

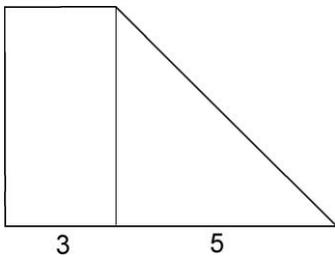
## יחידה 6 – על מלבנים ומשולשים

נמצא קשרים בין מלבנים ומשולשים, נכיר את המושג "גובה במשולש" ונלמד על שטח משולש.

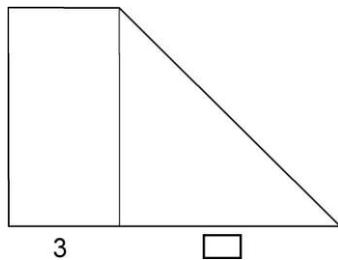
### צורות מורכבות



#### חוקרים קשרים



1. נתונים מלבן ומשולש ישר זווית צמודים כמו בשרטוט שלפניכם. גל, טל ורן דנו בשאלה למי יש שטח גדול יותר; למלבן או למשולש.  
טל אמר: שטח המלבן תמיד גדול יותר.  
רן אמר: תלוי בגודל הצלע המשותפת למלבן ולמשולש.  
גל אמר: השטחים יהיו שווים.  
בדקו את טענתו של רן. היעזרו במספרים שונים בעבור הצלע המשותפת.

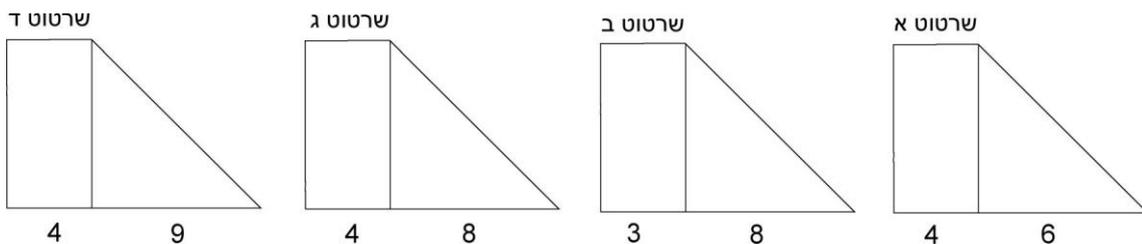


#### ממשיכים לחקור



2. א. בשרטוט הבא שטחי המלבן והמשולש שווים. השלימו במשבצת את אורך הצלע החסרה. הסבירו כיצד מצאתם זאת.

- ב. קבעו בכל שרטוט, איזה שטח יהיה גדול יותר, המלבן או המשולש. הסבירו. (השרטוטים אינם לפי קנה מידה.)

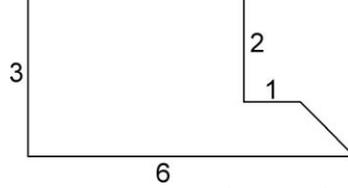




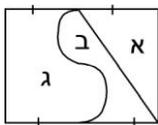
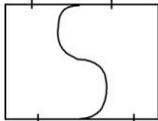
### מוצאים שטחים של צורות מורכבות

במתמטיקה אפשר למצוא שטח של צורה מורכבת בעזרת חלוקה לצורות שידועים לחשב את שטחן. בהמשך נמצא שטח של משולש בעזרת חלוקה לצורות.

3. א. מצאו את שטח הצורה שבשרטוט.



ב. בשרטוט מופיע מלבן. הקו מחלק אותו לשתי צורות חופפות.



מעבירים קו נוסף, כמו בשרטוט.

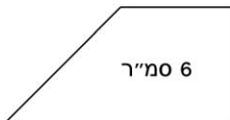
מקבלים שלושה שטחים. ידוע ששטח א הוא 10 סמ"ר.

מה גודלו של שטח ב? מה גודלו של שטח ג? הסבירו.



