stackrel{?}{=} 6^2 + 3^2$$

ב. חוק הפילוג של החזקה מעל לכפל:

$$\text{האם נכון ש - } (6 \cdot 3)^2 \stackrel{?}{=} 6^2 \cdot 3^2$$

ג. חוק הפילוג של החזקה מעל לחיסור:

$$\text{האם נכון ש - } (6 - 3)^2 \stackrel{?}{=} 6^2 - 3^2$$

ד. חוק הפילוג של החזקה מעל לחילוק:

$$\text{האם נכון ש - } (6 : 3)^2 \stackrel{?}{=} 6^2 : 3^2$$

- אילו חוקים אינם מתקיימים? הסבירו.
- האם אפשר לדעת בוודאות ששאר החוקים אכן מתקיימים? הסבירו.

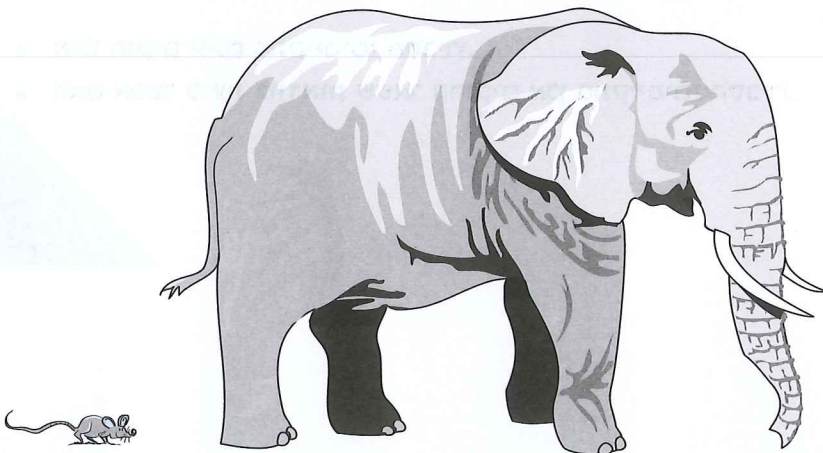
אם נקח עכבר ואותו נגדיל
נקבל יצור דומה לפיל.
אם הגדלנו את האורך פי 40
פי כמה יגדל שטח הפנים?
והנפח פי כמה יגדל?
הבה נפרש את הנמשל.

ניקח קובייה, $1\text{ ס"מ} \times 1\text{ ס"מ} \times 1\text{ ס"מ}$ מידותיה,
ופי 40 נגדיל אורכיה.

בקובייה הקטנה שטח הפנים
הוא 1 סמ"ר , שש פעמים,
ובקובייה הגדולה שטח הפנים
הוא שש פעמים 40×40 .

ומה קורה לנפח כאשר מגדילים
את צלע הקובייה פי ארבעים?
או באופן כללי פי n ?
את השאלה הזו נשאיר לכם.

שטח הפנים אם כך גדל
פי 1600 כידוע,
כלומר, אם האורך פי n יגדל
השטח יגדל פי n^2 בריבוע.



1. סמנו = או $\neq$.

ה. $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \text{ — } \frac{4}{9}$

א. $(3 \cdot a)^4 \text{ — } 3 \cdot a^4$

ו. $\left(\frac{b}{5}\right)^2 \text{ — } \frac{b^2}{5}$

ב. $(b \cdot 2)^5 \text{ — } b^5 \cdot 2^5$

ז. $\frac{27}{a^3} \text{ — } \left(\frac{3}{a}\right)^3$

ג. $9x^2 \text{ — } (3x)^2$

ח. $\left(\frac{4x^3}{2x^2}\right)^2 \text{ — } 4x^2$

ד. $(2 \cdot x^2)^3 \text{ — } 8x^5$

2. פשטו.

ו. $\frac{(3 \cdot 5)^2}{5^3 \cdot 3^2}$

ד. $\frac{2^4 \cdot 2^5}{(2^3)^3}$

א. $(3a^2)^3$

ח. $\frac{6^4}{2^4 \cdot 3^4}$

ה. $\frac{(5^2)^6}{5^3 \cdot 5^4}$

ב. $(2xy^2)^2$

ט. $\frac{(2a^2 \cdot a^3)^2}{(a^5)^2}$

ו. $\frac{3^2 \cdot 3^5}{(3^2)^3}$

ג. $\left(\frac{2b^3}{5x}\right)^4$

3. כתבו את 64 בדרכים רבות ככל האפשר בעזרת פעולות כפל, חילוק, חזקה וסוגריים.

דוגמה: $64 = 2^2 \cdot 2^4$

4. השלימו כל ריבוע קסם, כך שתתקבל אותה מכפלה בכל שורה, בכל טור ובשני האלכסונים.

ב.

		$\left(\frac{a}{2}\right)^2$
$2a$	$(2a)^2$	$(2a)^3$

א.

$\frac{a^5}{b^7}$		$\frac{a}{b}$
	$\left(\frac{a}{b}\right)^2$	
		$\frac{b^3}{a}$

5. בכל סעיף סמנו את כל התבניות התואמות לתבנית שבמסגרת.

א. $2a$ $2a^0$ $(2a)^0$ $2a^1$ $\frac{(2a)^2}{2a}$ $\frac{2a^2}{2a}$

ב. $16a^4b^6$ $(2ab)^4 \cdot b^2$ $(2b^2)^4 \cdot a^4$ $16b^2 \cdot (ab)^4$ $8a^4 \cdot 2b^6$

ג. $\frac{a}{8b}$ $\frac{2a^4}{16a^3b}$ $8 \cdot \frac{a}{b}$ $\frac{1}{8} \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^3 \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^2$ $\frac{a}{8} \cdot b$ $\frac{a}{(2b)^3}$

ד. $(a+2)^2$ $a^2 + 2^2$ $(a+2)(a+2)$ $(a+2)a + 2$ $a + 2^2$

פעילות III: חזקות עם מעריך שלילי



ובה נבין את משמעות המעריך השלילי.



גשם, גשם משמים,
כל היום טיפות המים,
טיף - טיף - טף ועוד טיפה...
וכך נוצרה שלולית גדולה,
8 מ"ר השטח שלה.

והנה שמש בשמים,
מייבשת את המים,
השלולית התייבשה מיום ליום,
שטחה קטן פי 2, בכל יום.

סמנו איזו סדרת מספרים מתארת את השטחים של השלולית בהתאם לימים שעברו. נמקו תשובתכם.



סדרה א: $8, 6, 4, 2, 0, -2, -4, \dots$

סדרה ב: $8, 4, 2, 1, -2, -4, -8, \dots$

סדרה ג: $8, 6, 4, 2, 0$

סדרה ד: $8, 4, 2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$

סדרה ה: $8, 4, 2, 0$

רשמו את הסדרה שבחרתם בשורה העליונה.



נסו לרשום את סדרת השטחים בשורה התחתונה בעזרת חזקות של 2.

8									
2^3	$2^{\square}$	$2^{\square}$	2^0	$\frac{1}{2^1}$	$\frac{1}{2^2}$	$\frac{1}{2^{\square}}$	$\frac{1}{2^{\square}}$	$\frac{1}{2^{\square}}$	$\frac{1}{2^{\square}}$

את הסדרה הזאת ניתן לרשום גם כך:

2^3	2^2	2^1	2^0	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	2^{-4}	2^{-5}	2^{-6}
-------	-------	-------	-------	----------	----------	----------	----------	----------	----------

רשמו בשורה העליונה סדרת מספרים מתאימה לשלולית ששטחה



27 מ"ר, ובכל יום קטן שטחה פי 3.

ב. רשמו בשורה התחתונה סדרת חזקות מתאימה.

27	9	3					
3^3	$3^{\square}$	$3^{\square}$	$3^{\square}$	$3^{\square}$	$3^{\square}$	$3^{\square}$	$3^{\square}$

אתגר

4. רשמו סדרה מתאימה לשלולית ששטחה a^4 מ"ר, ובכל יום שטחה קטן פי a.

מגמט'קה היא לשפה ככל השפה
 ויש בה חוקים, הסכמים וסימאונים.
 אכלא, כלאנא חלסקים בחזקה
 כדאי לשכים חל כמה חניינים:

את הסדרה: $\dots \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2, 4, 8$

רושמים בכתוב חזקות כך: $\dots \frac{1}{2^3}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^1}, 2^0, 2^1, 2^2, 2^3$

ואפשר גם כך: $\dots 2^{-3}, 2^{-2}, 2^{-1}, 2^0, 2^1, 2^2, 2^3$

במקום לרשום לדוגמה: $\frac{1}{2^3}$, כותבים 2^{-3} .

כלומר: $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$.

ובאופן כללי מגדירים: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

5. השלימו את הסדרות הבאות פעם אחת בכתוב מספרים, ופעם נוספת בכתוב חזקות.

א. $\dots, _, _, _, 1000, 100, 10, _, _, _, \dots$

$\dots, _, _, _, 10^3, 10^2, 10^1, _, _, _, \dots$

ב. $\dots, _, _, _, _, _, 4, 8, 16, _, \dots$

$\dots, _, _, _, _, _, 2^2, 2^3, _, _, \dots$

ג. $\dots, _, _, _, _, _, 5^2, 5^3, 5^4, _, \dots$

$\dots, _, _, _, _, _, _, _, _, _, \dots$

6. השלימו פרטים חסרים.

שבר פשוט	שבר עשרוני	חזקה	זלזמה:
$\frac{1}{8}$	0.125	2^{-3}	
_____	_____	10^{-2}	
_____	0.1	$10^{\square}$	
_____	0.5	$2^{\square}$	
$\frac{1}{4}$	_____	$2^{\square}$	

7. בדקו בעזרת מחשבון את הטבלה בתרגיל 6.

אתגר

8. א. השלימו את הטבלה הבאה:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
2^x	$\frac{1}{8}$						

ב. השלימו את הטבלה הבאה:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$\left(\frac{1}{2}\right)^x$							

ג. מצאו קשרים בין הטבלאות.



הכרנו כבר תבנית מוזרה,
הצירוף a^n שנקרא חזקה.
 a את **בסיס החזקה** מסמן,
ואת **מעריך החזקה** נסמן ב- n .

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \dots a}_{n \text{ פעמים}}$$

את a^n , בו n גדול מ- 1 ושלם,
אפשר בפשטות לפרש ולסכם:
את a בעצמו כופלים,
בדיוק n פעמים.

$$\frac{1}{a^n} = \underbrace{\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{a} \dots \frac{1}{a}}_{n \text{ פעמים}} = a^{-n}$$

אם n הוא שלם ושלילי.
נביט בבסיס החזקה ההופכי!
כי סימן המינוס לנו מראה,
שה- a "בורח" למכנה.
 a^{-n} הוא: n פעמים
שאת $\frac{1}{a}$ בעצמו כופלים.

$$a \cdot a^{-1} = a^0 = 1$$

a^{-1} ו- a הם זוג מספרים מיוחד,
כי מכפלתם קבועה - והיא 1.
האם יש ביניהם הזוכרים,
כיצד מכנים זוג כזה של מספרים?

$$a^0 = 1$$

$$a \neq 0$$

אם $n = 0$, הפתרון יחיד.
מתקבלת אותה תוצאה תמיד!
כי a^0 יחיד ומיוחד,
ותמיד יהיה שווה ל- 1.

לפי ההגדרה $a^0 = 1$
בהנחה ש- $a \neq 0$.
 0^0 חסר משמעות לפי ההגדרה.
התוכלו לשער מהי הסיבה?

1. התאימו תרגיל לתוצאה.
שימו לב: יש עיגולים מיותרים.

$5^6 : 5^3$ י	$5 \cdot 5^5$ ך	$2^5 : 2^5$ ך	א. 1
$2^3 \cdot 2^2$ ת	$5^4 : 5^6$ י	$5^6 : 5^{-4}$ ש	ב. 625
$2^2 : 2$ נ	$3^2 : 3$ ק		ג. 125
$2^3 : 2^6$ צ	$3^3 : 3^4$ י	$5 \cdot 5^3$ א	ד. 32
$\frac{1}{3^2} \cdot 3^4$ י	$2 : 2^2$ ג	$3^2 \cdot 3$ י	ה. $\frac{1}{25}$
$2^3 \cdot 2$ כ		$2^3 \cdot 2^3$ צ	ו. 9
		$2^4 : 2$ ה	ז. 2
			ח. $\frac{1}{2}$
			ט. 27
			י. 8
			יא. $\frac{1}{3}$

סדרו את 11 המספרים שלמעלה מן הקטן אל הגדול (משמאל לימין), ורשמו מעל כל מספר את האות המתאימה לו מן העיגול. מה קיבלתם?

_____ 😊 _____ ☹️ _____
קטן גדול

2. לפניכם תבניות שונות. סמנו את אלה התואמות ל- a^6 .

$$(a^1)^5, (a^2)^3, (a^3)^2, (a^0)^6, a^3 + a^3, a^8 : a^2$$

$$a^3 \cdot a^2, a^3 \cdot a^3, (a^3)^3, a^4 \cdot a^2, 2a^6 - a^6, \frac{a^{12}}{a^2}$$

אם סימנתם נכון, סימנתם שש תבניות תואמות.

3. התאימו מספר מהטור הימני למספר או למספרים שווים מהטור השמאלי.

3^{-4}	•	•	$\frac{1}{4^3}$
4^{-3}	•	•	$\frac{1}{3^4}$
$(-3)^{-4}$	•	•	3^4
$(-3)^4$	•	•	$\frac{1}{(-3)^4}$
$(-4)^{-3}$	•	•	$\frac{1}{(-4)^3}$

אתגר

4. רשמו בכתב חזקות שתי סדרות שונות בהן מופיע המספר $\frac{1}{81}$.

5. חשבו.

א. $2^{-1} =$ ג. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} =$

ב. $5^{-1} =$ ד. $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} =$

6. א. הסבירו לחברכם שלא היה בכיתה מה המשמעות של a^{-1} .
 ב. נסו להסביר לאותו חבר את הקשר בין a^1 ו- a^{-1} , ובין מספרים הופכיים.
 ג. נסו להסביר לאותו חבר את הקשר בין a^{-n} ו- $\left(\frac{1}{a}\right)^n$.

7. סמנו את התבניות התואמות לתבנית שבמסגרת, בכל סעיף.

I. x^0

- א. $x^3 - x^3$ ב. $\frac{1}{x^0}$ ג. $\frac{x^5}{x^5}$ ד. $-x^0$

II. $\frac{1}{a^4}$

- א. a^{-4} ב. $\frac{1}{(-a)^4}$ ג. $(-a)^4$ ד. $(-a)^{-4}$

III. $\left(\frac{1}{a}\right)^{-3}$

- א. $\frac{1}{a^3}$ ב. a^3 ג. $\left(-\frac{1}{a}\right)^3$ ד. $\frac{1}{a^{-3}}$

אתגר

8. חברו בקו תבניות תואמות.

- | | | | |
|--------------------|---|-------------|---|
| $\frac{x}{a^2}$ | • | ax^{-2} | • |
| $\frac{a}{x^2}$ | • | $(ax)^{-2}$ | • |
| $(ax)^2$ | • | $a^{-2}x$ | • |
| $\frac{1}{(ax)^2}$ | • | $(-ax)^2$ | • |

פעילות IV: מספרים גדולים וקטנים



ובה נלמד לכתוב מספרים גדולים וקטנים בכתב חזקות.

1. השלימו את הסדרות הבאות פעם אחת בכתב מספרים ופעם נוספת בכתב חזקות.



____, ____, ____, 100, 10, 1, $\frac{1}{10}$, ____, ____, ____

____, ____, ____, 10^2 , 10^1 , 10^0 , 10^{-1} , ____, ____, ____

2. השלימו את הטבלה.



המספר	100,000			$\frac{1}{10}$
בכתב חזקות		10^{-5}	10^7	

3. השלימו את הטבלה.



המספר	7000	700			$\frac{11}{1000}$	0.003
בכתב חזקות	$7 \cdot 10^3$		$5 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^{-2}$		

4. בדקו כיצד מייצג המחשבון שלכם את המספרים הבאים.



$30 \cdot 10^{12}$, $3 \cdot 10^{12}$, 10^6 , 10^{10} , 10^{20}

$40 \cdot 10^{-2}$, $4 \cdot 10^{-2}$, $4 \cdot 10^{-3}$, 10^{-3}

5. חשבו במחשבון וכתבו את התוצאה בכתוב חזקות.

א. $5,000 \cdot 600 =$ ד. $125,000 \cdot 80,000 =$

ב. $5,000 \cdot 6,000 =$ ה. $125,000 \cdot 240,000 =$

ג. $5,000,000 \cdot 6,000 =$

6. א. לפניכם שמונה מספרים. סדרו אותם בשתי רביעיות כך שהמספרים בכל רביעיה יהיו שווים.

$3 \cdot 10^4$ $3 \cdot 10^5$ $30 \cdot 10^4$ $300 \cdot 10^3$
 $300 \cdot 10^2$ $30 \cdot 10^3$ $3000 \cdot 10^2$ $3000 \cdot 10^1$

ב. סדרו את המספרים הבאים לפי גודלם (מן הקטן אל הגדול):

$5 \cdot 10^{15}$ $50 \cdot 10^{13}$ $500 \cdot 10^{10}$ $5000 \cdot 10^{10}$

ג. חשבו בעזרת מחשבון:

$4 \cdot 10^{13}$ $40 \cdot 10^{12}$ $400 \cdot 10^{11}$ $4000 \cdot 10^{10}$

התוצאות של כל התרגילים בשאלה 6 ג שוות.
 המחשבון מציג את התוצאות כך: 4^{13} או $4E13$.
 פירוש שני הביטויים הוא: $4 \cdot 10^{13}$.



7. חשבו בעזרת מחשבון: $1,250,000 \cdot 90,000$

המחשבון מציג את תוצאה כך: 1.125^{11}

או כך: $1.125E11$

מספר זה הוא $1.125 \cdot 10^{11} = 112,500,000,000$

קוראים מספר זה כך: מאה ושתים עשרה וחצי מיליארד.

8. השלימו את הטבלה.

תוצאה מפורשת	תוצאה בעזרת חזקה	תרגיל
		$32 \cdot 10^6 \cdot 27 \cdot 10^5$
	$3.6 \cdot 10^4$	$1.2 \cdot 10^{\square} \cdot 3 \cdot 10^{\square}$
24,000,000,000		
		$123,456^2$

פית הקריאה

- אם נחשב $123,456^2$ בעזרת מחשבון (שיכול להציג 10 ספרות), נקבל $1.524138394 \cdot 10^{10}$.
- אם נפרש את התוצאה נקבל: 15,241,383,940.
- חישוב ידני נותן: 15,241,383,936.
- מכיוון שהמחשבון אינו יכול להציג יותר מ-10 ספרות הוא מעגל את התוצאה.
- יכולנו לדעת שהתוצאה המוצגת במחשב אינה מדויקת על-פי הספרה הימנית. ספרת האחדות של מכפלה זו חייבת להיות 6 כי $6 \times 6 = 36$.
- בדקו לאילו חישובים נותן המחשבון תשובה מדויקת. 2^{34} , 2^{33} , $555,555^2$, $5,555^2$.

9. למדו בעל פה את תוצאות החזקה של הבסיסים 2, 3, 4, 5 עד שתוצאות החזקה עוברות את המספר 150.

1. א. מי מהמספרים הבאים שווה ל- $7 \cdot 10^{13}$?

$70000 \cdot 10^9$ $70 \cdot 10^{12}$ $700 \cdot 10^{11}$ $7000 \cdot 10^{10}$

ב. סדרו את המספרים הבאים לפי גודלם מהקטן לגדול.

$5 \cdot 10^{15}$ $50 \cdot 10^{13}$ $500 \cdot 10^{10}$ $5000 \cdot 10^{10}$

2. לפניכם מספר עובדות המתוארות בעזרת מספרים גדולים וקטנים. כתבו מספרים אלו בכתיב חזקות.

א. מהירות האור היא 300,000,000 מטר בשנייה.

ב. שטחה של סין הוא 9,900,000 קמ"ר ומספר תושביה גדול ממיליארד (אלף מליונים).

ג. היקף כדור הארץ בקו המשווה הוא 41,000,000 מטר. כתבו את ההיקף גם בסנטימטרים ובקילומטרים (בכתיב חזקות).

ד. המרחק שבין כוכב הלכת פלוטו והשמש הוא 6,000,000,000 ק"מ.

ה. האוקיינוס השקט, שהוא האוקיינוס בעל השטח הגדול ביותר, משתרע על שטח של 180,000,000,000 דונם. עומקו הגדול ביותר שנמדד הוא 10,800 מטר.

ו. המהירות בה סובבת הארץ את השמש היא 101,000 ק"מ לשעה.

ז. עובי שיערה הוא כ- 0.1 מ"מ.

ח. קוטר של אטום הוא כ- 0.0000001 מ"מ.

ט. במטר מרובע אחד יש 10,000 סמ"ר שהם 1,000,000 ממ"ר.

י. סנטימטר מעוקב אחד הוא $\frac{1}{1,000,000}$ של מ"ק.

3. השלימו את הטבלה:

ייצוג במחשבון	שבר עשרוני	שבר פשוט	כתיב בעזרת חזקה
6^{-03}	0.006	$\frac{6}{1000}$	$6 \cdot 10^{-3}$
			$5 \cdot 10^{-4}$
	0.0012		
		$\frac{37}{100,000}$	
			$30 \cdot 10^{-6}$

ד"ל אה:

4. חברו בקו מספר אל הצגתו בכתיב חזקות.

$$\frac{6}{10,000}$$

$$\cdot$$

$$\cdot$$

$$6 \cdot 10^{-5}$$

$$0.000060$$

$$\cdot$$

$$\cdot$$

$$6 \cdot 10^5$$

$$\frac{5}{1,000,000}$$

$$\cdot$$

$$\cdot$$

$$6 \cdot 10^{-4}$$

$$0.00000040$$

$$\cdot$$

$$\cdot$$

$$4 \cdot 10^6$$

$$\frac{4}{100,000}$$

$$\cdot$$

$$\cdot$$

$$4 \cdot 10^{-7}$$

$$600,000$$

$$\cdot$$

$$\cdot$$

$$5 \cdot 10^{-6}$$

$$4,000,000$$

$$\cdot$$

$$\cdot$$

$$4 \cdot 10^{-5}$$



5. לפניכם נתונים על טמפרטורות גבוהות שנכתבו בכתוב חזקות.

הטמפרטורה על פני השמש היא: $6 \cdot 10^3$ מעלות צלסיוס.

הטמפרטורה במרכז כדור הארץ היא: $3 \cdot 10^3$ מעלות צלסיוס.

הטמפרטורה במרכז השמש היא: $3 \cdot 10^7$ מעלות צלסיוס.

הטמפרטורה במרכז התפוצצות אטומית היא: $1.2 \cdot 10^8$ מעלות צלסיוס.

