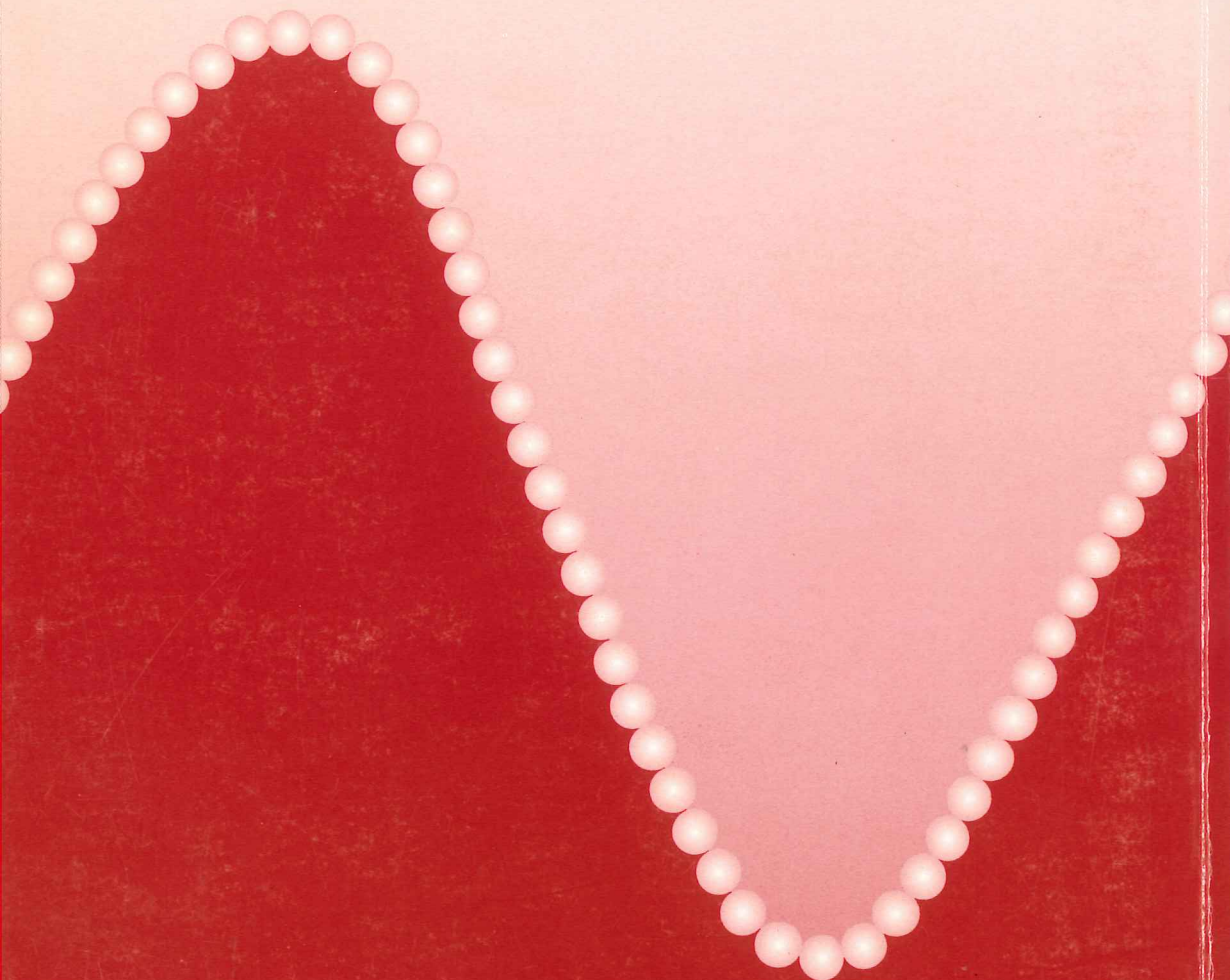


פונקציות



הפונקציה הקווית



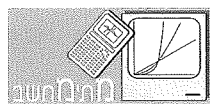
חלק ג

מהדורת ניסוי

המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע



פונקציות



הפונקציה הקווית

מהדורת ניסוי



המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע



יוצא לאור בימסגרת

המרכז הישראלי להוראת המדעים ע"ש עמוס דה-שליט

מיסודם של

משרד החינוך, התרבות והספורט, האוניברסיטה העברית בירושלים ומכון ויצמן למדע, רחובות

גופתו (גוף) אלוהי ואלוהי כמות ט' (גשן"ד, גשן"ה)
באלוהים בני-עקובא ג"א, בבית-הספר האצורי בגבע
בני ובית-הספר אבד, ג"א, על שטח הפדואה והנחנה
שאלו כאלו אלוהי מליכסוה הניסוי
דרכי האלוהי וההוראה שזבש כמות אלה הן מרכיב יסודי
בפיקי פונקציות מליכסוה

חיברו:

צפורה רזניק
רנה הרשקוביץ

עזרו:

בתיה עמית
אלכס פרידלנדר
מיכל טבח

ייעוץ:

טומי דרייפוס
ברוך שוורץ

עריכה לשונית:

נגה ואן דורמולן – אברהמי

הדפיסה וערכה במחשב:

יפית לוי

גרפיקה ממוחשבת (שרטוטים):

חגית נתן
חנה וגה

עיצוב והפקה:

אגי (רחל) בוקשפן

אין לשכפל, להעתיק, לצלם, להקליט, לתרגם, לאכסן במאגר מידע, לשדר או לקלוט בכל דרך או אמצעי אלקטרוני, אופטי או מכני או אחר כל חלק שהוא מהחומר שבספר זה. שימוש מסחרי מכל סוג שהוא בחומר הכלול בספר זה אסור בהחלט אלא ברשות מפורשת בכתב מהמוציא לאור.

©

כל הזכויות שמורות
מכון ויצמן למדע

נדפס בישראל תשנ"ו - 1996
הרצות פילמים - גרפאור בע"מ
דפוס ניידט בע"מ

מהדורה מתוקנת - 1998

אל התלמידים,

בסדרת החוברות **מתימחשב - פונקציות** תעסקו במושג הפונקציה שהוא אחד המושגים היסודיים במתמטיקה ובמדעים. החומר מהווה איפוא בסיס להמשך לימודי המתמטיקה והמדעים בחטיבה העליונה.

ברוב המקרים תגלו את התכונות השונות של פונקציות וכן דוגמאות רבות ומגוונות של פונקציות, תוך כדי עבודת צוותים בתהליכי חקירה ופתרון של סיטואציות בעיה שהיקפן רחב.

תגלו כי השימוש במחשב או במחשבון הגרפי, שהוא מרכיב חשוב ב**מתימחשב - פונקציות**, מגביר את יכולתכם וגם את עצמאותכם בתהליכי החקירה והפתרון של הסיטואציות השונות.

תוכלו לראות כי רוב החומר בכל יחידה נמצא כבר בפעילויות הראשונות בה. הפעילויות הנוספות בכל יחידה מהוות לכן מאגר לחזרה ולהעמקה נוספת.

רנה הרשקוביץ

ראש פרויקט **מתימחשב**

ביאור סמלים

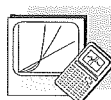
תחילת יחידה לימוד מצוינת על-ידי מספר. לדוגמה 3.

יחידת לימוד כוללת:

פעילות אחת או שתיים מרכזיות המכילות את כל חומר הלימוד של היחידה.

סמלים בתוך הפעילות:

פעילות לעבודה עם מחשב או עם מחשבון גרפי.



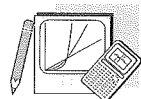
פעילות מומלצת לעבודה ללא מחשב או מחשבון גרפי.



פעילות למחשב בלבד.



פעילות מתאימה לעבודה עם כלי טכנולוגי או בלעדיו.



ינשוף המסכם ומזכיר נשכחות.



קשיים צפויים בפעילות! המגדלור מאיר כיוון.



פעילות או חלק מפעילות לרמה גבוהה.



אתגר נוסף הקשור לפעילות, לתלמידים שסיימו אותה.



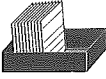
סמלים בתוך היחידה:

דיון וגיבוש של הנושאים המתמטיים בפעילות.

בזקבז

לבחירה בלבד.

פז/זוזז נוספו



משימות קצרות יחסית, חלקן קשורות לפעילויות הרחבות. המשימות מתאימות לעבודת בית ואינן מחייבות שימוש בכלי טכנולוגי.



סיכום ביניים בחרוזים.



פיתוח מיומנויות מתמטיות.

שימרו על כושר



קריאת חומר מתמטי המלווה בשאלות מנחות ובשאלות הבודקות את הבנת הקריאה, ויישום החומר הנלמד בה.

קריאה לענה



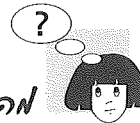
הזדמנות לחשיבה מחדש על מושגים ותהליכים שעלו בפעילויות.

בלאשבה לאזור



סיכום קצר של הנלמד ביחידה.

מה לענו



חיבור דף פעילות תוך שימוש בסל המושגים שנלמדו לאחרונה.
פעילות פתוחה.

עבודת האופל בזי

עבודת האופל בזימה



פרק 1

הפונקציה הקווית

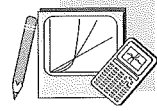
1. שיפוע של ישר

2. התבנית של פונקציה קווית

3. עוד על a ועל b

4. חיפוש התבנית $y = ax + b$

1. שיפוע של ישר

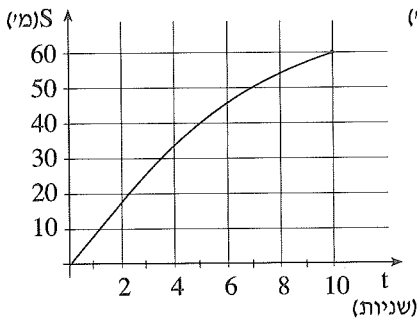


ארבעה רצים

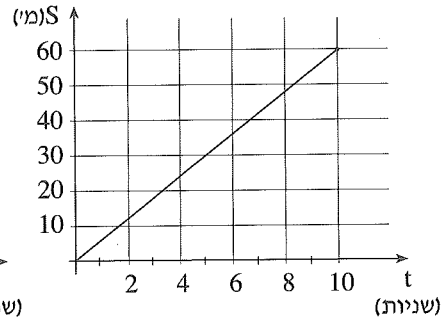
ארבעה תלמידים התחרו בריצה בשיעור התעמלות. תחילה רצו ריצת חימום. משהגיעו כולם באותה שנייה לנקודת הזינוק, החלה המדידה.

לפניכם ארבעה גרפים המתארים את המרחק שעברו התלמידים מאז החלה המדידה.

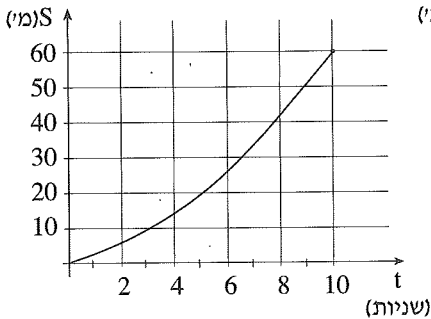
שמעון



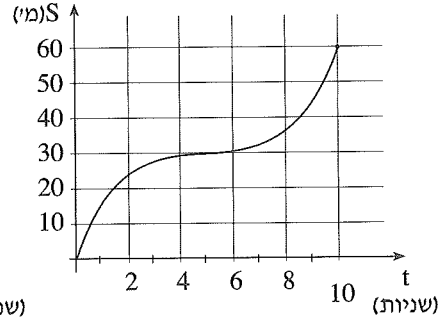
ראובן



יהודה



לוי



1. א. האם אחד מהם ניצח בתחרות?
- ב. מי רץ בקצב אחיד?
- ג. מי המהיר ביותר בתחילת המירוץ?
- ד. מי האט את מהירותו לקראת סוף המירוץ?
- ה. מי הגביר את מהירותו לקראת סוף המירוץ?
- ו. מי היה במחצית הדרך, במחצית מן הזמן שרץ?
- ז. מה היתה המהירות הממוצעת של ראובן? של שמעון? של לוי? של יהודה?
- מי רץ במהירות זו כל הדרך?

2. לפניכם ארבע תבניות המתארות את המרחק שעברו הריצים כפונקציה של זמן הריצה.

$$k(x) = 0.4x^2 + 2x \qquad f(x) = 10x - 0.4x^2$$

$$h(x) = 0.24(x - 5)^3 + 30 \qquad g(x) = 6x$$

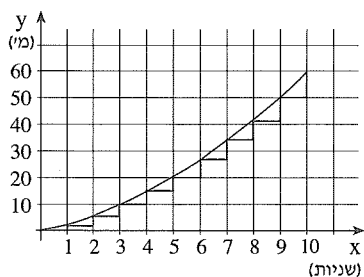
- א. נסו להתאים, ללא שרטוט במחשב, תבנית לכל גרף. נמקו את שיקוליכם.
- ב. שרטטו את ארבעת הגרפים במחשב, במערכת צירים אחת. בדקו בעזרתם את התשובות לתרגיל 1.
- ג. נניח ששדרן רדיו מתאר את המרוץ, נסו לכתוב את שידורו.

אם לא סיימתם, או אם הנכם עובדים ללא מחשב, תוכלו להעתיק את הגרפים, מהעמוד הקודם, במערכת צירים אחת על נייר שקוף, ולהקליט בבית את השידור.

אם סיימתם נסו את כוחכם בעמוד 19 שאלה 1.

בדקו את יכולתכם

1. לפניכם גרף הריצה של יהודה.



לגרף הוספנו "מדרגות"

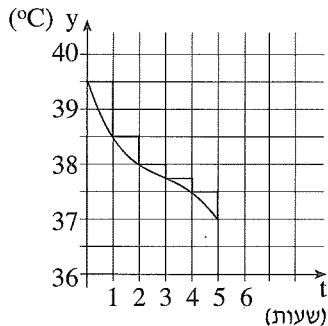
שרוחבן יחידה אחת.

א. מה מייצג גובה כל מדרגה?

ב. הוסיפו באותו אופן מדרגות לגרף הריצה של ראובן (עמוד 8).

השוו את המדרגות של שני הגרפים.

מה הקשר בין גובהי המדרגות לבין קצב הריצה?



2. לפניכם גרף המתאר את השתנות

חומו של ילד חולה במשך 5 שעות.

לשרטוט הגרף הוספנו "מדרגות"

שרוחבן יחידה אחת.

א. מה מסמן גובה כל מדרגה?

ב. השלימו את הטבלה הבאה:

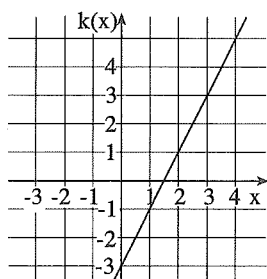
שעה	0 - 1	1 - 2	2 - 3	3 - 4	4 - 5
ירידת החום					0.5°

ג. האם החום ירד בקצב אחיד?

ד. בכמה ירד החום, בממוצע לשעה?

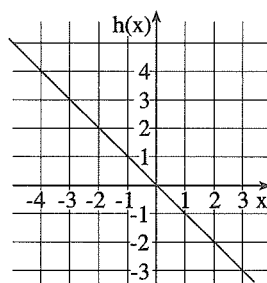
ה. אילו ירד החום (מ-39.5° ל-37° ב-5 שעות) בקצב אחיד, בכמה היה

יורד בכל שעה? מה היתה אז צורת הגרף?



3. א. לפניכם ישר.

בחרו נקודה כלשהי על הישר.
צעדו ממנה יחידה אחת ימינה,
ועלו חזרה אל הישר. המשיכו,
באופן זה, לסמן "מדרגות".
מה גובה כל מדרגה?



ב. בחרו נקודה כלשהי על הישר
שבשרטוט, צעדו ממנה
יחידה אחת ימינה, ורדו
חזרה אל הישר. המשיכו
באופן זה לסמן "מדרגות".
מה גובה כל מדרגה?

שימו לב!

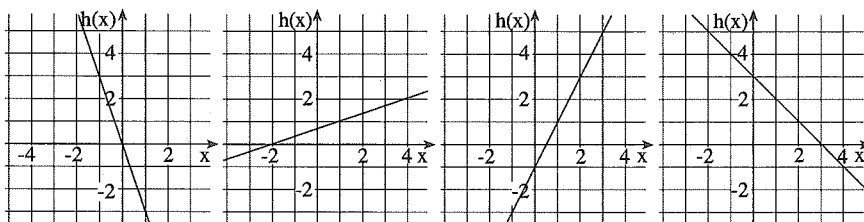
גובה מדרגה יורדת יסומן במספר שלילי



לכל ה"מדרגות" על הישר ב-א אותו גובה, וגם לכל ה"מדרגות" על הישר ב-ב אותו גובה.

המספר המסמן את גובה המדרגה כ- x
גדל ביחידה אחת, נקרא שיפוע הישר.

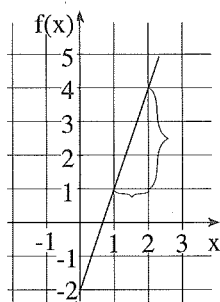
4. לפניכם מספר ישרים.



א. למי מהישרים שיפוע חיובי? שיפוע שלילי?

ב. התאימו לכל ישר, אחד מן השיפועים הבאים: 2 , -3 , $\frac{1}{3}$, -1 .

פונקציה שהגרף שלה ישר, נקראת פונקציה קווית או פונקציה לינארית (linea בלטינית פירושו קו ישר).



5. לפניכם גרף הפונקציה הקווית f .

מהו קצב עליית הפונקציה?

במילים אחרות: בכמה עלה

שיעור $f(x)$ כאשר x גדל

ביחידה אחת?

שימו לב!

קצב השינוי של פונקציה קווית
שווה לשיפוע הגרף שלה.



6. השלימו בעזרת המילים: מספר שלילי, אפס, מספר חיובי.

שיפוע הגרף של פונקציה קווית עולה הוא _____

שיפוע הגרף של פונקציה קווית יורדת הוא _____

שיפוע הגרף של פונקציה קווית קבועה הוא _____

7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1+5x}{2}$

ידוע כי היא פונקציה קווית.

א. מצאו את שיפוע גרף הפונקציה בלי לשרטטו.

ב. הנקודה (23, 9) נמצאת על גרף הפונקציה (בדקו).

השלימו את שיעורי הנקודות הבאות (בלי להציב בפונקציה).

A(10,), B(8,), C(, 28)

בסוף החוברת תמצאו ערכה המכילה מערכת צירים (בעמוד 127), וישרים משורטטים על נייר שקוף.

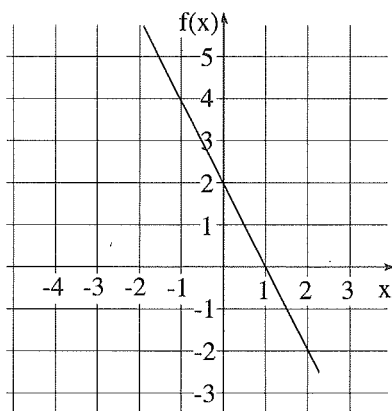
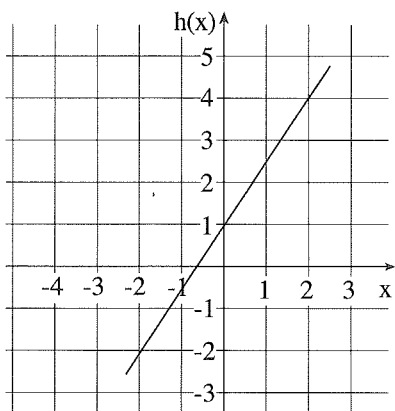
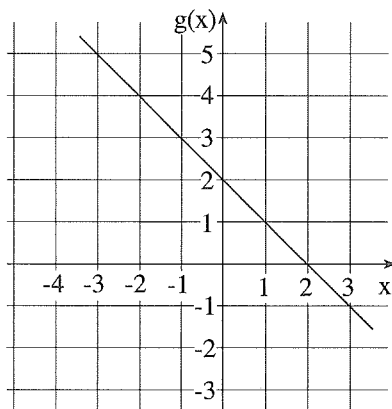
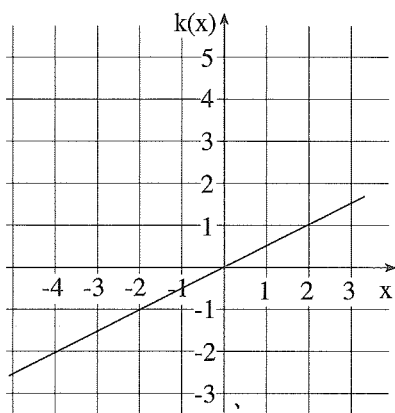
בכל פעם שתבקשו להשתמש בערכה זו, נכניס את המילה שרטטו במראות ונרשום "שרטטו" את הישר. ואז תוכלו להניח את הישר המוכן במערכת הצירים המוכנה, במקום לשרטט אותו.

8. לפניכם גרפים של פונקציות קוויות.

א. מצאו שיפוע של כל ישר.

ב. חשבו את התמונה של המקור 4 בכל פונקציה.

בדקו על ידי "שרטטו".





I. קפיץ

כאשר תולים משקולת על קפיץ, הקפיץ מתארך.
המורה לפיסיקה רצתה להדגים בפני התלמידים כי
תוספת האורך המתאימה לתוספת של כל משקולת היא קבועה.
לשם כך תלתה על הקפיץ בכל פעם, מספר משקולות,
ומדדה את אורכו (לכל המשקולות משקל שווה).

את התוצאות סיכמה בטבלה:

x מספר המשקולות	0	2	4	5	7	8
y אורך הקפיץ (בס"מ)	5	17	29	35	45	53

- שי אמר כי לדעתו המורה שגתה באחת ממדידותיה. מה דעתכם?
- ספרו כל מה שתוכלו לגלות מן הטבלה,
על הקפיץ, על הגרף ועל התבנית.
- אילו הייתם מורים לפיסיקה, כיצד הייתם בונים את הניסוי?

מילון:

- אורך מקורי - אורך הקפיץ ללא משקולות.
- אורך הקפיץ - האורך הכולל לאחר תליית משקולות.
- בכמה מתארך הקפיץ - מהו האורך שנוסף עקב תליית המשקולות.

במחשבון גרפי

לא נוח במחשבון
לטפל בנקודות,
לכן שרטטו על
נייר בעפרון,
וגשו מיד לשאלות.

במחשב

הכניסו את הטבלה למחשב. Tab עברו לחלון נקודות

העבירו קטע דרך הנקודות. F5

נקודת התחלה: P1

נקודת סיום: P6

לציור הקטע: F10

לכו על הקטע בצעדים של 1. Tab עברו לחלון פונקציות

הילוך על גרף.

שנו את גודל הצעד: +

הסבירו מה משמעות הזוגות בחלון המידע, בהילוך על הגרף.

שימו לב !

הקפיצה על הגרף בצעדים של 1
דומה לשרטוט מזדגות. הסבירו מדוע.



1. א. בכמה מתארך הקפיץ כשתולים עליו משקולות אחת נוספת?
ב. מהו שיפוע הקטע ששרטטתם? הסבירו כיצד מצאתם? מה הקשר לבעיה?
2. א. מה אורך הקפיץ ללא משקולות?
ב. היכן רואים זאת בגרף?
3. מהי התבנית המתאימה לגרף?
אם לא הצלחתם למצוא את התבנית, הפכו את הדף.

4. התבנית מופיעה על מסך המחשב ולידה מופיע תחום. מהו תחום זה? מדוע הוא רשום?

במחשב

שרטטו במחשב את הישר כולו. מחקו את התחום הרשום או שרטטו על הקטע ישר לפי נקודת ההתחלה (אחת מהנקודות p_1 עד p_6) ושיפוע.

5. שי צדק באומרו שהמורה שגתה. הסבירו בדרכים רבות ככל שתוכלו.

6. מה יהיה אורך הקפיץ אם יתלו עליו 3 משקולות? 50 משקולות?

7. כמה משקולות יש לתלות על הקפיץ כדי שאורכו יגיע ל-47 ס"מ לפחות?

בנוסף להדגמה הקודמת המורה רצתה להדגים, כי תוספת האורך המתאימה למשקולת אחת היא קבועה לכל קפיץ ואופיינית לו, אבל משתנה מקפיץ לקפיץ. לשם כך לקחה קפיץ נוסף שאורכו המקורי 10 ס"מ, ועם כל משקולת הוא מתארך ב-2 ס"מ.

8. שרטטו, באותה מערכת צירים, את הגרף המתאר את אורך הקפיץ השני שלקחה המורה, כפונקציה של מספר המשקולות שתולים עליו.

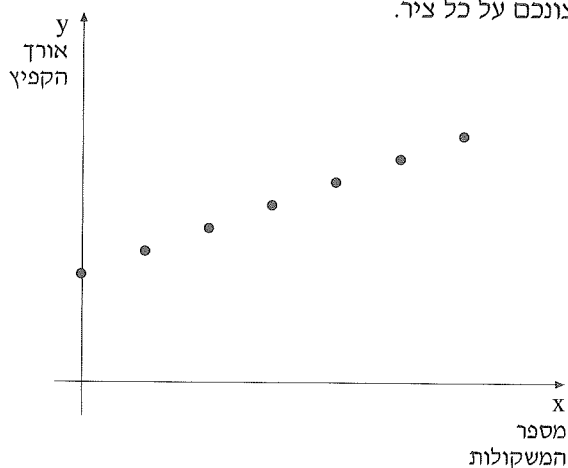
א. מה השיפוע של הישר העובר דרך נקודות הגרף? מה משמעותו ב"סיפור"? היכן הוא מופיע בתבנית?

ב. מה משמעות נקודת החיתוך בין שני הישרים?

ג. איזה מן הקפיצים יותר גמיש? על סמך מה אפשר להחליט זאת?

9. לפניכם שרטוט גרף, המתאר אורך של קפיץ נוסף, כפונקציה של מספר המשקולות שתלו עליו.

סמנו יחידות כרצונכם על כל ציר.



