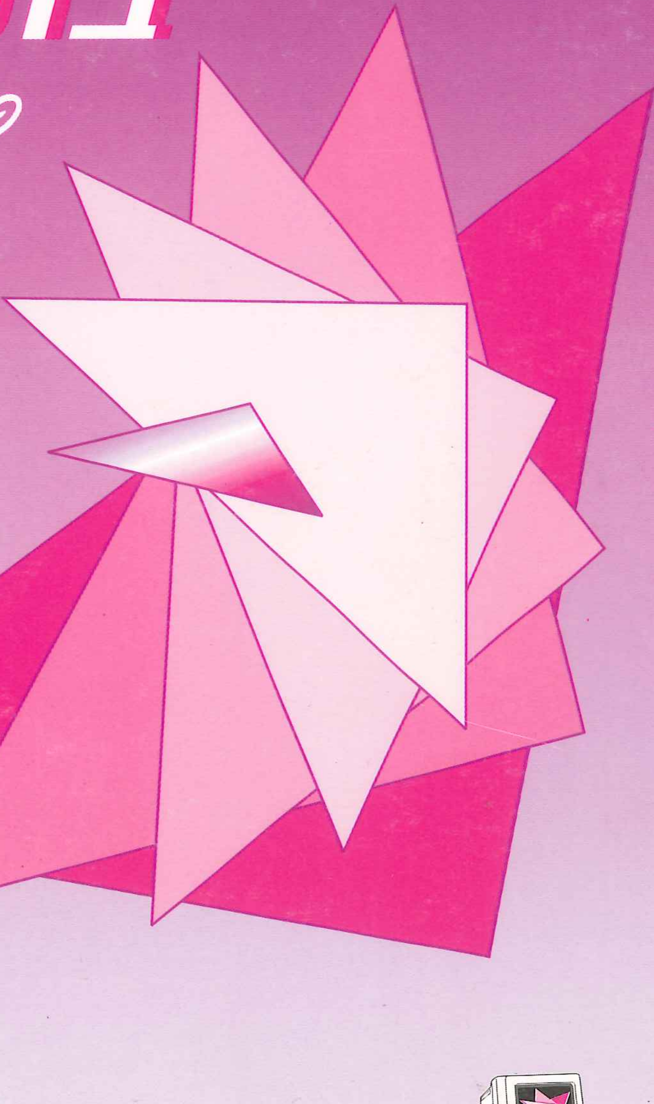
משולשים בתנועה

פעילויות מחשב



נורית הדס
רוזי נעמתי

מהדורת עיצוב

המחלקה להוראת המדעים
מכון ויצמן למדע, רחובות

מתימחשב

רות הרשקוביץ

מתימחשב

משולשים בתנועה

פעילויות מחשב

נורית הדס
רוזי נעמתי

המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע

יוצא לאור ביוזמתו ופיקוחו
של המרכז הישראלי להוראת המדעים ע"ש עמוס דה-שליט:
משרד החינוך, התרבות והספורט, האוניברסיטה העברית בירושלים מכון ויצמן למדע ברחובות
ואוניברסיטת תל-אביב

חובר על ידי:
נורית הדס
רוזי נעמתי

ריכוז פרוייקט:
רנה הרשקוביץ

הערות והארות:
איריס סירי
רחל בוהדנה

עריכה לשונית:
נגה ואן דרמולן-אברהמי

הדפסה ועריכה במחשב:
אורנה עמר

שרטוטים:
חנה וגה
קרן קצב

הדפסת גרסת פיתוח:
ציקי גלוסקא

עיצוב והפקה:
אגי (רחל) בוקשפן

נדפס בישראל תשנ"ח - 1998
הרצות פילמים: גרפאור בע"מ
דפוס מאירי בע"מ

תוכן עניינים

לתלמיד ולמורה

בספר זה 18 פעילויות לעבודה באמצעות הלומדה "הנדסה בתנועה" לנושאים הנלמדים בתחילת לימוד הגיאומטריה, (עד לסוף הפרק משולש שווה שוקיים).

פעילויות לפרקים הבאים משולבות בספר *מרובעים ושטחים* בסדרה *פרקים בהנדסת המישור* ובספר *גיאומטריה* בסדרה *פרקי מתמטיקה.*

העבודה עם המחשב מאפשרת העלאת השערות, חקר וגילוי עצמאי.

חשוב להדגיש כי בניית המושגים, זיהוי תכונות וזיהוי תנאים מספיקים, נעשים מוחשיים בעת העבודה עם המחשב. למשל, זיהוי תנאים מספיקים נעשה תוך בדיקה האם ניתן או לא ניתן "לקלקל" את הצורה שנבנתה. העבודה עם המחשב מאפשרת לפסול בקלות טענות שאינן נכונות על ידי שינוי הצורה באמצעות גרירה שיכולה ליצור דוגמאות נגדיות. כאשר לא מתקבלות דוגמאות כאלה, עולה הצורך להסביר/להוכיח מדוע המסקנות הן תוצאה של מה שנבנה על פי הנתונים.

הפעילויות האחרונות משלבות גם שימוש בייצוג גרפי. הגרף משורטט בו זמנית בעת שינוי הצורה, והוא מאפשר יצירת קשר בין תחומי לימוד שונים, מעלה שאלות חדשות ועוזר להסביר את הממצאים.

מדריך למורה לעבודה באמצעות פעילויות אלה נכתב כעת ויצא לאור במהלך שנת הלימודים תשנ"ט.

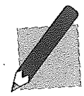
נשמח לקבל הערות, הצעות וחוויות מכם התלמידים וכמובן גם מהמורים. אנו מקווים שעבודה באמצעות פעילויות אלה תתרום להבנת המושגים הגיאומטרים ולהנאה מהעיסוק בנושא הגיאומטריה. □

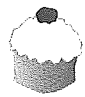
שילוב הפעילויות

כאן פירטנו את הנושא בו מתאים לשלב כל אחת מהפעילויות.
המקום המתאים לשילוב בספר *גיאומטריה* בסדרה פרקי מתמטיקה ובחוברת משולשים בסדרה פרקים בהנדסת המישור רשום בתחילת כל פעילות.

הפעילות	מקום מתאים לשילוב במהלך ההוראה
1. מבוא	בתחילת השימוש בתוכנה.
2. על קטעים	לאחר הכרת המושגים הראשונים (נקודה, ישר קטע, חיבור וחיסור קטעים).
3. על זוויות	לאחר הכרת המושגים זוויות וסוגיהן.
4. ישרים מקבילים	בתחילת הנושא ישרים מקבילים.
5. זוויות המשולש	בתחילת הנושא המשולש.
6. סכום זוויות במצולע	לאחר הנושא סכום זוויות במשולש.
7. גבהים במשולש	לאחר לימוד הנושא סכום זוויות במשולש והגדרת המושג גובה במשולש.
8. משפט חפיפה ראשון	לאחר ההגדרה של מושג החפיפה וההתאמה, כתחליף להוראת משפט החפיפה.
9. משפט חפיפה שני	כתחליף להוראת משפט חפיפה שני.
10. מספר מינימלי של נתונים	לאחר שלושת משפטי החפיפה הראשונים.
11. משפט חפיפה רביעי	כתחליף להוראת משפט חפיפה רביעי.
12. שיקוף וסיבוב של משולשים	במהלך התרגול של משפטי החפיפה.
13. מקבילים דרך הקודקודים	במהלך התרגול של משפטי החפיפה.
14. משולש שווה שוקיים	במהלך הוראת הפרק משולש שווה שוקיים (כתחליף לדיון בחוצה זווית, תיכון וגובה במשולש שווה שוקיים).
15. משולשים על פי קטעים	במהלך הוראת הנושא משולש שווה שוקיים.
16. יחס סדר במשולש	לאחר הוראת הנושא יחס סדר בין צלעות משולש לזוויותיו.
17. גרף של גובה במשולש	בסוף הפרק משולש שווה שוקיים.
18. גובה, תיכון וחוצה זווית	בסוף הפרק משולש שווה שוקיים.

ביאור סמלים


תרגול ללא מחשב


קינוח


לדיון

פעילות 1 - מבוא

בפעילות תכירו כיצד לעבוד עם הלומדה "הנדסה בתנועה".
במהלך הפעילות תשרטטו קטעים וזוויות שגודלם אינו ניתן לשינוי וכאלה שגודלם ניתן לשינוי. בפעילות זו, כמו גם בכל שאר הפעילויות בחוברת, תיאור מהלך הבנייה מחולק לשני טורים. מימין הוראות הבנייה הגיאומטרית, ומשמאל רשומות הוראות הבנייה בעזרת הלומדה.

פעילות זו מתאימה לשילוב במהלך לימוד הנושא קטעים וזוויות.
- בספר *גיאומטריה*, בסדרה *פרקי מתמטיקה*, ניתן לבצע פעילות זו תוך כדי לימוד הסעיף *הישר וחלקיו*.
- בחוברת *משולשים*, בסדרה *פרקים בהנדסת המישור*, הפעילות מתאימה לשילוב במהלך הסעיף *קטעים*.

1. **שרטוט ומחיקה.**

סמנו 3 נקודות A, B ו- C.

← הביאו את הסמן למסך והקישו.
תסומן נקודה A.
הזיזו את העכבר והקישו שנית. תסומן נקודה B.
הזיזו והקישו בשלישית. תסומן נקודה C.

שרטטו קטע AB.

← ← ישר מ- A ל- B ← **בנה**.

כיצד רושמים: במשבצת הימנית יסומן קו, הקישו במקלדת A. הביאו את הסמן למשבצת השנייה, הקישו ואחר כך רשמו B.
(אל תרשמו מספר במשבצת הימנית התחתונה.)
אם טעיתם בכתיבה, הביאו את הסמן מימין לאות, הקישו ולחצו על Backspace.
בסיום הכתיבה הביאו את הסמן לבנה והקישו.

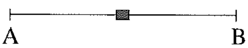
שרטטו גם את AC.

← ישר מ- A ל- C ← **בנה**.

מחקו את הקטע AB.

← הביאו את הסמן לקטע AB והקישו.

הקטע יסומן:



הקישו במקלדת על Backspace והקטע AB ימחק.

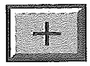
מחקו את A.

הביאו את הסמן ל- A והקישו. אחר-כך הקישו על Backspace.

מחקו את שאר הנקודות.

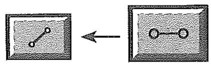
2. מה משתנה ומה קבוע?

א) סמנו 2 נקודות A ו-B.



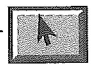
הביאו את הסמן למסך והקישו.
תסומן נקודה A.
הזיזו את העכבר והקישו שנית.
תסומן נקודה B.

שרטטו קטע AB.



ישר מ- A ל- B ← **בנה.**

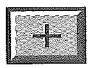
שנו אותו.



הביאו את הסמן לאחת הנקודות, לחצו,
גררו ושחררו.

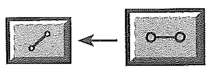
מה משתנה ומה לא משתנה בקטע AB?

ב) סמנו נקודה C .



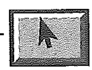
הביאו את הסמן למסך והקישו.

שרטטו קטע מ- C שאורכו
5 יחידות.



ישר מ- C באורך 5 ← **בנה.**

שנו אותו.



הביאו את הסמן לאחד מקצות הקטע,
לחצו, גררו ושחררו.

מה משתנה ומה לא משתנה בקטע CD?

3. בניית קטעים שווים

מחקו את השרטוט בדרך הבאה:

הביאו את הסמן למסך, לחצו, גררו את העכבר כך שהמסגרת הנוצרת תקיף את כל השרטוט שברצונכם למחוק. אחר כך הקישו על Backspace.

סמנו 3 נקודות C, B, A.

הביאו את הסמן למסך והקישו, תסומן A. סמנו באותו אופן שתי נקודות נוספות.

חברו את AB.

← ← ישר מ-A ל- B ← **בנה**

שרטטו קטע CD שאורכו שווה ל AB.

← ישר מ-C באורך AB ← **בנה**

שנו את אורך CD.

← . . .

האם הצלחתם?

שנו את AB ובדקו מה קורה ל- CD. הסבירו.

4. בניית זווית

מחקו את השרטוט.

שרטטו זווית בגודל 40°.

סמנו 2 נקודות A ו- B.

הביאו את הסמן למסך והקישו, תסומן נקודה A.
הזיזו את העכבר והקישו שנית. תסומן נקודה B.

חברו את AB.

← ← ישר מ- A ל- B ← **בנה.**

בנו זווית בת 40°.

← ← מישר AB בנקודה A,
בגודל 40° ← **בנה.**

כיוון השוק השנייה של הזווית ניתן לשינוי.
הקישו על בנה ובדקו את האפשרויות.

מה ניתן לשינוי ומה לא ניתן לשינוי כשמנסים להזיז נקודות וקטעים?
הסבירו.

← . . .

מחקו את השרטוט.

5. בניית זווית משתנה

סמנו 3 נקודות A, B ו-C.

← הביאו את הסמן למסך והקישו. תסומן נקודה A.
הזיזו את העכבר והקישו שנית. תסומן נקודה B.
הזיזו את העכבר והקישו שוב. תסומן נקודה C.

חברו את A עם B
ואת A עם C.

← ← ישר מ- A ל- B ← **בנה.**
ישר מ- A ל- C ← **בנה.**

שנו את הזווית.

← ...

מה ניתן לשינוי ומה לא ניתן לשינוי כשמנסים להזיז נקודות וקטעים? הסבירו.

6. משולש שווה שוקיים

בחרו משולש שווה שוקיים.

← ← **בנה.**

שנו את המשולש.

← ...

אילו צלעות הן השוקיים, ואיזו צלע היא הבסיס במשולש?

מדדו את זווית A.

← הביאו את המסגרת למסך הקישו ושחררו.
רשמו במסגרת את שם הזווית בעזרת 3 אותיות.
להפסקת הכתיבה הקישו Enter.

שנו ובדקו איך משתנה
גודל הזווית.

← ...

מחקו את השרטוט.

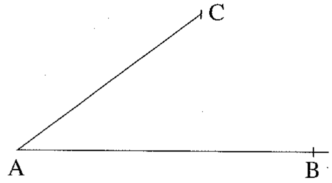
הערה: כשמוחקים את השרטוט, מסגרת המדידה נשארת. כדי
למחוק מסגרת מדידה יש לסמנה בנפרד ולהקיש על Backspace.

∢ =

7. על אורכי קטעים

שרטטו את השרטוט הבא:

$AC = 3 \quad AB = 4$



אפשר לסמן נקודה גם דרך שרטוט קטעים:

← הביאו את הסמן למסך והקישו.
תסומן נקודה A.

בנו קטע $AB = 4$
וקטע $AC = 3$

← ישר מ- A באורך 4 ← **בנה.**
ישר מ- A באורך 3 ← **בנה.**

הזיזו את C כך ש- A, B ו-C לא יהיו על ישר אחד.

← ...

חברו את B עם C.

← ← ישר מ- B ל- C ← **בנה.**

שנו את המשולש.

← ...

בין אילו ערכים יכול להיות אורך BC? הסבירו.

תוכלו למדוד את הקטע BC.

← הביאו את המסגרת למסך והקישו,
רשמו במסגרת את שם הקטע.
להפסקת הכתיבה הקישו Enter.

פעילות 2 - על קטעים

בפעילות זו תכירו שרטוט וסימון קטעים בעזרת הלומדה "הנדסה בתנועה". תבדקו מה ניתן לשינוי כאשר משנים קטע, או מזיזים נקודות על הקטע, ומה אינו ניתן לשינוי. יחד עם הכרת האפשרויות הקשורות בשרטוט ושינוי קטעים, תשערו, תוך הפעלת שיקולים גיאומטריים, מה יתקבל בעת השינוי ובין אילו תחומים ישתנו אורכי הקטעים המשורטטים. אחר כך, תבדקו את השערותיכם באמצעות התוכנה ותסבירו את מסקנותיכם.

הפעילות מתאימה לשילוב לאחר הכרת המושגים נקודה, ישר, קטע, חיבור וחיסור קטעים.

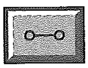
- בספר *גיאומטריה* בסדרה *פרקי מתמטיקה* ניתן לבצע פעילות זו לאחר, או במהלך, התרגילים שבסעיף *הישר וחלקיו*.
- בחוברת *משולשים* בסדרה *פרקים בהנדסת המישור*, ניתן לבצע את הפעילות לאחר לימוד הסעיף *קטעים*, או במהלך לימוד הסעיף שלאחריו.

1. נקודה על קטע

א) שרטטו קטע AB.

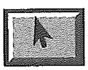
סמנו על הקטע נקודה.

גררו את C.



← הביאו את הסמן למסך, הקישו וגררו. יסומן קטע AB.

← הביאו את הסמן למקום כלשהו על הקטע והקישו. תסומן נקודה C.



← ...

האם ניתן להזיז את C מחוץ לקטע?

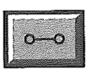
מה קורה ל- C כשגוררים את A? וכשגוררים את B?

ב) מחקו את השרטוט.

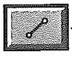
שרטטו קטע AB.

