

יחידה 13 – לקראת משפט פיתגורס

נבדוק קשרים בין שטחי ריבועים הבנויים על צלעות של משולש ישר זווית שווה שוקיים.

כל מיני ריבועים

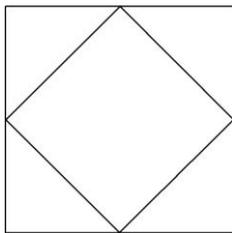


יוצרים ריבועים מריבועים

1. בידי כל קבוצה נתונים 5 ריבועים חופפים (אורך צלע 9 ס"מ).
 - א. קחו שני ריבועים. חלקו כל אחד מהם לשני משולשים וצרו מהחלקים ריבוע גדול. פי כמה גדול שטח הריבוע החדש משטח הריבוע הנתון?
 - ב. צרו מריבוע נתון שני ריבועים ששטח כל אחד מהם חצי מהריבוע הנתון. כמה ריבועים קטנים כאלה יש בריבוע הגדול שיצרתם בסעיף א?
 - ג. קחו שני ריבועים מהנתונים. גזרו אחד מהם לארבעה משולשים חופפים. צרו מהריבוע שנותר ומהמשולשים ריבוע גדול. מה תוכלו לומר על שטחו?



האם קיבלנו ריבוע?

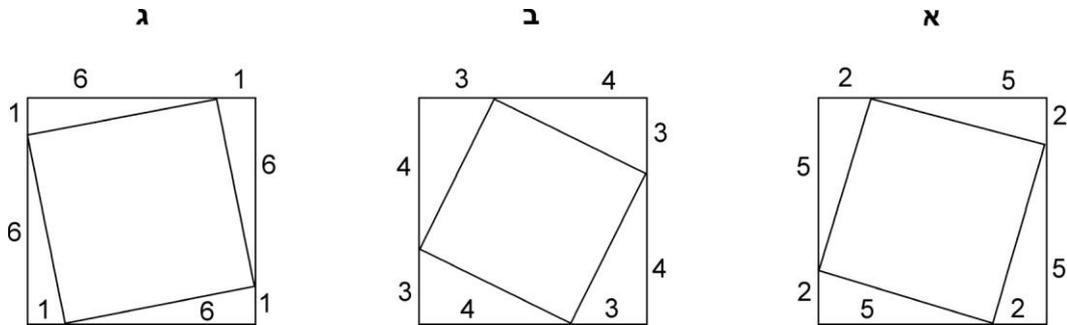


2. נתון ריבוע. חברו את אמצעי הצלעות בזה אחר זה.
 - א. איזה מרובע התקבל?
האם הוא מלבן?
מה צריך להראות כדי לדעת שהמרובע הוא מלבן?
האם הוא ריבוע?
מה צריך להראות כדי לדעת שהוא ריבוע?
 - ב. איזה חלק מהריבוע הגדול מהווה הריבוע הקטן? הצדיקו.



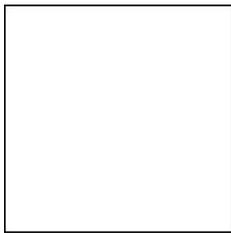
משוים שטחים?

3. נתונים הריבועים הבאים:



א. האם המרובעים הפנימיים הם ריבועים? הצדיקו.

ב. מצאו בכל שרטוט את שטח הריבוע הפנימי (היעזרו בשטחי המשולשים ישרי הזווית שנוצרו).



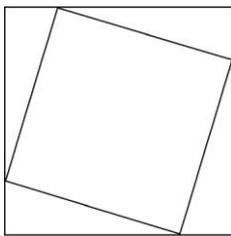
ג. נתון ריבוע. היכן תקבעו את הנקודות על הצלעות

כך שיתקבל ריבוע פנימי ששטחו $\frac{1}{2}$ מהריבוע הנתון?

האם אפשר לקבל ריבוע פנימי ששטחו פחות מ- $\frac{1}{4}$

הריבוע הנתון? הסבירו.

גזרו ריבוע ששטחו $\frac{1}{4}$ משטח הריבוע הנתון והניחו בתוך הריבוע. מה קיבלתם?