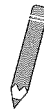
היכן רואים:

- א. את האורך המקורי של הקפיץ.
 - ב. את מספר המשקולות שתלו על הקפיץ.
 - ג. את אורך הקפיץ לאחר שתלו עליו משקולות.
 - ד. בכמה התארך הקפיץ עם כל משקולת נוספת.
- כתבו תבנית שיכולה להתאים לאורך הקפיץ, וענו בעזרתה על סעיפים א'-ד'.

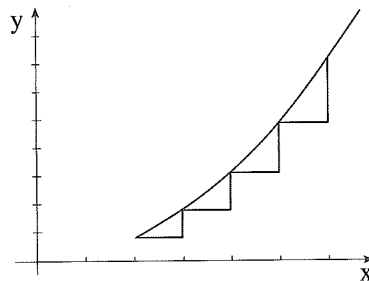
10. הפונקציה $f(x) = ax + b$ כאשר x שלם, מתארת את ההתאמה בין מספר המשקולות- x שתלו על קפיץ, לבין אורכו - $f(x)$.
מה מייצג a ? מה מייצג b ?

אם סיימתם, נסו את כוחכם בעמוד 19 שאלות 2 ו-3.

II. בקצב גידל והולך



לפניכם סקיצה של גרף עם מדרגות.



גרף כזה יכול לתאר תהליכים שונים.

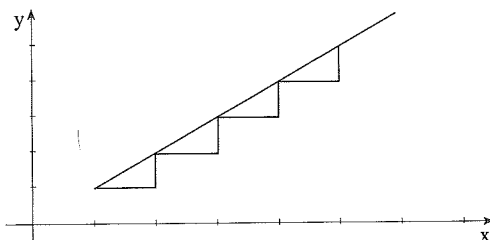
1. בכל אחד מן הסעיפים הבאים, נסו לתאר את התהליך ורשמו מה מייצג גובה כל מדרגה, אם הגרף מתאר את:

- המרחק של המכונית מן הרמזור, בהתאם לזמן.
- גובה המים בכלי בהתאם לכמות שלהם. (נסו לצייר את הכלי).
- גודל אוכלוסיית האריות בספארי במשך מספר שנים.
- שטח של ריבוע שהגדילו את אורך צלעותיו ברציפות.

2. האם הגרף יכול לתאר את התהליכים הבאים? נמקו.

- ההחזר החודשי של משכנתא.
- הטמפרטורה בצהריים בנגב במשך מספר ימים.

3. א. חזרו על שאלות 1, 2 לגבי הגרף הבא:



ב. האם גרף כזה יכול להתאים לכל הסעיפים? נמקו.

אם סיימתם, נסו את כוחכם בעמוד 20 שאלה 4.

1. לפעילות: "ארבעה רצים".

שרטטו לכל רץ, גרף המתאר את המהירות שלו, כפונקציה של זמן הריצה.

תוכלו לבדוק במחשב על-ידי שרטוט הפונקציות הבאות:

א. $y = 10 - 0.8x$	ב. $y = 0.8x + 2$
ג. $y = 6$	ד. $y = 0.72(x - 5)^2$

מעמ' 8

2. לפעילות: "קפיץ".

הגרף המתאר את אורך הקפיץ, כפונקציה של מספר המשקולות שתלו עליו, הוא קו ישר רק בתחום חלקי. נסו לדמיין מה קורה לקפיץ בשאר התחום. השלימו סקיצה של הגרף גם לתחום שבו הגרף אינו קו ישר.

מעמ' 14

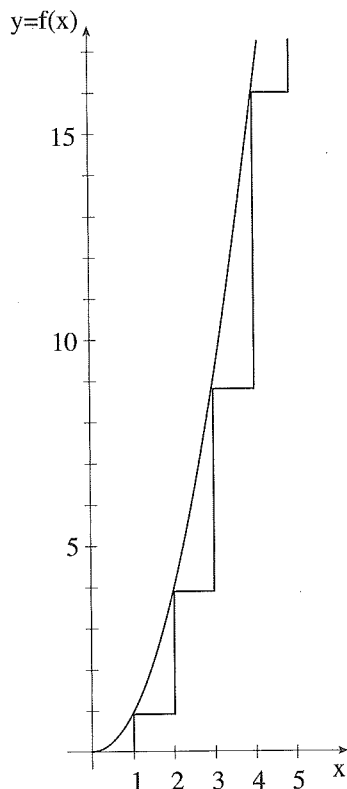
3. לפעילות: "קפיץ".

המורה לפיסיקה אמרה: "הנה קפיץ שתליתי עליו 6 משקולות ואורכו כעת 40 ס"מ. אני מתחילה להוריד משקולות. כל משקולת שאני מורידה מקצרת את הקפיץ ב-5 ס"מ. שרטטו גרף לתיאור הסיפור. כתבו על כל ציר מה הוא מייצג.

מעמ' 14

4. לפעילות: "בקצב גדל והולך"

לפניכם שרטוט הפונקציה $f(x) = x^2$ בתחום $x \geq 0$ ושרטוט מדרגות.



א. חשבו את גובה המדרגות המשורטטות.

ב. היעזרו בשרטוט ובחישוב ומצאו כמה איברים יש לחבר כדי לקבל 100. מהו המספר האחרון?

ג. מצאו תבנית המתאימה למספר האחרון.
 $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + \underline{\hspace{2cm}} = n^2$

ד. מצאו, בלי לחבר, את סכום המספרים האי-זוגיים מ-1 עד 15.

מעמ' 18



דן מודד שיפוע

על הגרף שהוא ישר
נקודה אחת דן בחר,
ויחידה אחת ממנה
הוא התקדם ימינה.

ומשם הוא ירד
או עלה, או נשאר,
במקביל לציר y צעד
ואל הישר חזר.

ושוב ימינה הוא צעד
ושוב אל הישר הגיע,
גובה כל מדרגה מדד
וכך גילה את השיפוע.

כי רק על הישר
הקצב הוא אחיד,
לכן גובה המדרגות
שווה תמיד.



1. נתונים זוגות הנקודות הבאים:

א. $(1, 3)$ $(2, 7)$ ג. $(-4, 1)$ $(-2, 2)$

ב. $(3, 2)$ $(5, 0)$ ד. $(-3, 4)$ $(-1, 4)$

דרך כל זוג נקודות עובר ישר. "שרטטו" כל אחד מהישרים ומצאו את שיפועו.

2. שרטטו, במערכת צירים אחת, ישרים לפי שיפוע נתון m ונקודה נתונה A.

א. $m = 2$ $A(3, 3)$ ד. $m = \frac{1}{2}$ $A(4, 2)$

ב. $m = 1$ $A(0, 0)$ ה. $m = 0$ $A(1, 1)$

ג. $m = -1$ $A(0, 3)$ ו. $m = -3$ $A(1, 4)$

מיהו הישר יוצא הדופן? מדוע?

3. נתונים הישרים הנקבעים על ידי שיפוע m ונקודה A. מצאו, על ידי חישוב, נקודה נוספת על כל ישר.

א. $m = 2$ $A(3, 2)$ ד. $m = -2$ $A(4, -1)$

ב. $m = 1$ $A(-1, 0)$ ה. $m = 0$ $A(-1, -1)$

ג. $m = \frac{1}{2}$ $A(3, 0)$ ו. $m = -\frac{1}{3}$ $A(1, 1\frac{1}{3})$

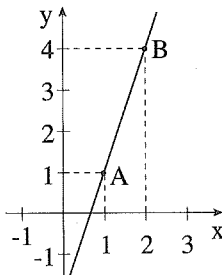
4. במערכת הצירים משורטט הישר AB.

א. מצאו את שיפוע הישר.

ב. אילו מן הנקודות הבאות נמצאות על הישר?

$F(2.5, 5.5)$, $E(-1, -5)$

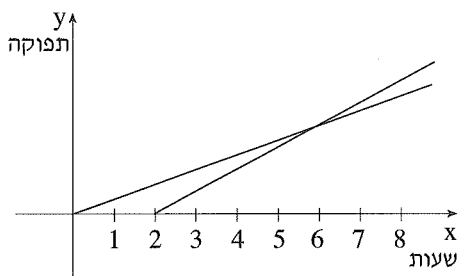
$D(1.5, 2)$, $C(3, 7)$



5. נניח כי כשמחממים מים בדוד, הטמפרטורה עולה בקצב קבוע. התחילו לחמם מי ברז שהטמפרטורה שלהם 20°C עד לרתיחתם. כל דקה עלתה הטמפרטורה ב- 2°C .
 f היא פונקציה המתאימה לזמן החימום בדקות את הטמפרטורה ב- $^{\circ}\text{C}$.

- מהו התחום המתאים לתוכן הבעיה?
- שרטטו גרף מתאים. מהו שיפוע הגרף?
- מה היתה הטמפרטורה לאחר מחצית השעה?
- כעבור כמה זמן היתה הטמפרטורה 75°C ?

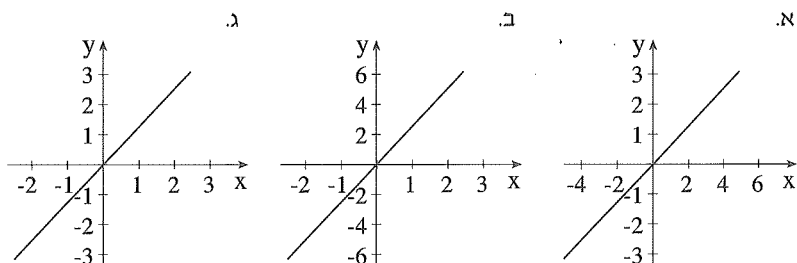
6. מנהל מפעל צריך לרכוש מכונה המייצרת פריט מסוים. הגרפים שלפניכם מתארים את תפוקת שתי המכונות המוצעות לו. אחת המכונות זקוקה לטיפול יומי ולכן היא מתחילה לפעול יותר מאוחר מהאחרת.



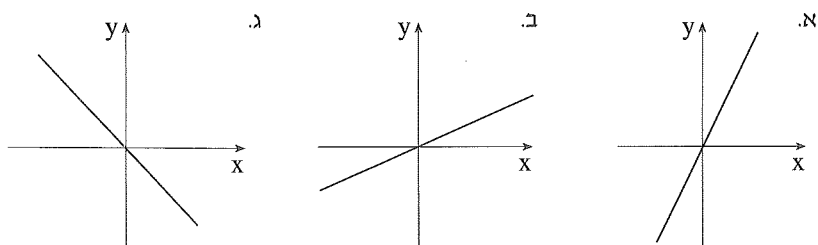
- לאיזו מן המכונות תפוקה גבוהה יותר כאשר שתיהן פועלות?
- מה מייצג השיפוע של כל גרף?
- יום העבודה במפעל הוא בן 8 שעות, איזו מכונה כדאי למנהל לרכוש, אם מחיר שתי המכונות זהה?

- ד. האם קיצור יום העבודה יכול להשפיע על החלטת המנהל?

7. קבעו לפי הגרפים הבאים, שיפועה של איזו פונקציה הוא הגדול ביותר?
הקטן ביותר? שימו לב ליחידות על הצירים.

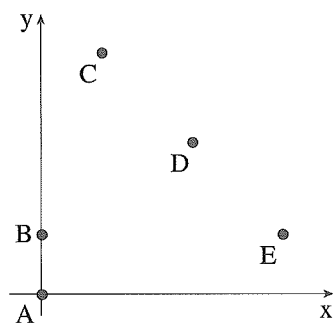


8. התוכלו לסמן יחידות על הצירים כך שהשיפוע של הגרפים הבאים יהיה 1?



9. במערכת הצירים שלפניכם מספר נקודות.
אורך יחידה על ציר x , שווה לאורך יחידה על ציר y .
התאימו לכל שיפוע, ישר הנקבע על ידי זוג נקודות.

השיפועים: $1, 3, \frac{1}{4}, 0, -1, 4$.



10. לפניכם שתי פונקציות שתחומן $\{x \mid x \geq 1\}$

$$f(x) = x - \frac{1}{x} \qquad g(x) = 2 - \frac{x}{2}$$

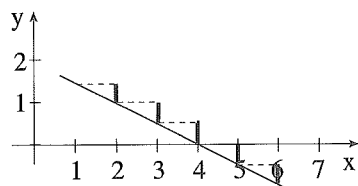
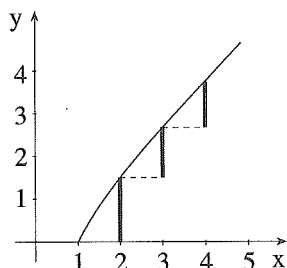
א. השלימו את הטבלה הבאה:

x	1	2	3	4	5
f(x)					
g(x)					

ב. התאימו לכל אחת מן הפונקציות (f או g) את התכונות המתאימות לה.

- עולה.
- יורדת.
- משתנה בקצב אחיד.
- הגרף שלה אינו ישר.

ג. התאימו אחת מן הפונקציות לכל גרף.



ד. מהם אורכי הקטעים המודגשים שבשרטוט?

11. א. שרטטו במערכת צירים, ישר העובר דרך הנקודה (2, 3) ושיפועו $\frac{1}{2}$.

ב. שרטטו באותה מערכת צירים, עוד שני ישרים בעלי אותו שיפוע.

ג. מה תוכלו לומר על שלושת הישרים?



מתונה הפונקציה $f(x) = x^3$. יוסי סימן שלוש נקודות השייכות לגרף שביניהן קצב ההשתנות נראה קבוע.

x	-1	0	1
$f(x) = x^3$	1	0	-1

יוסי אמר: "זוהי פונקציה קווית כי היא יורדת בקצב אחיד".
הוסיפו נקודות לגרף כדי להראות כי הפונקציה אינה קווית.
מסקנה: אם מוצאים על גרף של פונקציה שלוש נקודות שקצב ההשתנות שלהן אחיד, אין זה מספיק כדי לקבוע שהפונקציה קווית.
כדי להראות שפונקציה אינה קווית, מספיק למצוא שלוש נקודות שקצב ההשתנות ביניהן אינו אחיד.

1. לגבי כל אחת מן הפונקציות הבאות חשבו:

$$f(1), f(0), f(-1)$$

אם אפשר לדעת בוודאות לגבי פונקציה כי אינה קווית, סמנו אותה ב-√.

$$f(x) = \frac{2x^3 + 2x}{x^2 + 1} \quad \text{ו.}$$

$$f(x) = (x - 2)^2 + (x + 2)^2 \quad \text{א.}$$

$$f(x) = x^3 - x + 3 \quad \text{ז.}$$

$$f(x) = (x - 2)^2 - (x + 2)^2 \quad \text{ב.}$$

$$f(x) = \frac{1}{5x + 1} \quad \text{ח.}$$

$$f(x) = \frac{(x + 2)^2}{(x - 2)^2} \quad \text{ג.}$$

$$f(x) = 2x^3 - x + 1 \quad \text{ט.}$$

$$f(x) = \frac{x + 3}{3} - \frac{5 - 4x}{6} \quad \text{ד.}$$

$$f(x) = x^5 \quad \text{י.}$$

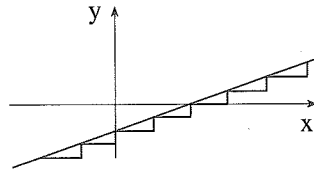
$$f(x) = \frac{6 - 2x}{3} \quad \text{ה.}$$

2. הציבו מספר נוסף בכל פונקציה משאלה 1, כדי לגלות פונקציות נוספות שאינן קוויות, וסמנו גם אותן.

3. נסו לפשט את הפונקציות שנשארו ללא סימון, ולהביא אותן לצורה $f(x) = ax + b$.



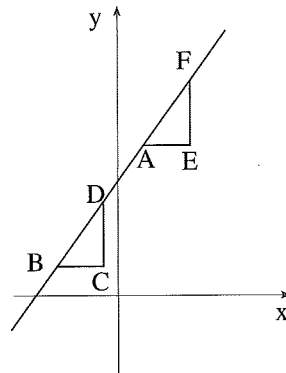
את המושג שיפוע של ישר הגדרנו באמצעות "גובה המדרגה" כ- x גדל ביחידה אחת.



גילינו על-ידי בדיקת דוגמאות כי על ישר "גובה המדרגה" קבוע. עד כה בחרנו תמיד מדרגות שרוחבן 1, והתחלנו מנקודה ששיעוריה שלמים. עכשיו נכליל למדרגות שרוחבן 1 אבל הן ממוקמות במקום כלשהו.

נוכיח כי מדרגה הנוצרת בדרך זו מכל נקודה שנבחר, תהיה תמיד באותו גובה. ישר הוא מושג גיאומטרי לכן ניגש להוכחה גיאומטרית.

נתון: ישר



נבחר עליו שתי נקודות כלשהן A ו-B. נצעד מהן יחידה אחת ימינה מ-A ל-E ומ-B ל-C. נעלה חזרה אל הישר, במקביל לציר ה- y ; מ-E ל-F ומ-C ל-D.

כך נוצרו שתי מדרגות.

צ"ל: _____ מה לדעתכם צריך להוכיח?

הוכחה: $\triangle ABCD = \triangle AEF$ (ז.צ.ז.) הוכיחו:



$$CD = EF$$

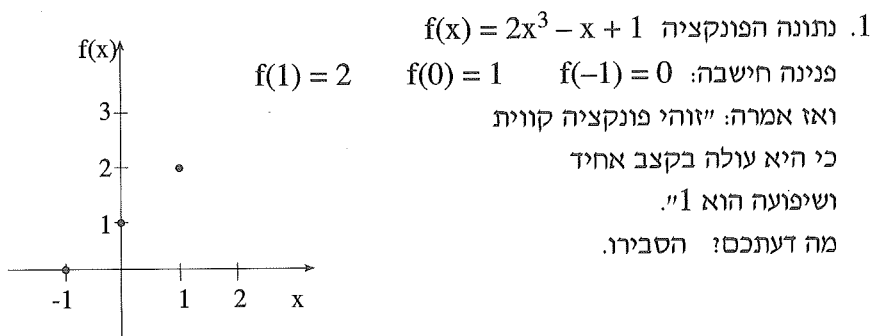
מ. ש.ל.

נשאלת השאלה האם גם המשפט ההפוך נכון?
כלומר, אם בכל נקודה על הגרף גובה המדרגה קבוע,
האם הפונקציה חייבת להיות קווית?
תשובה לשאלה זו תקבלו בדף קריאה נוסף,
אחרי הכנסת מושגים נוספים.

מ/א/ר:

בהוכחה שלנו שרטטנו ישר שהוא גרף של פונקציה עולה.

1. האם ההוכחה מתאימה גם לפונקציה יורדת?
2. האם ההוכחה מתאימה גם לפונקציה קבועה?
3. האם ההוכחה מתאימה לקו שבור?
4. היכן בהוכחה השתמשנו בנתון שהגרף הוא ישר?



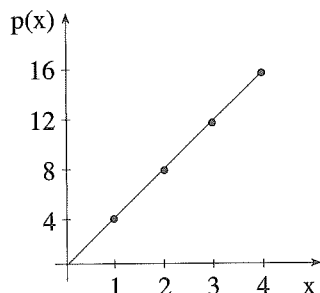
2. הפונקציה $g(x) = 8 + 4x$ מתארת את אורך הקפיץ (בס"מ) כפונקציה של מספר המשקולות שתולים עליו.

א. אבי אמר: "האורך המקורי של הקפיץ הוא 8 ס"מ, וכל משקולת מאריכה את הקפיץ ב-4 ס"מ".

מה דעתכם? הסבירו.

ב. בני אמר: "אני יודע לכתוב תבנית המתארת את התארכות הקפיץ כפונקציה של מספר המשקולות שתולים עליו. $p(x) = 4x$ ".

הגרף שלה נראה כך:



מה דעתכם? הסבירו.

ג. גיא אמר: "לשני הישרים הקשורים לפונקציות g ו- p יש אותו שיפוע והם מקבילים".

מה דעתכם?

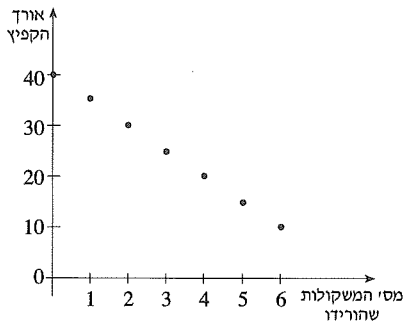
3. המורה לפיסיקה אמרה: "הנה קפיץ, תליתי עליו 6 משקולות ואורכו כעת 40 ס"מ.

אני מתחילה להוריד משקולות.

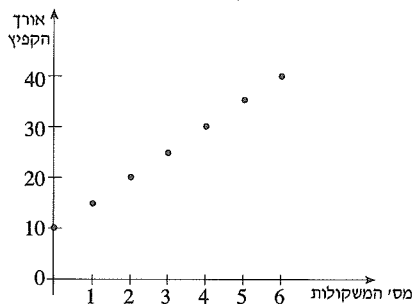
כל משקולת שאני מורידה מקצרת את הקפיץ ב-5 ס"מ."

שרטטו גרף לתיאור ה"סיפור".

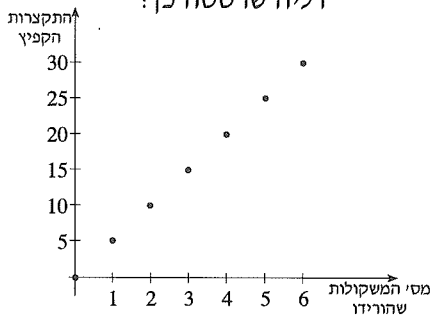
בתיה שרטטה כך:



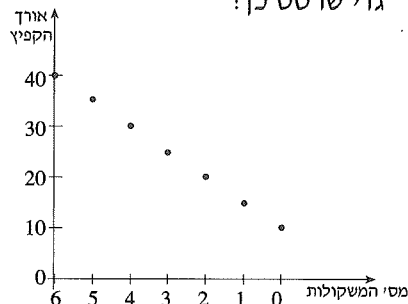
אבנר שרטט כך:



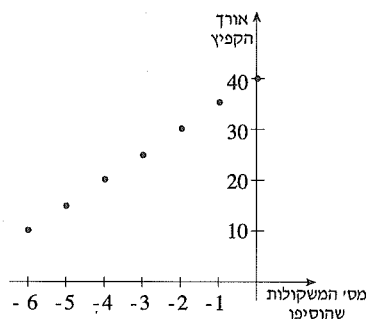
דליה שרטטה כך:



גדי שרטט כך:



הילה שרטטה כך:



הביעו את דעתכם על כל תיאור גרפי.

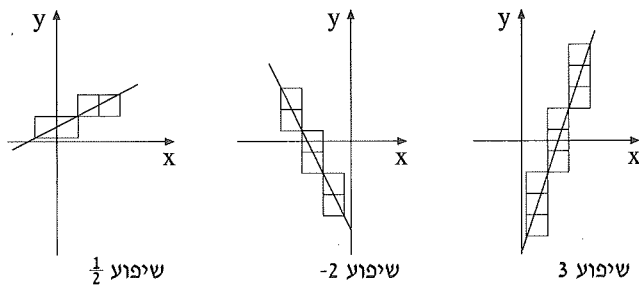
באיזו מידה הוא מתאר את הסיפור ובאיזו מידה הוא מתאים להיות גרף.

נסו לכתוב תבניות מתאימות לתיאורים הגרפיים.

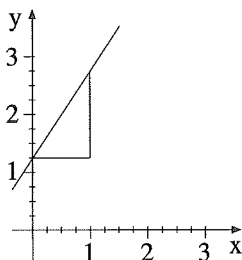


למדנו למדוד שיפוע של ישר על ידי מדידת גובה מדרגות עליו.

דוגמאות:



למדנו לחשב על פי התבנית, שיפוע של פונקציה קווית - פונקציה שהגרף שלה ישר.



דוגמה: $f(x) = \frac{5+6x}{4}$

$$f(0) = \frac{5}{4}$$

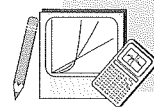
$$f(1) = \frac{11}{4}$$

$$f(1) - f(0) = \frac{6}{4} = 1\frac{1}{2}$$

כשהתקדמנו יחידה אחת ימינה (מ-0 ל-1) במקביל לציר ה-x,

עלינו $1\frac{1}{2}$ יחידות במקביל לציר ה-y. לכן השיפוע הוא $1\frac{1}{2}$.

2. התבנית של פונקציה קווית



גובה פני המים

לארבעה מיכלי מים גדולים, מוצמדים מכשירי מדידה. המכשירים משרטטים גרף של גובה פני המים (בס"מ) כפונקציה של הזמן (בשעות).

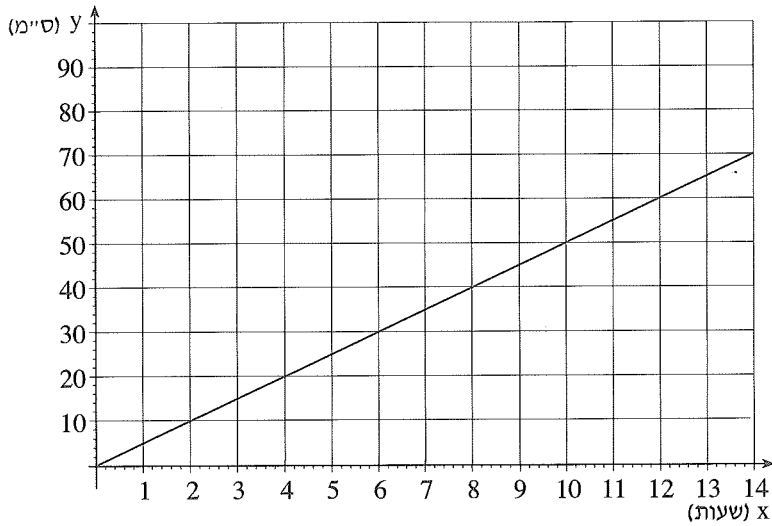
בדפים הבאים, תמצאו את הגרפים ששורטטו על-ידי ארבעת המכשירים.

