

## יחידה 14 – משפט פיתגורס

נבדוק קשרים בין שטחי ריבועים הבנויים על צלעות משולש ישר זווית ונוכיח את משפט פיתגורס.

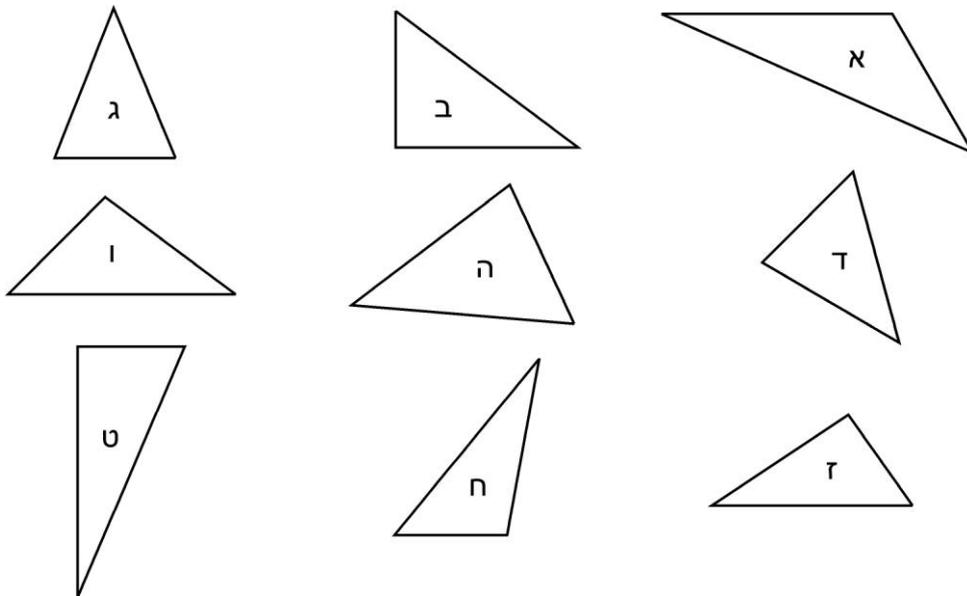
### חוקרים בין שטחי ריבועים על צלעות משולש ישר זווית



#### חוקרים קשרים בין שטחי ריבועים על צלעות משולשים

1. חוקרים קשרים בין שטחי ריבועים על צלעות משולשים.

א. סמנו זווית ישרה ב-  וזווית קהה ב-  במשולשים הבאים:



ב. בחרנו שישה משולשים מסעיף א (ראו בעמוד הבא) ובנינו ריבועים על הצלעות של כל משולש.

– מצאו לכל משולש את שטחי הריבועים שעל הצלעות. רשמו את השטח ביחידות של משבצת.

– מצאו קשרים בין שטחי הריבועים **בכל** משולש (כל משבצת מייצגת 1 יחידת שטח).