ד. נתון ריבוע שאורך צלעו 9 יחידות אורך. בתוכו ריבוע פנימי שקדקודיו על

צלעות הריבוע הנתון נמצאים במרחקים שווים מקדקודי הריבוע החיצוני.

איזה מהמספרים הבאים יכול להיות שטח הריבוע הפנימי?

מחקו מספרים שאינם מתאימים:

20, 40, $40\frac{1}{2}$, 42, 45, 75, $80\frac{1}{2}$, 83, 100.

הסבירו.

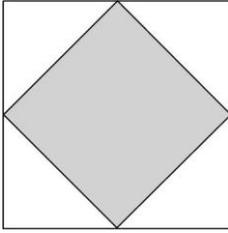
צינו לגבי כל אחד מהמספרים הנותרים, אם קדקודי הריבוע הפנימי קרובים יותר לאמצע

הצלעות של הריבוע החיצוני או קרובים יותר לאחד מקדקודיו.



צובעים שטחים

4. יעל ודפנה שיחקו בצביעת שטחים של ריבוע בתוך ריבוע. מי שצבעה שטח גדול יותר ניצחה. יעל צבעה כך:



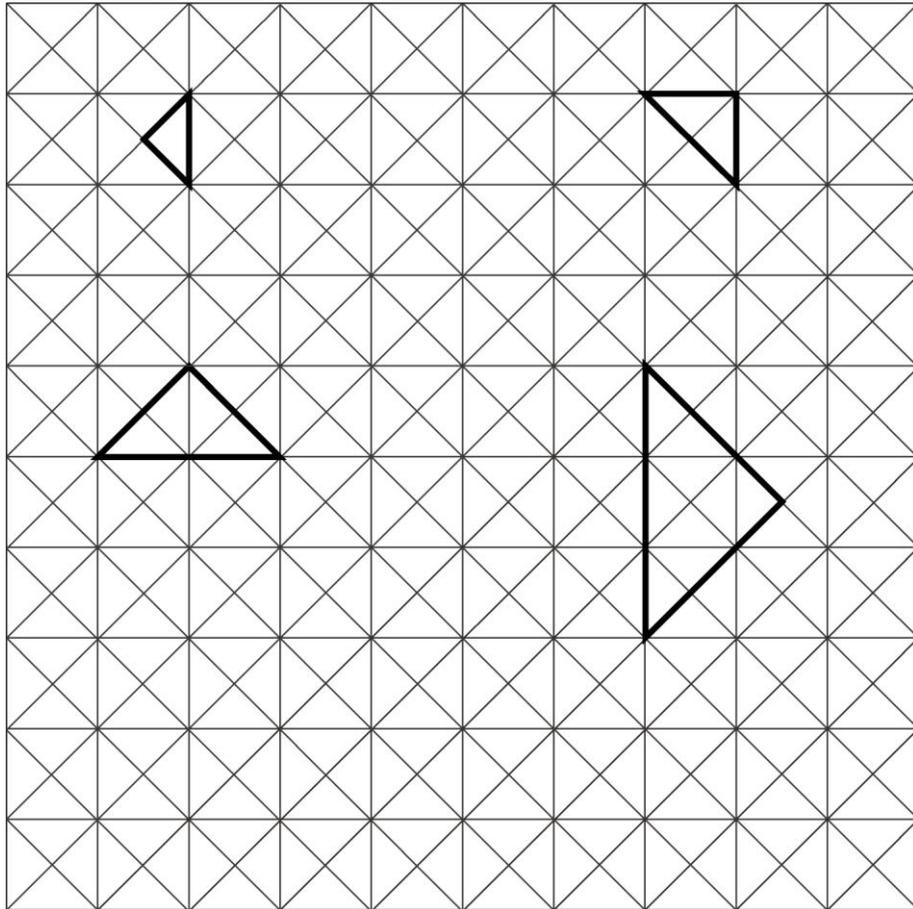
תנו הצעה לדפנה, היכן לסמן קדקודים כך שיתקבל ריבוע פנימי גדול יותר.

משולש ישר זווית ושווה שוקיים



חוקרים משולשים ברשת

5. א. מהו סוג המשולשים המצוירים על הרשת (שימו לב לצלעות ולזוויות)?



- ב. ציירו ריבוע על כל צלע של כל אחד מהמשולשים.