- נסו לספר במילים את ה"סיפור" של כל מיכל.
- רשמו, אם תוכלו, תבנית לכל גרף.
- הכינו טבלה כמו בעמוד 33, מלאו בה את הפרטים של כל "סיפור" (כל פרט בשורה) ורשמו איך מתבטא כל פרט בגרף ובתבנית.



השתמשו
במילים
מן הסל.

1. מיכל ראשון



א. הסיפור:

ב. התבנית: _____

ג. פרטי הסיפור	איך מתבטא בגרף	איך מתבטא בתבנית
דוגמה: בתחילת המדידה המיכל ריק.	הגרף מתחיל בראשית הצירים.	כאשר נציב בתבנית $x = 0$ נקבל כתוצאה 0.

שימו לב!

א. השיפוע נמדד ביחידות ולא במשבצות,

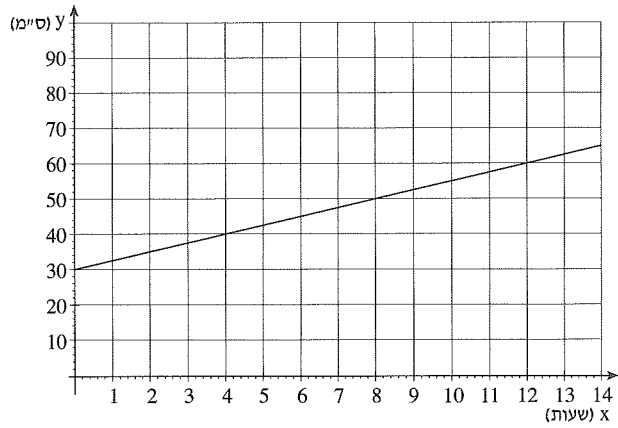
לכן השיפוע של גרף זה אינו $\frac{1}{2}$.

ב. ההליכה על הגרף היא תמיד משמאל לימין.

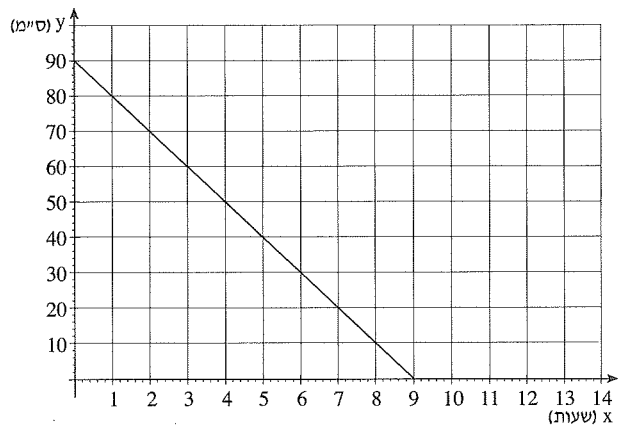
באופן זה מגלים מה קורה לגובה פני המים עם התקדמות הזמן.



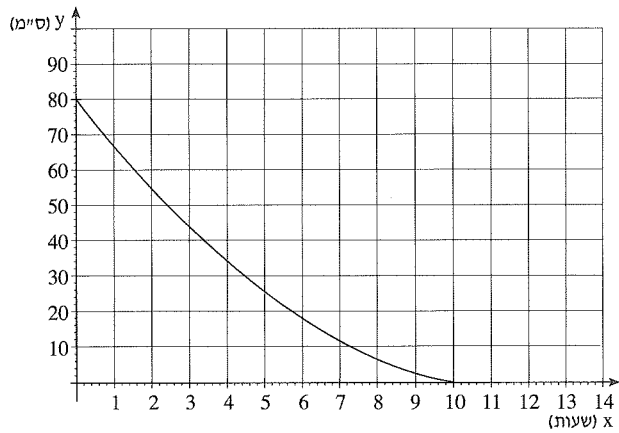
2. מיכל שני

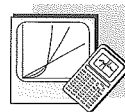


3. מיכל שלישי



4. מיכל רביעי





גובה פני המים (גם לפני המדידה)

בפעילות "גובה פני המים" ראיתם גרפים ששרטטו מכשירי מדידה.

נסמן את השעות לפני תחילת המדידה במספרים שליליים.

לדוגמה: שעתיים לפני תחילת המדידה יסומנו ב-2- על ציר ה-x.

נניח כי גובה כל אחד מהמיכלים הוא 150 ס"מ.

כמו כן נניח כי השינוי בגובה המים התרחש באותו קצב גם לפני תחילת המדידה.

השינוי התחיל כשהמיכל היה ריק או מלא.

שימו לב! מיכל א' היה ריק בתחילת המדידה, לכן לא התרחש בו

שינוי בגובה פני המים, לפני המדידה.

התבניות המתאימות:

מיכל א': $y = 5x$ מיכל ב': $y = 30 + 2.5x$

מיכל ג': $y = 90 - 10x$

1. מה היה גובה המים בכל מיכל שעה אחת לפני תחילת המדידה.

2. שרטטו את תהליך השתנות גובה המים בכל מיכל בהתאם לזמן, מאז

שהמיכל היה ריק (או מלא), ועד שהתמלא (או התרוקן).

הסבירו כיצד מצאתם את גבולות מערכת הצירים.



שימו לב!

המספר אפס על ציר ה-x

מציין את תחילת המדידה

ולא את תחילת ההתמלאות

או ההתרוקנות.

3. א. בהתייחס לזמן המדידה, מתי היה כל אחד מהמיכלים ריק?
הסבירו באיזו דרך מצאתם זאת, התוכלו למצוא זאת בדרך נוספת?

ב. מתי היה כל אחד מן המיכלים, אי-ג', מלא?
הסבירו באיזו דרך מצאתם זאת? התוכלו למצוא זאת בדרך נוספת?

4. א. מה היה גובה פני המים במיכלים ב' ו-ג', כאשר מיכל א' היה מלא?
ב. מה היה גובה פני המים במיכלים א' ו-ב', כאשר מיכל ג' היה ריק?
ג. מה היה גובה פני המים במיכל א', כאשר במיכלים ב' ו-ג' הגובה השתווה?
ד. וודאו כי אתם יודעים לענות על הסעיפים הקודמים גם בדרך גרפית וגם בדרך אלגברית.

5. א. איזה מיכל התמלא או התרוקן בקצב המהיר ביותר?
בקצב האיטי ביותר?

6. מהי משמעות המספרים המופיעים בכל תבנית?

אם סיימתם, נסו את כוחכם בעמוד 44 שאלה 1.

בצקבוס הגבני $y = ax + b$

1. נתונים שני מיכלים נוספים, שגובהם 150 ס"מ.

$$y = 135 - 15x$$

$$y = 40 + 10x \quad \text{להם:}$$

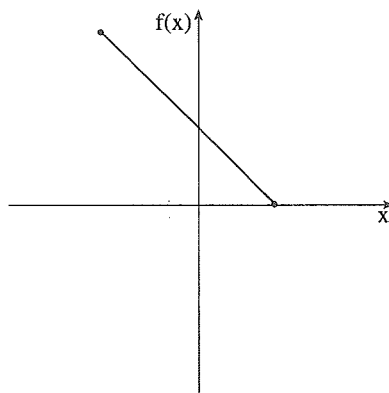
ספרו את הסיפור המלא על גובה פני המים של כל מיכל, מאז שהיה מלא (או ריק), ועד שהתרוקן (או התמלא).
נסו לעשות זאת ללא שרטוט הגרף.
התייחסו לזמן המדידה.
שרטטו כדי לבדוק.

2. ההצגה האלגברית $f(x) = ax + b$ מתארת את גובה המים כפונקציה של הזמן. (נסמן את הזמן, לפני הפעלת המכשיר המודד, כשלילי).

א. מה מייצג x ? מה מייצג $f(x)$?

ב. מה מייצג a ? מה מייצג b ?

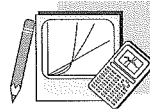
ג. לפניכם גרף הפונקציה f .



השלימו $(=, <, >)$:

$$b \text{ } \underline{\hspace{1cm}} \text{ } 0 \qquad a \text{ } \underline{\hspace{1cm}} \text{ } 0$$

סמנו היכן רואים בגרף את a ואת b .



I. עוד קפיץ

שני תלמידים, תורנים במעבדה, ערכו מיון של ארבעה קפיצים.

על כל קפיץ תלו פתק בו רשמו, בכמה מתארך הקפיץ

כשתולים עליו משקולת אחת.

בשיעור פיסיקה הספיקה כל קבוצת תלמידים לערוך ניסוי אחד:

הם תלו מספר משקולות על הקפיץ שקבלו, ומדדו את אורך הקפיץ

המתוח. התוצאות שהתקבלו:

קפיץ ב'

הפתק:

משקולת אחת גורמת

להתארכות ב-2 ס"מ.

תוצאת הניסוי:

28 ס"מ $\rightarrow$ 8 משקולות.

קפיץ ד'

הפתק:

משקולת אחת גורמת

להתארכות ב-1.5 ס"מ.

תוצאת הניסוי:

24 ס"מ $\rightarrow$ 4 משקולות.

קפיץ א'

הפתק:

משקולת אחת גורמת

להתארכות ב-4 ס"מ.

תוצאת הניסוי:

24 ס"מ $\rightarrow$ 4 משקולות.

קפיץ ג'

הפתק:

משקולת אחת גורמת

להתארכות ב-1 ס"מ.

תוצאת הניסוי:

28 ס"מ $\rightarrow$ 4 משקולות.

כשחזרו התלמידים עם התוצאות לכיתה,
ביקשה המורה מכל קבוצה לענות על השאלות:

- א. מה יהיה אורך הקפיץ שלכם כשנתלה עליו 10 משקולות?
- ב. מה יהיה אורך הקפיץ שלכם כשנתלה עליו 2 משקולות?
- ג. כמה משקולות יש לתלות על הקפיץ כדי שאורכו יהיה 32 ס"מ?
- ד. מה אורך הקפיץ ללא משקולות?

1. ענו על ארבע השאלות שנשאלו התלמידים לגבי כל אחד מהקפיצים.

2. א. טל, מקבוצה א', אמר: "אם משקולת אחת גורמת להתארכות
ב-4 ס"מ, אז הנקודה (4, 1) נמצאת על הגרף".
מה דעתכם? הסבירו.

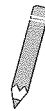
ב. גל, שמדד קפיץ ג', אמר: "תלינו 4 משקולות ומדדנו את אורך הקפיץ,
לאחר ההתארכות: 28 ס"מ. לכן עם כל משקולת שנתלה הקפיץ יתארך
ב-7 ס"מ, כלומר, שיפוע הגרף הוא 7".
מה דעתכם? הסבירו.

3. לבסוף התבקשה כל קבוצה לרשום תבנית או לשרטט גרף עבור הפונקציה
המתאימה למספר המשקולות את אורך הקפיץ, כדי לאמת בדרך נוספת את
תשובתם לשאלות. בדקו גם אתם את תשובותיכם בדרך נוספת.

4. האם ייתכן כי תליית אותו מספר של משקולות על כל הקפיצים, תגרום
להתארכותם לאותו אורך? הסבירו.

5. האם ייתכן שנתלה אותו מספר משקולות על שלושה קפיצים שונים,
ושלושתם יתארכו לאותו אורך?

II. מתחמם מתקרר



תלמידי כיתה ט' ערכו ניסוי במעבדה.
 כל קבוצה קיבלה כלי סגור עם נוזל שבתוכו נעוץ מדחום.
 כל קבוצה מדדה את הטמפרטורה של הנוזל בכלי שלה, כל דקה,
 במשך 6 דקות. נניח כי כל הקבוצות התחילו את הניסוי באותו זמן.
 הקבוצה רשמה את תוצאות הניסוי, ומצאה תבנית המתאימה לזמן
 את הטמפרטורה.
 x מייצג את הזמן בדקות.
 התבניות שהתקבלו*

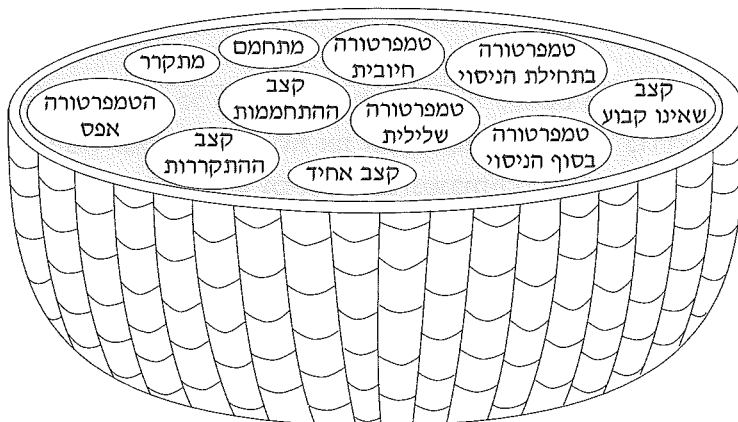
ב. $g(x) = 1.6x$

א. $f(x) = 9 - 2x$

ד. $h(x) = 10 - x^2$

ג. $k(x) = -6 + 4x$

1. ספרו את ה"סיפור" של כל ניסוי, השתמשו במילים מן הסל.
 פרטו באילו הצגות (תבנית, גרף, טבלה) השתמשתם, ובאיזה אופן
 השתמשתם בהן כדי לברר כל פרט מן ה"סיפור".
 תוכלו לקבל כיוון על-ידי מגדלור עם האלמנט בעמוד 43.



- * **שימו לב !** א. תבניות אלו הומצאו לצורך הפעילות. במציאות כשמחממים נוזל על גבי
 האש או כאשר נוזל מתקרר, מתקבלות תבניות מסוג שונה מאילו שרשמנו.
 ב. הנוזל לא שינה את מצב הצבירה שלו במשך כל הניסוי.

2. באיזה כלי היתה הטמפרטורה הגבוהה ביותר בתחילת הניסוי? באיזה הנמוכה ביותר?

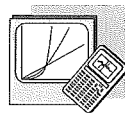
3. שרטטו סקיצה של כל גרף והדגישו עליה, אם תוכלו, היכן "רואים" את המספרים המופיעים בתבניות.

4. האם היה מצב בו כל המדחומים הראו אותה טמפרטורה באותו זמן?

5. א. כאשר הטמפרטורה בכלי א' היתה 0°C , מה היתה הטמפרטורה בשאר הכלים?

ב. באיזה כלי היתה הטמפרטורה הגבוהה ביותר, כאשר הטמפרטורה בכלי ד' היתה 1°C ?
באיזה כלי היתה הטמפרטורה הנמוכה ביותר?

ג. באיזה סדר (מבחינת הזמן) הגיעה הטמפרטורה בכלים השונים ל 8°C ?



III. צח ונקי'

בשכונת הגפן נפתחה מכבסה חדשה: "צח ונקי".
בעל המכבסה חישב ומצא כי הוצאותיו
הקבועות ליום יהיו 100 ש"ח,
וההוצאות עבור כל ק"ג כביסה, יהיו 0.5 ש"ח.

כדי למשוך לקוחות למכבסה החדשה,
קבע בעל המכבסה מחירים זולים לפתיחה.
הוא קבע כי עבור ק"ג אחד כביסה, ישלם הלקוח 3 ש"ח.

1. כמה ק"ג כביסה, לפחות, הוא צריך לקבל ביום כדי שלא יפסיד?
2. א. שרטטו את גרף ההוצאות ליום, כפונקציה של כמות הכביסה המתקבלת.
ב. שרטטו את גרף ההכנסות ליום, כפונקציה של כמות הכביסה המתקבלת.
ג. שרטטו את גרף הרווח ליום, כפונקציה של כמות הכביסה המתקבלת.
ד. הסבירו משמעות נקודה על כל אחד מהגרפים.
הסבירו את הקשר של הגרף ב-ג' לגרפים הקודמים.
3. א. מה יהיה הרווח היומי של בעל המכבסה, אם יביאו לו 60 ק"ג כביסה ביום?
ב. כמה ק"ג כביסה הוא צריך לקבל ביום, כדי להרוויח 100 ש"ח?
4. כמה ק"ג כביסה על בעל המכבסה לקבל ביום, כדי שהכנסותיו ליום יהיו פי שניים מהוצאותיו ליום?
הסבירו, כיצד מצאתם?
התוכלו למצוא בדרך אחרת?

אם סיימתם, נסו את כוחכם בעמוד 44 שאלות 2 ו- 3.

1. לפעילות: "מתחמם מתקרר".

$$f(x) = 9 - 2x$$

- א. מהי הטמפרטורה ההתחלתית של הנוזל?
- ב. מהי הטמפרטורה אחרי דקה? האם הנוזל מתחמם או מתקרר?
- ג. מהי הטמפרטורה אחרי שתי דקות?
בכמה מעלות מתקרר הנוזל כל דקה?
- ד. לאיזו טמפרטורה הגיע הנוזל בסוף הניסוי (אחרי 6 דקות)?
- ה. לאילו מן השאלות אפשר לענות מהסתכלות על התבנית ללא חישובים? הסבירו.

$$k(x) = -6 + 4x$$

- א. אם מציבים $x = 0$ מקבלים $k(0) = -6$.
מהו פירוש המספר -6 בתבנית, מבחינת הסיפור?

x	0	1	2	3	4	5	6
$k(x) = -6 + 4x$	-6	-2	2	6			

- ב. הציבו בתבנית ובדקו את הטבלה.
התוכלו להמשיך למלא את הטבלה בלי להציב בתבנית?

- ג. מה "תפקיד" המספר 4 בתבנית, מבחינת הסיפור?
מה קורה לטמפרטורה של הנוזל עם התקדמות הזמן?

מעמוד 40

1. לפעילות: "גובה פני המים" (גם לפני המדידה).
 התבנית המתארת את גובה המים
 במיכל המים הרביעי היא: $100 - 0.85^x - 20$
 ענו על השאלות גם ביחס למיכל הרביעי.

מעמוד 35

2. לפעילות: "צח ונקיי".
 שרטטו גרף שתוכלו ללמוד ממנו מהו היחס בין ההכנסות להוצאות,
 עבור כל כמות של כביסה שמתקבלת במכבסה. מצאו מהגרף תשובה
 לשאלה: מתי ההכנסות הן פי 2 מן ההוצאות?

מעמוד 42

3. לפעילות: "צח ונקיי".
 א. לאחר תקופה מסוימת חישב בעל המכבסה את רווחיו, והחליט
 כי אינו מרוויח מספיק. הוא החליט להעלות את המחיר ללקוחותיו,
 כך שאפילו אם יביאו לו רק 20 ק"ג כביסה ליום הוא לא יפסיד.
 איזה מחיר על בעל המכבסה לדרוש עבור ק"ג אחד של כביסה?
- ב. מה צריכים לקיים גרף הוצאות וגרף הכנסות כדי שיהיה הפסד?
 שרטטו גרף של הפסד קבוע (שאינו תלוי בכמות הכביסה ליום).
 מה צריכים לקיים גרף הוצאות וגרף הכנסות, כדי שגרף ההפסד
 יהיה קבוע? ספרו במקרה זה את ה"סיפור" של בעל המכבסה.

מעמוד 42



$$y = ax + b$$

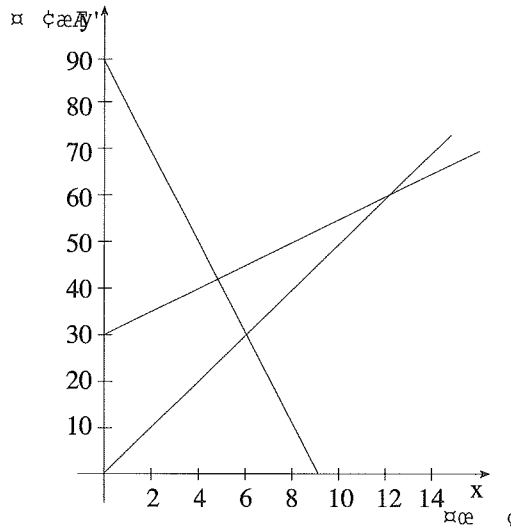
$y = ax + b$ היא תבנית
והגרף שלה ישר,
זאת נוכיח בעתיד,
עתה עדיין אי אפשר.

ל- a ול- b מן התבנית
לכל אחד מהם, תפקיד.
לא תפקיד אחד בלבד,
אך לא הכל, כעת נלמד.

a מצביע על הקצב הקבוע,
והוא מודיע: "אני הוא השיפוע".
 a חיובי זו עלייה, ושלילי זו ירידה,
ובעזרתו את "גובה המדרגה" נדע.

אם נציב אפס בתבנית,
נקבל כתוצאה את b תמיד
"אני נמצא על ציר ה- y ", b אומר;
"בנקודה אשר דרכה הגרף עובר".

1. לפניכם הגרפים של גובה פני המים בשלושת המיכלים הראשונים בזמן המדידה. המכשירים מדדו את הגובה במשך 15 שעות. (מתוך פעילות "גובה פני המים" בעמוד 32).



התבניות הן: $y = 90 - 10x$, $y = 30 + 2.5x$, $y = 5x$

ענו במדויק ככל האפשר.

א. מה היה גובה המים בכל מיכל כעבור 7 שעות מתחילת המדידה?

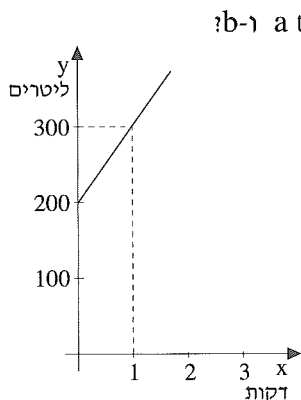
ב. כעבור כמה שעות מתחילת המדידה, היה גובה פני המים בכל מיכל 50 ס"מ?

ג. מתי היה גובה פני המים שווה בשני מיכלים? מה היה אז הגובה? מה היה גובה פני המים במיכל השלישי באותו זמן?

ד. מתי היה גובה פני המים הגבוה ביותר במיכל השני?

ה. מתי היה גובה פני המים הנמוך ביותר במיכל השלישי?

2. הגרף הבא הוא גרף של פונקציה המתאימה לזמן בדקות (x) את כמות המים בליטרים (y) הנמצאת בדוד מים.



א. מהי התבנית המתאימה לגרף? מה מייצגים a ו- b ?

ב. מה תהיה כמות המים בדוד לאחר 2.5 דקות? 5 דקות?

ג. כעבור כמה דקות תהיה כמות המים בדוד 550 ליטרים?

ד. קיבולו של הדוד הוא 1000 ליטרים, וברגע שהוא מתמלא נסגר הברז מאליו. רשמו תחום וקבוצת תמונות מתאימים לפונקציה.

3. אטמוספירה היא יחידה למדידת לחץ. על כל גוף בגובה פני הים קיים לחץ של אטמוספירה אחת (זהו לחץ הנובע משכבת האוויר המקיפה את כדור הארץ). כשצוללים לעומק הים, קיים לחץ נוסף של המים. עם כל ירידה של 10 מ' לעומק במים, עולה הלחץ באטמוספירה אחת.

א. רשמו פונקציה המתאימה לעומק המים במטרים (x), את הלחץ באטמוספירות (y).

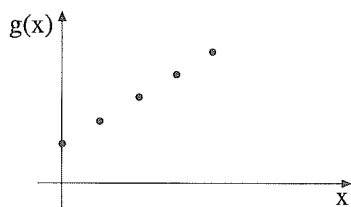
ב. איזה לחץ מופעל על גוף הנמצא בעומק של 5 מ' בים?

ג. באיזה עומק נמצא גוף שמופעל עליו לחץ של $1\frac{1}{4}$ אטמוספירות?

ד. שרטטו את גרף הפונקציה.

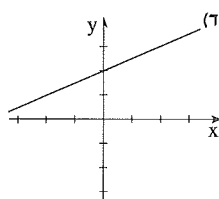
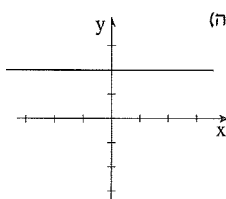
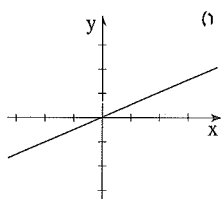
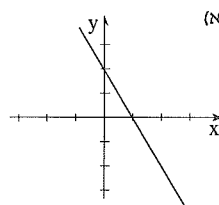
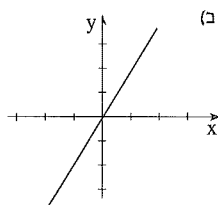
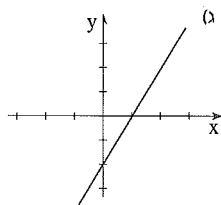
ה. שני גופים נמצאים בתוך הים. על גוף א' מופעל לחץ גדול ב- 0.5 אטמוספירה מן הלחץ המופעל על גוף ב'. מה הבדל העומק בין שני הגופים?

4. ההצגה האלגברית $g(x) = ax + b$, מספר שלם, מתארת את אורך הקפיץ כפונקציה של מספר המשקולות שתלו עליו. לפניכם התיאור הגרפי.



- א. מה מייצג x ? מה מייצג $g(x)$?
- ב. מה מייצג a ? מה מייצג b ?
- ג. השלימו $(=, <, >)$:
 $b \underline{\hspace{1cm}} 0$ $a \underline{\hspace{1cm}} 0$
- ד. סמנו על הציר היכן רואים בגרף את a ? את b ?

5. התאימו לכל גרף פונקציה קווית מן הרשימה שלמטה.



$y = 2x$, $y = 2$, $y = -2x$, $y = \frac{1}{2}x$

$y = -2x + 2$, $y = 2x - 2$, $y = \frac{1}{2}x + 2$

6. לאילו מן הפונקציות הבאות יש תבניות של פונקציה קווית ($y = ax + b$)?