סמנו על AB נקודה C כך ש- AC = 2.

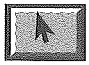
הביאו את הסמן למסך לחצו, הקיפו את השרטוט במסגרת הנוצרת, והקישו על Backspace.



← ...

←  ← ישר מ- A ל- B באורך 2 ← **בנה**.

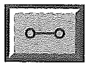
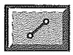
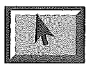
שימו לב: יש לרשום ישר מ- A ל- B כדי ש- C תהיה על הישר AB.

אילו מהנקודות ניתן לגרור?  ← ...

מה קורה ל- C כשגוררים את A? וכשגוררים את B? הסבירו.

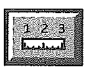
מחקו את השרטוט.

2. **חיבור וחיסור קטעים.**

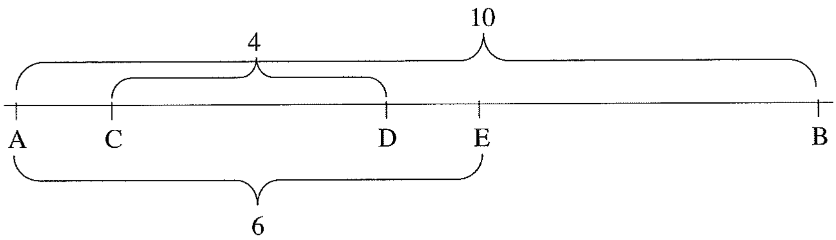
שרטטו קטע שאורכו 7 יחידות. סמנו תחילה נקודה A.	 ← הביאו את הסמן למסך והקישו. תסומן נקודה A.
שרטטו קטע AB = 7 .	 ← ישר מ- A באורך 7 ← **בנה**.
סמנו נקודה C על AB .	← הביאו את הסמן למקום כלשהו על הקטע והקישו. תסומן C.
שרטטו על AB קטע CD שאורכו 5 יחידות.	← ישר מ- C ל B באורך 5 ← **בנה**.
הזיזו את C.	 ← ...

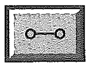
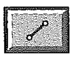
א) מה קורה כאשר C עוברת את B? הסבירו.
מה קורה כאשר C עוברת את A?

ב) מה האורך הגדול ביותר האפשרי של AD, כאשר C נעה מ-A ל-B, **על** הקטע?
מה האורך הקטן ביותר האפשרי של AD, כאשר C נעה מ-A ל-B, **על** הקטע?

לבדיקה תוכלו למדוד.	 ← הביאו את המסגרת למסך, הקישו ורשמו AD. להפסקת הכתיבה הקישו Enter.
הסבירו את הממצאים.	
במקום למחוק ניתן לפתוח דף חדש.	<u>**קובץ**</u> ← חדש.

3. חיבור וחיסור קטעים



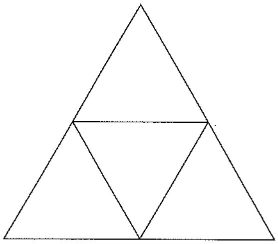
שרטטו קטע AB שאורכו 10 יחידות.	 ← הביאו את הסמן למסך והקישו. תסומן נקודה A.  ← ישר מ- A באורך 10 ← **בנה.**
סמנו על AB נקודה C.	 ← הביאו את הסמן למקום כלשהו על קטע AB והקישו. תסומן C.
שרטטו על AB קטע CD שאורכו 4 יחידות.	← ישר מ- C ל- B באורך 4 ← **בנה.**
שרטטו על AB קטע AE שאורכו 6 יחידות.	← ישר מ- A ל- B באורך 6 ← **בנה.**

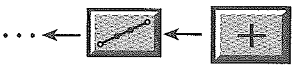
א) אילו מהקטעים הבאים אורכם נקבע על ידי הנתונים ואילו ניתנים לשינוי:
AC, CD, DB, DE, EB? הסבירו.

ב) בין אילו ערכים יכולים להיות אורכי הקטעים הבאים, בתנאי ש-C, D ו- E נמצאות בין A ו- B:
אורך EB?
אורך DE?
אורך AC?

4. **ציור**

א) שרטטו את הצורה הבאה, כך שהיא תישמר גם כשתגררו קודקודים. (הגודל לא חייב להישמר.)



ניתן לחלק קטע למספר חלקים בעזרת הפקודות:  ...

ב) סמנו בשרטוט למעלה את שמות קודקודי המשולשים, לפי השרטוט על המסך ובדקו:

- גרירה של אילו נקודות משנה את גודל השרטוט? הסבירו.
- גרירה של אילו נקודות משנה את מקום השרטוט, מבלי לשנות את גודלו? הסבירו.
- אילו נקודות בשרטוט לא ניתנות לגרירה?

הערה: בסעיף ב' יתכנו תשובות שונות בהתאם למהלך הבנייה שביצעתם.

פעילות 3 - על זוויות

לפעילות זו שני חלקים. בחלק הראשון תחקרו בעיה שבה עיקר העניין הוא הסבר הממצאים המתקבלים.
בחלק השני תבנו על מסך המחשב את הצורות המשורטטות כאן בחוברת, תוך שימוש בהעתקת זוויות ושרטוט מקבילים.

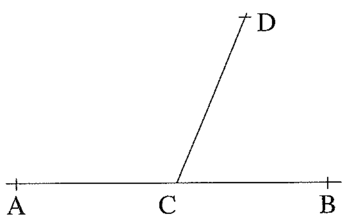
הפעילות מתאימה לשילוב לאחר הכרת המושגים זוויות וסוגיהן.
- בספר *גיאומטריה* בסדרה *פרקי מתמטיקה* ניתן לבצע פעילות זו במהלך לימוד הפרק *שני ישרים במישור* (במקום תרגיל 11 עמוד 29).
- בחוברת *משולשים* בסדרה *פרקים בהנדסת המישור*, הפעילות מתאימה לשילוב לאחר לימוד הסעיף *זווית צמודות וזוויות קודקודיות*, או במהלך לימוד הסעיף *חוצה זווית ואנך* (במקום תרגיל 7 עמוד 35).

על הסברים והוכחות

1. **חוצי זוויות צמודות**

בתרגיל זה תשרטטו זוויות צמודות ואת החוצים שלהן, ותבדקו מה משתנה ומה נשאר קבוע, כשמשנים את גודל הזוויות.
(בנו על פי ההוראות, מהלך הבנייה חשוב להמשך הפתרון.)

שרטטו קטע AB.	← הביאו את הסמן למסך לחצן, גררו ושחררו. ישורטט קטע AB.
	← גררו את A ואת B כך שאורך AB יהיה כמעט כאורך המסך.
סמנו נקודה C בין A ל- B ושרטטו קטע DC.	← הביאו את הסמן לנקודה על הקטע והקישו. הביאו את הסמן ל-C, גררו מחוץ לקטע ושחררו. ישורטט קטע CD.



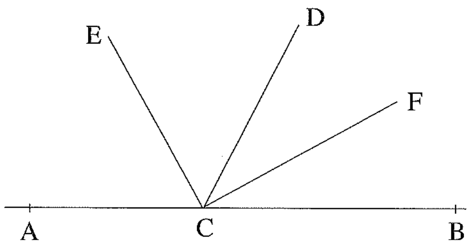
העבירו את החוצים של שתי הזוויות הצמודות, וצבעו את חוצי הזוויות.

 ← חוצה הזווית DCA ← **בנה.**

__צבע__ ←בחר צבע כרצונך. (חוצה הזווית המסומן יצבע.)

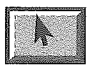
←חוצה הזווית DCB ← **בנה.**

(חוצה הזוויות השני ישורטט באותו צבע כמו הראשון.)



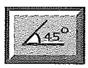
וכעת לחקירה:

שנו את הזוויות על ידי גרירת D.

 ← הביאו את הסמן ל- D לחצו, גררו ושחררו.

האם יש זווית, או זוויות, שגודלן לא משתנה כאשר גוררים את D?

תוכלו להיעזר במדידת זוויות.



←הביאו את המסגרת למסך, הקישו ורשמו את שם הזווית שברצונכם למדוד, (בעזרת שלוש אותיות).
לסיום הכתיבה הקישו Enter.

גודל של אחת הזוויות בשרטוט (בנוסף לזווית השטוחה), אינו משתנה כשמזיזים את D,
באיזו זווית מדובר?

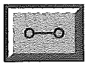
כעת נסו להסביר מדוע הזווית הזו תמיד . . .

2. תרגילים בבניית זווית

דף חדש.

א) שרטטו זווית של 60°.

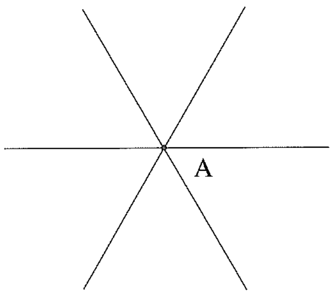
קובץ ← חדש.



← הביאו את הסמן למסך לחצן, הזיזו ושחררו.
יסומן קטע AB.

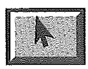
←  ← מהישר AB בנקודה A בזווית של 60°.

השלימו כך שיתקבל השרטוט:

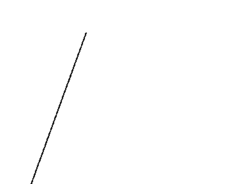


נסו לשנות על ידי גרירה.

הביאו את הסמן למשבצת בה רשמתם AB מחקו ורשמו AC.
המשיכו עד שיתקבל השרטוט.

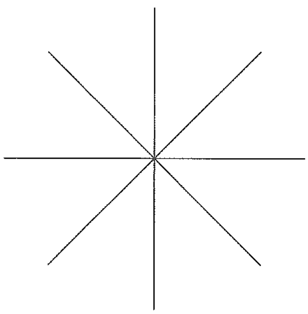
 ← ...

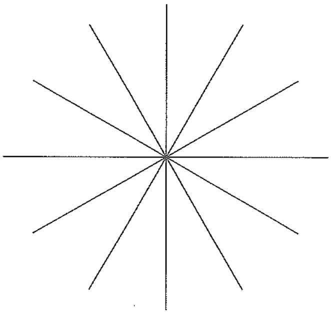
ב) מה יקרה, לדעתכם, אם תתחילו מזווית שגודלה 70° ותבצעו בנייה דומה לזו שביצעתם בסעיף א'? הסבירו.



ג) בניה חדשה.　　　　　　| **<u>קובץ</u>** ← חדש.

שרטטו כך שיתקבל כל אחד מהשרטוטים, והצורה תשמר בזמן הגרירה.

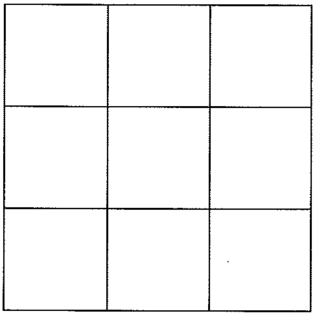




3. **ציור**

בניה חדשה.　　　　　　| **<u>קובץ</u>** ← חדש.

שרטטו ריבוע המחולק ל-9 משבצות ריבועיות, כך שאפשר יהיה לשנות את גודל הצורה, אך היא תשאר "ריבוע המחולק ל-9 משבצות ריבועיות".



נסו לגרור נקודות אחדות.

אילו נקודות ניתן לגרור ואילו לא ניתן? הסבירו מדוע.

פעילות 4 - ישרים מקבילים

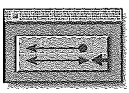
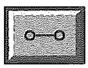
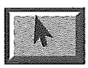
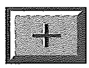
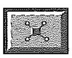
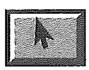
בפעילות זו נחקור כיצד ניתן לזהות ישרים מקבילים באמצעים גיאומטריים (מבלי להסתמך על ראייה בלבד).

הפעילות משתלבת בתחילת הנושא ישרים מקבילים.

- בספר *גיאומטריה* בסדרה *פרקי מתמטיקה* הפעילות מתאימה כפעילות פותחת בנושא *ישרים מקבילים* (במקום עמודים 33-31).
- בחוברת *משולשים* בסדרה *פרקים בהנדסת המישור*, הפעילות מתאימה לשילוב בתחילת הפרק *ישרים מקבילים* (במקום עמודים 49 -51).

על קשרים

1. ישרים מקבילים וזוויות

עברו לשרטוט ישרים.	הזיזו את החץ האדום למטה: 
שרטטו שני ישרים AB ו- CD.	 ← הביאו את הסמן למסך לחצו, הזיזו ושחררו (AB). שרטטו באותו אופן ישר נוסף (CD).
דאגו שהישרים ייחתכו על המסך.	 ← ...
סמנו את נקודת החיתוך של שני הישרים (E).	 ←  ← חיתוך של AB עם CD.
שנו, כך שנקודת החיתוך תהיה מחוץ למסך.	 ← ...

האם תמיד קיימת נקודת חיתוך לשני הישרים?

> ישרים שאינם נחתכים נקראים ישרים מקבילים.

נסו להזיז את הישרים כך שיקבילו. האם אתם בטוחים שהם מקבילים?

בהמשך העבודה בפעילות זו נעסוק בשתי השאלות הבאות:

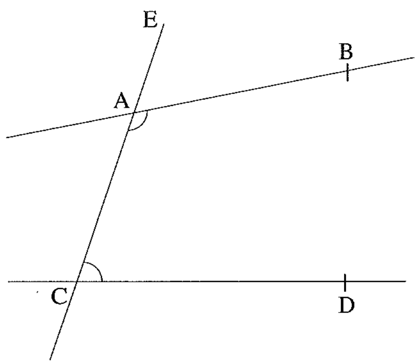
א) איך נקבע בוודאות אם ישרים מקבילים?

ב) איך נמצא את גודל הזווית בין שני ישרים הנחתכים מחוץ למסך?

כדי לענות על שאלות אלה נעביר ישר שלישי, החותך את שני הישרים המשורטטים. החותך יעזור בעתיד לענות על שתי שאלות אלה.

העבירו ישר AC.	← ← ישר מ- A ל- C.
ציבעו את הישר החותך באדום.	**צבע** ←אדום (הישר המסומן AC,יצבע באדום).

דאגו ש- B ו- D יהיו מאותו צד של החותך.



מְדדו את סכום הזוויות המסומנות בקשת.	←הביאו את המסגרת למסך הקישו, ורשמו $\sphericalangle BAC + \sphericalangle DCA$ (להפסקת הכתיבה הקישו Enter).

שתי זוויות כאלה, הנמצאות מאותו צד של החותך ומצדדים שונים של הישרים, נקראות **זוויות חד-צדדיות**.

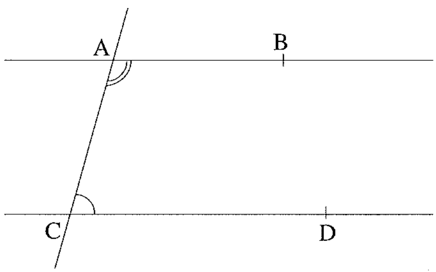
הזיזו את הישר AB, ואחר כך גררו את הנקודה A. | ...

- מה תוכלו לומר על סכום הזוויות המסומנות, כשנקודת החיתוך של שני הישרים AB ו- CD (הכחולים) נמצאת **מימין** לחותך (האדום)?
- מה תוכלו לומר על סכום הזוויות המסומנות, כשנקודת החיתוך של שני הישרים AB ו- CD נמצאת **משמאל** לחותך (האדום)?
- מה תוכלו לומר על סכום הזוויות המסומנות, כששני הישרים AB ו- CD **מקבילים**?

2. נתון שגודל זווית BAC הוא 142° וגודל זווית DCA הוא 40°.

א) חשבו את גודל שאר הזוויות שבשרטוט.

ב) שערו האם AB ו- CD נחתכים, ואם כן, באיזה צד של החותך.



ג) איזה תנאי, לדעתכם, צריכות לקיים הזוויות BAC ו- DCA כדי שהישרים יהיו מקבילים?

סיכום:

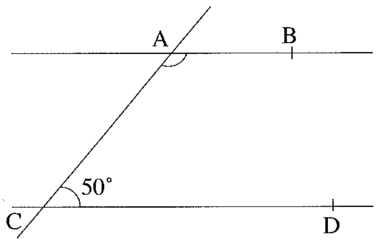
עלו כאן שתי השערות.

i) אם **קיים** חותך עבורו סכום של זוג זוויות חד צדדיות **שווה ל-** $\mathbf{180^\circ}$, אז הישרים **מקבילים.**

ii) אם **קיים** חותך עבורו סכום של זוג זוויות חד צדדיות **שונה מ-** $\mathbf{180^\circ}$, אז הישרים **אינם מקבילים.**

3. השערה ii מנוסחת בעזרת שלילות.
נבדוק מה משמעותה.

א) נתון $AB \parallel CD$ ו- $\sphericalangle ACD = 50^\circ$.
מיכל טוענה שהזווית BAC
יכולה להיות בת 128°. מה דעתכם?



ב) נתון $AB \parallel CD$. AC חותך כלשהו.
מיכל טוענת: "אולי יש חותך עבורו סכום הזוויות BAC ו- DCA פחות מ- 180°,
למרות העובדה שהישרים מקבילים"? מה דעתך? הסבירו .