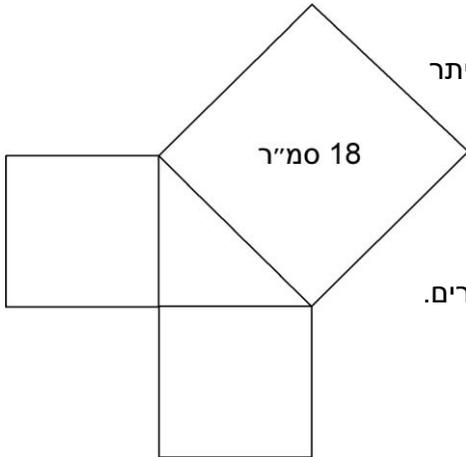
ג. מצאו בכל משולש קשר בין שטחי הריבועים שעל הניצבים לבין שטח הריבוע שעל היתר.

ד. יעל אמרה: בשרטוטים שלנו מצוירים משולשים

ישרי זווית שווי שוקיים. מצאתי ששטח הריבוע שעל היתר

הוא פי 2 משטח הריבוע שעל כל ניצב.

מה דעתכם?

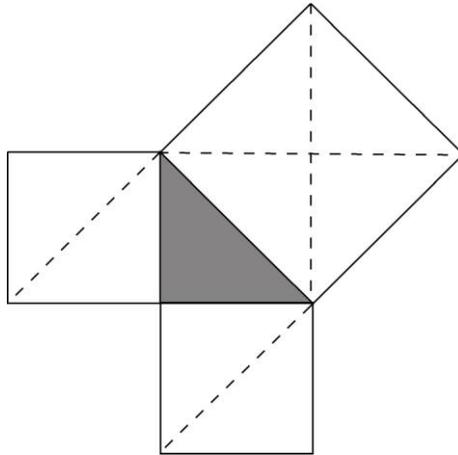


השלימו לפי הצעתה של יעל את שטחי הריבועים החסרים.



קושרים בין שטחי ריבועים

6. לפניכם משולש ישר זווית ושווה שוקיים. על כל אחת מצלעותיו בנו ריבוע.



א. שטח המשולש ישר הזווית הוא 5 סמ"ר.

מהו שטחו של כל אחד מהריבועים שעל הניצבים?

מהו סכום שטחי הריבועים על הניצבים?

מה שטחו של הריבוע אשר על היתר?

מהו הקשר בין שטחי הריבועים?

ב. האם בכל משולש ישר זווית שווה שוקיים קיים הקשר שמצאתם בסעיף א'?

היעזרו בחלוקה של הריבועים למשולשים והצדיקו את הקשר שמצאתם.

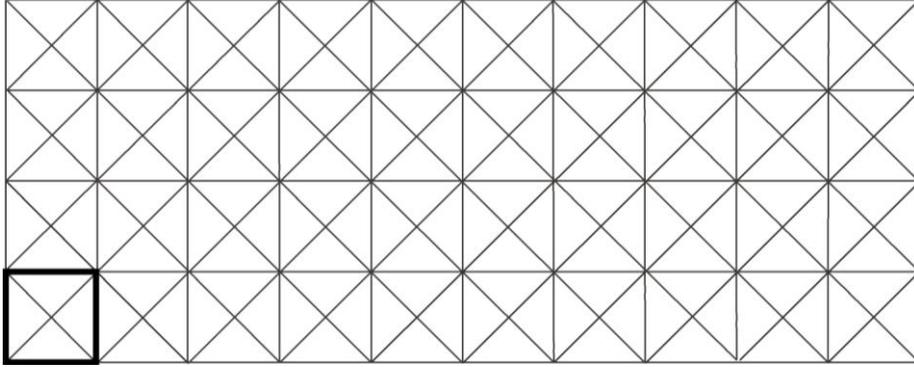
מה למדנו?

- הוכחנו כי במשולש ישר זווית ושווה שוקיים שטח הריבוע שעל היתר שווה לפעמיים שטח הריבוע שעל ניצב. לכן, סכום שטחי הריבועים שעל הניצבים שווה לשטח הריבוע שעל היתר.
- הוכחנו כי אם מחברים זה אחר זה אמצעי צלעות ריבוע, המרובע הפנימי המתקבל הוא ריבוע. ההוכחה מבוססת על כך שארבעת המשולשים ישרי הזווית שהתקבלו הם חופפים, ומכאן נובע שהצלעות של המרובע שוות זו לזו. הזוויות של המרובע ישרות כי כל אחת מהן משלימה שתי זוויות חדות של משולש ישר זווית ל- 180° .