א. $y = 7 + \frac{2}{3}x$ ה. $y = x^3$

ב. $y = 9x^2 - 2$ ו. $y = (2x + 3)^2$

ג. $y = 5$ ז. $y = \sqrt{2}x$

ד. $y = \frac{1}{2x + 1}$ ח. $y = \frac{2}{x} + 7$

7. מהו השיפוע של כל אחת מן הפונקציות הקוויות הבאות:

א. $y = 5x - 1$ ה. $y = 1$

ב. $y = 3 - \frac{1}{2}x$ ו. $y = (1 + \sqrt{2})x$

ג. $y = \frac{x + 15}{3}$ ז. $y = 6(x - 2) + 2(4 - 3x)$

ד. $y = 3(x - 2) - 5x$ ח. $y = \frac{x - 2}{3} - \frac{3 - x}{6}$

8. נתון ישר שחוק ההתאמה שלו הוא: $f(x) = \frac{1}{7}x + \frac{4}{7}$

רשמו אמת או שקר ונמקו:

א. הישר עובר בראשית הצירים.

ב. הנקודה $(2, 10)$ נמצאת על הישר.

ג. הישר חותך את ציר y בצידו החיובי.

ד. הישר חותך את ציר x בנקודה $(-4, 0)$.

ה. הישר מתאר פונקציה יורדת.

ו. הישר עובר ברביע הרביעי.

ז. הישר מקביל לישר $7y - x = 7$.

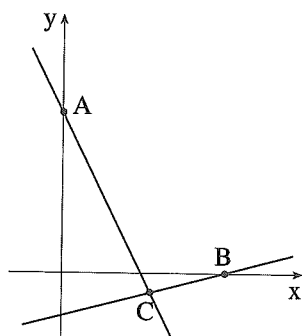
ח. לגבי כל מקור שנבחר, התמונה שלו לפי f קטנה מן התמונה שלו לפי

$g(x) = x + 10$

9. לאילו מן ההתאמות הבאות יש בדרך כלל תבנית מהצורה $y = ax + b$.

- א. התאמה בין מספר המדפים (x) בארון, למספר הספרים שבו.
- ב. התאמה בין מספר פעימות המונה (x) בשיחות טלפון שנערכו במשך חודש, לתשלום החודשי.
- ג. התאמה בין האורך (x) של צלע ריבוע, להיקפו.
- ד. התאמה בין האורך (x) של צלע ריבוע, לשטחו.
- ה. התאמה בין האורך (x) של צלע ריבוע, לאורך אלכסונו.
- ו. התאמה בין האורך (x) של אחד הניצבים של משולש ישר זווית ושווה שוקיים, לשטח הריבוע הבנוי על היתר.
- ז. התאמה בין מספר (x), לנגדי לו.
- ח. התאמה בין מספר שונה מאפס (x), להופכי לו.
- ט. התאמה בין מספר חיובי (x), לשורש שלו.
- י. התאמה בין מספר (x) של חולצה, למחירה.
- יא. התאמה בין זווית הראש (x) במשולש שווה שוקיים, לזווית בסיס.
- יב. התאמה בין זווית הראש (x) במשולש שווה שוקיים, לסכום זוויותיו.
- יג. התאמה בין זווית בסיס (x) במשולש שווה שוקיים, לזווית הראש.
- יד. התאמה בין האורך (x) של צלע המלבן, לשטחו, כאשר אורך הצלע השניה 5 ס"מ.
- טו. התאמה בין האורך (x) של צלע המלבן, להיקפו, כאשר אורך הצלע השניה גדול ב-5 ס"מ מאורך הצלע הראשונה שסומנה ב- x .
- טז. התאמה בין מספר שקי המלט שנקנו (x), לתשלום עבורם, הכולל דמי הובלה קבועים.

10. לפניכם שרטוט הגרפים:



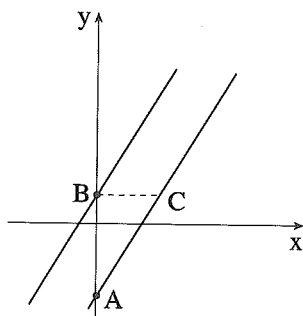
$$f(x) = -2x + 5$$

$$g(x) = \frac{1}{3}x - 2$$

א. מהו הגרף המתאים לכל פונקציה?
נמקו.

ב. מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C.

11. לפניכם שרטוט הגרפים:



$$f(x) = 2x + 1$$

$$g(x) = 2x - 3$$

א. מהו הגרף המתאים לכל פונקציה? נמקו.

ב. מהם שיעורי הנקודות A, B?

ג. BC מקביל לציר ה-x.

מהו אורך הקטע BC?

12. קראו מן התבנית שיעורי נקודה שנמצאת על הגרף ושיפוע הגרף, ו"שרטטו" את הגרפים של הפונקציות הקוויות הבאות, ללא חישוב נקודות.

ד. $f(x) = 5$

א. $f(x) = 3x$

ה. $f(x) = -x - 2$

ב. $f(x) = 2x - 1$

ו. $f(x) = -\frac{1}{3}x + 1$

ג. $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$



1. לפניכם מספר משוואות מן המעלה הראשונה. הביעו, אם אפשר, את חוקי ההתאמה של הפונקציות המסתתרים במשוואות.

דוגמה: המשוואה $x - y = 2$

חוק ההתאמה $y = x - 2$ או $[f(x) = x - 2]$.

א. $x + y = 5$	ה. $3(x + y - 2) = 4y$
ב. $5x - y = 6$	ו. $2(x - 5) - 2(x + y) = 6$
ג. $4x + 2y = 5$	ז. $4(x + 1) + 2(x + y) = 2y$
ד. $\frac{x + 2y}{2} = 7$	ח. $\frac{3x + 2y}{5} = \frac{2x + y}{3}$

2. העבירו לצורה מפורשת (כלומר, לצורה $y = \dots$) את המשוואות הבאות:

א. $\frac{7x - y}{6} = 5$	ה. $4y = 2x - 4(1 + y)$
ב. $\frac{2x + 5}{2} = \frac{y}{3} - 1$	ו. $\frac{1}{xy} = 5$
ג. $xy = 9$	ז. $(x - y)^2 - (x + y)^2 = x + y$
ד. $x^2 + y = 1$	ח. $(x - 3)^2 + y = x^2$

לאילו מהמשוואות יש תבנית של פונקציה קווית?

3. מצאו מספר שאם תציבו אותו במקום d , תתקבל פונקציה קווית.

א. $y = (5x + 3)x - 2dx^2 + 3$	ד. $y = 1 + (d - 4)x^2$
ב. $y = dx^2 + (x - 2)^2$	ה. $y = d \cdot \frac{x^4 + x^2}{x^2 + 1}$
ג. $y = d(x - 3)^2 + 2x^2 - 25$	ו. $y = \frac{(2 + d)(x^3 + 2x)}{x^2 + 2}$

קריאה לערך



בשם הערך השלם של מספר מכנים את המספר השלם הגדול ביותר, שאינו גדול מן המספר הנתון.

מסמנים את הערך השלם על ידי סוגריים מרובעים משני צידי המספר.

דוגמאות:

$$\left[3\frac{5}{7} \right] = 3 \quad [2.1] = 2$$

$$\left[\frac{1}{2} \right] = \quad [7.9] = \quad \text{חשבו:} \quad [5] = 5 \quad [-7.2] = -8$$

$$[-6] = \quad [-3.5] =$$

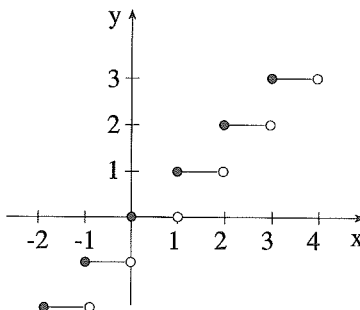
$$[\quad] = -2 \quad \text{תנו דוגמה:}$$

שימו לב!

הערך השלם של מספר שאינו שלם נמצא משמאלו של המספר על ציר המספרים.



נערוך התאמה f בין מספר לערך השלם שלו. גרף הפונקציה f נראה כך:



התוכלו להסביר מדוע יש קטעים אופקיים בגרף?

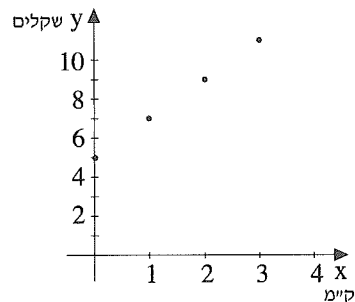
התוכלו להסביר מדוע יש קפיצות בגרף?

התוכלו להסביר מדוע העיגולים של קצות הקטעים מצד ימין ריקים?

בנסיעה במונית מראה המונה בתחילה תשלום של 5 ש"ח.
בכל ק"מ "קופץ" המונה ומוסיף 2 ש"ח.

התבנית $5 + 2x$ מתאימה למספר
הקילומטרים שנסעת, את התשלום
שעלי לשלם, בתנאי שנסעת מספר
שלם של ק"מ.
והגרף נראה כך:

הסבירו מדוע.



מה אשלם אם אסע $7\frac{1}{4}$ ק"מ?
בהצבה בתבנית נקבל:

$$5 + 2 \cdot 7\frac{1}{4} = 19.5$$

האם ייתכן שאשלם 19.5 ש"ח?

אם נחזור לסיפור, נגלה

שהתשלום עבור הנסיעה במונית

הוא תמיד מספר שלם, אי זוגי.

כלומר, התבנית שלנו אינה מתאימה

לסיפור, אלא לגבי מספר שלם של

קילומטרים.

בסיפור שלנו אין כל הגבלה

לגבי מספר הקילומטרים,

והוא אינו חייב להיות שלם.

תבנית מתאימה יותר לסיפורנו היא:

הסבירו מדוע.

כמה אשלם עבור $7\frac{1}{4}$ ק"מ

$$5 + 2 \cdot [x]$$

לפי התבנית ולפי הסיפור?

אלול

1. שרטטו את גרף הפונקציה המתאימה למספר הק"מ שנסעתי, את התשלום עבור המונית.

2. נסו למצוא סיפור אחר שהתבנית שלו מכילה $[x]$.

3. האם גם בסיפור הקפיץ התבנית צריכה להכיל $[x]$, אם מעוניינים במספר משקולות שאינו שלם?
הסבירו.

בלאשה לאור



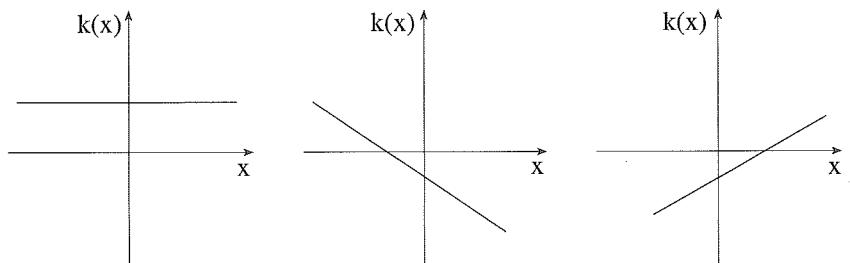
1. ההצגה האלגברית $k(x) = ax + b$

מייצגת את הטמפרטורה של נוזל, כפונקציה של הזמן שעבר מתחילת המדידה. (לפני התחלת המדידה הזמן שלילי).

א. מה מייצג x , מה מייצג $k(x)$?

ב. מה מייצג a , מה מייצג b ?

ג. לפניכם מספר גרפים מתאימים.



השלימו $(=, <, >)$:

$a \underline{\hspace{1cm}} 0$

$a \underline{\hspace{1cm}} 0$

$a \underline{\hspace{1cm}} 0$

$b \underline{\hspace{1cm}} 0$

$b \underline{\hspace{1cm}} 0$

$b \underline{\hspace{1cm}} 0$

ד. שרטטו גרף מתאים ל"סיפור"

- אם ידוע כי $a < 0$ ו- $b = 0$

- אם ידוע כי $a > 0$ ו- $b > 0$

2. התבנית $y = ax + b$ מתארת תוצאות מדידה של טמפרטורה בכלי עם נוזל.

הסבירו מה קורה בניסוי במקרים הבאים (שרטטו סקיצות של הגרפים):

ד. $b < 0$ $a < 0$

א. $b > 0$ $a > 0$

ה. $b = 0$ $a > 0$

ב. $b < 0$ $a > 0$

ו. $b > 0$ $a = 0$

ג. $b > 0$ $a < 0$

3. ליאת אמרה: "הנקודה $(12, 3)$ נמצאת על הישר, לכן שיפוע הישר הוא 4".
מה דעתכם? מה תאמרו לליאת?



למדנו לקרוא גרף של ישר המספר סיפור, לתרגם לתבנית, ולהבחין בפרטי הסיפור בגרף ובתבנית.

דוגמה:

שושי חוסכת כסף לקניית מחשב.

היא מקבלת כל שבוע דמי כיס של _____ שקלים.

עם הגיעה לגיל בת מצווה היו בקופתה _____ שקלים.

מצבה הכספי מתואר בגרף הבא:

$x = 0$ מתאר את יום הולדתה ה-12.

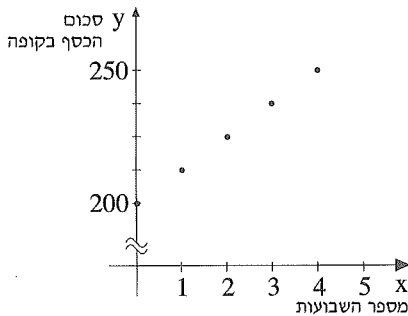
לפי הגרף אפשר להשלים את הסיפור:

ביום הולדתה ה-12 היו לשושי 200 ש"ח

בקופתה. בכל שבוע קיבלה דמי כיס

של 10 ש"ח.

התבנית היא $y = 10x + 200$



נפרק את הסיפור לפרטיו:

בסיפור	בגרף	בתבנית
סכום הכסף גדל כל שבוע	הגרף עולה	$a > 0$
סכום הכסף גדל בקצב קבוע	הגרף ישר	התבנית מהצורה $y = ax + b$
סכום הכסף גדל ב-10 ש"ח לשבוע	השיפוע 10	$a = 10$
אחרי שבוע היו בקופתה 210 ש"ח	הנקודה (1, 210) נמצאת על הגרף	כאשר מציבים בתבנית $x = 1$ מקבלים 210.
ביום ההולדת היו בקופה 200 ש"ח	הנקודה (0, 200) מתארת מצב התחלתי	$b = 200$

למדנו לקרוא תבנית של פונקציה קווית ולתרגם אותה לסיפור ולגרף.

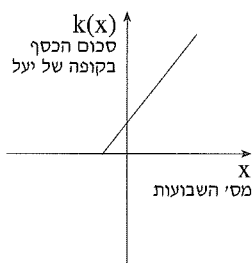
דוגמה מלווה:

הסיפור של שושי ממשיך, אך היא הוציאה כסף מקופתה לפני קניית המחשב. נקודת המוצא הפעם היא יום הולדתה ה-13 והיא מתחילה לחסוך מחדש. התבנית הפעם $y = 15x - 10$. הסיפור: שושי מקבלת כל שבוע 15 ש"ח. ביום הולדתה היתה קופתה בגרעון של 10 ש"ח. הגרף הוא אוסף של נקודות על ישר ששיפועו 15 והוא פוגש את ציר ה- y בנקודה $(0, -10)$.

למדנו להוציא מידע מגרף גם אם אין מספרים על הצירים, וכן להוציא מידע מן התבנית $y = ax + b$, לפי הסימנים של a ו- b .

דוגמה מלווה:

גם יעל חברתה של שושי, התחילה לחסוך כסף לקניית מחשב, מה תוכלו לומר על מצבה הכספי, אם התבנית המתאימה היא $y = ax + b$, כאשר $x = 0$ מציין שגילה של יעל הוא 13.

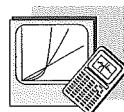
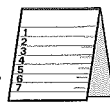


הסיפור: לפני גיל 13

היתה קופתה של יעל ריקה.

מאז ואילך הקופה הלכה והתמלאה בקצב קבוע.

מה תוכלו לומר על מצבה הכספי של גילה, אם התבנית המתאימה לזמן את $y = ax + b$, כאשר $a < 0$ ו- $b > 0$?



תפוזים לחנוכה

לקראת חג החנוכה, החליטה רונית לשלוח לקרובים בחו"ל ארגו תפוזים. היא התעניינה בחברות משלוח שונות, והתברר לה כי ארגו תפוזים מכיל לכל היותר 20 ק"ג תפוזים.

בחברת "המעופף" מורכב מחיר המשלוח ממחיר התחלתי של 40 ש"ח ועוד 3 ש"ח עבור כל ק"ג תפוזים.

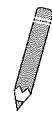
חברת "זיל הזול" אינה גובה מחיר התחלתי, והיא קובעת מחיר למשלוח ק"ג אחד של תפוזים כך, שכל משלוח אצלה יהיה זול יותר מן המשלוח בחברת "המעופף".

חברת "משלוח הגליל" גובה מחיר קבוע של 70 ש"ח, עבור משלוח של ארגו תפוזים, בלא להתחשב כמה ק"ג תפוזים יש בו.

1. מה תוכלו לומר על המחיר שקובעת חברת "זיל הזול", למשלוח של ק"ג אחד של תפוזים?
2. האם ייתכן שמחיר המשלוח בחברת "משלוחי הגליל" יהיה זול יותר מאשר בחברת "זיל הזול"? אם לא יתכן, נמקו. אם יתכן, תנו דוגמה.
3. חברת "זיל הזול" הגיעה למסקנה כי רוב הלקוחות שולחים ארגו שלם, ומכיוון שרצתה שמחירה יהיו הזולים ביותר, היא החליטה לבקש מחיר זול יותר גם מהמחיר של חברת "משלוח הגליל".
מה תוכלו לומר על המחיר שקבעה למשלוח ק"ג אחד של תפוזים?
4. לבסוף, לאחר שהפסידה הפסדים גדולים, שינתה חברת "זיל הזול" את מחירה. היא החליטה לגבות מחיר התחלתי של 30 ש"ח.
כמה עליה לבקש עבור משלוח של כל ק"ג תפוזים, כדי שתקבל תשלום עבור ארגו מלא כמו חברת "המעופף"? כמו חברת "משלוח הגליל"?



מסיבת פורים

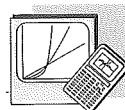


במסיבת פורים רצו תלמידי כיתה ט' לתלות בלונים בשרשרות.
משימת ניפוח של 120 בלונים ניתנה לשתי קבוצות.

קבוצה א' יכולה לנפח את כל הבלונים במשך 4 דקות.
קבוצה ב' יכולה לנפח את כל הבלונים במשך 6 דקות.

1. שערך בכמה דקות, בערך, שתי הקבוצות יגמרו לנפח את כל הבלונים, אם יעבדו ביחד.
2. פתרו את הבעיה בכלים מתמטיים.
האם תוכלו לפתור את השאלה בדרך גרפית?
3. התוכלו לפתור את השאלה אם לא ידוע לכם כמה בלונים יש לנפח?

3. עוד על a ועל b



משפחות של פונקציות

התיאור הגרפי של פונקציה מהצורה $f(x) = ax + b$ הוא קו ישר. נחקור, כיצד משפיע שינוי של a ושל b על מקומו ומצבו של הישר

1. נתונה תבנית $g(x) = mx - 3m$

הציבו במקום m ארבעה מספרים שונים (חיוביים, שליליים, שלמים ושבירים) ושרטטו את ארבע הפונקציות במערכת צירים אחת. מה המשותף לארבעת הישרים ששרטטתם? התוכלו להוכיח באופן אלגברי כי תכונה זו משותפת **לכל** הישרים מן המשפחה?

כשמציבים מספר במקום m בתבנית

$$g(x) = mx - 3m$$

התבנית מבטאת, אם כן, **משפחה** של פונקציות.

הפונקציות השייכות למשפחה זו הן כל

אותן הפונקציות המתקבלות בהצבה כלשהי של m .

m נקרא **פרמטר**.

התבנית $y = ax + b$ מבטאת את משפחת כל הפונקציות הקוויות.

a ו- b הם פרמטרים. אם נציב מספר במקום a ומספר במקום b נקבל פונקציה אחת מן המשפחה.

2. א. קשמו ארבע פונקציות מן המשפחה $f(x) = mx + 5$

שרטטו ותנו תאור מילולי של תכונה משותפת למשפחה.

- התוכלו להוכיח כי תכונה זו משותפת **לכל** הפונקציות מן המשפחה?
- הדגימו בתנועה על ידי "שרטוט" של ישרים במערכת הצירים את תכונת המשפחה.

ב. רשמו ארבע פונקציות מן המשפחה $k(x) = \frac{1}{2}x + m$

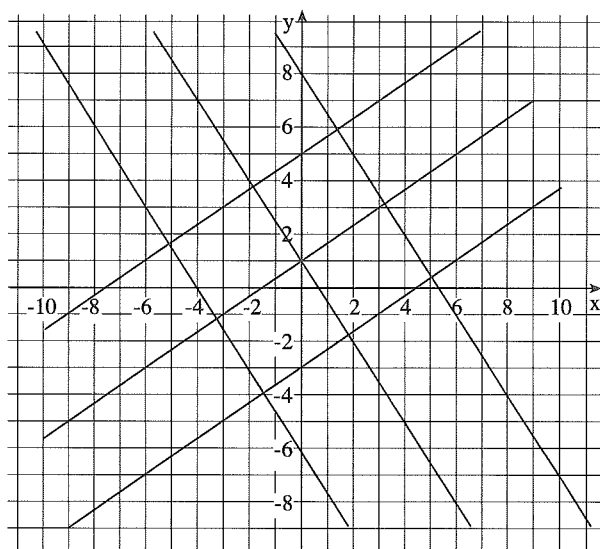
שרטטו ותנו תאור מילולי של תכונה משותפת למשפחה.

- התוכלו להוכיח כי תכונה זו משותפת לכל הפונקציות מן המשפחה?
- הדגימו בתנועה על ידי "שרטוט" של ישרים במערכת הצירים את תכונת המשפחה.

3. א. מה קובע את המשותף לכל הפונקציות ממשפחה אחת, המספרים הקבועים או הפרמטרים? נסו להסביר.

ב. נסו להסביר ממה נובעים ההבדלים בין פונקציות שונות במשפחה אחת.

4. שרטטו במחשב את השרטוט הבא:



במחשבון: כדי לשרטט פונקציות נוספות על הארבע (במסך $y =$)

הקישו: **2nd** **DRAW** **6**

רשמו תבנית לשרטוט.

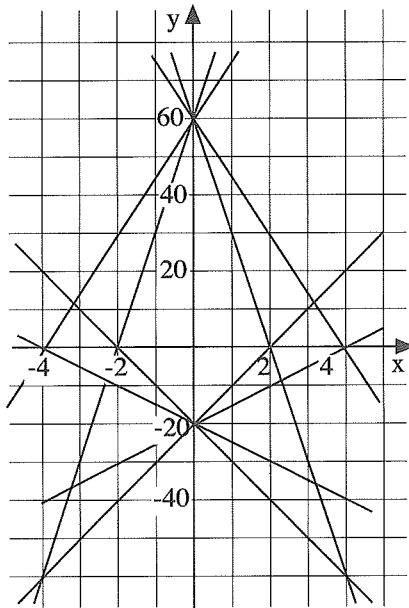
הקישו **ENTER**

אפשר למחוק את כל הגרפים המשורטטים בדרך זו, בבת אחת.

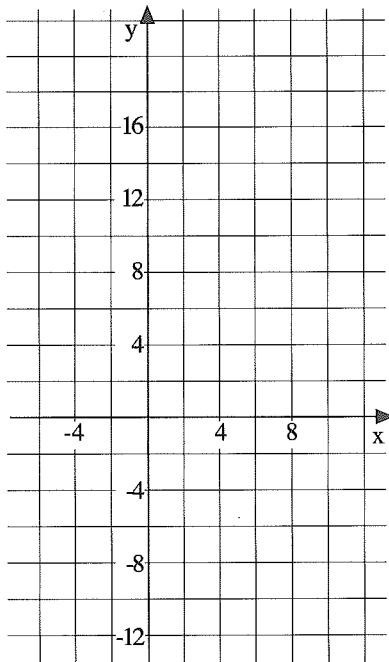
2nd **DRAW** **1** **ENTER**

אי אפשר למחוק גרף יחיד ששרטט בדרך זו, ואי אפשר להלך עליו.

5. שרטטו במחשב את השרטוט הבא:



6. שרטטו, על נייר, במערכת צירים כמו זו שלפניכם, מבלי לחשב, שרטוט המורכב מן התבניות הבאות:



$$y = 2x$$

$$y = 2x - 12$$

$$y = -2x + 6$$

$$y = -2x + 18$$

$$y = 6$$

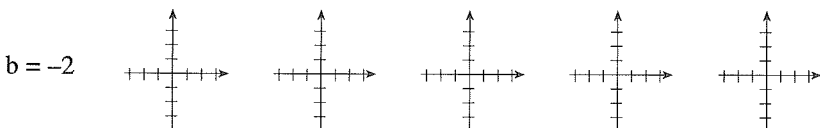
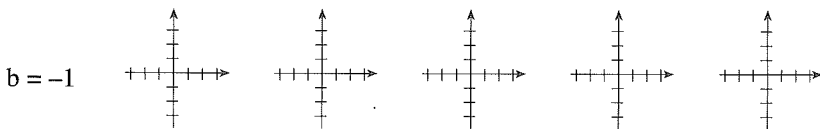
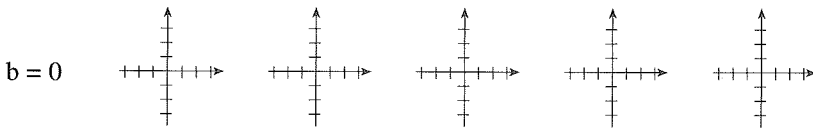
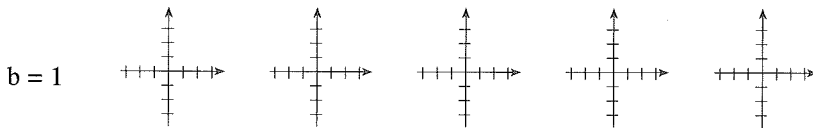
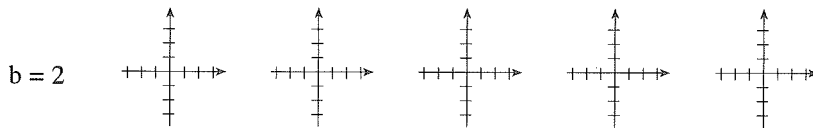
$$y = 0$$

בדקו את שרטוטיכם במחשב.