כלומר, על סמך השערה (ii) ניתן להסיק כי:

אם $AB \parallel CD$ אז עבור <u>**כל**</u> חותך סכום הזוויות החד-צדדיות שווה ל- 180°.

ננסח את שתי ההשערות הפעם ללא שלילות, ונקבל אותן ללא הוכחה.

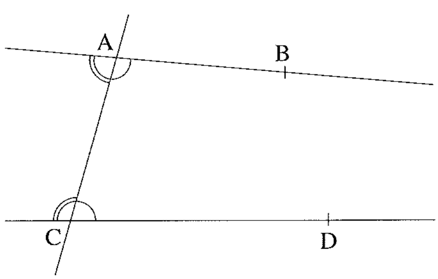
נתונים שני ישרים AB ו- CD.

i) אם **קיים** חותך, כך שסכום הזוויות החד-צדדיות **שווה ל-180°**, אז הישרים **מקבילים**.

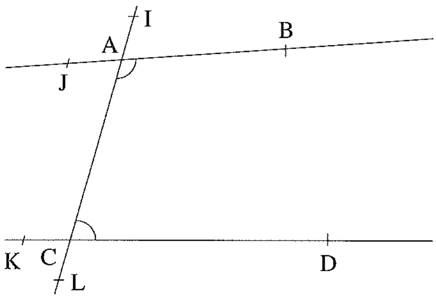
ii) אם הישרים **מקבילים**, אז עבור **כל** חותך סכום הזוויות החד-צדדיות **שווה ל- 180°**.

תרגילים

4. סכום שתי הזוויות שמימין לחותך (המסומנות בשרטוט בקשת אחת), קטן מ- 180°. הסבירו מדוע סכום שתי הזוויות שמשמאל לחותך (המסומנות בשתי קשתות) גדול מ- 180°.

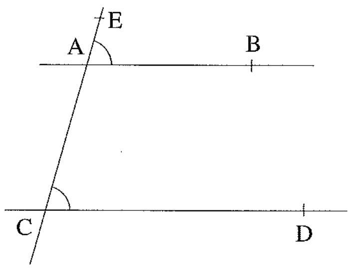


5. א) הזוויות המסומנות בקשת הן זוג של זוויות חד-צדדיות.
סמנו ורשמו זוגות נוספים של זוויות חד-צדדיות.

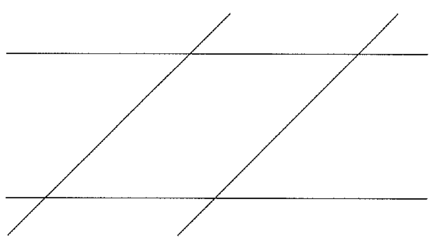


ב) מה תוכלו לומר **על כל** זוג זוויות כזה אם AB ‖ CD?

6. נתונים שני ישרים AB ו- CD הנחתכים על ידי ישר שלישי AC.
נתון גם $\sphericalangle ACD = \sphericalangle EAB$
האם ניתן להזיז את AC כך שיתקבל מצב שבו $\sphericalangle ACD \neq \sphericalangle EAB$? הסבירו.



7. א) שרטטו באמצעות התוכנה, שני זוגות של ישרים מקבילים, שישארו מקבילים גם כאשר תגררו אותם.



ב) האם ניתן לגרור קודקודים ולקבל מלבן? נסו ונמקו.

פעילות 5 - זוויות המשולש

בפעילות זו תחקרו מה משתנה ומה נשאר קבוע כאשר משנים משולש, ותנסחו תכונות לגבי זוויות המשולש. בנוסף, תבדקו בין אילו ערכים משתנה גודל הזוויות ותסיקו מסקנות.

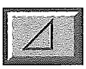
הפעילות משתלבת עם פתיחת לימוד הנושא זוויות המשולש.

- בספר *גיאומטריה* בסדרה *פרקי מתמטיקה*, הפעילות מתאימה בתחילת הנושא (עמ' 41) וכתחליף לתרגיל 4 בעמ' 42.
- בחוברת *משולשים* בסדרה *פרקים בהנדסת המישור*, הפעילות מתאימה לשילוב בפתיחת פרק *המשולש* וכתחליף לתרגילים 4 ו- 5 עמודים 70-71.

על תכונות

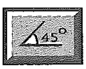
1. זוויות במשולש

בחרו משולש.



← **בנה.**

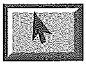
מדדו את זוויותיו.



← הביאו את המסגרת למסך, הקישו ורשמו בתוכה את שם הזווית בשלוש אותיות.

← הביאו מסגרות נוספות ומדדו את שאר הזוויות.

שנו את המשולש.



← הביאו את הסמן לאחד הקודקודים, לחצו, גררו ושחררו.

האם כל הזוויות ניתנות לשינוי?

האם תוכלו לגלות גודל הקשור בזוויות ונשאר קבוע למרות שינוי הזוויות?

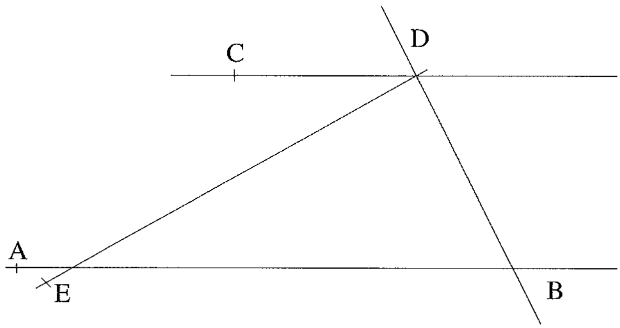
בדקו על ידי מדידה.

2. מדוע הגודל קבוע?

בתרגיל זה תסבירו מדוע הגודל, שמצאתם בסעיף 1, נשאר קבוע.

מחקו את הבניה הקודמת.

שרטטו ישר.	הביאו את הסמן למסך, לחצו, גררו ושחררו.
עברו לשרטוט ישרים.	הזיזו את החץ האדום למטה:
סמנו נקודה C מחוץ לישר AB.	הביאו את הסמן למסך והקישו.
העבירו מקביל לישר AB דרך C.	מקביל לישר AB דרך C.
חברו את B ו- D.	ישר מ-B ל-D.
(וודאו כי A ו- C נמצאות מאותו צד של BD).	
העבירו ישר נוסף דרך D.	הביאו את הסמן ל- D, לחצו, גררו ושחררו.
צבעו אותו באדום.	**צבע** ← אדום.

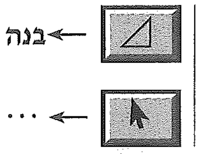


הזיזו את הישר האדום כך שיתלכד עם CD, ולאחר מכן הזיזו אותו כך שיחתוך את AB.
הסבירו מדוע סכום זוויות המשולש שנוצר הוא כסכום הזוויות החד-צדדיות
(∢ABD + ∢ABD).

3. **האם ייתכן?**

בחרו משולש כלשהו.

שנו את המשולש



נסו לשנות את המשולש כך שתתקיימנה הדרישות הבאות.
אם אי-אפשר, הסבירו מדוע.

א) האם ייתכן משולש שיש בו **רק** שתי זוויות חדות?
ב) האם ייתכן משולש שיש בו **רק** זווית חדה אחת?
ג) האם ייתכן משולש שיש בו שתי זוויות קהות?
ד) האם ייתכן משולש שיש בו שתי זוויות חיצוניות קהות?
ה) האם ייתכן משולש **שרק** אחת מהזוויות החיצוניות שלו קהה?

4. משולשים השווים בזוויותיהם

בחרו משולש כלשהו, ובנו משולש שזוויותיו שוות לזוויות המשולש שבחרתם.

בחרו משולש.	← **בנה.**
שרטטו קטע.	← הביאו את הסמן למסך, גררו ושחררו. יתקבל קטע DE.
העתיקו את BAC ∢ על ישר DE בנקודה D.	← ← מישר DE בנקודה D בזווית BAC. לחצו **בנה** עד ששוק הזווית תתקבל בכיוון הרצוי.
העתיקו את ACB ∢ על ישר DE בנקודה E.	← מישר DE בנקודה E בזווית ACB. לחצו על בנה עד ששוק הזווית תתקבל בכיוון הרצוי.
האריכו את השוק השנייה של כל זווית כך שהשוקיים ייחתכו.	← הביאו את הסמן לנקודה שעל השוק, והזיזו עד קצה המסך.
סמנו את נקודת החיתוך של DF ו- EG.	← ← חיתוך של DF ו- EG.
מה הקשר בין זווית ABC ∢ וזווית DHE?	
שנו את המשולש, וענו על השאלות הבאות:	← ...

א) מה משתנה ומה לא ניתן לשינוי, כשמזיזים את קודקודי משולש DEH? הסבירו.

ב) מה משתנה ומה לא ניתן לשינוי, כשמזיזים את קודקודי משולש ABC? הסבירו.

ג) נסו לתאר את הקשר בין שני המשולשים, ΔABC ו- ΔDEH.

פעילות 6- סכום זוויות במצולע

בתחילת פעילות זו תעסקו בסכום הזוויות הפנימיות של מצולעים, ותבדקו כיצד הוא משתנה כאשר מספר הצלעות גדֵל.
בחלק השני של הפעילות תחקרו את סכום הזוויות החיצוניות במצולעים שונים. וכמובן, כמו בפעילויות הקודמות, תסבירו את הממצאים.

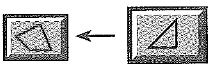
הפעילות משתלבת לאחר הנושא סכום זוויות המשולש.
- בספר *גיאומטריה* בסדרה *פרקי מתמטיקה* הפעילות מתאימה כתחליף לסעיף מצולעים וזוויותיהם פרט לתרגילים שבסופו. (כלומר, הפעילות מחליפה את תרגילים 1 - 7 בעמודים 50-52).

לפי הספר *משולשים* בסדרה *פרקים בהנדסת המישור*, הפעילות מתאימה כתחליף לסעיף *סכום זוויות במצולע* (עמודים 83-86).

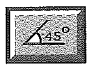
1. זוויות פנימיות במצולע

כפי שלמדת, סכום הזוויות הפנימיות במשולש קבוע ושווה ל-$180°$. נחקור כאן, מה ניתן לומר על סכום הזוויות במצולעים אחרים.

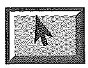
א) בחרו מרובע.


← בנה

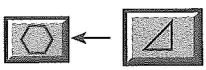
מה סכום זוויותיו?


←הביאו את המסגרת למסך הקישו ורשמו בתוכה: DAB + ABC + BCD + CDA

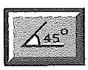
שנו את המרובע ובדקו אם הסכום נשאר קבוע. (במהלך כל הפעילות, וודאו שהמצולעים יישארו קמורים.)


←...

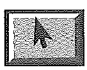
ב) בחרו מחומש.


←מצולע בעל 5 צלעות.
הקישו על המשבצת בה מסומן × כך שהמצולע לא יהיה משוכלל ← **בנה**.

מה סכום זוויותיו?


←...

שנו את המחומש (הקמור) ובדקו מה קורה לסכום זוויותיו.

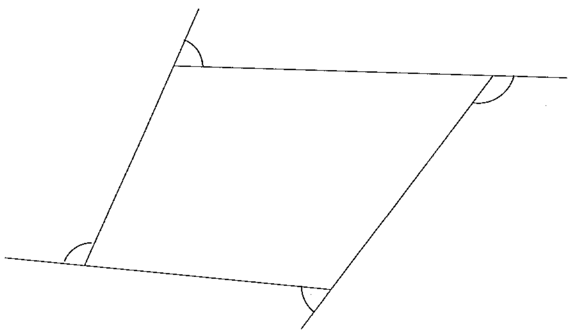

←...

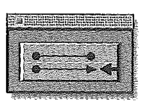
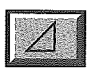
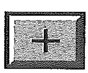
ג) בחרו משושה ובדקו מה סכום זוויותיו.
מה סכום הזוויות במצולע בעל 7 צלעות? בדקו על ידי בחירת מצולע כזה ומדידת סכום זוויותיו. רשמו את סכום הזוויות.
מה סכום הזוויות במצולע בעל 8 צלעות?
מה סכום הזוויות במצולע בעל 9 צלעות?
מה סכום הזוויות במצולע בעל 10 צלעות?

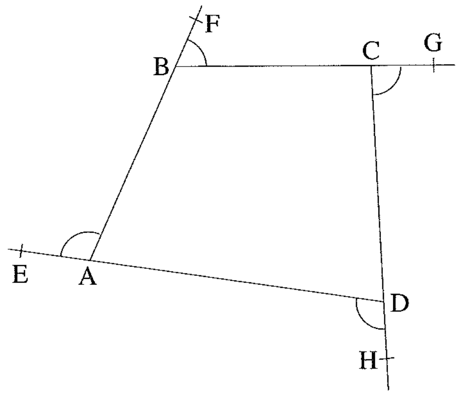
נסו לרשום כלל המתאר כיצד משתנה סכום הזוויות כשמספר הצלעות גָּדֵל.
נסו להסביר את הכלל שמצאתם.

2. זוויות חיצוניות במצולע

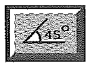
א) שערו מה סכום הזוויות החיצוניות במרובע? (וודאו שהמצולעים ישארו קמורים).



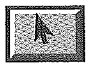
עברו לשרטוט קרניים.	 ← הביאו את החץ האדום לאחת הקרניים.
בחרו מרובע.	 ←  ← **בנה**
סמנו נקודה על כל קרן.	 ←...



מה סכום הזוויות החיצוניות המסומנות בשרטוט?

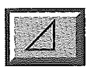
מדדו. 

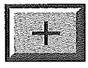
...

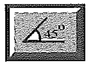
שנו את המרובע ובדקו אם הסכום נשאר קבוע.  ...

ב) שערו מה יקרה לסכום הזוויות החיצוניות אם **נגדיל** את מספר הצלעות של המצולע.
מה יהיה סכום זה במחומש? במשושה?

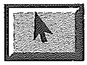
ג) בדקו את השערותיכם בעזרת מדידה. (מחקו את המרובע המשורטט.)

בחרו מחומש (קרניים).   מצולע בעל 5 צלעות (לא משוכלל).

סמנו נקודה על כל קרן, (בדומה למרובע לעיל).  ...

מה סכום הזוויות החיצוניות שלו? 

...

שנו את המחומש.  ...

ד) האם, לדעתכם, ההשערה שרשמתם לגבי סכום הזוויות החיצוניות במשושה נראית לכם עדיין נכונה?
(אם יש צורך בדקו בעזרת המחשב.)

ה) נסחו משפט כללי לגבי סכום הזוויות החיצוניות במצולעים, **והסבירו** מדוע הוא נכון.

פעילות 7 - גבהים במשולש

בפעילות זו תחקרו את הקשר בין מקום הגבהים במשולש לבין זוויותיו, ותסבירו את השערותיכם וממצאיכם.

הפעילות מתאימה לשילוב לאחר לימוד הנושא סכום זוויות במשולש.

- בספר *גיאומטריה* בסדרה *פרקי מתמטיקה* מומלץ לשלב את הפעילות בסעיף *קטעים במשולש* או אחרי הפרק *משולש ומצולע*. פעילות זו מחליפה את התרגילים המופיעים בשלב מאוחר יותר: תרגילים 1 ו- 2 בעמוד 76.
- בספר *משולשים* בסדרה *פרקים בהנדסת המישור*, הפעילות מתאימה לשילוב במהלך הוראת הסעיף, *גובה, תיכון וחוצה זווית* כתוספת (עמ' 87 ואילך).

על מושגים וקשרים

1. גובה במשולש

בחרו משולש כלשהו.	[icon] ← **בנה**
שרטטו גובה מ- B ל- AC.	[icon] ← [icon] ← אנך מנקודה B אל ישר AC ← **בנה**
צבעו את הגובה בירוק.	**צבע** ← ירוק.
שנו את המשולש על ידי גרירת B, ובדקו היכן נמצא הגובה במשולשים שונים.	[icon] ← ...

בדקו באיזה מקרה הגובה בתוך המשולש, באיזה מקרה הוא מחוץ למשולש, ובאיזה מקרה הגובה מתלכד עם צלע המשולש.

שנו את המשולש, כך שהצלע AC תהיה בכיוון שונה, ואחר כך גררו מחדש את B, ובדקו היכן נמצא הגובה במשולשים השונים.

נסו להכליל: מה הקשר, בין מקום המצאות הגובה לזווית שלשוקיה הגובה מועבר?

2. **האם ייתכן**

i) שרטטו גובה מ- A ל- BC.

צבעו את הגובה השני באדום.

שנו את המשולש.

← ← אנך מנקודה A אל ישר BC ← **בנה.**

צבע ← אדום.

← ...

שנו את המשולש על-פי ההוראות הבאות ורשמו איזה סוג משולש מתקבל: קהה זווית, ישר זווית, או חד זווית. אם יש במשולש זווית קהה או ישרה רשמו איזו היא.
אם **אי-אפשר** לשנות את המשולש על פי הדרישות, הסבירו **מדוע**.