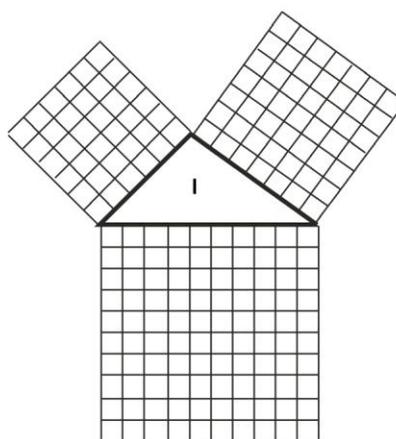
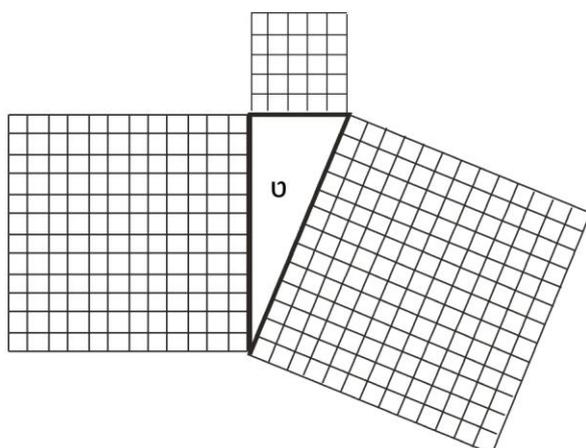
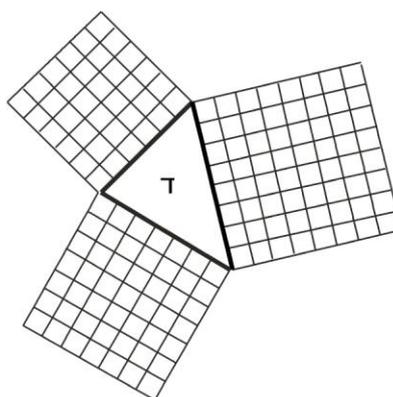
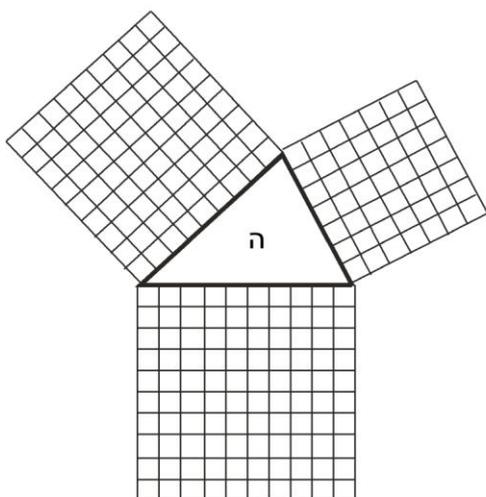
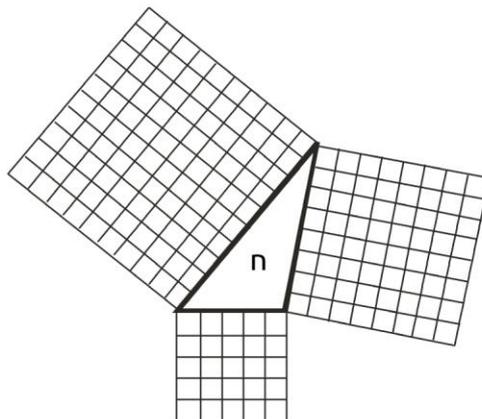
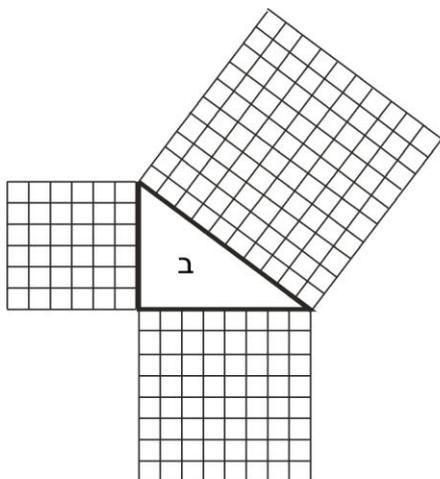
ג. השלימו בהתאם לתוצאות שקיבלתם וציינו תכונה משותפת לשני המשולשים.

במשולשים \_\_\_ ו-\_\_\_ שטח הריבוע שעל הצלע הגדולה **גדול מסכום** שטחי הריבועים שעל הצלעות הקטנות. משולשים אלו הם \_\_\_\_\_ זווית.

במשולשים \_\_\_ ו-\_\_\_ שטח הריבוע שעל הצלע הגדולה שווה **לסכום** שטחי הריבועים שעל הצלעות הקטנות. משולשים אלו הם \_\_\_\_\_ זווית.

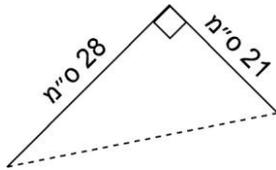
במשולשים \_\_\_ ו-\_\_\_ שטח הריבוע שעל הצלע הגדולה **קטן מסכום** שטחי הריבועים שעל הצלעות הקטנות. משולשים אלו הם \_\_\_\_\_ זווית.

ד. במשולש ישר זווית הצלע הגדולה (מול הזווית הישרה) נקראת **יתר**, ושתי הצלעות האחרות נקראות **ניצבים**. השלימו את המשפט בהתאם לתוצאות החישובים שקיבלתם.  
 במשולש ישר זווית שטח הריבוע שעל היתר \_\_\_\_\_ לסכום שטחי הריבועים שעל הניצבים.

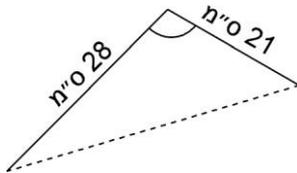




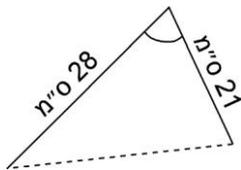
## מסכמים את החקירה



2. א. בונים זווית ישרה משתי רצועות (מחוברות בסיכה), מצמידים אותה ללוח ומחברים למשולש. מהו לדעתכם הקשר בין סכום הריבועים שעל הניצבים לבין הריבוע שעל היתר?



ב. מגדילים את הזווית הישרה - התקבלה זווית קהה. כיצד השתנתה הצלע שמול הזווית? האם שטח הריבוע שעל צלע זו יהיה גדול/שווה/קטן מסכום שטחי הריבועים שעל הצלעות האחרות?



ג. מקטינים את הזווית הישרה - התקבלה זווית חדה. כיצד השתנתה הצלע שמול הזווית? האם שטח הריבוע שעל צלע זו יהיה גדול/שווה/קטן מסכום שטחי הריבועים שעל הצלעות האחרות?