אם סיימתם, נסו את כוחכם בעמוד 73 שאלה 1.

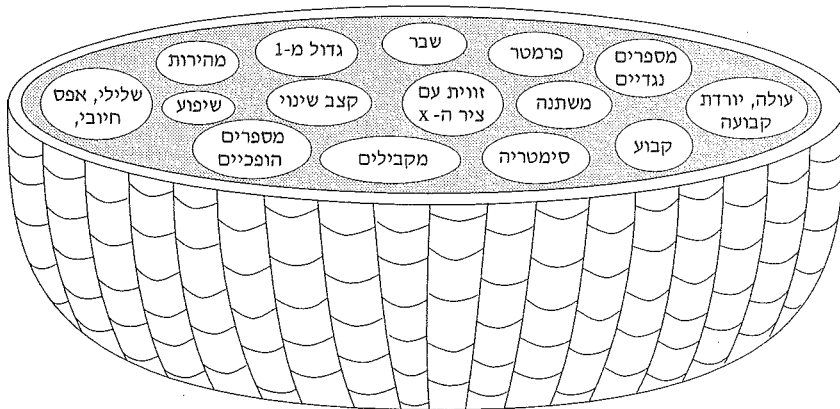
בצלקבו a -1 b

1. שרטטו במערכות הצירים הבאות את הישרים $y = ax + b$, לפי a ו-b הרשומים בטור השמאלי ובשורה התחתונה.

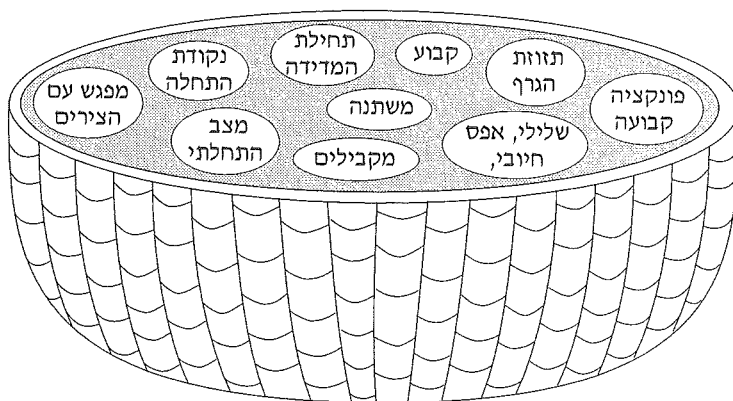


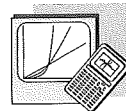
y = ax + b a = -2 a = -1 a = 0 a = 1 a = 2

2. כתבו כל מה שתוכלו לומר על הפרמטר a בתבנית $y = ax + b$.
השתמשו במילים מן הסל.



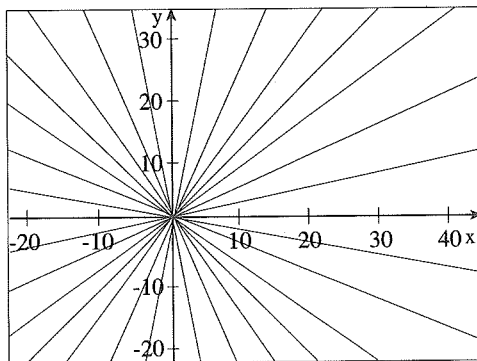
3. כתבו כל מה שתוכלו על הפרמטר b בתבנית $y = ax + b$.
השתמשו במילים מן הסל.





I. כוכב מנצנץ

שרטטו במחשב את התמונה הבאה.



1. א. רשמו את התבנית של כל ישר, ואת מספרו, לפי הסדר שבו שרטטתם אותו. לדוגמה: $y_1 = x$

$$y_1 = x$$

$$y_2 = \dots$$

$$y_3 = \dots$$

ב. מה משותף לכל הישרים בשרטוט?

מה משותף לכל התבניות המתאימות להם?

ג. דווחו על נסיונותיכם (גם השגויים) ליצור זוויות שוות או שוות בקירוב בין הישרים.

2. נסו לשנות את גבולות מערכת הצירים. מה קיבלתם?

אם סיימתם, כך שכוכבכם נראה כמו בתמונה, נסו את כוחכם בעמוד 73

שאלה 2, ובעמוד 74 שאלה 3.



II. מסה, נפח וצפיפות

המסה של גוש ברזל תלויה בנפחו. המסה עולה בקצב קבוע עם עליית הנפח.

המסה של סמ"ק אחד של ברזל היא 7.86 גרם.

מספר זה נקרא הצפיפות של הברזל.

מהי המסה של 2 סמ"ק ברזל? של x סמ"ק ברזל?

לפניכם טבלת צפיפות של מספר חומרים:

עץ אורן	שעם	כוהל	זכוכית	זהב	גליצרין	ברזל	מים	החומר
0.50	0.24	0.79	2.50	19.32	1.26	7.86	1.00	הצפיפות בגרם/סמ"ק

1. שרטטו במחשב את הגרפים המתאימים לנפח של כל חומר (בסמ"ק),

את המסה שלו (בגרמים).

2. המורה לטבע הכין לניסוי 3 גרם מכל חומר.

מה נפחו של כל אחד מהם?

3. כתבו באיזה אופן רואים מן הגרפים במערכת את הטענות הבאות.

תוכלו לקבל כיוון על ידי מגדלור עם Ala בעמוד 72.

א. כאשר גופים שונים עשויים מאותו חומר, ככל שעולה נפח הגוף עולה מסתו.

ב. המסה של הגוף עולה בהתאם לנפחו, בקצב קבוע.

ג. כאשר לגופים העשויים מחומרים שונים יש אותו נפח, אז ככל שהצפיפות של החומר ממנו הם עשויים גדולה יותר, גם המסה שלהם גדולה יותר.

ד. כאשר לגופים העשויים מחומרים שונים יש אותה מסה, אז ככל שהצפיפות של החומר ממנו הם עשויים גדולה יותר, נפחם קטן יותר.

ה. קצב עליית המסה בהתאם לנפח של חומר מסוים הוא הצפיפות של החומר.

III. שיירת נמלים



שיירת נמלים משתרכת מן הקן למטבח ובחזרה.

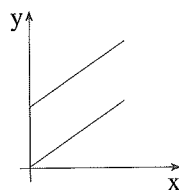
יעקב עקב, בכל פעם, אחרי שתי נמלים מן השיירה, ותאר את המעקב בגרף.

הגרף מתאר את המרחק של כל נמלה מן הקן כפונקציה של זמן המעקב.

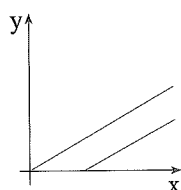
ספרו מה ראה יעקב, בכל פעם, על-פי הגרף ששרטט.

תוכלו לקבל כיוון על ידי מגדלור עם האוזן בעמוד 72.

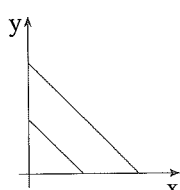
א.



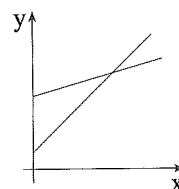
ב.



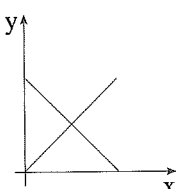
ג.



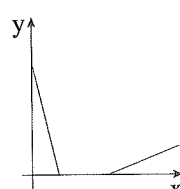
ד.



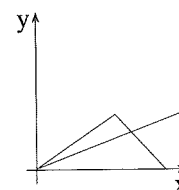
ה.



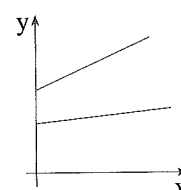
ו.



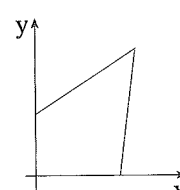
ז.



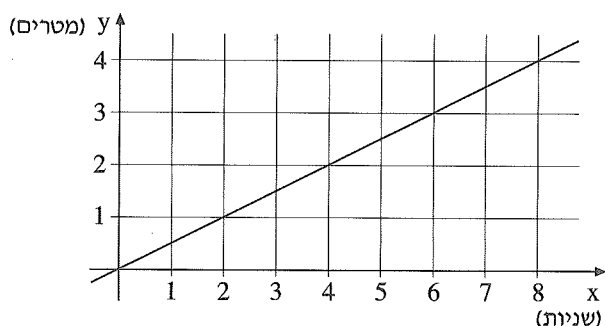
ח.



ט.



1. הנמלה נחמה, הנמלה רוחמה והנמלה רוזמרינה שהשתתפו בשיירה, החליטו להתחרות בריצה.
הנמלה נחמה רצה לפי הגרף הבא:



- ספרו על ריצתה של הנמלה נחמה?

2. הנמלה רוחמה, שהיא איטית יותר, קיבלה "פור" של שני מטרים, והתחילה את המרוץ באותו זמן שהתחילה הנמלה נחמה.

הנמלה רוזמרינה שהיא זריזה יותר מנחמה, חיכתה שתי שניות לפני שיצאה למרוץ. היא יצאה מאותו מקום שהתחילה בו הנמלה נחמה.

כל שלוש הנמלים הגיעו למטרה (במרחק 4 מ' מן הקו) ביחד.

הוסיפו לגרף את הגרפים המתאימים לשתי הנמלים האחרות.

3. נסו לכתוב תבנית לכל גרף.

אם סיימתם, נסו את כוחכם בעמוד 70 "תחרות ריצה א".



IV. תחרות ריצה א'

שני אחים, גדי בכיתה ג' וחיים בכיתה ח', מתחרים בריצה למרחק 100 מ'.

גדי רץ במהירות של 5 מ' לשנייה, ובהיותו צעיר יותר קיבל "פור" של 35 מ'.

באיזו מהירות מינימלית על חיים לרוץ, כדי להשיג את גדי?
האם, לדעתכם, ישיג אותו?

בתחרות הבאה למרחק 100 מ' שקיימו האחים, התחיל חיים לרוץ 6 שניות אחרי גדי.

גדי שהתעייף בינתיים רץ הפעם במהירות של 4.5 מ' לשנייה.

באיזו מהירות מינימלית על חיים לרוץ כדי להשיג הפעם את גדי?
האם, לדעתכם, ישיג אותו?

1. שרטטו תחילה סקיצה של המירוץ.

2. פתרו את הבעיה בדרך גרפית: שרטטו במחשב את גרף הריצה של גדי. מצאו כיצד צריך להראות גרף הריצה של חיים, כדי שישג את גדי. תוכלו לקבל כיוון על ידי מגדלור עם האזנה בעמוד 72.

3. פתרו את הבעיה בדרך אלגברית.
התוכלו למצוא קשר בין שתי הדרכים לפתרון?

אם סיימתם, נסו את כוחכם בעמוד 71 "תחרות ריצה ב'".



v. תחרות ריצה ב'

הארנב עם הצב התלוצץ:

"בוא נתחרה בריצה מן העץ.

ק"מ אחד עד למטרה

בלי לחזור בחזרה".

הארנב כל דקה 120 מ' דוהר.

הצב באותו זמן 3 מ' עובר.

בכל זאת הצב לא אמר: "לא יכול"

ומיד במירוץ הוא החל לזחול.

הארנב לעומתו להתאמץ לא רצה,

ותחת לעץ שלוה מצא.

פתאום התעורר בתחושת אסון!

הצב התקרב לניצחון.

כמה זמן יכול היה לישון,

אם הצב הגיע למטרה ראשון?

הצב הסכים על התחרות לחזור,

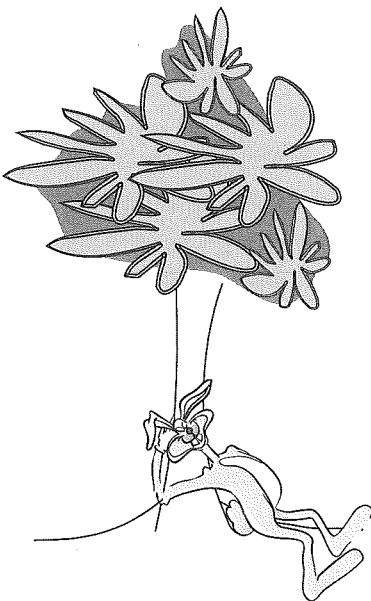
אך הפעם הוא יקבל "פור".

ברצותו לנצח, מהירותו השתנתה

ל-4 מטר בדקה עלתה.

כמה מטר "פור" הארנב הרשה

אם לנצח במירוץ הוא רצה?



1. לפעילות: "מסה נפח וצפיפות"

א. כאשר רוצים לראות מן הגרפים מידע לגבי גוף אחד מסוים, יש להסתכל על גרף אחד.

ב. כאשר רוצים להשוות גופים שונים, יש להסתכל על מספר גרפים, כי כל גרף נותן מידע על גוף אחד.

ג. את הגופים שיש להם אותו נפח, מייצגות נקודות, על הגרפים, המסודרות בטור.

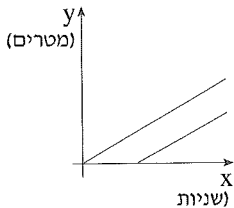
ד. את הגופים שיש להם אותה מסה מייצגות נקודות, על הגרפים, המסודרות בשורה.



מעמוד 67

2. לפעילות: "שיירת נמלים"

לדוגמה גרף ב': נמלה א' יצאה מן הקו, ונמלה ב' יצאה מן הקו זמן מסוים אחריה. שתיהן התרחקו מן הקו באותה מהירות, ולכן היה המרחק ביניהן קבוע, כל הזמן.

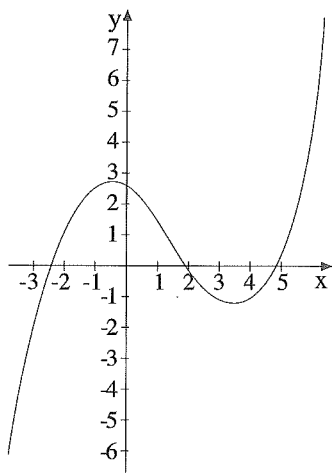


מעמוד 68

3. לפעילויות: "תחרות ריצה א'", "תחרות ריצה ב'".

היעזרו ברעיון של חיבור נקודות לישר. אם תחברו את הנקודות המתאימות, המחשב "ינדב" לכם את השיפוע (שהוא המהירות).

מעמוד 70



מעמ' 61

1. לפעילות: "משפחות של פונקציות".

לפניכם גרף הפונקציה $y = f(x)$.

שרטטו באותה מערכת צירים

את גרף הפונקציה:

$$y = f(x) + 2 \text{ בכחול,}$$

ואת גרף הפונקציה:

$$y = f(x) - 3 \text{ באדום.}$$

בדקו את נכונות שרטוטיכם במחשב,

$$\text{אם: } f(x) = 0.1(x^2 - 5)(x - 5)$$

2. לפעילות: "כוכב מנצנץ".

א. גרמו לכוכב לזרוח, כלומר, לעלות למעלה במערכת הצירים.

ב. גרמו לכוכב לטייל בשמיים 3 יחידות "מזרח" (ימינה).

מעמ' 66

3. לפעילות: "כוכב מנצנץ" (אם הנכם עובדים במחשב).

א. שרטטו את הכוכב המנצנץ במדויק:

F5	העברת קטע/קרן/ישר	שרטטו את הישרים
11.25	ALT D	במערכת הצירים
	זווית/שיפוע	כאשר בין כל שני ישרים
		זווית של $\frac{90}{8} = 11.25^\circ$
F10	לאישור וביצוע השרטוט	

כאשר הישר משורטט, מופיעה התבנית שלו בחלון התבניות במחשב.

הכינו טבלה לקשר בין הזווית שהישר יוצר עם ציר ה- x לבין שיפועו. שרטטו את גרף השיפוע כפונקציה של הזווית, לפי הטבלה שהכנתם. הסבירו, לפי הטבלה או הגרף, מדוע התבניות:

$5x$, $4x$, $3x$, $2x$, x

מתאימות לישרים שהזוויות ביניהן הולכות וקטנות.

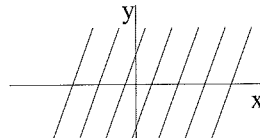
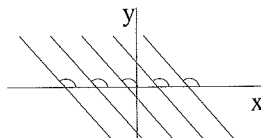
פונקציית הקשר בין הזווית לשיפוע נקראת פונקציית הטנגנס ($\tan$).

מעמ' 66



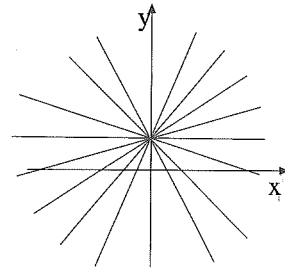
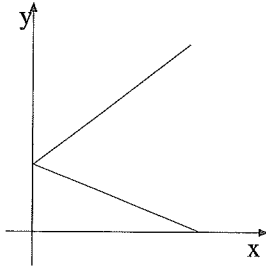
שני תפקידים ל- a . . .

- א. כאשר עוסקים במשפחה של ישרים, אשר משורטטים במערכת הצירים, אם במקום ה- a המספר הוא קבוע, אז לכל ישר יש אותו שיפוע. כל הישרים אז מקבילים, כולם יורדים או קבועים או עולים.
- ב. ואם על ציר ה- x הישרים עוברים, ועם כיוונו החיובי זווית יוצרים, (האם דבר כזה אינו קורה תמיד? או אולי תלוי הוא בתבנית?) אז הזוויות שכך נוצרות, כולן שוות. התוכלו להוכיח את הטענה הזאת?

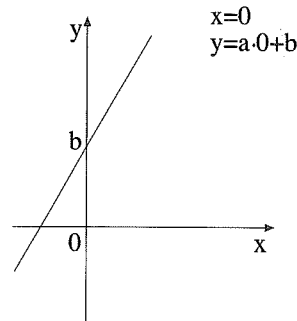
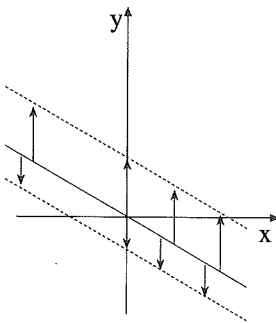


... ושלווה ל-b.

- ג. ואם b מספר קבוע, אז כל הישרים z . ובסיפורים אשר באפס מתחילים, נפגשים בנקודה במערכת הצירים. כמו ציור של שמש השרטוט נראה. התוכלו לדעת היכן הוא מרכזה?
- כאשר אין משמעות למספרים השליליים, $(0, b)$ היא נקודת ההתחלה. התוכלו להיזכר בדוגמה של שאלה?



- ה. התפקיד הזה של b נובע, מן העובדה שהוא מספר חופשי, קבוע. אינו נכפל ב- x במשוואת הישר, לכן כשאפס מציבים, הוא תמיד נשאר, ופוגש על ציר ה- y את הישר.
- ו. וכשלוקחים אחד הישרים אשר עובר בראשית הצירים (כלומר $y = ax$ היא משפחתו), ובכיוון ציר ה- y מזיזים אותו; מקבלים משוואה חדשה לישר, משוואה כזו שנוסף לה מחובר.



- ז. התדעו מהו שם המחובר, ובאיזה אופן לעניין זה b נקשר? ומה תוכלו על b לומר, אם הזיזו למטה את הישר? האם לכיוון ההזזה של הישר יש השפעה על סימן המחובר?



1. א. השלימו את הטבלה הבאה:

אם הינכם נתקלים בקושי במציאת התכונה או התבנית, רשמו שתי פונקציות פרטיות נוספות.

תכונה למשפחה	פונקציה פרטית	התכונה
	$y = 5x$	הגרף הוא ישר בעל שיפוע, העובר דרך ראשית הצירים.
$y = 2x + b$		
		הגרף הוא ישר המקביל לישר $y = \frac{1}{2}x - 2$ או מתלכד איתו.
$y = mx - 3$		
$y = c$		
		הגרף הוא ישר החותך את ציר x בנקודה $(3, 0)$.
		הפונקציה היא קווית יורדת והגרף שלה חותך את שני הצירים באותו מספר.
	$y = \frac{1}{2}x$	

ב. הדגימו כל משפחה על ידי תנועה של ישר במערכת צירים.

ג. חלקו את המשפחות לשתי קבוצות עיקריות.

תבניות המשפחה הראשונה	תבניות המשפחה השנייה

2. א. רשמו תבנית למשפחת הישרים החותכים את ציר ה- y בנקודה $(0, -3\frac{1}{2})$.
 רשמו שתי פונקציות מן המשפחה, אחת עולה ואחת יורדת.

ב. רשמו תבנית למשפחת הפונקציות, שהגרף שלהן מקביל לישר $y = -x + 3$.
 כמה פונקציות במשפחה זו? כמה מן הפונקציות של המשפחה עוברות דרך הנקודה $(2, 4)$?

ג. רשמו את כל הפונקציות הקוויות אשר הגרפים שלהן חותכים את שני הצירים במרחק שתי יחידות מן הראשית. התוכלו לרשום אותן כמשפחה? נמקו.

3. א. רשמו פונקציה השייכת לשתי המשפחות:
 $y = -2x + c$ $y = ax + 3$

ב. איזו תכונה "מקבלת" הפונקציה מכל משפחה?

ג. האם יש פונקציה קווית אחרת המשותפת לשתי המשפחות? נמקו!

4. א. רשמו שתי פונקציות קוויות אשר שיפוען 0. "שרטטו" את הגרף שלהן.

ב. רשמו תבנית למשפחת הפונקציות הקוויות אשר שיפוען 0. איזה שם נוסף אתם מכירים למשפחה זו?

5. א. רשמו שלוש פונקציות פרטיות, מן המשפחה $y = mx + 5 - 2m$, ושרטטו את הגרפים שלהן במערכת צירים אחת.

ב. שערן, לפי השרטוט, את התכונה המשותפת לפונקציות מהמשפחה, והוכיחו את השערתכם.

6. נכון או לא נכון?

א. במשפחה $y = 2x + b$ יש פונקציה שהגרף שלה עובר דרך ראשית הצירים.

ב. במשפחה $y = 3x + c$ יש פונקציה שהגרף שלה מקביל לגרף הפונקציה $y = 2x + 3$.

ג. במשפחה $y = ax - 4$ יש פונקציה קבועה.

ד. במשפחה $y = ax + 1$ יש פונקציה שהגרף שלה עובר דרך ראשית הצירים.

7. לכל פונקציה f מצאו פונקציה g , כך שהגרפים של שתי הפונקציות הם ישרים מקבילים.

רשמו את האותיות המתאימות בטבלה למטה, ותקבלו שם של מתמטיקאי שעסק בפונקציות.

א.	$f(x) = 2 + 2x$	ב.	$g(x) = \frac{1-x}{3} - \frac{1+5x}{3}$
ב.	$f(x) = x - \frac{x}{3}$	ג.	$g(x) = 5(x-1) + 3(1-x)$
ג.	$f(x) = (x-3)^2 - x^2$	ד.	$g(x) = 6 - 6(x+1)$
ד.	$f(x) = 7$	ה.	$g(x) = x^2 - (x-3)(x+3)$
ה.	$f(x) = \frac{5-3x}{6} - 1.5x$	ו.	$g(x) = 3x - \frac{1-6x}{2}$
ו.	$f(x) = 6x$	ז.	$g(x) = \frac{5+4x}{6}$

f	א	ב	ג	ד	ה	ו
g						

8. קראו מן התבנית נקודה ושיפוע, ו"שרטטו" את הגרפים של הפונקציות הקוויות הבאות ללא כל חישוב. בדקו את "שרטוטיכם" על ידי הצבת נקודה.

א. $f(x) = 5x - 2$ ה. $f(x) = 3 - 2x$

ב. $f(x) = x - 7$ ו. $f(x) = 0.2x$

ג. $f(x) = \frac{1}{3}x + \frac{1}{9}$ ז. $f(x) = -4 + 1.5x$

ד. $f(x) = -5x + 6$ ח. $f(x) = 10$

9. רשמו תבנית של פונקציה קווית ששיפועה m והיא עוברת דרך A .

א. $A(0, 3) \quad m = 2$ ג. $A(0, 0) \quad m = \frac{1}{2}$

ב. $A(0, -2) \quad m = -1$ ד. $A(0, -1) \quad m = 0$

10. רשמו תבנית של פונקציה קווית שעוברת דרך שתי הנקודות A ו- B .

א. $B(0, 2) \quad A(3, 5)$ ג. $B(0, 2) \quad A(5, 2)$

ב. $B(8, 0) \quad A(0, 4)$ ד. $B(3, 1) \quad A(0, 0)$

11. "שרטטו" ישרים העוברים דרך זוגות הנקודות הבאים. קראו מן ה"שרטוט" את a ו b ורשמו פונקציה קווית לכל זוג נקודות. בדקו כל תבנית על-ידי נקודה נוספת.

א. $(-1, 1) \quad (-3, -1)$ ד. $(3, 1) \quad (-2, 1)$

ב. $(0, 3) \quad (2, -1)$ ה. $(4, 3) \quad (2, 2)$

ג. $(3, 0) \quad (5, -4)$ ו. $(1, 3) \quad (0, 0)$

12. האלכסונים במעוין, מונחים על ציר ה- x ועל ציר ה- y במערכת צירים, ואורכייהם 4 יחידות ו-6 יחידות בהתאמה. רשמו את הפונקציות המתאימות לצלעות המעוין.

שימו לב! האלכסונים במעוין חוצים זה את זה.

13. "שרטוט" ישרים ששיפועם a נתון, והם עוברים דרך נקודה נתונה A .
קראו מן ה"שרטוט" את הפרמטר b , ורשמו פונקציה קווית לכל ישר.

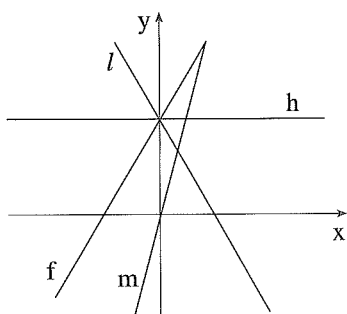
א. $A(1, 3) \quad a = \frac{1}{2}$ ג.