א) גררו כך שהגובה **הירוק** יהיה **מחוץ** למשולש, הגובה **האדום** יהיה **בתוכו.**

ב) גררו כך שהגובה **האדום** יהיה **מחוץ** למשולש, הגובה **הירוק** יהיה **בתוכו.**

ג) גררו כך שהגובה **הירוק** יהיה **בתוך** המשולש, והגובה **האדום** **יתלכד** עם אחת הצלעות של המשולש.

ד) גררו כך שהגובה **האדום** יהיה **בתוך** המשולש, והגובה **הירוק** **יתלכד** עם אחת הצלעות של המשולש.

ה) גררו כך שהגובה **האדום** יהיה **מחוץ** למשולש, והגובה **הירוק** **יתלכד** עם אחת הצלעות של המשולש.

ו) גררו כך **ששני** הגבהים יהיו **מחוץ** למשולש.

ז) גררו כך **ששני** הגבהים **יתלכדו** עם צלעות של המשולש.

ii) שרטטו את הגובה השלישי של המשולש.

צבעו אותו בשחור.

שנו את המשולש.

← ← מהנקודה C לישר AB ← **בנה.**

צבע ← שחור.

← ...

א) האם אפשר לשנות את המשולש כך **שלושת** הגבהים יהיו מחוץ למשולש? אם כן, שנו. אם לא, הסבירו.

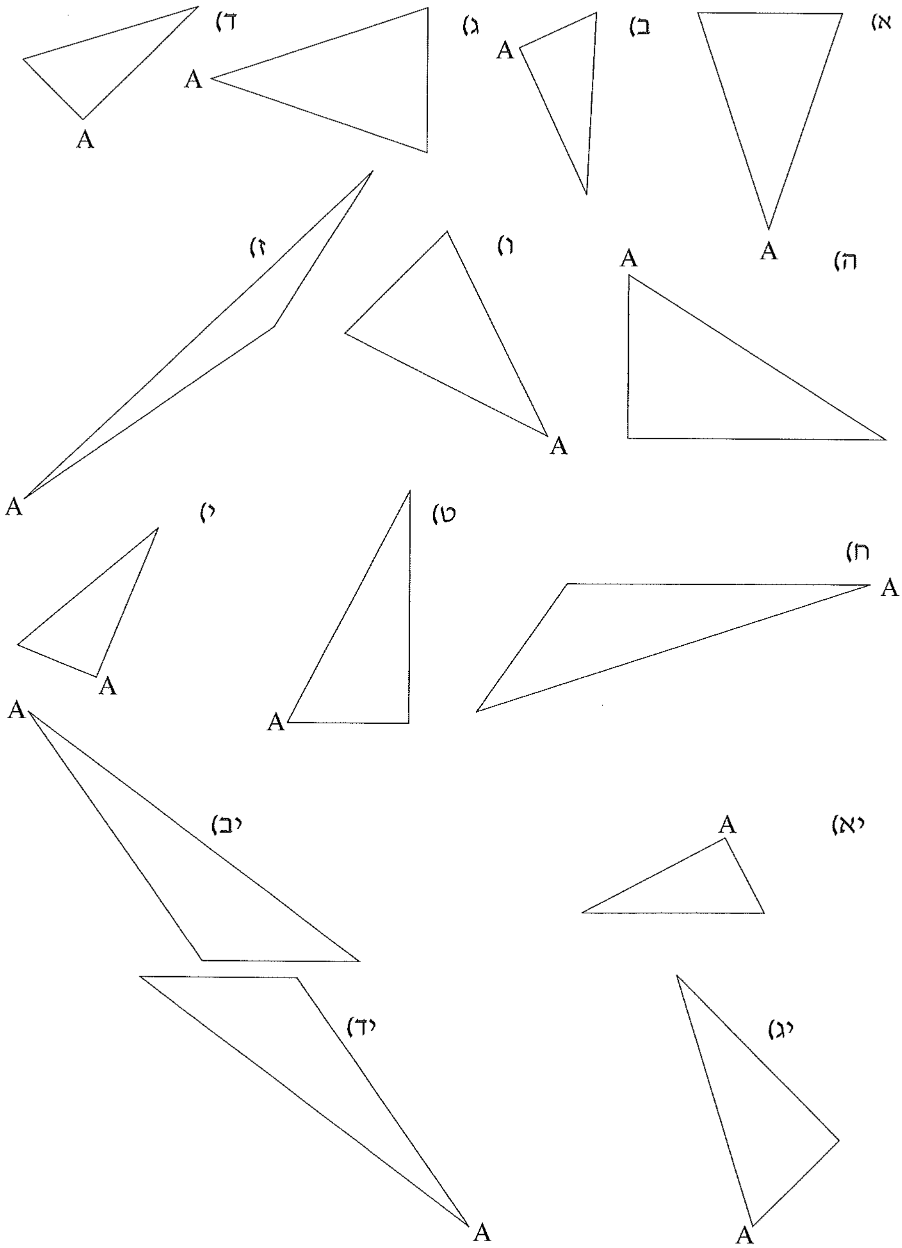
ב) האם אפשר לשנות את המשולש כך **ששני** גבהים יהיו מחוץ למשולש? אם כן, שנו. אם לא, הסבירו.

ג) האם אפשר לשנות את המשולש כך שגובה **אחד בלבד** יהיה מחוץ למשולש? אם כן, שנו. אם לא, הסבירו.

ד) האם אפשר לשנות את המשולש כך שגובה אחד יהיה מחוץ למשולש וגובה אחר יתלכד עם צלע? אם כן, שנו. אם לא, הסבירו.

תרגילים

3. שרטט בכל משולש, גובה מקודקוד A לצלע שמולו.



מבוא לפעילויות העוסקות במשפטי החפיפה

ארבע הפעילויות הבאות 10, 9, 8 ו- 11 הן רצף של פעילויות, בהן תחקרו תנאים מספיקים לחפיפה ותנסחו משפטים מתאימים.
החפיפה הוגדרה על ידי שוויון של שישה תנאים, ומטרת משפטי החפיפה לצמצם את מספר התנאים.

הפעילויות משתלבת לאחר הגדרת המושגים חפיפה והתאמה.

- בספר *גיאומטריה* בסדרה *פרקי מתמטיקה*, כדאי לשלב את שתי הפעילויות הראשונות, 8 ו- 9 בתחילת הפרק משפטי חפיפה (תחילת עמ' 61).
  לאחר ביצוע פעילויות אלה, יש לפתור את תרגיל 5 בעמ' 62, ולאחריו ניתן לפתור תרגילים מתוך עמודים 70-79. במהלך פתרון התרגילים האלה, ניתן לבצע גם את פעילות 10 המחליפה את תרגיל 14 בעמוד 66. פעילות 11 מתאימה לשילוב לפני סיכום כל משפטי החפיפה, לאחריה ניתן להשלים את כל התרגילים, שעדיין לא נפתרו, החל מעמ' 67. תרגיל 8 בספר זהה לפעילות 11.
  לסיכום הנושא ניתן לעסוק במספר משולשים שאפשר לבנות, כאשר מיקום הזוויות ביחס לצלעות אינו נתון. פעילות זו נמצאת בספר בתרגילים 10, 9, 7, 6 בעמודים 62 ו- 64.
- בחוברת *משולשים* בסדרה *פרקים בהנדסת המישור*, מתאים לשלב את פעילות 8 בתחילת עמ' 103 כתחליף לתרגילים 1 ו- 2 בעמודים 103 ו- 104. פעילות 9 משתלבת בתחילת עמ' 108 ומחליפה את התרגילים 1 ו- 2 בעמוד זה.

פעילות 8 - משפט חפיפה ראשון

על תנאים מספיקים

1. שני משולשים השווים ב"צלע וזווית בהתאמה".

שרטטו משולש ABC כלשהו.

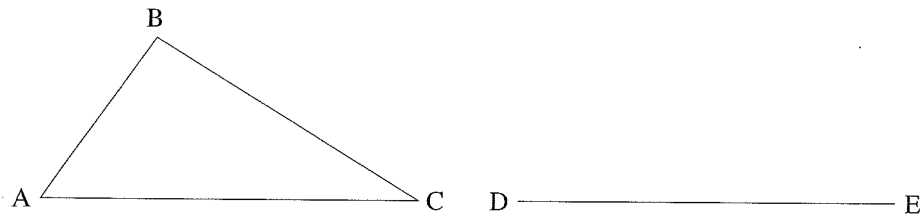
← **בנה**.

הזיזו את המשולש לצד המסך.

← להזזת המשולש הביאו את הסמן לאחת הצלעות לחצו, הזיזו ושחררו.

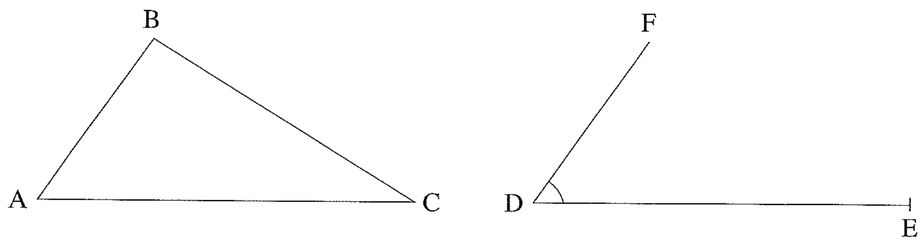
שרטטו קטע DE, השווה באורכו ל- AC.

← ← הביאו את הסמן למסך והקישו. תסומן נקודה D. אחר כך רשמו: ישר מ- D באורך AC.

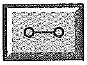
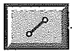


שרטטו זווית EDF. השווה בגודלה לזווית CAB.

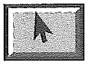
← ← מישר DE בנקודה D בזווית BAC. לחצו על **בנה** עד שתקבלו את שוק הזווית בכיוון המתאים.



חברו את E עם F.

 ←  ← ישר מ- E ל- F.

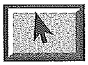
שנו את ΔDEF.

 ← ...

פרטו מה ניתן ומה לא ניתן לשינוי על ידי הזזת קודקודים וצלעות במשולש זה. הסבירו.

האם ΔDEF חופף תמיד ל- ΔABC?

שנו את ΔABC ובדקו איך משתנה ΔDEF.

 ← גררו את קודקודי ΔABC.

האם התנאים של שוויון **צלע אחת וזווית אחת**, בהתאמה, בשני משולשים, **מספיקים** לחפיפה?

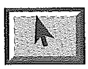
2. שני משולשים השווים בשתי צלעות ובזווית שביניהן.

קביעת אורך DF.

הקישו הקשה כפולה על הצלע DF.
ייפתח המסך של העתקת הזווית עם אפשרות של שינוי.

קבעו את אורך DF, כך ש- DF יהיה שווה ל- AB.

רשמו במסגרת: באורך AB והקישו על **שנה**.

 ← הקישו על F כדי שהמשולש ישתנה.

(במשולש DEF יש כעת שתי צלעות וזווית שבין הצלעות, השווים בהתאמה לשתי צלעות והזווית שביניהן במשולש ABC.)

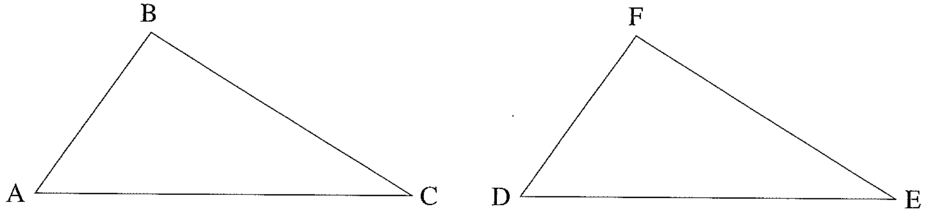
שנו את ΔABC. מה קורה ל- ΔDEF?

האם שני המשולשים חופפים?

נסו לשנות את ΔDEF, כך שהוא לא יהיה חופף ל- ΔABC.

האם שני משולשים השווים בשתי צלעות ובזווית שביניהן, חופפים?

3. סמנו בשרטוט חלקים שווים על פי הבנייה שביצעתם.



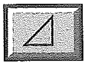
נסחו משפט חפיפה.

פעילות 9 - משפט חפיפה שני

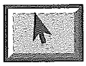
על תנאים מספיקים

1. **שני משולשים השווים בשתי זוויות וצלע, בהתאמה.**

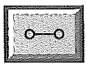
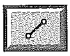
שרטטו משולש ABC כלשהו.

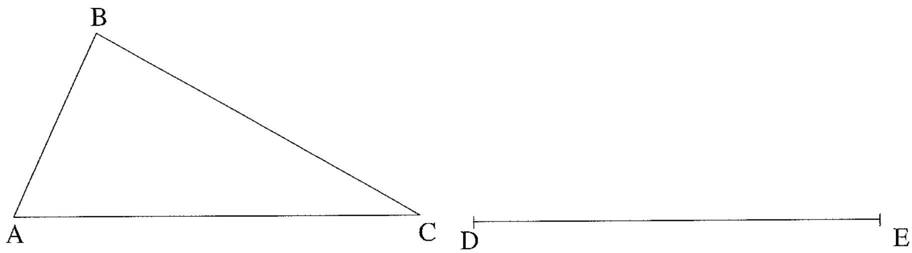
 ← **בנה.**

הזיזו את המשולש לצד המסך.

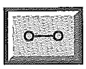
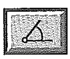
 ← להזזת המשולש הביאו את הסמן לאחת הצלעות, לחצו, הזיזו ושחררו.

שרטטו קטע DE, השווה באורכו ל- AC.

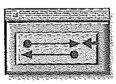
 ←  ← הביאו את הסמן למסך והקישו. תסומן נקודה D. אחר כך רשמו: ישר מ- D באורך AC.

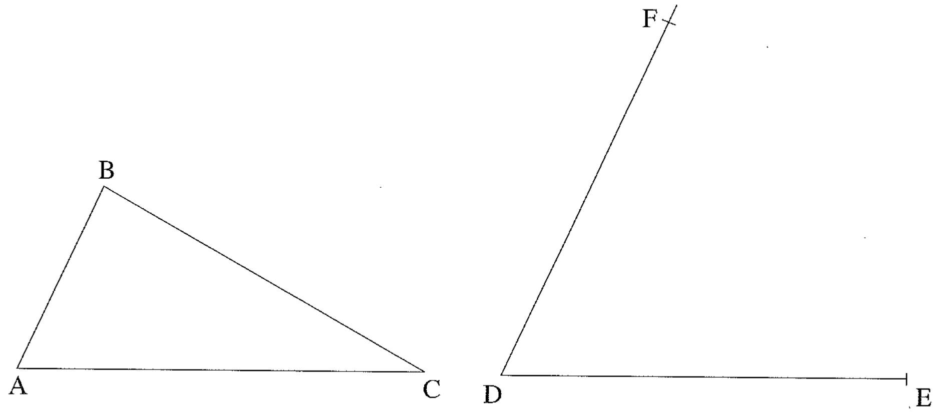


שרטטו זווית EDF, השווה בגודלה לזווית BAC.

 ←  ← מישר DE בנקודה D בגודל זווית BAC. לחצו על **בנה** עד שתקבלו את שוק הזווית בכיוון המתאים.

עברו לשרטוט קרניים.

 ← (קרן מעבר ל F).



שרטטו זווית DEG השווה בגודלה לזווית ACB.

← ← מישר DE בנקודה E בגודל זווית ACB. לחצו על **בנה** עד שתקבלו את שוק הזווית בכיוון המתאים.

סמנו את נקודת החיתוך של שתי הקרניים.

← ← **נקודת חיתוך בין** DF ו- EG.

האם המשולש שהתקבל חופף ל- ΔABC?

– נסו לשנות את המשולש שבניתם.

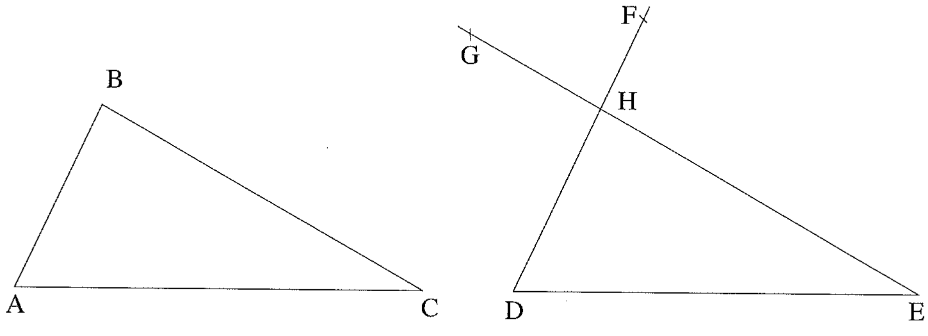
← גררו את קודקודי ΔDEH.

שנו את ΔABC ובדקו איך משתנה המשולש שבניתם.

← גררו את קודקודי ΔABC.

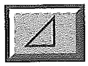
– האם שני משולשים השווים בצלע ובשתי זוויות בהתאמה, חופפים?

סמנו בשרטוט חלקים שווים על-פי הבנייה שביצעתם.