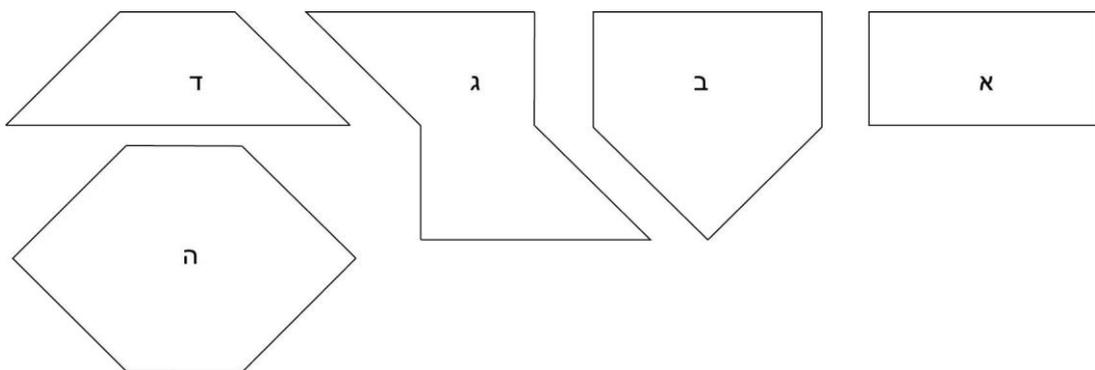
### מכסים שטחים של צורות מורכבות

4. בידי כל קבוצה הצורות הבאות:



בתוך כל צורה רשום שטח הצורה.

א. היעזרו בצורות הנתונות וסמנו בצורות הבאות קווי חלוקה מתאימים.



ב. מצאו את שטחה של כל אחת מהצורות בסעיף א.

ג. האם אפשר לחלק כל אחת מהצורות בעזרת הטרפז הנתון בלבד?

ד. האם אפשר לחלק כל אחת מהצורות בעזרת הריבוע הנתון בלבד?

ה. האם אפשר לחלק כל אחת מהצורות בעזרת המשולש הנתון בלבד?

## כיצד מחשבים שטח משולש?

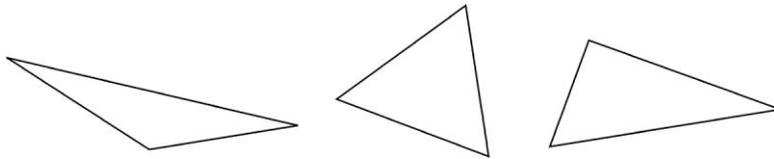


### נזכרים בגובה במשולש

מקפלים משולשים כך שמקבלים שני משולשים ישרי זווית, קו הקיפול הוא הגובה.

5. א. לכל קבוצה שלוש משולשים: משולשים קהה זווית, ישר זווית וחד זווית קפלו את המשולשים כך שכל משולש יחולק לשני משולשים ישרי זווית. האם אפשר לחלק כל משולש לשני משולשים ישרי זווית?

ב. העבירו אנך מקדקוד לצלע שממול בכל אחד מהמשולשים הבאים. לאנך שהעברתם קוראים: גובה במשולש.

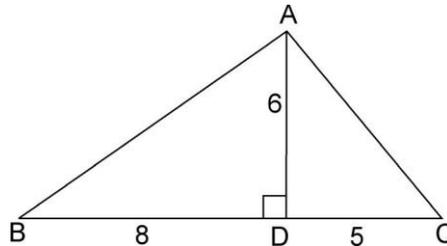


הגדרה: גובה במשולש הוא אנך שעובר מקדקוד לישר שעליו הצלע ממול.



### שטח משולש

6. א. בשרטוט משולש ABC. על חלק מהקטעים רשומות המידות.



רשמו את מידות הקטעים:  $CD$ ,  $BD$ ,  $AD$ .

מהו הגובה? לאיזו צלע הוא מתחבר? מה אורך הצלע?

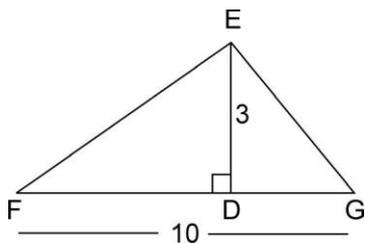
חשבו את שטחי המשולשים:  $\triangle ABC$ ,  $\triangle ACD$ ,  $\triangle ABD$ .