ב. $A(1, 1) \quad a = 2$ ד.

ג. $A(2, -4) \quad a = 0$ ה.

ד. $A(1, -2) \quad a = -1$ ו.

14. מצאו פונקציה קווית אשר הגרף שלה חותך את גרף הפונקציה
 $f(x) = 2x - 1$ על ציר ה- y , והוא מקביל לגרף הפונקציה
 $f(x) = 5x + 3$.

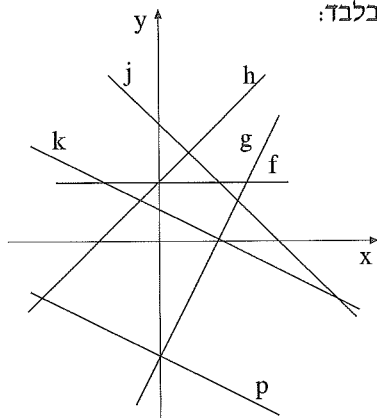


15. לפניכם הגרפים של פונקציות אחדות.
א. סדרו את הפונקציות לפי גודל השיפוע שלהן, החל מהקטן.
ב. היחידות על שני הצירים שוות. רשמו אומדן של השיפועים.
- האם השיפוע תלוי בגודל היחידה?

16. רשמו תבניות לגרפים הבאים:

בחרו את a ו- b מן המספרים הבאים בלבד:

$$0, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -2, 2, -1, 1$$

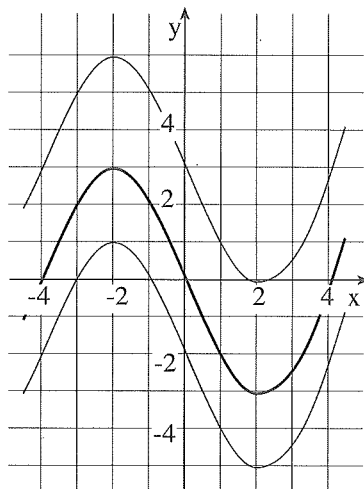


17. נתון הישר $y = 2x + 1$.

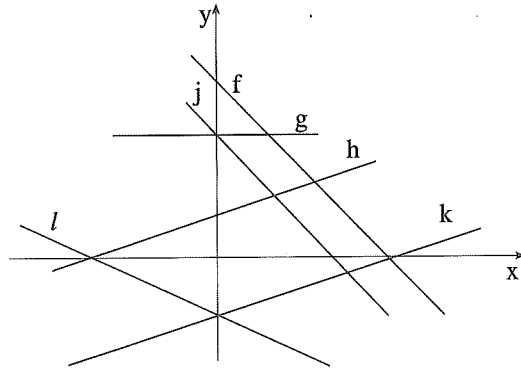
- א. מהי משוואת ישר הסימטרי לישר זה לגבי ציר ה- y ?
- ב. מהי משוואת ישר הסימטרי לישר זה לגבי ציר ה- x ?
- ג. מהי משוואת ישר הסימטרי לישר זה לגבי הישר $y = x$?
- ד. מהי משוואת ישר המקביל לישר זה, וחותך את ציר ה- y בנקודה $(0, -3)$?
- ה. הזיזו את הישר כלפי מעלה 5 יחידות. מהי משוואת הישר החדש?
- ו. חזרו על הסעיפים הקודמים עם המשפחה: $y = ax$.
- ז. חזרו על הסעיפים א' - ה', עם המשפחה $y = b$.
- ח. חזרו על הסעיפים א' - ה', עם המשפחה $y = ax + b$.

18. לפניכם (בקו עבה) גרף הפונקציה $y = \frac{1}{2}x^3 - 2x$.

גרף זה שייך למשפחה, שחלק מן הגרפים הנוספים שלה משורטטים בקו דק. התוכלו לרשום למשפחה תבנית?



19. לפניכם גרפים של פונקציות קוויות מהצורה $y = ax + b$.

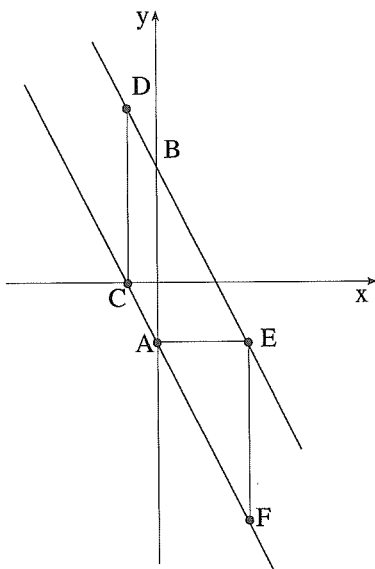


א. מצאו זוגות של פונקציות בעלות אותו a .

ב. מצאו זוגות של פונקציות בעלות אותו b .

20. א. שרטטו את גרף הפונקציה $f(x) = \frac{1}{2}x$.

ב. שרטטו, באותה מערכת צירים, את גרף הפונקציה g המקיימת: $g(x) = f(x) + 3$.



21. בשרטוט הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = -2x + 4$$

$$g(x) = -2x - 2$$

א. מהו הגרף של כל פונקציה?

ב. הישרים CD ו-EF

מקבילים לציר ה-y,

והישר AE מקביל לציר ה-x.

מצאו את שיעורי הנקודות:

A, B, C, D, E, F

ג. מצאו את אורכי הקטעים

EF, AB, CD

1. נתונים זוגות המשוואות, המבטאות חוקי התאמה של פונקציות קוויות. לגבי כל זוג בדקו אם הגרפים ישרים מקבילים. אם לא, מצאו את נקודת החיתוך.

א. $x + y = 7$ ז. $y = 3x + 1$

$y = x - 2$ $y = -2x + 1$

ב. $2x + 3y = 5$ ח. $2x + 3y = 0$

$4x + 6y = 6$ $3x + 2y = 2.5$

ג. $y = 2x - 4$ ט. $4x - 6y = 10$

$x = 2y - 4$ $-6x + 9y = -15$

ד. $\frac{x+2}{3} = \frac{y-4}{2}$ י. $2(x+3) = \frac{4x+y}{2}$

$y = x - 1$ $y = 5$

ה. $x + \frac{y-2}{4} = 3$ יא. $3x + \left(\frac{x-2y}{3}\right) = 6$

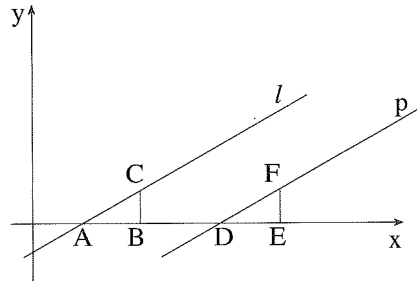
$x - \frac{y-2}{4} = 11$ $2x - \left(\frac{x-2y}{3}\right) = 4$

ו. $3(5x-2) + 2(5-3y) = 1$ יב. $\frac{2+y}{2} - \frac{4-x}{5} = 1$

$5x - 2 - 2(5 - 3y) = -29$ $2.5(2 + y) = 4 + x = 2$



בלימודנו על פונקציה קווית, הסקנו כי שני ישרים בעלי אותו שיפוע, מקבילים. מסקנתנו נבעה מתחושה ומראייה. נוכיח מסקנה זו בדרך גיאומטרית:



נתונים שני ישרים l ו- p וידוע שיש להם שיפוע שווה. השיפוע הוגדר כ"גובה המדרגה".

נבחר את נקודות החיתוך של הישרים עם ציר ה- x , הנקודות A ו- D . נוזז מהן יחידה אחת ימינה, ונעלה חזרה אל הישרים.

כך יצרנו את המדרגה.

אילו קטעים מייצגים את שיפועי הישרים?

צ"ל: $l \parallel p$

הוכחה: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (צ.ז.צ.)

הוכיחו ונמקו.

$$\begin{aligned} &\Downarrow \\ \angle CAB &= \angle FDE \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\Downarrow \\ l &\parallel p \end{aligned}$$

נמקו.

מ.ש.ל.

נוכיח אותה מסקנה בדרך אלגברית.

נתונות שתי פונקציות קוויות שונות f ו- g , בעלות אותו שיפוע, נניח ששיפוען a .

$$g(x) = ax + c \quad f(x) = ax + b$$

הסבירו מדוע $b \neq c$

וידוע כי $b \neq c$

צ"ל: הגרפים שלהן מקבילים.

נסו, תחילה, למצוא את נקודת המפגש של הגרפים של שתי פונקציות פרטיות כאלה. לדוגמא:

$$g(x) = 5x - 4 \quad f(x) = 5x + 3$$

בנקודות המפגש, לאותו מקור התמונות שוות.

$$f(x) = g(x)$$

$\Downarrow$

$$ax + c = ax + b \quad / -ax - c$$

$$ax - ax = b - c$$

הסבירו מדוע $b - c \neq 0$.

$$0x = b - c \neq 0$$

$\Downarrow$

$$0x \neq 0$$

קבוצת האמת ϕ

$\Downarrow$

נמקו.

הגרפים ישרים מקבילים.

א/א

1. לגבי ההוכחה הגיאומטרית:

האם ייתכן שהישרים לא יחתכו את ציר ה- x ?

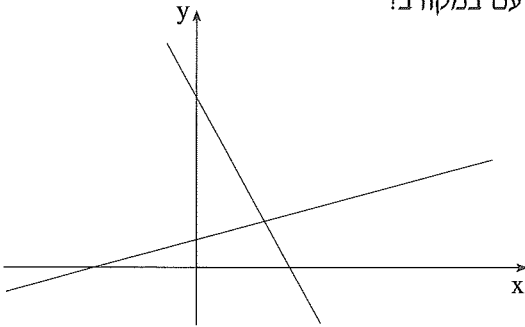
אם כן, האם ההוכחה נשארת בתוקפה? האם המסקנה נשארת בתוקפה? נמקו.

2. איזו משתי ההוכחות משכנעת יותר? נמקו.

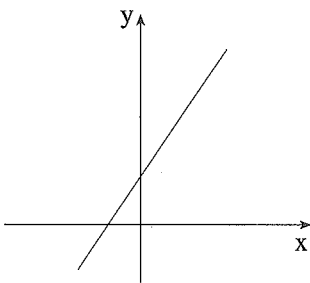
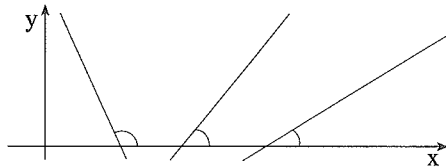
3. יש שמגדירים ישרים מקבילים כישרים בעלי אותו כיוון, ויש שמגדירים אותם כישרים במישור שאינם נחתכים.

באיזו הגדרה משתמשת כל אחת מההוכחות?

1. לפניכם שני ישרים במערכת צירים שבה אורך יחידה על ציר ה- x שווה לאורך יחידה על ציר ה- y . מהו שיפועם במקורב? הסבירו כיצד מצאתם.

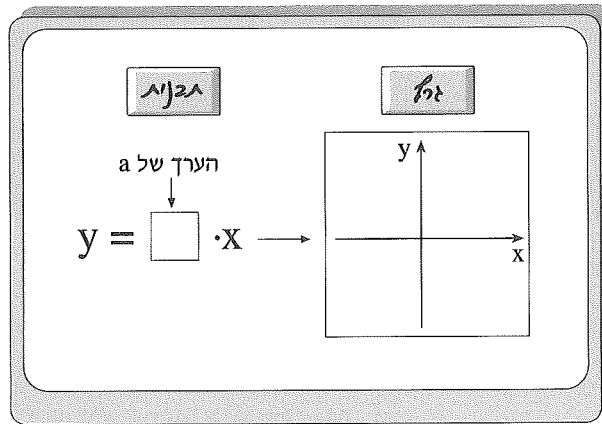


2. האם נכון לומר כי: ככל שהזווית שהישר יוצר עם (הכיוון החיובי של) ציר ה- x גדלה, שיפועו גדל? נמקו.



3. לפניכם גרף הפונקציה $f(x) = 2x + 1$.
מה תהיה התבנית של הגרף הנוצר על-ידי:
א. העלאת הגרף של f ב-3 יחידות למעלה.
ב. הורדת הגרף של f ב-3 יחידות למטה.
הסבירו.
4. א. מה תוכלו לומר על משפחת הפונקציות $f(x) = b$?
ב. מה תוכלו לומר על משפחת הפונקציות $f(x) = ax$?
ג. התוכלו להוכיח כי כל הפונקציות מן המשפחה $y = ax + a$ נפגשות על ציר ה- x ? באיזו נקודה?

5. לפניכם אוטומט לשרטוט גרפים.



במשבצת שבציור מופיעים ערכים שונים של הפרמטר a בתבנית המשפחה:

$$y = ax$$

הערכים במשבצת משתנים מ-1000 עד 1000 בצעדים של 0.1. כל ערך המופיע במשבצת, גורם להופעת הגרף המתאים לאותו a , במערכת הצירים.

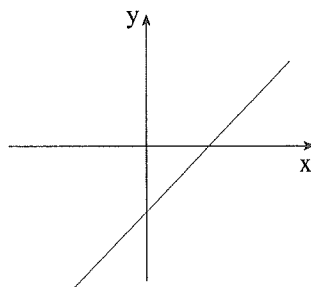
נסו לתאר את סדר הופעת הגרפים.

השתמשו בזרועותיכם כשני חלקי כל ישר.

6. לפניכם מספר פונקציות המוצגות בהצגתן האלגברית.

אף אחת מהן אינה יכולה לתאר את גרף הפונקציה שבשרטוט.

בכל סעיף תנו נימוקים, רבים ככל האפשר, שיסבירו עובדה זו.



א. $f(x) = -3x - 3$

ב. $g(x) = 100 + 2x$

ג. $h(x) = x^2 - 9$

ד. $l(x) = -15x$

ה. $m(x) = 15x$

ו. $x + y = 5$

- נסו לתת דוגמה לתבנית שכן יכולה להתאים לגרף המשרטט.



למדנו על המשמעותיות השונות של a בתבנית $y = ax + b$ ובאיזה אופן הן משפיעות על הגרף

דוגמה:

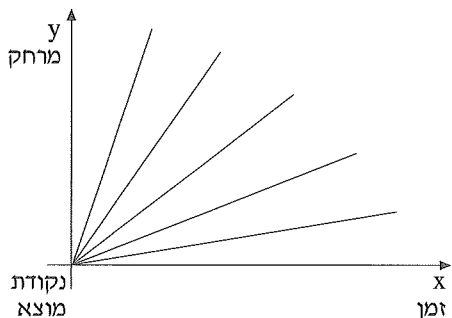
מספר ילדים נוסעים לטיול על אופניים. נניח כי כל אחד מהם נוסע במהירות קבועה.

א. נניח כי כולם יוצאים באותו זמן מאותה נקודת מוצא, במהירויות שונות. לכל ילד נגדיר פונקציה.

נתאים לזמן שעבר מאז יצא לדרך, את מרחקו מנקודת המוצא.

הפונקציות שהגדרנו שייכות כולן למשפחה $y = ax$.

הגרפים המתאימים לפונקציות הם ישרים (כמספר הילדים), בעלי שיפועים שונים.



a מייצג את המהירות

וכן את השיפוע.

ככל שהמהירות הקבועה

של הילד גדולה יותר,

כן גדל שיפוע הישר המתאים לו,

וכן גדלה הזווית שהוא יוצר

עם הכיוון החיובי של ציר ה- x .

ב. נניח כי כל הילדים נוסעים במהירות קבועה של 15 קמ"ש ואינם יוצאים באותו זמן. נקבע את הזמן בו יצא הילד האחרון כנקודת אפס.

לכל ילד נגדיר פונקציה.

נתאים לזמן שעבר מאז יצא הילד האחרון, את מרחק הילד מנקודת המוצא.

הפונקציות שהגדרנו שייכות כולן למשפחה $y = 15x + b$.

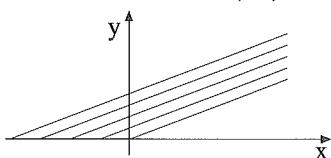
הגרפים המתאימים להם הם ישרים בעלי אותו שיפוע (15)

ולכן כולם מקבילים.

הזוויות שיוצרים הישרים

עם הכיוון החיובי של ציר ה- x

שוות, מנימוקים גיאומטריים ואלגבריים.



למדנו על המשמעויות של b בתבנית $y = ax + b$.

בדוגמה שלנו, b מייצג את המרחק של כל ילד מנקודת המוצא, בזמן $x = 0$.

בדוגמה א':

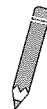
כל הילדים יוצאים באותו זמן ($x = 0$) מנקודת המוצא, לכן התבנית $y = ax$ היא בעצם התבנית $y = ax + 0$. כלומר, $b = 0$.
כל הגרפים נפגשים בראשית הצירים.

בדוגמה ב':

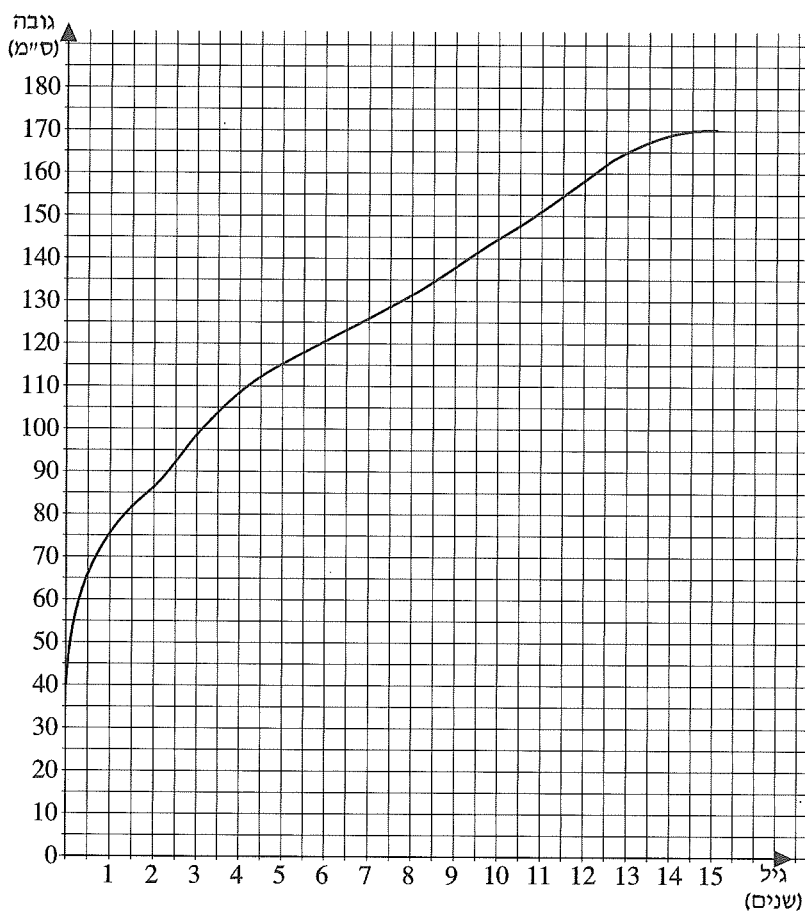
בזמן $x = 0$ (הזמן שבו יצא הילד האחרון מנקודת המוצא) כל אחד מן הילדים היה במרחק אחר מנקודת המוצא. לכן בתבנית $y = 15x + b$, b שונה עבור כל ילד. בגרפים, נקודת החיתוך של כל גרף עם ציר ה- y שונה.
על פי התבניות ועל פי הגרפים, אפשר לדעת מהו המרחק של כל ילד מנקודת המוצא, כאשר הילד האחרון יצא לטיול.
אפשר גם לדעת מהו המרחק של כל ילד מחברו.

4. חיפוש התבנית של פונקציה קווית

הגובה של איילת - חישוב השיפוע



הגרף הבא מתאר את שינוי הגובה של איילת מלידתה ועד גיל 15.



1. א. בכמה ס"מ גבהה איילת מיום לידתה עד גיל שנה?

ב. בכמה ס"מ גבהה איילת מגיל שנה עד גיל 3?

ג. בכמה ס"מ גבהה איילת מגיל 3 עד גיל 13?

ד. בכמה ס"מ גבהה איילת מגיל 13 עד גיל 15?

2. באיזה קצב שנתי גבהה איילת בכל אחת מן התקופות בתרגיל 1?

3. כדי לדעת את הגידול השנתי מגיל 3 עד גיל 13 מחשבים מנה.

א. רשמו במילים את הגודל שיהיה במונה ואת הגודל שיהיה במכנה.

ב. מצאו את שתי הנקודות המתאימות על הגרף ורשמו את שיעוריהן.

ג. המונה והמכנה של המנה מתקבלים על-ידי חישוב הפרשים. כתבו את ההפרשים במספרים. כתבו אותם במילים.

ד. חברו את שתי הנקודות המתאימות בישר.

מה משמעות שיפוע הישר?

ה. מצאו את שיפוע הישר.

אתגר

ו. התוכלו למצוא את משוואת הישר?

4. בגיל 15 היתה איילת בגובה 170 ס"מ.

בגיל 18 היא הגיעה לגובה 176 ס"מ.

מה קצב הגידול השנתי לתקופה זו? רשמו זאת על-ידי מנה של הפרשים.

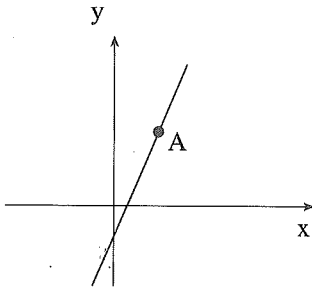
5. "שרטטו" ישר העובר דרך הנקודות $(0, 1)$ ו- $(5, 7)$

מהו שיפועו בקירוב?

התוכלו למצוא את שיפועו בדיוק?

בצקבות אישוב השיפוע

בעזרת התרגילים הבאים, נלמד לחשב את השיפוע של ישר.



1. נתון ישר ששיפועו 3 ונתונה נקודה עליו $A(2, 1)$.

מן הנקודה A התקדמנו שתי יחידות ימינה,

עלינו חזרה אל הישר, והגענו לנקודה B.

א. כמה יחידות עלינו?

ב. מהם שיעורי הנקודה B?

2. ישר עובר דרך הנקודות $A(3, 1)$, $B(6, 13)$.

א. בכמה גדל שיעור x מ-A ל-B?

ב. בכמה השתנה שיעור y מ-A ל-B?

ג. בכמה השתנה שיעור y לכל יחידה שגדל שיעור x?

ד. מהו שיפוע הישר העובר דרך A ו-B?

3. חשבו את שיפוע הישר העובר דרך A ו-B במקרים הבאים:

א. $A(-1, 8)$, $B(3, 10)$

ב. $A(2, -2)$, $B(5, -5)$

"שרטטו" כדי לבדוק.

4. נתונות שתי נקודות $C(x_1, y_1)$, $D(x_2, y_2)$, שבהן $x_2 > x_1$.

א. הסבירו את משמעות ההפרשים $x_2 - x_1$, $y_2 - y_1$.

ב. הסבירו את משמעות המנה $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

ג. נניח שהנקודות C ו-D נמצאות על גרף המתאר את גובהה של איילת.

- מה משמעות ההפרש $x_2 - x_1$?

- מה משמעות ההפרש $y_2 - y_1$?

- מה משמעות המנה $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$?

5. סמנו $=$ או $\neq$ או, אי אפשר לדעת, והסבירו את בחירתכם.

$$\frac{b-a}{d-c} \quad \square \quad \frac{b-a}{c-d} \quad \square \quad \frac{a-b}{c-d}$$

נתונות שתי נקודות במערכת צירים

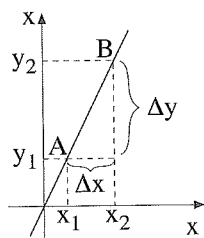
$$A(x_1, y_1) , B(x_2, y_2) , x_2 \neq x_1$$

נסמן (לשם קיצור): $y_2 - y_1 = \Delta y$

$$x_2 - x_1 = \Delta x$$

למנה $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ קוראים:

מנת הפרשים בין שתי הנקודות.



6. א. הסבירו מדוע מנת הפרשים היא חישוב של השיפוע.

ב. הסבירו מדוע מוותרים על התנאי $x_2 > x_1$ בחישוב השיפוע.

ג. הסבירו מדוע רושמים $x_2 \neq x_1$ בחישוב השיפוע.

ד. מצאו שתי נקודות במערכת הצירים שאין להן מנת הפרשים.

7. אם מנת ההפרשים, בין כל שתי נקודות על גרף של פונקציה, היא גודל חיובי אז הפונקציה עולה.

א. האם המשפט נכון? נסו להוכיח או להפריך.

ב. נסחו משפט דומה עבור מנת הפרשים שלילית.

ג. מה תוכלו לומר על פונקציה המקיימת כי מנת ההפרשים בין כל שתי נקודות על הגרף שלה היא מספר חיובי וקבוע?

8. נתונה נקודה $A(1, 2)$ במערכת צירים. מצאו לכל אחד מן המקרים הבאים נקודה נוספת B המקיימת:

א. מנת ההפרשים בין A ו- B חיובית.

ב. מנת ההפרשים בין A ו- B שלילית.

ג. מנת ההפרשים בין A ו- B היא אפס.

ד. אין ל- A ו- B מנת הפרשים.

עבור פונקציה קווית f



קצב השינוי של f	=	שיפוע הישר (הגרף של f)

מנת ההפרשים בין כל
שתי נקודות על הישר

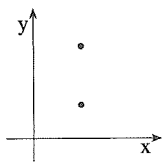
ישר שמקביל לציר ה- y אינו גרף של
פונקציה ואין לו שיפוע.