נסחו משפט חפיפה.

2. **האם ייתכן?**

שרטטו משולש ABC כלשהו. |  ← **בנה.**

נסו לבנות משולש, שיהיו בו צלע ושתי זוויות **שוות** לצלע ושתי זוויות במשולש ABC, והוא **לא** יהיה חופף ל- ΔABC. אם אי-אפשר, נמקו.

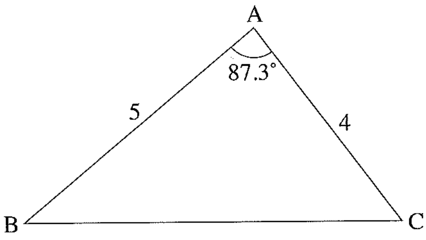
פעילות 10 - מספר מינימלי של נתונים

על תנאים מספיקים

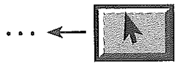
1. **חמישה נתונים של משולש שווים לחמישה נתונים של משולש אחר.**
האם המשולשים חייבים להיות חופפים?
כדי לבדוק זאת:
א) שרטטו ΔABC בו AB = 5 יחידות, $\measuredangle A = 87.3^\circ$, AC = 4 יחידות.
מדדו את שאר הזוויות והצלע.

סמנו נקודה A.	← הביאו את הסמן למסך והקישו.
שרטטו קטע AB = 5.	← ← ישר מ- A באורך 5 ← **בנה.**
שרטטו זווית BAC שגודלה 87.3°, ואורך AC 4 יחידות.	←מישר AB בנקודה A בזווית של 87.3° באורך של 4 יחי׳. (לחצו על בנה כדי לקבל אפשרות רצויה של כוון AC).
חברו את BC.	← ישר מ- B ל- C ← **בנה.**
מדדו את BC.	← הביאו את המסגרת למסך, הקישו וכתבו BC ← Enter.
מדדו זווית ABC.	← הביאו את המסגרת למסך, הקישו וכתבו ABC ← Enter.
מדדו זווית ABC $\measuredangle$.	← הביאו את המסגרת למסך, הקישו וכתבו ACB ← Enter.

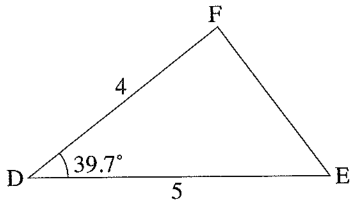
העתיקו את המידות של הצלע והזוויות לשרטוט.



הזיזו את ΔABC הצידה
ומחקו את המידות מהמסך.



ב) שרטטו ΔDEF בו: $DE = 5$ יחידות, $\sphericalangle E = 39.7^\circ$, $EF = 4$ יחידות.
מְדדו את שאר החלקים ורשמו בשרטוט.



ג) כמה צלעות וכמה זוויות שוות יש בשני המשולשים שבניתם?
האם המשולשים חופפים?
האם יש כאן סתירה למשפטי החפיפה?

2. שישה נתונים של משולש שווים לשישה נתונים של משולש אחר (צלעות וזוויות).
האם ניתן להסיק, שהמשולשים חופפים?

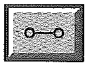
3. בנו שני משולשים ישרי זווית **שאינם חופפים**, בהם אורך אחד הניצבים 3 יחידות ויש להם זווית חדה של 51.8°.
כמה גדלים שווים יש בשני המשולשים? הסבירו.

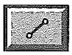
פעילות 11 - משפט חפיפה רביעי

על תנאים מספיקים

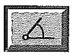
נחקור כמה משולשים שאינם חופפים ניתן לשרטט, על-פי שתי צלעות וזווית מול אחת מהשתיים.

שרטטו קטע AB באורך 6 יחידות.

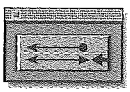

הביאו את הסמן למסך והקישו. תסומן נקודה A.


ישר מ- A, באורך 6.

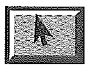
שרטטו זווית A בת 35°.


מישר AB בנקודה A בזווית של 35°. הקישו על **בנה** כדי לקבל כיוון רצוי של השוק AC.

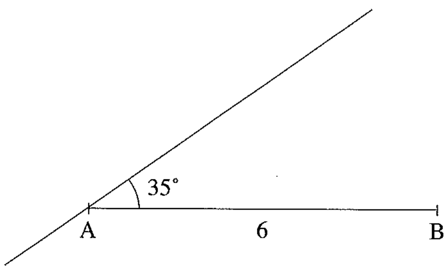
עברו לישר AC (במקום קטע).

הקישו במסגרת למטה.


גררו את C מחוץ למסך.

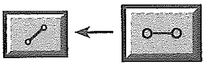

גררו את C על הישר מחוץ למסך.

עד עכשיו בניתם:



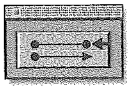
בהמשך הפעילות תשלימו את השרטוט למשולש, תוך בדיקת מקרים שונים של אורך הצלע מול ∢A , וזיהוי מספר המשולשים הנוצרים בכל מקרה.

לשם כך בנו קטע BD, שאורכו 4 יחידות.



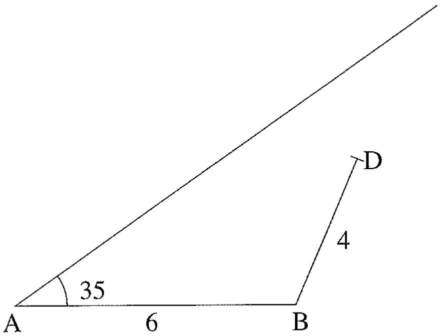
ישר מ B באורך 4.

חזרו לשרטוט קטעים (ולא ישרים).

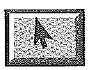


תוכלו לצבוע את הקטע.

<u>צבע</u> ...



גררו את D, כך ש- D תהיה על הישר AC, ובדקו בכמה אופנים ניתן לעשות זאת.

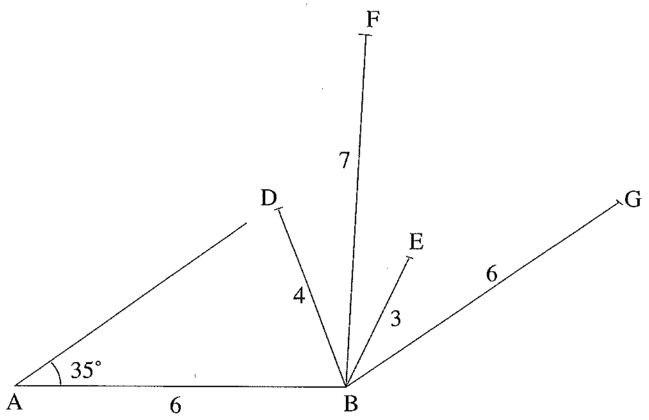


...

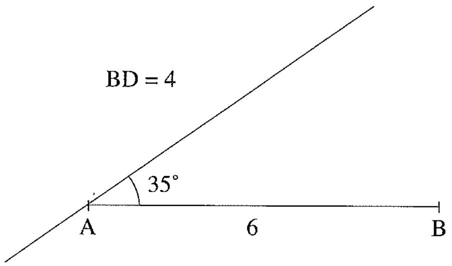
כמה משולשים שונים ניתן לשרטט, כאשר אורך הצלע, מול ∢A , 4 יחידות?
השלימו את שני השרטוטים המתאימים בעמוד הבא.

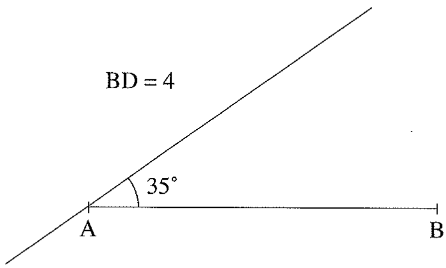
חזרו על בניית הקטע מול ∢A : בנו קטעים נוספים מ-B, באורכים שונים.
BE = 3 , BF = 7 , BG = 6.

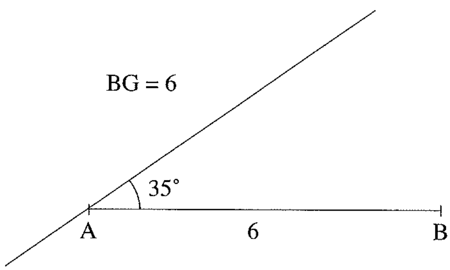
קיבלתם 4 קטעים בעלי אורך שונה, היוצאים מ- B (ראו שרטוט).

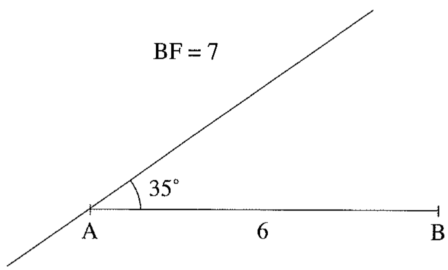


גררו את קצות הקטעים ובדקו כמה משולשים _ AB, מתקבלים בכל מקרה.
השלימו, שרטוט לכל אחד מהמקרים.









כמה משולשים יתקבלו אם אורך __B שווה ל- 5.5 יחידות?


סכמו:

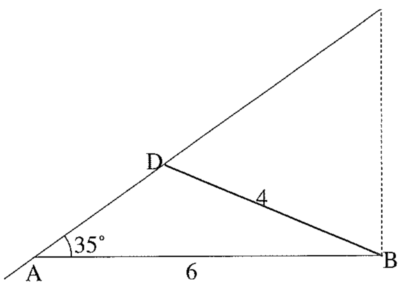
א) כמה משולשים שאינם חופפים, ניתן לבנות לפי צלע (AB) זווית (A) וצלע מול הזווית. דונו באפשרויות השונות תוך התייחסות לקשר בין אורך AB לאורך הצלע מול הזווית A.

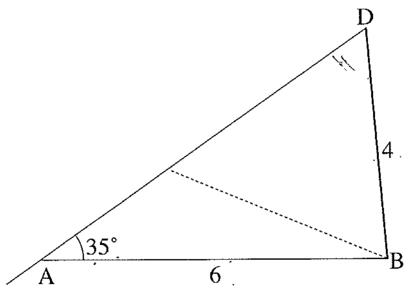
ב) באיזה מהמקרים הנ"ל ניתן לנסח משפט חפיפה? (כלומר, קיים משולש יחיד) נסחו.

ג) האם קיים מקרה, בו הקטע מול הזווית A קטן מ AB ובכל זאת מתקבל משולש יחיד? (כלומר, נקודת חיתוך יחידה בבניה.)

ד) במקרה בו $BD = 4$ מתקבלים 2 משולשים שאינם חופפים ולכן לא ניתן להסיק חפיפה.

מה תוכל לומר על הקשר בין הזוויות ADB בכל אחד משני המשולשים השרטוטים?





פעילות 12 - שיקוף וסיבוב של משולשים

בחלק הראשון של פעילות זו, תכירו את המושגים שיקוף בישר וסיבוב סביב נקודה, ותבצעו שיקופים וסיבובים על דף נקודות.
בחלק השני של הפעילות, תלמדו לשקף ולסובב צורות בעזרת הלומדה "הנדסה בתנועה", ותבנו צורות בעזרת פעולות אלה.

הפעילות משתלבת לפני הפרק משולש שווה שוקיים או במהלכו.
- בספר *גיאומטריה*, בסדרה *פרקי מתמטיקה*, מומלץ לשלב פעילות זו במהלך התרגילים שבעמודים 102 - 104.
- בחוברת *משולשים*, בסדרה *פרקים בהנדסת המישור*, מומלץ לשלב את הפעילות לאחר הסעיף *חוצה זווית במשולש שווה שוקיים* (עמ' 180).

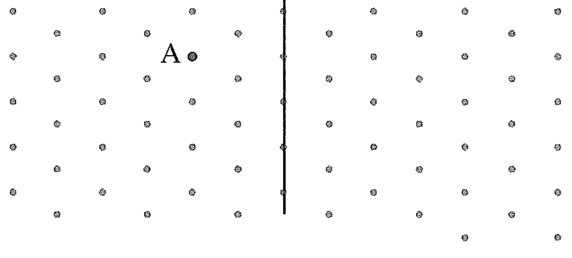
חלק ראשון: שיקוף בישר וסיבוב סביב נקודה

על מושגים

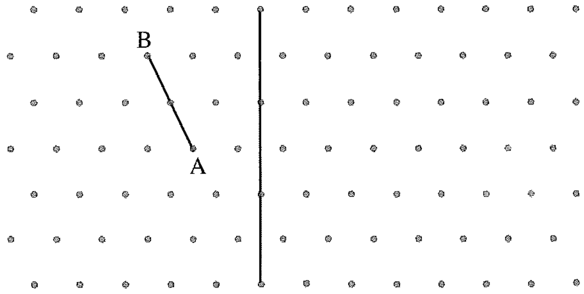
1. **שיקוף בישר.**

א) שקפו את הנקודה A ביחס לישר המשורטט (קו מראה).

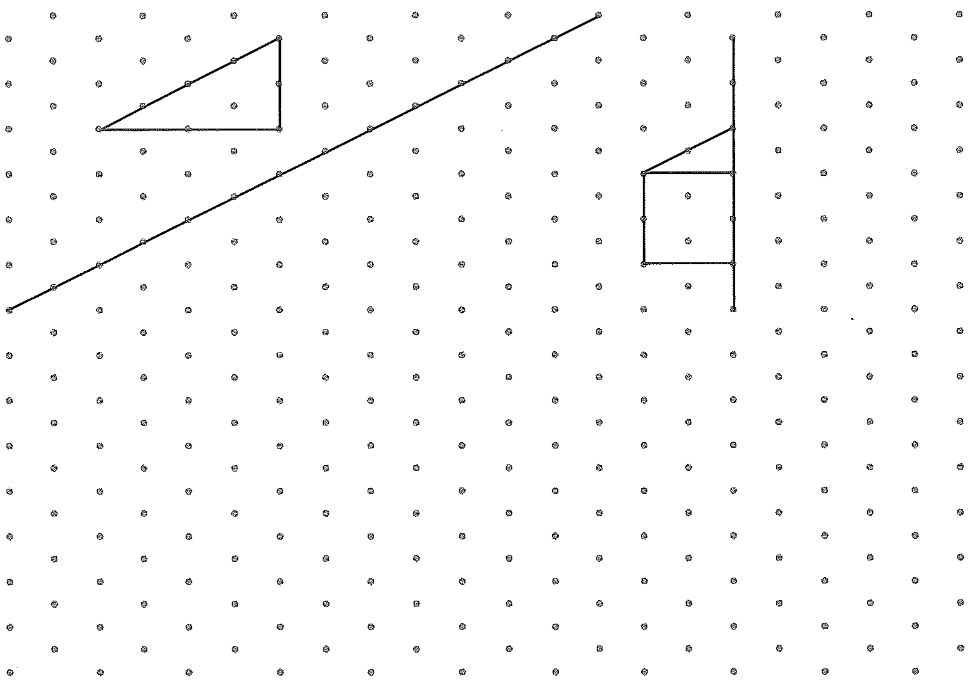
א)



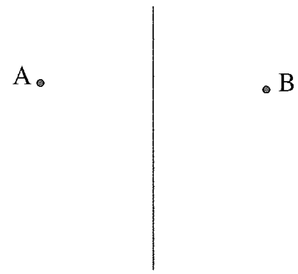
ב) שקפו את הקטע AB ביחס לישר המשורטט.□



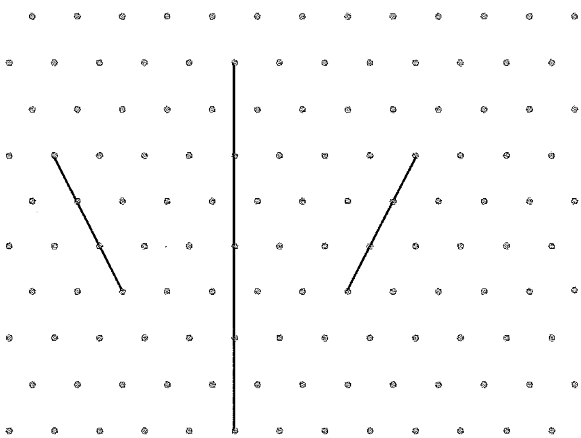
ג) שקפו כל צורה ביחס לישר המשורטט.



שיקוף בישר: נקודה B היא שיקוף של נקודה A בישר, אם הישר הוא אנך אמצעי של הקטע AB. הישר נקרא ישר השיקוף.




הוכיחו, כי אם קטע אחד הוא שיקוף של השני, אז שני הקטעים שווים.