א. סדרו את הטמפרטורות הללו לפי הסדר (החל בטמפרטורה הנמוכה ביותר).

ב. פי כמה גבוהה הטמפרטורה על-פני השמש מהטמפרטורה במרכז כדור הארץ?

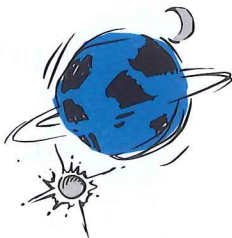
ג. פי כמה גבוהה הטמפרטורה במרכז השמש, מהטמפרטורה על-פני השמש?

ד. פי כמה גבוהה הטמפרטורה במרכז התפוצצות אטומית, מהטמפרטורה במרכז השמש?

ה. פי כמה גבוהה הטמפרטורה על-פני השמש, מהטמפרטורה על-פני האדמה? (טמפרטורת פני האדמה היא כ- 20°C).

ו. פי כמה גבוהה הטמפרטורה במרכז השמש, מהטמפרטורה במרכז כדור הארץ?

ז. פי כמה גבוהה הטמפרטורה במרכז התפוצצות אטומית, מהטמפרטורה במרכז כדור הארץ?



6. חפשו מרחקים בין השמש לכוכבי הלכת, וכתבו אותם בכתוב חזקות ובכתוב רגיל.

פעילות V: חוקי חזקות (פעילות נוספת)



ובה ניווכח כי החוקים תקפים גם עבור מעריכים שליליים.

עסקנו בפעולות בין חזקות בעלות מעריך טבעי או אפס. ראינו כי הפעולות מתבצעות לפי החוקים והקשרים הבאים: עבור $a \neq 0$

$$a^k \cdot a^n = a^{k+n} \quad \frac{a^k}{a^n} = a^{k-n} \quad (k \geq n)$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad a^0 = 1$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad (a^k)^n = a^{kn}$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n$$

נבדוק האם החוקים האלה תקפים גם עבור חזקות בעלות מעריכים שליליים.

1. פתרו את התרגילים הבאים בשתי דרכים.

דאטא: לפי פאלדירה: $7^3 \cdot 7^{-3} = 7^3 \cdot \frac{1}{7^3} = 1$

לפי פואק: $7^3 \cdot 7^{-3} = 7^{3+(-3)} = 7^0 = 1$

א. $7^5 \cdot 7^{-2}$ ה. $\frac{7^2}{7^{-5}}$

ב. $7^{-6} \cdot 7^4$ ו. $\frac{7^{-2}}{7^{-5}}$

ג. $\frac{7^2}{7^5}$ ז. $(7^2)^{-1}$

ד. $\frac{7^{-2}}{7^5}$ ח. $(7^{-2})^3$

חוקי החזקה תקפים גם עבור חזקות בעלות מעריכים שלמים ושליליים.

2. התאימו. (שימו לב! במקום 1 תוכלו לרשום 5^0 ולהשתמש בחוקים).

$$5^{-4} \cdot \frac{1}{5^{-4}}$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{-4}$$

$$5^4 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^4$$

$$\frac{1}{5^4}$$

ראינו כי a^n ו- a^{-n} הם זוג מספרים הופכיים, לכן:

$$a^n \cdot a^{-n} = a^0 = 1$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$$

$$\left(\frac{1}{a}\right)^{-n} = \frac{1}{a^{-n}} = a^n$$

3. סמנו בכל שורה את התרגיל שתוצאתו יוצאת דופן.

א. $\frac{1}{3^{-2}}$, $\left(\frac{1}{3}\right)^2$, $\frac{1}{3^2}$, 3^{-2}

ב. $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3}$, $\frac{1}{5^{-3}}$, 5^{-3} , 5^3

ג. $\frac{7}{1^0}$, $\left(\frac{1}{7}\right)^0$, $\frac{1}{7^0}$, 7^0

4. פשוטו.

$$\frac{6^3 \cdot 6^{-4}}{6^8 \cdot 6^{-10}} = 6^{3-4-8+10} = 6^1 = 6 \quad \text{בואנו:}$$

$$\frac{1}{5^{-3}} = \quad . \text{א.}$$

$$\frac{2^7 \cdot 2^{-3}}{2^{-1}} = \quad . \text{א.}$$

$$(7^{-2})^{-1} = \quad . \text{ב.}$$

$$\frac{4^{-3}}{4^{-2} \cdot 4^{-1}} = \quad . \text{ב.}$$

$$\frac{1}{(7^2)^{-1}} = \quad . \text{ג.}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = \quad . \text{ג.}$$

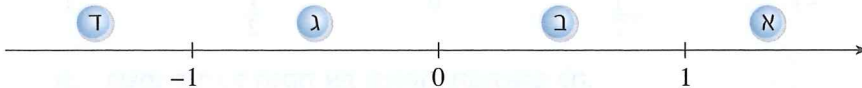
$$\frac{(3a)^2}{a^3} = \quad . \text{ד.}$$

$$\frac{(2 \cdot 3)^3}{2^3} = \quad . \text{ד.}$$

$$\frac{a^6 \cdot a^{-2}}{(a^2)^2} = \quad . \text{ה.}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^4 = \quad . \text{ה.}$$

5. ציר המספרים שלפניכם חולק ל-4 איזורים.



א. רשמו ליד כל חזקה את האיזור המתאים לה.

$(-5)^{-1}$	$\left(\frac{1}{5}\right)^{-1}$	$(-5)^2$	5^{-2}	-5^2
5^2	5^{-1}	$\left(-\frac{1}{5}\right)^{-2}$	$\left(\frac{1}{5}\right)^2$	$(-5)^{-2}$

ב. בדקו את האומדן בעזרת מחשבון.

1. הפעילו את חוקי החזקות ורשמו את התוצאה כחזקה.

א. $5^0 \cdot 5^{-8}$ ו. $(5^{-2})^4$

ב. $5^{-3} \cdot 5^3$ ז. $5^8 \cdot 5^{-2}$

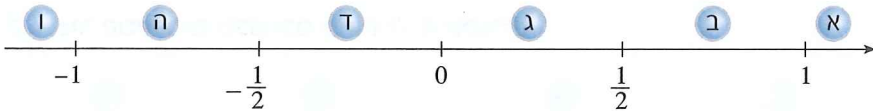
ג. $(5^2)^3$ ח. $5^3 \cdot 5 \cdot 5^2$

ד. $\frac{5^{-4}}{5^4}$ ט. $\frac{5}{5^9}$

ה. $\frac{5^2}{5^{-4}}$ י. $\frac{(5^2)^{-3}}{5^2}$

אם פתרתם נכון קיבלתם שתי חזקות בלבד.

2. ציר המספרים שלפניכם חולק ל- 6 איזורים.



א. רשמו ליד כל חזקה את האיזור המתאים לה.

3^{-1} $(-\frac{1}{3})^{-1}$ $(\frac{1}{3})^4$

$(\frac{1}{3})^{-1}$ $(\frac{3}{4})^{-1}$ -3^{-4}

$(\frac{3}{2})^{-1}$ 3^{-4} $(0.9)^2$

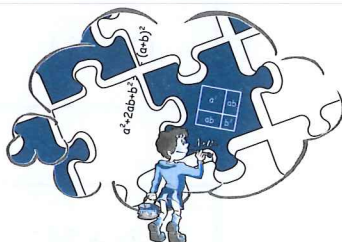
$(-3)^{-1}$ $(-\frac{1}{3})^4$ $(-0.9)^2$

ב. בדקו את האומדן בעזרת מחשבון.

3. מיומנויות אלגבריות

יחידה זו היא התייחדות עם תבניות ועם פשוט, עם מעבר מהצגה אלגברית לאחרת, בהתאם לנוחיות.

כי לפעמים תבנית של כפל מבוקשת, ולפעמים תבנית חיבור נדרשת. אז יש לגשת אל התבניות עם מלוא הסל מיומנויות.

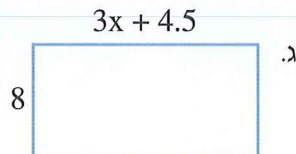
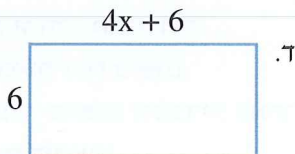
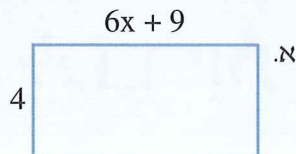
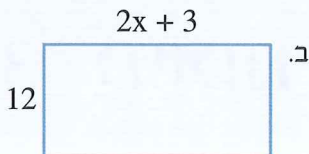


פעילות I: אל חוק הפילוג - ובחזרה



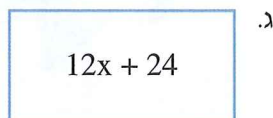
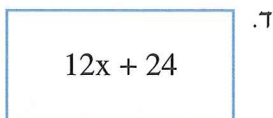
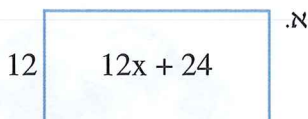
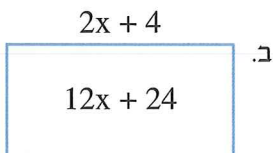
ובה נלמד לפרק סכום לגורמים.

1. לפניכם ארבעה מלבנים. כתבו תבנית לשטח כל מלבן.



מצאו קשר בין כל השטחים שרשמתם.

2. לפניכם ארבעה מלבנים בעלי אותו שטח $12x + 24$. השלימו מידות אפשריות לאורכי הצלעות.



3. השלימו לפי התבניות שרשמתם בשאלה 2.

$$12x + 24 = 12 \cdot (\quad)$$

$$12x + 24 = _ \cdot (2x + 4)$$

$$12x + 24 = _ \cdot (\quad)$$

$$12x + 24 = _ \cdot (\quad)$$

4. התאימו לסכום משמאל מכפלות מימין, על-ידי הוצאת גורם משותף מחוץ לסוגריים בסכומים.

$$20x + 60 \quad \bullet$$

$$\bullet \quad 4(5x + 6)$$

$$\bullet \quad 20(x + 3)$$

$$\bullet \quad 10(2x + 2.4)$$

$$20x + 24 \quad \bullet$$

$$\bullet \quad 10(2x + 6)$$

$$\bullet \quad 20(x + 2)$$

$$\bullet \quad 10(2x + 4)$$

$$20x + 40 \quad \bullet$$

$$\bullet \quad 5(4x + 8)$$

$$\bullet \quad 4(5x + 15)$$

כאשר מוציאים גורם משותף מחוץ לסוגריים הופכים תבנית שהיא סכום של מחוברים, לתבנית שהיא מכפלה של גורמים. שתי התבניות תואמות, והפעולה נקראת **פירוק לגורמים**.

5. השלימו.

א. $18x - 12x^2 = 3(\quad - \quad)$

ב. $18x - 12x^2 = 6(\quad - \quad)$

ג. $18x - 12x^2 = x(\quad - \quad)$

ד. $18x - 12x^2 = 2x(\quad - \quad)$

ה. $18x - 12x^2 = 6x(\quad - \quad)$

ו. $18x - 12x^2 = -6(\quad + \quad)$

6. פרקו לגורמים או כפלו. רשמו כל תבנית כסכום וכמכפלה.

מכפלה	סכום
	$5x + x^2$
$3(2a - 1)$	
	$6a - 6$
	$5xy - 25$
$a(a + b)$	
	$ab + bc$
	$ab + b^2c$
	$3ab + 6b^2c$

7. סמנו בכל סעיף את התבנית שאינה תואמת לאחרות.

א. $18x - 24$ $-6(4 - 3x)$ $(8 - 6x) \cdot 3$

ב. $-(x - x^2)$ $-x(x + 1)$ $-x + x^2$

לזריזים

8. פרקו לגורמים ופתרו את המשוואות הבאות.

בדקו את פתרונותיכם.

$$x^2 + 3x = 0 \quad \text{דלמה:}$$

$$x(x + 3) = 0$$

מכפלה של שני גורמים שווה אפס, אם פלורס האחד פלא אפס או פלורס השני פלא אפס.

$$x = 0 \quad \text{או} \quad x + 3 = 0$$

$$x = -3$$

$$x = 0, -3 \quad \text{לכן קבוצת הפאמא היא:}$$

$$0^2 + 3 \cdot 0 = 0 \quad (-3)^2 + 3 \cdot (-3) = 0 \quad \text{בדיקה:}$$

$$5x^2 - 15x = 0 \quad \text{ה.}$$

$$x^2 - 8x = 0 \quad \text{א.}$$

$$12x^2 - 6x = 0 \quad \text{ו.}$$

$$3x - x^2 = 0 \quad \text{ב.}$$

$$3x^2 - x = 0 \quad \text{ז.}$$

$$x^2 + 6x = 0 \quad \text{ג.}$$

$$4x^2 + 3x = 0 \quad \text{ח.}$$

$$2x^2 + 6x = 0 \quad \text{ד.}$$

9. התאימו לסכום משמאל את המכפלה מימין.

$$4x^2 + 12x \quad \bullet$$

$$(x + 3) \cdot 4 \quad \bullet$$

$$4x + 12 \quad \bullet$$

$$4x(x + 3) \quad \bullet$$

$$12 + 16x \quad \bullet$$

$$4x(3 + 4x) \quad \bullet$$

$$24x + 4x^2 \quad \bullet$$

$$(6 + x) \cdot 4x \quad \bullet$$

$$12x + 16x^2 \quad \bullet$$

$$4(3 + 4x) \quad \bullet$$

לחוק הפילוג יש אגפים שניים.

$$a(b + c) = ab + ac$$

בדרך כלל השתמשנו בו כדי לסלק סוגריים.

$$5a(a + 10) =$$

כפלנו וקיבלנו סכום של תבניות,

$$5a^2 + 50a$$

אבל לפעמים דווקא המכפלה עוזרת מאוד,

למשל, כאשר רוצים לפתור משוואות.

$$5a^2 + 50a = 0$$

איך נעבור למכפלה מסכום של איברים?

$$5a^2 + 50a$$

תחילה נמצא גורם משותף לשני המחוברים.

$$5a$$

אותו נרשום מחוץ לסוגריים,

$$5a (\quad)$$

אחר נחשב את המחוברים שבתוך הסוגריים,

$$5a(a + 10) =$$

כך שאם נבצע את המכפלה,

נחזור ישר להתחלה.

$$5a^2 + 50a$$

1. השלימו את הטבלה עבור מצולעים משוכללים (אורך צלעותיהם שווה).

המצוע	מספר הצלעות	אורך כל צלע	ההיקף כמכפלה	ההיקף כסכום
משולש	3	$x + 4$	$3(x + 4)$	$3x + 12$
ריבוע		$6 + 2x$		
מחומש				$30x + 25$
משושה				$30x + 6$
מתומן	8			$16 - 8x$
מעושר				$30 + 15x$

2. השלימו את הטבלה. במעבר מסכום למכפלה הוציאו מחוץ לסוגריים "הרבה" ככל האפשר.

מכפלה	סכום
$a(a^3 + 2)$	
$-5x(2x + 1)$	
$(2a - 3)a$	
	$6x - 24$
	$6 - 24x$
	$18 - 24x$

3. התבנית בכל מלבן מתארת את שטחו.
רשמו תבניות אפשריות לאורכי הצלעות של המלבנים.

א. $20x - 30$ ג. $x^3 + x^2$

ב. $20x - 30$ ד. $x^3 + x^2$

4. סמנו את כל התבניות התואמות לתבנית שבמסגרת.

$$7ax - 5x$$

א. $x(7a - 5)$ ב. $x(5 - 7a)$ ג. $x(-5 + 7a)$
ד. $2a$ ה. $(7a - 5)x$

$$\frac{8bc - 6c}{2}$$

א. $\frac{1}{2}(8bc - 6c)$ ב. $4bc - 6c$ ג. $8bc - 3c$
ד. $4bc - 3c$ ה. $c(4b - 3)$

$$3a(b \cdot c)$$

א. $3ab + 3ac$ ב. $3abc$ ג. $3ab \cdot c$
ד. $3ab \cdot 3ac$ ה. $3(ab) \cdot c$

5. פתרו את המשוואות. ראו דוגמה בעמוד 119.

אתגרים

א. $(x - 2)x = 0$

ג. $(x^2 - 4)(x + 8) = 0$

ב. $(x - 2)(x + 8) = 0$

ד. $x^3 - x = 0$

ג. $x^2 - 3x = 0$

ה. $(x + 3)(x + 4) = 12$

ד. $3x^2 - 6x = 0$

ה. $3x^2 - x = 0$

6. סמנו את כל התבניות התואמות לתבנית שבמסגרת.

$$\frac{a + b}{3}$$

א. $a + b : 3$

ב. $a + \frac{b}{3}$

ג. $\frac{a}{3} + b$

ד. $(a + b) : 3$

ה. $\frac{a}{3} + \frac{b}{3}$

ו. $\frac{1}{3}(a + b)$

$$\frac{x \cdot y}{3}$$

א. $x \cdot y : 3$

ב. $x \cdot \frac{y}{3}$

ג. $\frac{x}{3} \cdot y$

ד. $\frac{x}{3} \cdot \frac{y}{3}$

ה. $\frac{1}{3}(xy)$

$$-a \cdot (-a)$$

א. a^2

ב. $-2a$

ג. $2a$

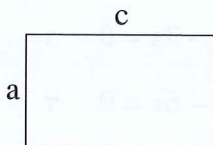
ד. $-a^2$

ה. $(-a)^2$

פעילות II: חוק הפילוג המורחב

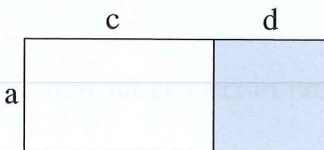


ובה נלמד את חוק הפילוג המורחב ונשתמש בו כדי להפוך מכפלה לסכום.

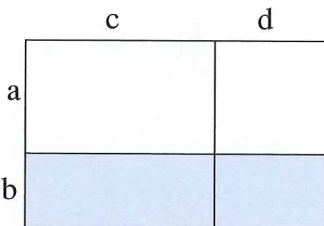


1. למר פולג ידידי יש דירת חדר

קצת קטנה, אך האזור ממש בסדר...
מידות הדירה הן a ו- c ,
ושטחה לכן הוא _____.



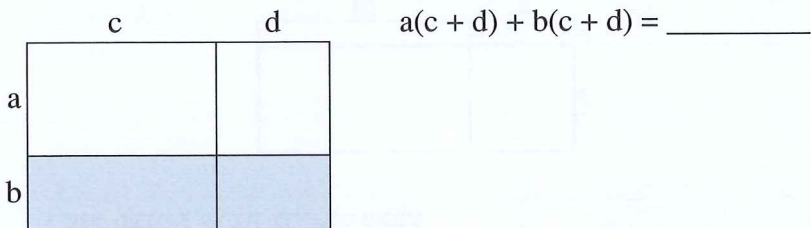
כשנשא מר פולג אישה,
נעשתה הדירה מאוד צפופה,
לכן החליטו בני הזוג להרחיב,
ועוד חדרון $a \times d$ להוסיף.
כעת שטח הדירה:
 $a(\text{---} + \text{---}) = ac + ad$



עברו שנים ונולדה להם בת,
ואז, העיף מר פולג בדירה עוד מבט,
"כדאי להוסיף לדירה עוד חדר,
הדירה אומנם קטנה,
אבל האזור ממש בסדר".
וכך, הוסיפו לצלע a עוד קיר,
וכאן, ידידי, כמעט הסתיים כל השיר...

אך אבוי! פרץ ריב מתמטי,
ואני לספר לכם שכחתי...
מר פולג הוא מתמטיקאי,
וגברת פולג היא ארכיטקטית,
ולכן כל הראייה המרחבית,
נקודת המבט... והזווית...
אצל כל אחד - שונה בתכלית.

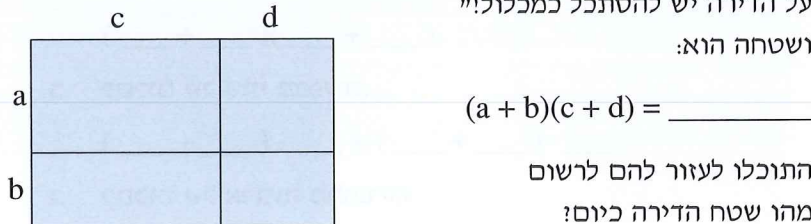
מר פולג חילק את הדירה לשני מלבנים וחישב את השטח בשני חלקים:



ואילו הגברת פולג אמרה: "הכיצד אתה יכול?"

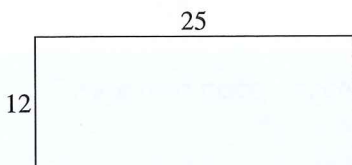
על הדירה יש להסתכל כמכלול!"

ושטחה הוא:



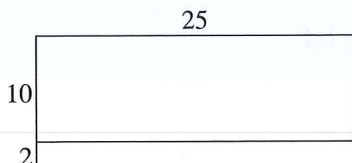
התוכלו לעזור להם לרשום

מהו שטח הדירה כיום?

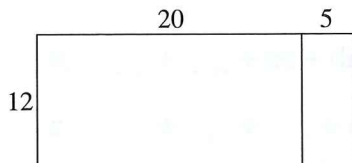


2. נתון מלבן שמידותיו 12 ס"מ $\times$ 25 ס"מ.

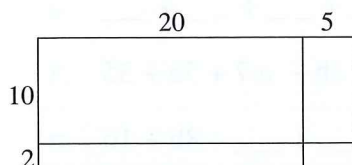
חשבו **ללא מחשבון** את שטח המלבן.



א. לפי הצעתו של גל.



ב. לפי הצעתה של גאיה.



ג. לפי הצעתו של יוסי.

3. נתון המלבן

	a	10
b		
3		

רשמו תבניות שונות לחישוב שטחו.

הצעות:

א. כמכפלה של שני גורמים:

$$(\text{---} + \text{---})(\text{---} + \text{---})$$

ב. כסכום של שתי מכפלות:

$$\text{---} \cdot (\text{---} + \text{---}) + \text{---} \cdot (\text{---} + \text{---})$$

ג. כסכום של ארבעה מחוברים:

$$\text{---} \cdot \text{---} + \text{---} \cdot \text{---} + \text{---} \cdot \text{---} + \text{---} \cdot \text{---}$$

חישוב שטח המלבן בדרכים שונות מדגים את חוק הפילוג המורחב.

$$(a + b) \cdot (c + d) =$$

$$= ac + ad + bc + bd$$

4. השלימו בעזרת חוק הפילוג

א. $(a + 4)(b + 5) = ab + 5a + \text{---} + \text{---}$

ב. $(a + 6)(b + 10) = ab + \text{---} + \text{---} + \text{---}$

ג. $(a + 9)(b + 3) = \text{---} + \text{---} + \text{---} + \text{---}$

ד. $(\text{---} + \text{---})(\text{---} + \text{---}) = ab + a \cdot 7 + 5b + 35$

ה. $(a + 8)(\text{---} + \text{---}) = \text{---} + \text{---} + 8b + 16$

5. דן רשם את התבנית $(a - 2)(b + 7)$ במחשב והקיש Expand - (פתיחת סוגריים). איזו תבניות מן התבניות הבאות קיבל לדעתכם.

$$ab + 7a + 2b + 14$$

$$ab + 7a - 2b + 14$$

$$ab + 7a - 2b - 14$$

$$ab + 7a + 2b - 14$$

תוכלו להציב מספרים במקום a ו- b ולבדוק.

