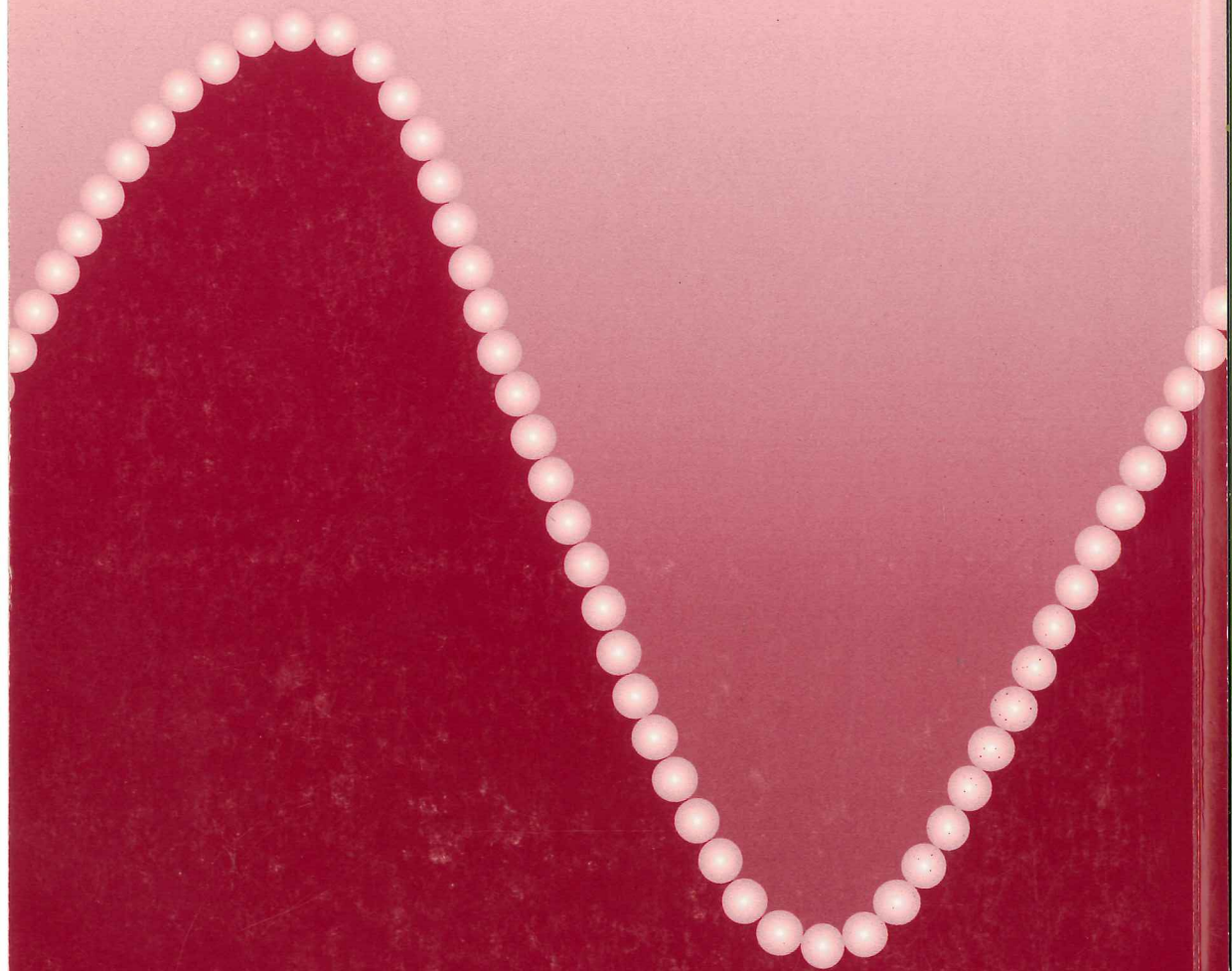


פונקציות



אשנב לעולם הפונקציות



חלק א

מהדורת ניסוי

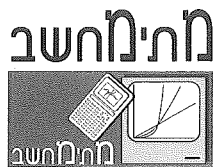
המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע



פונקציות

מתימחשב

אשנב לעולם הפונקציות



מהדורת ניסוי



המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע

יוצא לאור במסגרת

המרכז הישראלי להוראת המדעים ע"ש עמוס דה-שליט

מיסודם של

משרד החינוך והתרבות, האוניברסיטה העברית בירושלים ומכון ויצמן למדע, רחובות

גאגנן (גאגנא) און (גאגנא) גאגנא (גאגנא)
באאפניג בן-דקובא גא, זבא-הספר האזארי זאבא
ברנר זבא-הספר אבא, גא, דא אהא הפאזא ופאזא
אזא נאש אהא אהא אהא אהא
ברנר אהא ופאזא אהא אהא אהא אהא
ברנר אהא אהא אהא אהא אהא

חובר על-ידי:

צפורה רזניק

עזרו:

בתי עמית

אלכס פרידלנדר

מיכל טבח

ייעוץ:

רנה הרשקוביץ

טומי דרייפוס

ברוך שוורץ

ראש פרוייקט:

רנה הרשקוביץ

הדפסה וערכה במחשב:

יפית לוי

גרפיקה ממוחשבת (שרטוטים):

שלומית זהרונ

עיצוב והפקה:

אגי (רחל) בוקשפן

אין לשכפל, להעתיק, לצלם, להקליט, לתרגם, לאכסן במאגר מידע, לשדר או לקלוט בכל דרך או אמצעי אלקטרוני, אופטי או מכני או אחר כל חלק שהוא מהחומר שבספר זה. שימוש מסחרי מכל סוג שהוא בחומר הכלול בספר זה אסור בהחלט אלא ברשות מפורשת בכתב מהמוציא לאור.

©

כל הזכויות שמורות

מכון ויצמן למדע

נדפס בישראל תשנ"ה - 1995

הדפסה חוזרת תשנ"ז - 1997

כריכיית מאירי בע"מ

אל התלמידים,

בסדרת החוברות **מתימחשב - פונקציות** תעסקו במושג הפונקציה שהוא אחד המושגים היסודיים במתמטיקה ובמדעים. החומר מהווה איפוא בסיס להמשך לימודי המתמטיקה והמדעים בחטיבה העליונה.

ברוב המקרים תגלו את התכונות השונות של פונקציות וכן דוגמאות רבות ומגוונות של פונקציות, תוך כדי עבודת צוותים בתהליכי חקירה ופתרון של סיטואציות בעיה שהיקפן רחב.

תגלו כי השימוש במחשב או במחשבון הגרפי, שהוא מרכיב חשוב ב**מתימחשב - פונקציות**, מגביר את יכולתכם וגם את עצמאותכם בתהליכי החקירה והפתרון של הסיטואציות השונות.

תוכלו לראות כי רוב החומר בכל יחידה נמצא כבר בפעילויות הראשונות בה. הפעילויות הנוספות בכל יחידה מהוות לכן מאגר לחזרה ולהעמקה נוספת.

רנה הרשקוביץ

ראש פרוייקט **מתימחשב**

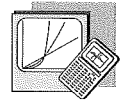
ביאור סמלים

תחילת יחידת לימוד מצויינת על-ידי מספר. לדוגמא 3.

יחידת לימוד כוללת:
פעילות אחת או שתיים מרכזיות המכילות את כל חומר הלימוד של היחידה.

סמלים בתוך הפעילות:

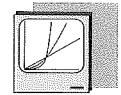
פעילות לעבודה עם מחשב או עם מחשבון גרפי.



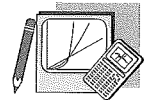
פעילות מומלצת לעבודה ללא מחשב או מחשבון גרפי.



פעילות למחשב בלבד.



פעילות מתאימה לעבודה עם כלי טכנולוגי או בלעדיו.



ינשוף המסכם ומזכיר נשכחות.



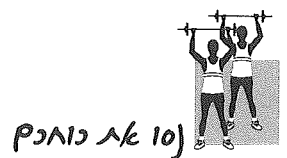
קשיים צפויים בפעילות! המגדלור מאיר כיוון.



פעילות או חלק מפעילות לרמה גבוהה.



אתגר נוסף הקשור לפעילות, לתלמידים שסיימו אותה.



סמלים בתוך היחידה:

דיון וגיוש של הנושאים המתמטיים בפעילות.

בזקבז

לבחירה בלבד.

פז/וויז נוספו

משימות קצרות יחסית, חלקן קשורות לפעילויות הרחבות. המשימות מתאימות לעבודת בית ואינן מחייבות שימוש בכלי טכנולוגי.

אולף משימות

סיכום ביניים בחרוזים.



פיתוח מיומנויות מתמטיות.

שילחו אל כושר

קריאת חומר מתמטי המלווה בשאלות מנחות ובשאלות הבודקות את הבנת הקריאה, ויישום החומר הנלמד בה.

קריאה מצצה

הזדמנות לחשיבה מחדש על מושגים ותהליכים שעלו בפעילויות.

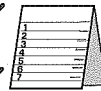
במשלבה אאורי

סיכום קצר של הנלמד ביחידה.

מה/מנפון

חיבור דף פעילות תוך שימוש בסל המושגים שנלמדו לאחרונה.
פעילות פתוחה.

צבזג האוצף צבי
צבזג האוצף צביה



פרק א

אשנב לעולם הפונקציות

1. טבלה גרף תבנית

2. שפה אחידה

3. מהי פונקציה

4. התוכן המתמטי של פונקציה

1. טבלה, תבנית וגרף

קופסאות פתוחות

תלמידי החוג למלאכה עמדו להכין כלי הגשה בצורת קופסאות פתוחות, מדפי מתכת דקים. הם התכוונו למלא אותם בשוקולד ולהגיש אותם מתנה לקשישים באזור.

כהכנה, נתן המורה למלאכה לכל תלמיד דף קרטון בגודל דפי המתכת: 17 ס"מ x 17 ס"מ, והציע להם להכין תחילה דגם לכלי, כדי לברר אם הגודל והצורה מתאימים.

כל תלמיד גזר ריבועים מן הפינות של הדף שלו (ראה שרטוט בעמוד הבא) וקיפל את הצדדים כדי לקבל דגם של קופסה פתוחה.

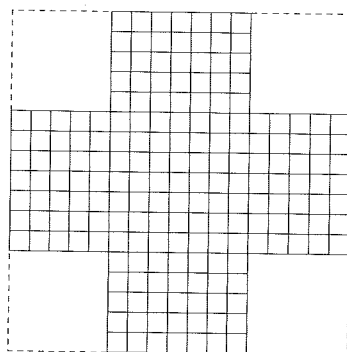
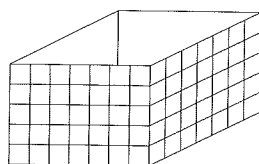
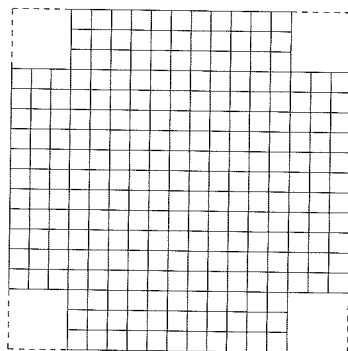
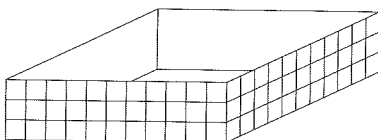
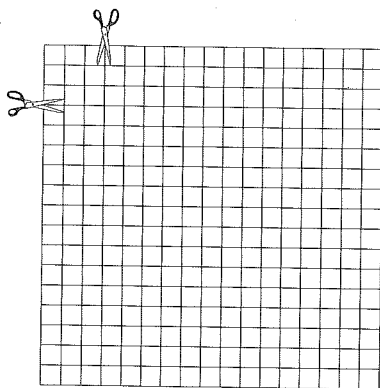
בפעילות זו, ננסה לחקור בהדרגה את השאלות המרכזיות הבאות:

• מהן מידות הקופסה שתכיל את הכמות הגדולה ביותר של שוקולד?

• האם יתכן ששני תלמידים הכינו דגמים לשתי קופסאות שונות המכילות אותה כמות של שוקולד?

• האם אפשר להכין מדפי מתכת כאלה קופסה שצורתה קוביה? אם כן, מהן מידותיה?

1. בנו בקבוצה קופסאות בעלות צורות שונות.
השתמשו בדפי קרטון של 17×17 משבצות (בסוף החוברת).
שימרו על הקופסאות. תזדקקו להן בהמשך.



א. נסו לשער את התשובות לשאלות המרכזיות על פי מראה הקופסאות.

ב. מצאו את מספר קוביות השוקולד שאפשר למלא בשתי הקופסאות המצוירות.



2. מלאו את הטבלה הבאה.



תזכורת: נניח שמימדי קובית שוקולד הם $1\text{ ס"מ} \times 1\text{ ס"מ} \times 1\text{ ס"מ}$ או נפח הקופסה (בסמ"ק) הוא מספר קוביות השוקולד שממלאות אותה.

גובה הקופסה (בס"מ)	חישוב אורך צלע הבסיס	אורך צלע הבסיס (בס"מ)	חישוב הנפח	נפח הקופסה (בסמ"ק)
1	_____ =	_____	_____	_____
2	_____ =	_____	_____	_____
3	<u>$17 - 2 \cdot 3$</u> =	<u>11</u>	<u>$11^2 \cdot 3$</u>	<u>363</u>
4	_____ =	_____	_____	_____
5	_____ =	_____	_____	_____
6	_____ =	_____	_____	_____
6.5	_____ =	_____	_____	_____
7	_____ =	_____	_____	_____
8	_____ =	_____	_____	_____
9	_____ =	_____	_____	_____

- נסו לענות על השאלות המרכזיות בעזרת הטבלה.

3. א. שרטטו גרף המתאר את הקשר בין גובה קופסה לנפחה.
השתמשו בגרף כדי לנסות ולענות על השאלות המרכזיות.



ב. שרטטו גרף המתאר את הקשר בין גובה קופסה לאורך צלע בסיסה.
השתמשו בגרף כדי לנסות ולענות על השאלות המרכזיות.

4. נניח ש- x מייצג את גובה הקופסה.

א. כיתבו תבנית לאורך צלע בסיס הקופסה. (העזרו בטבלה).

ב. כיתבו תבנית לנפח הקופסה (העזרו בטבלה).

תוכלו לקבל כיוון על ידי מגדלור עם **האזינו** בעמוד 28.

- האם התבניות עוזרות לכם לענות על השאלות המרכזיות?



קשרים והתאמות

לקשרים מן הסוג שהצגנו לך,
כמו הקשר בין גובה הקופסה ונפחה,
וכמו הקשר בין גובה הקופסה
ואורך צלע בסיסה,

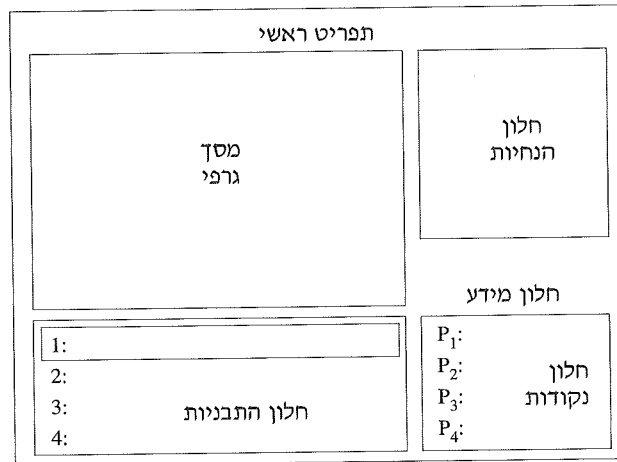
קוראים פונקציות.

מהי פונקציה כעת לא נספר,
במשך הזמן תדעו עליה יותר.
בינתיים נקרא לקשרים גם **התאמות**.
המחשב יעזור לנו על קשרים כאלה ללמוד.

עבודה עם מחשב

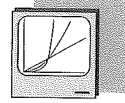
עבודה עם מתמטיא (עבודה עם מחשבון גרפי בעמוד 15)

המסך הראשי של התוכנה מתמטיא מאורגן באופן זה*.



לפניכם מספר הנחיות לעבודה בתוכנה זו.

- **קיראו בעיון את התפריט הראשי ואת חלון ההנחיות.**
בדרך כלל תוכלו להבין מהם כיצד לבצע את הרצוי לכם.
כדי לבחור פריט מן התפריט הראשי יש ללחוץ בו זמנית על **ALT** ועל האות המוארת.
 - **שינויים שאתם רוצים לגרום על המסך יש לאשר! לפעמים באמצעות **ENTER** ולפעמים באמצעות **F10**.** במקרה האחרון תקבלו הנחיה לכך בחלון ההנחיות.
 - **כדי לחזור למסכים קודמים, הקישו **ESC** פעם אחת או יותר.**
 - **כדי למחוק תו אחד או יותר, השתמשו ב **DEL**.**
- * בגירסה ישנה יותר, במסך הפתיחה הקישו **F2** לחקירת פונקציות. תקבלו מסך דומה ללא התפריט הראשי למעלה.



קופסאות פתוחות עם מחשב

נרצה לקבל תשובות מדוייקות יותר עבור הבעיה שלנו. לצורך זה נשתמש במחשב. אם ברצונכם לעבוד עם מחשבון גרפי, עיברו לעמוד 15.

עבודה עם מחשב

1. תארו בגרף את הקשר בין גובה הקופסה לנפחה.

א. הכינו מערכת צירים מתאימה. במסך הראשי בחרו שינוי סקלות בעזרת **ALT** **ס** או **F5** לפי הגירסה במחשב שלכם.
 $0 \leq x \leq 8.5$
 $0 \leq y \leq \underline{\hspace{2cm}}$
 לפי השרטוט במחברתכם.

אשרו שינויים בעזרת **F10**

ב. סמנו את נקודות הטבלה. עיברו לחלון נקודות בעזרת **Tab** או  - הכתיבה מתבצעת במסגרת.

- אין צורך לרשום סוגריים סביב שיעורי הנקודות (המחשב מוסיף את הסוגריים בעצמו).

- יש צורך ב- , (פסיק) בין שיעור x לשיעור y.

- יש צורך באישור בעזרת **ENTER**

- כדי לרשום נקודה נוספת יש להזיז את המסגרת למקום פנוי בעזרת החיצים  

שרטטו נקודה בודדת במערכת הצירים

בעזרת **F2**

לשרטוט כל הנקודות בבת אחת, לחצו

בו זמנית על **ALT** **F2**

ג. שרטטו את הגרף.

המחשב יודע לחשב את נקודות הגרף על-פי

תבנית לכן:

- עיברו לחלון התבניות בעזרת **Tab**
- רישמו את תבנית הקשר בין גובה לנפח.

$$(17-2x)^2 \cdot x$$

- סימן החזקה הוא **^** (מעל 6). כדי לקבלו לחצו בו זמנית על **(shift)** **(↑)** ועל סימן החזקה.

- שרטטו את גרף הפונקציה בעזרת **F2**.

ד. בידקו בחלון המידע אם הגרף אכן

- בחרו ב"הילוך על גרפים" **F7**
- התקדמו על הגרף בעזרת החיצים **(←)** **(→)**

עובר דרך הנקודות ששרטטתם.

ה. ענו בדיוק רב ככל שתוכלו

- אם סימון הנקודות שעל הגרף מפריע, עיברו לחלון נקודות בעזרת **Tab** ותוכלו להעלים אותן בעזרת **F2** או **ALT F2**.

על שתי השאלות המרכזיות

הראשונות מעמוד 8.

- רמז: שינוי צעד.

ו. מלאו שתי שורות נוספות בטבלה - "הילוך על גרפים"

הסתמכו על הגרף.

בידקו את הזוויות על-ידי הצבה בתבנית.



2. שרטטו במחשב גרף המתאר את הקשר בין גובה הקופסה

לאורך צלע בסיסה.

א. האם נכון לשרטט גרף זה באותה מערכת צירים עם גרף הנפח?

ב. מה מייצגים שיעורי נקודה על גרף זה?

ג. ענו באמצעות הגרף על השאלה המרכזית השלישית מעמוד 8.

אם סיימתם, נסו את כוחכם בעמוד 29 שאלה 1.

להתחיל במחשבון גרפי

להפעיל **ON**

משתנה x **X | T**

במחשבון הגרפי כתבים ביטויים מתמטיים כמו במחברת.

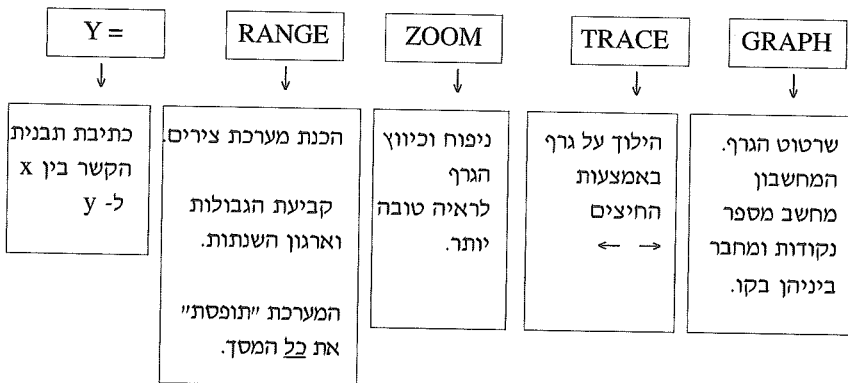
^ חזקה, **-** פעולת חיסור, **(-)** סימן כיוון.

מחיקת סימן. **DEL**

העלאה בריבוע **x²**

במקום "=" **ENTER**

לשרטט גרף



המחשבון שומר את הפעילות האחרונה בכל פעם שמפעילים אותו. לפני שמתחילים פעילות חדשה כדאי לעבור למצב התחלתי:

Y =

בדיקה אם יש תבניות קודמות

CLEAR כאשר הסמן על תחילת התבנית הקישו

מחיקת תבניות קודמות

ZOOM

מערכת צירים סטנדרטית

6



קופסאות פתוחות עם מחשבון גרפי

נרצה לקבל תשובות מדויקות יותר עבור הבעיה שלנו. לצורך זה נשתמש במחשבון גרפי.

במחשבון גרפי

1. תארו בגרף את הקשר בין גובה הקופסא לנפחה.

RANGE

א. הכינו מערכת צירים מתאימה.

$$X_{\min} = 0$$

$$X_{\max} = 8.5$$

$$X_{\text{scl}} = 1 \quad (\text{סימון השנתות כל יחידה})$$

$$Y_{\min} = 0$$

$$Y_{\max} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \text{לפי השרטוט במחברת.}$$

$$Y_{\text{scl}} = 50 \quad (\text{סימון השנתות כל 50 יחידות})$$

$$X_{\text{res}} = 1 \quad (\text{לא שייך לענייננו})$$

$$Y_1 =$$

ב. רישמו את התבנית המתאימה.

רישמו את התבנית כמו במחברת.

$$(17 - 2 \boxed{X|T}) \boxed{x^2} \boxed{*} \boxed{X|T}$$

GRAPH

ג. שרטטו את הגרף.

הקישו על החץ $\blacktriangle$, יופיע הסמן + ,

ותוכלו להלך איתו במערכת הצירים בעזרת

החיצים $\blacktriangleleft \blacktriangleright$ ולקבל את שיעורי הנקודות

של מקומכם בכל רגע, או תוכלו להקיש

על $\boxed{\text{TRACE}}$ ולהלך על הגרף,

בעזרת החיצים $\blacktriangleleft \blacktriangleright$

ד. ענו בדיוק רב ככל שתוכלו על שתי

השאלות המרכזיות הראשונות

מעמוד 8.

TRACE

ה. מלאו שתי שורות נוספות בטבלה.
הסתמכו על הגרף.
בידקו את הזוגות על ידי הצבה בתבנית.

2. שרטטו במחשבון את הגרף המתאר את הקשר בין גובה הקופסה לאורך

צלע בסיסה.

א. האם נכון לתאר גרף זה באותה מערכת צירים עם גרף הנפח?

ב. מה מייצגים שיעורי נקודה על גרף זה?

ג. ענו באמצעות הגרף על השאלה המרכזית השלישית מעמוד 8.

נסו לחשוב האם נכון
כי לגרף במחשבון
יש תמיד היתרון
על פני הגרף בעפרון?



אם סיימתם, נסו את כוחכם בעמוד 29 שאלה 1.