## משפט פיתגורס

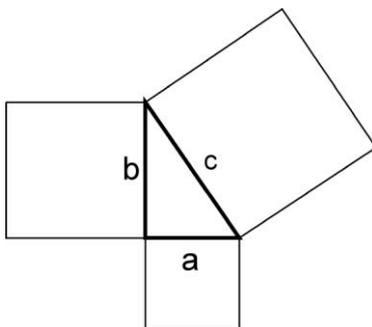
במשולש ישר זווית שטח הריבוע שעל היתר שווה לסכום שטחי הריבועים שעל הניצבים.

כלומר: אם  $a$  ו- $b$  הם הניצבים ו- $c$  הוא

היתר במשולש ישר זווית, רושמים:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

למשפט פיתגורס הוכחות רבות. בהמשך נכיר כמה מהן.

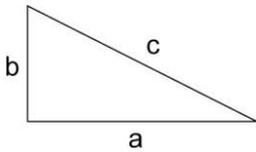


## הוכחות של משפט פיתגורס בדרכים שונות

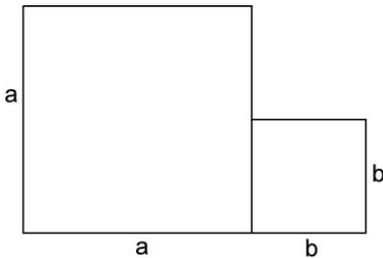


### מוכיחים את משפט פיתגורס

3. ציירו משולש ישר זווית שניצביו  $a$ ,  $b$  והיתר  $c$ .  
 א. בנו ריבועים על כל אחת מהצלעות.

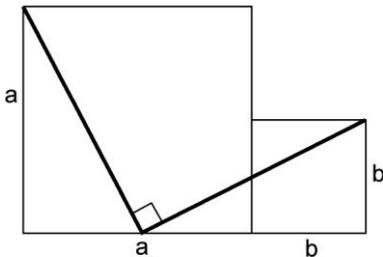


ב. גזרו את שני הריבועים שעל הניצבים (ריבוע שאורך צלעו  $a$  וריבוע שאורך צלעו  $b$ ) והצמידו זה לזה, כך שתתקבל הצורה:



רשמו את השטח של הצורה כולה.

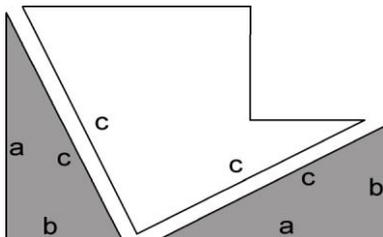
ג. ציירו על הצורה שני משולשים ישרי זווית חופפים למשולש המקורי כך:



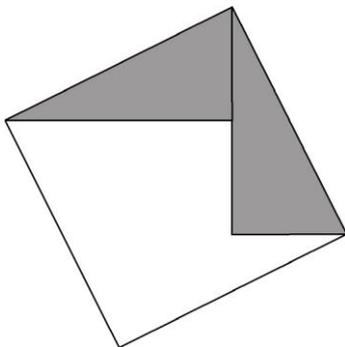
אורך ניצב אחד בכל משולש  $a$ , כאורך צלע ריבוע אחד, ואורך ניצב שני  $b$ , כאורך צלע הריבוע האחר. הסבירו מדוע הזווית שסימנו ב- $\square$  היא אכן ישרה.

ד. גזרו את שני המשולשים כך שיתקבלו שלושה חלקים.

האם תוכלו ליצור מהחלקים ריבוע?  
 הסבירו מדוע לדעתכם קיבלתם ריבוע?  
 מה אורך צלעו?  
 מה שטחו?



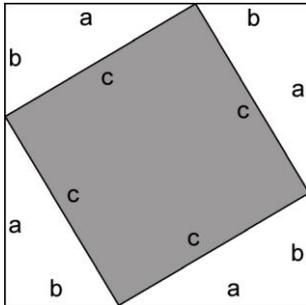
ה. גזרתם צורה ששטחה  $\text{---}^2 + \text{---}^2$   
 הרכבתם מהחלקים ריבוע ששטחו  $\text{---}^2$   
 לכן:  $\text{---} = \text{---}$   
 שוויון זה מבטא את משפט פיתגורס.



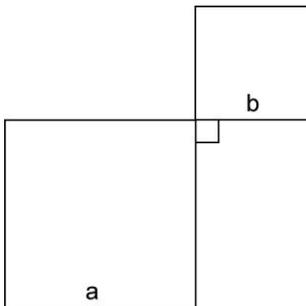


## מוכיחים את משפט פיתגורס בדרך נוספת

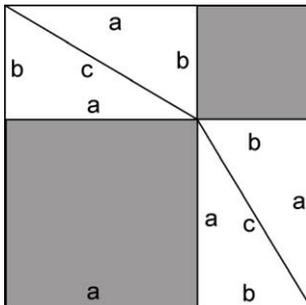
4. בידי כל קבוצה 8 משולשים ישרי זווית חופפים.