6. כפלו ופשטו.

שימו לב! אפשר להסתכל על $a - 7$ כעל $a - 7$.
כלומר הסימן - (מינוס) במקרה זה אינו סימן פעולת החיסור.

$$(a + 5)(a - 7) = \text{זלזל:}$$

$$a^2 - 7a + 5a - 35 =$$

$$a^2 - 2a - 35$$

$$\text{א. } (a + 5)(a + 7) = \underline{\hspace{2cm}} \\ = a^2 + 12a + 35$$

$$\text{ב. } (a + 6)(a - 3) = a^2 - 3a + \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}} =$$

$$\text{ג. } (a - 8)(a - 2) = a^2 - \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}} + 16 =$$

$$\text{ד. } (a + 5)(a - 4) =$$

$$\text{ה. } (a - 3)(a + 3) =$$

7. היעזרו בטבלה כדי לכפול.

ב.

.		

$$(a - 1)(a - 7) =$$

א.

.	a	+3
a		
-4		

$$(a + 3)(a - 4) =$$

8. התאימו.

$(a + 2)(a + 6)$ •

• $a^2 - 4a - 12$

$(a - 2)(a + 6)$ •

• $a^2 + 8a + 12$

$(a + 2)(a - 6)$ •

• $a^2 + 4a - 12$

$(a - 2)(a - 6)$ •

• $a^2 - 8a + 12$

9. כפלו ופשטו.

$(5a + 2)(3a - 4) =$ דלגנו:

$$15a^2 - 20a + 6a - 8 =$$

$$15a^2 - 14a - 8$$

$(a + 7)(4a + 1) =$ ה.

$(10a + 3)(2a + 5) =$ א.

$(a - 7)(4a + 1) =$ ו.

$(10a - 3)(2a + 5) =$ ב.

$(a + 7)(4a - 1) =$ ז.

$(10a + 3)(2a - 5) =$ ג.

$(a - 7)(4a - 1) =$ ח.

$(10a - 3)(2a - 5) =$ ד.

אתגר

10. נתונים שלושה מספרים עוקבים.

כופלים את המספר האמצעי בעצמו, ואת שני האחרים זה בזה.

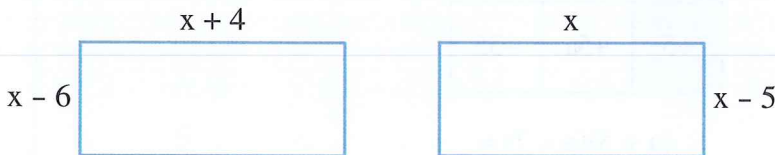
איזו מהמכפלות גדולה יותר? בכמה?

האם זה נכון לכל שלושה מספרים עוקבים?

הראו בעזרת תבניות או תנו דוגמה נגדית.

לזריזים

11. נתונים שני מלבנים



רשמו תבניות לשטחים שלהם.

רשמו משוואות לכל סעיף, ומצאו את אורכי צלעות המלבנים בכל מקרה.

א. שטחיהם שווים.

ב. שטח המלבן הימני בתוספת של 6 סמ"ר שווה לשטח המלבן השמאלי.

ג. היקף המלבן הימני בתוספת של 6 ס"מ שווה להיקף המלבן השמאלי.

תשובות



- | | |
|---------------------|-----------------------|
| ה. $4a^2 + 29a + 7$ | ה. $4a^2 - 29a + 7$ |
| ז. $4a^2 - 27a - 7$ | ז. $4a^2 + 27a - 7$ |
| ב. $4a^2 - 27a - 7$ | ב. $20a^2 + 44a - 15$ |
| א. $4a^2 + 29a + 7$ | א. $20a^2 + 56a + 15$ |

חוק הפילוג המורחב עוסק במכפלה של שני סכומים.
אפשר להביע אותו על-ידי דוגמה בשתי דרכים:

·	a	-7
a	a^2	$-7a$
+5	$+5a$	-35

או: $(a + 5) \cdot (a - 7) =$

$$a^2 - 7a + 5a - 35 =$$

$$a^2 - 2a - 35$$

$$(a + 5)(a - 7) =$$

$$a^2 - 2a - 35$$

איזו דרך אתם מעדיפים? הסבירו.

אפשר לשחק במשחקים:

דומינו (משחק איחוד) ופישלוג (משחק א-4 משתפים).

פאראל (משחקים בעמוד 216)

פקאים אצורה נמצאים בסוף החוברת.



1. סמנו ✓ ליד שוויון נכון, ותקנו את השוויונים שאינם נכונים.

א. $(a + 5)(a + 2) = a^2 + 7a + 10$

ב. $(3a + 5)(a + 2) = 3a^2 + 7a + 10$

ג. $(a + 5)(2a + 2) = 2a^2 + 12a + 10$

ד. $(3a + 5)(2a + 2) = 5a^2 + 16a + 10$

ה. $(a - 5)(a + 2) = a^2 + 7a - 10$

ו. $(3a - 5)(a + 2) = 3a^2 - 3a - 10$

ז. $(3a + 5)(2a - 2) = 6a^2 + 4a - 10$

אם סימנתם נכון, מצאתם 3 שוויונים נכונים.

2. פתרו את המשוואות הבאות.

דוגמה: $(x - 1)(x + 4) = x^2 - 1$

$$x^2 + 4x - x - 4 = x^2 - 1$$

$$x^2 + 3x - 4 = x^2 - 1 \quad / -x^2$$

$$3x - 4 = -1 \quad / +4$$

$$3x = 3$$

$$x = 1$$

בדיקה:

$$(1 - 1)(1 + 4) = 1^2 - 1$$

א. $(3 - x)(6 - x) = x^2$

ב. $(x - 7)(x - 3) = x^2 + 6$

ג. $(2 - x)(x + 10) = 4 - x^2$

ד. $(x - 2)(x + 3) = (x - 4)(x - 5)$

3. פתרו את המשוואות הבאות.

באופן:

זכרו! כול קודם לחיבור ואיסוף.

$$6 - x(x + 3) = (x - 3)(6 - x)$$

$$6 - x^2 - 3x = 6x - x^2 - 18 + 3x$$

$$6 - 3x = 9x - 18$$

⋮

$$x = 2$$

א. $x^2 + 3 = -x(2 - x)$

ב. $3 - x(x + 2) = 15 - x(x - 1)$

ג. $-(x^2 + 3) = 1 - x(5 + x)$

ד. $-x(5 + x) = (5 - x)(5 + x)$

4. רשמו שתי תבניות תואמות לשטח המלבן.

תוכלו לפרק את המלבן למלבנים חלקיים.

$$2a + b + 2$$

$$a + b$$



5. הן פתר את תרגיל הכפל הבא,

וטען ששיטת פתרון כזו משתמשת

בחוק הפילוג המורחב.

האם הוא צודק? הסבירו.

$$\begin{array}{r} 42 \\ \times 23 \\ \hline 126 \\ 84 \\ \hline 966 \end{array}$$

6. פתרו את תבניות הפסוק הבאות.
זכרו! אם כופלים אי-שוויון במספר שלילי יש להפוך את סימן הסדר.

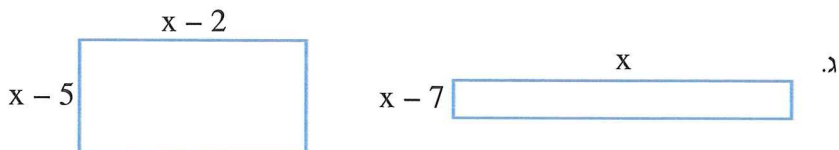
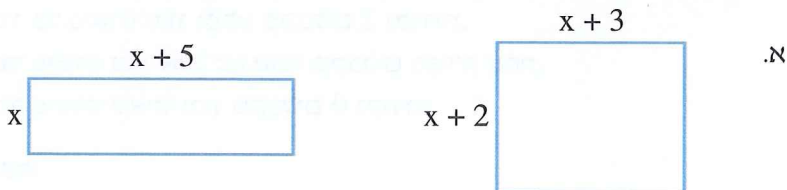
א. $(x - 2)(x + 4) > x^2$

ב. $(x + 6)(x + 5) > (x + 15)(x + 2)$

ג. $x + 6(x + 5) - 1 > (x + 6)(x + 5) - x^2$

ד. $9x - 4(x + 2) > 4x - (2 + 11x)$

7. לפניכם זוגות של מלבנים.
שטחו של מי מבני הזוג גדול יותר? בכמה?
הדרכה: מצאו את תבניות השטח ופשטו.



היקפו של מי מבני הזוג גדול יותר?

פעילות III: תחרות פישוטים



ובה נתרגל פישוט תבניות בעזרת *Derive*.

משחק: פישוטים (לשני משתתפים ומחשב)

הוראות המשחק:

כל תלמיד בתור, בוחר תבנית, מן התבניות הרשומות בעמודים הבאים. שני בני הזוג מפשטים את התבנית ובודקים על-ידי פישוט במחשב.

שימו לב! אין צורך לרשום מחדש את התבניות במחשב. עליכם רק לשנות את מקום הסוגריים.

הניקוד:

עבור כל פישוט נכון ומלא מקבלים 2 נקודות.

עבור פישוט נכון אבל לא סופי מקבלים נקודה אחת.

עבור פישוט שאינו נכון מקבלים 0 נקודות.

מנצח:

המשתתף בעל מספר הנקודות הגדול ביותר.

כל קובץ תרגילים הוא משחק חדש.

משחקים נוספים בנושא "ממכפלה לסכום ובחזרה" תמצאו בסוף החוברת. הוראות בעמוד 216.

רשמו תבנית בחלון העריכה.

פישוט תבנית ללא סוגריים:

- האירו את התבנית שבחלון והקישו על $\boxed{=}$ (Simplify).

פישוט תבנית עם סוגריים:

(פתיחת סוגריים):

- בחרו Simplify בתפריט הראשי
Expand ←
נפתחת תיבת-שיח.
• אשרו בעזרת Expand.

שימו לב! התבניות באותה שאלה נבדלות רק במקום הסוגריים.

1. המשחק מסתיים כאשר לפחות אחד המשתתפים מגיע ל- 8 נקודות.

א. $x - 5 \cdot 4 + x$

ב. $(x - 5) \cdot 4 + x$

ג. $x - 5 \cdot (4 + x)$

ד. $x - (5 \cdot 4 + x)$

ה. $(x - 5 \cdot 4) + x$

ו. $(x - 5)(4 + x)$

2. המשחק מסתיים כאשר לפחות אחד המשתתפים מגיע ל- 12 נקודות.

א. $2x - 3x - 4$

ב. $2(x - 3)x - 4$

ג. $2x - 3(x - 4)$

ד. $2x(-3x) - 4$

ה. $(2x - 3x) - 4$

ו. $2(x - 3x) - 4$

ז. $2x - (3x - 4)$

ח. $(2x - 3)(x - 4)$

ט. $2(x - 3)(x - 4)$

י. $2x(-3x - 4)$

3. המשחק מסתיים כאשר לפחות אחד
המשתתפים מגיע ל- 20 נקודות.

א. $2x - 4 \cdot 3x - 5$

ב. $2x(-4) \cdot 3x - 5$

ג. $(2x - 4) \cdot 3x - 5$

ד. $2x - 4 \cdot (3x - 5)$

ה. $(2x - 4) \cdot (3x - 5)$

ו. $(2x - 4 \cdot 3)x - 5$

ז. $2(x - 4) \cdot (3x - 5)$

ח. $2x - 4 \cdot 3(x - 5)$

ט. $2x - (4 \cdot 3x - 5)$

י. $2(x - 4 \cdot 3x) - 5$

יא. $2(x - 4 \cdot 3)x - 5$

יב. $2(x - 4) \cdot 3(x - 5)$

יג. $2(x - 4 \cdot 3x - 5)$

יד. $2x - 4 \cdot 3x(-5)$

טו. $(2x - 4 \cdot 3x)(-5)$

טז. $2(x - 4 \cdot 3x)(-5)$

יז. $2x(-4)(3x - 5)$

יח. $(2x(-4) \cdot 3)x - 5$

יט. $2(x - 4 \cdot 3)x(-5)$

כ. $2x - (4 \cdot 3x(-5))$

4. המשחק מסתיים כאשר לפחות אחד
המשתתפים מגיע ל- 20 נקודות.

א. $5a^2 - 2 \cdot 3a^2 - a$

ב. $5a^2(-2) \cdot 3a^2 - a$

ג. $5a^2 - 2 \cdot 3a^2(-a)$

ד. $5(a^2 - 2) \cdot 3a^2 - a$

ה. $5a^2 - 2 \cdot 3(a^2 - a)$

ו. $5a^2 - 2 \cdot (3a^2 - a)$

ז. $5(a^2 - 2) \cdot 3(a^2 - a)$

ח. $(5a^2 - 2)3(a^2 - a)$

ט. $5(a^2 - 2 \cdot 3a^2) - a$

י. $5a^2 - (2 \cdot 3a^2 - a)$

יא. $(5a^2 - 2) \cdot (3a^2 - a)$

יב. $(5a^2 - 2) \cdot 3a^2(-a)$

יג. $(5a^2 - 2 \cdot 3) a^2 - a$

יד. $5(a^2 - 2 \cdot 3) a^2 - a$

טו. $(5a^2 - 2 \cdot 3) (a^2 - a)$

טז. $5(a^2 - 2 \cdot 3) (a^2 - a)$

יז. $5(a^2 - 2 \cdot 3a^2 - a)$



תשובות

י. $-a^2 + a$	יא. $15a^4 - 5a^3 - 6a^2 + 2a$	יב. $-15a^5 + 6a^3$	יג. $5a^4 - 6a^2 - a$	יד. $5a^4 - 30a^2 - a$	טו. $5a^4 - 5a^3 - 30a^2 + 30a$	טז. $-25a^2 - 5a$
4. נ. $-a^2 - a$	ב. $-30a^4 - a$	ג. $5a^2 + 6a^3$	ד. $15a^4 - 30a^2 - a$	ה. $-a^2 + 6a$	ו. $-a^2 + 2a$	ז. $15a^4 - 15a^3 - 30a^2 + 30a$
ח. $-a^2 + 6a$	ט. $6a^2 + 6a$	י. $15a^4 - 15a^3 - 6a^2 + 6a$	יא. $-25a^2 - a$	יב. $15a^4 - 15a^3 - 6a^2 + 6a$	יג. $15a^4 - 15a^3 - 6a^2 + 6a$	יד. $-25a^2 - a$
1. ה. $2x - 20$	ו. $x^2 - x - 20$	ז. $2x^2 - 11x + 12$	ח. $2x^2 - 14x + 24$	ט. $-6x^2 - 8x$	י. $-4x - 20$	יא. $-4x - 20$
2. נ. $-x - 4$	ה. $-x - 4$	ו. $-4x - 4$	ז. $-x + 4$	ח. $-6x^2 - 4$	א. $2x - 20$	ב. $5x - 20$
3. נ. $-10x - 5$	ה. $-10x + 60$	ו. $-10x + 5$	ז. $-22x - 5$	ח. $2x^2 - 24x - 5$	ט. $6x^2 - 12x - 5$	י. $6x^2 - 34x + 40$
4. נ. $-a^2 - a$	ב. $-30a^4 - a$	ג. $5a^2 + 6a^3$	ד. $15a^4 - 30a^2 - a$	ה. $-a^2 + 6a$	ו. $-a^2 + 2a$	ז. $15a^4 - 15a^3 - 30a^2 + 30a$
5. נ. $-a^2 - a$	ב. $-30a^4 - a$	ג. $5a^2 + 6a^3$	ד. $15a^4 - 30a^2 - a$	ה. $-a^2 + 6a$	ו. $-a^2 + 2a$	ז. $15a^4 - 15a^3 - 30a^2 + 30a$

1. פשטו את התבניות הבאות.

ה. $4a + 12a =$

א. $8a + 2a =$

ו. $4a - 12a =$

ב. $8a - 2a =$

ז. $4a \cdot (-12a) =$

ג. $8a \cdot 2a =$

ח. $a \neq 0, \frac{14a}{12a} =$

ד. $a \neq 0, \frac{8a}{2a} =$

2. פשטו.

ז. $x + (6 \cdot 2 - x) =$

א. $x + 6 \cdot 2 - x =$

ה. $(x + 6)(2 - x) =$

ב. $(x + 6) \cdot 2 - x =$

ו. $x + 6 \cdot 2(-x) =$

ג. $x + 6 \cdot (2 - x) =$

3. פשטו.

ז. $x - 2(x - x) \cdot 6 - 3 =$

א. $x - 2x - x \cdot 6 - 3 =$

ח. $x - 2x - x(6 - 3) =$

ב. $x(-2) \cdot x - x \cdot 6 - 3 =$

ט. $(x - 2x - x) \cdot 6 - 3 =$

ג. $x - 2x(-x) \cdot 6 - 3 =$

י. $x - (2x - x \cdot 6) - 3 =$

ד. $x - 2x - x \cdot 6(-3) =$

יא. $x - (2x - x \cdot 6 - 3) =$

ה. $(x - 2)x - x \cdot 6 - 3 =$

יב. $(x - 2)(x - x \cdot 6) - 3 =$

ו. $x - (2x - x) \cdot 6 - 3 =$

פעילות IV: כמה מחוברים יש למכפלה?



פעילות מכינה לנוסחאות הכפל המקוצר.

1. פשטו את התבניות הבאות:

$$(x + 5)(x - 2) =$$

$$(a - 8)(a + 6) =$$

בפעילות זו נחקור מכפלות מהסוג $(\text{---} + \text{---})(\text{---} + \text{---})$

2. **שערו:**

האם אפשר למצוא דרך להשלים את המכפלה $(\text{---} + \text{---})(\text{---} + \text{---})$ כך שבפישוט נקבל יותר משלושה מחוברים? פחות משלושה מחוברים? אם אפשר, מהו לדעתכם המספר הגדול ביותר של מחוברים שאפשר לקבל? מהו המספר הקטן ביותר?

3. עבדו בקבוצות וחקרו.

מהו המספר הגדול ביותר של מחוברים שאפשר לקבל מפישוט המכפלה $(\text{---} + \text{---})(\text{---} + \text{---})$? מהו המספר הקטן ביותר? שימו לב! מותר למלא במקומות הריקים כל מספר וכל תבנית.

4. מצאו, אם אפשר, דוגמה לכל מקרה. פשטו עד הסוף.

- תוצאת המכפלה היא סכום של ארבעה מחוברים.
- תוצאת המכפלה היא סכום של שלושה מחוברים.
- תוצאת המכפלה היא סכום של שני מחוברים.
- בתוצאת המכפלה מופיעה תבנית ללא חיבור.
- תוצאת המכפלה היא סכום של חמישה מחוברים.
- תוצאת המכפלה היא מספר אחד בלבד.

5. השלימו מספרים ותבניות כרצונכם, כך שיתקבל מספר מחוברים כמסומן בכל סעיף.

א. $(x + 5)(\quad \quad) = \quad \quad \quad \quad$

ב. $(x + 5)(\quad \quad) = \quad \quad \quad \quad$

ג. $(x + 5)(\quad \quad) = \quad \quad \quad \quad$

ד. $(x + 5)(\quad \quad) = \quad \quad \quad \quad$

6. רשמו ליד כל מכפלה את מספר המחוברים שיתקבל אחרי פתיחת סוגריים ופישוט.

א. $(x + 8)(x - 6)$ ה. $(x + 8)(y - 6)$

ב. $(x + x)(8 - 6)$ ו. $(x + y)(6 - 8)$

ג. $(x + 8)^2$ ז. $(x - y)(x - y)$

ד. $(x + 8)(x - 8)$ ח. $(x - y)(x - 5)$

7. א. הציבו בתבנית $(x + \square)(x + \square)$

בתוך הריבועים **מספרים**, כך שיתקבל אחרי פישוט סכום של

– 4 מחוברים,

– 3 מחוברים,

– 2 מחוברים.

ב. כמה מחוברים יתקבלו אחרי הפישוט אם נציב בתוך הריבועים

מספרים **שונים**? מספרים **שווים**? מספרים **נגזרים**?

פינוי הקריאה

נברר איך נראה הסכום של מכפלה מהצורה

$$(x + \square)(x + \square)$$

כאשר רושמים במשבצות מספרים.

•	x	+19
x	x^2	19x
+31	31x	19·31

המספרים שונים

דאגה: $(x + 19)(x + 31) =$
 $x^2 + 31x + 19x + 19 \cdot 31 =$
 $x^2 + 50x + 589$

מצאו קשר בין המספרים שבשורה הראשונה למספרים שבשורה השלישית.

•	x	+25
x	x^2	25x
+25	25x	25^2

המספרים שווים

דאגה: $(x + 25)(x + 25) =$
 $x^2 + 25x + 25x + 25^2 =$
 $x^2 + 50x + 625$

מצאו קשר בין המספרים שבשורה הראשונה למספרים שבשורה השלישית.

•	x	+48
x	x^2	48x
-48	-48x	-48^2

המספרים נגדיים

דאגה: $(x + 48)(x - 48) =$
 $x^2 - 48x + 48x - 48 \cdot 48 =$
 $x^2 - 48^2$

אתגר

נסו להשלים מספרים כך שהתבניות תהיינה תואמות.

$$(x + \underline{\quad})(x + \underline{\quad}) = x^2 + 10x + 24$$

1. שערך כמה מחוברים יש בתוצאה של כל מכפלה. בדקו.

א. $(2x - 3)(3y - 2)$	ד. $(2x + 3x)(3 - 2)$
ב. $(2x - 3)(3x - 2)$	ה. $(-3 - 2)(2x + 3y)$
ג. $(2x - 3)(3 + 2x)$	ו. $(2x + 3x)(2x - 3x)$

2. רשמו מכפלות שונות כך שאחד המחוברים בתוצאה יהיה $8a^2$.

3. רותי נתבקשה לחשב בעל-פה $24 \cdot 32$.
היא כפלה כך: $20 \cdot 30 = 600$ $4 \cdot 2 = 8$ לכן $24 \cdot 32 = 608$.
מה דעתכם?

4. פתרו את המשוואות.