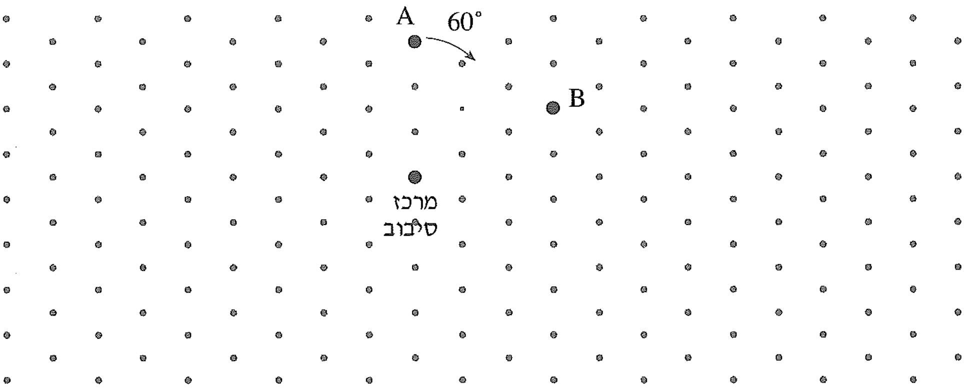


2. **סיבוב סביב נקודה**

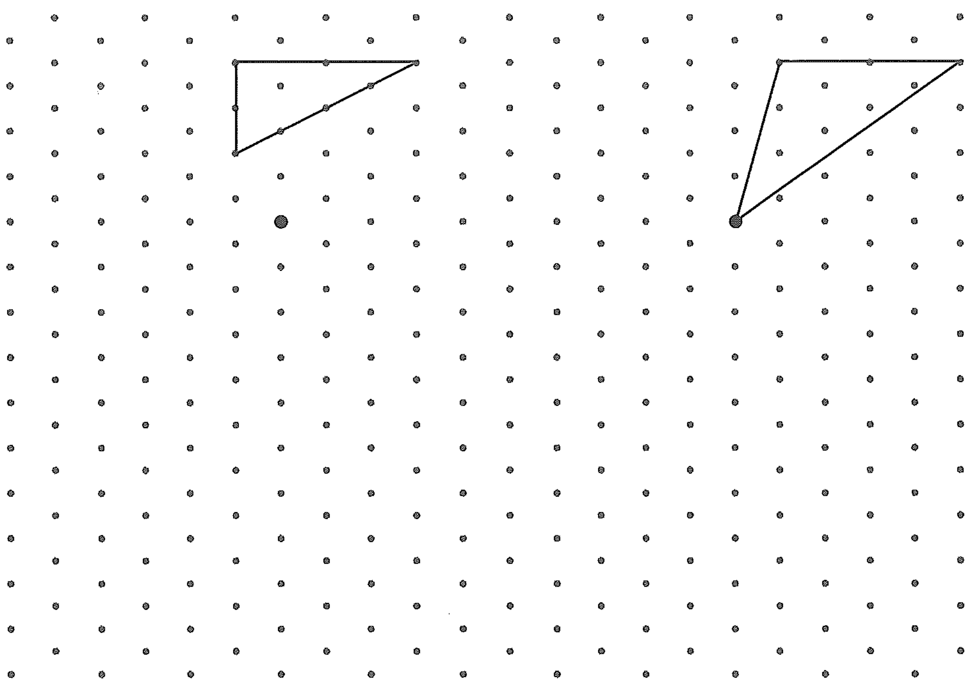
א) הנקודה B בשרטוט, התקבלה אחרי סיבוב של A ב- 60° סביב מרכז הסיבוב, בכיוון השעון.

סובבו את B סביב מרכז הסיבוב ב- 60° (באותו כיוון). המשיכו לסובב כל נקודה שמתקבלת עד שתחזרו ל- A.

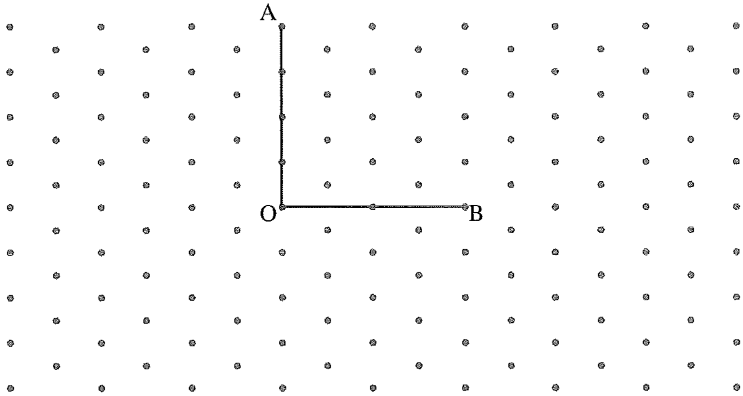
חברו את הנקודות. איזו צורה קיבלתם?



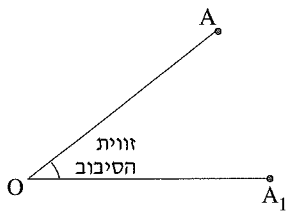
ב) סובבו כל משולש סביב המרכז ב- 180°. (מרכז הסיבוב מודגש).



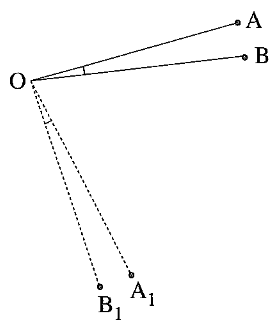
ג) סובבו את זווית BOA ב- 60° סביב O.



סיבוב בזווית נתונה: A_1 היא סיבוב של נקודה A סביב 0 בזווית נתונה, אם היא מקיימת $OA = OA_1$ ו- $\sphericalangle AOA_1$ היא זווית הסיבוב.



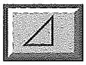
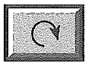
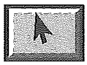
ד) כאשר מסובבים זווית AOB סביב O בזווית סיבוב נתונה, מתקבלת $\sphericalangle A_1OB_1$ השווה ל- $\sphericalangle AOB$. הסבירו מדוע.



חלק שני: שיקוף וסיבוב באמצעות הנדסה בתנועה.

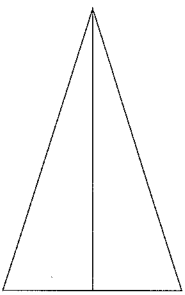
על קשרים והסברים

3. **שיקוף בישר:**

בחרו משולש.	 ← **בנה.**
סמנו את כל העצמים.	**עריכה** ← בחרו את כל העצמים.
שקפו בישר AB.	 ←  ← סביב ישר AB.
שנו את המשולש ABC על ידי גרירת C.	 ← הביאו את הסמן לקודקוד C, לחצו, הזיזו ושחררו.

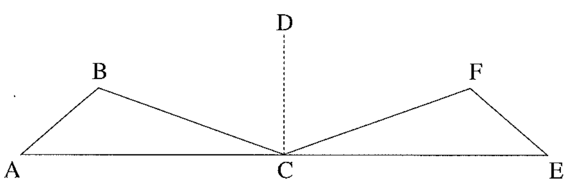
מה תוכלו לומר על המשולש ושיקופו?

4. א) בחרו משולש מתאים ושקפו אותו כך שיתקבל שרטוט של משולש שווה שוקיים.



איזה משולש בחרתם?

ב) בחרו משולש כלשהו ושקפו כך שיתקבל השרטוט: לפני השיקוף שרטטו, את הישר CD.

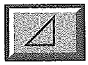
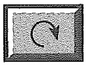
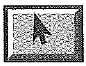


- בדקו איזה קודקודים ניתן לגרור ואיך משתנים המשולשים.

ג) מה תוכלו לומר על משולש BCF? הוכיחו, את טענתם.

ד) הוכיחו: BF || AC.

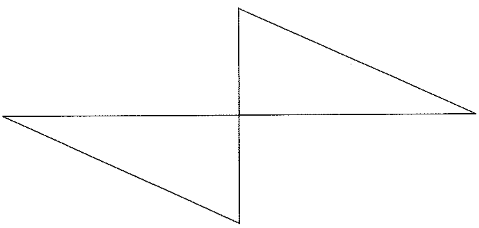
5. **סיבוב סביב נקודה בזווית:**

בחרו משולש.	 ← בנה.
סמנו את כל העצמים.	**עריכה** ← בחר את כל העצמים.
סובבו סביב C ב- 180°.	 ← סביב נקודה C ב- 180°.
שנו את המשולש שבחרתם.	 ← ...

א) מה תוכלו לומר על שני המשולשים? הוכיחו.

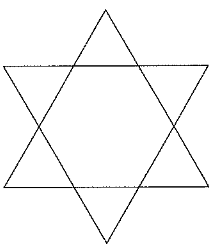
ב) הוכיחו כי: AB || DE.

6. א) בחרו משולש מתאים וסובבו אותו
כך שיתקבל השרטוט:



שנו את המשולש שבחרתם בתחילה.

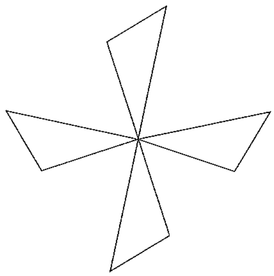
ב) בחרו משולש מתאים ובצעו שיקופים או סיבובים
כך שיתקבל השרטוט:



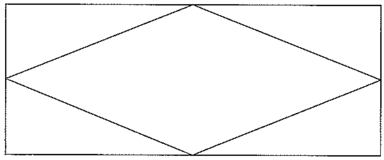
שנו את המשולש שבחרתם בתחילה. האם השרטוט נשאר שרטוט של "מגן דוד"?

7. בחרו משולש מתאים ושקפו או סובבו אותו, כך שיתקבלו השרטוטים הבאים:

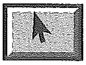
א)



ב)



כדי לקבל את השרטוט המופיע בדף תוכלו להסתיר קטעים:

סמון הקטע. |  ← סמן את הקטע שברצונך להסתיר.

הסתרה. | **<u>עריכה</u>** ← הסתר.

פעילות 13 - מקבילים דרך הקודקודים

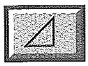
בפעילות זו תחקרו את הצורות המתקבלות מהעברת מקבילים לצלעות של משולש, ותבדקו כיצד משתנים המשולשים והמרובעים הנוצרים, כאשר משנים את המשולש שנבחר.

הפעילות מתאימה לשילוב במהלך התרגול של הפרק משולשים חופפים.
בספר *גיאומטריה* בסדרה *פרקי מתמטיקה*, הפעילות יכולה להשתלב במהלך פתרון התרגילים בפרקים ד' - *חפיפת משולשים* או ה' - *משולש שווה שוקיים*.
בחוברת *משולשים*, בסדרה *פרקים בהנדסת המישור*, הפעילות יכולה להשתלב במהלך פתרון התרגילים החל מעמ' 148 ואילך.

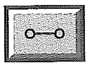
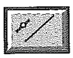
על מסקנות והסברים

1. מקבילים לצלעות משולש והצורות המתקבלות

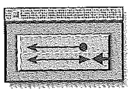
בחרו משולש.


← **בנה.**

שרטטו מקבילים לצלעות דרך הקודקודים.

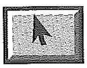
 ←  ← מקביל ל- AB מנקודה C.

עברו לשרטוט ישרים.

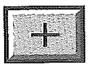
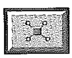
הקישו: 

חזרו עבור שתי הצלעות האחרות: מקביל ל- BC מנקודה A.
מקביל ל- AC מנקודה B.

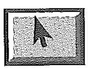
הזיזו את הנקודות החדשות שנוצרו E, D ו- F לקצה המסך.

 ← הביאו את הסמן לנקודה, לחצו, הזיזו ושחררו.

סמנו את נקודות החיתוך של המקבילים.

 ←  ← הביאו את הסמן לאחד המקבילים והקישו, שמו יירשם במסגרת הכתיבה. אחר כך הביאו את החץ למקביל שני והקישו ← **בנה.**
חזרו עבור שני הזוגות האחרים של המקבילים.

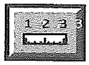
תוכלו לצבוע את המקבילים בצבע שונה מהמשולש ABC.

 ← לחצו על Shift ותוך כדי לחיצה הביאו את הסמן למקבילים. הקישו על כל אחד מהם. שלותשם יסומנו.
הביאו את הסמן ***לצבע***, בחרו צבע כרצונכם.

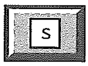
שנו את משולש ABC.

א) כמה משולשים חופפים נוצרו? הוכיחו את החפיפה.

ב) מה תוכלו לומר על אורכי הצלעות של המשולש הגדול שנוצר, בהשוואה עם אורכי צלעות ΔABC? הסבירו מדוע.

תוכלו למדוד את אורכי הצלעות.  ...

ג) מה תוכלו לומר על שטח המשולש הגדול ביחס לשטח המשולש ABC? הסבירו מדוע.

תוכלו למדוד את שטחי המשולשים.  ...

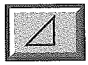
ד) כמה מרובעים יש בשרטוט? רשמו את שמותיהם.

ה) - איך צריך לשנות את משולש ABC כך שאחד המרובעים יהיה מלבן? מה עם שאר המרובעים בשרטוט? הסבירו.
- מה תוכלו לומר על שטח המלבן בהשוואה עם שטחי המרובעים האחרים שבשרטוט? הסבירו.

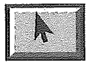
ו) איך צריך לשנות את משולש ABC, כך ששלושה מן המרובעים המתקבלים, יהיו מעוינים?
- האם ניתן לשנות את משולש ABC, כך שרק אחד מהמרובעים יהיה מעוין? אם כן, מאיזה סוג ΔABC? אם לא, הסבירו.
- האם ניתן לשנות את ΔABC? כך שרק שניים מהמרובעים יהיו מעוינים? אם כן, מאיזה סוג ΔABC? אם לא, הסבירו.

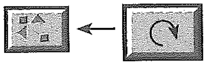
2. "משולש של מקבילים" בעזרת שיקוף

בחרו משולש כלשהו.

 ← ...

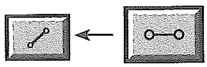
שקפו את קודקוד A בישר CB (תתקבל נקודה D).

 ← סמנו את הנקודה A.

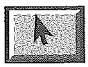
 ← סביב ישר BC. ← **שיקוף**.

באופן דומה שקפו את B בישר AC (תתקבל נקודה E).
שקפו את C בישר AB (תתקבל נקודה F).

חברו את D עם B ו- C.
חברו את E עם A ו- C.
חברו את F עם A ו- B.

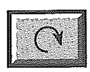
 ← ...

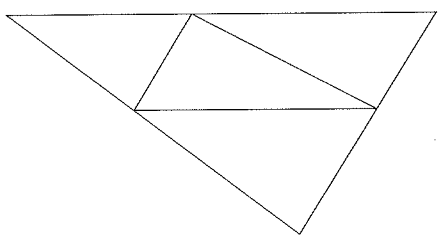
שנו את ΔABC.

 ← ...

- איך צריך לשנות את ΔABC, כך שהצורה שהתקבלה (לאחר חיבור הקטעים) תהיה משולש? איזה משולש מתקבל במקרה זה? הסבירו.
- האם ניתן לשנות, כך שרק הנקודות F, B, D יהיו על ישר אחד, ואילו F,A,E ו- C, E, D לא יהיו על ישר אחד? הסבירו.
- האם ניתן לשנות, כך ש- F, B, D יהיו על ישר אחד, F,A,E גם הן יהיו על ישר אחד, ואילו D,C,E לא יהיו על ישר אחד? הסבירו.

3. "משולש של מקבילים" בעזרת סיבוב

בחרו משולש כלשהו וסובבו כך שיתקבל "משולש של מקבילים". (המסך שנפתח כשמקישים על  הוא המסך של סיבוב).



פעילות 14 - משולש שווה שוקיים

בפעילות זו תעסקו במשולש שווה שוקיים, תחקרו בין אילו ערכים משתנים גדלים של זוויות שונות במשולש כזה, באילו מקרים מתלכדים חוצי הזוויות עם הגבהים במשולש, מתי מול קטעים שווים נוצרות זוויות שוות ומתי לא.

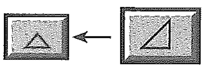
הפעילות מתאימה לשילוב במהלך הפרק *משולש שווה שוקיים*.

– תרגיל 4 בפעילות זו יכול להחליף את התרגילים 1 ו-2 בעמ' 98, בספר *גיאומטריה* בסדרה *פרקי מתמטיקה*.
– תרגיל 4 יכול להחליף את תרגילים 1 ו-2 בעמ' 177-178. בחוברת *משולשים* בסדרה *פרקים בהנדסת המישור*.

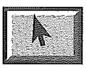
על תנאים מספיקים

1. **משולש שווה שוקיים דינמי**

א) בחרו משולש שווה שוקיים.

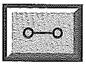

בנה.

שנו את המשולש, בדקו וציינו מה ניתן לשינוי ומה לא ניתן לשינוי.


...

ב) האם משולש שווה שוקיים יכול להיות שווה צלעות? שונה צלעות? ישר זווית? קהה זווית? (בדקו על ידי שינוי המשולש והסבירו.)

ג) בנו משולש שווה שוקיים "דינמי".


...

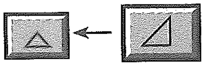
דאגו שתהיינה לו אותן תכונות שהיו למשולש שבחרתם קודם.
רשמו את שמות השוקיים.
האם אורכי צלעותיו וגודל זוויותיו ניתנים לשינוי?