- א. שרטטו ריבוע שצלעו כגודל היתר. מה שטחו? הניחו סביבו 4 מהמשולשים, כמו בשרטוט, האם התקבל מרובע? הראו שצלעות המשולשים יוצרות קווים ישרים (כלומר סכום הזווית בנקודת החיבור הוא  $180^\circ$ ). האם המרובע הוא ריבוע? נמקו (מדוע הוא מלבן? האם צלעותיו הסמוכות שוות?) מה אורך צלעו?



- ב. שרטטו ריבועים שצלעם a ו-b. הניחו אותם, קדקוד אל קדקוד, כך שתיווצר זווית ישרה, כך: קחו 4 משולשים נוספים, צרו מכל שניים מלבן. מה אורך צלעות המלבן?

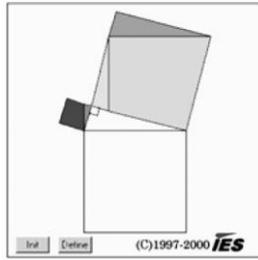


- הצמידו אותם לריבועים כמו בשרטוט: הראו שקיבלתם מרובע. האם המרובע הוא ריבוע? נמקו. מה אורך צלעו?

- ג. הריבועים הגדולים שנוצרו בסעיפים א ו-b חופפים. בשני הסעיפים כיסינו חלק מהריבוע ב-4 משולשים ישרי זווית שניצביהם a ו-b והיתר c. מהו שטח הריבוע הפנימי שנוצר בסעיף א? מהו שטח הריבועים הפנימיים שנוצרו בסעיף ב? מה אפשר להסיק מכך?

5. הוכחה למשפט פיתגורס המלווה במשחק תמצאו באתר האינטרנט בכתובת:

<http://www.ies.co.jp/math/java/geo/pythasvn/pythasvn.html>



א. היכנסו לאתר.

ייפתח מסך:

הפעילו את המשחק בהתאם להוראות.

ב. הדפיסו פעמיים את הדף המוצג.

גזרו את השרטוט שבמסגרת בשלמותו והדביקו במחברת.

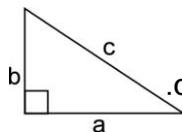
גזרו את החלקים המרכיבים את שני הריבועים שעל הניצבים (החלקים הצבעוניים), כסו בהם

את הריבוע שעל היתר והדביקו.

ג) מה הקשר בין הפעילות לבין משפט פיתגורס?

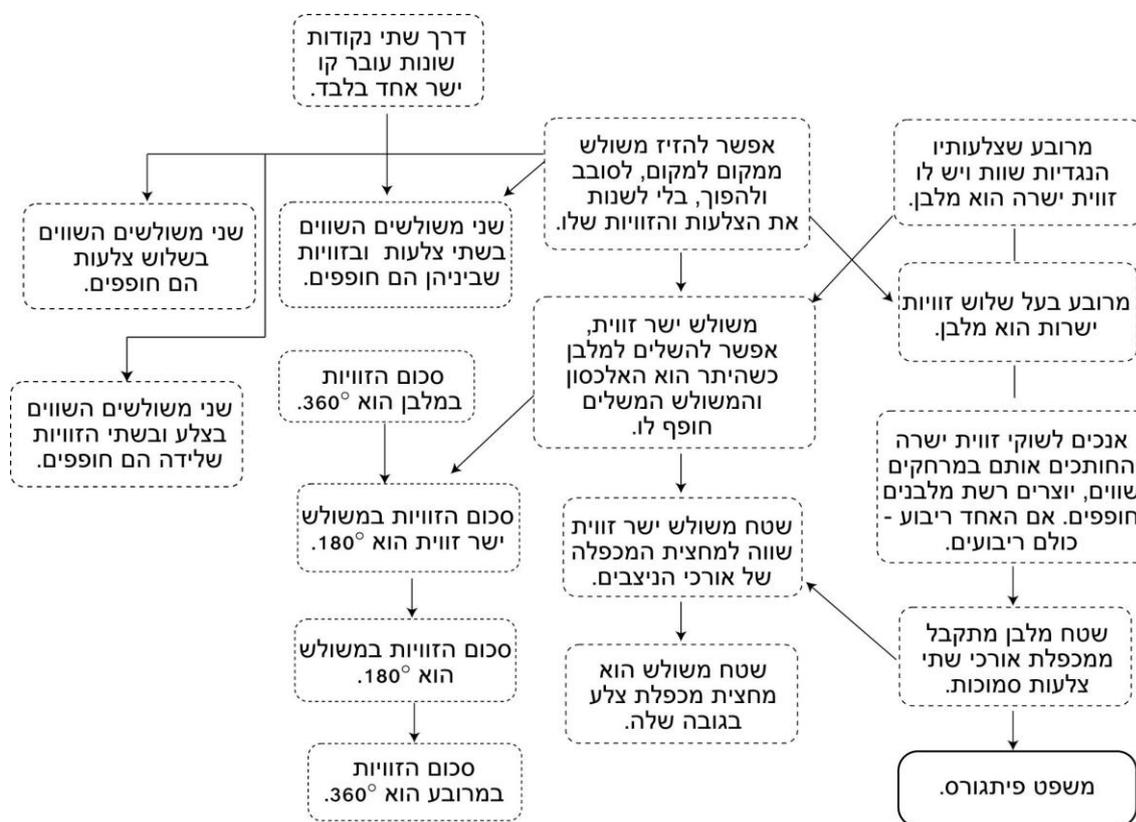
## מה למדנו?