דלגה:

$$x(x - 5) - x(x + 4) = 36$$

$$x^2 - 5x - x^2 - 4x = 36$$

$$-9x = 36$$

$$x = -4$$

בדיקה:

$$-4 \cdot (-9) + 4 \cdot 0 = 36$$

א. $x(x + 5) - x(x - 4) = 36$ ג. $(x + 4)(x + 5) - x(x + 4) = 25$

ב. $x(x - 5) - x(x - 4) = 36$ ד. $(x + 4)(x - 5) - x(x - 4) = 25$

5. פתרו את המשוואות הבאות.

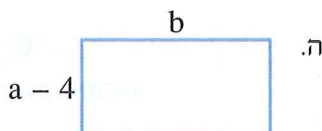
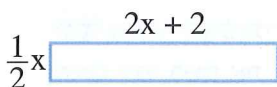
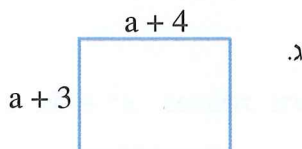
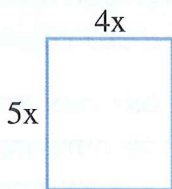
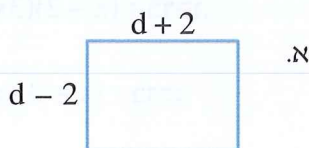
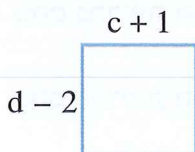
א. $(x - 2)(x - 1) = 11 - 3x$

ב. $x^2 + 10 = (x + 2)(x + 5)$

ג. $(x - 4)(x + 4) = 0$

ד. $(3x - 2)(2x - 1) = (6x + 5)(x - 2)$

6. שערו כמה מחוברים יש בתבנית השטח. בדקו.



7. איזו תבנית נותנת תוצאה גדולה יותר בכל הצבה? בכמה?

דוגמה: $a(a + 5) = (a + 3)(a + 2) =$

$a^2 + 5a \quad a^2 + 2a + 3a + 6 = a^2 + 5a + 6$

בכל פצצה אלגברית פשוטה לדוגמה - 6 מאלגברית פשוטה

א. $a(a + 1) \quad (a + 3)(a - 2)$

ב. $a(a - 5) \quad (a - 3)(a - 2)$

ג. $a^2 \quad (a - 3)(a + 3)$

פעילות V: ממכפלה לסכום ובחזרה



ובה נלמד לפרק לגורמים תבנית ריבועית (טרינום).

1. א. נתונה המשוואה: $(x + 6)(x - 12) = 0$.

דני אמר שהמספר -6 הוא פתרון. האם דני צדק? נמקו.

רמי אמר שהמספר 12 הוא פתרון. האם רמי צדק? נמקו.

מה הוא פתרון (פתרונות) המשוואה $(x + 6)(x - 12) = 0$?

ב. מהם פתרונות המשוואה $(3x + 6)(x - 2) = 0$? בדקו.

ג. מהם פתרונות המשוואה $(x + 3)(x - 3) = 0$? בדקו.

ד. נתונה המשוואה: $x^2 + 5x + 6 = 0$.

התוכלו למצוא את פתרונותיה?

חנן אמר: "אם נצליח לכתוב את $x^2 + 5x + 6$ כמכפלה, נדע את פתרונותיה של המשוואה".

מה דעתכם?

יוסי אמר: "הצלחתי! $(x + 3)(x + 2)$ ".

האם יוסי רשם את המכפלה המתאימה? הסבירו.

האם תוכלו לומר מהם פתרונות המשוואה?

ה. מהם פתרונות המשוואה $x^2 + 7x + 10 = 0$?

הסבירו כיצד מצאתם.

2. א. מצאו תבניות תואמות (ללא סוגריים) לתבניות הבאות:

$$(x + 6)(x + 5)$$

$$(x + 7)(x + 2)$$

ב. נסו למצוא קשר בין זוג המספרים בתבנית הנתונה לזוג המספרים בתבנית התואמת לה.

ג. נסו להסביר מדוע קיים קשר זה.

3. א. מצאו תבניות תואמות (ללא סוגריים) לתבניות הבאות.

$$(x + 5)(x + 3)$$

$$(x + 5)(x - 3)$$

$$(x - 5)(x + 3)$$

$$(x - 5)(x - 3)$$

ב. האם הקשר שמצאתם בשאלה הקודמת מתאים גם לסדרה זו?

4. השלימו.

תבנית סכום	תבנית מכפלה	פתרונות
	$(x + 2)(x - 7) = 0$	
$a^2 + 6x + 8 = 0$		
		$x = 2, -5$

5. השלימו. אפשר להיעזר בלוח כפל כמו בדוגמה.

$$(x + 7) \cdot (x + 2) =$$

בואו נראה:

•	x	+2
x	x^2	2x
+7	7x	14

$$= x^2 + 9x + 14$$

א. $(x + 7)(x + \underline{\quad}) = x^2 + 12x + 35$

ב. $(x - 4)(x - \underline{\quad}) = x^2 - 14x + \underline{\quad}$

ג. $(x \underline{\quad})(x - 5) = x^2 \underline{\quad} - 20$

6. א. השלימו בדרכים שונות.

$$(x \quad)(x \quad) = x^2 \underline{\quad} + 36$$

$$(x \quad)(x \quad) = x^2 \underline{\quad} + 36$$

$$(x \quad)(x \quad) = x^2 \underline{\quad} + 36$$

$$(x \quad)(x \quad) = x^2 \underline{\quad} + 36$$

ב. נעמי אמרה: "כדי לרשום מספרים בסוגריים, חיפשתי שני מספרים

שהמכפלה שלהם 36, למשל, 9 ו-4. אחר כך רשמתי במקום הריק באגף

ימין את סכום המספרים האלה מוכפל ב- x (כלומר $13x$).

מה דעתכם? מה אתם עשיתם?

7. השלימו בדרכים שונות.

$$(x \quad)(x \quad) = x^2 \underline{\quad} - 16$$

$$(x \quad)(x \quad) = x^2 \underline{\quad} - 16$$

$$(x \quad)(x \quad) = x^2 \underline{\quad} - 16$$

$$(x \quad)(x \quad) = x^2 \underline{\quad} - 16$$

8. רשמו בכל סעיף זוג מספרים מתאים.

דוגמה: המכפלה שלילית ואם כן חיובי - 8, -2.

א. המכפלה חיובית והסכום שלילי.

ב. המכפלה חיובית והסכום חיובי.

ג. המכפלה שלילית והסכום שלילי.

9. פתרו את המשוואות הבאות.

פרקו תחילה לגורמים.

$$x^2 - 6x + 8 = 0 \quad \text{דוגמה:}$$

נחפשים שני מספרים שמכפלתם 8 וסכומם -6.

מכפלה ממספרים חיוביים, אכן המספרים הם 2 ו-4. קבלים לפי סכומם אף פסיתנים.

$$(x - 2)(x - 4) = 0$$

$$x - 2 = 0 \quad \text{או} \quad x - 4 = 0$$

$$x = 2 \quad \text{או} \quad x = 4$$

$$2^2 - 6 \cdot 2 + 8 = 0 \quad \checkmark \quad \text{בדיקה:}$$

$$4^2 - 6 \cdot 4 + 8 = 0 \quad \checkmark$$

$$x^2 - 4x - 21 = 0 \quad \text{ד.} \quad x^2 - 8x + 15 = 0 \quad \text{א.}$$

$$x^2 + 6x - 16 = 0 \quad \text{ה.} \quad x^2 + 14x + 40 = 0 \quad \text{ב.}$$

$$x^2 + 8x + 16 = 0 \quad \text{ו.} \quad x^2 - 10x + 21 = 0 \quad \text{ג.}$$

אתגר

10. נתונים שלושה מספרים בדילוג של 2 (כמו: 7, 9, 11).

כופלים את המספר האמצעי בעצמו, ואת שני האחרים זה בזה.

איזו מכפלה גדולה יותר? בכמה?

האם זה נכון לכל שלושה מספרים כאלה?

הראו בעזרת תבניות או תנו דוגמה נגדית.

כאשר כופלים שני סכומים
הכוללים x וזוג מספרים,
כמו $x - 5$ ו- $x + 20$,
מתקבלים בדרך כלל ביטויים
הכוללים שלושה מחוברים.

$$\begin{aligned}(x + 20)(x - 5) &= \\ x^2 - 5x + 20x - 100 &= \\ x^2 + 15x - 100\end{aligned}$$

x^2 הוא ראשון המחוברים.

במחוברים האחרים

משתתף זוג המספרים (-5) ו- $(+20)$:

המחובר השלישי הוא מכפלתם (-100)

במחובר השני מופיע סכומם $(+15)$

ולהיפך, אם תבנית כזו נתונה לדוגמה:

$$x^2 + 10x - 24$$

שמעורבים בה המספרים 10 ו- -24 ,

נחפש שני מספרים ש- -24 מכפלתם ו- 10 סכומם.

המכפלה היא מספר שלילי והסכום חיובי.

מה תוכלו לומר על סימני המספרים?

1. השלימו את הטבלה על-ידי תבניות שאין בהן סוגריים.

·	$x - 5$	$x + 5$	$x - 4$
$x - 5$			
$x + 5$			
$x - 4$			

2. השלימו את הטבלה.

התבנית כמכפלה	התבנית כסכום
$(x + 7)(x + 9)$	
	$x^2 + 7x + 12$
	$x^2 + 8x + 15$
$(x + 2)(x - 3)$	
	$x^2 + 5x + 6$
$(x - 6)(x + 1)$	
	$x^2 - 5x + 6$
	$x + 5x - 6$

3. התבניות הרשומות על צלעות המלבן מתארות את אורכי צלעותיו.

התבנית הרשומה בתוך המלבן מתארת את שטחו.

השלימו תבניות חסרות.

דלגה:

א. $x + 1 \quad \boxed{\frac{x^2 - 7x - 8}{x - 8}}$ ב. $x - 2 \quad \boxed{\frac{x + 8}{x - 2}}$

ג. $x - 4 \quad \boxed{x^2 - 6x + 8}$ ד. $\boxed{x^2 + 7x + 12}$

ה. $x \quad \boxed{x^2 - 7x}$ ו. $\boxed{x^2 + 4x}$

4. מצאו תבנית להיקף כל מלבן משאלה 3.

5. רשמו מכפלה ומצאו את קבוצת האמת.

ראו דוגמה בעמוד 149, בדקו את פתרונותיכם.

א. $x^2 + 8x + 12 = 0$ ה. $x^2 + 13x + 12 = 0$

ב. $x^2 - 8x + 12 = 0$ ו. $x^2 - 13x + 12 = 0$

ג. $x^2 + 4x - 12 = 0$ ז. $x^2 + x - 12 = 0$

ד. $x^2 - 4x - 12 = 0$ ח. $x^2 - x - 12 = 0$

ט. $x^2 - 4x = 0$

י. $5x^2 + 20x = 0$

6. לכל המשוואות הבאות יש פתרונות מבין המספרים הבאים בלבד:
 $-15, -4, 8, 6, 2$.

מצאו את הפתרונות. רשמו כיצד פתרם.

א. $x^2 - 2x - 24 = 0$

ב. $x^2 + 19x + 60 = 0$

ג. $x^2 + 13x - 30 = 0$

ד. $x^2 - 4x - 32 = 0$

ה. $x^2 - 14x + 48 = 0$

7. פרקו לגורמים כל תבנית וצמצמו. רשמו את קבוצת ההצבה לכל תבנית.
 תזכורת: מספר אינו שייך לקבוצת ההצבה של תבנית אם הצבתו נותנת תוצאה חסרת משמעות.

דוגמה: $\frac{x^2 + 6x + 8}{x^2 + 8x + 12} =$

$x \neq -2, -6$ $\frac{(x+2)(x+4)}{(x+2)(x+6)} = \frac{x+4}{x+6}$

ב. $\frac{x^2 - 2x - 24}{x^2 + 4x}$

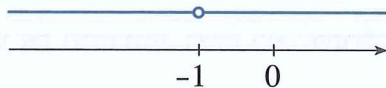
א. $\frac{x^2 - 10x + 21}{x^2 - 5x + 6}$

8. השלימו תבניות במונה של כל שבר כך שניתן יהיה לצמצם את השבר, ואחר צמצמו את השברים.

ב. $\frac{(\quad)(x-4)}{x^2 - x - 6}$

א. $\frac{(x+1)(\quad)}{x^2 + 7x + 10}$

9. סמנו ליד כל תבנית שבמסגרת את קבוצת ההצבה הנכונה, ותארו אותה על ציר המספרים.



קלאפה: $\frac{2x}{x+1}$

- א. $x \neq 1$ ב. $x \neq 0$ ג. $x \neq -1$ ד. כל המספרים

$2 - x$

- א. $x \neq 2$ ב. $x \neq -2$ ג. כל המספרים ד. קבוצה ריקה { }

$\frac{1}{(x+1)(x-1)}$

- א. $x \neq 1$ ב. $x \neq -1$ ג. $x \neq \pm 1$ ד. כל המספרים

רמז: פרקו לגורמים את המכנה.

$\frac{3}{x^2 - 5x - 6}$

- א. $x \neq 2, 3$ ב. $x \neq 1, 6$ ג. $x \neq -1, 6$ ד. $x \neq 1, -6$

$\frac{x-5}{(x+3)(x-7)}$

- א. $x \neq 3, -7$ ב. $x \neq 5, -3, 7$ ג. $x \neq -3, 7$ ד. $x \neq 5$

$\frac{x}{4x-2}$

- א. $x \neq \pm 2$ ב. $x \neq 2$ ג. $x \neq \frac{1}{2}$ ד. $x \neq 0$

10. בכל סעיף רשמו שתי משוואות המתאימות לקבוצת ההצבה שבסוף.

- א. $x \neq 3$ ב. $x \neq 5$ ג. $x \neq \pm 5$

עינב, ירון ורחל מפרקים לגורמים את התבנית $x^2 + 12x + 32$.
עינב מנסה למצוא צלעות של מלבן שזהו שטחו:

	x	
x	x^2	
		32

$\cdot$	x	
x	x^2	
		32

ירון מנסה למצוא את הפירוק
בעזרת לוח פעולה.

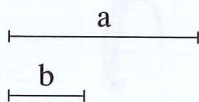
ורחל בעזרת כתיבת מכפלה $(x \quad)(x \quad)$
וחיפוש אחר המספרים החסרים.

מה נראה לכם עדיף? נמקו.

פעילות VI: נוסחאות הכפל המקוצר



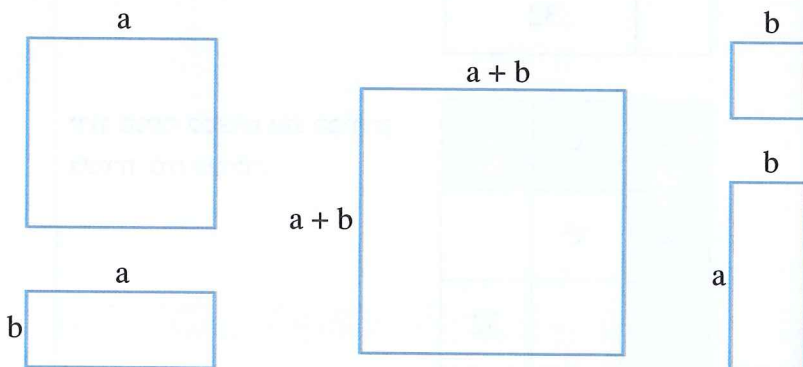
ובה נלמד דרך לקצר במעבר בין תבניות מסוימות לתואמות להן.



נתונים מספר קטעים כמו אלה שבשרטוט.

בונים בעזרת הקטעים שלושה ריבועים ושני מלבנים.

1. א. רשמו בתוך כל צורה תבנית המתאימה לשטחה.

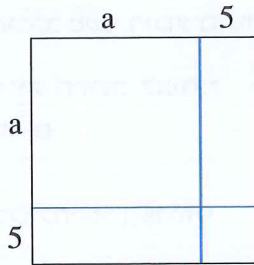


ב. נסו להרכיב את הריבוע הגדול מן החלקים האחרים.

שרטטו במחברת עבור $a = 8$ ס"מ ו- $b = 3$ ס"מ.

ג. מהו הקשר בין מידות הריבוע שהרכבתם לבין מידות הצורות המרכיבות אותו? מהן הצורות המרכיבות את הריבוע?

2. נתון הריבוע



א. רשמו את שטח הריבוע בעזרת תבנית של מכפלה:

$$(\text{---} + \text{---})(\text{---} + \text{---})$$

ב. רשמו את שטח הריבוע בעזרת תבנית של סכום:

$$\text{---} + \text{---} + \text{---}$$

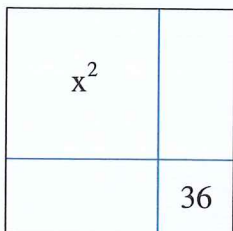
ג. רשמו את שטח הריבוע בעזרת תבנית של חזקה:

$$(\text{---} + \text{---})^2$$

3. השלימו את הטבלה.

תבנית של חזקה	תבנית של מכפלה	תבנית של סכום
$(a + 6)^2$		
	$(a + 7)(a + 7)$	
		$a^2 + 20x + 100$
$(a - 1)^2$		
	$(a - 2)(a - 2)$	
		$a^2 - 6a + 9$

4. לפניכם ריבוע המורכב משני ריבועים שונים ומשני מלבנים שווים.

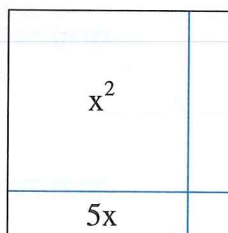
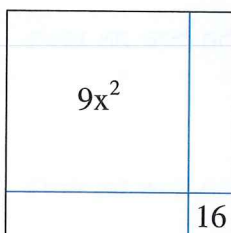


א. השלימו תבניות חסרות לאורכי צלעות ולשטחים.

ב. השלימו. תוכלו להיעזר בשרטוט.

$$x^2 + 12x + \underline{\hspace{1cm}} = (x + \underline{\hspace{1cm}})^2$$

5. חזרו על שאלה 4 עם הריבועים והתבניות הבאות.



$$\underline{\hspace{1cm}} + 24x + \underline{\hspace{1cm}} = (3x + \underline{\hspace{1cm}})^2$$

$$x^2 + \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} = (\underline{\hspace{1cm}} + 5)^2$$

הנוסחה:

$$a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2 = (a + b)^2$$

ריבוע של מספר אחד	פעמיים מכפלת שני המספרים	ריבוע של מספר שני	ריבוע של סכום המספרים
-------------------	--------------------------	-------------------	-----------------------

היא אחת מנוסחאות הכפל המקוצר.

6. השלימו את החסר.

א. $(x + 3)^2 = (x + 3)(x + 3) = x^2 + \underline{\hspace{1cm}} + 9$

ב. $(x + 5)^2 = (x + 5)(x + \underline{\hspace{1cm}}) = x^2 + \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}}$

ג. $(x + \underline{\hspace{1cm}})^2 = (x + \underline{\hspace{1cm}})(x + \underline{\hspace{1cm}}) = x^2 + \underline{\hspace{1cm}} + 49$

ד. $(x - \underline{\hspace{1cm}})^2 = (x - 10)(x - 10) = \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}}$

7. התאימו תבניות תואמות.

$(x - 6)^2$ •

• $x^2 - 6x + 9$

$(x - 3)^2$ •

• $x^2 + 12x + 36$

$(x + 6)^2$ •

• $x^2 - 12x + 36$

$(x + 3)^2$ •

• $x^2 + 6x + 9$

8. לפניכם זוגות של תבניות שאינן תואמות. תקנו את התבניות כך שהן תהיינה תואמות.

$a^2 + 16$

א. $(a + 4)^2$

$a^2 - 8a - 16$

ב. $(a - 4)^2$

$16 - a^2$

ג. $(4 - a)^2$

$16 + a^2$

ד. $(4 - a)(4 + a)$

$16 - 8a + a^2$

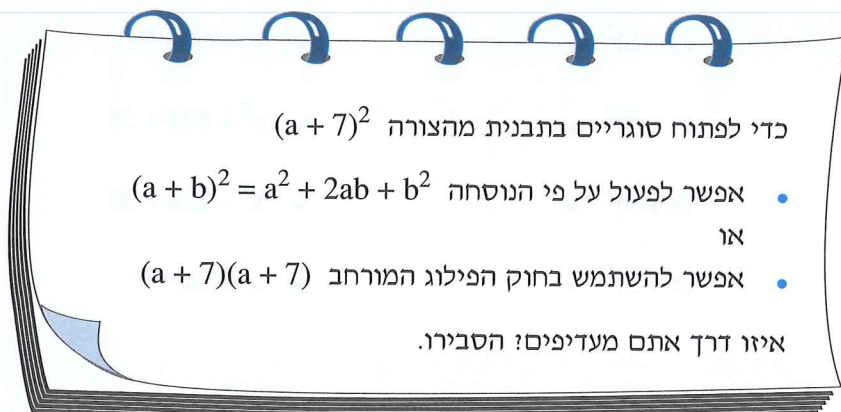
ה. $(-4 - a)^2$

לזריזים

9. בכל סעיף בדקו אם התבניות תואמות.

אם אינן תואמות הסבירו מדוע.

- | | | |
|----|--------------|-----------------|
| א. | $(a + 5)^2$ | $a^2 + 25$ |
| ב. | $(5a)^2$ | $25a^2$ |
| ג. | $(5a)^2$ | $5a^2$ |
| ד. | $(2a - 1)^2$ | $2a^2 - 4a + 1$ |



10. סמנו את המשפטים הנכונים.

תנו דוגמה לכל משפט נכון ודוגמה נגדית לכל משפט שאינו נכון.

- הריבוע של סכום שווה לסכום הריבועים.
- הריבוע של מכפלה שווה למכפלת הריבועים.
- הריבוע של הפרש שווה להפרש הריבועים.
- הריבוע של מנה שווה למנת הריבועים.
- הריבוע של סכום גדול מסכום הריבועים.

1. השלימו את הטבלה.

מכפלה	סכום
$(x + 5)^2$	
$(x - 5)(x + 5)$	
$(x - 5)^2$	
	$x^2 + 14x + 49$
	$49 - 14x + x^2$
	$x^2 - 49$
	$x^2 - 7x$

2. רשמו תבנית לשטח הריבוע או לצלעו.

ד. $7x$

ג. $10 - x$

ב. $x - 2$

א. $x + 3$

ח. $100x^2$

ז. $1 - 2x + x^2$

ו. $x^2 - 18x + 81$

ה. $x^2 + 16x + 64$

3. פתחו סוגריים.