על תכונות

2. גדלים של זוויות

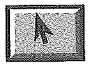
א) מה תוכלו לומר על גודל זוויות הבסיס במשולש שווה שוקיים?

בחרו משולש שווה שוקיים.



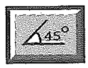
← **בנה.**

שנו את המשולש ובדקו, מה גודל זוויות הבסיס.



← ...

תוכלו למדוד זוויות.



← ...

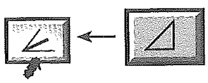
הסבירו את הממצאים.

ב) מה תוכלו לומר על גודל הזווית AFB, שבין חוצי זוויות הבסיס במשולש שווה שוקיים? (ראו שרטוט.)

רשמו את השערכתם.

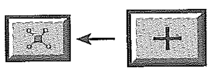
בדקו בעזרת המחשב:

העבירו את חוצי זוויות הבסיס.



← רשמו את שם הזווית בעזרת 3 אותיות.
חזרו עבור הזווית השנייה.

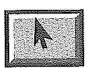
סמנו את נקודת החיתוך של חוצי הזוויות.



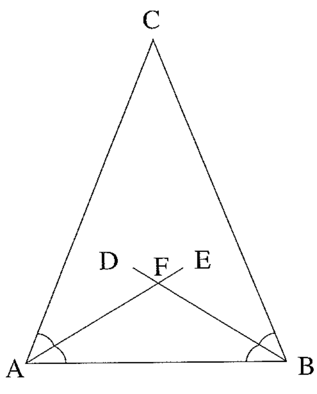
← ...

שנו את המשולש ובדקו.

(אפשר, כמובן, למדוד זוויות.)



← ...



בין אילו ערכים נמצא גודל הזווית AFB, שבין חוצי זוויות הבסיס במשולש שווה שוקיים?

– הסבירו.

3. חוצה זווית וגובה במשולש

שרטטו משולש, העבירו בו חוצה של אחת הזוויות, וגובה היוצא מאותו קודקוד.

בחרו משולש.	← **בנה.**
חצו את זווית ABC.	← ←חצה את זווית ABC.
צבעו את חוצה הזווית.	<u>**צבע**</u>←...
האריכו את חוצה הזווית.	←הביאו את הסמן ל-D, גררו ושחררו.
שרטטו גובה לצלע AC.	← ←אנך מנקודה B אל ישר AC.
צבעו את הגובה בצבע שונה.	<u>**צבע**</u>←...
שנו את המשולש ובדקו.	←...

(i) האם ייתכן כי חוצה הזווית והגובה יתלכדו? אם כן, באיזה משולש מדובר? הסבירו.

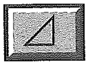
(ii) שרטטו את חוצי הזווית והגבהים משני הקודקודים האחרים של המשולש. האם יתכן **שרק** שני חוצי זווית במשולש יתלכדו עם הגבהים? אם כן, באיזה משולש מדובר. אם לא, הסבירו.

(iii) מה תוכל לומר על משולש שבו חוצה זווית ותיכון מתלכדים? נסה להוכיח.

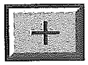
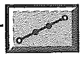
על מסקנות והסברים

4. זוויות מול קטעים שווים

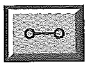
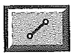
בחרו משולש.

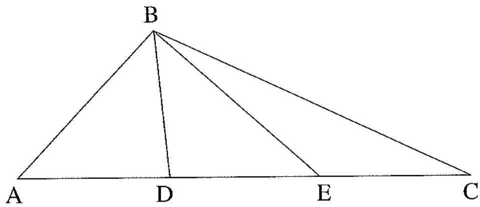
 ← **בנה.**

חלקו את הצלע AC ל- 3 חלקים שווים.

 ←  ← חלקו את הקטע AC ל- 3 חלקים.

חברו את נקודות החלוקה עם הקודקוד B.

 ←  ← חבר את B עם D.
חבר את B עם E.

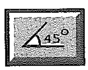


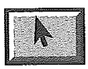
מה תוכלו לומר על 3 הזוויות שנוצרו בקודקוד B?

שערו האם הן תמיד שוות? או רק במקרים מסוימים? ואולי אף פעם אינן שוות?

בדקו באמצעות המחשב.

לשם כך מדדו את הזוויות ושנו את המשולש.

 ← ...

 ← ...

הסבירו את הממצאים.

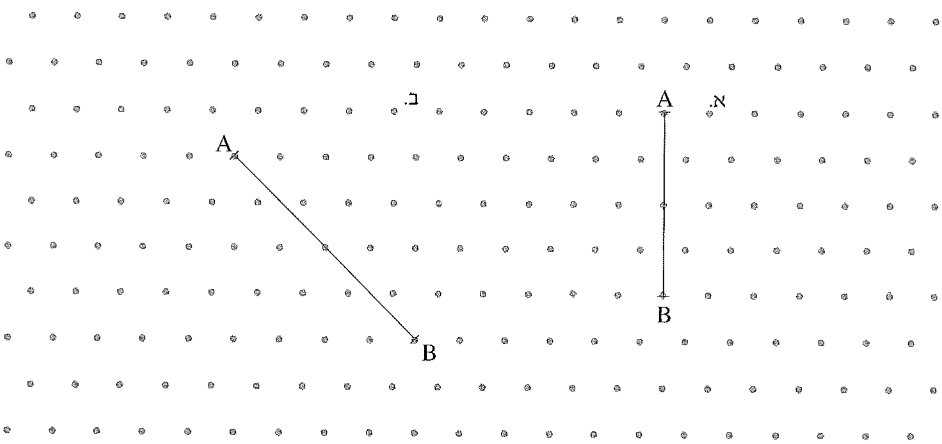
פעילות 15 - משולשים על פי קטעים

בפעילות זו תבנו משולשים על פי גובה, תיכון או חוצה זווית נתונים.

הפעילות מתאימה לשילוב במהלך פתרון תרגילים בפרק *משולש שווה שוקיים*.
בספר *גיאומטריה*, בסדרה *פרקי מתמטיקה*, הפעילות משתלבת במהלך הסעיף *קטעים במשולשים שווי שוקיים*. (עמ' 98).
בחוברת *משולשים* בסדרה *פרקים בהנדסת המישור*, הפעילות מתאימה לשילוב במהלך הפרק *משולש שווה שוקיים* (לאחר עמ' 180).

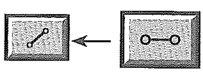
1. **משולש על פי גובה נתון**

א) בכל סעיף שרטטו שני משולשים: משולש אחד בו AB גובה העובר בתוך המשולש, ומשולש שני בו AB גובה העובר מחוץ למשולש.



ב) שרטטו באמצעות הלומדה:

שרטטו קטע $AB = 4$.

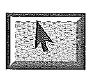


הביאו את הסמן למסך והקישו.

תסומן נקודה A. אחר כך רשמו: קטע מ-A באורך 4 **בנה.**
בחרו בבנייה מתאימה מתוך הבניות בתפריט.

שרטטו משולש כך ש- AB יהיה גובה לאחת הצלעות.

שנו את המשולש ובדקו אילו פעולות משנות את המשולש, ומה נשאר קבוע בעת השינוי.

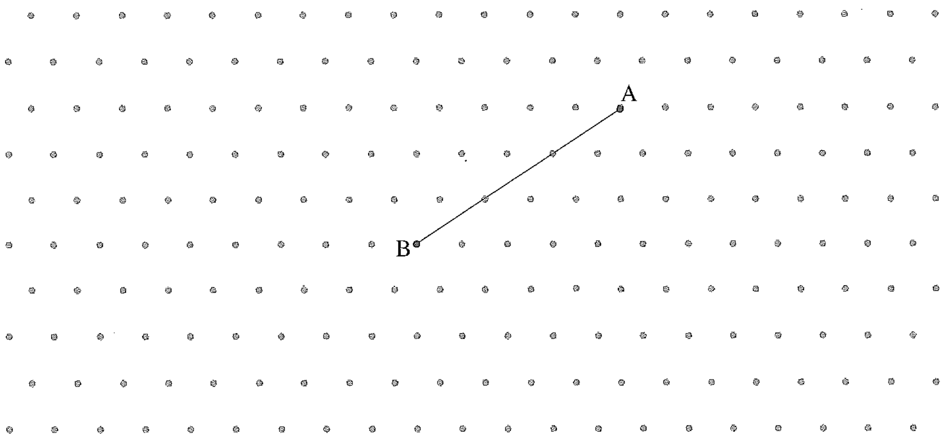


...

שנו את המשולש כך ש- AB יהיה מחוץ למשולש.

2. משולש על פי חוצה זווית נתון

א) שרטטו משולש, שכל זוויותיו חדות, כך ש- AB יהיה חוצה זווית.
שרטטו משולש קהה זווית, כך ש- AB יהיה חוצה של הזווית הקהה.



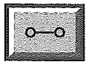
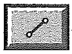
ב) שרטטו באמצעות הלומדה:

דף חדש.	**קובץ** ← חדש.
שרטטו קטע $AB=4$.	← ← הביאו את הסמן למסך, והקישו.
	אחר כך רשמו: ישר מ- A באורך 4 ← **בנה.**
שרטטו משולש כך ש- AB יהיה חוצה זווית במשולש.	בחרו בבנייה מתאימה מתוך הבניות בתפריט.

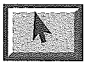
שנו את המשולש, ובדקו מה משתנה ומה לא משתנה.

3. **משולש על פי גובה וחוצה זווית היוצאים מאותו קודקוד**

שרטטו קטע AB = 4, וקטע משתנה AC.



הביאו את הסמן למסך, והקישו. אחר כך רשמו ישר מ-A באורך 4 ← **בנה.**


הביאו את הסמן ל- A לחצו, גררו ושחררו. יסומן קטע משתנה AC.


גררו את C כך ש- AB ו- AC לא יהיו על אותו ישר.

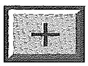
שרטטו משולש שבו AB גובה ו-AC חוצה זווית.

שנו את המשולש ובדקו מה ניתן לשנות ומה לא משתנה.

שנו את המשולש כך ש- AB ו- AC יתלכדו.

איזה משולש התקבל במקרה זה? הסבירו מדוע.

העבירו תיכון מ A.


...

נסו לשנות את המשולש כך שהתיכון והגובה יתלכדו, וחוצה הזווית, היוצא מאותו קודקוד, לא יתלכד עם התיכון והגובה. הסבירו.

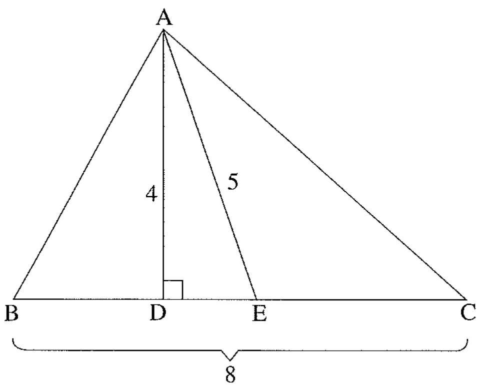
4. **משולש על פי 3 נתונים**

בנו משולש שבו:

אורך אחד הגבהים 4 יחידות,

אורך התיכון לאותה צלע 5 יחידות,

ואורך הצלע הזו עצמה, 8 יחידות.



בסיום הבנייה נסו לגרור קודקודים. האם המשולש ניתן לשינוי? הסבירו.

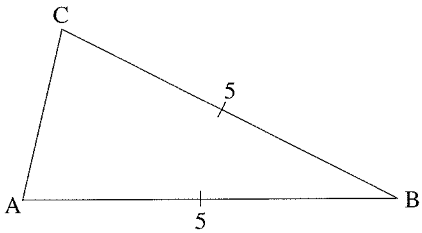
פעילות 16 - יחס סדר במשולש

פעילות זו נועדה לסיכום הנושא יחס סדר בין צלעות משולש לזוויותיו. בנוסף לאפיון הקשר הזה, תכירו בפעילות כיצד ניתן לייצג השתנות גיאומטרית בעזרת גרף, ותחקרו באמצעות הגרף את הקשר בין השתנות צלע של זווית מולה. הגרפים שתשרטטו יוצרים צורך להסביר ממצאים נוספים לגבי הקשר בין הצלעות והזוויות.

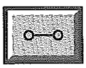
בספר *גיאומטריה* בסדרה *פרקי מתמטיקה* הפעילות משתלבת במהלך התרגול בסעיף *יחס סדר* (עמודים 96-97).

על קשרים והסברים

1. בנו משולש שווה שוקיים ABC
כאשר אורך השוק 5 יחידות.
(.AB = BC = 5)

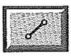


שרטטו קטע AB שאורכו 5.



← הביאו את הסמן למסך והקישו.

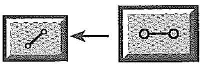
שרטטו קטע BC שאורכו 5.



← קטע מ-A באורך 5.
קטע מ-B באורך 5.

← הזיזו את C.

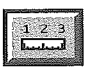
חברו את A עם C.



← קטע מ-A ל- C.

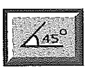
א) עבור אילו ערכים של זווית הראש ABC, אורך הבסיס (AC) שווה לשוק?
ב) עבור אילו ערכים של זווית הראש ABC, אורך הבסיס (AC) גדול מהשוק? בדקו:

מדדו את AC.



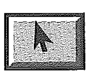
← הביאו את המסגרת למסך, הקישו ורשמו AC. (Enter לסיום הכתיבה).

מדדו את ∢ABC.



← הביאו את המסגרת למסך, הקישו ורשמו ABC (Enter לסיום הכתיבה).

שנו את המשולש.



← . . .

ג) עקבו אחר השתנות הבסיס וזווית הראש כאשר גוררים את C.
בין אילו ערכים משתנה גודל הזווית?
בין אילו ערכים משתנה אורך הבסיס?

ד) שרטטו גרף המתאר את אורך הבסיס (AC) כשזווית הראש (ABC) משתנה.

שרטוט הגרף:


← הביאו את המסגרת למסך והקישו.

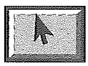
רשמו על הציר האופקי ABC ∢.
רשמו על הציר האנכי AC.

הביאו את הסמן לחֵץ שבמד הזווית, לחצו, הזיזו לחֵץ שליד הציר האופקי. חזרו עבור מד האורך AC והציר האנכי.

שנו יחידות על הצירים.

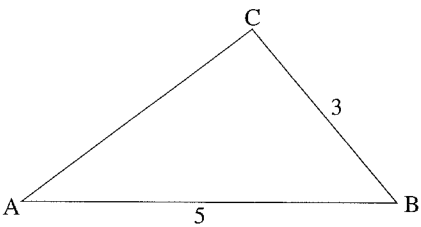
הקישו הקשה כפולה על אחד הצירים, יפתח מסך של "קנה מידה לגרף". בחרו יחידות בהתאם לתשובתכם בסעיף ג'.

שרטטו את הגרף.


← גררו את C ועקבו אחר שרטוט הגרף.

ה) תארו איך משתנה **אורך** הבסיס AC כאשר זווית הראש גְדֵלה מ-$0°$ ועד $180°$.
תארו את **קצב השינוי** של הבסיס AC כאשר זווית הראש גְדֵלה.

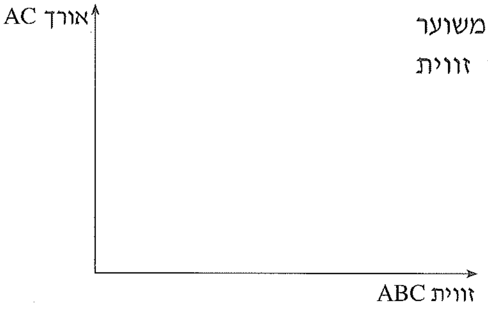
2. מה קורה כאשר צלע AB אינה שווה לצלע BC?
למשל: $AB = 5$ ו- $BC = 3$.



שנו את אורך BC ל-3.

הקישו הקשה כפולה על צלע BC ושנו במשבצת האורך ל- 3 ← **שנה**.

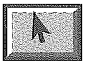
א) איזה גרף יתקבל כעת? שרטטו גרף משוער המתאר את השתנות AC כאשר זווית ABC משתנה.



ב) אלו ערכים מתקבלים עבור אורך AC? הסבירו.

ג) הוסיפו על המסך גרף, המתאר את אורך AC לפי השתנות CBA∢ הנמצאת מול AC ב- ΔCBA:

שרטטו את הגרף.

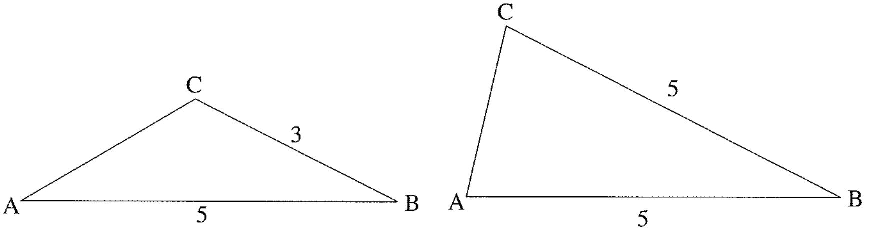


גררו את C.