• חקרנו קשרים בין שטחי ריבועים הבנויים על צלעות המשולשים. מצאנו על-ידי התנסות כי במשולש ישר זווית שטח הריבוע שעל היתר שווה לסכום שטחי הריבועים שעל הניצבים.



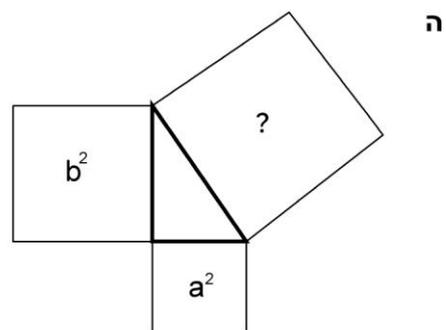
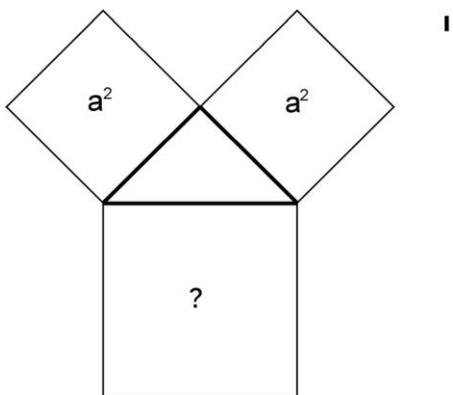
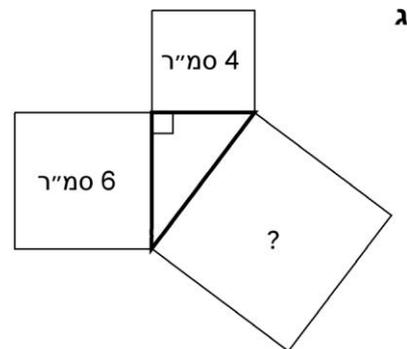
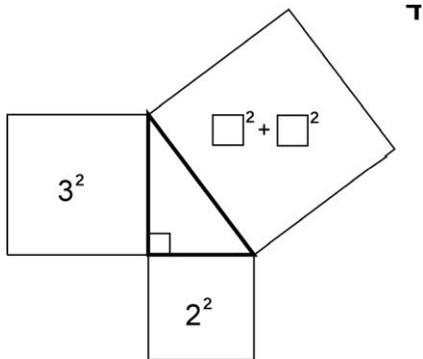
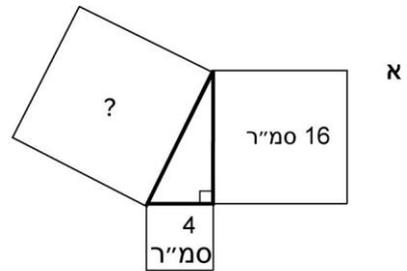
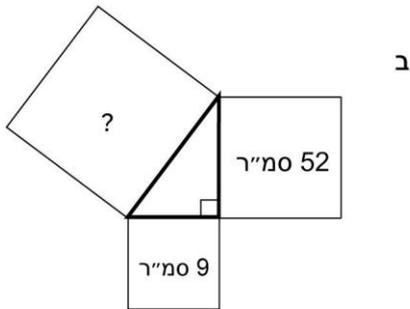
• הוכחנו כי במשולש ישר זווית מתקיים:  $a^2 + b^2 = c^2$ . למשפט זה קוראים משפט פיתגורס.

• הראנו כי שינוי הזווית הישרה במשולש לזווית קהה – מגדיל את שטח הריבוע שעל הצלע שמול הזווית. שינוי הזווית הישרה במשולש לזווית חדה – מקטין את שטח הריבוע שעל הצלע שמול הזווית. לכן במשולש שאינו ישר זווית **לא יתקיים** השוויון  $a^2 + b^2 = c^2$ .