$(7x + 5)^2 =$.ד. $(7x - 5)^2 =$ $(7x + 5)(7x - 5) =$	$(x + 1)^2 =$.א. $(x - 1)^2 =$ $(x + 1)(x - 1) =$
$(8 + 2x)^2 =$.ה. $(8 - 2x)^2 =$ $(8 + 2x)(8 - 2x) =$	$(3 + x)^2 =$.ב. $(3 - x)^2 =$ $(3 + x)(3 - x) =$
$\left(-\frac{1}{2} + x\right)^2 =$.ו. $\left(-\frac{1}{2} - x\right)^2 =$ $\left(-\frac{1}{2} + x\right)\left(-\frac{1}{2} - x\right) =$	$(-10 + x)^2 =$.ג. $(-10 - x)^2 =$ $(-10 + x)(-10 - x) =$

4. מצאו את קבוצת האמת של המשוואות הבאות.

$(x - 4)^2 = 9$ בואו:
 $x - 4 = -3$ א $x - 4 = 3$
 $x = 1$ א $x = 7$
 $(1 - 4)^2 = 9$, $(7 - 4)^2 = 9$ בדיקה:
 $(x + 4)^2 = 16$ ג.
 $(x + 2)^2 = 1$ ד.
 $(x - 6)^2 = 0$ א.
 $(x - 5)^2 = 16$ ב.

5. נתונים שני מספרים עוקבים.

מוסיפים למספר הקטן את ריבועו.

מפחיתים מריבוע המספר הגדול את המספר עצמו.

מה הקשר בין התוצאות המתקבלות? הראו בעזרת תבניות.

6. מצאו את קבוצת האמת של המשוואות הבאות. פתרו בדרך א או בדרך ב.

$$x^2 + 2x + 1 = 16 \quad \text{דוגמה:}$$

דרך א

$$x^2 + 2x + 1 = 16$$

$$(x + 1)^2 = 16$$

$$x + 1 = -4 \quad \text{או} \quad x + 1 = +4$$

$$x = -5 \quad \text{או} \quad x = 3$$

דרך ב

$$x^2 + 2x + 1 = 16 \quad /-16$$

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$(x + 5)(x - 3) = 0$$

$$x = -5 \quad \text{או} \quad x = 3$$

$$x^2 - 14x + 49 = 0 \quad \text{ד.}$$

$$x^2 + 10x + 25 = 144 \quad \text{א.}$$

$$x^2 + 10x + 25 = 49 \quad \text{ה.}$$

$$x^2 - 12x + 36 = 25 \quad \text{ב.}$$

$$x^2 - 12x + 36 = 36 \quad \text{ו.}$$

$$x^2 + 4x + 4 = 0 \quad \text{ג.}$$

7. חשבו בעל פה.

$$19 \cdot 21 = (20 - 1)(20 + 1) \quad 52^2 = (50 + 2)^2 \quad \text{דוגמאות:}$$

$$20 \cdot 25 = \quad \text{יא.}$$

$$20 \cdot 5 = \quad \text{ז.}$$

$$20 \cdot 20 = \quad \text{א.}$$

$$32^2 = \quad \text{יב.}$$

$$12^2 = \quad \text{ז.}$$

$$25 \cdot 25 = \quad \text{ב.}$$

$$33 \cdot 27 = \quad \text{יג.}$$

$$32 \cdot 28 = \quad \text{ח.}$$

$$31 \cdot 29 = \quad \text{ג.}$$

$$4\frac{1}{2} \cdot 4\frac{1}{2} = \quad \text{יד.}$$

$$4\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \quad \text{ט.}$$

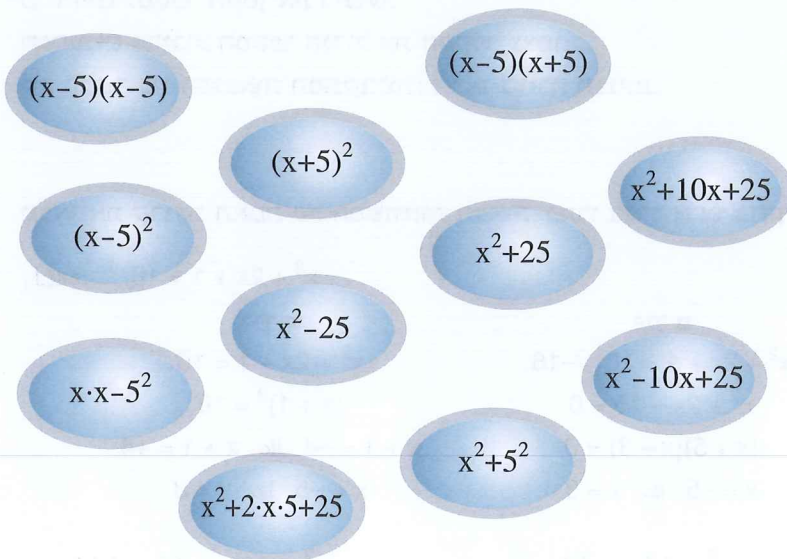
$$4\frac{1}{2} \cdot 4 = \quad \text{ד.}$$

$$9\frac{2}{3} \cdot 10\frac{1}{3} = \quad \text{טו.}$$

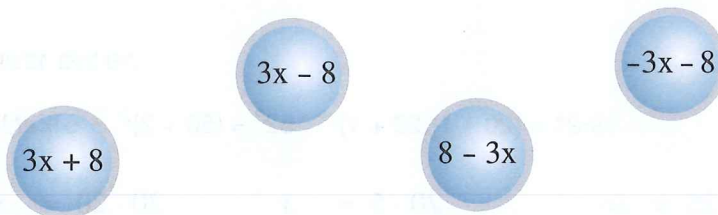
$$9\frac{1}{2} \cdot 10\frac{1}{2} = \quad \text{י.}$$

$$\left(5\frac{1}{2}\right)^2 = \quad \text{ה.}$$

8. מצאו תבניות תואמות.



9. רונית כפלה כל שתי תבניות אשר בתוך העיגולים הבאים, כולל כל תבנית בעצמה, וקיבלה עשר מכפלות.



א. מצאו שתי מכפלות הנותנות אחרי פישוט שני מחוברים.

ב. מצאו שתי מכפלות הנותנות אחרי פישוט שלושה מחוברים.

ג. מצאו שתי מכפלות הנותנות תבניות תואמות.

ד. מצאו שתי מכפלות הנותנות תבניות נגדיות.



פעילות VII: הפרש ריבועים

ובה נעסוק בנוסחת הכפל המקוצר בעזרת *Derive*.

1. א. פשטו בעזרת המחשב את הביטויים הבאים:

$$(x + 2)(x - 2)$$

$$(x^2 + 5)(x^2 - 5)$$

$$(x^3 + 7)(x^3 - 7)$$

$$(5x^2 + 3)(5x^2 - 3)$$

- ב. נסו לשער מה יהיה הפירוק של הביטויים הבאים:

$$x^2 - 9 =$$

$$x^4 - 16 =$$

$$36x^4 - 9 =$$

$$100 - x^2y^4 =$$

בדקו השערותכם.

- ג. נסו להכליל את הקשר שמצאתם:

$$a^2 - b^2 =$$

פתיחת סוגריים:
רשמו תבנית בשורת העריכה.
אשרו בעזרת Enter.
בתפריט הראשי בחרו simplify
← Expand.
אשרו בעזרת Expand.

פירוק לגורמים:
האירו את השורה על המסך.
בתפריט הראשי בחרו simplify
← factor.
אשרו בעזרת factor.

2. פתחו סוגריים.

בדקו תשובותיכם במחשב.

א. $(2x - 5)(2x + 5) =$

ב. $(3x^2 - 4)(3x^2 + 4) =$

ג. $(3xy - 1)(3xy + 1) =$

ד. $(1 - x^3)(1 + x^3) =$

3. פרקו לגורמים (כתבו כמכפלה).

בדקו תשובותיכם במחשב.

א. $x^6 - 10^8 =$

ב. $9x^2 - 16 =$

ג. $25x^2y^2 - 4 =$

ד. $1 - 100x^2 =$

ה. $x^2 - 9 =$

ו. $(5x)^2 - 9 =$

ז. $(x + 5)^2 - 9 =$

4. השתמשו בקשר שמצאתם כדי לחשב

בעל פה.

א. $15^2 - 5^2 =$

ב. $11^2 - 10^2 =$

ג. $12^2 - 10^2 =$

פתיחת סוגריים:
האירו השורה על המסך.
בתפריט הראשי בחרו simplify
← Expand.
אשרו בעזרת Expand.

פירוק לגורמים:
האירו את השורה על המסך.
בתפריט הראשי בחרו simplify
← factor.
אשרו בעזרת factor.

לזריזים

5. א. חשבו בעל פה את הפרש הריבועים של המספרים העוקבים הבאים:

$$4^2 - 3^2 =$$

$$5^2 - 4^2 =$$

$$13^2 - 12^2 =$$

בדקו מספרים עוקבים נוספים.

ב. נסחו השערה.

ג. נסו להוכיח את השערתכם.

6. מהי קבוצת האמת של תבניות הפסוק הבאות.
בדקו במחשב.

א. $(a - 1)(a - 2) = 0$

ב. $(a^2 - 1)(a^2 - 4) = 0$

בפעילות זו הכרנו אחת מנוסחאות הכפל המקוצר:

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

7. פתחו סוגריים ללא עזרת המחשב.

ג. $(5 - b)(5 + b)$

א. $(x - 4)(x + 4)$

ד. $(x + 7)(7 - x)$

ב. $(a - 6)(a + 6)$

1. השלימו את הטבלאות.

א.

$\cdot$	$x - 2$	$x - 6$	x
$x + 6$			
$x + 2$			
$2x$			

ב.

$\cdot$		
$x - 4$		$x^2 - 16$
$x + 5$	$x^2 + 5x$	

2. רשמו תבניות לשטח המלבן או לצלעותיו.

ב.

$x + 0.5$
$x - 0.5$

א.

$10 + x$
$10 - x$

ד.

$\frac{1}{4} - x^2$

ג.

$81 - x^2$

3. א. כפלו.

$$(1+x)(1-x) =$$

$$(1+x^2)(1-x^2) =$$

$$(1+x^3)(1-x^3) =$$

$$(1+x^4)(1-x^4) =$$

ב. נסו להכליל.

$$(1+x^n)(1-x^n) =$$

4. ליעל ארבע תבניות.

בכל פעם היא כפלה שתיים מהן וקיבלה סכום.

את הסכומים היא רשמה בטבלה.

גלו את ארבע התבניות של יעל והשלימו את המכפלות.

המכפלה	הסכום
	$x^2 - x$
	$x^2 - 1$
	$x^2 + 5x$
	$x^2 + 6x + 5$
	$x^2 + x$
	$x^2 + 4x - 5$

5. כפלו.

$$(x+1)(-1+x) = \text{ג.}$$

$$(x+1)(x-1) = \text{א.}$$

$$(x+1)(-1-x) = \text{ד.}$$

$$(x+1)(1-x) = \text{ב.}$$

6. פתחו סוגריים ופשטו ככל האפשר.

שימו לב לסדר פעולות החשבון!

$$\text{א. } (a+5)(a-5) = \quad \text{ה. } (a-8)(a+8) =$$

$$\text{ב. } a+5(a-5) = \quad \text{ו. } a-8(a+8) =$$

$$\text{ג. } (a+5)a-5 = \quad \text{ז. } (a-8)a+8 =$$

$$\text{ד. } a+(5a)-5 = \quad \text{ח. } a-(8a)+8 =$$

7. פשטו ככל האפשר.

$$\text{א. } (a-a) \cdot (a+a) = \quad \text{ה. } (a-b) \cdot (a+b) =$$

$$\text{ב. } a-a \cdot (a+a) = \quad \text{ו. } a-b \cdot (a+b) =$$

$$\text{ג. } (a-a) \cdot a+a = \quad \text{ז. } (a-b) \cdot a+b =$$

$$\text{ד. } a-(a \cdot a)+a = \quad \text{ח. } a-(b \cdot a)+b =$$

8. פתרו את תבניות הפסוק הבאות.

בדקו על-ידי הצבת מספר יחיד מקבוצת האמת.

$$\text{א. } (x-10) \cdot (x+10) = 0$$

$$\text{ב. } (x-10) \cdot (x+10) + 20 = 1$$

$$\text{ג. } (x-3) \cdot (x+3) > (x-2) \cdot (x+4)$$

$$\text{ד. } x \cdot (x-4) < (x-4) \cdot (x+4)$$

9. סמנו $=$, $>$, $<$.

א. a^2 _____ $(a+1)(a-1)$

ב. $a^2 - 1$ _____ $a^2 + 1$

ג. $a(a-2)$ _____ $(a-1)^2$

ד. $a(a+2)$ _____ $(a+1)^2$

ה. $a(a+2)$ _____ $(a+1)^2 - 1$

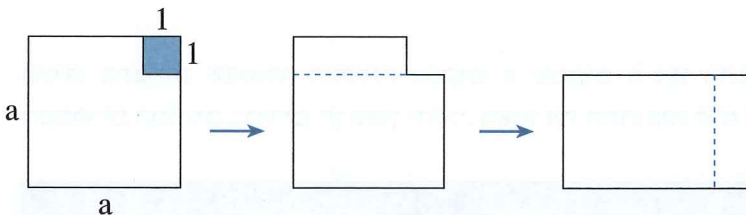
ו. $1 + a^2$ _____ $1 - a^2$

ז. $(1-a)^2$ _____ $(a-1)^2$

במקרים שסימנתם $<$ או $>$, כתבו בכמה גדול או קטן, אם אפשר לדעת.

10. כתבו כמכפלה: $a^2 - 1 =$ _____

נסו להסביר פתרונכם בעזרת הציור (כתבו תבניות לאורכי צלעות ושטחים).



8. א. $x \neq 0$

ב. $x \neq 6$

ג. $x > \frac{2}{1}$

ד. $x > 4$

א. $a - 2a^2$

ב. $2a - a^2$

ג. $a - ba - b^2$

ד. $a - ba + b$

7. א. 0

ב. a

ג. $a^2 - b^2$

ד. $a^2 - ba + b$

ב. $6a - 25$

ג. $6a - 5$

ד. $-7a - 64$

ה. $-7a + 8$

6. א. $a^2 - 25$

ב. $a^2 + 5a - 5$

ג. $a^2 - 64$

ד. $a^2 - 8a + 8$

פעילות VIII: תבנית בתוך תבנית (פעילות נוספת)



ובה נציב תבנית בתוך תבנית ונלמד לזהות תבניות כאלו.

1. הציבו בתבניות שבשורה העליונה במקום a את התבניות או המספרים הנתונים, בטור הראשון. רשמו את התוצאות ללא סוגריים.

a	$5a$	$4 - 2a$	a^2	$10(a - 2)$	דאָלמפּ:
$8x$	$5(8x) =$ $40x$	$4 - 2(8x) =$ $4 - 16x$	$(8x)^2 =$ $64x^2$	$10(8x - 2) =$ $80x - 20$	
3					א.
$6x$					ב.
$-7x$	$5(-7x) =$				ג.
$x + 1$					ד.
$x - 4$					ה.

2. הציבו בתבניות שבשורה העליונה במקום a ובמקום b את התבניות או המספרים הנתונים בטורים הראשון והשני. רשמו את התוצאות ללא סוגריים.

a	b	ab	$a + b$	$a^2 + b^2$	$2ab$	$(a + b)^2$	
2	-7						א.
x	-4						ב.
$3x$	10						ג.
10	$-y$						ד.
10	$-3y$						ה.
$3x$	$4y$						ו.
$3x$	$4x$						ז.

מצאו קשרים בין מספרים או תבניות מאותה שורה.

לזריזים

3. ידוע כי $ab = 5$ ו- $a - b = 8$. מצאו את ערכן של התבניות הבאות.

- | | |
|-------------------|----------------------|
| א. $7ab$ | ו. $3(a - b)$ |
| ב. $\frac{ab}{2}$ | ז. $5a - 5b$ |
| ג. $(ab)^2$ | ח. $3b - 3a$ |
| ד. a^2b^2 | ט. $(a - b)^2$ |
| ה. $a - b - ab$ | י. $(a - b)^2 + 2ab$ |

אתגר

יא. $a^2 + b^2$

4. פתרו את המשוואות הבאות בעל פה. בדקו את פתרונותיכם. הדרכה: התייחסו לתבנית שבסוגריים כאל משתנה.

ג. $(2x)^2 = 36$ שני פתרונות!

$(2 + x)^2 = 36$ שני פתרונות!

א. $7(6x) = 21$

$7(6 + x) = 21$

ד. $2(5x) + 1 = 21$

$2(5 + x) + 1 = 21$

ב. $(8x)^2 = 0$

$(8 + x)^2 = 0$

1. פשטו.

א. $2x \cdot 5 =$	ו. $10(6x + 9) =$
ב. $2x \cdot 5x =$	ז. $x(6x - 9) =$
ג. $2x \cdot 5x^2 =$	ח. $-10x(9 - 6x) =$
ד. $(5x)^2 =$	ט. $10 - 10(6x + 9) =$
ה. $2(5x)^2 =$	י. $10 - 10x(6x - 9) =$

2. השלימו.

דוגמה: $(3x - 7)^2 = (3x)^2 - 2 \cdot (3x) \cdot 7 + 49$
 $= 9x^2 - 42x + 49$

א. $(x + 6)^2 = x^2 + \underline{\hspace{1cm}} + 36$
ב. $(3x + 8)^2 = 9x^2 + 48x + \underline{\hspace{1cm}}$
ג. $(6 - 7x)^2 = 36 - \underline{\hspace{1cm}} + 49x^2$
ד. $(3 + 10x)^2 = \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}}$
ה. $(x + \underline{\hspace{1cm}})^2 = \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} + 81$
ו. $(x - \underline{\hspace{1cm}})^2 = \underline{\hspace{1cm}} - 20x + \underline{\hspace{1cm}}$
ז. $(x + 7)(x - 7) = \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}}$
ח. $(\underline{\hspace{1cm}})^2 = x^2 + 10x + 25$
ט. $(\underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}}) = x^2 - 25$
י. $(\underline{\hspace{1cm}})^2 = x^2 - 10x + 25$

3. כפלו ופשטו.

$$\text{א. } (3x - 4)(4x - 3) = \quad \text{ה. } (8 - 9x)(8 - 9x) =$$

$$\text{ב. } (2x + 9)(12x - \frac{1}{2}) = \quad \text{ו. } (8 - 9x)^2 =$$

$$\text{ג. } (8 - 9x)(6x - 7) = \quad \text{ז. } (8 + 9x)(8 + 9x) =$$

$$\text{ד. } (8 - 9x)(8 + 9x) = \quad \text{ח. } (8 + 9x)^2 =$$

4. פתרו את תבניות הפסוק הבאות.

$$\text{א. } (5x + 1)^2 - 5x(5x + 2) \geq x$$

$$\text{ב. } (6x - 2)^2 < (6x - 2)(6x + 2)$$

$$\text{ג. } (7x - 5)(7x + 5) = 24$$

$$\text{ד. } (2x + 2)(8x - 4) = (4x - 4)(4x + 4)$$

$$\text{ה. } (6 - 3x)^2 - 9x^2 > 0$$

5. המורה ביקשה לצמצם שברים אלגבריים.

$$\text{לדוגמה: } \frac{(5a)^2}{15}$$

יוני פתר כך:

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{(5a)^2}{5} = \frac{a^2}{3}$$

שירה פתרה כך:

$$\frac{(5a)^2}{15} = \frac{5 \cdot 5a^2}{3 \cdot 5} = \frac{5a^2}{3}$$

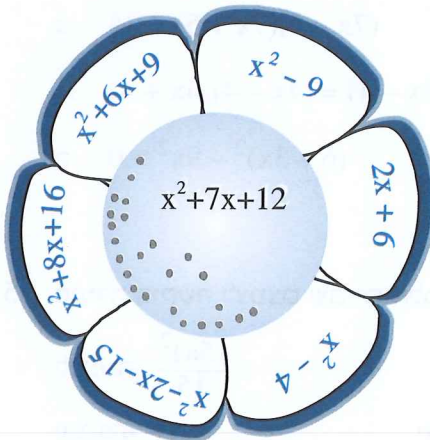
מי מהם צדק? הסבירו:

6. צמצמו את השברים הבאים.

הניחו שהגורם שאתם מצמצמים בו שונה מאפס (אחרת אין לצמצם).

א.	$\frac{24a}{3}$	ה.	$\frac{12}{4a}$
ב.	$\frac{4a^2}{20a}$	ו.	$\frac{12}{(3a)^2}$
ג.	$\frac{(4a)^2}{20a}$	ז.	$\frac{6a}{a^2}$
ד.	$\frac{ab^2}{2b}$	ח.	$\frac{8a^2b}{2ab^2}$

7. לפרח תבנית במרכז ותבניות על עלי הכותרת.



א. כתבו שש תבניות בהן המרכז הוא המונה ובמכנה תבנית מאחד העלים.

כך: $\frac{x^2 + 7x + 12}{\boxed{}}$

ב. צמצמו, אם אפשר (רשמו את קבוצת ההצבה).



א. $x > 1$	ב. $x < \frac{3}{1}$	ג. $x = \frac{1}{7}$	ד. $x = -1$
ה. $x \leq 1$	ו. $x < \frac{3}{1}$	ז. $x = \frac{1}{7}$	ח. $x = -1$
ט. $-x^2 - 9$	י. $-x^2 + 6x + 9$	יא. $-x^2 - 6x + 9$	יב. $-x^2 + 6x + 9$
יג. $5x^2$	יד. $6x + 9$	יז. $-x^2 - 6x + 9$	יח. $-x^2 + 6x + 9$
יט. $10x$	כ. $10x^2$	כג. $10x^3$	כד. $25x^2$

פעילות IX: ארבעה עוקבים (פעילות נוספת)



ובה נראה שימוש לחוק הפילוג המורחב.

1. נתונים ארבעה מספרים עוקבים.
אָפּגאַבֶּ: 5, 6, 7, 8.

- א. כפלו את שני המספרים האמצעיים, וכפלו את שני המספרים הקיצוניים.
ב. מצאו את הפרש המכפלות.
ג. חזרו על הסעיפים הקודמים עם שתי דוגמאות נוספות.
ד. שערו את תוצאת התרגיל $10 \cdot 13 - 11 \cdot 12$.
בדקו.

- ה. נסחו השערה (במילים או בכתוב מתמטי) המתאימה לקשר שקיבלתם.
ו. הוכיחו את השערתכם בעזרת האלגברה.
הדרכה: סמנו את אחד המספרים ב- x .
רשמו תבנית עבור ההפרש בין מכפלת שני המספרים האמצעיים
למכפלת שני הקיצוניים ופשטו.

2. נתונים ארבעה מספרים במרווחים של 2 זה מזה.
אָפּגאַבֶּ: 3, 5, 7, 9.