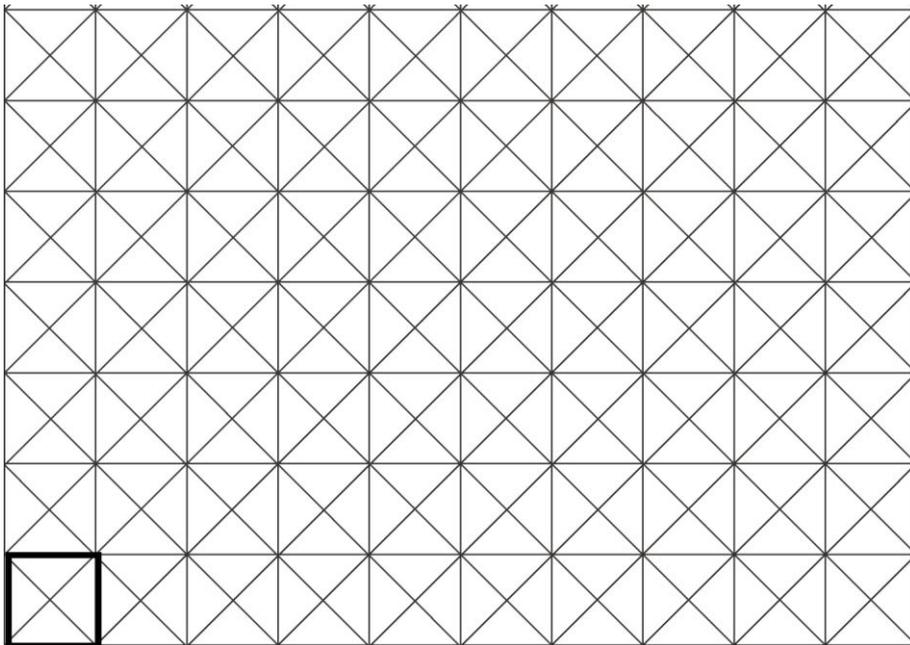
יחידה זו מהווה שלב בבניית משפט פיתגורס שאותו נוכיח ביחידה הבאה ונוסיף למבנה הגאומטריה.

אוסף משימות

1. בפינת הרשת מודגש ריבוע. סמנו על דף רשת ארבעה ריבועים נוספים שונים בגודלם.

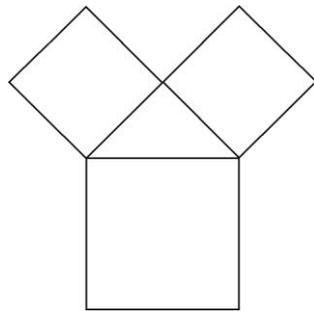


2. בפינת הרשת מודגש ריבוע. שטחו 1 יחידת שטח. צלעו 1 יחידת אורך.



- א. שרטטו ריבוע ששטחו גדול פי 2 מהריבוע הנתון. סמנו אותו ב- א.
- ב. שרטטו ריבוע ששטחו גדול פי 4 מהריבוע הנתון. סמנו אותו ב- ב.
- ג. שרטטו ריבוע ששטחו גדול פי 8 מהריבוע הנתון. סמנו אותו ב- ג.
- ד. שרטטו ריבוע ששטחו גדול פי 9 מהריבוע הנתון. סמנו אותו ב- ד.
- ה. רשמו את אורך הצלע של ריבוע ב ושל ריבוע ד.

3. בכל אחד מהסעיפים נתון שטח המשולש ישר הזווית שווה השוקיים.



כתבו בכל סעיף את שטחי הריבועים.

א. שטח המשולש: 5 סמ"ר.

מהו שטח הריבוע שעל ניצב?

מהו שטח הריבוע שעל היתר?

ב. שטח המשולש: 8 סמ"ר.

מהו שטח הריבוע שעל ניצב?

מהו שטח הריבוע שעל היתר?