תבנית לחישוב השיפוע

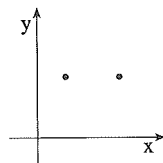
ישר עובר דרך שתי נקודות שונות
 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , $x_1 \neq x_2$
 את שיפועו אם תרצו לגלות
 חשבו אחת משתי המנות
 מנות הפרשים ששתיהן שוות:

$$\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \quad \text{או} \quad \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

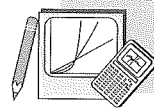


x_1 ו- x_2 מספרים שונים
 $(x_1 \neq x_2)$ מדוע זה נכתב?
 מה קורה אם הם שווים,
 ואיך נראה הקו?
 האם של פונקציה הוא הגרף?
 ואם כן, האם ידוע
 מהו גודל השיפוע?

אם ה- y ים שווים זה לזה
 קורה דבר שונה מזה.
 האם עכשיו ידוע
 מהו גודל השיפוע?



כאשר פה מדובר
 בפונקציה שהגרף שלה ישר
 מנת ההפרשים היא כידוע,
 החישוב של השיפוע.
 לכן בעזרתה גם נגלה,
 אם הישר יורד או עולה.
 התוכלו להסביר את התגלית
 בעזרת התבנית?



קפיץ נוסף - פעילות מרכזית לחיפוש התבנית

תלמידי כיתה ט' ערכו ניסוי במעבדה.
כל קבוצה קיבלה קפיץ, והתבקשה למדוד את אורכו, לאחר שתלו עליו משקולות.
כל המשקולות היו בעלות אותו משקל.
כל קבוצה ביצעה שתי מדידות, ורשמה את התוצאות בטבלה.

קבוצה א'		קבוצה ב'		קבוצה ג'	
מספר משקולות	אורך הקפיץ	מספר משקולות	אורך הקפיץ	מספר משקולות	אורך הקפיץ
1	15	2	17	2	29
2	25	4	29	5	47

קבוצה ד'		קבוצה ה'	
מספר משקולות	אורך הקפיץ	מספר משקולות	אורך הקפיץ
3	35	4	32
5	36	8	44

1. נסו למצוא בכמה מתאריך כל קפיץ כאשר תולים עליו משקולת אחת נוספת.



שימו לב! תוספת האורך המתאימה למשקולת אחת, היא קבועה ואופיינית לכל קפיץ.

2. נסו למצוא מה אורכו המקורי (ללא משקולות) של כל קפיץ.
3. כתבו תבניות לפונקציות, המתארות אורך כל קפיץ כפונקציה של מספר המשקולות שתלו עליו.
4. שרטטו גרפים מתאימים לפונקציות, במערכת צירים אחת. שימו לב! במחשב תוכלו לשרטט לפי התבנית, ולבדוק אם הנקודות נמצאות על הגרף, או לשרטט לפי נקודות, ולבדוק אם התבניות שכתבתם מתאימות.
5. מה מייצג השיפוע של כל גרף?
סמנו שתי נקודות רחוקות אחת מהשניה על אחד הגרפים. תרגמו את שיעוריהן ל"סיפור".
הסבירו כיצד מוצאים את שיפוע הגרף בעזרת שתי הנקודות שסימנתם.
6. כתבו שלוש שאלות מעניינות, הדורשות לערוך השוואה בין הקפיצים השונים. התחלפו עם חבריכם בשאלות וענו על השאלות של חבריכם.

אם סיימתם נסו את כוחכם בעמוד 105, שאלה 1.

בזקבות איפוס הגבנית

1. התארכותו של קפיץ עבור משקולת אחת היא 3.5 ס"מ.
 כאשר תולים על הקפיץ 5 משקולות מגיע אורכו ל 37.5 ס"מ.
 כאשר תולים על אותו הקפיץ x משקולות ($x > 5$) מגיע אורכו ל y ס"מ.
 א. מה מייצגת התבנית $x - 5$? מה מייצגת התבנית $y - 37.5$?

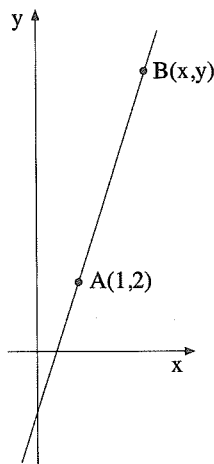
ב. מה מייצגת התבנית $\frac{y - 37.5}{x - 5}$?

ג. השלימו $\frac{y - 37.5}{x - 5} = \underline{\hspace{2cm}}$ (רמז: קראו שנית את הסיפור).

- ד. כתבו תבנית לפונקציה, המתאימה למספר המשקולות x שתלו על הקפיץ, את אורכו y .

- ה. התוכלו למצוא מן התבנית את אורכו המקורי של הקפיץ?

- ו. האם התבנית מתאימה גם ל- $0 \leq x \leq 5$? ל- $x \leq 0$?



2. נתון ישר העובר דרך הנקודה $A(1, 2)$ ושיפועו 3. נחפש את התבנית המתאימה לגרף.
 א. השלימו:

מנת ההפרשים בין כל שתי נקודות
 על הישר היא _____

- ב. נבחר על הישר נקודה כלשהי $B (B \neq A)$,

ונייצג את שיעוריה בעזרת הזוג (x, y) .

- מהו הפרש שיעורי ה- y של A ו- B ?

- מהו הפרש שיעורי ה- x של A ו- B ?

השלימו: מנת ההפרשים בין A ו- B : _____ = _____

- ג. הראו כי התבנית שהתקבלה עבור מנת ההפרשים שקולה לתבנית

$$y - 2 = 3(x - 1), \quad x \neq 1$$

- ד. הסבירו מדוע התבנית $y - 2 = 3(x - 1)$ היא התבנית המתאימה לגרף.

התייחסו גם לנקודה שעבורה $x = 1$.

3. נתונה פונקציה f , וידוע כי גרף הפונקציה הוא ישר העובר דרך הנקודה (x_1, y_1) ושיפועו a .

א. השלימו:

לכל נקודה (x, y) השונה מן (x_1, y_1) מתקיים: $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \underline{\hspace{2cm}}$

ב. התבנית $y - y_1 = a(x - x_1)$ היא התבנית המתאימה לגרף.

הסבירו מדוע.

- האם הנקודה (x_1, y_1) מקיימת את התבנית?

ג. כאשר תולים על קפיץ 5 משקולות מגיע אורכו ל-22 ס"מ. עבור כל משקולת מתארך הקפיץ ב-3 ס"מ. היעזרו בסעיף ב' ורשמו תבנית לאורך הקפיץ כפונקציה של מספר המשקולות שתולים עליו.

4. כאשר תולים על קפיץ 6 משקולות, מגיע אורכו ל-21 ס"מ.

כאשר תולים על אותו קפיץ 10 משקולות, מגיע אורכו ל-27 ס"מ.

כאשר תולים על אותו קפיץ x משקולות, מגיע אורכו ל- y ס"מ.

מבין הביטויים הבאים, מה מייצג כל "חישוב"? מה מייצגת כל תבנית?

א. $27 - 21$ ב. $10 - 6$ ג. $\frac{27 - 21}{10 - 6}$

ד. $y - 21$ ה. $x - 6$ ו. $\frac{y - 21}{x - 6}$

- מצאו תבנית לפונקציה, המתאימה למספר המשקולות x שתולים על הקפיץ את אורכו y .

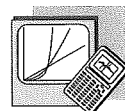
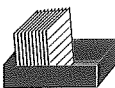
5. נתון ישר העובר דרך שתי נקודות: $A(3, 5)$, $B(-1, 3)$.

א. מצאו את שיפוע הישר.

ב. השתמשו בנקודה A במקום (x_1, y_1) ומצאו את התבנית לפונקציה שהישר הוא הגרף שלה.

ג. השתמשו בנקודה B במקום (x_1, y_1) וחזרו על הסעיף הקודם.

האם בשני הסעיפים התקבלה אותה תבנית?



I. הגז הנעלם

תלמידי כיתה י' ערכו ניסוי במעבדה.
כל קבוצה קיבלה כלי עם גז כלשהו בנפח ידוע, ובתוכו נעוץ מדחום.
התלמידים חיממו את הגז ומדדו את נפחו החדש של הגז.
הלחץ שהופעל על הגז נשאר קבוע במשך הניסוי.

התלמידים רשמו את תוצאות הניסוי בטבלה.

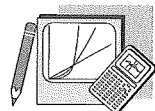
קבוצה ג'		קבוצה ב'		קבוצה א'	
הטמפרטורה	נפח הגז	הטמפרטורה	נפח הגז	הטמפרטורה	נפח הגז
x (°C) - ב'	y (בסמ"ק)	x (°C) - ב'	y (בסמ"ק)	x (°C) - ב'	y (בסמ"ק)
-3	90	-3	1350	20	293
0	91	1	1370	27	300

ידוע כי נפח של גז הוא פונקציה קווית של הטמפרטורה (בתנאי שהלחץ המופעל עליו נשאר קבוע).

- מצאו לכל גז תבנית, המתאימה לטמפרטורה x את הנפח y .
- שרטטו את הגרפים של שלוש הפונקציות, במערכת צירים אחת.
- האם בכל גרף מופיעות תוצאות הניסוי של תלמידי הקבוצה המתאימה?
- כל הפונקציות עולות. הסבירו לפי הסיפור.
- מה קורה לגז כאשר מקררים אותו?
- הסבירו לפי הטבלה, לפי הגרף ולפי התבנית.
- מהו נפח הגז כאשר הטמפרטורה 300°C -? הסבירו.
- המשיכו את הישרים במערכת הצירים עד שיפגשו עם ציר הטמפרטורה.
- מה מייצגת נקודת החיתוך של כל גרף עם ציר זה?

אם סיימתם, נסו את כוחכם בעמוד 105 שאלה 2.

II סולמות מדידה



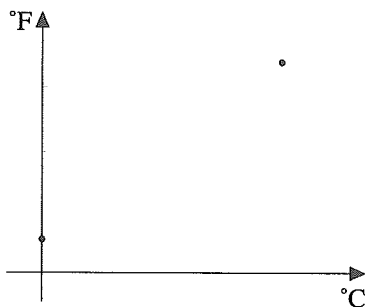
בשיטת צלזיוס המקובלת ברוב הארצות, הקרח ניתן ב-0 מעלות והמים רותחים ב-100 מעלות (בתנאי שהלחץ החיצוני הפועל עליהם הוא אטמוספירה אחת).

שיטת מדידת טמפרטורה זו נקראת על שם האסטרונום השוודי אנדרס צלזיוס שהציע בשנת 1743 לחלק את מרווח הטמפרטורות בין היתוך המים ורתיחתם ל-100 יחידות.

שיטה אחרת היא שיטת פרנהייט ($^{\circ}\text{F}$) לפיה טמפרטורות ההיתוך של קרח נקבעה ל- 32° וטמפרטורת הרתיחה של המים ל- 212° .

לעיתים יש צורך להפוך טמפרטורה מסולם צלזיוס לסולם פרנהייט. לדוגמה: כאשר על תנור האפיה הטמפרטורות רשומות ב- $^{\circ}\text{F}$ ואילו במרשם העוגה הטמפרטורות רשומות ב- $^{\circ}\text{C}$.

במערכת הצירים מתוארות שתי נקודות. נקודת ההיתוך של המים ונקודת הרתיחה לפי שני הסולמות.



סמנו על הצירים את המספרים המתאימים לנקודות, מצאו את שיפוע הישר העובר דרך שתי הנקודות ומצאו תבנית לטמפרטורה y ב- $^{\circ}\text{F}$, כפונקציה של הטמפרטורה x ב- $^{\circ}\text{C}$.

- מה משמעות השיפוע בתבנית זו?

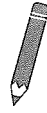
1. א. הסבירו כיצד תיעזרו בתבנית, כדי למצוא מהי הטמפרטורה ב- $^{\circ}\text{F}$ המתאימה לטמפרטורה ב- $^{\circ}\text{C}$. תנו דוגמאות.
- ב. הסבירו כיצד תיעזרו בתבנית, כדי למצוא מהי הטמפרטורה ב- $^{\circ}\text{C}$ המתאימה לטמפרטורה ב- $^{\circ}\text{F}$. תנו דוגמאות.
2. האם ישנה טמפרטורה המיוצגת בשתי השיטות על-ידי אותו מספר?
3. לגברת לוי תנור אפיה שרשומות עליו $^{\circ}\text{C}$. היא הביאה ספר מתכונים לבישול ואפיה מחו"ל המגיש את מתכונים לפי $^{\circ}\text{F}$. מצאו עבור גברת לוי שיטה שתוכל בעזרתה לעבור בקלות מ- $^{\circ}\text{F}$ ל- $^{\circ}\text{C}$.
4. ראומייר קבע שיטה נוספת למדידת טמפרטורה:
 0° עבור נקודת ההיתוך של המים ו- 80° עבור נקודת רתיחתם.
 גם קלווין קבע, כ-100 שנה אחרי צלזיוס, שיטה למדידת טמפרטורה:
 273° עבור נקודת ההיתוך של המים ו- 373° עבור נקודת רתיחתם.
 מצאו תבניות לקשרים בין כל שתי שיטות מתוך הארבע. כמה תבניות כאלה יש? הסבירו כיצד מצאתם את התבניות.

נהפוך בפונקציה f את המקורות לתמונות ואת התמונות למקורות, אם התקבלה פונקציה, היא נקראת הפונקציה ההפוכה של f .

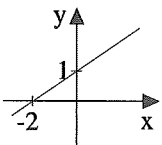
אתגר

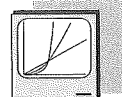
5. א. איך מוצאים טבלה לפונקציה הפוכה, לפי הטבלה של הפונקציה המקורית? תנו דוגמה מן הפעילות.
- ב. איך מוצאים תבנית לפונקציה הפוכה, לפי התבנית של הפונקציה המקורית? תנו דוגמה מן הפעילות.
- ג. איך מוצאים גרף לפונקציה הפוכה, לפי הגרף של הפונקציה המקורית? תנו דוגמה מן הפעילות.

III. פונקציה קווית לפי נתונים



השלימו את הטבלה הבאה. שימו לב לסדר שבו אתם ממלאים כל שורה.
התוכלו לרשום זאת בסדר אחר?

שיפוע	נקודה A על הישר	נקודה B על הישר	פרמטר a	פרמטר b	משוואת הישר	גרף
א			0.5	-1		שרטטו על נייר משובץ
ב	-2	(1, 1)				שרטטו על נייר משובץ
ג	0			2		שרטטו על נייר משובץ
ד					$y = 2x - 3$	שרטטו על נייר משובץ
ה	(2, -2)		-3			שרטטו על נייר משובץ
ו	(-1, 2)	(2, 1)				שרטטו על נייר משובץ
ז		(-3, 1)		-1		שרטטו על נייר משובץ
ח						



IV. משחק גולות במחשב (לשני משתתפים)

המגרש: מערכת צירים סטנדרטית במחשב.
הכלים: 20 נקודות במערכת הצירים.
המטרה: לאסוף נקודות על-ידי קליעה בהן בישר.

הכנת המשחק:
כל משתתף בתורו משרטט נקודה במגרש.
כאשר משורטטות 20 נקודות במגרש אפשר להתחיל לשחק.
הפותח נקבע בהגרלה.

המשחק:
כל משתתף בתורו רושם במחשב משוואת ישר ומשרטט את הישר.
אם הישר קלע בנקודה או יותר, מוחקים את הנקודות (אפשר להגיע אליהן
על ידי הילוך על הישר) ומספר הנקודות נרשם לזכותו של הקולע.

המשחק מסתיים: כאשר אולו הנקודות.

המנצח: המשתתף שצבר יותר נקודות.

אפשר לשנות את כללי המשחק לפי האפשרויות הבאות:
1. מגרילים מספר מ -9 עד 9, ומחליטים שכל הישרים צריכים לעבור דרך
מספר זה על ציר ה- x .

2. שרטוט הישר יעשה על ידי האפשרות:
העברת קטע/קרן/ישר F5 כאשר כנתונים רושמים את נקודת ההתחלה
שנבחרה (על ציר ה- x) ושיפוע.

3. על המשתתף לשלוח מנקודת מוצא אל הנקודות קרן ולא ישר.
(ראו הוראות על מסך ההנחיות).

שימו לב! כדי לרשום נקודה שכבר מסומנת במערכת הצירים אפשר לרשום את
שיעוריה או את שמה: P_1 , P_2 , P_3 וכו'.
אפשר גם להלך על נקודות במערכת הצירים לצורך מחיקתן.

אם סיימתם, נסו את כוחכם בעמוד 105 שאלה 3.

1. לפעילות: "קפיץ נוסף".

לפניכם טבלה של שתי מדידות.

מס' משקולות	אורך הקפיץ
1	20
3	20

מה תוכלו לומר על ה"קפיץ הנוסף"?

נסו לשרטט סקיצה של גרף, לפונקציה המתאימה למשקל הנתלה על הקפיץ את אורכו.

חשבו על תחום הפונקציה והתייחסו בתיאורכם גם לקצוות של התחום.

מעמוד 96

2. לפעילות: "הגז הנעלם".

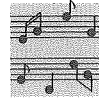
קלווין קבע שיטה למדידת טמפרטורה: 273° עבור נקודת ההיתוך של הקרח (למים) ו- 373° עבור נקודת הרתיחה של המים. התוכלו להסביר מדוע בחר במספרים אלו?

מעמוד 100

3. לפעילות: "משחק גולות".

נסה/י לרשום את שמך באותיות דפוס על מסך המחשב.

מעמוד 104



התבנית לפי נתונים

א. אם תרצו למצוא את התבנית של פונקציה שידוע שהיא קווית, תוכלו לפעול במספר כיוונים הדבר תלוי בנתונים. תחילה יובאו ההסברים ואחר דוגמאות במספרים.

ו. אם שתי נקודות נתונות

$$y - y_1 = a(x - x_1) \quad \text{ב.}$$

את השיפוע הן נותנות. כי בעזרתן מנת ההפרשים מחשבים, ואל התבנית שבמסגרת שבים. מציבים אחת הנקודות ואת השיפוע, והשאר כבר ידוע.

זוהי תבנית מאוד שימושית, במיוחד בלימודים בעתיד. נשתמש בה כידוע, כאשר נתונים נקודה ושיפוע.

ז. זו היא הדרך המועדפת אך ישנה גם דרך נוספת. $y = ax + b$ ב נציב הנתונים פעמיים, במקום המשתנים.

ג. האם להציב בה נדע את השיפוע ואת הנקודה? והאם גם נדע בה להבחין בין פרמטרים ובין משתנים?

ח. אם פועלים בדרך זאת, מתקבלות שתי משוואות. כל פרמטר הוא עתה נעלם. נפתור את המשוואות כמערכת "יוגס".

ד. כאשר נתונים שיפוע ונקודה, זו אינה הדרך היחידה. ב- $y = ax + b$ נציב את הנתונים במקום השיפוע ובמקום המשתנים.

ט. זוג הפרמטרים הוא הפתרון, בו b שני ו- a ראשון. נציב אותם בתבנית הידועה, ונקבל את המשוואה.

ה. במשוואה שנקבל רק b אינו ידוע. נמצאנו, ונציב אותו, ואת השיפוע; במשפחה $y = ax + b$ הקווית, וכך נגלה את התבנית.

דוגמאות בעמוד הבא.

דוגמאות:

I דוגמה

נתונה נקודה (2, 3) ושיפוע 5.

א. בהצבה בתבנית

$$y - y_1 = a(x - x_1)$$

מתקבלת המשוואה:

$$y - 2 = 5(x - 3)$$

ואחרי פישוט:

$$y = 5x - 13$$

ב. בהצבת השיפוע בתבנית

$$y = ax + b$$

מתקבלת המשפחה:

$$y = 5x + b$$

נציב את שיעורי הנקודה:

$$2 = 5 \cdot 3 + b$$

נחשב את b:

$$b = 2 - 15 = -13$$

נחזור ונציב במשוואה את b

$$y = 5x - 13$$

II דוגמה

נתונות הנקודות (2, 4), (-7, -2)

א. נחשב את השיפוע:

$$a = \frac{2 - (-7)}{4 - (-2)} = \frac{9}{6} = 1.5$$

ואז נחזור אל הדרך הקודמת:

$$y - 2 = 1.5(x - 4)$$

$$y - (-7) = 1.5(x - (-2)) \text{ או}$$

ואחרי פישוט:

$$y = 1.5x - 4$$

ב. בהצבת הנקודות בתבנית

$$y = ax + b$$

נקבל שתי משוואות:

$$\begin{cases} 2 = a \cdot 4 + b \\ -7 = a(-2) + b \end{cases}$$

$$9 = 6a$$

$$a = 1.5$$

נציב במשוואה הראשונה את a:

$$b = 2 - 1.5 \cdot 4 = -4$$

והתבנית: $y = 1.5x - 4$



1. מצאו את $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ (מנת ההפרשים) עבור זוגות הנקודות הבאים:

- א. $(-1, 0)$ $(2, 3)$ ה. $(0, 3)$ $(-9, 3)$
 ב. $(\frac{1}{2}, 2)$ $(0, 0)$ ו. $(-7.3, 18)$ $(2.4, 5)$
 ג. $(-2, \sqrt{2})$ $(4, 0)$ ז. $(8, 2\frac{1}{2})$ $(8, \frac{1}{2})$
 ד. $(-5, 4)$ $(6, -2)$ ח. $(\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$ $(\frac{1}{4}, \frac{1}{6})$

2. קבעו את המספר שיש להציב במקום d, כך ששתי הנקודות תהיינה על ישר אחד ששיפועו m.

הדרכה: היעזרו בפתרון משוואה.

- א. $m = -1$ $(d, 2)$ $(5, 4)$ ז. $m = -3$ $(3, 3d)$ $(1.5, 6d)$
 ב. $m = -2$ $(3, -1)$ $(-7, d)$ ה. $m = 2$ $(3, 6)$ $(d, 2d)$
 ג. $m = \frac{1}{2}$ $(5d, 2)$ $(2d, -4)$ ו. $m = -3$ $(d, 6)$ $(5, 3d)$

3. בכל אחת מן הטבלות הבאות מופיעים שלושה זוגות מספרים. קבעו, על ידי חישוב מנות ההפרשים, אם הזוגות בכל טבלה יכולים להתאים לפונקציה ליניארית.

א.	ב.	ג.	ה.
$\frac{x}{y}$	$\frac{x}{y}$	$\frac{x}{y}$	$\frac{x}{y}$
0 4	1 2	1 -2	1 1.5
-3 10	-0.5 -6.5	-3 -3.5	-3 2.51

ב.	ז.	ו.
$\frac{x}{y}$	$\frac{x}{y}$	$\frac{x}{y}$
2 2	-3 0	-2 -6
0 -5	0 -4	2 6
-2 -8	1.2 -5.6	0 4

4. מצאו על ידי חישוב, את שיפוע הגרף של כל אחת מן הפונקציות הלינאריות הבאות, בעזרת שתי נקודות על הגרף.
בדקו על ידי פישוט התבנית.

א. $f(x) = 3(2 - x)$ ה. $f(x) = \frac{x^3 + x}{x^2 + 1}$

ב. $f(x) = \frac{x + 6}{2}$ ו. $f(x) = (x - 2)^2 - (x + 2)^2$

ג. $f(x) = (x - 2)(x + 3) - x^2$ ז. $f(x) = (x + 1)^2 - x^2$

ד. $f(x) = 6x - 2(1 + 3x)$ ח. $f(x) = \frac{x + 3}{3} - \frac{5 - 4x}{6}$

5. השלימו, בעזרת המילים חיובית/אפס/שלילית, את הטענות הבאות, והוכיחו אותן.

מנת ההפרשים בין כל שתי נקודות

של פונקציה עולה היא _____.

של פונקציה יורדת היא _____.

של פונקציה קבועה היא _____.

6. שרטטו את הנקודה $A(1, 2)$ במערכת צירים. מצאו, לכל אחד מן המקרים, את חלקי המישור במערכת הצירים שבהם מתקיים:

א. מנת ההפרשים בין כל נקודה ו- A היא חיובית.

ב. מנת ההפרשים בין כל נקודה ו- A היא שלילית.

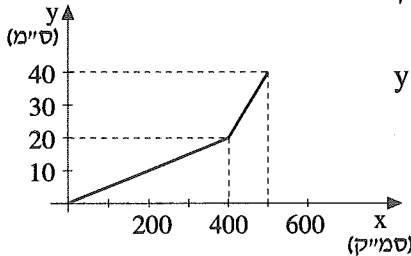
ג. מנת ההפרשים בין כל נקודה ו- A היא אפס.

ד. אין לנקודות מנת הפרשים עם A .

7. לפניכם גרף המתאר את גובה המים (בס"מ)

בכלי, כפונקציה של הכמות שלהם (בסמ"ק).

א. השלימו את חוק ההתאמה של הפונקציה



$$y = \begin{cases} \text{_____} & 0 \leq x \leq \text{_____} \\ \text{_____} & \text{_____} \leq x \leq 500 \end{cases}$$

ב. מהי צורת הכלי?

8. מצאו תבניות אלגבריות עבור הפונקציות הבאות, אם ידוע כי הגרף שלהן הוא ישר המקיים:

א. הישר עובר דרך הנקודה $(2, 3)$, ושיפועו $\frac{1}{2}$.

ב. הישר עובר דרך הנקודות $(3, 1)$, $(4, -3)$.

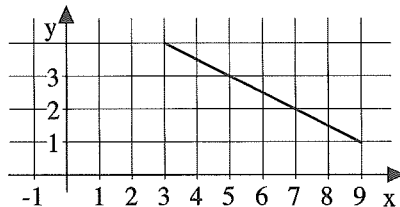
ג. הישר עובר דרך הנקודה $(-3, -4)$, ויוצר זווית בת 45° עם הכיוון החיובי של ציר ה- x . (אורך יחידה על ציר ה- x שווה לאורך יחידה על ציר ה- y).

ד. הישר מקביל לציר ה- x , והוא עובר דרך הנקודה $(-1, -2)$.

ה. הישר עובר דרך ראשית הצירים, ושיפועו 5.

9. מצאו תבנית אלגברית לפונקציה

שהגרף שלה הוא הישר הבא:



10. בריכה מתמלאת על ידי ברז מים. ידוע כי ביום מסוים בשעה שתיים היו בבריכה 100 מ"ק מים ובשעה חמש 175 מ"ק מים.