- א. כפלו את שני האמצעיים ואת שני הקיצוניים ומצאו את ההפרש בין המכפלות.
ב. חזרו על הסעיף הקודם עם שתי דוגמאות נוספות.
ג. נסחו השערה מתאימה לקשר שקיבלתם.
ד. הוכיחו את השערתכם בעזרת אלגברה.

3. נתונים ארבעה מספרים במרווחים של 3 זה מזה.

אלגמה: 7, 10, 13, 16.

חזרו על סעיפי שאלה 2.

4. שער מה תהיה תוצאת ההפרש במקרים הבאים.

א. המספרים הם: 100, 104, 108, 112.

$$104 \cdot 108 - 100 \cdot 112 =$$

בדקו.

ב. המספרים הם: 32, 42, 52, 62.

$$42 \cdot 52 - 32 \cdot 62 =$$

בדקו.

5. על סמך תרגילים 1, 2, 3, ו-4 שער מהו הקשר בין הפרש המכפלות לבין

המרווח שבין המספרים.

אתגר

6. נתונים ארבעה מספרים, במרווחים של d זה מזה.

סמנו את המספר הקטן ב- x .

א. רשמו תבניות לארבעת המספרים בעזרת x ו- d .

ב. רשמו תבנית למכפלת המספרים האמצעיים.

ג. רשמו תבנית למכפלת המספרים הקיצוניים.

ד. רשמו תבנית להפרש המכפלות, ופשטו אותה.

ה. מהו הקשר בין הפרש המכפלות למרווח בין המספרים.

לזריזים

7. בדקו האם מתקיימים השוויונים הבאים:

$$2 + 3 + 4 + 5 = 5 \cdot 4 - 3 \cdot 2$$

$$6 + 7 + 8 + 9 = 9 \cdot 8 - 7 \cdot 6$$

8. התבוננו בחוקיות של השוויונים מתרגיל 7.

א. כתבו עוד שני שוויונים בעלי אותה חוקיות.

ב. בדקו אם השוויונים שכתבתם נכונים.

ג. נסו להביע במילים את החוקיות.

ד. רשמו באופן אלגברי את סכום העוקבים ואת הפרש המכפלות שלהם.

ה. פשטו כל ביטוי כדי להוכיח את החוקיות באופן אלגברי.

9. חשבתיו על ארבעה מספרים עוקבים.

כפלתי את שני הגדולים,

כפלתי את שני הקטנים.

הפרש המכפלות הוא 86.

מהם המספרים שעליהם חשבתיו?

אתגר

10. מצאו, אילו מבין המספרים הבאים אפשר לרשום כהפרש מכפלות של ארבעה עוקבים.

רשמו בכל מקרה אפשרי את ארבעת העוקבים.

א. 51 ב. 100 ג. 102 ד. 1006

1. נתונים שלושה מספרים עוקבים.
אלגוריתם: 9, 10, 11.

- א. כפלו את האמצעי בעצמו, כפלו את שני הקיצוניים זה בזה. מצאו את הפרש המכפלות.
- ב. חזרו על הסעיפים הקודמים עם שתי דוגמאות נוספות.
- ג. שערו את תוצאת התרגיל $14^2 - 13 \cdot 15$ ובדקו.
- ד. נסחו השערה (במילים או בכתוב מתמטי) המתאימה לקשר שקיבלתם.

- ה. הוכיחו את השערתכם בעזרת האלגברה.
הדרכה:
סמנו את אחד המספרים ב- x ורשמו תבניות:
למכפלת המספר האמצעי בעצמו.
למכפלת המספרים הקיצוניים זה בזה.
להפרש המכפלות.
פשטו את תבנית ההפרש.

2. נתונים שלושה מספרים במרווחים של 2 זה מזה.
אלגוריתם: 8, 10, 12.

- א. כפלו את האמצעי בעצמו ואת הקיצוניים זה בזה, ומצאו את הפרש המכפלות.
- ב. חזרו על הסעיף הקודם עם שתי דוגמאות נוספות.
- ג. נסחו השערה מתאימה לקשר שקיבלתם.
- ד. הוכיחו את השערתכם בעזרת אלגברה.

3. רשמו את תוצאות המכפלות ללא סוגריים.

א.

·	x	x + 1	x - 1
2x			
x + 3			
x - 3			

ב.

·	x	3x + 2	4x - 1
x			
3x - 2			
4x + 1			

4. פתרו את המשוואות.

שימו לב! לא כדאי לפתוח סוגריים.

א. $(x + 8)(x - 2) = 0$ ד. $x(8 - x) = 0$

ב. $(8x + 2)(4x + 1) = 0$ ה. $5x(2 + x) = 0$

ג. $(8x - 2)(2 + 8x) = 0$ ו. $(5 + 3x)(5x + 3) = 0$

5. א. בדקו את נכונות השוויונים הבאים.

$$9 \cdot 11 + 1 = 10^2$$

$$2 \cdot 4 + 1 = 3^2$$

$$(-1)(-3) + 1 = (-2)^2$$

$$6 \cdot 8 + 1 = 7^2$$

ב. רשמו עוד שני שוויונים לפי אותה חוקיות.

ג. הראו בעזרת תבניות שהחוקיות קיימת תמיד.

6. בכל אחד מן הסעיפים הבאים נתון שטח המלבן.
מצאו בכל מקרה, את אורכה של הצלע החסרה.

ד. $10 \quad \boxed{20 - 10x}$

א. $2x \quad \boxed{2x^3}$

ה. $x \quad \boxed{x^2 + 7x}$

ב. $\begin{matrix} x + 1 \\ \boxed{2x + 2} \end{matrix}$

ו. $\begin{matrix} x + 3 \\ \boxed{x^2 + 7x + 12} \end{matrix}$

ג. $\begin{matrix} x + 1 \\ \boxed{x^2 + x} \end{matrix}$

7. פתרו את המשוואות הבאות.

ב. $\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x = 12$

א. $1\frac{1}{2}x + \frac{x}{2} = 10$

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{4} = 12$$

$$\frac{3x}{2} + \frac{1}{2}x = 10$$

$$0.5x + 0.25x = 12$$

$$1.5x + 0.5x = 10$$

פעילות X: קסם בריבוע (פעילות נוספת)



ובה נראה שימוש לנוסחת הכפל המקוצר.

גיל התרברב באזני אחותו כי הוא קוסם שיודע להעלות בריבוע בעל פה כל

מספר מ-1 עד 10 בתוספת $\frac{1}{2}$.

למשל $\left(3\frac{1}{2}\right)^2$

אחרי הפצרות מרובות הוא הסכים לגלות לה את "הקסם".

א. קחו את המספר וכפלו אותו בעוקב לו. ($3 \cdot 4$)

ב. הוסיפו $\frac{1}{4}$. ($3 \cdot 4 + \frac{1}{4}$)

בדקו את הקסם של גיל.

1. בדקו בשלוש דוגמאות נוספות האם ה"קסם" עובד (היעזרו במחשבון).

2. הראו בעזרת האלגברה כי ה"קסם" של גיל עובד תמיד.
הדרכה:

א. העלו בריבוע $\left(a + \frac{1}{2}\right)^2 =$

ב. לפי ה"קסם" של גיל, ריבוע זה שווה ל- _____



3. גיל מכיר "קסם" דומה לגבי העלאה בריבוע של מספר דו-ספרתי המסתיים

ב- 5 מהצורה:

a	5
---	---

אלא: 35.

א. קחו את ספרת העשרות וכפלו אותה בעוקב לה. (3-4)

ב. כפלו את התוצאה ב- 100 והוסיפו 25. (1225)

ג. בדקו את ה"קסם" בשלוש דוגמאות נוספות.

4. הראו בעזרת האלגברה כי ה"קסם" עובד תמיד.

הדרכה: נסמן ב- x את ספרת העשרות.

תבנית למספר המסתיים ב- 5 היא: $10x + 5$.

א. העלו את המספר בריבוע.

ב. פעלו לפי ה"קסם".

ג. הראו שהתוצאות שוות.

5. א. הסבירו מדוע ריבוע של מספר דו-ספרתי מהצורה

a	5
---	---

 מסתיים תמיד ב- 25?

ב. האם כל ריבוע של מספר דו-ספרתי מסתיים תמיד בריבוע של ספרת האחדות? הסבירו.

אתגר

6. בדקו האם ה"קסם" נכון גם במקרים הבאים:

$$1005^2 = \quad 135^2 = \quad 125^2 =$$

האם ההוכחה שלכם (שאלה 4) לגבי מספר דו-ספרתי, נכונה גם במקרה של ריבוע של מספר תלת-ספרתי? ארבע-ספרתי? הסבירו.

7. פשטו את המכפלות הבאות בעזרת נוסחאות הכפל המקוצר:

תזכורת:	סכום	מכפלה	חזקה
	$a^2 + 2ab + b^2$	$(a + b)(a + b)$	$(a + b)^2$
	$a^2 - 2ab + b^2$	$(a - b)(a - b)$	$(a - b)^2$
	$a^2 - b^2$	$(a + b)(a - b)$	

$$(5x + 10y)^2 = (5x)^2 + 2 \cdot 5x \cdot 10y + (10y)^2$$

$$= 25x^2 + 100xy + 100y^2$$

א. $(3x + 4)^2 =$	ז. $(8 - 6x)^2 =$
ב. $(4x - 6)(4x + 6) =$	ח. $(3 + 10x)^2 =$
ג. $(9x + 10)^2 =$	ט. $(5 + 3xy)(5 - 3xy) =$
ד. $(xy + 4)^2 =$	י. $(3x + 7y)^2 =$
ה. $(xy + 4)(xy - 4) =$	יא. $(3x - 7y)^2 =$
ו. $(3x + 2y)^2 =$	יב. $(7y - 3x)^2 =$

8. כתבו כמכפלה בעזרת סוגריים, או כחזקה.

א. $9x^2 - 4 =$	ו. $x^2 + 12x + 36 =$
ב. $100 - 25x^2 =$	ז. $x^2 + 13x + 36 =$
ג. $x^2 - 14x + 49 =$	ח. $x^2 - 36 =$
ד. $49x^2 - 14x + 1 =$	ט. $25x^2 - 4 =$
ה. $16x^2 + 16x + 4 =$	י. $25x^2 + 20x + 4 =$

1. סמנו את כל התבניות התואמות לתבנית שבמסגרת.

$$(-a - 6)^2$$

א. $(a + 6)^2$ ב. $a^2 + 36$ ג. $(6 - a)^2$

ד. $a^2 + 12a + 36$ ה. $a^2 - 12a + 36$

$$(5x + 7)^2$$

א. $5x^2 + 49$ ב. $(7 + 5x)^2$ ג. $25x^2 + 49$

ד. $5x^2 + 70x + 49$ ה. $25x^2 + 70x + 49$

$$(2a - 3)^2$$

א. $(3 - 2a)^2$ ב. $(-3 + 2a)^2$ ג. $2a^2 - 9$

ד. $4a^2 - 9$ ה. $4a^2 + 9$ ו. $4a^2 - 12a + 9$

$$(3x - 9)(3x + 9)$$

א. $3x^2 - 9$ ב. $9x^2 - 81$ ג. $(9 - 3x)(9 + 3x)$

ד. $9x^2 - 36x + 81$ ה. $81 - 9x^2$

$$\frac{4x^2 - 100}{2x + 10} \quad x \neq -5$$

א. $2x - 10$ ב. $2x + 10$ ג. $-10 + 2x$

ד. לא ניתן לצמצום

$$\frac{4x^2 + 100}{2x - 10} \quad x \neq 5$$

א. $2x - 10$ ב. $2x + 10$ ג. $-10 + 2x$

ד. לא ניתן לצמצום

2. כפלו. היעזרו בחוק הפילוג ובחוקי החזקה.

דוגמה: $4a^2(5 - 2a^3) = 20a^2 - 8a^5$

א. $3a^2(2a + b) =$ ד. $-2x(x - 5) =$

ב. $(c^2 - 5) \cdot c^3 =$ ה. $3y(y^3 - y) =$

ג. $(2d - 5) \cdot 3d^2 =$ ו. $-3y(2y^3 - 4y) =$

3. פתחו סוגריים ופשטו.

דוגמה: $(2a)^3 \cdot (a - 4) = 8a^3(a - 4) = 8a^4 - 32a^3$

א. $(2a)^3 \cdot 3 =$ ד. $(3a)^2 \cdot (x - 3) =$

ב. $4(2a)^2 =$ ה. $3 \cdot (5a)^2 \cdot a^3 =$

ג. $2a(a + 2) =$ ו. $10a(a - 2) - (2a)^2 =$

4. פשטו.

דאָמאָ:

$$3(x - 5x^2) - 2x(x^2 + 2) + 15x^2 = 3x - 15x^2 - 2x^3 - 4x + 15x^2 = -2x^3 - x$$

$$2x(x - 3) + x^2(1 - x) - 3x^2 =$$

$$2y(2 + 2y^3) - 4(y^4 + 5) + 5y^2 =$$

$$1 - (z^2 + 4z^3) + 8z^3 + z \cdot z =$$

$$2z(15 - 3z^2) - 20z + z^2 \cdot 2z =$$

5. פתרו את תבניות הפסוק הבאות.

פרקו לגורמים תחילה, צמצמו אם אפשר, שימו לב לקבוצת ההצבה.

$$\frac{(x+3)(x^2 - 6x + 9)}{x-3} = 0 \quad \text{דאָמאָ:}$$

קבוצת הפתרונות: $x \neq 3$

$$\frac{(x+3)(x-3)(x-3)}{(x-3)} = 0$$

$$(x+3)(x-3) = 0 \quad \text{3 ו-3 הם פתרונות פוטנציאליים:}$$

אבל 3 אינו שייך לקבוצת הפתרונות של המשוואה ולכן הפתרון היחיד הוא: $x = -3$.

$$\frac{x^2 + x - 20}{3x + 15} \geq 5 \quad \text{ה.} \quad \frac{2x + 4}{4 - x^2} = \frac{2}{3} \quad \text{א.}$$

$$\frac{x^2 + x - 30}{x^2 - 36} = 0 \quad \text{ו.} \quad \frac{4x + 20}{x + 5} < 5 \quad \text{ב.}$$

$$\frac{3x^2 - 75}{3x + 15} > 8 \quad \text{ז.} \quad \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 - 4} = 0 \quad \text{ג.}$$

$$\frac{x^2 + 5x + 6}{x + 3} > 2 \quad \text{ח.} \quad \frac{x^2 - 7x + 10}{x - 5} < 10 \quad \text{ד.}$$

פעילות XI: חלונות של ריבועים (פעילות נוספת)



ובה נראה שימוש לנוסחאות הכפל המקוצר.

לפניכם לוחות של מספרים.

כל המספרים שבלוחות הם ריבועים של מספרים שלמים.

לוח רוחב 2

1	4
9	16
25	36
49	64

לוח רוחב 3

1	4	9
16	25	36
49	64	81
100	121	144

לוח רוחב 4

1	4	9	16
25	36	49	64
81	100	121	144
169	196	225	256

בלוחות שלמעלה נצבעו חלונות בגודל 2×2 .

בפעילות זו נחקור חלק מן התכונות של חלונות מגודל 2×2 בכל לוח.

עבדו בקבוצות. כל קבוצה בוחרת לוח אחד וחוקרת חלונות כאלו בלוח שבחרה.

1. א. חשבו והשוו את סכום המספרים בשני האלכסונים של החלון.

16	25
49	64

אבלעם: הלאן זה אלקו מאלו בלוח 3.

סכום המספרים באלכסון אחד: $16 + 64$

סכום המספרים באלכסון שני: $25 + 49$

ב. בדקו מספר חלונות. מה הקשר בין סכומי האלכסונים בכל חלון בלוח?

a^2	$(a + 1)^2$
$(a + \underline{\quad})^2$	$(a + \underline{\quad})^2$

ג. נסו לייצג את המספרים בחלון באופן כללי.

ד. נסו להוכיח את הקשר שמצאתם בעזרת האלגברה.

ה. אספו ממצאים משאר הקבוצות.

שערו: מה הקשר בין סכומי המספרים באלכסונים בלוח ברוחב 5?

ברוחב 10? ברוחב d? נסו להוכיח את השערתכם.

1. השלימו תבניות מתאימות למעלה ובצד הלוח. השלימו את המכפלות.

	$x^2 - 8x + 16$			
				$36x^2 - 1$
		$x^2 - 25$		
			$x^2 - 14x + 49$	

2. מצאו את קבוצת האמת של תבניות הפסוק הבאות.

א. $(4 - x)^2 - x(x + 8) = 16$

ב. $(4 + x)^2 - x(x + 8) = 16$

ג. $(4 - x)^2 + x(8 - x) > 16$

ד. $(4 + x)^2 - x(8 - x) < 16$

3. פרקו לגורמים ופתרו את המשוואות הבאות.

דלמה: $3x^3 - 3x = 0$

פאצאגלורם משאג: $3x(x^2 - 1) = 0$

פירוק לפי נוסחה: $3x(x + 1)(x - 1) = 0$

מכפלה שווה לאפס אם אחד מהגורמים הוא אפס ולכן: $x = 0, +1, -1$.

א. $x^2 - 16x = 0$ ה. $x^2 - 60x + 900 = 0$

ב. $x^2 - 2x + 1 = 0$ ו. $x^2 - 40x + 400 = 0$

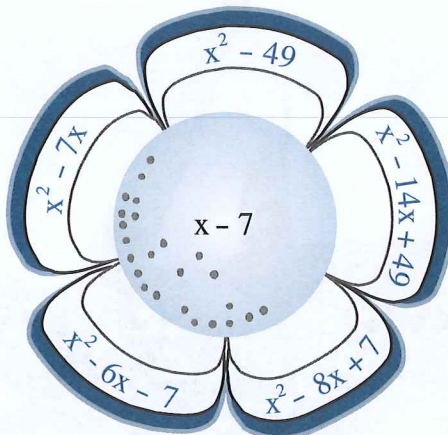
ג. $2x^3 - 2x = 0$ ז. $16 + 8x + x^2 = 0$

ד. $2x^2 + 12x + 18 = 0$ ח. $x^2 + x = 0$

אתגר

ט. $x^3 + 2x = 0$

4. דפנה כפלה את התבנית שבמרכז הפרח בחמש תבניות המוסתרות על-ידי העלים הפנימיים, וקיבלה את התבניות שעל העלים החיצוניים. מצאו את התבניות שעל העלים הפנימיים.



4. משפט פיתגורס



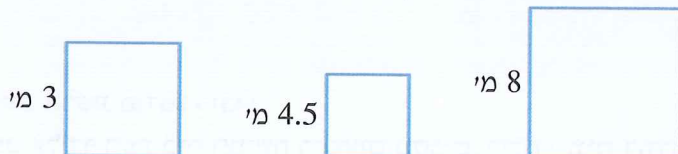
אנדרטה לכבוד פיתגורס באי סמוס

פעילות I: על שורש של מספר

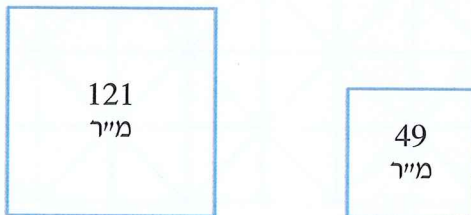


ובה נכיר את המושג שורש ריבועי ונלמד לסמנו.

א. לפניכם ריבועים שונים. מצאו את שטחם.



ב. מצאו את אורך צלעו של כל ריבוע.



כדי למצוא את אורך הצלע של ריבוע ששטחו 121 מ"ר, מחפשים מספר חיובי, שאם נכפול אותו בעצמו נקבל 121.

מספר זה הוא 11, כי $11^2 = 121$.

הפעולה שעשינו נקראת **הוצאת שורש ריבועי**,

וסימנה: $\sqrt{121} = 11$

2. מצאו בעל פה את התוצאות, בדיוק או בקירוב, ואחר בדקו במחשבון.



$\sqrt{0.65}$, $\sqrt{0.36}$, $\sqrt{\frac{1}{4}}$, $\sqrt{80}$, $\sqrt{50}$, $\sqrt{100}$, $\sqrt{36}$

3. א. חשבו. תוכלו להיעזר במחשבון.

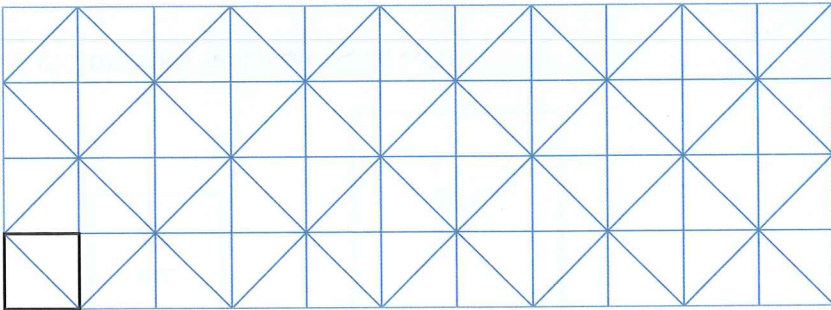
. $(\sqrt{25})^2$, $(\sqrt{9})^2$, $(\sqrt{2})^2$, $(\sqrt{8})^2$.

הסבירו את התוצאות.

ב. הכלילו: $(\sqrt{a})^2 = \underline{\hspace{2cm}}$

4. בפינת הרשת מודגש ריבוע.

סמנו על דף רשת כזה חמישה ריבועים נוספים, כולם שונים בגודלם.



5. שטח הריבוע המודגש שבפינה הוא 1 סמ"ר.

א. מהם שטחי הריבועים ששרטטתם?
שימו לב! תוכלו להיעזר במשולשים.

ב. מהו אורך צלעו של כל ריבוע ששרטטתם?

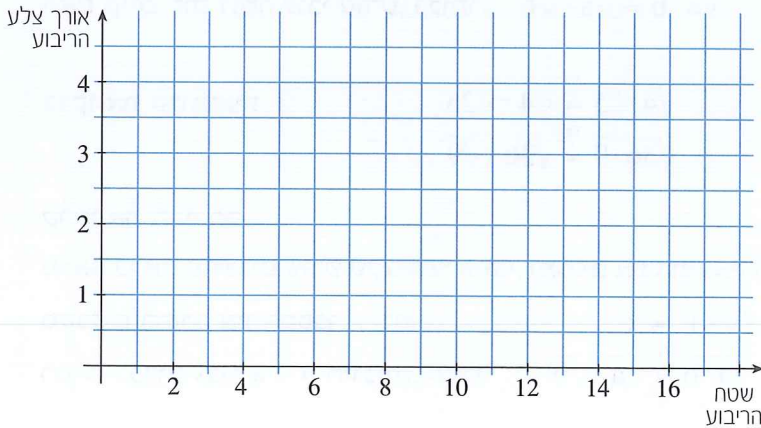
ג. הכינו טבלה ורשמו בה את התוצאות.

שטח הריבוע	אורך צלע הריבוע

6. א. שרטטו במחברת מערכת צירים.