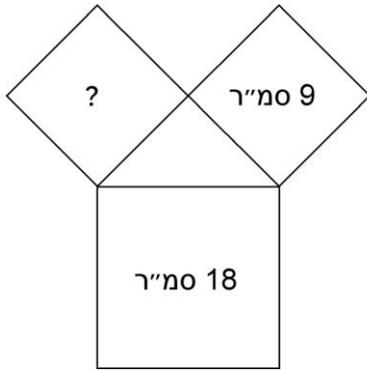


# אוסף משימות

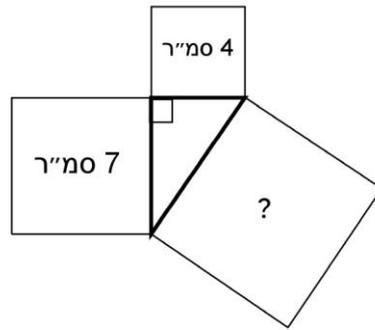
1. חשבו את שטח הריבועים החסרים לפי משפט פיתגורס.



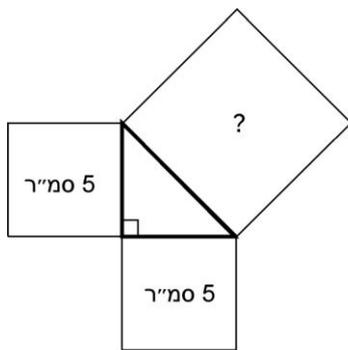
2. חשבו את שטח הריבועים המסומנים בסימן שאלה.



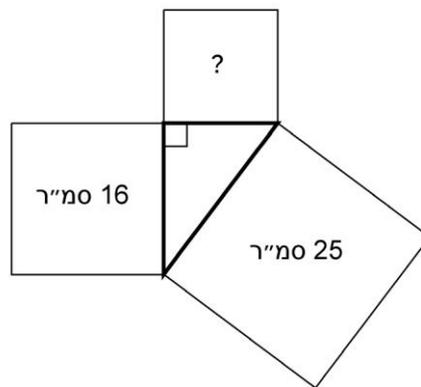
ב



א

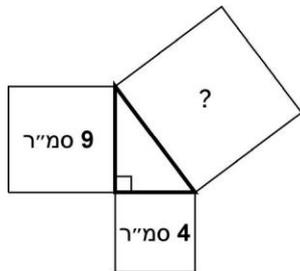


ד

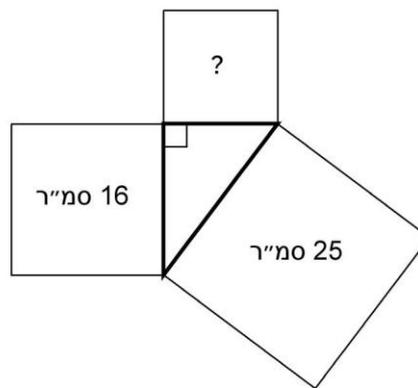


ג

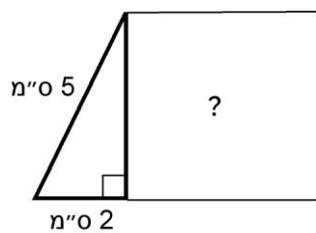
3. חשבו את שטחי הריבועים החסרים לפי משפט פיתגורס.