א. נניח כי הפונקציה המתאימה לזמן x (בשעות) את כמות המים בבריכה y (במ"ק), היא פונקציה קווית. מצאו את חוק ההתאמה.

ב. מה היתה כמות המים בבריכה בשעה 12:00?

ג. איזו כמות מים זורמת מהברז במשך שעה אחת?

11. במסגרת ניסוי חימום נוזל א' במעבדה.

אחרי 5 דקות של חימום היתה הטמפרטורה שלו 24°C .

אחרי 10 דקות של חימום היתה הטמפרטורה שלו 64°C .

נניח כי קצב ההתחממות של הנוזל קבוע.

א. מה היתה טמפרטורת הנוזל א' בתחילת החימום.

ב. חיממו את הנוזל עד שהטמפרטורה הגיעה ל- 100°C . במשך כמה זמן חיממו את הנוזל?

ג. כעבור כמה דקות מתחילת החימום הגיעה הטמפרטורה ל- 0°C ?

12. במסגרת הניסוי, המסופר בשאלה 11, קיררו נוזל ב' במעבדה.

אחרי 5 דקות של קירור הגיעה הטמפרטורה ל- 45°C .

אחרי 9 דקות של קירור הגיעה הטמפרטורה ל- 21°C .

נניח כי הנוזל מתקרר בכל דקה באותו קצב.

א. מה היתה הטמפרטורה בתחילת הקירור?

ב. כמה זמן קיררו את הנוזל אם הטמפרטורה ירדה ל- -15°C ?

ג. נניח שהתחילו לחמם את נוזל א' ולקרר את נוזל ב' באותו זמן.

האם הטמפרטורות שלהם השתוו בזמן הניסוי? אם כן, מה היתה

הטמפרטורה? כעבור כמה זמן מתחילת הניסוי זה קרה?

13. א. רשמו תבנית למשפחת הפונקציות הקוויות f בעלות שיפוע 5.

ב. מצאו מתוך המשפחה את הפונקציה הקווית המקיימת: $f(2) = 4$.

ג. מצאו, באותה דרך, פונקציה קווית לפי שיפוע -2 ונקודה $(-1, 4)$.

14. מצאו פונקציה קווית לפי שתי נקודות $(-4, 7)$, $(2, 1)$ הנמצאות על הגרף שלה.

15. מצאו פונקציה קווית המקיימת $f(-4) = 7$, $f(2) = 1$.
הדרך: הציבו בתבנית $y = ax + b$ מקור ותמונה של כל נקודה, תקבלו מערכת של שתי משוואות אשר המשתנים שלהן הם a ו- b .

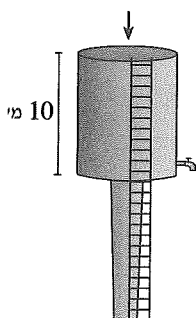
16. כאשר דוד מים מתחמם, אפשר ליצור התאמה בין זמן החימום של הדוד בשעות (x) , לטמפרטורה ב- $^{\circ}\text{C}$ (y) של המים בדוד. נניח כי החוק של התאמה זו הוא של פונקציה קווית. בשעה 6:00 בבוקר התחילו לחמם את הדוד ואז היתה טמפרטורת המים בדוד 20°C . בשעה 8:00 בבוקר היתה טמפרטורת המים בדוד 60°C .

א. מצאו את הפונקציה המתאימה לזמן החימום את טמפרטורת המים. (שימו לב! בשעה 8:00 בבוקר זמן החימום הוא שעותיים).

ב. אילו גדלים מייצגים הפרמטרים a ו- b בפונקציה?

ג. מהי טמפרטורת המים בשעה 7:30 בבוקר?

ד. באיזו שעה יגיעו המים לרתיחה (100°C)?



17. לבריכת מים צורה גלילית.

שטח בסיס הבריכה 25 מ"ר, גובהה 10 מ'.
 הבריכה מתמלאת בעזרת צינור קבוע
 בתקרתה, בקצב של 5 מ"ק לדקה.
 בתחתית הבריכה קבוע צינור נוסף, הנפתח
 כאשר גובה המים מגיע ל-4 מ' מתחתית
 הבריכה, והמרוקן את מי הבריכה בקצב של
 3 מ"ק לדקה.
 התחילו למלא את הבריכה בהיותה ריקה.

שימו לב! נפח של גליל מחשבים על ידי כפל שטח בסיסו בגובהו.

א. שרטטו את גרף הפונקציה המתאימה לזמן (בדקות) את כמות המים
 בבריכה (במ"ק).

ב. שרטטו גרף כמו ב-א' לגבי בריכה הדומה בכל לבריכה הנתונה, אך בה
 מרוקן הצינור את המים בקצב של 6 מ"ק לדקה.

ג. כנ"ל לגבי בריכה שקצב הורקת המים בה הוא 5 מ"ק לדקה.

ד. השוו את תכונות שלושת הגרפים שקיבלתם.

ה. כתבו תבניות מתאימות לגרפים ששרטטתם.

18. במפעל שתי מכונות. הספקה של המכונה האחת 20 יחידות של מוצר בשעה,

והטיפול הראשוני בה (לפני תחילת העבודה) נמשך 2 שעות.

המכונה השנייה מייצרת 10 יחידות של מוצר בשעה, והטיפול הראשוני בה

נמשך $\frac{1}{2}$ שעה. ההוצאות על שתי המכונות שוות.

א. רשמו פונקציות המתאימות לזמן (בשעות) את מספר יחידות המוצר
 שמספיקה כל מכונה.

ב. שרטטו גרפים לפונקציות.

ג. עבור איזו כמות של יחידות מוצר כדאי להפעיל את המכונה הראשונה?

19. סמנו אמת או שקר, או אי אפשר לדעת.

א. גרף הפונקציה הקווית ששיפועה -2 והמקיימת $f(-10) = 0$, חותך את ציר ה- y בנקודה $(0, -20)$.

ב. הפונקציה הקווית המקיימת $f(2) = 5$, אשר הגרף שלה עובר דרך הנקודה $(-2, -3)$, היא פונקציה עולה.

ג. הפונקציה הקווית ששיפועה -1 , אשר הגרף שלה עובר דרך הנקודה $(2, 1)$, היא $f(x) = x - 1$.

ד. הגרפים של כל הפונקציות במשפחה $y = ax + 5 - 3a$, עוברים דרך הנקודה $(3, 5)$.

ה. הגרף של הפונקציה הקווית החותך את ציר ה- y בנקודה $(0, 7)$ ושיפועו -2 , מקביל לגרף הפונקציה $y = 7x - 2$.

ו. הפונקציה הקווית אשר הגרף שלה עובר דרך הנקודות $(4, -1)$ ו- $(3, 5)$ מקיימת: $f(0) = 23$.

ז. הגרף של הפונקציה הקווית f המקיימת: $f(5) = -4$, $f(-2) = 3$, והגרף של הפונקציה הקווית g המקיימת: $f(-2) = 7$, $f(0) = 6$, נפגשים ברביע השני.

ח. הגרף של הפונקציה הקווית ששיפועה $-\frac{1}{3}$, אשר עובר דרך הנקודה $(-25, 8)$, חותך את ציר ה- y בחלקו החיובי.

ט. פונקציה f המקיימת: $f(2) = 3$, $f(1) = 0$, היא פונקציה קווית.

י. הפונקציה אשר הגרף שלה עובר דרך הנקודות $(1, -1)$, $(8, 1)$, $(12, 1)$, היא פונקציה קווית.

יא. הפונקציה אשר הגרף שלה עובר דרך הנקודות $(0, -1)$, $(8, 1)$, $(12, 2)$, היא פונקציה קווית.

20. מצאו, אם אפשר, בדרך הנוחה לכם, פונקציות קוויות לפי זוגות הנקודות הבאים:

- | | | | |
|----|---------------------------|-----|--|
| א. | $(5, 7)$, $(-1, -2)$ | ז. | $(-1, 0)$, $(3, -4)$ |
| ב. | $(3, -2)$, $(-5, -2)$ | ח. | $(1, 0)$, $(-1, 4)$ |
| ג. | $(0, 0)$, $(-3, 7)$ | ט. | $(0, 2.5)$, $(10, 0)$ |
| ד. | $(-3, 2.8)$, $(0, 0.8)$ | י. | $(2, 1)$, $(5, 2.5)$ |
| ה. | $(1, 6)$, $(0.3, 0)$ | יא. | $(\frac{1}{4}, -\frac{1}{6})$, $(\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$ |
| ו. | $(2, 2.5)$, $(-2, -1.5)$ | יב. | $(4, -2)$, $(4, 6)$ |

21. בית חרושת לשיש שוכר משאית לצורך הובלה. מסתה של המשאית ללא מטען היא 12,000 ק"ג. כאשר העמיסו על המשאית שיש בנפח של 7 מ"ק, היתה מסתה של המשאית עם השיש 33,000 ק"ג.

א. מצאו את חוק ההתאמה המתארת את המסה של המשאית עם המטען (y) (בק"ג), כפונקציה של נפח השיש (x) (במ"ק).

ב. הסבירו את המשמעות של a ושל b בפונקציה שרשמתם.

22. במיכלית חלב 2800 ליטר חלב. המיכלית מתרוקנת במחלבה בקצב קבוע, בעזרת צינור עם ברז. 4 דקות אחרי פתיחת הברז נמצאים במיכלית רק 2200 ליטר חלב.

א. מצאו את הפונקציה המתאימה לזמן בדקות (x) שחלף מאז פתיחת הברז, את הכמות בליטרים (y) של החלב במיכלית.

ב. מה משמעות הפרמטר a בבעיה זו?

ג. מצאו, בעזרת חישוב, את מספר הדקות הדרוש כדי לרוקן את המיכלית.

23. נתונות הפונקציות הבאות:

$$y = -x + 1, \quad y = -x + 4, \quad y = 2x - 6, \quad y = 2x + 4$$

הגרפים של הפונקציות כולאים מקבילית.

א. מצאו את שיעורי הקודקודים של המקבילית.

ב. מצאו תבניות לפונקציות המתאימות לאלכסוני המקבילית.

24. הגרפים של הפונקציות הבאות:

$$h(x) = -x + 5, \quad g(x) = 3x - 7, \quad f(x) = 3x + 5$$

הם ישרים אשר עליהם מונחות שלוש צלעות של מקבילית.

הנקודה $A(-1, 2)$ היא אחד מקודקודי המקבילית.

א. מצאו באופן אלגברי על איזו צלע נמצאת הנקודה A .

ב. מצאו את משוואת הישר עליו מונחת הצלע הרביעית.

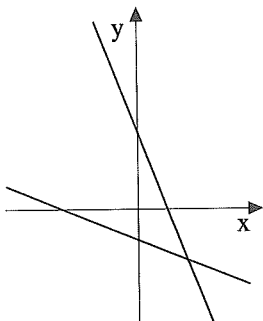
ג. מצאו את שיעורי שאר הקודקודים של המקבילית.

25. שלוש הנקודות: $A(0, 0)$, $B(1, 2)$, $C(3, 1)$

הן שלושה קודקודים של מקבילית.

מצאו בדרך אלגברית את הקודקוד הרביעי של המקבילית.

שימו לב! יש שלושה פתרונות.



26. לפניכם שתי פונקציות בהצגה אלגברית וגרפית.

$$f(x) = -3x + 3$$

$$g(x) = -\frac{1}{3}x - 1$$

כל גרף יוצר עם הצירים משולש ישר-זווית.

הוכיחו כי שני המשולשים הנוצרים, חופפים.

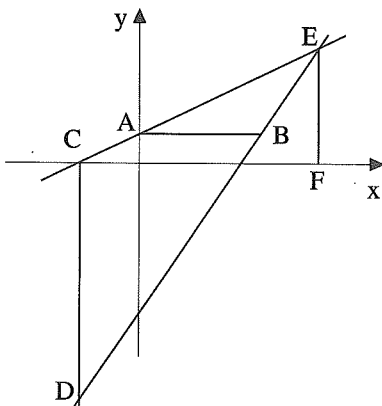
27. א. השלימו את הטבלה.

נקודת חיתוך עם ציר y	נקודת חיתוך עם ציר x	עולה, יורדת, קבועה	גרף	שיפוע	נקודה כלשהי על הישר	משוואת הישר
						$y = -2x + 1$ I
						$2y - 3x + 6 = 0$ II
						$3y = -6$ III

ב. מצאו משוואת ישר מקביל לכל אחד מהישרים הנתונים בטבלה ועובר דרך $(1, 1)$.

ג. מצאו נקודת חיתוך של כל אחד הישרים בטבלה, עם הישר $y = x - 2$.

28. לפניכם שתי פונקציות בהצגה אלגברית וגרפית.



$$f(x) = 1.5x - 5$$

$$g(x) = \frac{1}{2}x + 1$$

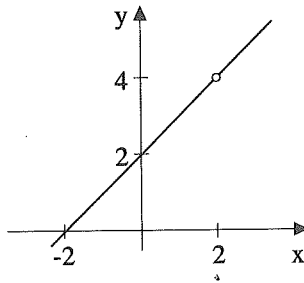
הקטעים AB , CD ו- EF מקבילים לצירים.

מצאו את אורכם.

הגרפים של התבניות הבאות הם ישרים עם "חור".
 - מצאו את מקום ה"חור" בכל ישר (תוכלו לבדוק על ידי שרטוט במחשב והליכה על הגרף).

- פשטו את התבניות עד לצורה $y = ax + b$.

- שרטטו סקיצה של הגרף עם מקום ה"חור".



דוגמה: $y = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

$$y = \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2}$$

נצמצם ב- $x - 2$ ($x \neq 2$)

ונקבל: $y = x + 2$ וגם $x \neq 2$
 לגרף יש חור בנקודה (2, 4).

א. $y = \frac{x^2 - 12x + 36}{2x - 12}$

א. $y = \frac{x^2 - 16}{x + 4}$

ב. $y = \frac{x^2 - 1}{x} - \frac{x^2 - 2x - 1}{x}$

ב. $y = \frac{2x^2 - 32}{x - 4}$

ג. $y = \frac{(x - 1)}{x - 2} - \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 2}$

ג. $y = \frac{10x^3 - x^2}{5x^2}$

ד. $y = \frac{4x^3 - 25x}{2x^2 + 5x}$

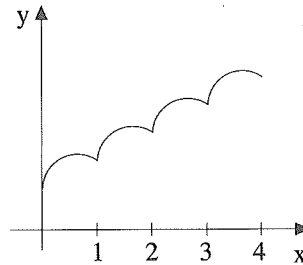
ד. $y = \frac{x^2 + 6x + 9}{x + 3}$

ה. $y = \frac{x^4 - 81}{(x^2 + 9)(x - 3)}$

ה. $y = \frac{5 - 20x^2}{2x + 1}$



אם "גובה המדרגה" בפונקציה מסוימת קבוע, אז היא פונקציה קווית.
משפט זה נראה נכון במבט ראשון, אולם הוא אינו נכון.
דוגמה נגדית:



מכל נקודה שנבחר, אם נלך ימינה יחידה אחת ונעלה חזרה אל הגרף, ונמשיך בדרך זו ליצור מדרגות, כל המדרגות יהיו באותו גובה, ובכל זאת הפונקציה איננה קווית.

כדי להמלט ממצבים כאלה "נגמיש" את המושג מדרגה וניתן לה כל רוחב אפשרי.

על ישר, אם נבנה מדרגות באותו רוחב כאשר הרוחב נקבע לפי רצוננו, כל המדרגות יהיו באותו גובה.

המושג שעוזר לנו להקטין או להגדיל את המדרגות, הוא "מנת ההפרשים".

פונקציה משתנה בקצב אחיד אם מנת ההפרשים בין כל שתי נקודות על הגרף שלה קבועה, כלומר אינה תלויה בנקודות שבחרים.

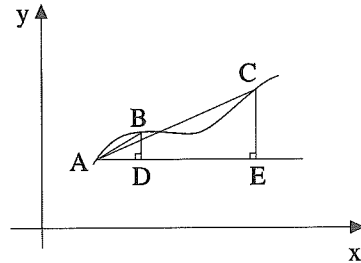
נוכיח כי במקרה זה הגרף הוא אכן ישר.

ההוכחה בעזרת משפט דמיון.

אם לא למדתם אותו עדיין דלגו על ההוכחה ועברו לסוף עמוד 120.

הוכחה:

נתונות שתי נקודות A ו-B על גרף הפונקציה.



נעביר דרכן ישר AB.

וניצור משולש ישר זווית ב-D $\triangle ADB$.

נבחר על הגרף נקודה C וניצור משולש

ישר זווית ב-E $\triangle ACE$.

מדוע?

$$\frac{CE}{AE} = \frac{BD}{AD}$$

אבל $\angle D = \angle E$

לכן $\triangle ABD \sim \triangle ACE$



C נמצאת על הישר AB.

לפי איזה משפט דמיון?

מדוע?

כלומר: כל נקודה שנמצאת על גרף הפונקציה

נמצאת על הישר AB.

הישר AB הוא גרף הפונקציה.

הוכחנו כי אם מנת ההפרשים בין כל שתי נקודות

על גרף של פונקציה, קבועה, אז

הגרף הוא ישר.

אבל איך נברר לגבי פונקציה מסוימת

אם אכן מנת ההפרשים בין כל שתי

נקודות שלה קבועה?

המילה קבועה אומרת כי

מנת ההפרשים אינה תלויה

בנקודות שבחרים.

דוגמה:

$$f(x) = 5 - 3x$$

נבחר בשתי נקודות כלליות

$$x_1 \neq x_2 \quad (x_2, y_2) \text{ ו- } (x_1, y_1)$$

$$y_2 = f(x_2) = 5 - 3x_2 \quad y_1 = f(x_1) = 5 - 3x_1$$

ומנת ההפרשים

$$\begin{aligned} \frac{\Delta y}{\Delta x} &= \frac{f(y_2 - y_1)}{x_2 - x_1} = \\ &= \frac{(5 - 3x_2) - (5 - 3x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 3x_2 - 5 + 3x_1}{x_2 - x_1} = \\ &= \frac{-3(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = -3 \end{aligned}$$

נמקו למה מותר לצמצם:

קיבלנו כי מנת ההפרשים היא -3

לגבי כל שתי נקודות שנבחר,

לכן הפונקציה:

$$f(x) = 5 - 3x$$

משתנה בקצב קבוע והגרף שלה ישר.

התוכלו לחזור על המהלך עם

הצורה הכללית $f(x) = ax + b$:

דוגמה אחרת:

$$g(x) = \frac{1}{x}$$

נבחר שתי נקודות (x_1, y_1) ו- (x_2, y_2)

$$x_2 \neq 0, x_1 \neq 0, x_1 \neq x_2$$

$$y_2 = g(x_2) = \frac{1}{x_2} \quad y_1 = g(x_1) = \frac{1}{x_1}$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta y}{\Delta x} &= \frac{\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1}}{x_2 - x_1} = \frac{\frac{x_1 - x_2}{x_2 \cdot x_1}}{x_2 - x_1} = \\ &= \frac{(x_1 - x_2)}{x_2 \cdot x_1} \cdot \frac{1}{x_2 - x_1} = \\ &= \frac{-(x_1 - x_2)}{x_2 \cdot x_1} \cdot \frac{1}{x_2 - x_1} = -\frac{1}{x_2 \cdot x_1} \end{aligned}$$

בדקו אם הבנתם

מצאו ע"י חישוב מהיר את מנת

ההפרשים בין הנקודות

$$(5, _) (2, _)$$

ובין הנקודות:

$$(-2, _) (-6, _)$$

כאשר הן נמצאות על גרף

$$y = 5 - 3x$$

כנ"ל אם הן נמצאות על גרף

$$y = \frac{1}{x}$$

התוכלו למצוא דרך קצרה יותר

$$g(x) = \frac{1}{x}$$

אינו ישר?

לגבי כל שתי נקודות שנבחר

מנת ההפרשים תלויה

בנקודות שבחרנו, לכן קצב שינוי הפונקציה

אינו קבוע והגרף אינו ישר.

אל/אל

1. מצאו מהי מנת ההפרשים בין שתי נקודות כלשהן בפונקציה

$$p(x) = 10x + 20$$

האם קצב השינוי קבוע?

האם הגרף הוא ישר?

2. מצאו מהי מנת ההפרשים בין שתי נקודות כלשהן בפונקציה $h(x) = x^2$

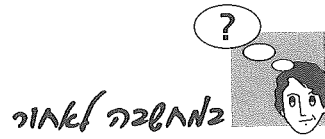
הדרכה: במהלך החישוב, פרקו לגורמים על ידי נוסחאות הכפל המקוצר.

$$h(x) = x^2$$

האם $h(x) = x^2$ היא פונקציה המשתנה בקצב אחיד?

כיצד תסבירו מתוך התוצאה שקיבלתם, שעבור $x > 0$ הקצב הולך וגדל,

כאשר x גדל?



1. האם יש משמעות למנת הפרשים בין שתי נקודות על גרף שאינו ישר?
תנו דוגמאות.
2. מה אומר לכם המושג קצב ההשתנות?
3. איזו מן הפעילויות אהבתם ביותר ביחידה זו ומדוע?
4. אילו מן המושגים קשים לכם?
5. יוסי אמר: "אין צורך במושג מנת ההפרשים. הוא רק מבלבל אותי. תמיד אני יכול לשרטט את הישר ולמדוד את השיפוע על ידי גובה המדרגה".
חוו דעתכם.



למדנו למצוא תבנית לפונקציה קווית במספר דרכים כאשר נתונים שיפוע ונקודה. ראו דוגמה I בעמוד 107.

אפשרות א'

$$y - y_1 = a(x - x_1)$$

היא תבנית שבה נציב את השיפוע במקום a ,

ואת שיעורי הנקודה במקום x_1 ו y_1 .

כדאי לזכור תבנית זו, כי בהמשך הלימודים היא התבנית הנוחה ביותר. המתקשים לזכור יוכלו להסיק אותה מן התבנית של מנת ההפרשים

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = a$$

כאשר במקום נקודה מסוימת (x_2, y_2) רושמים נקודה כלשהי (x, y) .

אפשרות ב'

נציב את השיפוע במקום a בתבנית הכללית $y = ax + b$, ואת שיעורי הנקודה (x_1, y_1) במקום x ו- y ונקבל משוואה עבור b . נפתור את המשוואה ונמצא את b .

לא נשכח לרשום בסוף את התבנית בצורה $y = ax + b$, כאשר במקום a מופיע השיפוע הנתון, ובמקום b המספר שמצאנו.

למדנו למצוא תבנית לפונקציה קווית, במספר דרכים, כאשר נתונות שתי נקודות. ראו דוגמה II בעמוד 107.

אפשרות א'

נמצא את השיפוע בעזרת מנת ההפרשים שהיא הנוסחה לחישוב השיפוע:

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = a \text{ ואז נמצא את התבנית לפי שיפוע ונקודה (כמו קודם).}$$

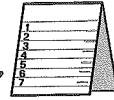
אפשרות ב'

נציב את הנקודה הראשונה בתבנית $y = ax + b$, ונקבל משוואה ב- a ו- b .

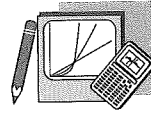
נציב את הנקודה השנייה באותה תבנית, ונקבל משוואה נוספת ב- a ו- b .

נפתור את מערכת המשוואות ונקבל את a ו- b .

לא נשכח לרשום את המספרים שמצאנו במקום a ו- b בתבנית $y = ax + b$.



השחיין



שחיין מקצועי מאמן את בנו בשחייה.

שניהם מתחילים לשחות באותו זמן, לאורך בריכה שאורכה 24 מ'.

הם מתחילים מקצה הבריכה, מגיעים אל סופה וחוזרים.
השחיין עשה זאת פעמיים, והפסיק את שחייתו, והבן המשיך
לשחות עד שהגיע לקצה הבריכה.

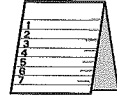
נניח כי השניים שוחים במהירות קבועה.

מהירותו של השחיין 1.2 מ' לשנייה, ושל בנו 0.8 מ' לשנייה.

ענו על השאלות הבאות:

כתבו דו"ח מפורט על הדרכים בהם השתמשתם לפתרון כל שאלה.

1. באיזה מרחק מנקודת המוצא היה כל אחד מהם כעבור 35 שניות?
2. כעבור כמה שניות היה כל אחד מהם במרחק 12 מ' מנקודת המוצא?
מצאו את כל האפשרויות.
3. באיזה מרחק מנקודת המוצא היה הבן כאשר אביו הפסיק את שחייתו?
4. כמה פעמים פגש האב את בנו בשעת השחייה?
אחרי כמה שניות מתחילת השחייה ארעה כל פגישה?
באיזה כיוון כל אחד מהם שחה בכל פגישה?



בחרו אפשרות אחת מן הנתונות. עבדו בקבוצות.

1. מצאו קטע מעיתון או מספר (לא ספר מתמטיקה) שיש לו קשר לפונקציות וכתבו דף עבודה המתבסס על הקטע.

2. הכינו משחק הדורש שימוש בידע בפונקציות.

3. הכינו לכתתכם משחק: מחפשים את המטמון. (המתבסס על ידע בפונקציות).

מהלך המשחק: קבוצת תלמידים מחפשת את המטמון בעזרת סדרה של דפים עם רמזים. בדף הראשון רמז שפתרונו מוביל אותם אל מקום הרמז הבא וכך הלאה עד למקום המטמון.

רעיונות והערות לדפים עם רמזים

א. אפשר לבקש לשרטט במערכת צירים ישרים (בתחום מוגבל) כך שהשרטוט ייצור מילה.

ב. אפשר להשתמש בגימטריא.

אפשר להשתמש בטכניקה כמו בדוגמה להלן:

דוגמה: אם הישר $y = 2 - x$ הוא גרף של פונקציה עולה קשמו ב' אחרת קשמו ג'.

רצוי לרשום את המילים, היוצרות את הרמזים, במעגל בלי להודיע היכן נקודת ההתחלה, אחרת תלמידים מנחשים את התשובות ואינם פותרים את הדפים.