ג. שטח המשולש: 1 סמ"ר.

מהו שטח הריבוע שעל הניצב?

מהו שטח הריבוע שעל היתר?

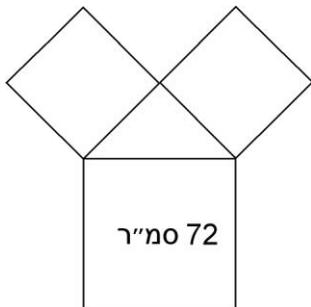
ד. שטח המשולש: 3 סמ"ר.

מהו שטח הריבוע שעל ניצב? מהו שטח הריבוע שעל היתר?

4. אורך כל ניצב במשולש ישר זווית שווה שוקיים הוא 3 ס"מ.

א. מה שטח הריבוע שעל הניצב?

ב. מה שטח הריבוע שעל היתר?



5. א. בשרטוט משולש ישר זווית ושווה שוקיים.

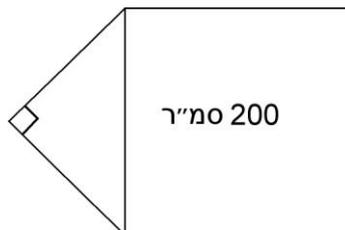
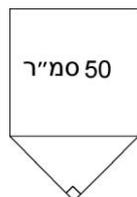
שטח הריבוע שעל היתר הוא 72 סמ"ר.

מצאו את שטח הריבוע שעל כל ניצב.

מצאו את שטח המשולש.

מצאו את אורכו של כל ניצב.

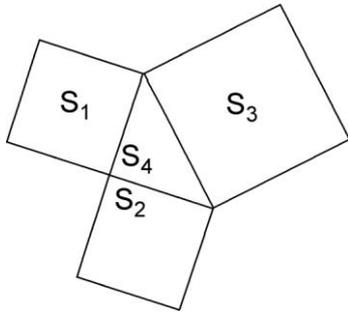
ב. המשולשים בשרטוטים ישרי זווית ושווי שוקיים. חשבו את אורכי הניצבים בכל משולש.



6. אורך כל ניצב במשולש ישר זווית שווה שוקיים הוא 7 ס"מ.

א. מה שטח הריבוע שעל הניצב?

ב. מה שטח הריבוע שעל היתר? מה אורכו בקירוב?



7. בשרטוט משולש ישר זווית ושווה שוקיים וריבועים על צלעותיו.

מצאו קשרים בין השטחים וכתבו אותם במילים ובשפה מתמטית.

דוגמה: הקשר בין S_1 לבין S_4 הוא: S_1 גדול פי 2 מ- S_4

כותבים: $2 \cdot S_4 = S_1$

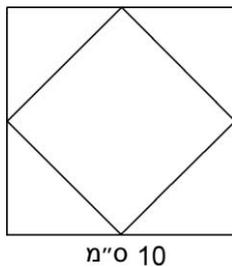
א. הקשר בין S_2 לבין S_4

ב. הקשר בין S_3 לבין S_4

ג. הקשר בין S_1 לבין S_2

ד. הקשר בין S_1 לבין S_3

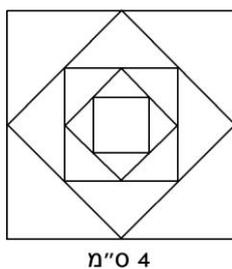
ה. הקשר בין S_1, S_2 לבין S_3 .



8. נתון ריבוע שאורך צלעו 10 ס"מ. מחברים את אמצעי הצלעות לפי הסדר.

א. מה שטח הריבוע החיצוני?

ב. מה שטח הריבוע הפנימי?



9. נתונה סדרה של חמישה ריבועים. אורך צלע הריבוע החיצוני (הראשון)

הוא 4 ס"מ.

כל ריבוע פנימי נוצר על-ידי חיבור של אמצעי צלעות הריבוע הקודם לו.

א. מהו שטח הריבוע החמישי (הקטן ביותר)?

ב. באיזה מקום בסדרה נמצא הריבוע ששטחו 4 סמ"ר?

ג. רשמו את שטחי חמשת הריבועים מהגדול לקטן.

ד. אם נוסיף ריבוע שישי מה יהיה שטחו?