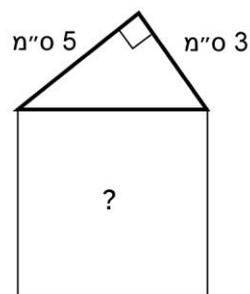
ב



א

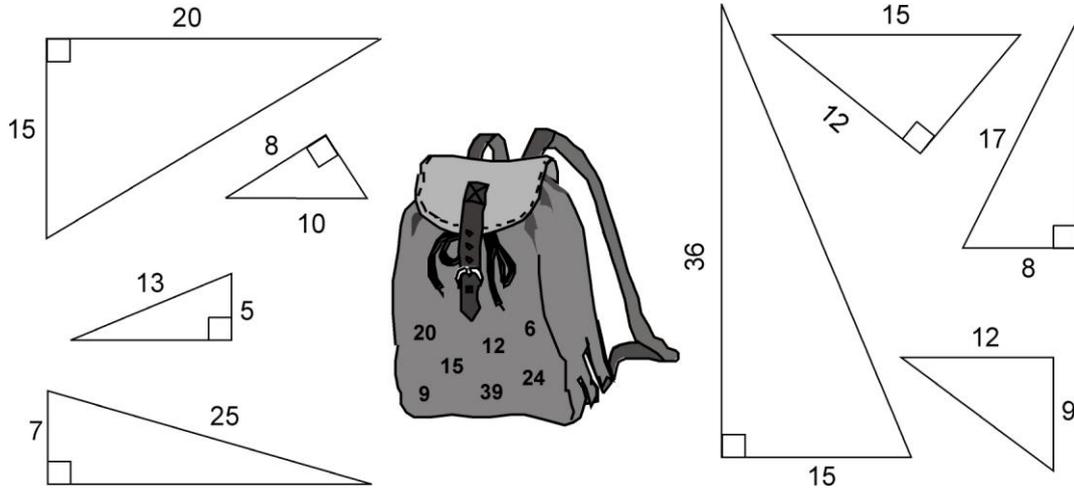


ד



ג

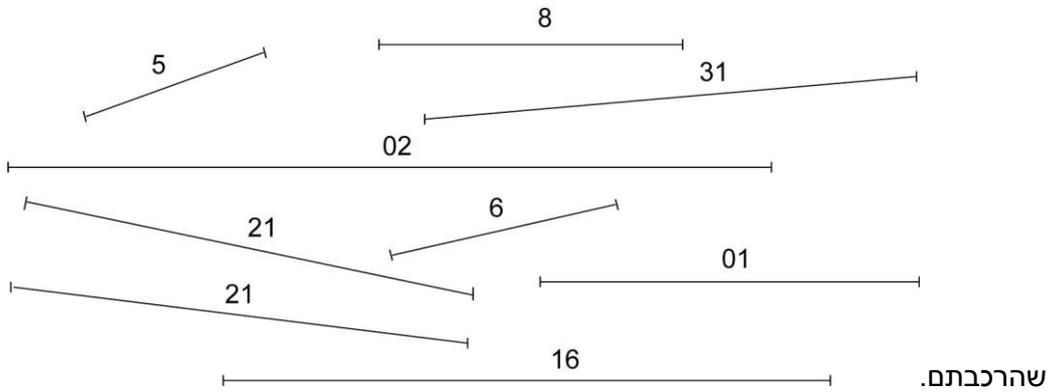
4. א. השלימו את אורכי הצלעות (ניצב או יתר) החסרות (המספרים בתוך הילקוט).



ב. לפניכם מבוך משולשים.

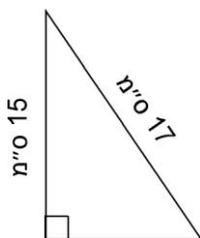
עברו רק דרך משבצות שבהן המשולשים מקיימים:  $c^2 = a^2 + b^2$ .


5. א. הרכיבו שלושה משולשים ישרי זווית מהצלעות הנתונות. רשמו את אורכי הצלעות של כל משולש



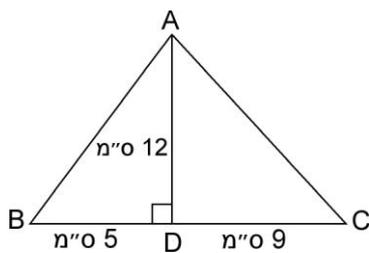
ב. חשבו את אורכי הצלעות החסרות במשולשים ישרי הזווית.

יתר	ניצב	ניצב
___	15	8
___	24	18
20	___	12
15	12	___
26	24	___
25	___	20



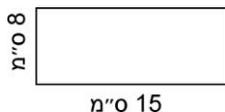
6. בשרטוט משולש ישר זווית.

- מצאו את אורך הניצב החסר.
- מצאו את היקף המשולש.
- מצאו את שטחו.

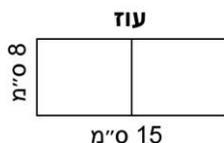
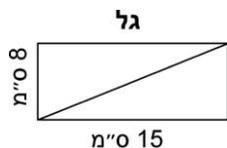


7. בשרטוט משולש ABC.

- מצאו את צלעות המשולש ABC.
- מצאו את היקף המשולש ABC.
- מצאו את שטח המשולש ABC.

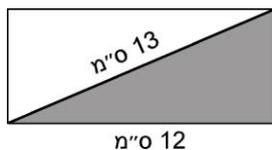


8. לשחר, לעוז ולגל מלבנים זהים שגודלם נתון בשרטוט:  
 כל אחד קיפל את המלבן כך שיתקבלו שני חלקים שווים בשטחם.  
 הקיפולים שלהם מובאים בשרטוטים הבאים:

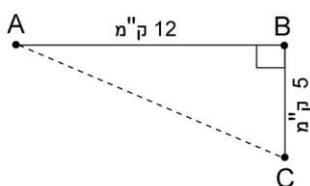


- למי קו הקיפול הארוך ביותר? הקצר ביותר? הסבירו.
- בכמה ס"מ הקו של גל ארוך מהקו של שחר?
- בכמה ס"מ הקו של גל ארוך מהקו של עוז?
- מצאו את שטח המלבן.
- מצאו לכל אחד משלושת המלבנים את היקף חצי המלבן. למי היקף גדול יותר? קטן יותר?

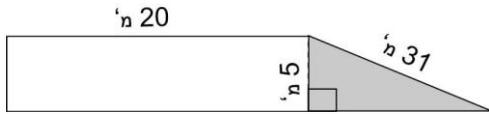
9. לפניכם שרטוט של מלבן ובו צבוע משולש. הקיפו בכל סעיף תשובה נכונה.