סמנו כיחידה על ציר ה- x אורך צלע של משבצת אחת.

סמנו כיחידה על ציר ה- y אורך צלע של שתי משבצות.



ב. סמנו במערכת הצירים שש נקודות מתאימות לטבלה שבתרגיל 5.

ג. חברו את הנקודות בקו חופשי. האם יש משמעות לנקודות על הקו שאינן

שייכות לטבלה? הסבירו.

מה מתאר הקו שקיבלתם?

ד. השלימו נקודות נוספות בעזרת המחשבון.

האם הנקודות הנוספות נמצאות על הקו?

פינת הקריאה

אחד מחוקי החזקה הוא: $(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2$

ובמילים: ריבוע המכפלה שווה למכפלת הריבועים.

האם קיים חוק דומה לגבי שורש, כלומר: $\sqrt{a \cdot b} \stackrel{?}{=} \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

בדקו את הדוגמאות:

$$\sqrt{4 \cdot 25} \stackrel{?}{=} \sqrt{4} \cdot \sqrt{25}$$

$$\sqrt{36 \cdot 9} \stackrel{?}{=} \sqrt{36} \cdot \sqrt{9}$$

קראו את ההוכחה:

מצאנו כי אם מחשבים שורש של מספר חיובי, ומעלים את התוצאה בריבוע,

מקבלים בחזרה את המספר. כלומר: $(\sqrt{x})^2 = x$

רוצים לבדוק עבור a ו- b חיוביים, האם $\sqrt{a \cdot b} \stackrel{?}{=} \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

נעלה בריבוע כל אגף.

אגף שמאל: $(\sqrt{a \cdot b})^2 = a \cdot b$

אגף ימין: $(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 \cdot (\sqrt{b})^2 = a \cdot b$

משתי השורות האחרונות, יוצא: $(\sqrt{a \cdot b})^2 = (\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2$

ולכן $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

ובמילים: במספרים חיוביים, השורש של המכפלה שווה למכפלת השורשים.

חוק נוסף של חזקה הוא $\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2}$

ובמילים: ריבוע המנה שווה למנת הריבועים.

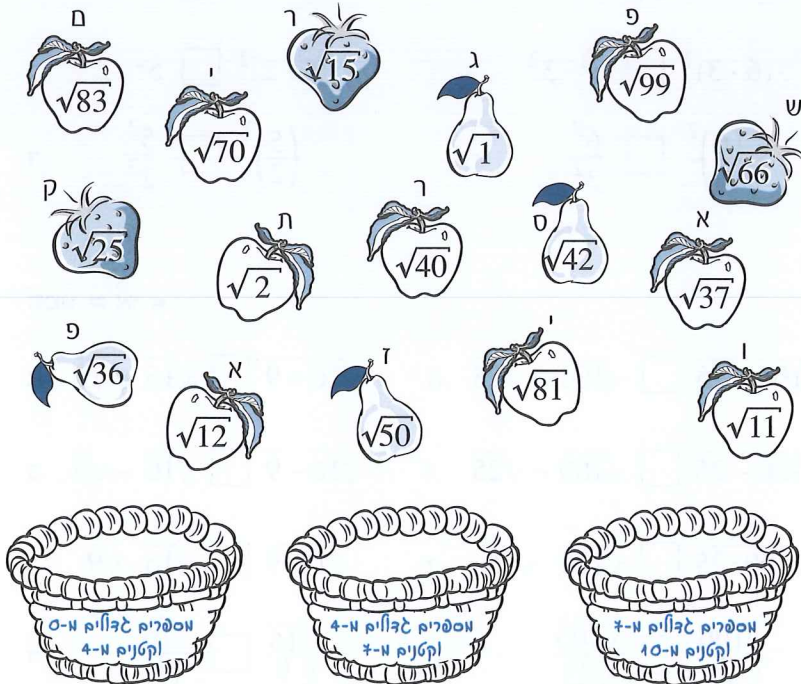
האם קיים חוק דומה לגבי שורש, כלומר: $\sqrt{\frac{a}{b}} \stackrel{?}{=} \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

בדקו על-ידי דוגמאות.

אם החוק אינו קיים הראו דוגמה נגדית.

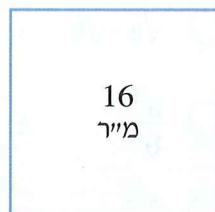
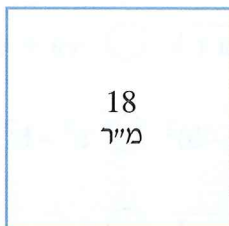
אם החוק קיים, רשמו הוכחה דומה להוכחה לגבי כפל, ורשמו את החוק במילים.

1. זרקו לסל המתאים את המספר עם האות שמעליו.



איזה פרי מסתתר בכל סל?

2. לחקלאי שתי חלקות ריבועיות (ראו שרטוט). לרשותו 17 מ' רשת לגדר. האם יוכל לגדר בעזרת הרשת שברשותו את החלקה הגדולה יותר?



3. סמנו = או $\neq$.

א. $(5+2)^2 \square 5^2+2^2$ ה. $(6+3)^2 \square 6^2+3^2$

ב. $(5-2)^2 \square 5^2-2^2$ ו. $(6-3)^2 \square 6^2-3^2$

ג. $(5 \cdot 2)^2 \square 5^2 \cdot 2^2$ ז. $(6 \cdot 3)^2 \square 6^2 \cdot 3^2$

ד. $\left(\frac{5}{2}\right)^2 \square \frac{5^2}{2^2}$ ח. $\left(\frac{6}{3}\right)^2 \square \frac{6^2}{3^2}$

4. סמנו = או $\neq$.

א. $\sqrt{16+9} \square \sqrt{16}+\sqrt{9}$ ה. $\sqrt{100+25} \square \sqrt{100}+\sqrt{25}$

ב. $\sqrt{16-9} \square \sqrt{16}-\sqrt{9}$ ו. $\sqrt{100-25} \square \sqrt{100}-\sqrt{25}$

ג. $\sqrt{16 \cdot 9} \square \sqrt{16} \cdot \sqrt{9}$ ז. $\sqrt{100 \cdot 25} \square \sqrt{100} \cdot \sqrt{25}$

ד. $\sqrt{\frac{16}{9}} \square \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}}$ ח. $\sqrt{\frac{100}{25}} \square \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{25}}$

5. נסו להכליל את התוצאות שקיבלתם בתרגילים 3 ו-4, עבור a ו- b חיוביים.

סמנו = או $\neq$.

א. $(a+b)^2 \bigcirc a^2+b^2$ ה. $(a \cdot b)^2 \bigcirc a^2 \cdot b^2$

ב. $\sqrt{a+b} \bigcirc \sqrt{a}+\sqrt{b}$ ו. $\sqrt{a \cdot b} \bigcirc \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

ג. $(a-b)^2 \bigcirc a^2-b^2$ ז. $\left(\frac{a}{b}\right)^2 \bigcirc \frac{a^2}{b^2}$

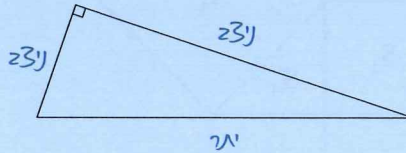
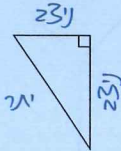
ד. $\sqrt{a-b} \bigcirc \sqrt{a}-\sqrt{b}$ ח. $\sqrt{\frac{a}{b}} \bigcirc \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

פעילות II: משפט פיתגורס במקרה פרטי



ובה נפגוש במשפט פיתגורס במשולש ישר-זווית ושווה-שוקיים.

במשולש ישר-זווית, הצלע שמול הזווית הישרה נקראת **יתר**.
שתי הצלעות האחרות נקראות **ניצבים**.



בפעילות זו השתמשו בדפים מנוקדים כמו זה שבסוף הספר.
המרחק בין שתי נקודות סמוכות הוא סנטימטר אחד.

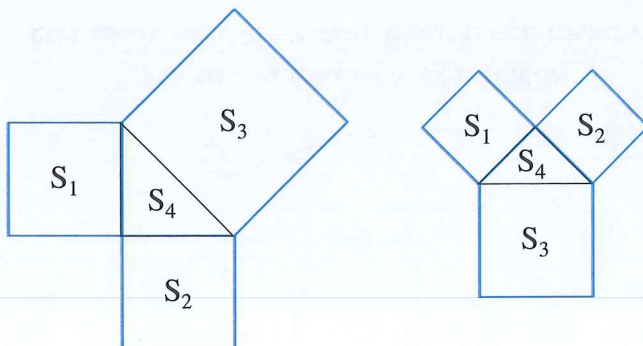
1. שרטטו בפינת הדף משולש ישר-זווית שאורכי הניצבים שלו 3 ס"מ ו- 4 ס"מ.
מצאו את אורך היתר.



בפעילות זו נלמד לחשב את אורך היתר במקום למדוד אותו.

2. א. שרטטו משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים במרכזו דף מנוקד, כך שהיתר שלו לא יעלה באורכו על 6 יחידות. נקרא למשולש זה **משולש מקורי**.

ב. בנו ריבוע על כל אחת מצלעות המשולש לפי אחת מהדוגמאות הבאות:



ג. חשבו את השטחים של שלושת הריבועים (S_1 , S_2 ו- S_3) ושל **המשולש המקורי** (S_4).

ד. מצאו קשרים בין השטחים הבאים וכתבו משוואות עבור הקשרים.

דוגמה: קשר בין S_1 ו- S_4 : S_1 גדול פי 2 מ- S_4 .

משוואה מתאימה: $S_1 = 2S_4$

- קשר בין S_2 ו- S_4 .

- קשר בין S_3 ו- S_4 .

- קשר בין S_1 ו- S_2 .

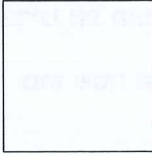
- קשר בין S_1 ו- S_3 .

- קשר בין S_1 , S_2 ו- S_3 .

ה. חלקו את הריבועים שלכם למשולשים בגודל **המשולש המקורי** על-ידי העברת אלכסונים.

האם הקשרים שמצאתם נכונים **לכל** משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים? נמקו.

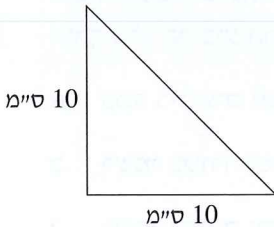
אתגר



ו. נתון ריבוע.

בלי למדוד את אורך צלעו, הציעו דרך לשרטט ריבוע נוסף, ששטחו גדול פי 2 משטח הריבוע הנתון.

מצאנו כי שטח הריבוע הבנוי על היתר של משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים, שווה לסכום שטחי הריבועים הבנויים על הניצבים.



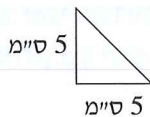
3. נתון משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים.

א. חשבו את שטחי הריבועים הבנויים על כל אחד מניצבי המשולש.

ב. חשבו את שטח הריבוע הבנוי על היתר.

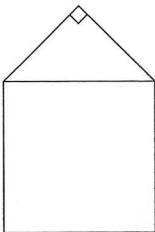
ג. מצאו, בקירוב, את אורך הצלע השלישית.

ד. חשבו את שטח המשולש ואת היקפו.



4. נתון משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים.

מצאו את שטחו ואת היקפו.

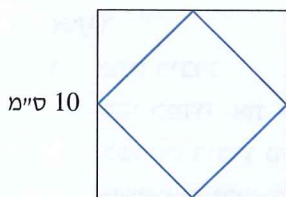


5. ילד צייר בית מריבוע ומשולש ישר-זווית ושווה-שוקיים.

אורך צלע הריבוע 6 ס"מ.

א. מה שטח הציור?

ב. מה היקף הציור?

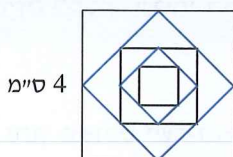


6. נתון ריבוע שאורך צלעו 10 ס"מ.
מחברים את האמצעים של צלעותיו לפי סדר.

א. מהו שטח הריבוע הפנימי?

ב. מהו היקפו?

אתגר



7. נתונה סדרת ריבועים.

כל ריבוע (פרט לראשון) נוצר על-ידי
חיבור אמצעי צלעות הריבוע הקודם לו.
אורך צלע הריבוע הראשון היא 4 ס"מ.

א. כמה ריבועים יש בסדרה אם במרכז נמצא הריבוע ששטחו יחידה אחת?

ב. רשמו בשורה (מן הגדול אל הקטן) את שטחי כל הריבועים.

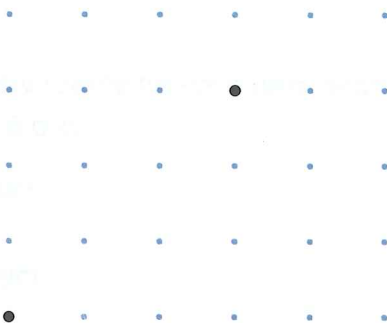
ג. רשמו בשורה את אורכי הצלעות של כל הריבועים.

ד. רשמו בשורה את אורכי האלכסונים של כל הריבועים.

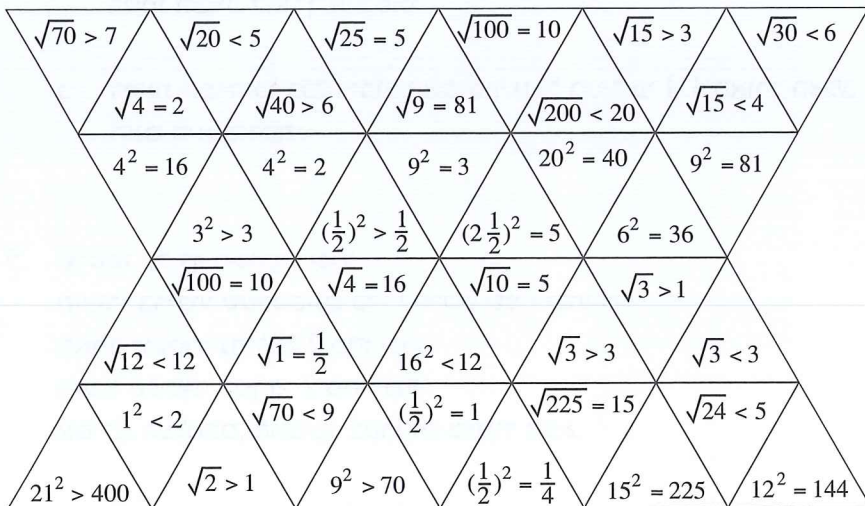
ה. התוכלו להמשיך את הסדרות ללא חישובים רבים?

8. המרחק בין כל שתי נקודות סמוכות הוא 1 ס"מ.

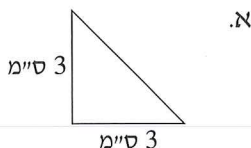
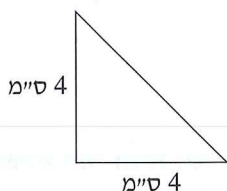
חשבו את המרחק בין הנקודות המודגשות. בדקו על-ידי מדידה.



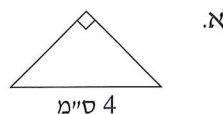
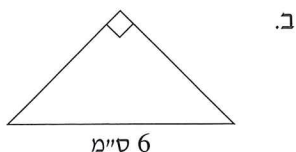
1. צבעו את המשולשים שיש בהם פסוקי שקר.



2. חשבו את שטח הריבוע הבנוי על היתר, ואת אורך היתר של המשולשים הבאים.



3. חשבו את שטחי הריבועים שעל הניצבים, ואת אורכי הניצבים של המשולשים שווי-השוקיים הבאים.



4. א. נתון ריבוע שאורך צלעו 10 ס"מ.
מצאו את אורך אלכסונו.

ב. נתון ריבוע שאורך צלעו a.
רשמו תבנית לאורך אלכסונו.

ג. דורית אמרה כי בכל ריבוע האלכסון גדול בערך פי 1.4 מאורך הצלע.
האם היא צודקת?

5. שרטטו על דף משובץ ריבוע.
היעזרו בריבוע ששרטטתם כדי לשרטט שני ריבועים:
האחד ששטחו גדול פי 2 מהריבוע,
והשני ששטחו קטן פי 2 מהריבוע.
אם לא הצלחתם, התבוננו בשרטוט בעמוד הבא.

6. נתון משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים שאורך הניצב שלו 8 ס"מ.
מאריכים את הניצבים שלו פי 2.
פי כמה גדל שטחו?
פי כמה גדל היקפו?

אתגר

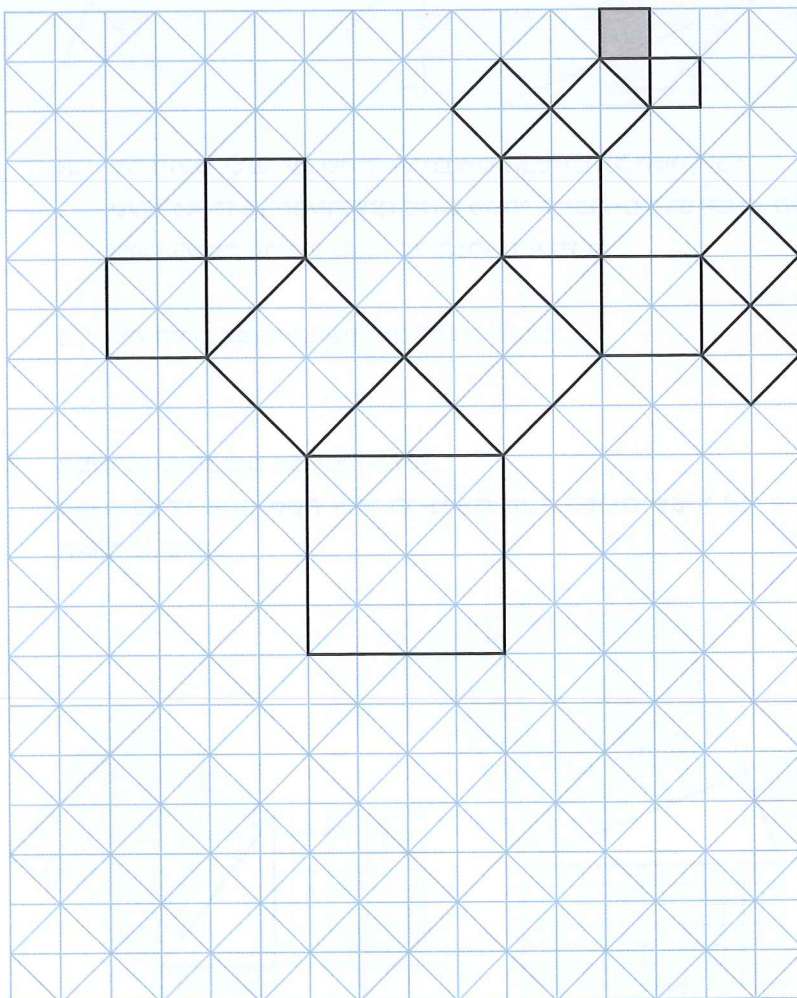
7. נתון משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים שאורך הניצב שלו a.
מאריכים את הניצבים שלו פי 2.
פי כמה גדל שטחו?
פי כמה גדל היקפו?

8. לפניכם שרטוט של "שיח צבר" עשוי ממשולשים ישרי-זווית ושווי-שוקיים ומריבועים. שטח הריבוע הצבוע הוא יחידה אחת.

א. רשמו את סדרת שטחי המשולשים, מן הקטן אל הגדול.

ב. רשמו את סדרת שטחי הריבועים, מן הקטן אל הגדול.

ג. מצאו את שטח כל השרטוט.



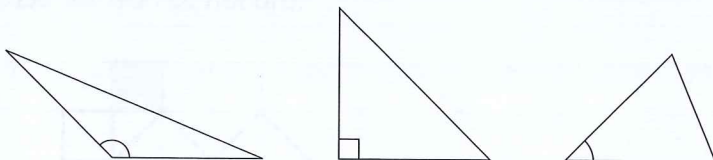
ד. התוכלו להמשיך את השרטוט לפי אותה חוקיות כדי לקבל משולשים וריבועים גדולים יותר? (השתמשו בגיליון גדול לקישוט הכיתה.)

פעילות III: משפט פיתגורס



ובה נכיר את משפט פיתגורס במקרה הכללי.

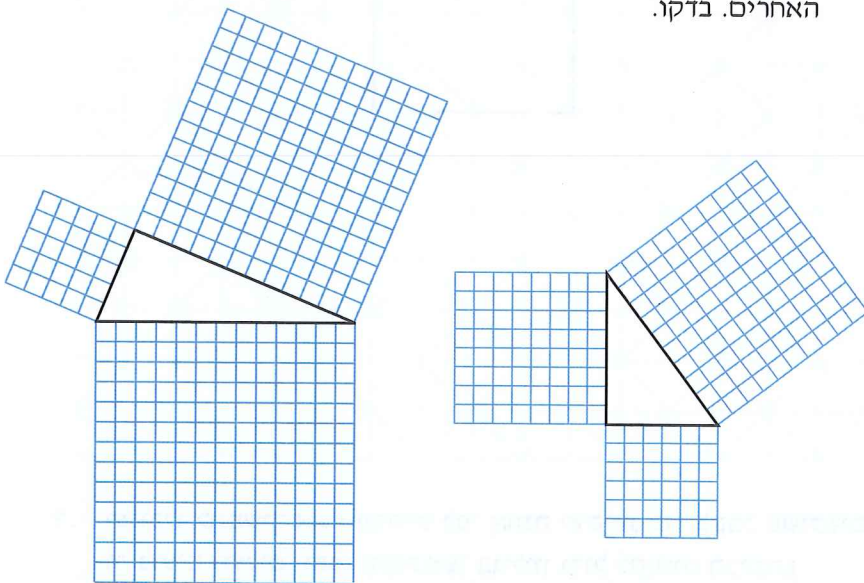
1. המשולשים הבאים הם שווי-שוקיים. כל השוקיים שוות 2 ס"מ.



א. מה תוכלו לומר על שטחי הריבועים הבנויים על השוקיים? שערו באילו מן המשולשים סכום שטחי הריבועים הבנויים על השוקיים שווה לשטח הריבוע הבנוי על הצלע השלישית.

ב. מה קורה בשאר המשולשים? מדדו וחשבו.

2. המשולשים הבאים הם ישרי-זווית. שערו, באילו מהם שטח אחד הריבועים שווה לסכום שטחי שני הריבועים האחרים. בדקו.



3. עבדו בקבוצות. חלקו את העבודה בין חברי הקבוצה.

א. שרטטו במחברת משולשים ישרי-זווית בעלי ניצבים כמו בטבלה.
אורך יחידה כאורך משבצת.