הסבירו איך מצאתם זאת.

דנה אמרה: שטח משולש ABC הוא  $\frac{13 \cdot 6}{2}$ .

הסבירו את החישוב של דנה. במה הוא שונה מהחישוב על-ידי סכום השטחים?

חדווה רשמה:  $\frac{6 \cdot (8 + 5)}{2} = \frac{6 \cdot 13}{2}$  מה הראתה חדווה בחישוב שלה?



ב. מצאו את שטח המשולש  $\triangle EFG$ . הסבירו.

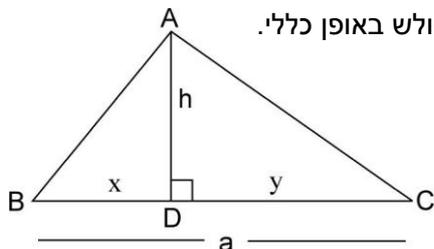
נועם אמר: חישבתי  $\frac{10 \cdot 3}{2}$ , כי יכול להיות ש-D

מחלקת את FG לשני קטעים:  $FD=6$ ,  $DG=4$

$$\text{לכן השטח הוא: } \frac{6 \cdot 3}{2} + \frac{4 \cdot 3}{2} = \frac{6 \cdot 3 + 4 \cdot 3}{2} = \frac{3 \cdot (6 + 4)}{2} = \frac{3 \cdot 10}{2}$$

ומה אם במקום 6 ו-4 נבחר 7 ו-3? ומה אם נבחר 8 ו-2?

מה הראה נועם בחישוב שלו?



ג. השתמשו בדרך של נועם כדי להשלים את חישוב שטח המשולש באופן כללי.

מסמנים את הצלע שמול הקדקוד A באות a

(משתמשים באות קטנה אחת לסימון קטע).

מסמנים את הגובה ב-h.

נתון: a - צלע במשולש, h - הגובה לצלע a.

הוכחה: ניעזר באלגברה כדי לחשב את שטח המשולש באופן כללי. נשתמש באותיות לסימון שני

הקטעים שהתקבלו:  $BD = x$ ,  $DC = y$ .

#### נימוקים

כך סימנו את הקטעים:

הקטע a הוא חיבור של הקטעים x ו-y.

$\triangle ADC$  ישר זווית

$\triangle ADB$  ישר זווית

#### עובדות

$$x + y = a$$

שטח  $\triangle ADC$  הוא  $\frac{y \cdot h}{2}$

שטח  $\triangle ADB$  הוא  $\frac{x \cdot h}{2}$

↓

שטח  $\triangle ABC$  הוא \_\_\_\_\_

$$\frac{x \cdot h}{2} + \frac{y \cdot h}{2} = \frac{(x + y) \cdot h}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

דני טען: כמו בחישוב של נועם, גם בהוכחה אין צורך לדעת מהם x ו-y. הסבירו.

ד. מכל נקודה מחוץ לישר אפשר להעביר אנך לישר. ראינו כי במשולש תמיד אפשר להעביר אנך מאחד

הקדקודים הנמצא בתוך המשולש, לכן אפשר לחלק כל משולש לשני משולשים ישרי זווית.

האם גם הטענה הפוכה נכונה? כלומר, האם מכל שני משולשים ישרי זווית אפשר ליצור משולש

אחד? אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.

רחל יצרה משולש אחד משני המשולשים ישרי הזווית שבידה.

מה תוכלו לומר על המשולשים שבידי רחל?

**משפט: שטח משולש הוא מחצית מכפלת צלע בגובה שלה.**

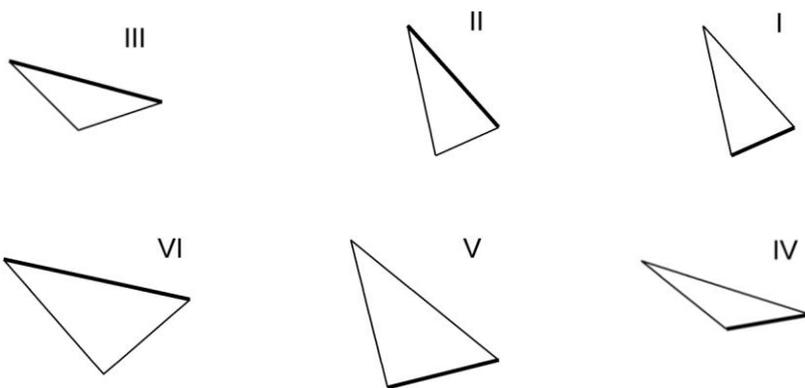
הוכחת המשפט התבססה על חישוב שטח של משולש ישר זווית ועל הטענה שאפשר לחלק כל משולש לשני משולשים ישרי זווית.