ב'דקבוז קופסאוו פטאוו

1. מה תרמה הטבלה

א. לפתרון השאלות המרכזיות?

ב. לשרטוט הגרף הידני?

ג. לשרטוט הגרף על-ידי המחשב (המחשבון)?

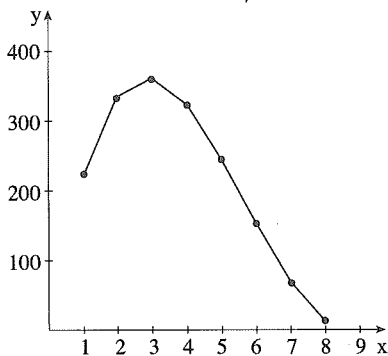
ד. למציאת התבניות?

2. גל, מתן ואיתי שרטטו כל אחד את גרף ההתאמה בין הגובה לנפח.

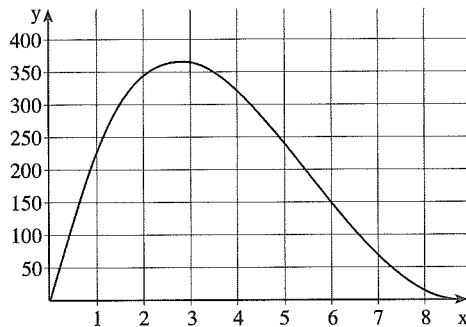
גל שרטט במחברת ואילו מתן ואיתי שרטטו במחשב.

לפניכם שלושת הגרפים.

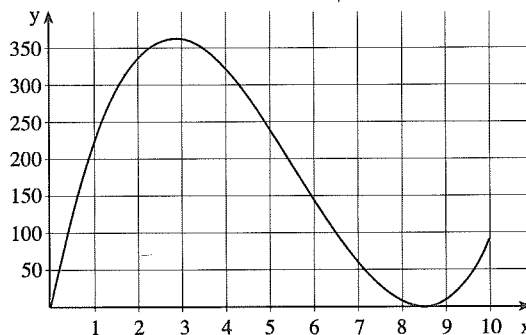
הגרף של גל



הגרף של מתן



הגרף של איתי



א. האם, לדעתכם, מתן ואיתי רשמו במחשב אותה תבנית?

ב. באיזו מידה מייצג כל אחד מהגרפים את ההתאמה שבין הגובה

לנפח? פרטו!

3. א. מה משמעות נקודה על הגרף?

ב. מה אפשר לומר על נקודה במערכת הצירים שאינה על הגרף?
(ראו גם עמוד 44 שאלה 3)

4. מה תרמו הגרפים לפתרון השאלות המרכזיות?
האם אפשר להסתפק בגרף אחד לפתרון שלושתן? הסבירו.

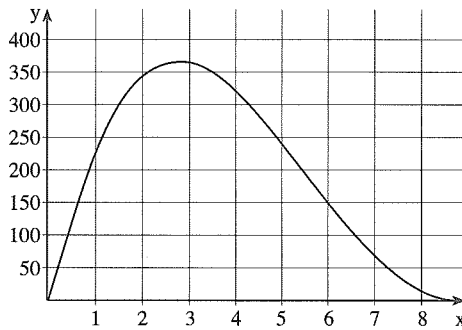
5. מה תרמו התבניות

א. לפתרון השאלות המרכזיות?

ב. לשרטוט הגרף הידני?

ג. לשרטוט הגרף במחשב?

6. לפניכם גרף של ההתאמה בין הגובה לנפח.



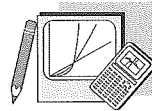
א. ציבעו את חלק הגרף המתאר קופסאות שנפחן יותר מ-300 סמ"ק.

ב. מהם הגבהים של הקופסאות האלו?

ג. מיצאו את אורכי צלעות הבסיס של הקופסאות האלו.

- התוכלו לראות אותם בגרף זה?

- התוכלו לראות אותם בגרף אחר? פרטו!



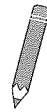
I. מים מים בששון

מבריכת השקאה הוציאו מים בקצב של 20 מ"ק בשעה.
לפני תחילת ההשקאה היו בבריכה 1000 מ"ק מים.
תארו את הקשר שבין מספר השעות שחלפו ובין כמות המים שנותרה בבריכה בעזרת: טבלה, תבנית וגרף.

1. מה מייצג המשתנה x ? מה מייצג המשתנה y ?
2. מה כמות המים בבריכה אחרי 30 שעות של השקאה?
כיצד מבוטא מידע זה בכל אחת מן הדרכים
שהשתמשתם בהן לתיאור הקשר?
3. כמות המים בבריכה הולכת וקטנה ככל שעובר הזמן.
כיצד מבוטא מידע זה בכל אחת מן הדרכים
שהשתמשתם בהן לתיאור הקשר?
4. לאחר כמה שעות התרוקנה הבריכה?
כיצד מבוטא מידע זה בכל אחת מן הדרכים
שהשתמשתם בהן לתיאור הקשר?
5. מהי נקודת המפגש של הגרף עם ציר ה- y ?
מה משמעות נקודה זו ב"סיפור", בטבלה ובתבנית?
6. הציבו בתבנית $x = 40$ וחשבו.
רישמו שתי שאלות שהתשובה עליהן היא תוצאת החישוב, האחת קשורה
לסיפור והשניה לגרף.

אם סיימתם, נסו את כוחכם בעמוד 29, שאלה 2.

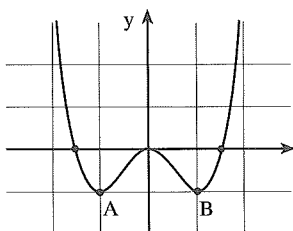
II. בחרתי מספר



בחרתי מספר, העליתי אותו בריבוע. מן התוצאה חיסרתי 9.
את ההפרש כפלתי בריבוע המספר שבחרתי.
לפניכם שלושה ייצוגים של ההתאמה בין המספר שבחרתי לבין
התוצאה הסופית שהתקבלה.

טבלה

המספר	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
התוצאה הסופית	112	0	-20	-8	0	-8	-20	0	112

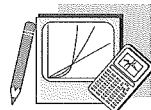


גרף

תבנית

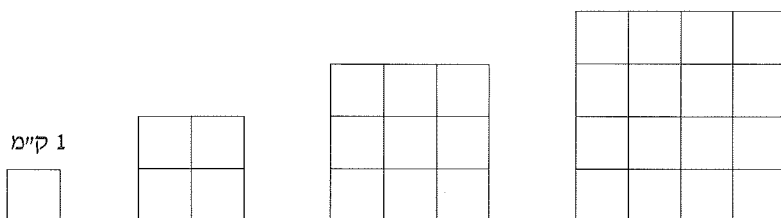
$$y = (x^2 - 9)x^2$$

- סמנו מספרים מתאימים על ציר ה- x ליד הנקודות המסומנות.
שימו לב! מכפלת מספרים היא אפס אם אחד המספרים הוא אפס.
- מיצאו את שיעורי הנקודות A ו-B, אם ידוע ששיעוריהן מספרים שלמים.
- החליטו באילו ייצוגים תבחרו כדי לברר אם המשפטים הבאים נכונים?
 - כשבחרתי 1 או -1 קיבלתי כתוצאה את המספר -8.
 - כשבחרתי מספר קטן מ-3 – התוצאה שהתקבלה היתה חיובית.
 - ישנם רק שלושה מספרים שאפשר לבחור כדי לקבל אפס כתוצאה.
 - כשבחרתי 0.5, היתה התוצאה -2.75.
 - מתן אמרה: "בחרתי מספר וקיבלתי כתוצאה 50 –".
אמר גל: "טעית". מי צדק?
 - יוסי ודני אמרו כי בחרו מספרים שונים וקיבלו אותה תוצאה.
רמי אמר: "בחרתם מספרים נגדיים". האם רמי צדק?



III. מדריך למקיפי ערים

בארץ עוץ תוכננה כל עיר בצורת ריבוע.



סביב כל עיר עובר כביש אגרה, כלומר על המשתמש בכביש לשלם לעיר אגרה באחת מן הדרכים לפי בחירתו.

שיטת אורך

לפי אורך הכביש המקיף את העיר - 1 זוז לכל קילומטר של כביש.

שיטת שטח

לפי שטח העיר - 1 זוז לכל קילומטר מרובע של שטח העיר.

1. כתבו חוברת הדרכה למשתמש בכבישים המקיפים ערים בארץ עוץ.
תוכלו לקבל כיוון על ידי מגדלור עם **האזנה** בעמוד 28.
על החוברת להכיל הדרכה מילולית למשתמש מלווה **בטבלאות, גרפים ותבניות** מתאימות.
על החוברת להכיל שלושה פרקים.
פרק לכל שיטת תשלום ופרק השוואה בין שתי השיטות.
בפרק ההשוואה צריך להיות ברור למשתמש באיזו דרך לבחור את התשלום, ומהו הרווח או ההפסד הנובע מבחירת שיטה אחת לעומת האחרת.
עצה ידידותית! חיקרו את הבעיה בדרך שיטתית.

2. נסו למצוא בחוברת ההזכרה שכתבתם, הדרכה למציאת גובה תשלום האגרה לכבישים המקיפים של הערים הבאות.

תשלום לפי אורך	תשלום לפי שטח
_____	_____
_____	_____
_____	_____

באפליה (3 ק"מ x 3 ק"מ)

ברגית (היקף 45.2 ק"מ)

דיגיטליה (שטח 529 קמ"ר)



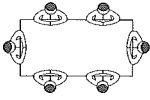
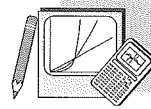
3. איש הפח נהג מסביב לעיר ושילם 196 זוזים.
מהן מידות העיר (בהנחה שבחר בשיטה הזולה ביותר)?
כמה זוזים הוא חסך על-ידי בחירת שיטת התשלום הזולה ביותר?

4. הדחליל נהג מסביב לעיר אחרת. הוא בחר בשיטה היקרה יותר (כי הרי הוא דחליל).
גם הוא שילם 196 זוזים. מהן מידות העיר?
כמה זוזים הוא הפסיד על-ידי בחירת שיטת התשלום היקרה ביותר?

5. דורותי רכבה על האריה הפחדן על הכביש המקיף של אחת הערים בארץ עוץ.
היא חישה ומצאה כי על-ידי בחירת השיטה הזולה ביותר היא חסכה 480 זוז בתשלום האגרה.
מהן מידות העיר שהקיפה דורותי?

אם סיימתם נסו את כוחכם בעמוד 30 שאלה 3.

IV. שולחנות מסיבה

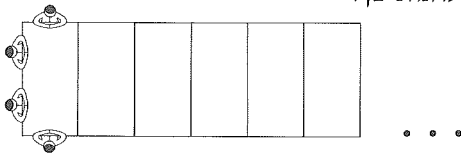


באולם "שמחה וששון" שולחנות רבים.
סביב כל שולחן בודד יושבים
ששה אנשים באופן המוצג בציור.
לקראת מסיבה מחברים את השולחנות.

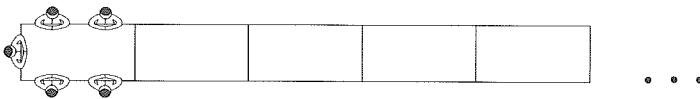
מספר האנשים היושבים סביב "שולחן גדול" משתנה
בהתאם למספר השולחנות הקטנים המרכיבים אותו.

1. עירכו טבלה, שרטטו גרף וכיתבו תבנית, להתאמה בין מספר השולחנות למספר האנשים.

א. אם מסדרים את השולחנות כך:



ב. אם מסדרים את השולחנות כך:



ג. אם מסדרים את השולחנות בשתי שורות.
שולחן מיותר מסדרים לרוחב כך:



2. לבעל האולם יש 15 שולחנות. כמה אנשים יוכל להושיב בכל אחד מן הסידורים, אם ישתמש בכל השולחנות.

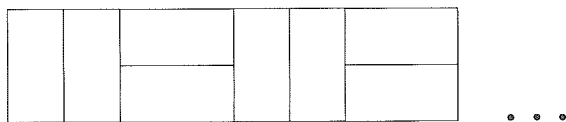
3. משפחת מזרחי מזמינה לסעודה משפחתית באולם "שמחה וששון" 22 איש, לכמה שולחנות זקוק בעל האולם עבור סעודה זו?

4. בעל האולם תורם סעודת ליל הסדר ל-50 איש. לכמה שולחנות הוא זקוק לסעודה זו?

5. מכינים בר מצווה ל-48 איש. לכמה שולחנות זקוקים?

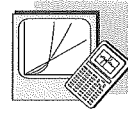
6. משה אומר: "בשתיים מן הטבלות שערכתי, המספרים שווים. למה זה קרה לי?" מה דעתכם?

7. פעם אחת סידרו העובדים את השולחנות כך:



האם השתנה מספר מקומות הישיבה בעקבות הסידור החדש? הסבירו.

אם סיימתם, נסו כוחכם בעמוד 30 שאלה 4.



V. ציפוי קופסאות פתוחות

תלמידי החוג למלאכה ציפו מבחוץ באמייל את דפנות כלי ההגשה שהכינו (ראה עמוד 8).
את בסיס הקופסאות, לא ציפו.
מחיר ציפוי אמייל עבור סמ"ר אחד הוא 0.25 ש"ח.

בפעילות זו נענה בהדרגה על השאלות המרכזיות הבאות:

- מה מידות הקופסה שמחיר הציפוי שלה הגבוה ביותר?
- האם יש שתי קופסאות שמחיר הציפוי שלהם שווה?
- מה צריך להיות גובה הקופסה כדי שמחיר הציפוי לא יעלה על 25 ש"ח?

הציעו רעיונות לעבודה על השאלות.

כדי לבנות תבנית למחיר הציפוי ללא התחתית תוכלו להעזר בהדרכה.

_____ x	הגובה
_____ $17 - 2x$	אורך צלע הבסיס
_____	שטח דופן אחת
_____	שטח הציפוי
_____	מחיר הציפוי

1. הכינו טבלה ורישמו תבנית לקשר בין גובה הקופסה לבין מחיר הציפוי שלה.
(השתמשו בקופסאות שגזרתם בפעילות הראשונה)

מחיר הציפוי (בש"ח)	חישוב מחיר הציפוי	אורך צלע הבסיס (בס"מ)	גובה הקופסה (בס"מ)
_____	_____	_____	1
_____	_____	_____	2
_____	_____	_____	3
_____	_____	_____	4
_____	_____	_____	5
_____	_____	_____	6
_____	_____	_____	6.5
_____	_____	_____	7
_____	_____	_____	8
_____	_____	_____	9
_____	_____	_____	x

נסו לענות על השאלות המרכזיות בעזרת הטבלה ובעזרת התבנית.

2. שרטטו גרף במחשב.

הכינו תחילה מערכת צירים מתאימה.

3. ענו בעזרת הגרף על השאלות המרכזיות.

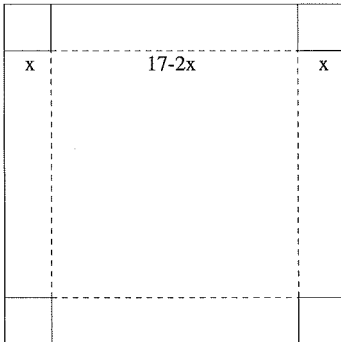
4. תלמידים אחדים רצו לצפות באמייל גם את תחתית הקופסה.

נסו לענות לשלוש השאלות המרכזיות עבור קופסאות אלה.

אם סיימתם, נסו את כוחכם בעמוד 31 שאלה 5.

1. לפעילות: "קופסאות פתוחות"

כדי למצוא את נפח הקופסה (מספר קוביות השוקולד של $1 \text{ ס"מ} \times 1 \text{ ס"מ} \times 1 \text{ ס"מ}$ הנכנסות בתוכה) מוצאים תחילה את מימדיה.

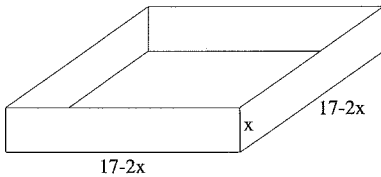


אורך צלע של ריבוע שגורנו x

לכן נשאר עבור אורך צלע בסיס הקופסה $17 - 2x$.

גובה קופסה הוא בעצם אורך צלע הריבוע שגורנו x

לכן מימדי הקופסה



בשכבה אחת יש $(17 - 2x)^2$ קוביות שוקולד.

ב- x שכבות יש $(17 - 2x)^2 \cdot x$ קוביות שוקולד.

לכן התבנית לנפח y היא: $y = (17 - 2x)^2 \cdot x$

תבנית זו מאפשרת לחשב את הנפח y כאשר הגובה x ידוע.

מעמוד 13, מעמוד 16

2. לפעילות: "מדריך למקיפי ערים"

x ייצג את אורך צלע כל עיר.

הכינו תחילה טבלה, תבנית וגרף לכל שיטת תשלום, ואחר שרטטו את

שני הגרפים במערכת צירים אחת.

מעמוד 22

1. לפעילות: "קופסאות פתוחות עם מחשב (או עם מחשבון גרפי)".

ברצוני להכין קופסה שתכיל יותר מ 300 סמ"ק של שוקולד.

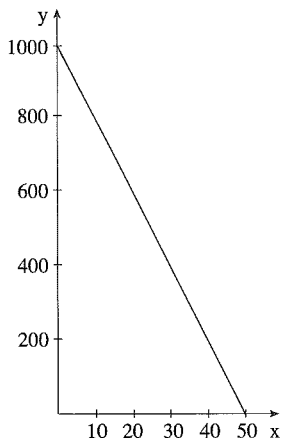
א. מה צריך להיות גובהה?

ב. מה צריך להיות אורך צלע בסיסה?

מעמוד 13, מעמוד 16

2. לפעילות: "מים מים בששון".

לפניכם הגרף ששרטט המחשב
בבעיית בריכת ההשקאה.



בבריכה אמיתית, אם יציאת המים
אינה מבוקרת, המים אינם יוצאים
בקצב אחיד, אלא ככל שיש יותר
מים בבריכה, המים יוצאים בקצב גדול יותר
(בגלל לחץ המים שבתוך הבריכה).

א. תארו גרף מקורב עבור בריכה אמיתית, (באותה מערכת צירים),
בהנחה שהבריכה אמנם התרוקנה אחרי 50 שעות.

ב. התבנית $y = 1000 \cdot 0.92^x$ מתארת מצב קרוב למציאות.
שרטטו את הגרף במחשב והשוו עם הגרף שלכם.

שימו לב! במחשב במקום $1000 \cdot 0.92^x$ כותבים $1000 * 0.92^x$
(הסימן $^$ מסמן העלאה בחזקה)

מעמוד 20

3. לפעילות: "מדריך למקיפי ערים".

א. שרטטו את גרף ההפרש בין התשלומים לפי שתי השיטות ונסו להסביר אותו.

בידקו בעזרת הגרף את שאלות 3, 4 ו 5 בפעילות (עמוד 23).

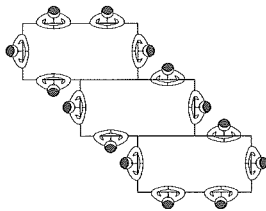
ב. היחס $\frac{\text{תשלום לפי שטח}}{\text{תשלום לפי אורך}}$, מראה פי כמה "יקרה" יותר שיטת

תשלום לפי שטח משיטת התשלום לפי אורך.

- רישמו שלוש טענות מעניינות המתייחסות ליחס זה.
- מיצאו שיטה פשוטה לחישוב היחס על סמך מידות העיר.
- שרטטו את גרף היחס בין התשלומים לפי שתי השיטות ונסו להסביר אותו.

מעמוד 22

4. לפעילות: "שולחנות מסיבה".



מסדרים את השולחנות למסיבה כך
חיזרו על שאלה 1 מן הפעילות
לגבי סידור זה.

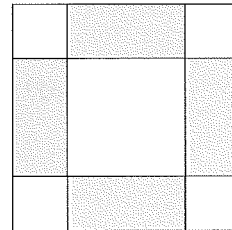
האם יש קשר בין סידור זה לסידורים קודמים?

מעמוד 24

5. לפעילות: "ציפוי קופסאות פתוחות"

את מחיר הציפוי (ללא ציפוי התחתית) לקופסאות פתוחות, אפשר למצוא בשתי דרכים

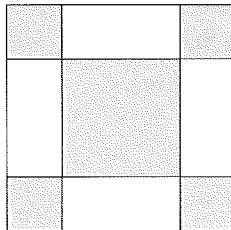
דרך I



נחבר שטחים של

ארבעת המלבנים ונכפול במחיר.

דרך II



נחסר משטח הדף הרבועי

את שטחי חמשת

הריבועים ונכפול במחיר.

א. האם התבניות המתקבלות הן תואמות? נמקו ללא חישובים.

ב. פשטו את שתי התבניות כדי לאשר את תשובתכם לסעיף א'.

ג. חיזרו על סעיפים א' ו-ב' למקרה שמצפים גם את התחתית.

מעמוד 26



גדלים משתנים

עבדנו כבר על מספר פעילויות
בהן פגשנו דוגמאות של פונקציות.
כל פונקציה היתה התאמה
בין שני גדלים משתנים,
כאשר גודל אחד (x) השתנה,
השתנה בעקבותיו הגודל השני (y).

א. כאשר השתנה גובה הקופסה
השתנתה גם צלע בסיסה,
ובהתאם השתנה גם נפחה.
דבר דומה קורה בבריכה.

ג. כאשר צלע הריבוע תלך ותגדל,
ישתנה גם שטחו ולא יחדל.
יחד אתם אך בדרך אחרת,
ישתנה ההיקף לתפארת.

ב. כמות המים שנותרה בבריכה
משתנה בהתאם לזמן שעבר,
כמו כן משתנה התוצאה
בהתאם למספר שנבחר.

ד. לגבי כל דוגמא ודוגמא,
אומרים כי קיימת התאמה.
שימו לב לניסוחים השווים
אשר את הדוגמאות מלווים.

אם בניסוח אתם מעיינים,
תדעו גם לבחור במשתנים.

סמנו x ו- y במקומות המתאימים.

קיימת התאמה בין _____ ל _____.
_____ משתנה בהתאם ל _____.

סיכום

למדנו להציג התאמה בעזרת טבלה, גרף ותבנית.
נסו לסכם!

- מהם תפקידי הטבלה?

- מהן מגבלות הטבלה?

- מהם תפקידי הגרף?

- מהן מגבלות הגרף?

- מהם תפקידי התבנית?

- מהן מגבלותיה?

נקודה למחשבה:

באילו מן ההצגות אתם מעדיפים לתאר התאמה כדי לעקוב אחרי השינויים?



סיפור טבלה גרף ותבנית

רצינו לספר לכם סיפור

על קופסאות של שוקולד ועוד דברים.

אבל, אמרתם שזה לא שיעור חיבור

או חזרנו אל עולם המספרים.

הגרף נותן מיד תמונה כללית;

לאן מתגלגלים פני הדברים.

מתי נקבל תוצאה מירבית

ומתי חיוביים המספרים.

טבלה תבנית וגרף בניתם

ובלי שתרגישו זאת בכלל,

את הסיפור בכל זאת סיפרתם,

סיפור יפה ומשוכלל.

ובמה התבנית מועילה?

כמעט את כל המידע היא מכילה.

כאשר הטבלה או הגרף מוגבלים,

מהתבנית פרטים נוספים מגלים.

מן הטבלה מיד רואים

את המקרים הפרטיים

ואם מתבוננים כיאות

אפשר למצוא גם חוקיות.

ומהם תפקידי המחשב

ואיך בסיפור הוא משתלב

התוכלו אתם לענות

על השאלה הזאת?

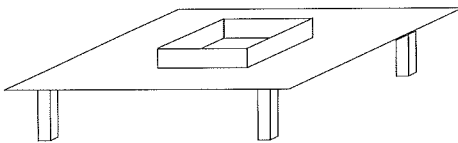
1. ענו, בעזרת הטבלות, הגרפים והתבניות מן הפעילות "קופסאות פתוחות", על השאלות הבאות.

א. רוני מכין קופסה שגובהה 3.5 ס"מ.
מהן מידות הקופסה? מה נפחה?

ב. יאיר מכין קופסה שגובהה 5.5 ס"מ. האם לקופסה צורת קוביה?

ג. רותי מכינה קופסה שאורך צלע בסיסה 7 ס"מ מהן מידות הקופסה?
מהו נפחה?