ד) תארו איך משתנה **אורך** CA כאשר הזווית CBA גְדֵלה מ- 0° ועד 180°.
תארו את **קצב השינוי** של הצלע CA כאשר הזווית CBA גְדֵלה.

ה) השוו בין שני הגרפים שעל המסך: הגרף שהתקבל עבור הצלע AC במשולש שווה השוקיים, והגרף שהתקבל עבור הצלע AC במשולש החדש.

ו) הסבירו את משמעות נקודת החיתוך של שני הגרפים. (המשולשים המשורטטים מתאימים למקרה הזה.)

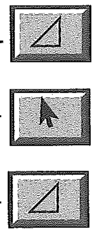


כמה גדלים שווים יש בשני המשולשים במקרה זה?

מה תוכלו לומר על הקשר בין C∢ במשולש שווה השוקיים ל- C∢ במשולש השני?

3. **האם ייתכן?**

שרטטו שני משולשים ABC
ו- DEF.



בנה.

הזיזו את המשולש.

בנה.

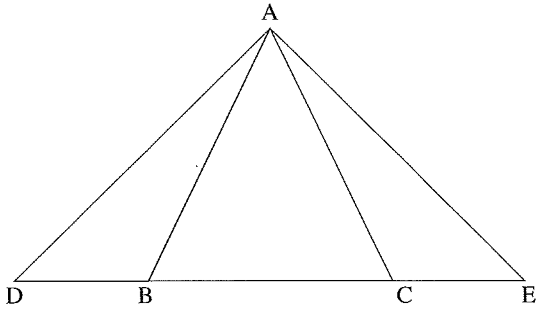
א) שנו כך ש- $\sphericalangle A$ תהיה קטנה מ- $\sphericalangle D$.
האם ייתכן כי צלע BC תהיה גדולה מצלע EF (ו-$\sphericalangle A$ תישאר קטנה מ -$\sphericalangle D$)?
אם כן, שנו בהתאם ושרטטו כאן. אם לא, הסבירו.

ב) שנו כך ש- $\sphericalangle A$ תהיה שווה ל- $\sphericalangle D$.
האם יתכן שצלע BC תהיה גדולה מצלע EF? (וזווית A תשאר שווה ל- $\sphericalangle D$)?
אם כן, שנו בהתאם ושרטטו כאן. אם לא, הסבירו.

ג) שנו כך ש- $\sphericalangle A$ תהיה קטנה מ-$\sphericalangle C$. (שתיהן ב- ΔABC).
האם ייתכן כי צלע BC תהיה גדולה מצלע AB? אם כן, שנו בהתאם ושרטטו כאן.
אם לא, הסבירו.

ד) מתי ניתן לקבוע יחס סדר בין גודל צלעות, על-פי יחס הסדר בין הזוויות שמול הצלעות?

4. נתון משולש שווה שוקיים (AC = AB).
הנקודות D ו- E נמצאות על המשך הבסיס משני צידיו.
א) שרטטו על מסך המחשב שרטוט המתאים לנתונים, שנו ובדקו האם ΔADE שווה שוקיים.



ב) אבנר הוכיח על סמך הנתונים ש- ΔADE שווה שוקיים.
לפניכם ההוכחה של אבנר:

$AB = AC$	נתון:
$\Downarrow$	
$\sphericalangle ACB = \sphericalangle ABC$	זוויות בסיס במשולש שווה שוקיים שוות.
$\Downarrow$	
$\sphericalangle ACE = \sphericalangle ABD$	זוויות צמודות לזוויות שוות.
$\Downarrow$	
$AE = AD$	במשולש, מול זוויות שוות, מונחות צלעות שוות.
$\Downarrow$	
ΔADE	הוא שווה שוקיים.

הסבירו במה טעה אבנר.

פעילות 17 - גרף של גובה במשולש

במהלך פעילות זו תחקרו כיצד משתנה גובה במשולש, כאשר משנים את אורך הצלע לה הוא מאונך.

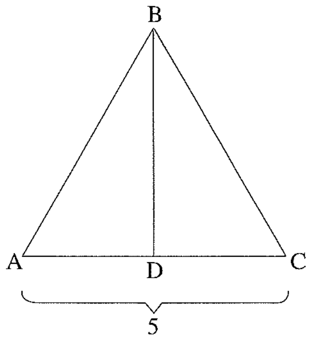
הפעילות מתאימה לשילוב לאחר לימוד הנושא *משולש שווה שוקיים*.
בספר *גיאומטריה* בסדרה *פרקי מתמטיקה* בסיום פרק ה'.

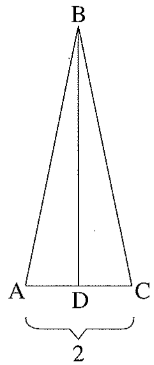
1. **גרף של גובה לבסיס במשולש שווה שוקיים**

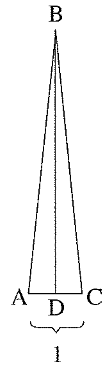
א) בנו משולש ABC שווה שוקיים
(AB = BC = 5), והעבירו גובה מ- B ל- AC.

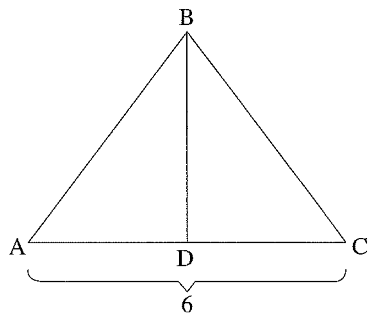
שרטטו קטע AB = 5 וקטע BC = 5	← ← הביאו את הסמן למסך והקישו. תסומן נקודה A. קטע מ-A באורך 5. קטע מ-B באורך 5.
	←גררו את C כך ש- AB ו- BC לא יהיו על אותו ישר.
חברו את AC.	← ← קטע מ-A ל-C (וודא שמשבצת האורך ריקה).
שרטטו גובה מ- B ל- AC.	← ← אנך מ- B ל- AC.
צבעו את הגובה.	<u>צבע</u> ← בחרו צבע כרצונכם.
מדדו את AC.	←הביאו את המסגרת למסך, הקישו, ורשמו AC. (הקישו Enter לסיום הכתיבה.)
מדדו את BD.	←...

ב) שנו את המשולש, קִראו ורשמו את אורך הגובה לפי הבסיס הנתון.



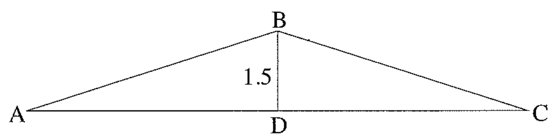


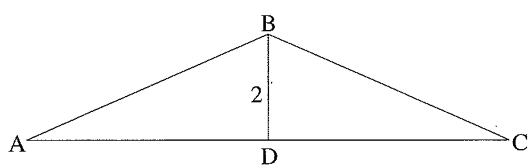


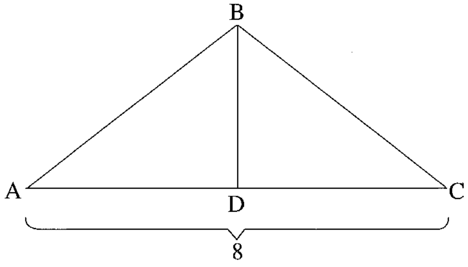


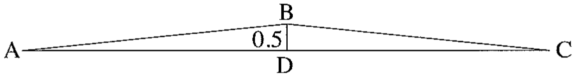
– בכמה קטֵן הגובה כאשר הבסיס גדֵל מ- 0 עד 6?

– שנו את המשולש, קִראו ורשמו את אורך הגובה, או את אורך הבסיס.



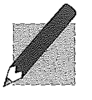






– בכמה קטֵן הגובה כאשר הבסיס גדֵל מ- 6 ועד 10?

ג) בין אילו ערכים משתנה AC? הסבירו.
בין אילו ערכים משתנה BD? הסבירו.



ד) שרטטו גרף משוער, המתאר את השתנות BD, כאשר הבסיס AC משתנה.
(סמנו תחילה יחידות על הצירים.)

ה) שרטטו את הגרף באמצעות הלומדה.

שרטטו את הגרף באמצעות הלומדה.	הביאו את המסגרת למסך והקישו.
חברו את מד האורך AC לציר האופקי.	הביאו את הסמן לחֵץ שליד מד האורך AC, לחצו עליו והזיזו לחֵץ שליד הציר האופקי.
חברו את מד האורך BD לציר האנכי.	חזרו עבור מד האורך BD והציר האנכי.
שנו יחידות על הצירים.	הקישו הקשה כפולה על אחד הצירים ורשמו: ציר אופקי: מ- 0 עד 12. ציר אנכי: מ- 0 עד 7.
שרטטו את הגרף.	גררו את A או C והגרף ישורטט.

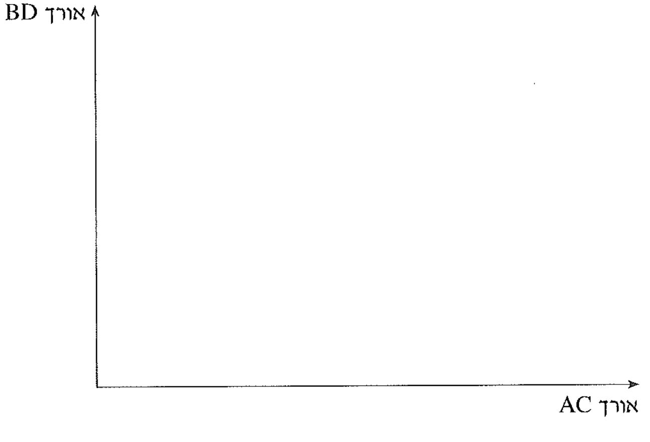
ו) תארו את השתנות הגובה BD כאשר הבסיס גדֵל.

2. כעת תחקרו את השתנות הגובה כאשר $AB = 5$ $BC = 3$. ענו ללא המחשב:

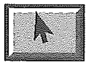
א) בין אילו ערכים ישתנה אורך AC? הסבירו.

בין אילו ערכים ישתנה אורך BD? הסבירו.

שרטטו גרף משוער, המתאר את השתנות BD כאשר AC משתנה. (סמנו תחילה יחידות על הצירים.)



ב) לבדיקה שרטטו את הגרף באמצעות המחשב.

שנו את אורך BC ל- 3.	הקישו פעמיים על הקטע BC ורשמו במשבצת האורך 3 ← **שנה**.
שרטטו את הגרף החדש באותה מערכת צירים.	 ← גררו את A או C והגרף החדש ישורטט.

ג) השוו את הגרף שהתקבל עם הגרף המשוער ששרטטתם.

3. **הסבירו** את ההבדלים בין שני הגרפים המשורטטים על המסך:
   - האם בגרף השני ששרטטתם (BC = 3) ייתכן שלשני משולשים שונים יהיה גובה BD בעל אותו אורך? האם בגרף הראשון (משולש שווה שוקיים) יתכן מצב כזה? הסבירו.
   - בכמה מקרים הגובה (BD) מתאפס בגרף השני? ובגרף הראשון? הסבירו.
   - מתי מתקבל הגובה (BD) הגדול ביותר בכל אחד מהגרפים? הסבירו.

פעילות 18 - גובה, תיכון וחוצה זווית

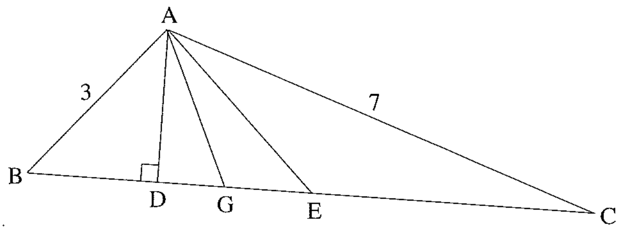
בפעילות זו נחקור קשרים בין חוצה הזווית, תיכון וגובה במשולש, כולל הביטוי הגרפי של קשרים אלה.

הפעילות מתאימה לשילוב אחרי הפרק הדן ביחס סדר בין צלעות וזוויות ולפני פרק המרובעים.
בספר גיאומטריה בסדרה *פרקי מתמיטקה* הפעילות מתאימה לשילוב במהלך התרגילים לסעיף *קטעים במשולש שווה שוקיים* (עמ' 102-104).

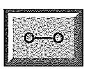
על קשרים והסברים

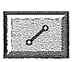
1. **גרפים של גובה, חוצה זווית ותיכון**

א) בנו משולש ABC על פי הנתונים: AB = 3, AC = 7.

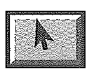


שרטטו קטע AB = 3.
וקטע AC = 7.

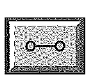

הבא את הסמן למסך והקש.

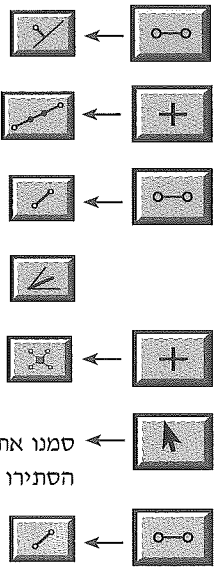

ישר מ- A באורך 3.
ישר מ- A באורך 7.

הזיזו כך ששני הקטעים לא יהיו על ישר אחד.


גררו את C.

חברו את BC.


...

שרטטו גובה מ-A ל- BC.

...

שרטטו תיכון לצלע BC.
חלקו את BC ל- 2 חלקים.

קטע מ- A ל- E.

שרטטו את חוצה הזווית BAC.
...

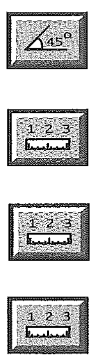
סמנו את נקודת המפגש של חוצה הזווית ו- BC (G).
...

הסתירו את AF.
סמנו את F ← עריכה ← הסתר עצמים.
הסתירו גם את AF.

חברו את AG.
...

תוכלו לצבוע כל אחד מהקטעים AE, AD ו- AG בצבע שונה.

ב) מה תוכלו לומר על הקשר בין אורכי הקטעים AD, AE ו- AG?
גררו את B או C ובדקו את השערתכם.
לפני שתסבירו את הממצאים הראו כיצד מתבטא הקשר בין אורכי הקטעים האלה בגרפים. לשם כך שרטטו גרפים המתארים את אורכי הקטעים לפי הזווית BAC (שלושתם באותה מערכת צירים).

מדדו את הזווית.

הביאו את המסגרת למסך, הקישו ורשמו BAC.

מדדו את הקטעים.
למדידת AD.

למדידת AE.

למדידת AG.

בין אילו ערכים משתנה גודל הזווית BAC? הסבירו.
שנו את המשולש ובדקו בין אילו ערכים משתנה אורך הגובה. הסבירו.
שנו את המשולש ובדקו בין אילו ערכים משתנה אורך התיכון. הסבירו.
שנו את המשולש ובדקו בין אילו ערכים משתנה אורך חוצה הזווית. הסבירו.

ג) שרטוט הגרפים:

	← הביאו את המסגרת למסך והקישו.
רשמו על הציר האופקי BAC∢ ועל הציר האנכי AD (הגובה).	הביאו את הסמן לחץ שליד מד הזווית BAC, לחצו והזיזו לחֵץ שליד הציר האופקי ושחררו. חזרו עבור מד האורך AD והציר האנכי.
שנו יחידות צירים.	הקישו הקשה כפולה על אחד הצירים ורשמו: ציר אופקי מ- 0 עד 200. ציר אנכי מ- 0 עד 6.
שרטטו את הגרף המתאר את הגובה לפי הזווית.	← גִררו את B או C והגרף ישורטט.

שרטטו גרף נוסף באותה מערכת צירים:

רשמו על הציר האנכי AE (התיכון).	חברו את מד האורך AE לציר האנכי.
שרטטו את הגרף.	← גִררו את B או C והגרף ישורטט.

שרטטו גם את הגרף המתאר את השתנות חוצה הזווית AG כשהזווית BAC משתנה:

רשמו על הציר האנכי AG (חוצה הזווית).	חברו את מד האורך AG לציר האנכי.
שרטטו.	← גִררו את B או C והגרף ישורטט.

ד) (i) מה מאפיין את המשולש כאשר אורך הגובה מכסימלי? הסבירו.

(ii) תארו והסבירו את ההשתנות של כל אחד משלושת הקטעים כאשר משנים את הזווית מ- $0°$ עד $180°$.

(iii) באחד משלושת הגרפים, מתאימים לאותו אורך קטע שני משולשים שונים. באיזה מהגרפים מדובר? הסבירו.

ה) הסבירו את הקשר בין אורך הגובה לאורכי התיכון וחוצה הזווית.

ו) נסו להסביר את הקשר בין אורך חוצה הזווית ואורך התיכון.

ז) בגרפים נראה כאילו גרף הגובה מתלכד עם גרף חוצה הזווית בתחום מסוים.
עקוב אחר השתנות הגדלים במדי האורך המתאימים.
הסבירו, על-פי נתוני השאלה, מדוע לא ייתכן שהגובה וחוצה הזווית יתלכדו.
(ההתלכדות נובעת מרמת הדיוק של הנתונים המספריים כאשר הפרשי האורכים קטנים ביותר.)