הוכחנו משפט זה רק למקרים שהגובה עובר בתוך המשולש. אפשר להוכיח למקרים נוספים בעזרת הפרש שטחים. נעשה זאת במשימות 7 ו- 8.



### גבהים – לא תמיד בתוך המשולש...

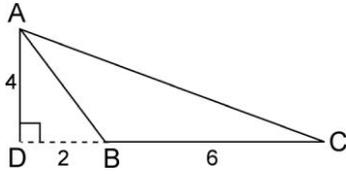
7. א. בידי כל קבוצה משולש חד זווית. קפלו את המשולש בשלושה אופנים, כך שייוצרו בכל פעם שני משולשים ישרי זווית. סמנו בשלושה צבעים את הגבהים שיצרתם על- ידי הקיפול.
- ב. בידי כל קבוצה משולש ישר זווית. קפלו את המשולש כך שייוצרו שני משולשים ישרי זווית. כמה קיפולים אפשר לעשות? סמנו את הגובה שהתקבל. היכן שני הגבהים האחרים? צבעו אותם.
- ג. בידי כל קבוצה משולש קהה זווית. קפלו את המשולש כך שייוצרו שני משולשים ישרי זווית. כמה קיפולים אפשר לעשות? סמנו את הגובה שהתקבל. היכן שני הגבהים האחרים? הניחו את המשולש על דף משובץ, העתיקו אותו, מצאו גובה נוסף וצבעו אותו. חזרו על התהליך כדי למצוא גובה שלישי. צבעו גם אותו.
- ד. ציינו לכל משולש, אם הגובה לצלע המודגשת הוא בתוך המשולש, מחוץ למשולש או צלע של המשולש.



במשולש חד זווית כל הגבהים נמצאים בתוך המשולש, במשולש קהה זווית שניים מהגבהים נמצאים מחוץ למשולש, במשולש ישר זווית הניצבים משמשים גבהים.



## שטח משולש כשהגובה מחוץ למשולש



8. נתון המשולש  $\triangle ABC$  וגובה  $AD$  לצלע  $BC$ .

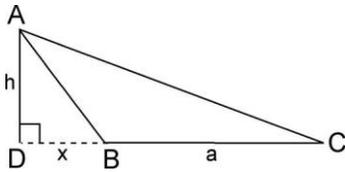
על חלק מהקטעים רשומות המידות.

א. חשבו את שטח המשולש כהפרש של שני משולשים ישרי זווית.

ב. דני טען: הנתון של אורך הקטע המקווקו  $BD$  אינו נחוץ, כי:

$$\frac{4(6+2)}{2} - \frac{4 \cdot 2}{2} = \frac{4 \cdot 6}{2} + \frac{4 \cdot 2}{2} - \frac{4 \cdot 2}{2} = \frac{4 \cdot 6}{2}$$

האם דני צודק?



ג. ניעזר באלגברה כדי לחשב באופן כללי.

א מסמנת את הצלע,  $h$  – הגובה לצלע,  $DB = x$  ו-  $a$ .

השלימו: שטח  $\triangle$  \_\_\_\_\_ הוא:  $\frac{h(x+a)}{2}$

הסבירו מדוע.

שטח  $\triangle ADB$  הוא:  $\frac{h \cdot x}{2}$

שטח  $\triangle ABC$  הוא ההפרש:  $\frac{h(x+a)}{2} - \frac{h \cdot x}{2}$  מכאן: \_\_\_\_\_

השלמנו גם בעבור גובה שמחוץ למשולש את המשפט: שטח משולש הוא מחצית מכפלת צלע בגובה שלה.