- אורך הצלע הנוספת במלבן שבציור הוא:  
 25 ס"מ      1 ס"מ      5 ס"מ      6 ס"מ
- שטח המלבן שבציור הוא:  
 270 סמ"ר      30 סמ"ר      60 סמ"ר      25 סמ"ר
- שטח המשולש הצבוע הוא:  
 60 סמ"ר      30 סמ"ר      25 סמ"ר      17 סמ"ר
- היקף המלבן הוא:  
 17 ס"מ      34 ס"מ      25 ס"מ      30 ס"מ
- היקף המשולש הצבוע הוא:  
 17 ס"מ      25 ס"מ      30 ס"מ      15 ס"מ



10. רוצים לסלול כביש חדש שיחבר בקו ישר את קיבוץ A עם קיבוץ C.  
 מה יהיה אורך הכביש?

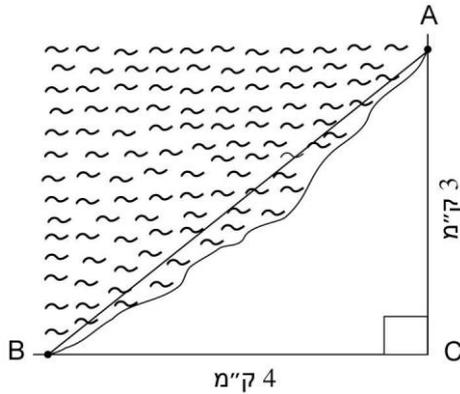


11. לרחבת משחקים מלבנית הוסיפו חלקה שצורתה משולשת.

ראו שרטוט.

חשבו מה היקף הרחבה כולה לאחר התוספת.

12. בציור שלפניכם תרשים של מפרץ.



יוסי ואורי היו בנקודה A ורצו להגיע ל-B.

יוסי הלך בכביש המסומן בשרטוט מ-A ל-C ומ-C ל-B.

אורי הפליג בסירה מנקודה A במסלול ישר ל-B.

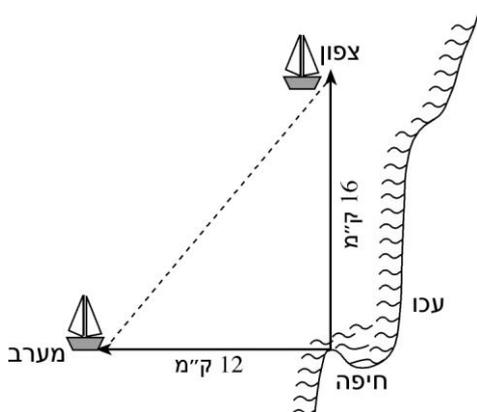
- א. מי עבר דרך ארוכה יותר?
- ב. מה אורך הדרך שעבר יוסי?
- ג. מה אורך הדרך שעבר אורי?

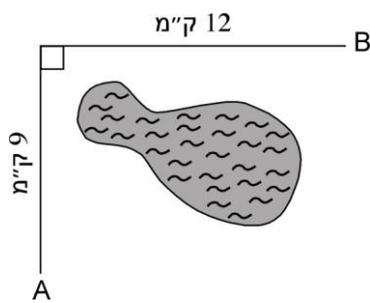
13. מנמל חיפה יצאו שתי ספינות דייג.

אחת הפליגה מערבה ועצרה במרחק 12 ק"מ מן הנמל.

השנייה הפליגה צפונה ועצרה במרחק 16 ק"מ מן הנמל.

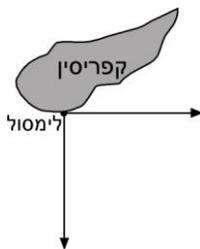
מהו המרחק בין שתי הספינות?





14. בין שני מקומות המסומנים ב-A וב-B נמצא אגם.  
 כדי להגיע מ-A ל-B סללו כביש העוקף את האגם ויוצר זווית ישרה.  
 לימים הוחלט לבנות גשר על פני האגם אשר יחבר את שני המקומות בקו ישר.  
 א. מה אורך הגשר?  
 ב. בכמה ק"מ קצרה הדרך החדשה מהישנה?

15. שתי אניות הפליגו מאותו נמל.  
 האחת שטה מערבה ועברה מרחק של 45 ק"מ.  
 השנייה שטה דרומה ועברה מרחק של 60 ק"מ.  
 א. שרטטו שרטוט מתאים.  
 ב. מה המרחק בין שתי האניות?



16. מנמל לימסול שבקפריסין יצאו שתי ספינות.  
 א. ספינה אחת פנתה מזרחה במהירות של 10 ק"מ לשעה ונעצרה לדייג כעבור 3 שעות.  
 איזה מרחק עברה?  
 ב. הספינה השנייה הפליגה דרומה במהירות של 20 ק"מ לשעה ונעצרה לדייג כעבור שעתיים.  
 איזה מרחק עברה?  
 ג. מה המרחק בין שתי הספינות לאחר שנעצרו?