ד. תלמידי החוג למלאכה החליטו להכין קופסה גם למורה למלאכה.
הם הכינו, נוסף לקופסה, פן ריבועי בעל רגליים, שישמש כבסיס לקופסה.
מידות הפן 12 ס"מ $\times$ 12 ס"מ.



מה תוכלו לומר על הגבהים של הקופסאות שניתן למקם על הפן?

2. ענו בעזרת הטבלות, הגרפים והתבניות מן הפעילות "ציפוי קופסאות פתוחות", על השאלות הבאות.

א. כמה עלה ציפוי האמייל לקופסאות של רוני, של יאיר ושל רותי (משאלה 1)

- אם הם יצפו רק את הדפנות?
- אם הם יצפו גם את התחתית?

ב. מה קורה למחיר הציפוי של קופסה פתוחה ככל שגובהה גדל

- אם הציפוי הוא רק לדפנות?
- אם הציפוי הוא גם לתחתית?

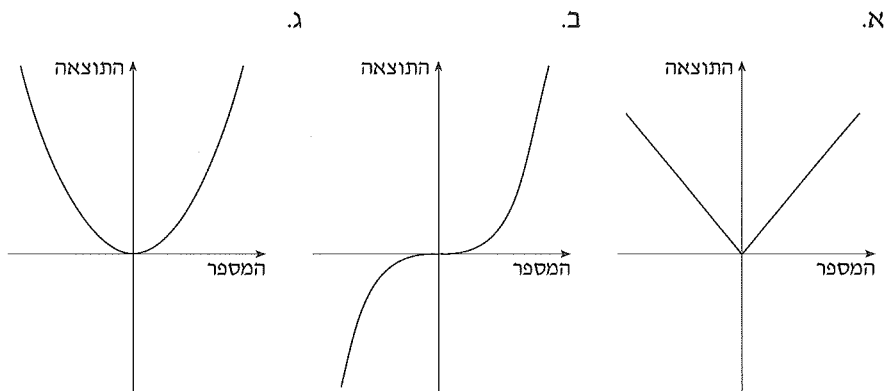
3. המורה למתמטיקה נתנה כעבודת בית לבחור מספר, להפעיל עליו פעולה כלשהי ולערוך התאמה בין המספר לתוצאה המתקבלת. המורה ביקשה לתאר שלוש התאמות שונות כאלה.

בני הכין לכל התאמה טבלה, גרף ותבנית אבל הסדר התבלבל. עיזרו לו לסדר את עבודתו.

הטבלות

המספר	התוצאה	המספר	התוצאה	המספר	התוצאה
-1	-1	-1	1	-1	1
0	0	0	0	0	0
1	1	0.5	0.25	1	1
2	8	1	1	1.5	1.5

הגרפים



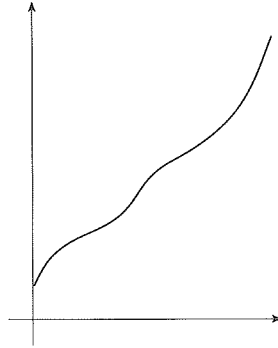
התבניות

א. $y = x^3$

ב. $y = x^2$

ג. $y = |x|$

4. לפניכם גרף ההתאמה בין גיל תינוק למשקלו.
מה תרשמו על כל ציר?

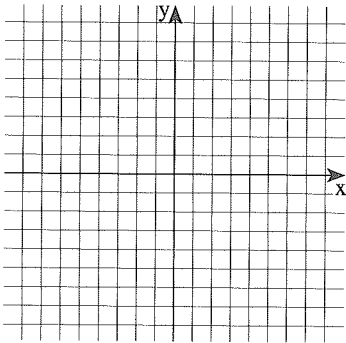


שרטטו גרפים שיכולים להתאים להתאמות הבאות.
החליטו תחילה **לפי הניסוח** מה לרשום על כל ציר.

- א. נפח של קוביה משתנה בהתאם לאורך צלעה.
- ב. התאמה בין מספר שעות ההכנה למבחן ובין הציון.
- ג. המרחק שעוברת מכונית משתנה בהתאם לזמן שהיא נוסעת.
- ד. כמות הדלק שצורכת מכונית משתנה בהתאם למרחק שהיא נוסעת.
- ה. התאמה בין כמות העגבניות שקניתי לבין המחיר ששילמתי.
- ו. כמות העגבניות הנקנית בכל יום, משתנה בהתאם למחיר של קילוגרם אחד עגבניות.
- ז. מחיר קילוגרם אחד של עגבניות, משתנה בהתאם לכמות העגבניות שהובאה לשוק.

5. מציאו את הייצוגים החסרים בעזרת הייצוג הנתון.

גרף



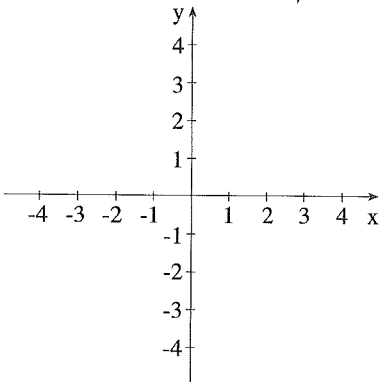
א. תבנית

$$y = \frac{1}{2}x^3 - 2$$

טבלה

x	y
-2	
-1	
0	
1	
2	

גרף

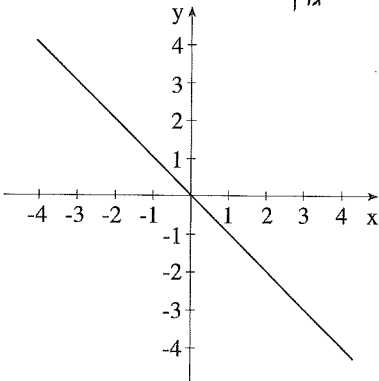


ב. הציעו תבנית מתאימה

טבלה

x	y
-2	-4
-1	-2
0	0
1	2
2	4

גרף



ג. תבנית

טבלה

x	y

6. כשהגיעה דינה לגיל 12, קיבלה במסיבת בת המצווה סכום כסף מסוים מסבתה. נוסף על כך, התחילה לקבל מאמה סכום כסף קבוע בכל שבוע כדמי כיס.

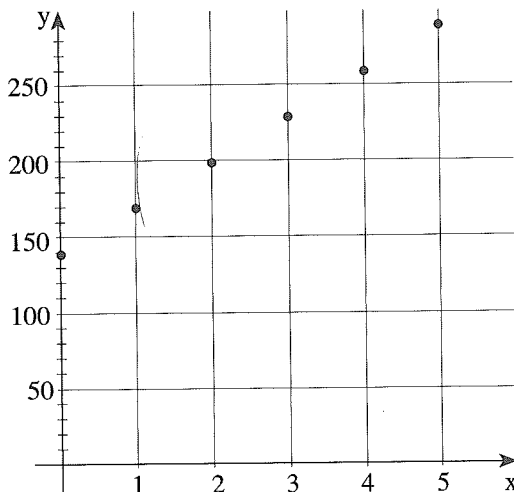
דינה החליטה לחסוך את כל הכסף שהיא מקבלת עבור קניית אופניים. כשהתעניינה התברר לה שמחיר האופנים שרצתה הוא 500 ש"ח. נתאים למספר השבועות שחלפו מאז חגיגת בת המצווה את סכום הכסף בקופתה של דינה.

א. לפניכם טבלה המתארת את ההתאמה. התוכלו להשלים את פרטי הסיפור? כמה זמן היה עליה לחסוך לקניית האופנים?

מספר השבועות	0	1	2	3	4
סכום הכסף (בש"ח) בקופה של דינה	100	120	140	160	180

ב. הסיפור של ורד דומה. ספרו אותו, אם התבנית המתארת את ההתאמה היא $y = 120 + 15x$.

ג. ספרו את הסיפור של יוכי אם הוא דומה והצגתו בגרף היא:



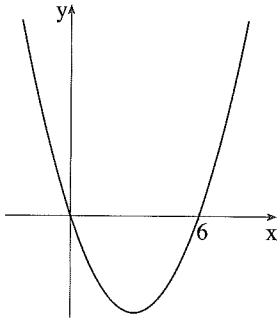


שימו לב! 

התאימו גרף לתבנית. רישמו את שיקולכם בבחירה.
שימו לב! ישנן תבניות מיותרות.

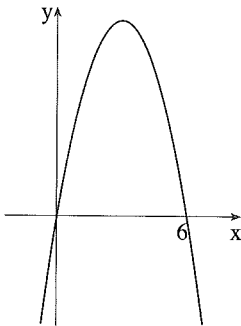
1. $y = x(6 - x)$

א.



2. $y = \frac{1}{10}x(x^2 - 36)$

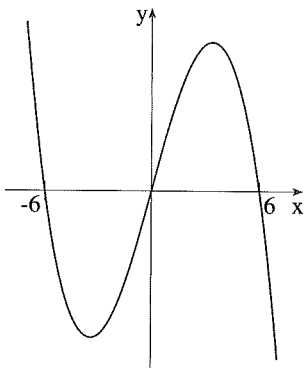
ב.



3. $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x$

4. $y = x(36 - x^2)$

ג.



5. $y = |x - 3| - 4.5$



בגינת משחקים מכינה העיריה ארגז חול מלבני לילדים.

שטח הארגז צריך להיות 12 מ"ר.

את הדפנות של ארגז החול, חותכים העובדים מלוחות עץ

שאורכם המקורי 6 מ'.

לכן אורך הארגז אינו עולה על 6 מ'.

נעקוב אחרי השתנות אורך הצלע השניה של הארגז בהתאם להשתנות

אורך צלעו הראשונה, בעזרת ההצגות: טבלה, גרף ותבנית.

ננסה ללמוד מכל אחת מההצגות על הקשר בין צלעות הארגז.

טבלה

אורך צלע אחת	1	2	3	4	5	6
אורך צלע שניה	12	6	4	3	2.4	2

בחרנו בטבלה מספרים עבור אורך צלע אחת מדוע בחרנו במספרים עד 6 בלבד?

קיבלנו בעזרת נתוני הבעיה, את אורך הצלע השניה. איזה נתון בבעיה קובע את אורך הצלע השניה?

נקרא שנית את הבעיה ונתייחס אל הטבלה המלאה. האם כל טורי הטבלה מתאימים לבעיה?

ישנו זוג אחד בטבלה הסותר אחד מנתאי הבעיה, לכן נוותר על זוג זה. האם אפשר לוותר גם על זוגות אחרים מן הטבלה?

מהתבוננות נוספת בטבלה, מגלים שכל הזוגות מופיעים פעמיים, חוץ מאחד. מיהו הזוג החסר?

נוסיף את הזוג החסר.

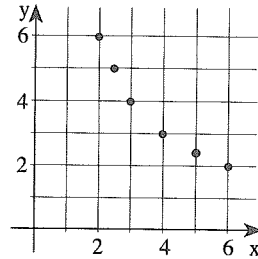
הטבלה החדשה

אורך צלע אחת	2	2.4	3	4	5	6
אורך צלע שניה	6	5	4	3	2.4	2

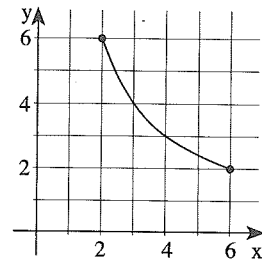
האם אפשר להוסיף זוגות לטבלה?

האם יש טעם לחבר את הנקודות לקו?

נשרטט עתה גרף של הקשר בין שתי הצלעות של ארגו החול לפי הטבלה.



חיברנו את הנקודות בקו וקיבלנו גרף רצוף.

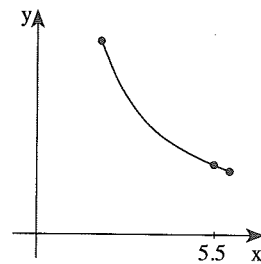


התוכל למצוא את השיעור החסר של

הנקודה המסומנת?

מה הקשר לסיפור?

על גרף זה סימנו נקודה.



נבנה תבנית להתאמה.

שטח הארגז צריך להיות 12 מ"ר. ידוע כי אורך צלע אחת 5 מ"ר.
איך מצאנו את אורך הצלע השנייה?

נסמן אורך צלע אחת ב- x מהו אורך הצלע השנייה?

$$y = \frac{12}{x}$$

ננסה לעקוב אחרי הקשר בין שתי הצלעות בעזרת הטבלה, הגרף והתבנית.

דוגמא: מן הטבלה רואים כי אפשר להחליף את שתי השורות בטבלה.

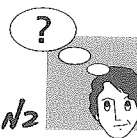
המשמעות לגבי הסיפור: אין עדיפות של צלע אחת על אחרת.
לשתי הצלעות אותו "משקל" בבעיה.

המשמעות לגבי הגרף: הגרף סימטרי לגבי הישר $y = x$. כלומר כאשר מחליפים בין צירי השיעורים, הגרף לא ישתנה.

המשמעות לגבי התבנית: אפשר להחליף את המשתנים זה בזה והתבנית לא תשתנה. כי $x \cdot y = 12$ והכפל מקיים את חוק החילוף, יש סימטריה של המשתנים.

אילן

1. אבי אמר בצדק כי: "ככל שצלע אחת גדלה הצלע השנייה קטנה"
כיצד רואים זאת בטבלה, בגרף ובתבנית?
2. בתיה אמרה: "אפשר להוסיף מספרים לא שלמים לטבלה".
כיצד הסיקה זאת מן הסיפור, הגרף והתבנית?
3. נסו לומר משפט שיש לו ביטוי בהצגות השונות ובידקו איך הוא מתבטא בהן.
תוכלו להעזר באחד או יותר מן המושגים הבאים:
מספרים חיוביים, גרף ישר, אורך הארגז מוגבל.



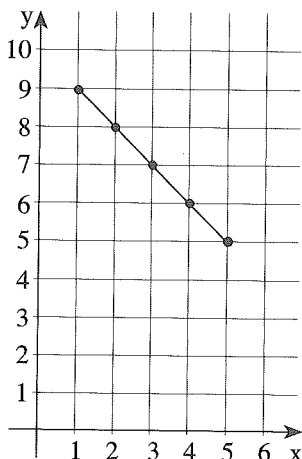
במחשבה לאחור

1. סכום שני מספרים הוא 10.

נתאים למספר הראשון את המספר השני.

נתאר את ההתאמה בעזרת טבלה, גרף ותבנית.

גרף



טבלה

מספר ראשון	מספר שני
1	9
2	8
3	7
4	6
5	5
x	$10 - x$

תבנית $y = \underline{\hspace{2cm}}$

א. קיראו מן הגרף נקודה שאינה מסומנת.

האם היא שייכת לסיפור? נמקו.

אם כן, הוסיפו אותה לטבלה.

ב. האם מותר להאריך את הישר ימינה? שמאלה? עד איפה? מדוע?

ג. האריכו את הישר והוסיפו לטבלה זוגות נוספים מחלקי הגרף שהוספתם.

ד. מהם הקשרים שאתם מוצאים בין הסיפור, הטבלה, התבנית והגרף?

כיתבו בפרוטרוט.

לדוגמא: אם המספר הראשון שלילי אז השני חיובי.

ה. מיצאו תכונה בטבלה. האם היא מתבטאת בייצוגים אחרים? כיצד?

ו. מיצאו תכונה בגרף. האם היא מתבטאת בייצוגים אחרים? כיצד?

2. סכום שני מספרים הוא 10.

נתאים למספר הראשון את ההפרש בין המספר השני לראשון.

לדוגמא: למספר 6 נתאים את -2.

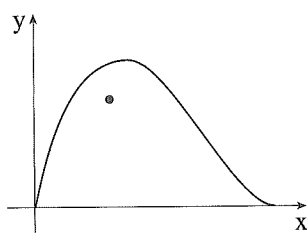
חיזרו על שאלה 1 לגבי התאמה זו.

3. ארז אמר: "בבעיה של הקופסאות הפתוחות, אם הגרף מייצג את נפח

הקופסא בהתאם לגובהה, ואם מכניסים שוקולד לקופסא, אז יש משמעות

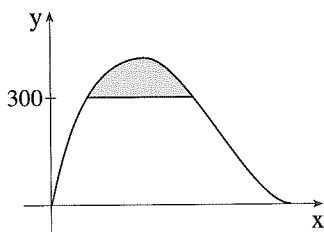
לנקודה מתחת לגרף".

מה דעתכם?



איתי סימן בגרף את כמות השוקולד שאפשר להכניס לקופסאות שנפחן

לפחות 300 סמ"ק כך:

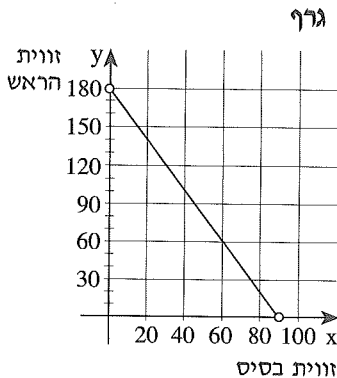


מה דעתכם?



למדנו לתאר סיפור שיש בו שינוי גודל אחד בהתאם לשינוי גודל אחר בעזרת ההצגות טבלה, גרף ותבנית.

דוגמא: נתאים לזווית הבסיס במשולש שווה שוקיים, את זווית הראש שלו.



טבלה

זווית בסיס	זווית הראש
20	140
40	100
60	60
80	20
100	—
x	$180 - 2x$

תבנית $y = \underline{\hspace{2cm}}$

למדנו לאסוף מידע על ההתאמה והסיפור מההצגות השונות.

דוגמאות

מן הגרף

מידע כללי: זווית הראש קטנה כאשר זווית הבסיס גדלה.
מידע פרטי: כאשר זווית הבסיס בת 80° זווית הראש בת 20° .

מן הטבלה

מידע כללי: בכל פעם ש x עולה ב-20, y יורד ב-40. כלומר קצב השינוי קבוע.
מידע פרטי: כאשר זווית בסיס בת 60° גם זווית הראש בת 60° כלומר, כל זוויות המשולש שוות.

מן התבנית

מידע כללי: כאשר זווית הבסיס גדלה, זווית הראש קטנה, כי מ 180° מפחיתים מספר הולך וגדל, וההפרש לכן הולך וקטן.

מידע פרטי: כאשר זווית הבסיס היא בת 37° , זווית הראש היא

$$\text{בת } 180 - 2 \cdot 37 = 106^\circ$$

למדנו להסתכל על אותו מידע בשלוש ההצגות, לחזור לסיפור ולאשר אותו בהגיון.

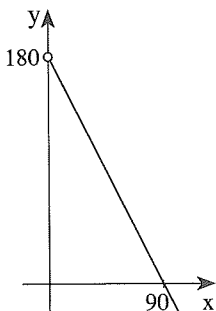
לדוגמא: זווית הבסיס במשולש שווה שוקיים תמיד חדה (קטנה מ- 90°)

בטבלה: עבור זווית בסיס בת 90° ומעלה, אין זווית ראש.

בתבנית: $180 - 2x > 0$

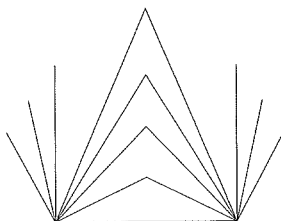
$$180 > 2x$$

$$90 > x$$



בגרף: אם נמשיך את הישר מעבר לציר ה- x , נקבל עבור זווית הראש תוצאות שליליות, שהן חסרות משמעות בסיפור שלנו.

בסיפור: אם נגדיל את זווית הבסיס ל 90° ומעלה, שוקי המשולש לא יפגשו.



למדנו להבחין מניסוח ההתאמה, מיהו המשתנה x , ומיהו המשתנה y , אשר מותאם ל- x .

דוגמא: נתאים לזווית בסיס את זווית הראש (נתאים ל- x את y)

x - זווית הבסיס

y - זווית הראש.

זווית הראש y , משתנה בהתאם לזווית הבסיס x .

- למדנו לעבור מייצוג לייצוג.

- למדנו לעבור מטבלה לגרף (על ידי שרטוט של זוגות הטבלה).
ולעיתים מטבלה לתבנית (אם מצאנו את החוקיות).

- למדנו לעבור מגרף לזוגות מספרים (כלומר לטבלה) על ידי הילוך על הגרף
בעזרת המחשב.

- למדנו לעבור מתבנית לטבלה (על ידי הצבה),
ולכן גם מתבנית לגרף (דרך הטבלה).
המחשב עושה עבורנו את חישוב הזוגות במהירות ולכן המעבר מתבנית לגרף
במחשב הוא מידי.

- למדנו לספר את הסיפור על פי הייצוגים השונים.

2. שפה אחידה



תינוק נולד

משקל תינוק בהיוולדו 4 ק"ג.
במעקב אחרי משקלו במשך עשרה שבועות, הסתבר כי
משקלו עלה ב 0.2 ק"ג לשבוע.

1. הציגו את הקשר בין מספר השבועות שחלפו מיום לידתו של התינוק ובין משקלו, בטבלה, בגרף ובתבנית. רישמו מה מייצג x ומה מייצג y .

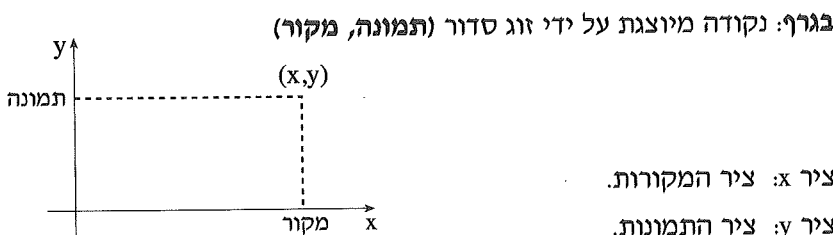
כל אחת מההתאמות שעסקנו בהן עד כה תארה קשר בין שני גדלים משתנים. את ההתאמות תארנו בשלושה אופנים: טבלה, תבנית וגרף. כל התאמה יצרה זוגות של מספרים (x, y) , כאשר למספר x הותאם המספר y .

נרצה ליצור שפה אחידה עבור כל ההתאמות.

למספר x קוראים **מקור**
ולמספר המותאם לו y קוראים **תמונה**

מקור	תמונה	בטבלה:
x	y	

בתבנית: מציבים בתבנית **מקור** (ערך של x) ומקבלים **תמונה** (ערך של y)



2. א. רישמו שתי דוגמאות של מקור ותמונה בהתאמת "תינוק נולד"

המקור _____ התמונה המתאימה _____

המקור _____ התמונה המתאימה _____

ב. כיתבו את הדוגמאות שרשמתם בשפת הסיפור.

ג. מיצאו את הדוגמאות שכתבתם (או הוסיפו אותן) בטבלה.

ד. מיצאו את הדוגמאות שכתבתם בגרף.

ה. הסבירו את הקשר של הדוגמאות לתבנית.

כדי להבדיל בין התאמות שונות, מקובל לתת להם שמות, בעזרת אותיות לטיניות

קטנות וגדולות: S, H, g, f וכו'.

נקרא להתאמה "תינוק נולד" בשם T .

נסמן **מקור** ב- x **ותמונה** של x ב- $T(x)$ (אומרים: " T של x ")

הסימון מאפשר כתיב מקוצר לניסוח מילולי ארוך.

כותבים: $T(x) = 4 + 0.2x$

לדוגמא: במקום לומר **בשפת הסיפור**: משקלו של התינוק לאחר 3 שבועות

הוא 4.6 ק"ג, אפשר לומר **בשפה מתמטית**: בהתאמה T למקור 3 מתאימה

התמונה 4.6.

ואפשר לכתוב בקיצור **בסימנים מתמטיים**: $T(3) = 4.6$

(אומרים: " T של 3 שווה 4.6").

3. רישמו את הדוגמאות שכתבתם בתרגיל 2 בקיצור, בסימנים מתמטיים.

בסימנים מתמטיים כותבים

$$f(x) = y$$

ופרושו: תמונה = $f(\text{מקור})$



4. תרגלו את השפה החדשה.

סיפור	שפה מתמטית	סימנים מתמטיים
	בהתאמה T למקור 6 מתאימה תמונה גדולה מ-5	
משקל התינוק לאחר 10 שבועות הוא 6 ק"ג		
		$T(3) \leq T(4)$
		$T(0)$

5. תינוק בן x שבועות, משקלו y ק"ג.
הביעו מידע זה בסימנים מתמטיים ובשפה מתמטית.