אפשר לשלב כאן פעילות מחשב: גובה במשולש.

## מה למדנו?

- הגדרנו גובה של משולש.
- ראינו כי אפשר לחלק כל משולש לשני משולשים ישרי זווית, ולכן בכל משולש אפשר לשרטט לפחות גובה אחד העובר "בתוך" המשולש.
- במשולש חד זוויות כל הגבהים בתוך המשולש.
- במשולש ישר זווית הניצבים משמשים גבהים זה לזה.
- במשולש קהה זווית שניים מהגבהים נמצאים מחוץ למשולש.
- הוכחנו בעבור כל משולש, כי שטח של משולש הוא מחצית מכפלת אורך צלע בגובה שלה.

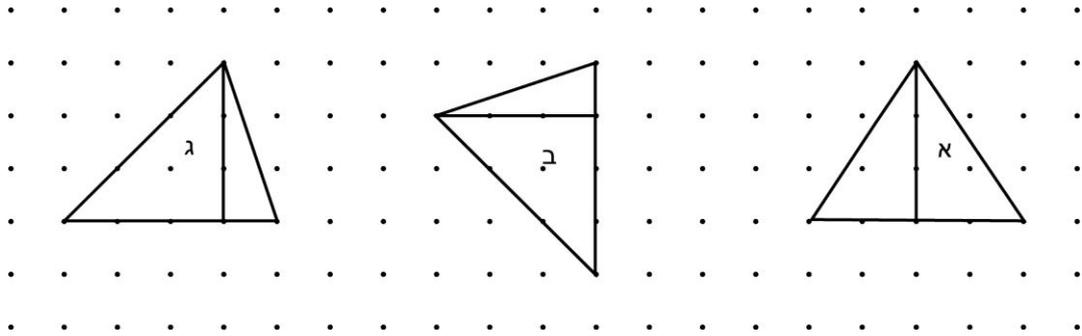


## אוסף משימות

1. נתונים שלושה משולשים.

א. אילו מהמשולשים חופפים?

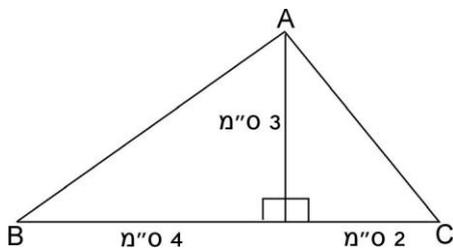
ב. אילו מהמשולשים הם שווי שטח?



2. בשרטוט נתון משולש  $\Delta ABC$ .

א. שרטטו משולש חופף לו.

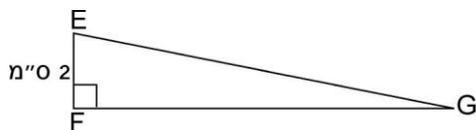
ב. שרטטו משולש השווה בשטחו ל- $\Delta ABC$ , אך אינו חופף לו.



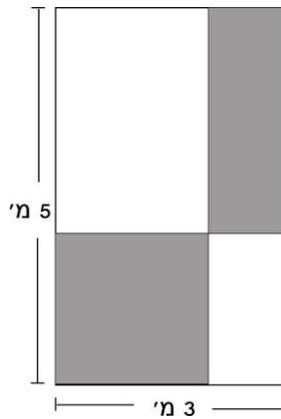
3. א. מהו שטח משולש ABC? הסבירו.

ב. שטח המשולש EFG הוא 10 סמ"ר.

מהו אורך FG? הסבירו.



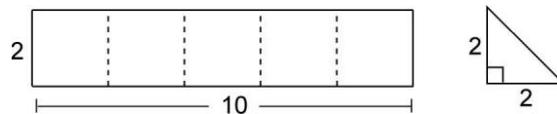
4. א. בשרטוט שטיח מלבני שאורך צלע אחת שלו 3 מטר ואורך צלעו השנייה 5 מטר.



מצאו את גודל שני החלקים הצבועים, אם אורך צלע הריבוע הצבוע הוא 2 מטרים.  
 ב. שרטוט שלושה משולשים שונים ששטחם 12 סמ"ר.