יתר	אורך ניצב ב	אורך ניצב א
	4	3
	12	5
	8	6
	24	7
	12	9
	24	10
	16	12
	20	15

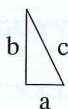
ב. מדדו את היתר של המשולשים ששרטטתם, ורשמו את התוצאה בטבלה.
שימו לב! יחידה היא חצי סנטימטר.

ג. חשבו את שטחי הריבועים על צלעות המשולשים ששרטטתם.

ד. בדקו האם שטח הריבוע הבנוי על היתר שווה לסכום שטחי הריבועים הבנויים על הניצבים.

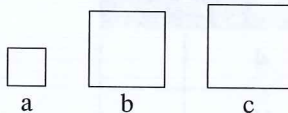
אתגר

ה. חלקו את המשולשים לקבוצות, לפי הדמיון ביניהם - קבוצה של 5 משולשים, קבוצה של שני משולשים וקבוצה של משולש בודד.
מה תוכלו לומר על הצלעות של משולשים הנמצאים באותה קבוצה?
הציעו נתונים למשולש נוסף לכל קבוצה.



4. א. גזרו מדף משובץ: — משולש ישר-זווית (שאינו שווה-שוקיים).

— שלושה ריבועים שונים. אורך הצלע של כל ריבוע היא כאורך אחת מצלעות המשולש.



— שלושה משולשים נוספים חופפים למשולש הראשון.

ב. צבעו באותו צבע את כל הצלעות השוות באורכן במשולשים ובריבועים.

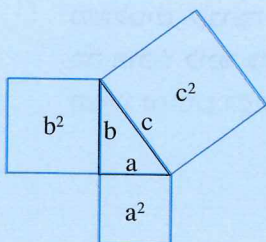
ג. הרכיבו ריבוע משני הריבועים הקטנים $a \times a$ ו- $b \times b$ ומארבעת המשולשים. מה אורך צלעו של הריבוע?

ד. הרכיבו ריבוע מן הריבוע הגדול $c \times c$ ומארבעת המשולשים. מה אורך צלעו של הריבוע?

ה. מה תוכלו לומר על שטחי שני הריבועים שהרכבתם?

ו. מה תוכלו לומר על הקשר בין שטחי הריבועים הקטנים $a \times a$ ו- $b \times b$ לשטח הריבוע הגדול $c \times c$? רשמו קשר זה בכתב מתמטי.

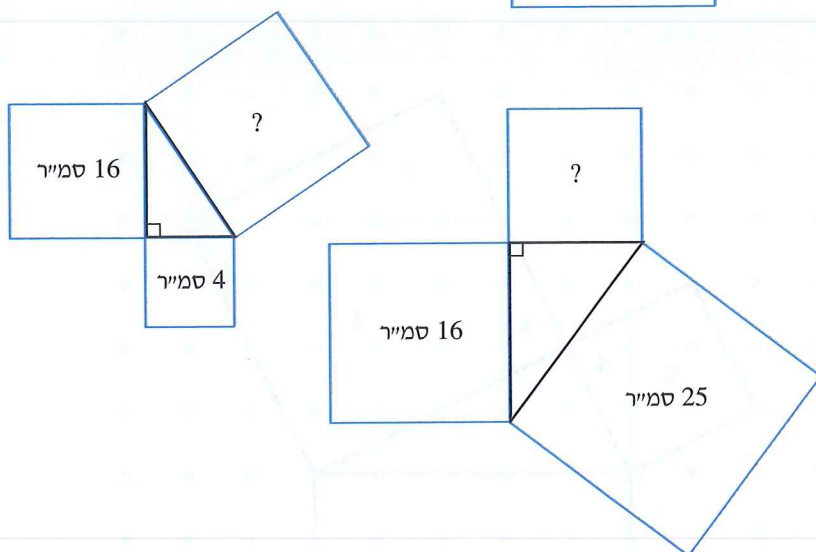
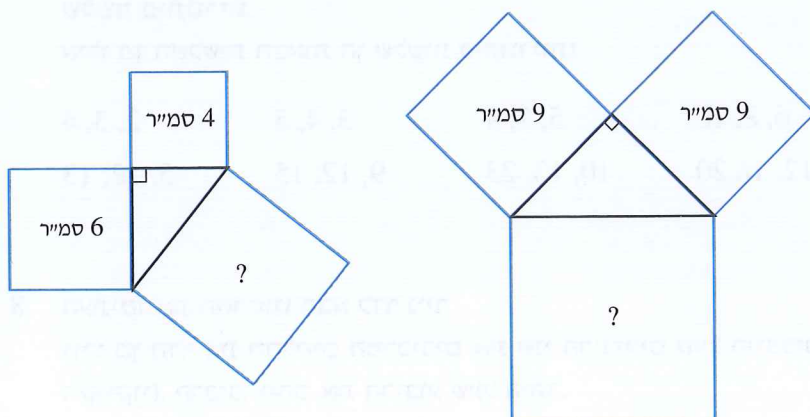
ז. הניחו משולש והצמידו ריבוע מתאים לכל אחת מצלעותיו.



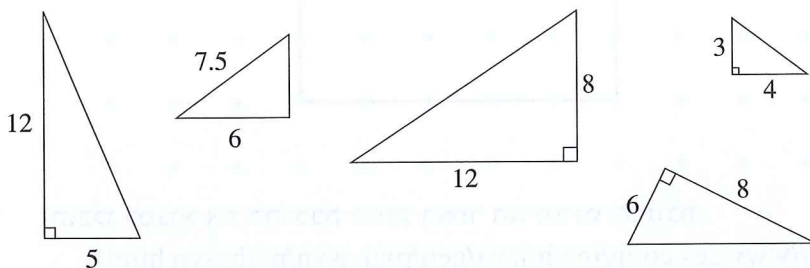
משפט פיתגורס

במשולש ישר-זווית, שטח הריבוע הבנוי על היתר שווה לסכום שטחי הריבועים הבנויים על הניצבים.
כלומר: $c^2 = a^2 + b^2$.

5. חשבו את שטחי הריבועים המסומנים בסימן שאלה.



6. חשבו את אורכי הצלעות החסרות במשולשים הבאים.



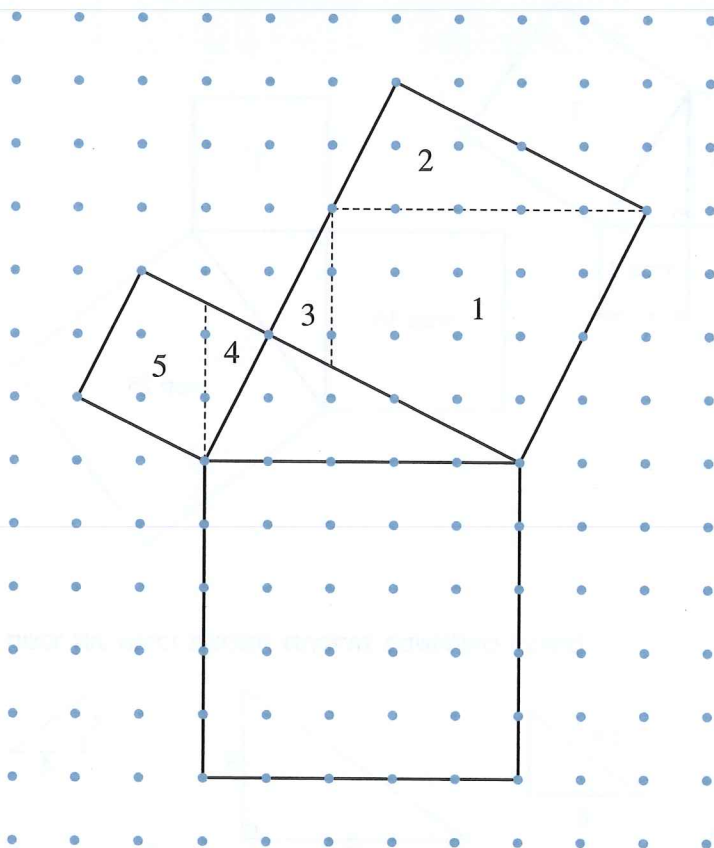
7. שלשה של מספרים טבעיים a, b, c המקיימים $c^2 = a^2 + b^2$ נקראת שלשה פיתגורית.

אילו מן השלשות הבאות הן שלשות פיתגוריות?

6, 8, 10	5, 7, 9	3, 4, 5	2, 3, 4
12, 16, 20	10, 13, 23	9, 12, 15	5, 12, 13

8. העתיקו את השרטוט הבא לדף נייר.

גזרו מן הדף את החלקים המרכיבים את שני הריבועים שעל הניצבים (לפי הקווקו). הרכיבו מהם את הריבוע שעל היתר.

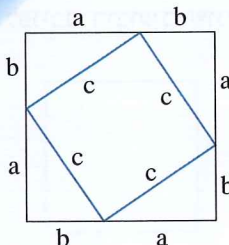


תוכלו למצוא את ההרכבה הזאת באתר האינטרנט בכתובת:

<http://www.ies.co.jp/math/java/geo/pythasvn/pythasvn.html>

פינת הקריאה

לפניכם דרך נוספת להגיע אל משפט פיתגורס.



הריבוע הגדול מורכב מארבעה משולשים ישרי-זווית ומריבוע פנימי הבנוי על היתר של כל אחד מהמשולשים. נחשב את שטחו של הריבוע הפנימי על-ידי חיסור שטחים.

רשמו תבניות בעזרת a ו-b בלבד, עבור:

שטח הריבוע הגדול,

סכום שטחי ארבעת המשולשים,

שטח הריבוע הפנימי: $c^2 = \frac{\text{שטח הריבוע הגדול}}{\text{סכום שטחי המשולשים}}$ מה קיבלתם?

פיתגורס היה מתמטיקאי יווני שחי במאה השישית לפני הספירה.

הוא ייסד כת סודית של תלמידים אשר עסקו במתמטיקה.

המשפט שנקרא על שמו של פיתגורס היה כנראה ידוע לבבלים זמן רב לפני

פיתגורס. בחפירות בבל נמצאו לוחות אבן המכילים שלשות פיתגוריות.

הקשר בין החישוב $c^2 = a^2 + b^2$ לבין משולש ישר-זווית היה מוכר גם למצרים.

הם היו זקוקים לזווית ישרה כדי לסמן מחדש את סימוני החלקות

החקלאיות שנמחקו בגלל שטפונות הנילוס. לצורך זה הם יצרו חבל בעל

אורך של 12 יחידות, על-ידי קשירת קשרים במרחקים שווים על החבל.



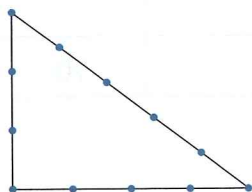
כאשר חברו את החבל בשני קצותיו הם

יכלו ליצור משולש שצלעותיו 3, 4 ו-5

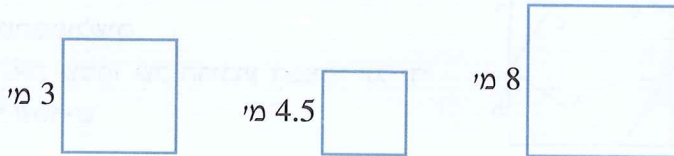
יחידות.

משולש כזה הוא ישר-זווית, כי גם המשפט

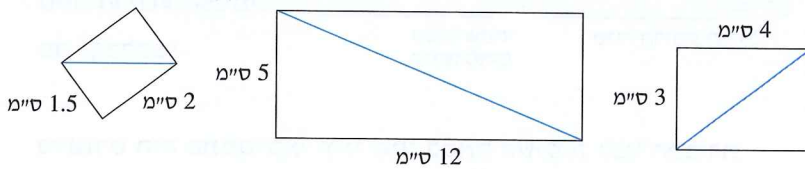
ההפוך למשפט פיתגורס הוא משפט נכון.



1. לפניכם ריבועים שונים. מהו אורך אלכסונו?



2. לפניכם מלבנים שונים. מהו אורך אלכסונו?



3. השלימו את הטבלה על-פי הנתונים של כל מלבן.

היקף המלבן	שטח המלבן	אורך אלכסון	אורך צלע ב	אורך צלע א
			16	12
		100	60	
	60		12	
		35		21
70				20



4. בפרדס עומדים שני עצי ברוש.

העץ הגבוה גובהו 10 מ'

והעץ הנמוך גובהו 7.5 מ'.

המרחק בין העצים הוא 6 מ'.

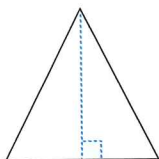
מהו המרחק בין צמרותיהם?

5. מנקודה אחת על הרציף יוצאות שתי סירות באותו זמן.

אחת שטה צפונה במהירות 30 קמ"ש והשנייה שטה מערבה במהירות

40 קמ"ש.

מה יהיה המרחק בין הסירות אחרי 3 שעות?



6. במשולש שווה-שוקיים מורידים גובה לבסיס.

כידוע, הגובה לבסיס במשולש שווה-שוקיים

יורד לאמצע הבסיס.

נתון כי אורך הבסיס הוא 6 ס"מ,

ואורך הגובה לבסיס הוא 4 ס"מ.

מהו שטחו ומהו היקפו של המשולש?

הדרכה: לחישוב השטח השתמשו בנוסחה

$$\frac{\text{אורך בסיס} \times \text{גובה}}{2}$$

לחישוב ההיקף, מצאו את אורך השוק תחילה.

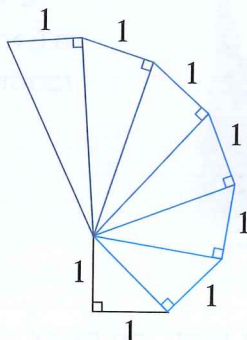
7. במשולש שווה-שוקיים מורידים גובה לבסיס.

אורך הבסיס הוא 9 ס"מ ואורך השוק 15 ס"מ.

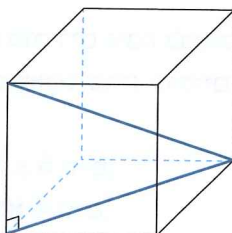
מהו שטחו ומהו היקפו של המשולש?

8. חשבו את שטחו והיקפו של משולש שווה-צלעות שאורך צלעו 10 ס"מ.

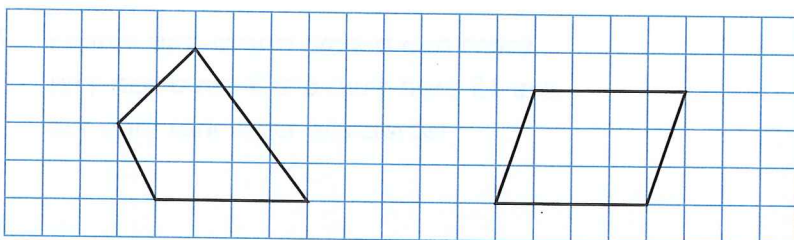
9. חשבו את אורך היתר של כל אחד מהמשולשים הבאים.
אל תשתמשו במחשבון, השאירו בתוצאות את סימן השורש.



10. חשבו את אורך האלכסון של קובייה שמידותיה $1 \times 1 \times 1$ בעזרת המשולש ישר-הזווית המשורטט בתוכה.



11. מצאו את היקפם ואת שטחם של המרובעים שבשרטוט.
היחידה היא אורך צלע משבצת.



משחקים: דומינו פילוג ודומינו כפל מקוצר - משחקים ליחיד

כל משחק מכיל: 10 קלפי דומינו. עליכם לגזור קלפים אלו על הקווים העבים.

מטרת המשחק: סידור כל הקלפים בשתי שורות במקביל כך:

קצה שמאלי							
							קצה ימני

הוראות המשחק:

התחילו עם קלף "הקצה השמאלי". בכל שלב הוסיפו קלף, כך שהתבנית הרשומה עליו תהייה תואמת לתבנית שמתחתיה או מעליה בקלף הקודם.
המשחק מסתיים בהצלחה אם הגעתם לקלף הקצה הימני, ולא נותרו קלפים.

משחק: רביעיות (ל- 2-4 משתתפים)

המשחק מכיל:

6 רביעיות של קלפים (סה"כ 24 קלפים).

כל רביעייה מכילה ארבעה קלפים שבכותרת שלהם רשום מספר הסדרה. בכל קלף מופיע הפישוט של תבנית אחת בלבד.

מטרת המשחק: לאסוף כמה שיותר רביעיות.

הוראות המשחק:

כל משתתף מקבל 4 קלפים. הקלפים הנותרים משמשים כקופה.

כל משתתף בתורו מבקש קלף מאחד המשתתפים באופן הבא:

הוא מכריז על מספר הסדרה, מקריא את התבנית ואת הפישוט שלה.

לדוגמה: "האם יש לך קלף מסדרה 12, 2 בו מודגשת התבנית $(x + 2)(x - 12)$?"

אם יש, על השחקן המבקש לומר מהו פישוט התבנית.

אם צדק - הוא מקבל את הקלף.

אם שגה - הוא אינו מקבל את הקלף, ולוקח קלף חליפי מן הקופה (אם נותרו בה קלפים) והתור עובר אל המשתתף הבא.

המשחק מסתיים: כאשר כל הרביעיות נאספו.

מנצח: המשתתף שיש לו את המספר הגדול ביותר של רביעיות.

קלפים של דומינו פילוג לגזירה

קצה שמאלי	$(x + 6)(x + 4)$	$x^2 - 5x - 24$	קצה ימני
$x^2 - 10x - 24$	$(x + 3)(x - 8)$	$x^2 + 11x + 24$	$(x - 3)(x - 8)$
$x^2 + 10x - 24$	$(x + 3)(x + 8)$	$x^2 - 10x + 24$	$(x + 1)(x + 24)$
$x^2 + 25x + 24$	$(x + 2)(x - 12)$	$x^2 + 10x + 24$	$(x + 6)(x - 4)$
$x^2 + 2x - 24$	$(x - 2)(x + 12)$	$x^2 - 11x + 24$	$(x - 6)(x - 4)$

קלפים של דומינו כפל מקוצר לגזירה

קצה שמאלי	$x^2 - 36$	$36x^2 - 36$	קצה ימני
$x^6 - 36$	$(4x - 6)^2$	$16x^2 - 48x + 36$	$(6x + 4)^2$
$(3x + 6)(3x - 6)$	$(x - 6)^2$	$9x^2 - 18x + 9$	$(x^3 + 6)(x^3 - 6)$
$x^2 - 12x + 36$	$(6 + x)^2$	$36x^2 + 48x + 16$	$(6x + 6)(6x - 6)$
$(x + 6)(x - 6)$	$9x^2 - 36$	$36 + 12x + x^2$	$(3x - 3)^2$

סדרה 1, 13 $(x+1)(x+13)$ $(x+1)(x-13)$ $(x-1)(x+13)$ $(x-1)(x-13) = x^2 - 14x + 13$	סדרה 1, 9 $(x+1)(x+9)$ $(x+1)(x-9)$ $(x-1)(x+9)$ $(x-1)(x-9) = x^2 - 10x + 9$	סדרה 1, 9 $(x+1)(x+9)$ $(x+1)(x-9)$ $(x-1)(x+9) = x^2 + 8x - 9$ $(x-1)(x-9)$
סדרה 2, 12 $(x+2)(x+12) = x^2 + 14x + 24$ $(x+2)(x-12)$ $(x-2)(x+12)$ $(x-2)(x-12)$	סדרה 3, 8 $(x+3)(x+8)$ $(x+3)(x-8) = x^2 - 5x - 24$ $(x-3)(x+8)$ $(x-3)(x-8)$	סדרה 3, 8 $(x+3)(x+8) = x^2 + 11x + 24$ $(x+3)(x-8)$ $(x-3)(x+8)$ $(x-3)(x-8)$
סדרה 2, 12 $(x+2)(x+12)$ $(x+2)(x-12)$ $(x-2)(x+12) = x^2 + 10x - 24$ $(x-2)(x-12)$	סדרה 3, 8 $(x+3)(x+8)$ $(x+3)(x-8)$ $(x-3)(x+8)$ $(x-3)(x-8) = x^2 - 11x + 24$	סדרה 3, 8 $(x+3)(x+8)$ $(x+3)(x-8)$ $(x-3)(x+8) = x^2 + 5x - 24$ $(x-3)(x-8)$

סדרה 1, 13 $(x+1)(x+13) = x^2 + 14x + 13$ $(x+1)(x-13)$ $(x-1)(x+13)$ $(x-1)(x-13)$	סדרה 6, 7 $(x+6)(x+7)$ $(x+6)(x-7) = x^2 - x - 42$ $(x-6)(x+7)$ $(x-6)(x-7)$	סדרה 6, 7 $(x+6)(x+7) = x^2 + 13x + 42$ $(x+6)(x-7)$ $(x-6)(x+7)$ $(x-6)(x-7)$
סדרה 2, 12 $(x+2)(x+12)$ $(x+2)(x-12)$ $(x-2)(x+12)$ $(x-2)(x-12) = x^2 - 14x + 24$	סדרה 6, 7 $(x+6)(x+7)$ $(x+6)(x-7)$ $(x-6)(x+7)$ $(x-6)(x-7) = x^2 - 13x + 42$	סדרה 6, 7 $(x+6)(x+7)$ $(x+6)(x-7)$ $(x-6)(x+7) = x^2 + x - 42$ $(x-6)(x-7)$
סדרה 2, 12 $(x+2)(x+12)$ $(x+2)(x-12) = x^2 - 10x - 24$ $(x-2)(x+12)$ $(x-2)(x-12)$	סדרה 1, 9 $(x+1)(x+9)$ $(x+1)(x-9) = x^2 - 8x - 9$ $(x-1)(x+9)$ $(x-1)(x-9)$	סדרה 1, 9 $(x+1)(x+9) = x^2 + 10x + 9$ $(x+1)(x-9)$ $(x-1)(x+9)$ $(x-1)(x-9)$

סדרה 2, 6 $(x + 2)(x + 6)$ $(x + 2)(x - 6)$ $(x - 2)(x + 6)$ $(x - 2)(x - 6) = x^2 - 8x + 12$	סדרה 2, 6 $(x + 2)(x + 6) = x^2 + 8x + 12$ $(x + 2)(x - 6)$ $(x - 2)(x + 6)$ $(x - 2)(x - 6)$
סדרה 2, 6 $(x + 2)(x + 6)$ $(x + 2)(x - 6)$ $(x - 2)(x + 6) = x^2 + 4x - 12$ $(x - 2)(x - 6)$	סדרה 2, 6 $(x + 2)(x + 6)$ $(x + 2)(x - 6) = x^2 - 4x - 12$ $(x - 2)(x + 6)$ $(x - 2)(x - 6)$
סדרה 1, 13 $(x + 1)(x + 13)$ $(x + 1)(x - 13) = x^2 - 12x - 13$ $(x - 1)(x + 13)$ $(x - 1)(x - 13)$	סדרה 1, 13 $(x + 1)(x + 13)$ $(x + 1)(x - 13)$ $(x - 1)(x + 13) = x^2 + 12x - 13$ $(x - 1)(x - 13)$