6. השלימו:

$$T(3.5) =$$

$$T(8) =$$

$$T(5) =$$

$$T(\quad) = 5.5$$

$$T(\quad) = 5.2$$

$$T(\quad) = 4.8$$

7. מה יהיה משקלו של התינוק כשהיה בן 10 שנים?

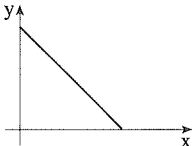
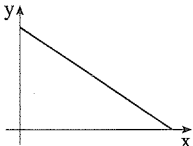
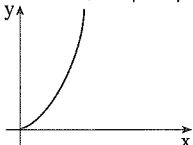
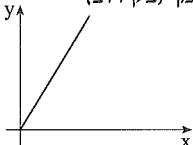
קחו בחשבון 4 שבועות בחודש.

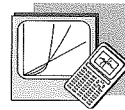
מה דעתכם על התשובה שקיבלתם?

האם התבנית מתאימה לסיפור? הסבירו.

בצקבות השפה והסילונים

8. השלימו:

הצגה בגרף	הצגה בטבלה		הצגה בתבנית	
סמן הנקודה (בקירוב) 	מקור	תמונה	$v(x) = (17 - 2x)^2 \cdot x$ הצבה וחישוב: $(17 - 2 \cdot 5)^2 \cdot 5 = 245$ סימנים מתמטיים: _____	א. דוגמא לזוג אחד של מקור ותמונה בבעיית הנפח של הקופסאות הפתוחות
סמן (בקירוב) 	מקור	תמונה	$z(x) = 17 - 2x$ הצבה וחישוב: _____ סימנים מתמטיים: _____	ב. תנו דוגמא לגבי אורך צלע הבסיס של קופסה פתוחה. שם ההתאמה z
סמן (בקירוב) 	מקור	תמונה	$f(x) = 1000 - 20x$ הצבה וחישוב: _____ סימנים מתמטיים: _____	ג. כנייל לגבי מים מים בששון. שם ההתאמה f
סמן (בקירוב) 	מקור	תמונה	$y = x^2$ הצבה וחישוב: _____ סימנים מתמטיים: _____	ד. כנייל לגבי שטח הריבוע תנו שם להתאמה
סמן (בקירוב) 	מקור	תמונה	$h(x) = 4x$ הצבה וחישוב: _____ סימנים מתמטיים: _____	ה. כנייל לגבי הקף הריבוע שם ההתאמה h



I. כתם נפט

מול חופי חיפה נשפך נפט מאניה.
נוצר בים כתם נפט ששטחו 1 מ"ר.
הכתם התפשט בים ושטחו גדל כל יום פי שניים.
כלומר בסוף היום הראשון שטחו היה 2 מ"ר.
סירה של משמר החופים ניקתה את הכתם כשהגיע לגודל
של כ-1000 מ"ר.
שימו לב! כתם הנפט גדל באופן רציף במשך כל היום.

1. תארו את ההתאמה בין **מספר הימים שעברו** מאז נשפך הנפט לים לבין **גודל הכתם** (במ"ר).

א. על-ידי טבלה.

ב. על-ידי תבנית.

תוכלו לקבל כיוון על-ידי מגדלור עם **פאנול** בעמוד 61.

ג. על-ידי גרף המתאר את גודל הכתם בהתאם ליום, בחמשת הימים הראשונים. שרטטו סקיצה במחברת.

ד. על-ידי גרף המתאר את גודל הכתם בהתאם ליום, בחמשת הימים הבאים (היום השישי עד היום העשירי). שרטטו סקיצה במחברת.

ה. על-ידי גרף המתאר את גודל הכתם בהתאם ליום, בעשרת הימים הראשונים. שרטטו סקיצה במחברת.

2. ציבעו בסקיצה של הגרף של עשרת הימים: בצבע אחד את החלק השייך לחמשת הימים הראשונים, ובצבע אחר את החלק השייך לחמשת הימים הבאים אחריהם.

3. המקור 0, מהי התמונה?

- רישמו בטבלה.

- סמנו בגרפים.

- בידקו בתבנית.

4. שאלו בשפה מתמטית (מקור ותמונה) וענו בסימנים מתמטיים (נקרא להתאמה n).

א. מה היה גודל כתם הנפט אחרי 4 ימים?

ב. אחרי כמה ימים היה גודל כתם הנפט 256 מ"ר?

ג. באיזה יום ניקתה הסירה של משמר החופים את הכתם?

ד. פי כמה גדל שטחו של הכתם מסוף היום החמישי עד סוף היום השביעי?

5. רישמו בסימנים מתמטיים:

א. הצגה בתבנית: $n(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

ב. התמונה של המקור 0 היא 1.

6. תרגמו לסיפור ובידקו אם הטענה נכונה או לא.

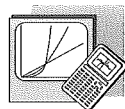
א. $n(3.5) < 20$

ב. $n(7) < n(8)$

אתגר

ג. $n(x + 1) = 2 \cdot n(x)$

אם סיימתם, נסו את כוחכם בפעילות "עוד זיהום ימי" (עמוד 54)



II. עוד זיהום ימי

מול חופי אשדוד נשפך שמן מאוניה.
נוצר בים כתם בצורת עיגול שרדיוסו 1 מ'.
הכתם התפשט בים באופן רצוף כך שרדיוסו גדל כל יום במטר אחד.

תארו בטבלה את ההתאמה s בין מספר הימים שעברו מאז נשפך
השמן לים לבין שטח הכתם במ"ר.

שימו לב! שטח עיגול שרדיוסו R מחשבים לפי הנוסחה πR^2 .

1. מלאו את הטבלה הבאה.

מספר הימים שעברו	רדיוס הכתם (במ')	חישוב שטח הכתם	שטח הכתם (במ"ר)
<u>0</u>	<u>1</u>	<u>$\pi \cdot 1^2$</u>	<u>3.14</u>
<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>
<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>
<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>
<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>
<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>
<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>
<u>x</u>	<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>

2. רישמו תבנית ושרטטו במחשב את גרף ההתאמה. קחו בחשבון שניקו את
הכתם לאחר 10 ימים.

3. השלימו.

$$S(\text{---}) = 314$$

$$S(9) = \text{---}$$

$$S(6) = \text{---}$$

4. ענו על השאלות בסימנים מתמטיים.

א. מה היה שטח הכתם אחרי היום השלישי?

ב. מתי הגיע הכתם לשטח של כ-100 מ"ר?

ג. המקור 0, מהי התמונה?

ד. האם נכון לומר כי "ככל שהמקורות גדלים גם התמונות גדלות"?

5. כיתבו בשפה מתמטית (בעזרת המושגים מקור ותמונה).

א. בסוף היום הרביעי מגיע שטחו של כתם השמן בערך ל-78.5 מ"ר.

$$S(1) \approx 12.56$$

6. השוו בין כתם השמן לכתם הנפט מעמוד 52.

כיתבו את התשובות בשני אופנים.

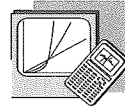
א. שטחו של איזה כתם גדול יותר עם הווצרו?

ב. באיזה יום לשני הכתמים אותו גודל?

ג. מתי היה שטחו של כתם השמן קטן יותר משטח כתם הנפט?

ד. האם נכון לומר כי $s(6) > n(6)$? הסבירו ונמקו.

ה. האם נכון לומר $s(12) \approx n(9)$? הסבירו ונמקו.



III. חנות פרחים

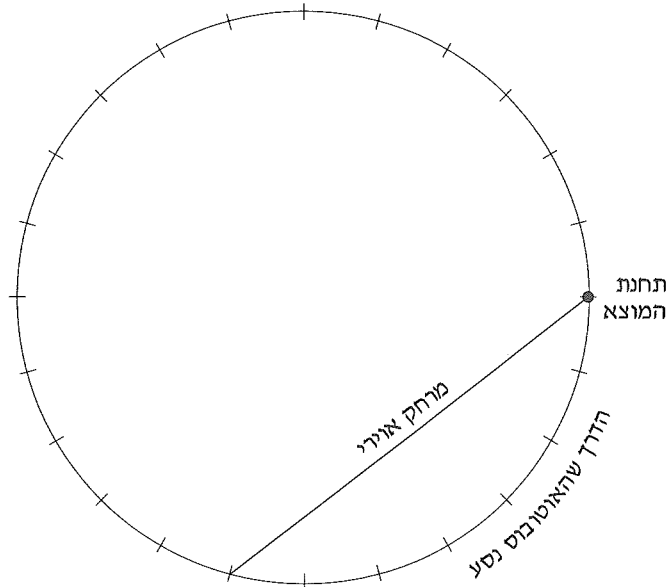
- א. נערה בחופשה
עבודה לה חיפשה,
לחנות פרחים ניגשה,
להיות שליחה ביקשה.
- ג. "אפשרות שניה אם תבחרי
עבור הזר הראשון שתמסרי
התשלום יהיה מועט:
שתי אגורות בלבד.
- ב. "לפי בחירתך בכל יום מראש,
אחת מהשתיים תוכלי לדרוש.
אפשרות ראשונה", אמר המוכר
"2 ש"ח לכל זר".
- ד. אך 4 אגורות לזר השני,
8, אם את השלישי תתני,
16 אגורות לזר הבא שתובילי
וכך הלאה את התשלום תכפילי".
- ה. אילו רציתם להיות שליחים
ולחחליט הייתם צריכים,
מה הייתם למוכר משיבים?
על איזו אפשרות אתם חושבים?

1. מיצאו בשיר שתי התאמות. כיתבו אותן במפורש ותנו להן שמות.
דאגו להגדיר ביחידות שוות כדי שתוכלו להשוות. העדיפו תרגום לאגורות.
תוכלו לקבל כיוון על-ידי מגדלור עם **פאזל** בעמוד 61.
2. כיתבו שלוש טענות (לאו דוקא נכונות) בשפה מתמטית, על כל התאמה.
3. כיתבו שלוש טענות (לאו דוקא נכונות) בסימנים מתמטיים על כל התאמה.
השתדלו לגוון.
4. התחלפו עם חברים בטענות ובידקו את נכונות טענותיהם.
5. ענו על השאלה של השיר, והסבירו.

אם סיימתם, נסו את כוחכם במציאת שיטה אחרת לתשלום השכר לנערה,
השוו את השיטה החדשה לשיטות הקודמות.

IV. אוטובוס במעגל

העיר "מעגלות" בנויה כעיגול.
כל ס"מ בשרטוט שלפניך מתאים לקילומטר אחד במציאות*.



סביב העיר עובר כביש היקפי ובו 24 תחנות אוטובוס.
המרחק בין תחנה לתחנה על הכביש, קילומטר אחד.
אוטובוס מתחיל לנסוע בבוקר, ונוסע סביב העיר במשך כל היום.
נחקור את ההתאמה בין הדרך שהאוטובוס נסע מתחנת המוצא
לבין המרחק האווירי שלו מתחנה זו.

1. מידדו בסרגל את המרחקים האוויריים ומלאו את הטבלה:

x - הדרך שעובר האוטובוס (בק"מ).	0	3	6	9	12	15	18	21	24
y - המרחק האווירי (בק"מ).									

* השרטוט הוא בקנה מידה של 1:100,000.

2. שרטטו גרף להתאמה. האם יש טעם לחבר את הנקודות לקו?
3. כיתבו שלוש תכונות מעניינות של ההתאמה (נקרא להתאמה d).
4. מיצאו על-ידו מדידות:
- א. $d(5) =$ ב. $d(19) =$
- ג. $d(\text{---}) \approx 5$ (יש יותר מאפשרות אחת)
5. א. המקור 8, מהי התמונה?
 ב. התמונה 6, מהם המקורות בערך?
6. האם יש נקודות על הגרף ששיעור ה- x שלהן שווה לשיעור ה- y שלהן? כמה? נמקו.
7. מתי המרחק האווירי הוא הגדול ביותר?
8. מתי המרחק האווירי גדול מ- 6 ק"מ?
 כיתבו תשובה בשפה מתמטית ובסימנים מתמטיים.
9. לאחר שהאוטובוס הגיע שוב לתחנת המוצא, הוא המשיך לנסוע ממנה הלאה. שרטטו סקיצה של הגרף לשני סיבובים של האוטובוס.

אם סיימתם, נסו את כוחכם בחקירה של בעיה דומה בעיר "תל-ריבוע".
 בעיר זו הכביש ההיקפי הוא ריבוע ויש בו 16 תחנות.



שימו לב!
 במקום למדוד בסרגל,
 חשבו את המרחק האווירי
 על ידי משפט פיתגורס.



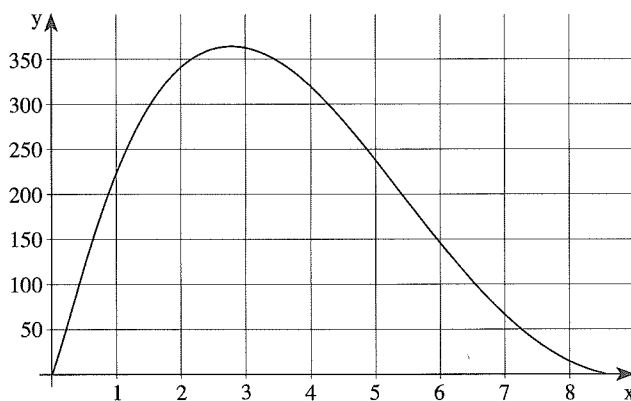
V. קופסאות פתוחות - שפה אחידה

נתרגל את המושגים בשפה המתמטית: מקור ותמונה,
ואת הסימון המתמטי $y = v(x)$ עבור קופסאות פתוחות
ו $y = z(x)$ עבור ציפוי קופסאות פתוחות.

1. ענו על השאלות בהתאמת הנפח לגובה. בכל סעיף ציינו את הפרט המתאים

בסיפור.

- א. המקור 4. מהי התמונה?
 - ב. המקור 6.5. מהי התמונה?
 - ג. מהי קבוצת המקורות המתאימה לבעיה?
 - ד. מהי קבוצת התמונות של מקורות אלו?
 - ה. התמונה 250. מהם המקורות בקירוב?
 - ו. בין אילו מקורות הנפח גדל, בין אילו מקורות הוא קטן?
 - ז. נתון מקור. כמה תמונות יש לו?
 - ח. נתונה תמונה. כמה מקורות יש לה.
 - ט. יוסי אמר: הנפח של קופסה פתוחה שגובהה 9.2 ס"מ הוא 18.032.
- האם יוסי הגיע לתוצאה מן הטבלה, מן התבנית או מן הגרף?
דון במה שיוסי אמר.



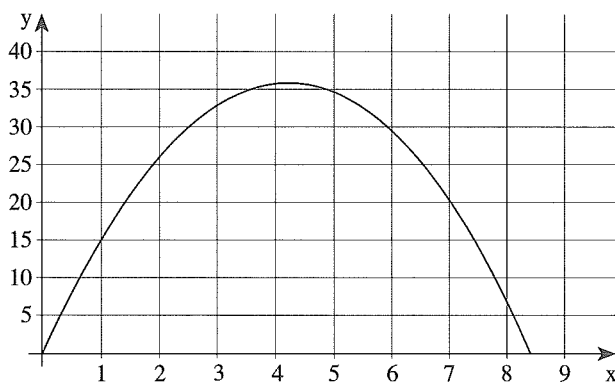
התבנית: $y = (17 - 2x)^2 \cdot x$

2. עיבדו בזוגות על התאמת מחיר הציפוי בבעיה של קופסאות פתוחות.

כל תלמיד בזוג רושם חמש שאלות על התאמת "מחיר הציפוי" בעזרת המושגים מקור ותמונה, ובעזרת הסימנים המתמטיים. כל בן זוג עונה על השאלות של חברו. מחבר השאלות מקשיב לתשובה, ורושם לעצמו באילו הצגות השתמש החבר בכל תשובה ותשובה, ובאילו שפה או סימנים מתמטיים הוא השתמש.

טבלה:

x	1	2	3	4	5	6	7	8
z(x)	15	26	33	36	35	30	21	8



תבנית: $z(x) = (17 - 2x)x$

1. לפעילות: "כתם נפט".

כדי לתרגם לתבנית את ההתאמה בין מספר הימים שעברו לבין גודל הכתם, נתבונן בטבלה ונסה לגלות חוקיות.

x - מספר הימים שעברו	1	2	3	4	5	x
y - גודל הכתם	2	4	8	16	32	?

אם לא הצלחנו לגלות בדרך זו את התבנית, נחזור אל הסיפור. בכל יום גדל כתם הנפט פי שניים כלומר,

בכתיב מקוצר

2	גודל הכתם 2 מ"ר	ביום הראשון
2 ²	גודל הכתם 2·2 מ"ר	ביום השני
2 ³	גודל הכתם 2·2·2 מ"ר	ביום השלישי
_____	גודל הכתם _____	ביום הרביעי
_____	גודל הכתם 2·2·2·...·2	ביום ה-x

x פעמים

במחשב מסמנים: 2^x

מעמוד 52

2. לפעילות: "חנות פרחים".

בשיר קיימות שתי אפשרויות תשלום.

נתאים למספר הפרחים את התשלום באגורות לפי אפשרות ראשונה.

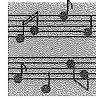
נקרא להתאמה A. $A(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

נתאים למספר הפרחים את התשלום באגורות לפי אפשרות שנייה.

נקרא להתאמה B. $B(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

תוכל לקבל כיוון על-ידי מגדלור עם האגף לפעילות כתם נפט, בעמוד זה.

מעמוד 56



שפה זרה

בשפה המתמטית מילים רבות;
כמו משתנה, משוואה, תבנית ועוד ...
יש אשר מן העברית הן שאולות,
אבל משמעות אחרת מקבלות.

השפה איננה כוללת רק מילים,
אלא גם סימנים וגם סמלים.
ידיעת השפה מאוד חשובה,
כי היא מאפשרת תקשורת טובה.

השורש ת.א.מ. וכל צורותיו
נפוץ בנושא שלנו עכשיו.
להתאים, בהתאם, התאמה וכו',
מעברית לשפת המתמטיקה לוקחו.

גם מקור ותמונה הן מילים עבריות
בדרך אל המתמטיקה איבדו משמעויות,
ועתה פה קיבלו משמעות חדשה
ולכן השפה כל-כך קשה.

"התמונה משתנה בהתאם למקור"
או "נתאים למקור את התמונה",
משפטים אלו כדאי לזכור,
הם ילוונו בלימוד השנה.

התמונה של 3 בהתאמה,
אשר v הוא שמה.
הוא משפט ארוך ומסורבל.
לכן, יוחלף ב $v(3)$ כסימון מקובל.

צריך רק לזכור
כי 3 הוא המקור.
ובאופן כללי אם f שם ההתאמה
ו- x המקור, אז $f(x)$ - התמונה.



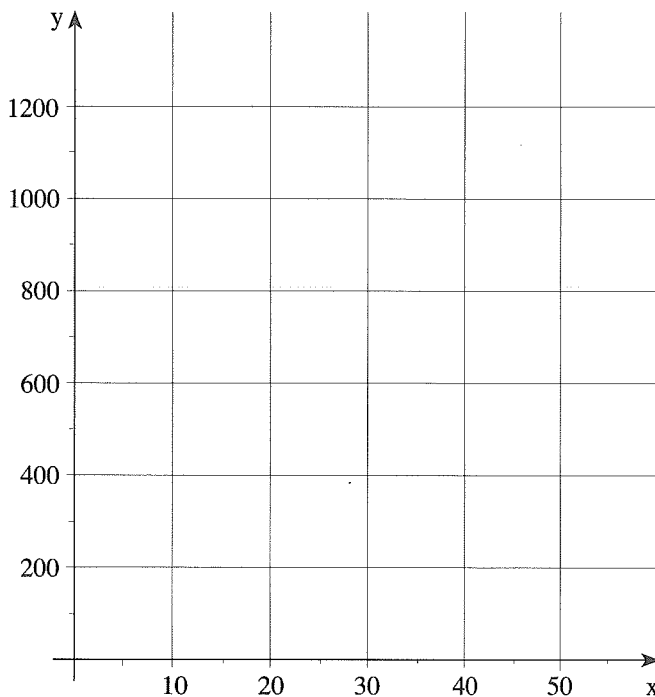
התרגילים 1-8 מתייחסים להתאמה "מים מים בששון" עמוד 20.

1. א. רישמו תבנית _____

ב. השלימו את הטבלה.

x	10	20	30	40	50
y					

ג. שרטטו גרף, ורישמו ליד כל ציר מה הוא מייצג.



2. ענו על השאלות. סמנו ליד כל תשובה, האם נעזרתם בטבלה, בתבנית או בגרף.

ירשמו בכל סעיף משפט מתאים לסיפור:

טבלה תבנית גרף

כתיב ✓

✓

--

160

(א) המקור 42, התמונה

משפט: כולל 42 גלגלים ו-160 לוחות זכוכית.

--

--

--

(ב) התמונה 42, המקור

משפט:

--

--

--

(ג) קבוצת המקורות השייכת

לבעיה היא:

משפט:

--

--

--

(ד) קבוצת התמונות של מקורות

אלו היא:

משפט:

--

--

--

(ה) המקור גדול מ 20.

התמונה:

משפט:

--

--

--

(ו) התמונה גדולה מ 500,

המקור:

משפט: כולל 42 גלגלים ו-160 לוחות זכוכית ...

--

--

--

(ז) מה תוכלו לומר על קצב

יציאת המים מהבריכה?

משפט:

3. נקרא להתאמה של "מים מים בששון" בשם f .

השלימו $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

4. השלימו מספר אחד מתאים בכל סעיף.

א. $f(45) = \underline{\hspace{1cm}}$ ה. $f(\underline{\hspace{1cm}}) = 0$

ב. $f(0) = \underline{\hspace{1cm}}$ ו. $f(\underline{\hspace{1cm}}) < 900$

ג. $f(\underline{\hspace{1cm}}) = 600$ ז. $f(\underline{\hspace{1cm}}) > 900$

ד. $f(\underline{\hspace{1cm}}) = 30$

5. נכון או לא?

א. $f(40) > 0$ ד. $f(50) > f(40)$

ב. $f(0) > 40$ ה. $f(50) > 40$

ג. $f(40) > f(0)$ ו. $f(40) > 50$

- בידקו בעזרת שתיים מתוך שלוש ההצגות : טבלה, תבנית וגרף.

- נמקו בעזרת הסיפור.

6. $f(20) > f(30)$

אפשר להביע מידע זה בדרכים רבות: סיפור, טבלה, תבנית, גרף, שפה של מקור ותמונה.

הביעו מידע יח בשתי דרכים לפחות.

7. הביעו על ידי סימנים מתמטיים:

א. למקור 50 מתאימה תמונה 0.

ב. בתחילה היו בבריכה 1000 מ"ק מים.

ג. הנקודה (45,100) נמצאת על הגרף.

8. השלימו את הטבלה והוסיפו עוד פרטי מידע כרצונכם.

סיפור	שפה מתמטית	סימנים מתמטיים
	בהתאמה f למקור 0 מתאימה התמונה 1000	
לאחר 22 שעות היו בבריכה יותר מ 500 מ"ק מים		
כמות המים בבריכה אחרי עשרים שעות.		$f(20)$

9. חיזרו להתאמת הנפח של קופסאות פתוחות. (גרף ותבנית בעמ' 59).
והכינו עבורה טבלה דומה לטבלה שבראש הדף, עם פרטים נכונים מן
ההתאמה.

סיפור	שפה מתמטית	סימנים מתמטיים

10. נתונה ההתאמה $y = 3x - 10$

א. המקור 3 התמונה _____ ה. $f(10) = \underline{\hspace{2cm}}$

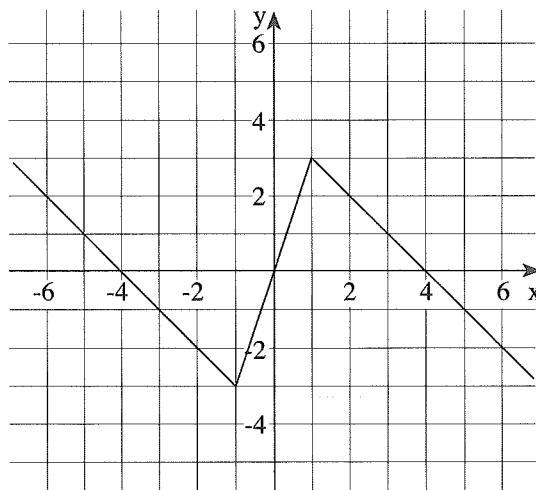
ב. המקור -2 התמונה _____ ו. $f(0) = \underline{\hspace{2cm}}$

ג. המקור _____ התמונה 5 ז. $f(\quad) = 2$

ד. המקור _____ התמונה 0 ח. $f(\quad) = -4$

ט. המקור _____ שווה לתמונתו.

11. נתון גרף של התאמה.



השלימו (רישמו את כל האפשרויות).

א. המקור 3 התמונה _____ ה. $f(5) = \underline{\hspace{2cm}}$

ב. המקור -1 התמונה _____ ו. $f(0) = \underline{\hspace{2cm}}$

ג. המקור _____ התמונה 0 ז. $f(\quad) = -3$

ד. המקור _____ התמונה 3 ח. $f(\quad) = 1\frac{1}{2}$

12. הכינו טבלה לכל אחת מהתבניות הבאות:

x	0	1	2	3	4	5
f(x)						

 $f(x) = x + 2$

x	0	1	2	3	4	5
g(x)						

 $g(x) = x \cdot 2$

x	0	1	2	3	4	5
h(x)						

 $h(x) = x^2$

x	0	1	2	3	4	5
k(x)						

 $k(x) = 2^x$

- סמנו $>$ $<$ $=$ או השלימו מספר אחד מתאים.

א. $f(0) \text{ } \underline{\hspace{1cm}} \text{ } g(0)$ ד. $f(1) > h(\text{ })$

ב. $h(0) \text{ } \underline{\hspace{1cm}} \text{ } k(0)$ ה. $g(6) = f(\text{ })$

ג. $f(2) \text{ } \underline{\hspace{1cm}} \text{ } k(2)$ ו. $k(\text{ }) < h(\text{ })$

- נסו להשוות את ההתאמות השונות.
כיתבו שלוש טענות נכונות בהשוואה זו.



1. כל תלמיד בכיתה בחר מספר פעל עליו פעולות שונות וקיבל תוצאה.
א. השלימו את הטבלה, ללא השורה האחרונה.

המספר הנבחר x תוצאה - y	-5	-1	$-\frac{1}{2}$	1	1.5	3
אבי $y = -x^2$						
בני $y = x^2 - x$						
גדי $y = \frac{x - 10}{10 - x}$						
דוד $y = x - x^2$						
זיו $y = \frac{x^3 - x^2}{x - 1}$				!		
חנן $y = \frac{x - x^2}{x}$						
טל $y =$						

- ב. טל חיבר את התוצאות של כל חבריו לגבי כל מספר שנבחר פרט ל-1.
רישמו את התוצאות של טל בשורה האחרונה.

התוכלו למצוא קשר בין המספר הנבחר לבין התוצאה של טל.
בטאו קשר זה בתבנית.

- ג. נסו לגלות קשרים נוספים בין שורות בטבלה. בססו את תגליותיכם בעזרת
התבניות.

2. הדס ואסנת ערכו התאמות.

ההתאמה של הדס: $f(x) = x^3(x^2 - 7)$

ההתאמה של אסנת: $g(x) = 0.5x^4 - 9.5x^2 + 3x$

כל אחת מהן מצאה את התמונות של המקורות הבאים:

$-3, 0.5, 2, 1, 0$

אחרי החישוב אמרה הדס: "להתאמות שלנו אותו גרף".
אסנת אמרה: "לכל התאמה גרף שונה".

חשבו את התמונות לפי שתי ההתאמות.

כיתבו בסימנים מתמטיים ($f(0) = \dots$, $g(0) = \dots$)

מי מן השתיים צדקה לדעתכם? נמקו.

3. מיצאו זוגות של תבניות שנותנות אותו גרף.

$$p(x) = x \cdot \frac{2x - 4}{2}$$

$$f(x) = \frac{x - 1}{(x + 2)(x - 2)} + \frac{1}{x^2 - 4}$$

$$h(x) = x^2 - 2x$$

$$v(x) = \frac{1}{x + 2} - \frac{x}{x^2 - 4}$$

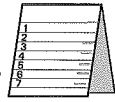
$$g(x) = x(x - 2) - (x - 2)^2$$

$$k(x) = \frac{2}{4 - x^2}$$

$$m(x) = 2(x - 2)$$

$$t(x) = \frac{x}{(x + 2)(x - 2)}$$

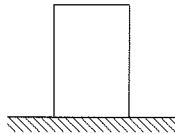
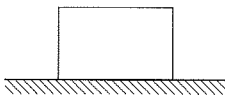
תכנון האוצל בנייה



עליכם להגיש דו"ח עבודה משותף לקבוצתכם.
חשוב לתאר את תהליך העבודה כולו, כולל מהלכים שגויים, ולא להסתפק
במתן תשובה סופית בלבד.
דו"ח מפורט יותר ישפיע על ההערכה בכיוון חיובי.



בעיית הגדר



בית ספר אורנים קיבל בתרומה גדר של 30 מטר.
ליד בנין בית הספר נמצאת חלקת אדמה,
אשר צד אחד שלה צמוד לבניין.
המנהלת החליטה לגדר בעזרת כל הגדר,
חלקה מלבנית עבור גן-ירק.
החלקה מגודרת משלושה צדדים בלבד,
כי בצידה הרביעי נמצא קיר הבניין.

א. מיצאו 4 אפשרויות שונות למידות החלקה ומיצאו לכל אפשרות את שטחה.

שטח	צלע שניה	צלע אחת
_____	_____	_____
_____	_____	_____
_____	_____	_____
_____	_____	_____
_____	_____	_____

תבנית:



גזרו את "הגדר" מדף הקרטון. תוכלו להעזר בה למדידות שטח החלקה
בעמוד הבא. כל משבצת מייצגת 1 מ' x 1 מ'

ב. מהן מידות החלקה אשר שטחה הגדול ביותר?

ג. מה שטח החלקה אם אחת ממידותיה 11 מ'?

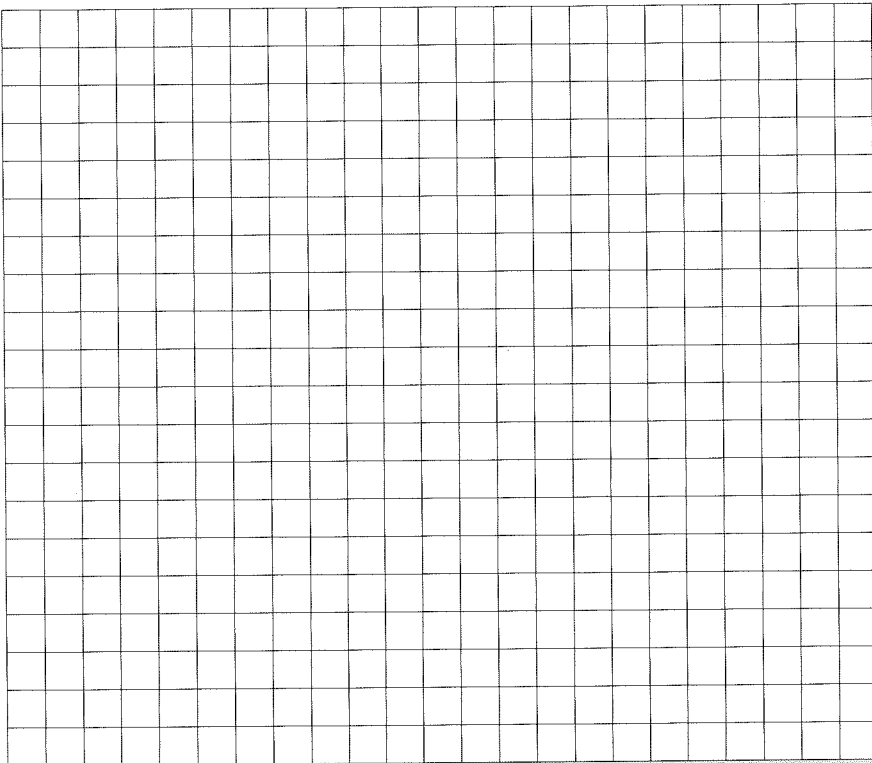
התוכלו למצוא חלקה נוספת בעלת אותו שטח?

אם כן, מיצאו את מידותיה. אם לא נמקו.

ד. כמה חלקות מתאימות יש לכל אחד מן השטחים הבאים:

80 מ"ר, 150 מ"ר?

ה. מהו תחום ההצבה המתאים לתוכן הבעיה?



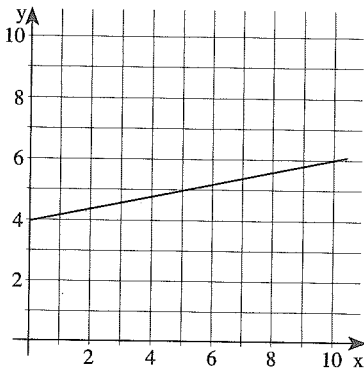
קיר בית הספר

על "תינוק נולד"

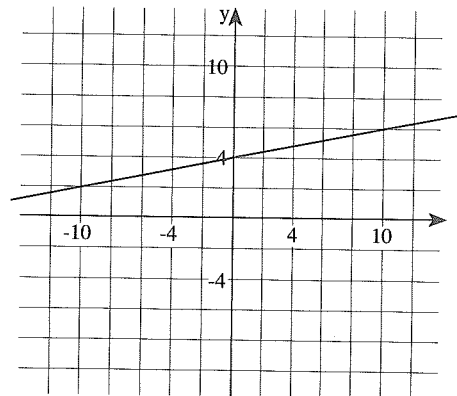
תלמידי הכיתה התבקשו לתאר בגרף במחשב את משקל התינוק בהתאם למספר השבועות שעברו מאז לידתו (עמוד 48).

לפניכם מספר גרפים ששורטטו על ידי ארבעה תלמידים במחשב.

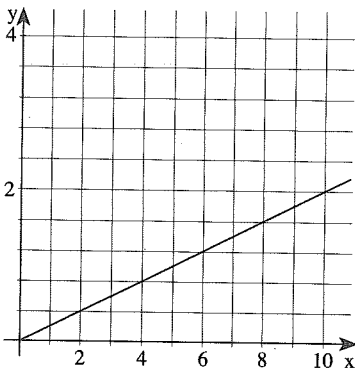
ב. בני



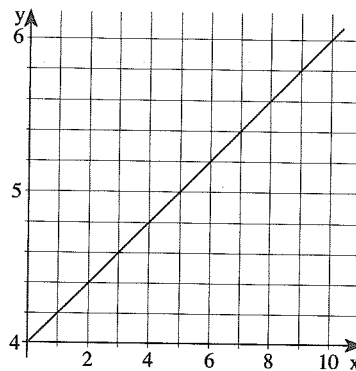
א. אבי



ד. דינה



ג. גדי



הביעו את דעתכם על כל אחד מהתאורים הגרפים, ונסו להסביר אותם.

עליכם לשרטט סקיצה של הגרף. האם תבחרו באחד השרטוטים שלמעלה?
אם כן, איזה? אם לא, שרטטו סקיצה אחרת מתאימה.

על "בעיית הגדר"



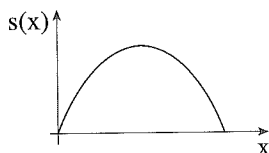
התלמידים בכיתה פתרו את בעיית הגדר בקבוצות.

באחת הקבוצות בחרו: הצלע הצדדית – x .

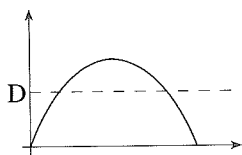
ואז התבנית לצלע השנייה: $30 - 2x$

תבנית השטח $S(x) = (30 - 2x) \cdot x$

והגרף נראה כך:



הסתמכו על תוצאות החקירות במחשב וענו על השאלות:



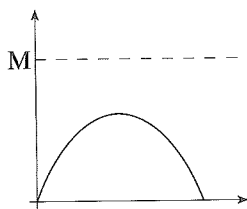
1. א. העברתי מקביל לציר ה- x דרך נקודה $D(0,d)$

והוא חתך את הגרף ב-שתי נקודות.

מה מייצגות שתי הנקודות לגבי

בעיית הגדר? ענו באופן מפורט.

מה תוכלו לומר על d ?



ב. העברתי מקביל לציר ה- x דרך נקודה $M(0,m)$

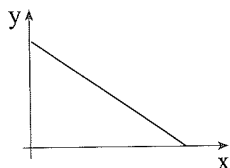
והוא לא חתך את הגרף כלל.

מה תוכלו לומר על m ?

2. חלק מהתלמידים מיהרו להכניס תבנית למחשב. הם כתבו: $y = 30 - 2x$

(התבנית לצלע השנייה) וביקשו לשרטט את הגרף.

הגרף המתקבל:



רוב התלמידים ידעו לומר שזה אינו הגרף המתאים לשטח.

א. הסבירו כיצד אפשר לדעת זאת מצורת הגרף.

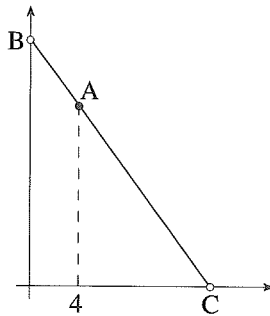
תנו נימוקים רבים ככל האפשר.

ב. השלימו את שיעורי הנקודות:

C(,)

B(,)

A(,)



ג. נסחו משפט עבור כל נקודה שיבהיר את הקשר בין שיעוריה לבין בעיית הגדר.

_____ :A

_____ :B

_____ :C

ד. מה שטח החלקה המיוצגת על ידי הנקודה A? _____

ה. המקור 7 מהי התמונה? _____ כיתבו בסימנים מתמטיים: _____

ו. התמונה 7 מהו המקור? _____ כיתבו בסימנים מתמטיים: _____

ז. מדוע סומנו הנקודות B ו-C בעיגולים ריקים?

ח. מה משמעות הגרף היורד בבעיית הגדר?

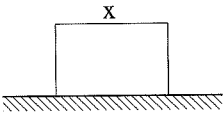
_____ ככל ש

ט. איך נוכל למצוא בעזרת המחשב את הנקודה המייצגת חלקה שצורתה

ריבוע? הסבירו היטב.

3. איך נוכל בעזרת התבנית למצוא את אורך החלקה שצורתה ריבוע?

אתגר

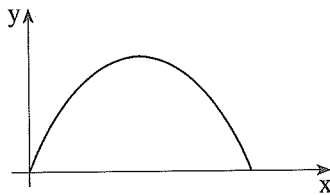


אחת מקבוצות התלמידים בחרו במשתנה x בדרך אחרת:

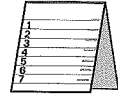
התבנית לצלע השניה: $\frac{30 - x}{2}$

ותבנית השטח: $\frac{30 - x}{2} \cdot x$

והגרף נראה כך:



אם נשרטט את הגרפים של כל הקבוצות באותה מערכת צירים האם יפלו בדיוק אחד על השני?
נמקו על ידי נימוקים רבים ככל שתוכלו.

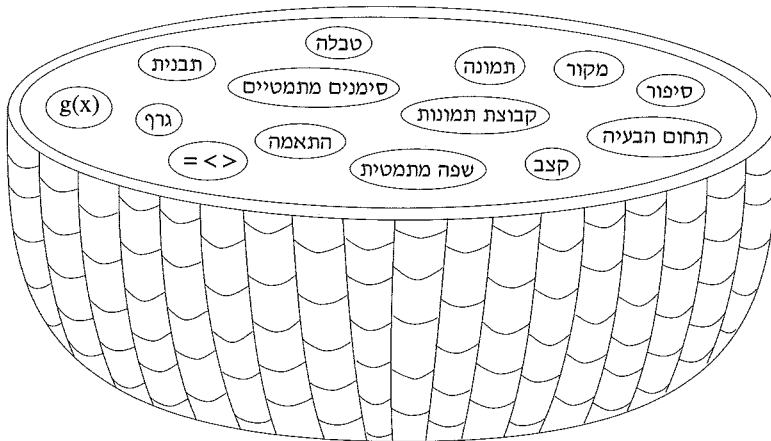


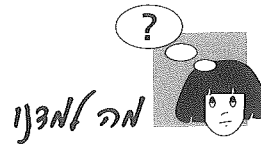
עוד על התאמות

בחרו אחת (או יותר) מן ההתאמות הבאות:
 "מדריך לכבישים מקיפים" (שתי התאמות), "שולחנות מסיבה" (שלוש
 התאמות), "בחנות פרחים" (שתי התאמות),
 או בחרו בהתאמה אחרת כרצונכם.

תנו להתאמה שם (אות לטינית קטנה או גדולה), והכינו דף עבודה המשלב
 מושגים מן הסל.

השתדלו לשאול שאלות מגוונות הדורשות שימוש בתבנית, טבלה וגרף.





למדנו לתאר התאמות, לדווח עליהן ולשוחח עליהן בשפה מתמטית ובסימנים מתמטיים.

דוגמא מלווה

נתאים לזווית בסיס במשולש שווה שוקיים את זווית הראש שלו.

x משתנה המייצג את זווית הבסיס.

לכן זוויות הבסיס בהתאמה שלנו הן המקורות.

y משתנה המייצג את זווית הראש.

לכן זווית הראש בהתאמה שלנו הן התמונות.

x - זווית בסיס $z(x) = y$ - זווית הראש.

תיאור ההתאמה בסימנים מתמטיים

$$z(x) = 180 - 2x$$

דוגמא לתיאור פרט מסוים של ההתאמה:

לזווית בסיס בת 30° מתאימה זווית ראש בת 120° .

בשפה מתמטית: למקור 30 מתאימה התמונה 120.

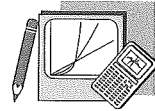
בסימנים מתמטיים: $z(30) = 120$

דוגמא נוספת: זווית הבסיס יכולה להיות חדה וזווית הראש יכולה להיות חדה, ישרה או קהה.

בסימנים מתמטיים: $0 < x < 90$

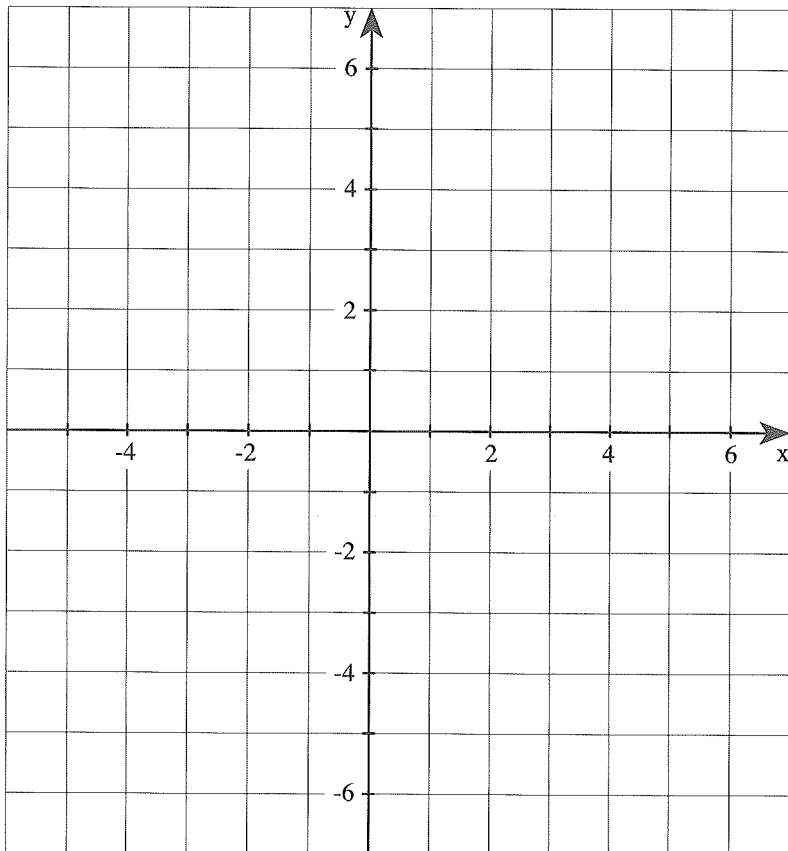
$$0 < z(x) < 180$$

3. מהי פונקציה



עוגה עוגה ...

מיצאו לפחות 15 נקודות הנמצאות במרחק 5 יחידות מראשית הצירים $(0, 0)$.
רישמו את שעורי הנקודות וסמנו אותן במישור.



1. גד אמר: "הנקודה $(5, 5)$ נמצאת במרחק 5 יחידות מראשית הצירים".
חוה דעתך.

נתונה התאמה f המתאימה לשיעור x של כל נקודה הנמצאת במרחק 5 יחידות מראשית הצירים, את שיעור y שלה.
כלומר:

$$f: x \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{שיעור } y \text{ של הנקודה או הנקודות המתאימות,} \\ \text{הנמצאות במרחק 5 יחידות מראשית הצירים.} \end{array} \right.$$

2. מיצאו את כל התמונות המתאימות:

א. $f(5) =$ _____ ד. $f(0) =$ _____

ב. $f(3) =$ _____ ה. $f(2) =$ _____

ג. $f(-4) =$ _____ ו. $f(-2) =$ _____

לקבוצת כל המקורות של ההתאמה קוראים תחום.

3. מהו תחום ההתאמה f :

4. נסו למצוא תבנית להתאמה f .

למתייאשים, עיברו לדף קריאה בעמוד הבא.

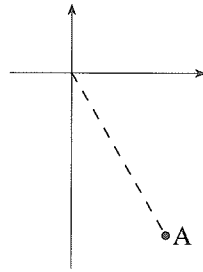
דף קריאה והשלמה

- הנקודה (3,4) נמצאת במרחק 5 יחידות מראשית הצירים,

$$3^2 + 4^2 = 5^2 \text{ כי לפי משפט פיתגורס:}$$

- כל נקודה (x,y) המקיימת _____, נמצאת במרחק 5 יחידות מראשית הצירים ולהיפך.

- הנקודה A (2.5,____) נמצאת במרחק 5 יחידות מראשית הצירים לכן היא מקיימת:



$$2.5^2 + y^2 = 25$$

$$y^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$y = \underline{\hspace{2cm}}$$

הנקודה A נמצאת ברביע הרביעי. לכן שיעוריה: (____, ____).

- אם x הוא שיעור הראשון של נקודה הנמצאת במרחק 5 יחידות מראשית הצירים, אפשר למצוא את שיעור y שלה:

$$x^2 + y^2 = 25$$

$$y^2 = 25 - x^2$$

$$y = \pm \sqrt{25 - x^2}$$

לכן ההצגה האלגברית של f היא:

$$f(x) = \pm \sqrt{25 - x^2}$$

כאשר f היא ההתאמה המתאימה לשיעור x של נקודה (המרוחקת 5 יחידות מראשית הצירים) את שיעור ה-y שלה.

$$f(x) = \pm \sqrt{25 - x^2} \quad 5.$$

א. בידקו על ידי הצבה, אם הנקודות ששרטטתם בתחילת הפעילות, מתאימות לתבנית.

ב. הציבו בתבנית $x = 6$. מה קיבלתם? נמקו.
מה הקשר בין התוצאה לבין ההתאמה?

ג. דני אמר: "אפשר לפשט את התבנית ולקבל: $f(x) = \pm (5 - x)$ ".
חוו דעתכם.

ד. האם יש לדעתכם טעם לחבר את הנקודות שסימנתם במערכת הצירים לקו? נמקו. אם כן, איך?

6. מיצאו, אם הדבר אפשרי, מספרים בתחום אשר להם...

- מתאימות שלוש תמונות.

- מתאימות שתי תמונות.

- מתאימה תמונה אחת.

- אין אף תמונה.

פונקציה היא התאמה בה לכל מקור בתחום, מתאימה תמונה יחידה.

7. האם ההתאמה f היא פונקציה? נמקו !

8. המחשב מוכן, בדרך כלל, לשרטט רק גרפים של פונקציות.

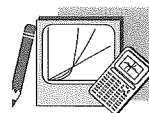
האם אפשר לדעתכם לשרטט את הגרף במחשב?

אם לא, נמקו. אם כן, שרטטו או הסבירו כיצד.

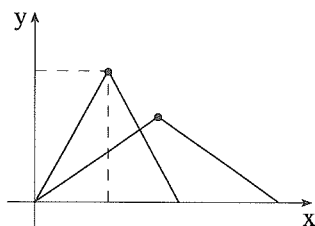
תוכלו לקבל כיוון על ידי מגדלור עם **האזנה** בעמוד 95.

אם סיימתם, נסו כוחכם בעמוד 96 שאלה 1.

סולם סיידים



לסייד יש סולם של סיידים.



גזרו את הסולם מדף הקרטון.
קפלו אותו לשניים, ו"העמידו"
את הסולם על רגליו.
עבדו בזוגות.

שרטטו על עמוד שלם לרוחב המחברת מערכת צירים ללא מספרים, כדוגמת זו שבשרטוט.
"השכיבו" את הסולם על צידו במערכת הצירים כך שרגלו האחת קבועה בראשית הצירים. סמנו את נקודת הגובה שלו (ראו דוגמא בשרטוט). חזרו על הפעולה כשהמרחק בין רגלי הסולם משתנה (רגלו האחת נשארת בראשית הצירים). חברו את הנקודות לגרף (אל תסמנו יחידות על הצירים).

1. הגרף שנתבקשתם לשרטט מתאר התאמה. נקרא לה g .

א. האם g היא פונקציה? נמקו.

ב. (x, y) היא נקודה על הגרף.

- מה מציין המשתנה x ?

- מה מציין המשתנה y ?

ג. השלימו:

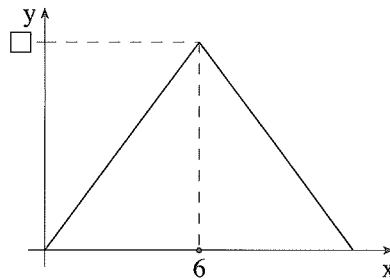
g היא פונקציה המתאימה ל _____ את _____

2. אורך רגלו האחת של "סולם" הקרטון היא 10 ס"מ.

x מייצג את חצי המרחק בין רגלי ה"סולם".

$y = g(x)$ מייצג את גובה ה"סולם".

א. מיצאו שיעורים של חמש נקודות על הגרף על-ידי מדידה או על-ידי חישוב.
דוגמא לחישוב:



כאשר: $x = 6$

$$6^2 + y^2 = 100$$

$$y^2 = 100 - 36$$

$$y^2 = 64$$

אינו מתאים לבעיה $\leftarrow y = -8$ או $y = 8$

ב. איזה מצב של הסולם מתואר על-ידי כל אחת מנקודת המפגש של הגרף עם הצירים? מהם שיעורי הנקודות האלו?

ג. מהו תחום הפונקציה g ?

תזכורת:

תחום של פונקציה הוא אוסף כל המקורות (כל המספרים על ציר ה- x המתאימים לבעיה).



ד. הכינו במחשב מערכת צירים המתאימה לגרף בתחום הפונקציה וסמנו בה את הנקודות שמצאתם.

הערה: במחשבון גרפי דלגו על שלב סימון הנקודות.

ה. נסו לשרטט, באמצעות המחשב, גרף לפונקציה g. אם אתם מתקשים במציאת התבנית, המשיכו לקרוא.

נלמד לתרגם מבעיה לתבנית את הסיפור "סולם סיידים".

עיברו למקרה הכללי תוך מעקב אחרי הדוגמא שבעמוד הקודם.

$$x^2 + y^2 = 100$$

$$y^2 = 100 - x^2$$

$$y = \pm \sqrt{100 - x^2}$$

לפונקציה שלנו קוראים g וגובה הסולם הוא תמיד חיובי לכן:

$$g(x) = + \sqrt{100 - x^2}$$

תזכורת:

במחשבון גרפי

במחשב

$$\boxed{2nd} \boxed{x^2} (100 - x^2)$$

$$\boxed{ALT} \boxed{R} (100 - x^2)$$

- האם חמש הנקודות שסימנתם נמצאות על הגרף אשר במחשב?

3. דינה הכניסה למחשב את התבנית $x^2 + y^2 = 100$

וביקשה לשרטט את הגרף.

מה קיבלה לדעתכם? בידקו והסבירו.

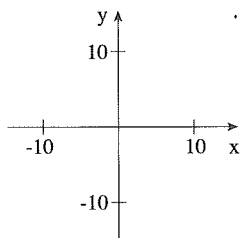
4. התייחסו לגרף היורד ו ...

- הסבירו בעזרת הסיפור: ככל ש ...

- הסבירו בעזרת התבנית.

5. ורד ביקשה לשרטט את גרף הפונקציה $g(x) = \sqrt{100 - x^2}$

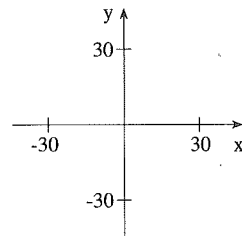
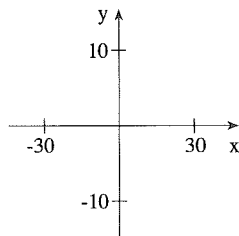
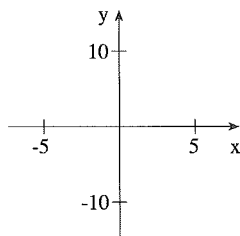
אבל שכחה לשנות את גבולות השרטוט בהתאם לבעיה.
היא השאירה על המסך מערכת צירים כזו:



איך לדעתכם שרטט המחשב את הגרף?
בידקו והסבירו.

המחשב "אינו מכיר את הבעיה" והוא משרטט את גרף התבנית $\sqrt{100 - x^2}$ בגבולות הנתונים לו.

6. איך ישרטט המחשב את גרף הפונקציה $y = \sqrt{100 - x^2}$ במערכות הצירים הבאות:



שרטטו, והסבירו.

כאשר נתונה פונקציה בעזרת תבנית, והיא אינה מתייחסת לסיפור, אז תחומה הוא קבוצת ההצבה של התבנית, או קבוצה חלקית שלה לפי בחירה שרירותית.

בחוברת זו, אם לא צויין אחרת, התחום יהיה קבוצת ההצבה של התבנית.

7. מהו תחום הפונקציה $y = \sqrt{100 - x^2}$, אם אין מתייחסים לסיפור הסולם. הסבירו כיצד מצאתם.

אם סיימתם, נסו את כוחכם בעמוד 96 שאלה 2.

בצקבו פונקציה וגאומה

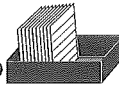
1. האם אפשר לקבוע אם התאמה היא פונקציה
 - מן הטבלה?
 - מן הגרף?
 - מן התבנית?כיצד?

תנו, בכל אחת מההצגות, דוגמא להתאמה שהיא פונקציה ולהתאמה שאיננה פונקציה.

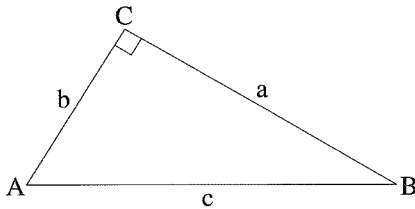
2. נסו להסביר, ללא שימוש במושגים מקור ותמונה, איך נברר אם גרף מסוים הוא גרף של פונקציה.
3. א. נתונה פונקציה. היכן נמצאים איברי התחום שלה:
בטבלה? בגרף? בתבנית?

ב. התוכל למצוא את כל איברי התחום:
בטבלה? בגרף? בתבנית? בסיפור?

4. מצא את התחום של כל אחת מהפונקציות הבאות:
א. הפונקציה המתאימה למספר שלם את העוקב לו.
ב. הפונקציה המתאימה למספר שלם את ההופכי לעוקב לו.
ג. הפונקציה המתאימה למספר שלם את השורש של העוקב לו.



I. משולשים ישרי זווית (נוסח א')



לפניכם משולש ישר זווית.
אורך אחת מצלעותיו, לפי
בחירתכם, הוא 7 ס"מ.
שתי הצלעות הנותרות משתנות.

- חיקרו את ההתאמה בין שתי הצלעות הנותרות.
כיתבו כל מה שתמצאו על שתי הצלעות האלה ועל ההתאמה
ביניהן.
כיתבו כל מה שתמצאו על הפונקציות שנוצרות כאשר אין
מתייחסים לתוכן הבעיה.
תוכלו להעזר בשרטוט, ובהצגות השונות של פונקציה.
- חיזרו על השאלה כאשר אתם בוחרים צלע אחרת כקבועה (בעלת
אורך של 7 ס"מ).
- מיצאו תכונות שוות ושונות לפונקציות.

הערה:

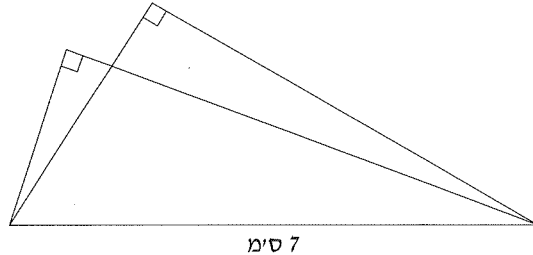
אם אתם מתקשים עדיין בעבודה על שאלה גדולה ופתוחה, תוכלו
למצוא אותה פעילות מחולקת לסעיפים, בעמוד הבא.

אם סיימתם, נסו את כוחכם בעמוד 96 שאלה 2.



II. משולשים ישרי זווית (נוסח ב')

לפניכם שני משולשים ישרי זווית שאורך היתר שלהם 7 ס"מ.



השתמשו בסרגל "משולש ישר זווית" (או בפינת דף) והוסיפו על היתר עוד שני משולשים ישרי זווית שונים מהראשונים.
כמה משולשים כאלה יש?

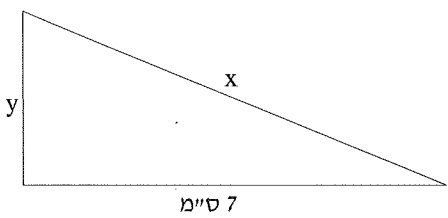
1. א. הביעו את אחד הניצבים (y) בעזרת היתר והניצב השני (x).

ב. האם ההתאמה בין x ל- y שקיבלתם מתארת פונקציה?

ג. מהו תחומה? הסבירו בעזרת נימוקים שונים.

ד. שרטטו סקיצה של הגרף במחברת.

ה. סמנו על הגרף ששרטטתם את נקודות המפגש של הגרף עם הצירים.
מיצאו את שיעוריהן. מהי המשמעות שלהן בסיפור?
תוכלו לבדוק במחשב.

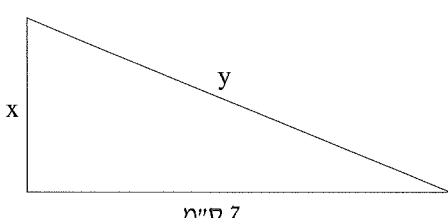


7 ס"מ

לפניכם משולש ישר זווית.
אורך אחד הניצבים 7 ס"מ.

כמה משולשים כאלה יש?
שרטטו משולש נוסף כזה.

2. א. הביעו את הניצב (y) בעזרת הניצב הידוע והיתר (x).
- ב. מהו תחום הפונקציה? הסבירו בעזרת נימוקים שונים.
- ג. שרטטו סקיצה של הגרף ובידקו במחשב.



7 ס"מ

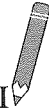
לפניכם משולש ישר זווית.
אורך אחד הניצבים 7 ס"מ.

הביעו את היתר (y)
כפונקציה של הניצב הידוע
והניצב השני (x).

3. א. מהו תחום הפונקציה? הסבירו.
- ב. שרטטו סקיצה של הגרף ובידקו במחשב.
- ג. השלימו: ככל ש- x גדל y _____ . הסבירו לפי "הסיפור".
4. עירכו השוואה בין שלוש הפונקציות.
5. מהו תחום שלוש הפונקציות אם אין מתייחסים למשולשים, אלא רק לתבניות המתקבלות.

אם סיימתם, נסו את כוחכם בעמוד 96 שאלה 2.

III. מלבנים גזורים



תלמידי כיתה ד' התבקשו לגזור מלבנים ששטחם 1 דצמ"ר, ולהדביקם על קרטון.
עירכו התאמה z בין אורך צלע אחת (בדצ"מ) של מלבן כזה, לאורך הצלע השניה (בדצ"מ).
תארו את ההתאמה בעזרת טבלה, תבנית וגרף.

1. האם ההתאמה היא פונקציה? נמקו.

2. א. רישמו שלוש תכונות מענינות של ההתאמה.

ב. בידקו איך כל תכונה מתבטאת בכל אחת מן ההצגות (טבלה, תבנית, גרף).

ג. נסו להביע כל תכונה:

- בשפת הסיפור (צלעות של מלבן).

- בשפה מתמטית (מקור, תמונה).

- בסימנים מתמטיים $(x, z(x), = > \dots)$.

3. א. מהו תחום הפונקציה z ?

ב. מהי קבוצת התמונות של הפונקציה z ?

ג. מהו תחום הפונקציה אם אין מתייחסים לסיפור המלבנים?

← האשק

נתאים לכל מספר ממשי (שיש לו הופכי), את ההופכי שלו.
נקרא להתאמה h .

4. א. השלימו $h(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

ב. שרטטו את גרף ההתאמה h .

5. האם ההתאמה h היא פונקציה?

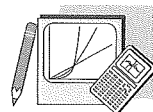
6. א. מהו תחום הפונקציה?

ב. מהי קבוצת התמונות שלה?

ג. אם נשרטט את הגרף בגבולות רחבים יותר ויותר האם הגרף ישתנה באופן מהותי?

7. השוו את הפונקציה h עם הפונקציה z (מלבנים גזורים), מבחינת התבנית, הטבלה והגרף.

אם סיימתם, נסו את כוחכם בעמוד 96 שאלה 3.



IV. גילו גיל גיל גיל...

גיל צעיר מאחותו גילה ב-8 שנים.
 x מייצג את גילה של גילה.
 חיקרו כיצד השתנה היחס בין גיליהם בחלוף השנים.

$$\text{גילו של גיל} = \frac{\text{גילה של גילה}}{\text{היחס בין גיליהם}} = f(x)$$

1. א. מהו תחום הפונקציה f ?

ב. רישמו שלוש תכונות מעניינות של הפונקציה.
 באיזו הצגה גיליתם את התכונות?

ג. היתכן כי:

- גילה גדולה מאחיה פי 2? פי 3? פי 100?

- גילה גדולה מאחיה פי $1\frac{1}{2}$? פי $1\frac{1}{4}$? פי $1\frac{1}{100}$?

2. א. שרטטו גרף הפונקציה $h(x) = \frac{x}{x-8}$ ללא התיחסות אל "סיפור הגילים".

מה תחומה?

ב. רישמו שלוש תכונות של הפונקציה h .

ג. מה תוכלו לומר על תמונות הפונקציה h כאשר x מתקרב מאוד ל-8?

ד. מה תוכלו לומר על תמונות הפונקציה h כאשר x הוא מספר הולך וגדל או הולך וקטן?

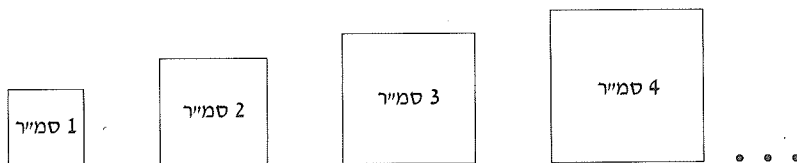
אם סיימתם את הפעילות, נסו את כוחכם בעמוד 96, שאלה 4.

v. מן השטח אל הצלע



נסמן שטח ריבוע ב- x

ונתאים לו את אורך צלעו $g(x)$



דוגמא: $g(25) = 5$

תארו את הפונקציה בעזרת טבלה, תבנית וגרף.

א. רישמו על הצירים מה הם מייצגים.

ב. מיצאו שתי תכונות מענינות בגרף הפונקציה.
איך מתבטאות תכונות אלו בסיפור.

ג. מהו תחום הפונקציה? מדוע?

ד. מהו תחום הפונקציה אם אין מתייחסים לסיפור?



1. לפעילות: "עוגה עוגה..."

ההצגה האלגברית של ההתאמה שהגרף שלה הוא מעגל בעל רדיוס 5 יחידות שמרכזו בראשית הצירים היא $y = \pm \sqrt{25 - x^2}$ נפצל את ההתאמה הזאת לשתי התאמות:

$$h(x) = -\sqrt{25 - x^2} \quad g(x) = \sqrt{25 - x^2}$$

איזה חלק מן הגרף נותנת כל התאמה? הסבירו.

איזו משתי ההתאמות היא פונקציה?

שימו לב לכתיבה:

במחשבון גרפי

במחשב

$$\boxed{2nd} \boxed{x^2}$$

$$\boxed{ALT} \boxed{R}$$

$$\sqrt{}$$

$$\boxed{2nd} \boxed{x^2} (25 - x^2)$$

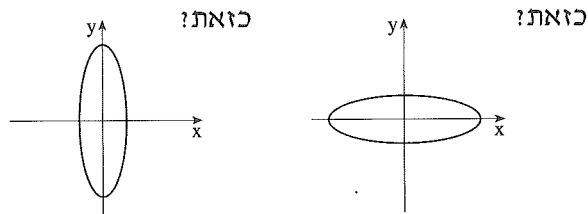
$$\boxed{ALT} \boxed{R} (25 - x^2)$$

$$\sqrt{25 - x^2}$$

מעמוד 79

1. לפעילות: "עוגה עוגה".

אלי אמר: "גרף ההתאמה צריך להיות מעגל אבל כשהכנסתי את התבניות המתאימות למחשב קיבלתי אליפסה".
חוץ דעתכם. התוכלו לקבל במחשב אליפסה



מעמוד 64

2. לפעילות: "סולם סיידים" ו"משולשים ישרי זווית".

נתון משולש ישר זווית שאורך היתר שלו 10 ס"מ.
מה צריכים להיות אורכי הניצבים כדי ששטחו יהיה הגדול ביותר?

מעמודים 83, 88, 89

3. לפעילות: "מלבנים גזורים".

התאימו לצלע של מלבן גזור את היקפו.
מצאו מיהו המלבן בעל ההיקף הקטן ביותר?

מעמוד 91

4. לפעילות: "גילו גיל גיל גיל...".

חיקרו אותה הבעיה אם x מייצג את גילו של גיל.

מעמוד 93



על התחום

למושג פונקציה הרבה פנים,
הפונקציה מוצגת במספר אופנים;
"סיפור", תבנית, גרף או טבלה,
כל אחד לחוד או יחד כולם.

אם הקשר נוצר מסיפור,
או בדרך כלל ברור
מהו **התחום** המתאים.
לפי **תוכן הבעיה** אותו קובעים.

אך אם אין סיפור מאחורי התבנית,
אל תחום ההצבה נביט;
אלו המספרים שהצבתם בתבנית
תתן תוצאה ממשית ומשמעותית.

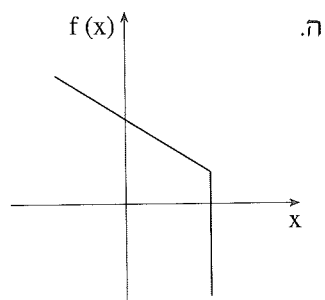
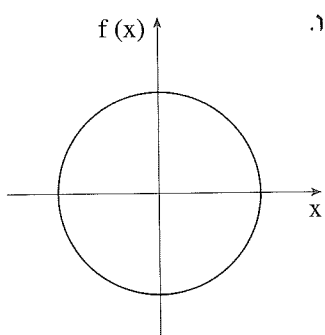
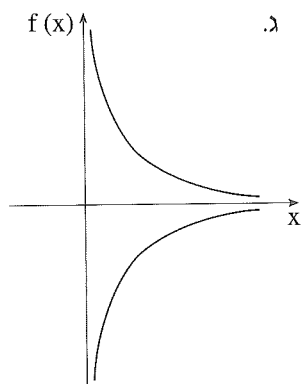
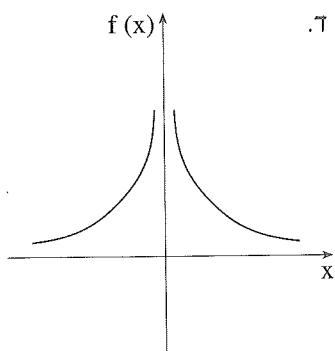
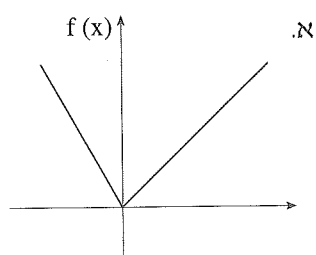
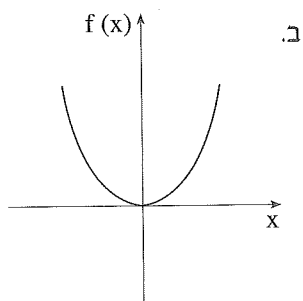
אם **מנה** התבנית מכילה,
או יש סיכוי להגבלה.
אפס במכנה אם בהצבה נקבל,
את המספר המוצב מן התחום נבטל.

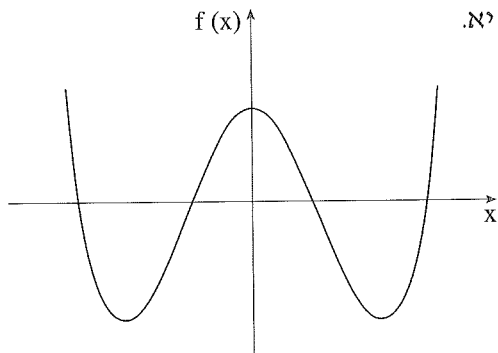
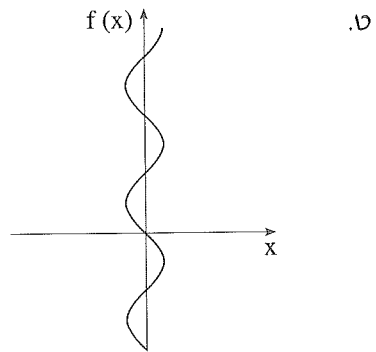
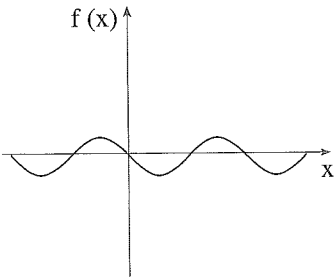
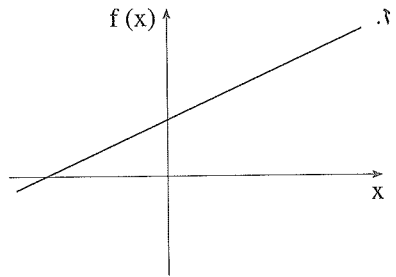
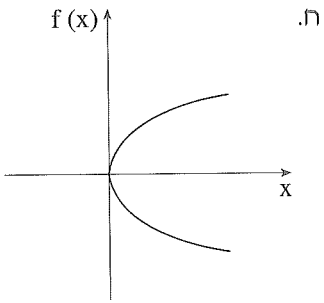
ואם **שורש** התבנית מכילה,
גם אז יש סיכוי להגבלה.
לא כל הממשיים בתחום יכללו.
האם דוגמאות למצוא תוכלו?

אמרנו יש סיכוי שהתחום מוגבל,
כלומר, יש תבניות יוצאות מן הכלל.
כלומר, זה לא קורה תמיד.
התוכלו למצוא דוגמא נגדית?



1. אילו מהגרפים הבאים הם גרפים של פונקציה?





2. ההתאמה f מתאימה לאורך צלע ריבוע את היקפו.

ההתאמה g מתאימה למספר שלם את מכפלתו ב-4.

ההתאמה h מתאימה למספר כלבים (בריאים) את מספר רגליהם.

ההתאמה p מתאימה למספר שלם את ההפרש בין ריבוע העוקב שלו לריבוע הקודם שלו.

ההתאמה k מוגדרת על ידי התבנית $k(x) = 4x$.

(א) מהו תחום כל ההתאמה?

(ב) השוו את חמש ההתאמות מבחינת התבנית והגרף.
(רישמו על הצירים מה הם מייצגים).

(ג) אילו מההתאמות הן פונקציות?

3. דני אמר: "בחרתי מספר, חיסרתי ממנו 3 ואת ההפרש העליתי בריבוע".

f היא ההתאמה המתאימה למספר שבחר דני את התוצאה שקיבל.

g היא ההתאמה המתאימה לתוצאה שקיבל דני את המספר שבחר.

א. האם f היא פונקציה? נמק.

ב. האם g היא פונקציה? נמק.

ג. מהו תחום כל אחת מההתאמות?

4. מיצאו את התחום של כל אחת מהפונקציות הבאות.

$$y = \frac{1}{x} + \frac{3}{x-1} \quad \text{ח.} \qquad y = \frac{1}{x^2} \quad \text{א.}$$

$$y = \frac{2}{x(x+7)} \quad \text{ט.} \qquad y = \frac{x}{x-3} \quad \text{ב.}$$

$$y = \frac{x-3}{5} \quad \text{י.} \qquad y = \frac{x-2}{x(x-4)} \quad \text{ג.}$$

$$y = \frac{5}{x^3} \quad \text{יא.} \qquad y = \frac{1}{x^2-4} \quad \text{ד.}$$

$$y = \frac{x}{x^3-1} \quad \text{יב.} \qquad y = \frac{2x}{9-x^2} \quad \text{ה.}$$

$$y = 3x - \frac{1}{x} \quad \text{יג.} \qquad y = \frac{x-1}{x^2+2} \quad \text{ו.}$$

$$y = \frac{3}{4x^2-64} \quad \text{יד.} \qquad y = \frac{5}{x^2-2} \quad \text{ז.}$$

5. א. מיצאו פונקציה אשר תחומה הוא $\{x \mid x \neq \pm 5\}$

ב. מיצאו פונקציה עם מנה שתחומה הוא כל המספרים.

6. שרטטו גרף פונקציה f המקיימת;

$$\begin{array}{ll} \text{תחום הפונקציה } 0 \leq x \leq 3 & - \\ f(1) = 4 & f(0) = -1 \quad f(2) = 1 \end{array}$$

7. שרטטו גרף של התאמה h המקיים:

א. תחום ההתאמה: $-3 \leq x \leq 3$

ב. קבוצת התמונות: $-1 \leq h(x) \leq 1$

ג. הגרף עובר דרך הנקודות $(0, 0)$ ו- $(2, 0)$

ד. למקור 1 יש תמונה שלילית

ה. למקור -3 יש תמונה חיובית

8. שרטטו גרף של התאמה p המקיימת:

א. תחום ההתאמה: $x \neq 1$

ב. $p(-3) = 2$, $p(2) = -3$

ג. הגרף אינו חותך את ציר ה- x .

9. מציאו את התחום של כל אחת מהפונקציות הבאות.

$y = \sqrt{9 - x^2}$

ח.

$y = \sqrt{x - 6}$

א.

$y = \sqrt{x^2 + 2}$

ט.

$y = \sqrt{x}$

ב.

$y = \sqrt{x^2 - 4}$

י.

$y = \sqrt{x + 5}$

ג.

$y = \sqrt{5 - x^2}$

יא.

$y = \sqrt{3 - x}$

ד.

$y = \sqrt{5 - x}$

יב.

$y = \sqrt{1 + x}$

ה.

$y = \sqrt{x^2}$

יג.

$y = -\sqrt{3 - x}$

ו.

$y = \frac{5 - x}{\sqrt{5 - x}}$

יד.

$y = \frac{3}{\sqrt{x - 2}}$

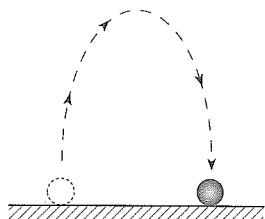
ז.

אתגר
 $y = \frac{3 + x}{\sqrt{x(x - 3)}}$



אתגר

10. כדור נזרק מן האדמה כלפי מעלה ונופל חזרה.



k היא התאמה המתאימה לזמן שעבר, את גובה הכדור מפני האדמה.

f היא התאמה המתאימה למרחק שהכדור עבר, את גובהו מעל פני האדמה.

g היא התאמה המתאימה לגובה הכדור מפני האדמה, את המרחק שעבר.

p היא התאמה המתאימה לזמן שעבר, את המרחק שעבר הכדור.

h היא התאמה המתאימה לזמן שעבר, את מהירות הכדור.

א. רק אחת מן ההתאמות איננה פונקציה. מיהי? נמקו.

ב. נסו לשרטט את הגרף של כל התאמה.

רמזים: כשזורקים כדור למעלה המהירות שלו בהתחלה גבוהה עד אשר מהירותו מגיעה לאפס ואז הוא מתחיל ליפול בחזרה. ככל שהוא נופל מהירותו גדלה.

הערה: בפיסיקה מסמנים את מהירות הכדור לכיוון אחד במספר חיובי ובכיוון השני במספר שלילי.



רישמו בצורה מפורשת, אם תוכלו כלומר בצורה $y = \dots$, את ההתאמות הבאות, והחליטו אם הן פונקציות או לא. דוגמא בעמוד הבא.

- מיצאו את תחום ההתאמה.
- נסו לשרטט סקיצה של הגרפים.

א.	$x + y = 16$	ח.	$x + y = x + 2$
ב.	$x - y = 16$	ט.	$x + y = y + 2$
ג.	$x^2 + y^2 = 16$	י.	$x - y = x + 2$
ד.	$x^2 - y^2 = 16$	יא.	$x - y = y + 2$
ה.	$(x + y)(x - y) = 16$	יב.	$x^2 + y^2 = x^2 + 2$
ו.	$(x + y)^2 = 16$	יג.	$x^2 + y^2 = y^2 + 2$
ז.	$(x - y)^2 = 16$	יד.	$x^2 - y^2 = x^2 + 2$

תשובות

א.	כן, כל המספרים.	ח.	כן, כל המספרים.
ב.	כן, כל המספרים.	ט.	לא, $x = 2$.
ג.	לא, $-4 \leq x \leq 4$.	י.	כמו ח'.
ד.	לא, $x \geq 4$ או $x \leq -4$.	יא.	כן, כל המספרים.
ה.	כמו ד'.	יב.	לא, כל המספרים.
ו.	לא, כל המספרים.	יג.	לא, $x = \pm \sqrt{2}$.
ז.	כמו ו'.	יד.	לא, ϕ .



כל משוואה בשני משתנים מייצגת
קשר בין שני משתנים.
לכן, היא מייצגת התאמה.
כדי לדעת יותר על ההתאמה,
כדאי לכתוב את התבנית
בצורה מפורשת. כלומר, בצורה
 $y = \dots$

דוגמא א': נתונה המשוואה $(x + y)^2 = y^2$
נכתוב אותה בצורה מפורשת:

$$x^2 + 2xy + y^2 = y^2$$

$$x^2 + 2xy = 0$$

$$2xy = -x^2$$

$$y = -\frac{x^2}{2x} \quad x \neq 0$$

$$y = -\frac{x}{2} \quad x \neq 0$$

האם ההתאמה היא פונקציה?
התוכלו לשרטט את הגרף שלה
בתחום $x \neq 0$?

קיבלנו התאמה פשוטה בתחום $x \neq 0$

נבדוק מה קורה כאשר $x = 0$.

במקרה זה אין לבצע חילוק.

נציב $x = 0$ במשוואה $2xy = -x^2$

לפני החילוק ב-0 ונקבל $0 \cdot y = 0$

כלומר ל $x = 0$ מתאים כל y שנבחר,

וזהו ציר ה- y .

האם ההתאמה היא פונקציה?
התוכלו לשרטט את הגרף שלה
בתחום כל המספרים הממשיים?

דוגמא ב'

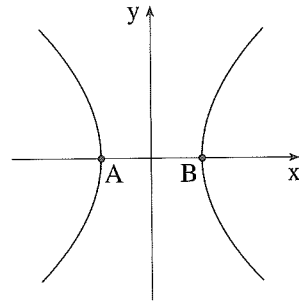
$$(x + y)(x - y) = 9$$

$$x^2 - y^2 = 9$$

$$y = \pm \sqrt{x^2 - 9}$$

קיבלנו ההתאמה.

גרף ההתאמה נראה כך:



מהו תחומה?

האם היא פונקציה?

התוכלו למצוא את שיעורי הנקודות המסומנות? הסבירו.

לעיל

רישמו בצורה מפורשת את הקשרים הבאים.

כיתבו את התחום והחליטו אם ההתאמה היא פונקציה.

$$x^2 + y = 2$$

ז.

$$x - y = 3$$

א.

$$y^2 + x = 2$$

ח.

$$xy = 6$$

ב.

$$(x + y)^2 = (x - y)^2$$

ט.

$$y(x + 1) = 3$$

ג.

$$(x + y)^2 = 16 + y^2$$

י.

$$xy + 3y = 3$$

ד.

הדרכה: השתמשו בחוק הפילוג, ופרקו לגורמים

$$(x + y)^2 = 2xy$$

יא.

$$x(y + 1) = 3$$

ה.

$$(x - y)(x + y) = (x - 1)(x + 1)$$

יב.

$$(x + 1)(y + 1) = 3$$

ו.



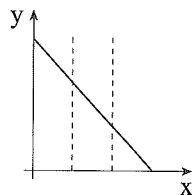
נחזור אל הדוגמא שלנו.
 לזווית בסיס במשולש שווה שוקיים נתאים את זווית הראש.
 קראנו להתאמה z .

למדנו על תחום התאמה.

מהו התחום במקרה שלנו?
 מחפשים את כל המקורות (x -ים) המתאימים לתוכן הבעיה.
 כבר גילינו ביחידה הקודמת כי זווית הבסיס אינה יכולה להיות בת 90° או יותר
 ובוודאי אינה יכולה להיות אפס או פחות.
 כל מספר בין 0 ל- 90 מתאים לזווית בסיס במשולש שווה שוקיים.
 לכן התחום המתאים לתוכן הבעיה הוא $0 < x < 90$.
 גם את הגרף שרטטנו בתחום זה (ראו עמוד 45).

למדנו מהי פונקציה.

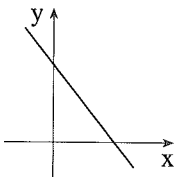
האם ההתאמה שלנו היא פונקציה?
 יש לבדוק אם לכל מקור בתחום מתאימה תמונה יחידה.
 נבדוק בתבנית $z(x) = 180 - 2x$
 כל x המקיים $0 < x < 90$ שנציב בתבנית, יתן תוצאה אחת - $z(x)$.
 נבדוק בגרף.



כל ישר המקביל לציר ה- y
 שנעביר, יפגוש את הגרף
 לכל היותר פעם אחת.
 לכן, ההתאמה שלנו היא פונקציה.

למדנו להתייחס אל הפונקציה בלי להתייחס לתוכן הבעיה.

ללא מגבלות הבעיה התחום לפעמים גדל והוא יהיה תחום ההצבה של התבנית.
 בדוגמא שלנו: התחום הוא כל המספרים.
 כיצד ישתנה הגרף?
 הוא ימשיך לשני הכיוונים.
 התוכלו להציע דרכים לבדוק שאכן זה הגרף?



4. התוכן המתמטי של פונקציה



גבולות רחבים לתבנית מוכרת

כבר ראינו כי יש פונקציות שאינן מתארות בעיות. כאשר פונקציה מתארת בעיה, גם אז אפשר להתייחס אל התבנית שלה בלי להתייחס לבעיה. התוכלו לתת דוגמאות? התבנית $y = (17 - 2x)^2 \cdot x$ תארה את הקשר בין גובה של קופסה, ונפחה. נתעלם מן הסיפור ונתייחס אל הקשר בין המשתנים x ו- y כקשר מתמטי בלבד.

נקרא לפונקציה בשם g .

מהו תחום הפונקציה g ?

במחשב אי אפשר לשרטט את גרף הפונקציה g בכל תחומה. מדוע? נבחר בגבולות מסויימים: $-2 \leq x \leq 15$ $-600 \leq y \leq 600$ נסו לשער, תחילה ללא שרטוט, איך ייראה הגרף של g בגבולות אלו? שרטטו ובידקו.

השאלות הבאות מתייחסות לפונקציה g בתחום המשורטט בלבד.

1. השלימו (השתדלו לדייק):

$$g(\text{_____}) = -162 \quad g(12) = \text{_____} \quad g(-1) = \text{_____}$$

שרטטו במחברותיכם סקיצה של הגרף וסמנו את הנקודות.

2. כמה תמונות יש לכל מקור? נמקו.

3. כמה מקורות יש לתמונה 200?

4. מיצאו תמונה שיש לה מקור אחד בלבד. סמנו את הנקודה המתאימה על הגרף. התוכלו למצוא נקודה נוספת ברביע אחר?

5. התוכלו למצוא תמונות שיש להן שני מקורות בדיוק? אם לא, הסבירו. אם כן, מהן?

6. סמנו על ציר ה- y את הקטע המתאר את כל התמונות שיש להן שלושה מקורות.

7. התוכלו למצוא מספר על ציר ה- y שאינו תמונה אפילו של מקור אחד? הסבירו.

8. רישמו מקור ותמונה של נקודות המפגש של הגרף עם ציר ה- x .

9. נכון או לא נכון? נמקו בשתי דרכים.

א. $g(0) = 0$

ב. $g(3) < g(10)$

ג. $g(8.6) < 8$

ד. כאשר x גדל מאוד גם $g(x)$ גדל מהר מאוד (התייחסו לפונקציה בכל תחומה).

ה. הנקודה $(10.25, 125)$ נמצאת על הגרף.

10. כמה פתרונות יש למשוואות הבאות? הסבירו.

א. $(17 - 2x)^2 \cdot x = 100$ ב. $(17 - 2x)^2 \cdot x = -100$

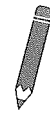
ג. $(17 - 2x)^2 \cdot x = 0$

אתגר

א. מיצאו נקודות על הגרף ששיעור ה- x שלהן שווה לשיעור ה- y שלהן.

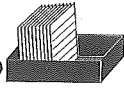
ב. כמה נקודות כאלה יש? התוכלו להוכיח?

נלמד מן התבנית



בפעילות זו נחקור את הפונקציה $f(x) = 1 - x^2$ ללא עזרת מחשב

1. מהו תחום הפונקציה?
2. הכינו טבלה קצרה לפונקציה ורישמו תכונות שמצאתם.
תוכלו להוסיף לטבלה מספרים בהתאם לממצאים שתקבלו בהמשך.
3. מהן נקודות המפגש של הגרף עם ציר ה- y ? עם ציר ה- x ?
הסבירו כיצד מצאתם.
נסחו את השאלה באופן אחר (במונחים של מקור ותמונה או בסימנים מתמטיים).
4. כמה מקורות יש ל-35? ל-50? ל-20? ל-1?
נמקו. התוכלו למצוא אותם?
5. מהו המקור שתמונתו הגדולה ביותר? שתמונתו הקטנה ביותר?
כיתבו בסימנים מתמטיים והסבירו.
6. כמה מקורות יש לכל תמונה? הסבירו.
7. לאילו מקורות יש תמונות חיוביות? שליליות?
כתבו בסימנים מתמטיים והסבירו.
8. מה תוכלו לומר על התמונה (או התמונות) במקרים הבאים. נמקו כל מקרה.
 - א. המקור הוא מספר בן -1 ל-1.
 - ב. המקור גדול מ-10.
 - ג. המקור הוא מספר זוגי.
 - ד. המקור הוא מספר אי זוגי.
 - ה. המקור שלילי.
9. שרטטו סקיצה של הגרף, סמנו מספרים רק על יד נקודות המפגש שלו עם הצירים. על אילו מהשאלות הקודמות תוכלו לענות בעזרת הסקיצה, ללא התבנית?



I התבנית של מים מים בששון

למטה גרף ההתאמה: $p(x) = 1000 - 20x$ (התבנית של "מים מים בששון")

$$-50 \leq x \leq 100$$

בגבולות:

$$-1000 \leq y \leq 2000$$

כל אחת מהשאלות הבאות מנוסחת בשני אופנים
מצא זוגות של שאלות שקולות, והשב עליהן.

(1) $p(30) = ?$

א. התמונה 30. מהו המקור?

(2) פתרו $1000 - 20x = 30$

ב. התמונה 0, מהו המקור?

(3) $p(x) = 0$. מהו x ?

ג. המקור 30. מהי התמונה?

(4) $p(x) < 0$. מה ידוע לכם על x ?

ד. אם המקור שלילי,

מה ניתן לומר על התמונות?

(5) $p(0) = ?$ א. אם התמונה שלילית מהם המקורות?

(6) $x < 0$. מה ידוע על $p(x)$?

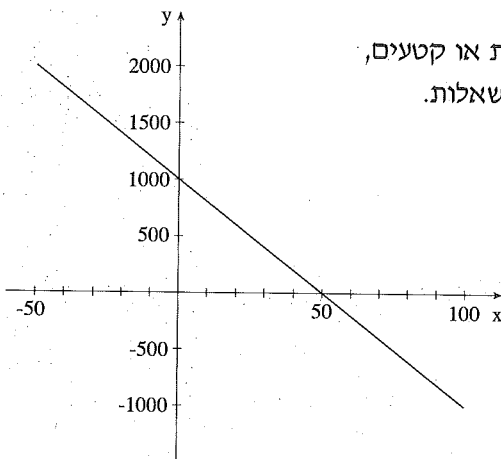
ו. מהי נקודת החיתוך עם ציר ה- y ?

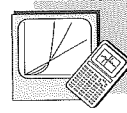
- סמנו במערכת הצירים נקודות או קטעים,

המייצגים תשובות לזוגות השאלות.

רישמו את מספר השאלה

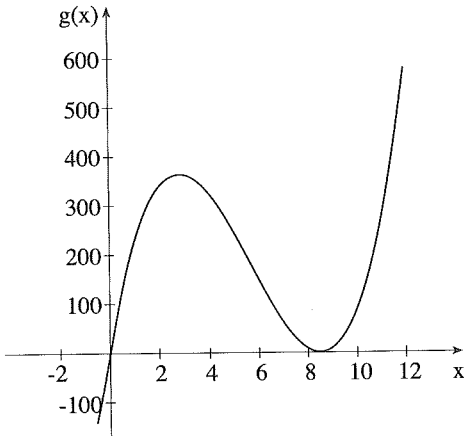
על יד כל נקודה או קטע.





II. צמצום הגבולות

לפניכם גרף הפונקציה $g(x) = (17 - 2x)^2 \cdot x$



בגבולות: $-2 \leq x \leq 12$
 $-100 \leq y \leq 600$

דני ניסה להעתיק למסך המחשב את הגרף של הפונקציה הזאת, אבל לא שם לב לגבולות.

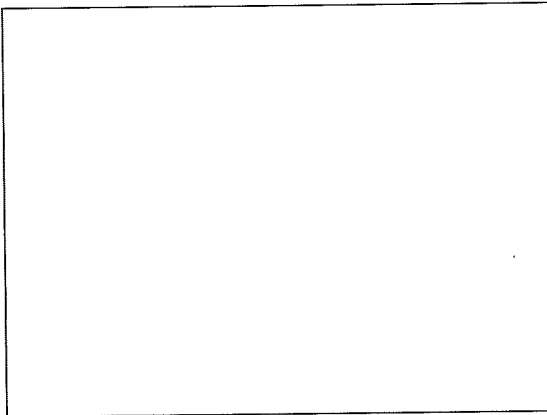
במערכת הצירים במחשב של דני היו באותה עת הגבולות הבאים:

$$5 \leq x \leq 10$$

$$50 \leq y \leq 100$$

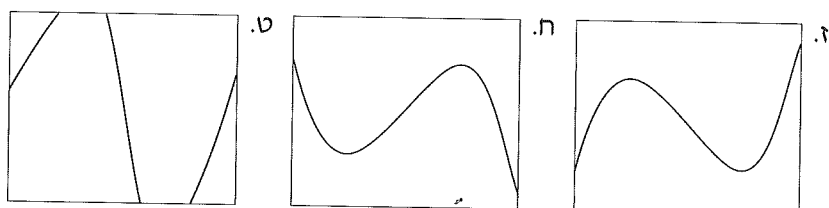
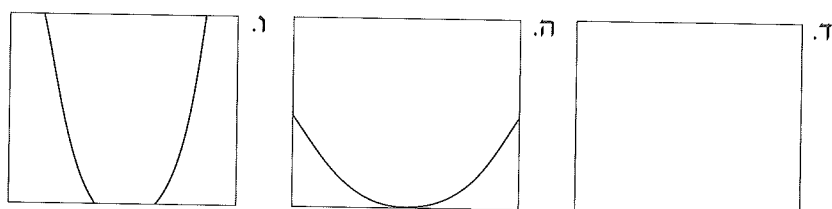
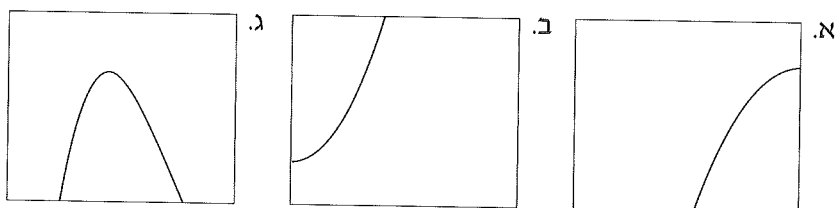
נסו לשרטט, ללא מחשב, במלבן הנתון את התמונה שקיבל דני על מסך המחשב.

בידקו במחשב.



1. שנו את גבולות השרטוט כדי לקבל שרטוטים שונים.
נסו להבין מדוע נראה השרטוט כפי שנראה בגבולות שבחרתם.

2. שנו, אם אפשר, את גבולות השרטוט כדי לקבל על מסך המחשב את התמונות הבאות.
רישמו את הגבולות (בסעיפים שהצלחתם).



שימו לב! התמונות בעמוד זה מכילות את הגרף בלבד.
מסך המחשב עשוי להכיל בנוסף, את הצירים.

לעיתים ברצוננו להסתכל על קטע של הגרף דרך "זכוכית מגדלת".
לשם זה מכניסים קטע זה לחלון ו"מנפחים" את החלון לגודל המסך (ZOOM).

במחשבון גרפי

ZOOM

BOX

יופיע הגרף עם הסמן בצורה + .
הביאו את הסמן על ידי החיצים
לפינת החלון שברצונכם ליצור.

במחשב

F6

זום
או

Alt

+ ↵

א. צרו חלון

ENTER

הסמן + יהפוך ל- □

ב. הזיזו את החלון .
למקום הרצוי
↑ → ↓ ←

המשיכו ליצור את החלון לשני

Num lock

↑ → ↓ ←

ג. הגדילו או הקטינו

הכיוונים על ידי החיצים.

את החלון כרצונכם. (החיצים בצד ימין של
המקלדת).

ENTER

אל תלחצו על

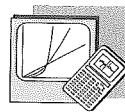
עד שתחליטו על גודל החלון.

ENTER

F10

ד. בצעו את הניפוח

3. נסו לקבל את השרטוטים של שאלה 2 בעזרת זום.



III. הגרף שהלך לאיבוד

כאשר נתונה תבנית של פונקציה, שאינה מתייחסת לבעיה, קשה לעיתים לבחור את גבולות השרטוט כדי לראות את הגרף האופייני. בפעילות זו נלמד דרכים להתגבר על חלק מהקשיים.

1. א. שרטטו במחשב את גרף הפונקציה $f(x) = (x - 12)(x + 13)$

במערכת צירים סטנדרטית*.

מה קרה?

ב. חשבו $f(0)$. היכן נמצאת נקודה זו במערכת הצירים?

ג. מהם המקורות אשר תמונתם אפס.

היכן נמצאות נקודות אלו במערכת הצירים.



תזכורת:

מכפלה שווה לאפס

אם אחד הגורמים הוא אפס.

ד. שנו בעזרת מידע זה את גבולות השרטוט ושרטטו את הגרף.

ה. חשבו ללא עזרת הגרף את $f(10)$, ואת $f(-10)$.

בידקו במחשב.

ו. מהם שיעורי הנקודה על הגרף שתמונתה הקטנה ביותר?

* במחשב, הכוונה למערכת הצירים הראשונית על המסך.

במחשבון הגרפי הכוונה למערכת הצירים המתקבלת על ידי

2. א. חיזרו למערכת צירים סטנדרטית ושרטטו את גרף הפונקציה.

$$f(x) = \frac{x^2 + 25}{x}$$

ב. השיטה של תרגיל 1 אינה מתאימה כי הפונקציה אינה פוגשת את הצירים. הסבירו מדוע.

ג. הכינו טבלה קטנה של מספרים והחליטו על פיה על גבולות מתאימים לגרף.

שרטטו סקיצה של הגרף והשוו עם הגרפים של חברים.
כמה מקורות יש לדעתכם לתמונה 100?

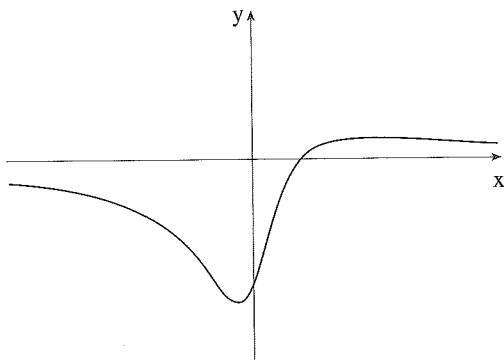
3. א. מיצאו את הגרף האופייני לפונקציה $y = x^2 + 10$ ללא מחשב.

נסו לשכנע בעזרת התבנית כי זהו אכן הגרף האופייני.
בידקו בעזרת המחשב.

ב. חיזרו על א. לגבי הפונקציה $y = (x - 10)^2$.

4. מיצאו גבולות מתאימים כדי שגרף הפונקציה $y = \frac{x - 5}{x^2 + 20}$

יראה על מסך המחשב כך:



שימו לב:

לא תמיד יש להגדיל את הגבולות
כדי לראות טוב יותר.





ללא מחשב ומחשבון

ההילוך על הגרף במחשב או במחשבון
מאפשר בקלות למצוא הפתרון.
תמונה למקור או מקור לתמונה,
בעזרת הסמן ימצאו במהרה.

אך איך נמצא הפתרון
אם בידינו רק עפרון,
ואין מחשב ואין סמן
ואין שרטוט של גרף ההתאמה?

כשנתון המקור ותמונה מחפשים,
בתבנית המספר את המקור **מצויבים**.
וכשנתונה התמונה ושואלים על המקור,
אז **משוואה** עלינו **לפתור**.

אך יש משוואות מסוגים שונים
שאותן לפתור איננו יודעים.
במקרים כאלה, נוכל לפעמים,
למצוא פתרון על-ידי שיקולים.

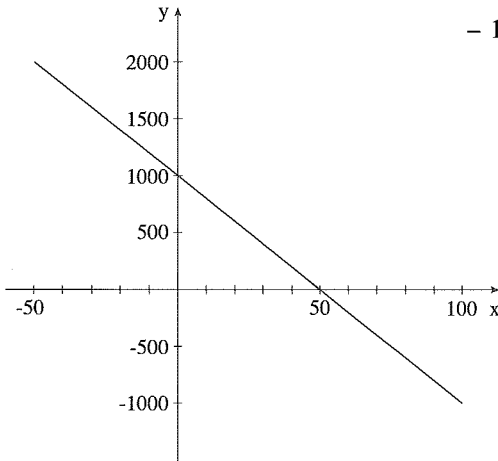


1. לפניכם גרף הפונקציה: $p(x) = 1000 - 20x$

(התבנית של "מים מים בששון")

בגבולות: $-50 \leq x \leq 100$

$-1000 \leq y \leq 2000$



א. השלימו: $p(-20) = \underline{\hspace{2cm}}$ $p(30) = \underline{\hspace{2cm}}$ $p(75) = \underline{\hspace{2cm}}$

ב. $p(x) = 1100$ מהו x ?

ג. $p(x) = 0$ מהו x ?

ד. כמה תמונות יש לכל מקור?

ה. כמה מקורות יש לכל תמונה?

ו. הנקודה $(-200, 60)$ נמצאת על הגרף. בידקו. הביעו מידע זה בדרכים רבות ככל האפשר.

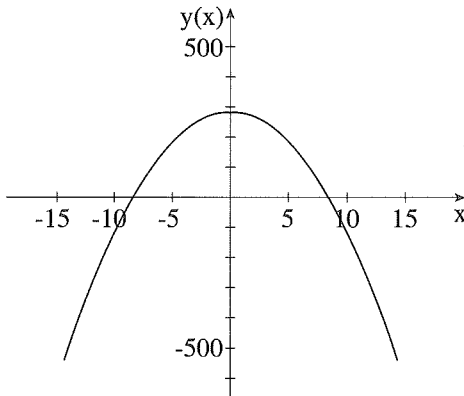
ז. האם הנקודה $(-24, 1500)$ נמצאת על הגרף? נמקו.

ח. כשמציבים בתבנית $x = -30$ מקבלים כתוצאה: $1000 - 20 \cdot \boxed{-30} = 1600$ הביעו מידע זה בשתי דרכים נוספות.

2. לפניכם גרף ההתאמה: $y(x) = 289 - 4x^2$

בגבולות: $-15 \leq x \leq 15$

$-500 \leq y \leq 500$



א. השלימו: $y(-12) = \underline{\hspace{2cm}}$ $y(12) = \underline{\hspace{2cm}}$ $y(-3) = \underline{\hspace{2cm}}$

ב. מיצאו מקורות לתמונה -195.

ג. מיצאו מקורות לתמונה 100.

ד. מיצאו תמונה שיש לה מקור יחיד. מיהו?

ה. $y(x) = 0$. מהו x ?

ו. סמנו על הגרף את כל המידע שאספתם בסעיפים א' - ה'.

ז. כמה תמונות יש לכל מקור? הסבירו.

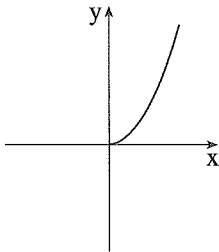
ח. כמה מקורות יש לכל תמונה? הפרידו בין שני מקרים.

ט. מהי התמונה של המקור 10? כיתבו בסימנים מתמטיים.

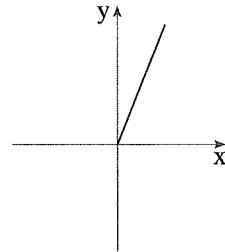
י. האם הנקודה $(10, -110)$ נמצאת על גרף ההתאמה? נמקו.

3. לפניכם גרפים של בעיות בהן עסקנו.
 המשיכו את שרטוט הגרפים בתחומים רחבים יותר, העזרו בתבנית הכתובה
 מעל לכל גרף.
 נסו להפעיל שיקולים על התבנית, במקום להכין טבלה.

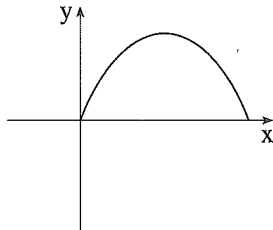
ב. $s(x) = x^2$



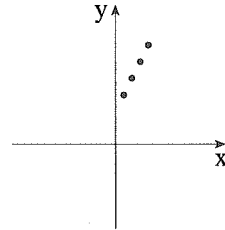
א. $n(x) = 4x$



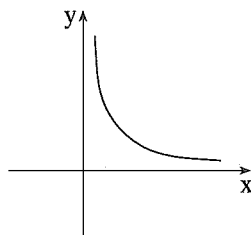
ד. $g(x) = (30 - 2x)x$



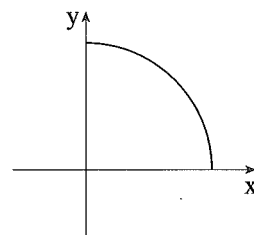
ג. $m(x) = 2x + 4$



ו. $l(x) = \frac{12}{x}$



ה. $x^2 + y^2 = 100$



4. נתונה ההתאמה $g(x) = x^2$

א. נסחו במילים את ההתאמה.

ב. חברו שני סיפורים שונים המתאימים להתאמה זו.
האם לשתי הפונקציות אותו תחום?

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{1-x}$

א. מהו תחומה?

ב. לאיזה מן המקורות הבאים יש התמונה הגדולה ביותר?

4, -10, $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{3}$, $-\frac{3}{4}$, -1, $-\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, -3, 2

עדיף להפעיל שיקולים על התבנית על פני חישוב.

6. נתונה ההתאמה $f(x) = -x^2$

א. דוגמא: $f(-3) = -(-3)^2 = -9$

חשבו $f(-1)$, $f(-2)$, $f(2)$, $f(3)$

ב. מיצאו, אם אפשר, את המספרים בתחום אשר תמונותיהן הן:

-16, 0, -9, 25, -1.69, -5

ג. נסו לשרטט סקיצה של גרף ההתאמה.

ד. חשבו $-f(a)$, $f(-a)$, $f(a)$

אתגר

שתיים מן התמונות שמצאתם ב-ד', שוות. מי הן?
מה משמעות הדבר לגבי גרף הפונקציה?

7. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 - 4$.

א. חשבו $f(0)$, $f\left(\frac{1}{2}\right)$, $f(-1)$, $f(-2)$, $f(-6)$.

ב. מיצאו את כל המקורות שתמונתם חיובית.

ג. חשבו $f(a)$, $f(3a)$, $f(a+2)$, $f(-a)$, $f(a^3)$, $f(4a-1)$.

ד. מצא מקורות לתמונות הבאות: 0, 1.

8. נתונה הפונקציה $g(x) = 2x^2 - x$.

חשבו $g(a)$, $g(2a)$, $g(a-1)$, $g(-a)$, $g(a^3)$, $g\left(\frac{a}{2}\right)$.

9. נסו לחקור את הפונקציה $y = x^2 - 9$.

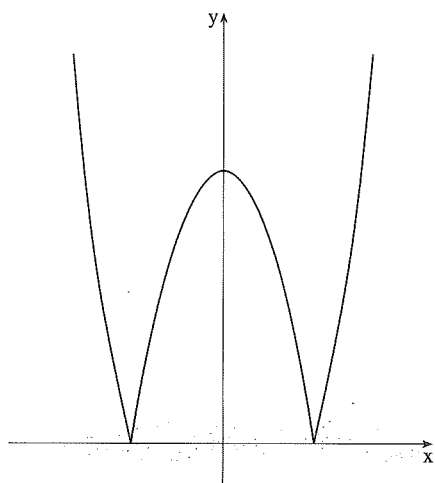
כתבו שלוש תכונות שלה.

בססו את הממצאים בדרכים שונות.

אתגר

10. לפניכם גרף הפונקציה

$$f(x) = |x^2 - 10|$$



א. חשבו את המקורות שתמונתם 0.

סמנו נקודות מתאימות על הגרף.

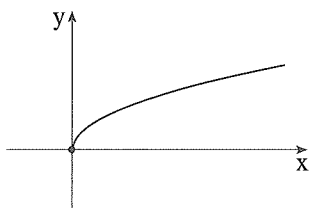
ב. חשבו את התמונה של 0, וסמנו

נקודה מתאימה על הגרף.

ג. בדקו על פי הגרף

כמה מקורות יש ל-6?

ד. מיצאו את המקורות של 6 בדרך אלגברית.



11. בשרטוט סקיצה של גרף ההתאמה:

$$f(x) = \sqrt{x}$$

סמנו לגבי הטענות הבאות נכון או לא נכון?

א. $f(4) = 2$

ב. תחום ההתאמה הוא קבוצת המספרים החיוביים.

ג. $f(9) = \sqrt{9} = \pm 3$

ד. אם a חיובי אז $\sqrt{a}$ חיובי.

ה. $f(-9) = -3$

ו. $\sqrt{x} \geq 0$

ז. לכל מקור b יש שתי תמונות שהן מספרים נגדיים.

ח. לכל תמונה של f יש מקור יחיד.

- שרטטו בעזרת הגרף של f סקיצה של גרף הפונקציה:

$$g(x) = -\sqrt{x}$$

12. לפניכם גרף הפונקציה

$$f(x) = x^3 + x^2 - 6x$$

א. מיצאו את שיעורי הנקודות A ו-B.

ב. השלימו את שיעורי הנקודות:

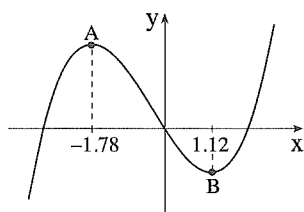
C(2,) ו-D(-3,) וסמנו את

מקומן על הגרף.

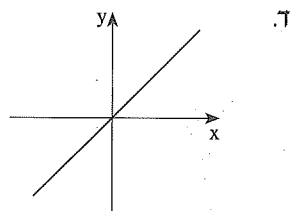
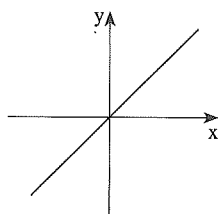
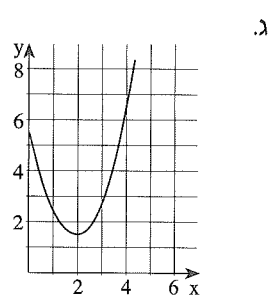
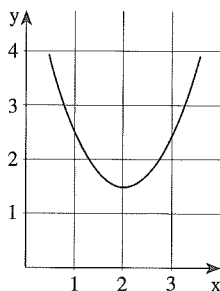
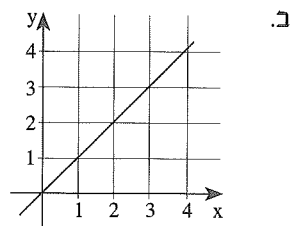
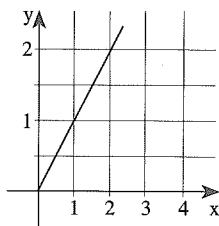
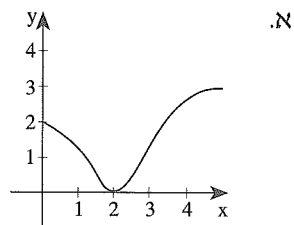
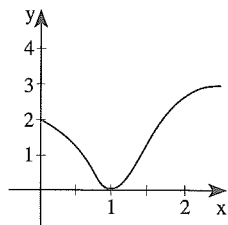
ג. כמה מקורות יש ל-1?

מיצאו אותם, בערך, מהגרף. בידקו אומדנכם על ידי הצבה בתבנית.

ד. כמה פתרונות יש למשוואה $x^3 + x^2 - 6x = 0$? הסבירו.



13. לפניכם זוגות של פונקציות המתוארות באופן גרפי.
באילו מן הזוגות מתוארות לדעתכם אותן פונקציות?





14. נתונות הפונקציות הבאות.

מיצאו את התמונה של המקור (-1) .

מיצאו את המקור/מקורות שתמונתם 4, אם ישנם כאלה.

$y = \frac{1}{2}x^3$	ז.	$y = 5x - 6$	א.
$y = (x + 4)^2$	ח.	$y = x^2 - 32$	ב.
$y = \frac{1}{x - 3}$	ט.	$y = (x + 2)(x - 2)$	ג.
$y = 3 - \frac{1}{2}x$	י.	$y = \frac{1}{x}$	ד.
$y = 6 - x^2$	יא.	$y = 4 + 7(x - 2)$	ה.
$y = -x^2$	יב.	$y = \frac{1 - x}{3}$	ו.

תשובות

המקור/מקורות שתמונתם 4.		התמונה של -1 .	
ז. 2	א. 2	ז. $-\frac{1}{2}$	א. -11
ח. -6, -2	ב. 6, -6	ח. 9	ב. -31
ט. $3\frac{1}{4}$	ג. $-\sqrt{8}, \sqrt{8}$	ט. $-\frac{1}{4}$	ג. -3
י. -2	ד. $\frac{1}{4}$	י. $3\frac{1}{2}$	ד. -1
יא. $-\sqrt{2}, \sqrt{2}$	ה. 2	יא. 5	ה. -17
יב. אין.	ו. -11	יב. -1	ו. $\frac{2}{3}$



המריבה הגדולה

- א. תבנית של התאמה פתחה במריבה, ו. כדי להראות
"אני פה הכי חשובה." כראוי וכיאות
בלעדי לא תהיה התאמה, הוא יבוא לגלות
והתלמידים לא ילמדו מאומה." בי את הגבולות.
- ב. בא גם הגרף, ז. אז בואי נלך יחדיו
מרים את האף. ונגרש מן השעור את הגרף."
"אני חשוב יותר אך לא נאה לה לתבנית
בלעדיך נסתדר." וכה אמרה הגאותנית:
- ג. הצטרפה גם הטבלה, ח. "אני בלעדיך מסתדרת
צחקה וצהלה. אבנה לי טבלה אחרת
"אולי אתה חשוב יותר, בעזרת הצבות.
אך בלעדי, אותך אי אפשר לצייר." איני צריכה ממך טובות."
- ד. הבין הגרף שאין לו ברירה ט. ורק תלמיד חכם
הלך אל התבנית וביקש עזרה, הרגיע את כולם
"נלך יחדיו אל המחשב" "כולם פה הכי חשובים
ובטבלה לא נתחשב." וזה בזה משולבים.
- ה. אבל הטבלה לא נבהלה י. עם כל אחד לחוד על ההתאמה אלמד.
ואת התבנית היא שאלה: אך טובים השניים מן האחד
"כאשר לא יראה על מסך המחשב והיעיל ביותר, כולם להתעמק
האם הגרף בי לא יתחשב? כי החוט המשולש לא במהרה ינתק".



בהסטוריה של המתמטיקה השתנתה ההגדרה של פונקציה מספר פעמים.
ההגדרה של פונקציה כפי שמתמטיקאים מקבלים אותה כיום היא בערך כך:

פונקציה היא התאמה בין שתי קבוצות, (לאו דוקא קבוצות של מספרים).
לכל איבר מן התחום, מתאים איבר יחיד מן הטווח.
בקיצור, לכל מקור מתאימה תמונה יחידה.
התחום הוא קבוצת המקורות, והטווח מכיל את קבוצת התמונות.

פונקציה כפי שמתמטיקאים מגדירים אותה היא מושג כללי יותר מן המושג שבו עסקנו, ומכילה הרבה יותר דוגמאות.

א. אנו עסקנו בפונקציות אשר בדרך כלל אפשר לתאר אותן בתבניות אלגבריות.
קיימות פונקציות רבות שלא ניתן או קשה מאוד לתארן בתבנית אלגברית.

לדוגמא:

נתאים לזמן בשנת תשנ"ה את גובה פני המים בכנרת.
(ישנם מכשירים אשר רושמים גרף של פונקציה כזו).
בדרך כלל אי אפשר למצוא תבנית המתאימה לגרף כזה.

ב. אפשר להגדיר התאמה בין קבוצות שהן

לאו דווקא קבוצות של מספרים.

לדוגמא:

לנקודה $(2, 3)$ מתאימה

בהתאמה זו הנקודה $(-2, 3)$

מה מתאים לנקודות הבאות:

$(0, 4)$ $(-5, 0)$

$(-5, -7)$ (a, b) ?

מהו תחום ההתאמה?

נתאים לכל נקודה במישור

את השיקוף שלה בציר ה- y .

האם ההתאמה היא פונקציה?

לכל

1. ההתאמה f מתאימה לכל נקודה במישור את השיקוף שלה בישר $y = x$.

א. סמנו במערכת צירים את המקורות הבאים

$(5, 2)$ $(-1, -3)$ $(-4, 1)$ $(3, -3)$ $(2, 2)$

ומיצאו את תמונותיהם.

אם אתם מתקשים, קפלו את הדף לאורך הישר $y = x$, נעצו סיכה בנקודה הנתונה ועיי כך תקבלו את התמונה המתאימה.

ב. מהי התמונה של (a, b) ?

ג. מהו המקור שתמונתו $(4, -1)$?

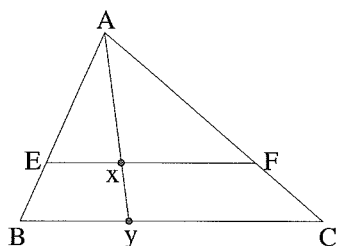
ד. האם ההתאמה היא פונקציה?

2. נתאים לכל קטע במישור את נקודת האמצע שלו.

א. מהי התמונה של הקטע מ -5 עד 9 על ציר המספרים?

ב. שרטטו שלושה מקורות לנקודה $x = -1$ על ציר המספרים.

ג. מהו תחום ההתאמה? מהי קבוצת התמונות?



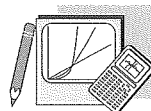
3. נתון משולש ABC. EF מקביל ל-BC. ההתאמה h מתאימה לכל נקודה x , הנמצאת על הקטע EF, את נקודת החיתוך של Ax עם הקטע BC.
 $y = h(x)$

- א. השלימו: $h(E) = \underline{\hspace{2cm}}$ $h(\underline{\hspace{2cm}}) = C$
 ב. האם h היא פונקציה? נמקו.
 ג. כמה מקורות לכל תמונה בהתאמה h ?
 ד. נקרא לנקודת אמצע הקטע BC בשם G. מהו המקור שתמונתו G?

4. לפניכם משפט שהוצפן בשיטת א-ת ב-ש (במקום א' נרשום ת' במקום ב' נרשום ש' וכו').
 צהפוט "ת-א ש-ב" צפת שזהי ופטדהמצ ציאתמיצ כלכ תפא יתפאמפא צת"ש, תפא תסגא.

- א. פענחו את המשפט.
 ב. רישמו תחום וקבוצת תמונות.
 ג. אם נהפוך תחום לטווח וטווח לתחום, ונתאים לכל תמונה את המקור שלה. מה נקבל?

5. תנו דוגמאות נוספות לפונקציות שמקורותיהן או תמונותיהן אינם מספרים.



עברית קשה שפה

לכיתה ט' נכנסו מספר עולים חדשים.
רגינה הביאה לכיתה דף עם סימונים מתמטיים

1.	$f(-2) = 3$	אתגר
2.	$h(-5) = 0$	6. $k(4) = p(4)$
3.	$l(0) = 2$	7. $t(-3) < p(-3)$
4.	$f(1) > 5$	8. $f(2) > g(3)$
5.	$m(0) < 0$	

וביקשה לתרגם אותם לשפה של מקור ותמונה.

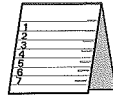
א. עזרו לרגינה בתרגום.

ב. בכל סעיף שרטטו גרף של פונקציה מתאימה או של פונקציות מתאימות בכל סעיף כך שהתנאי הרשום יתקיים.

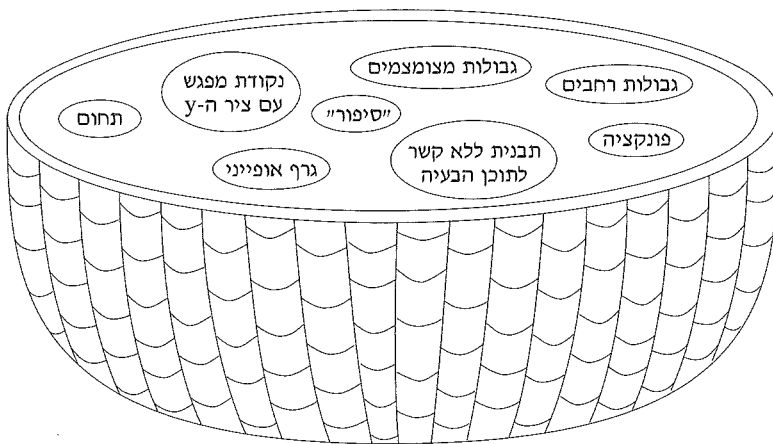
ג. בכל סעיף מיצאו תבנית או תבניות כך שהתנאי יתקיים.

שימו לב! התבנית אינה חייבת להיות מתאימה לגרף שמצאתם.

נקודה למחשבה! איזו הצגה אתם מעדיפים כדי להראות שהתנאי מתקיים?



בחרו אחת התבניות שעסקנו בהן וחברו לה סיפור חדש.
 כיתבו דף עבודה על הסיפור.
 השתמשו במילים מן הסל.





למדנו להרחיב את גבולות הפונקציה, ולהתייחס אל התוכן המתמטי שלה ללא התייחסות לסיפור.

דוגמא מלווה

נתאים לזווית בסיס במשולש שווה שוקיים את זווית הראש.

$$\text{התבנית } y = 180 - 2x$$

$$\text{דוגמאות: } f(100) = -20$$

$$f(-20) = 220$$

המקורות והתמונות בדוגמאות אלו אינם שייכים לסיפור אך הם משמעותיים מבחינה מתמטית, לאחר הרחבת הגבולות.

למדנו לצמצם את הגבולות ולהתייחס אל חלק קטן של הפונקציה.

$$\text{דוגמא: } -20 \leq x \leq 20$$

$$220 \leq y \leq 140$$

בדוגמא שלנו ככל שנשנה את הגבולות הגרף תמיד ייראה ישר.

למדנו לחפש את מערכת הצירים המתאימה כדי לראות גרף אופייני.

בדוגמא שלנו הבעיה הנחתה אותנו למערכת צירים מתאימה.

A full-page sheet of white graph paper with a uniform black grid. The grid consists of small squares, approximately 1 cm by 1 cm each. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The lines are thin and evenly spaced, forming a clean, professional-looking template for drawing or calculation.

[illegible][illegible]