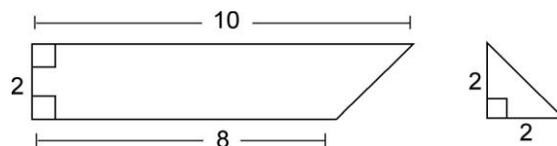
5. א. נתונים מלבן ומשולש ישר זווית כמו בשרטוט.

כמה משולשים כאלה מכסים את המלבן? הסבירו.



מצאו את שטחם של המשולש והמלבן.

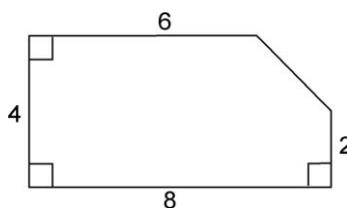
ב. נתונים מרובע ומשולש ישר זווית כמו בשרטוט.

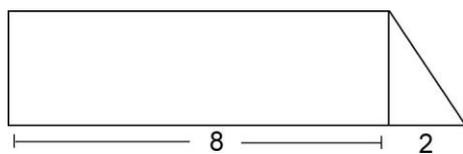


מצאו את שטחם של המשולש והמרובע.

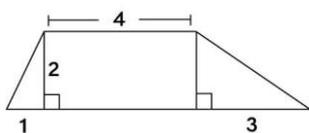
כמה משולשים כאלה מכסים את המרובע? הסבירו.

ג. מהו שטח המחומש שבשרטוט? היעזרו בשרטוט כדי להסביר איך מצאתם זאת?

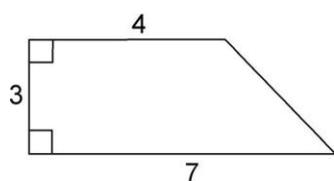




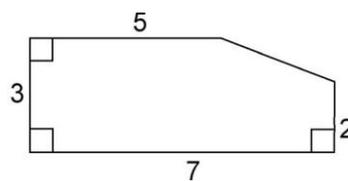
6. א. פי כמה גדול שטח המלבן משטח המשולש שצמוד אליו? הסבירו.



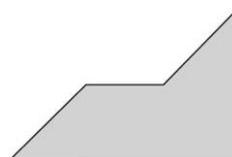
ב. מהו השטח המרובע שבשרטוט? הסבירו.



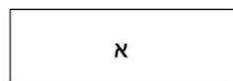
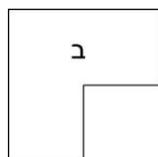
ג. חשבו את שטחי הצורות הבאות והסבירו.



7. נתונה הצורה

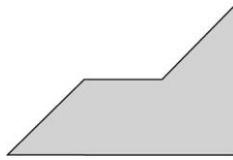


חלקו את הצורה הנתונה כך שאפשר יהיה לכסות בעזרת החלקים את הצורות הבאות:

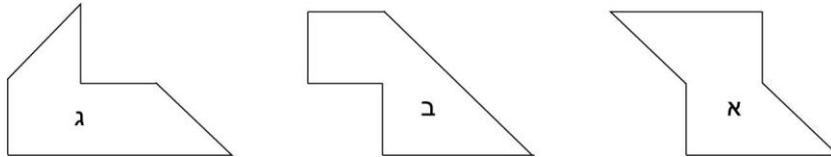


האם הצלחתם בעזרת חלוקה אחת משותפת לכסות את שתי הצורות?

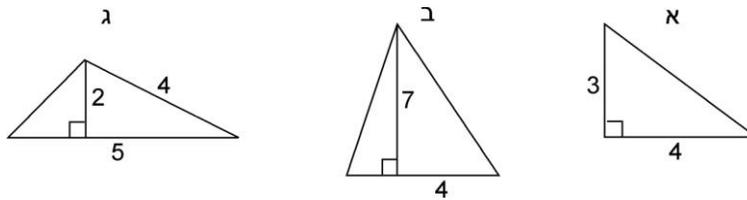
8. נתונה הצורה



מצאו קו חלוקה אחד לצורה הנתונה כך שאפשר יהיה לסדר את שני החלקים באופנים שונים ולקבל את הצורות הבאות:



9. חשבו את שטחי המשולשים האלה:



10. חשבו את שטחי המשולשים האלה:

