

יחידה 12 – חופפים בהתאמה

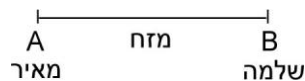
נכיר עוד תנאים מספיקים לחפיפה ונשים לב להתאמה בין חלקים שווים במשולשים חופפים.

מה עוד מספיק כדי לקבל משולשים חופפים?



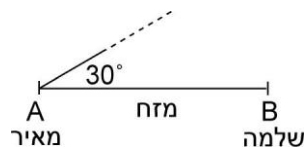
קובעים משולש יחיד

1. מאיר ושלמה עומדים על המזח במרחק 100 מ' זה מזה וצופים אל הים. מקומות התצפית מסומנים באותיות A ו-B.



א. מאיר צפה בסירה. הזווית בין המזח לבין הקו הדמיוני בין מאיר לסירה היא 30° .

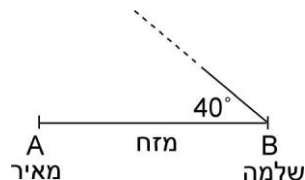
מאיר צייר כך:



היכן יכולה להיות הסירה?

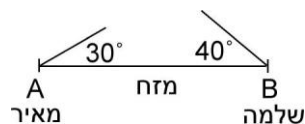
ב. שלמה צפה בסירה. הזווית בין המזח לבין הקו הדמיוני בין שלמה לסירה היא 40° .

שלמה צייר כך:



היכן יכולה להיות הסירה?

ג. סמנו את הזוויות של מאיר ושלמה בציור אחד ומצאו היכן נמצאת הסירה וסמנו ב-C. הסבירו.



ראינו שקטע עם שתי זוויות בקצותיו, שאפשר להרכיב מהן משולש, יוצרים משולש יחיד.



משולשים השווים בצלע ובשתי הזוויות שלידה

2. מצמידים ללוח משולש ABC.

א. ניצור משולש שיש לו צלע שווה לצלע BC, וזוויות שוות לזוויות $\angle B$ ו- $\angle C$.

- האם נוצר משולש חופף למשולש ABC?

- איזה חלקים שווים בשני המשולשים?

- האם מספיק לדעת שצלע אחת ושתי הזוויות שלידה שוות בשני משולשים, כדי שהמשולשים יהיו חופפים?

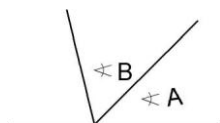
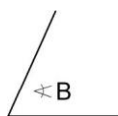
מצאנו כאן על-ידי
התנסות אפשרות נוספת
להסיק חפיפה.

משפט חפיפה: משולשים השווים בצלע ובשתי הזוויות שלידה הם חופפים.

בקיצור אומרים: זווית – צלע – זווית, ומסמנים: ז. צ. ז.

ב. ליואב קטע באורך הצלע BC והזוויות בגודל זוויות $\angle A$ ו- $\angle B$.

כיצד ייבנה משולש חופף למשולש ABC?



יואל הציע להעתיק את זוויות $\angle A$ ו- $\angle B$ זו ליד זו כך:

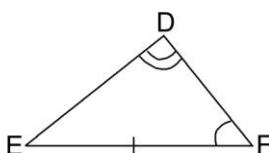
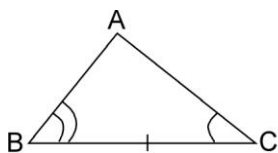
היכן בשרטוט מסתתרת זווית $\angle C$? הסבירו.

ג. בשרטוט שני משולשים השווים בצלע ובשתי זוויות.

$$BC = EF$$

$$\angle B = \angle D$$

$$\angle C = \angle F$$



האם המשולשים חופפים?

דני אמר: המשולשים חופפים כי יש במשולשים צלע ושתי זוויות שוות.

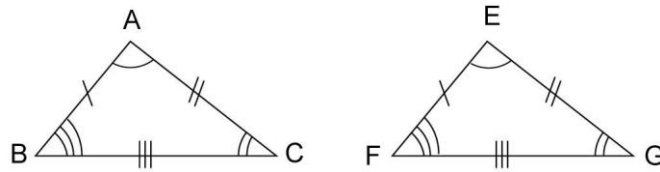
האם דני צודק? הסבירו.

האם מספיק לדעת שצלע אחת ושתי זוויות של שני משולשים שוות כדי שהמשולשים יהיו חופפים? מה צריך להוסיף?

האם מספיק לדעת שצלע אחת ושתי זוויות של שני משולשים שוות **בהתאמה** כדי שהמשולשים יהיו חופפים?

אם צלע אחת ושתי זוויות במשולש אחד שוות **בהתאמה** (לפי הסדר) לצלע ולשתי זוויות במשולש אחר, המשולשים חופפים.

ד. המשולשים $\triangle ABC$ ו- $\triangle EFG$ חופפים. מסמנים $\triangle EFG \cong \triangle ABC$



אם נניח אותם זה על זה - ייפול קדקוד E על קדקוד A, קדקוד G על _____, קדקוד F על _____.

השלימו שוויונים:

$$\sphericalangle A = \sphericalangle \underline{\hspace{1cm}}$$

$$AB = FE$$

$$\sphericalangle \underline{\hspace{1cm}} = \sphericalangle G$$

$$AC = \underline{\hspace{1cm}}$$

$$\sphericalangle \underline{\hspace{1cm}} = \sphericalangle \underline{\hspace{1cm}}$$

$$BC = \underline{\hspace{1cm}}$$

במשולשים חופפים חייבים להקפיד על התאמת הקדקודים.

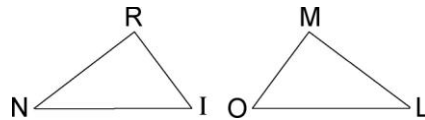
התאמה במשולשים חופפים



חלקים מתאימים במשולשים

3. לפניכם זוגות של משולשים חופפים. היעזרו בנייר שקוף והשלימו לפי איזו התאמה המשולשים

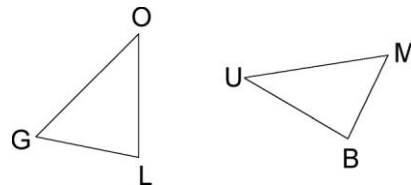
מכסים אחד את השני.



א. N על _____

I על _____

R על _____



ב. G על _____

O על _____

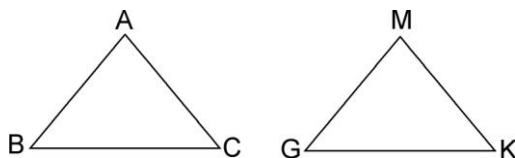
L על _____



מתאימים קדקודים

4. משולש ABC חופף למשולש MKG.

מסמנים: $\triangle ABC \cong \triangle MKG$



אם מניחים את המשולשים זה על זה כך שהם יכסו זה את זה, יהיה קדקוד A על קדקוד M.

איך מתאימים הקדקודים האחרים? K על _____ G על _____.

$$\underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$$

$$KG = \underline{\hspace{1cm}}$$

$$MK = \underline{\hspace{1cm}}$$

השלימו:

$$\underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$$

$$\underline{\hspace{1cm}} = \sphericalangle B$$

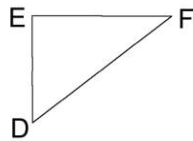
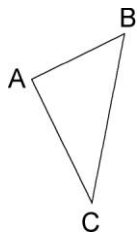
$$\sphericalangle G \underline{\hspace{1cm}}$$



התאמה של משולשים

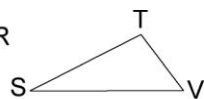
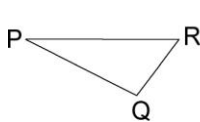
5. א. לפניכם שני משולשים חופפים.

בחרו מבין ההתאמות הבאות: לפי איזו התאמה מכסים המשולשים זה את זה בדיוק (היעזרו בנייר שקוף)?



התאמה I	התאמה II	התאמה III
A על D	A על E	E על A
B על E	B על D	F על B
F על C	F על C	D על C

ב. נתונים שני משולשים חופפים. מצאו התאמה בין הקדקודים והשלימו.



PQ = _____

$\sphericalangle Q =$ _____

QR = _____

$\sphericalangle R =$ _____

PR = _____

$\sphericalangle P =$ _____



האם הם חופפים?

6. באילו מהסעיפים המשפטים נכונים? ציינו על סמך איזה משפט.

אם המשפט אינו נכון, תנו דוגמה נגדית.

א. שני משולשים ישרי זווית השווים ביתר ובזווית חדה, חופפים.

ב. שני משולשים ישרי זווית השווים ביתר שלהם, חופפים.

ג. שני משולשים ישרי זווית השווים בניצב ובזווית חדה בהתאמה, חופפים.

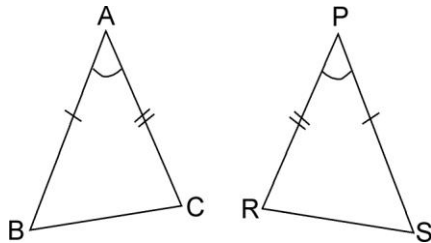
ד. שני משולשים ישרי זווית השווים בניצב ובזווית חדה, חופפים.

ה. שני משולשים ישרי זווית ושווי שוקיים השווים בשוק, חופפים.



שומרים על סדר הקדקודים בחפיפה

7. א. כתבו שוויונים על סמך הנתונים המסומנים בשרטוט.



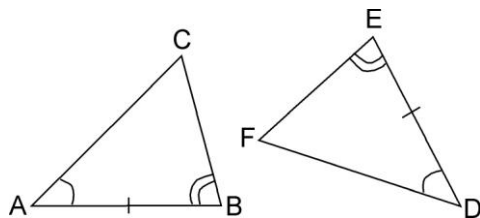
$$\underline{\quad AB \quad} = \underline{\quad \quad}$$

$$\underline{\quad \sphericalangle A \quad} = \underline{\quad \quad}$$

$$\underline{\quad \quad} = \underline{\quad \quad}$$

השלימו את חפיפת המשולשים לפי סדר הקדקודים. ציינו לפי איזה משפט חפיפה.

$$\triangle ABC \cong \triangle \underline{\quad \quad}$$



ב. כתבו שוויונים על סמך הנתונים המסומנים בשרטוט.

$$\underline{\quad AB \quad} = \underline{\quad \quad}$$

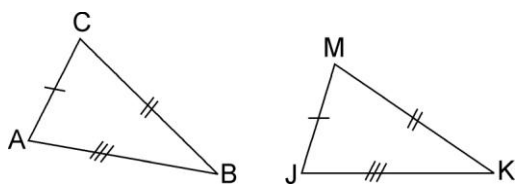
$$\underline{\quad \quad} = \sphericalangle D$$

$$\sphericalangle B = \underline{\quad \quad}$$

השלימו את חפיפת המשולשים לפי סדר הקדקודים. ציינו לפי איזה משפט חפיפה.

$$\triangle ABC \cong \underline{\quad \quad}$$

ג. כתבו שוויונים על סמך הנתונים בשרטוט.



$$\underline{\quad \quad} = \underline{\quad \quad}$$

$$\underline{\quad \quad} = \underline{\quad \quad}$$

$$\underline{\quad \quad} = \underline{\quad \quad}$$

השלימו את חפיפת המשולשים לפי סדר הקדקודים. ציינו לפי איזה משפט חפיפה.

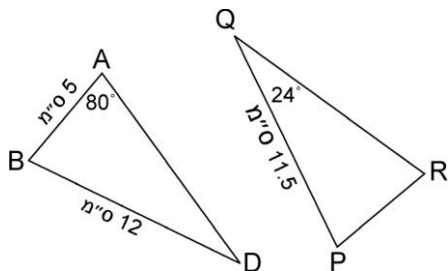
$$\triangle ABC \cong \triangle \underline{\quad \quad}$$



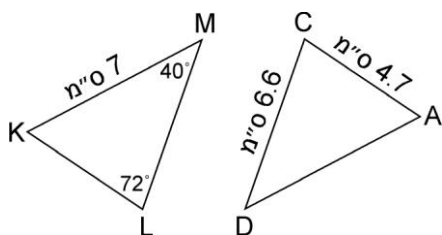
מזהים גדלים של צלעות וזוויות

8. רשמו על השרטוטים את הגדלים של הצלעות והזוויות בכל משולש. הסתמכו על הנתונים הרשומים בשרטוטים ועל החפיפה הנתונה. (השרטוטים אינם על פי הגדלים הרשומים).

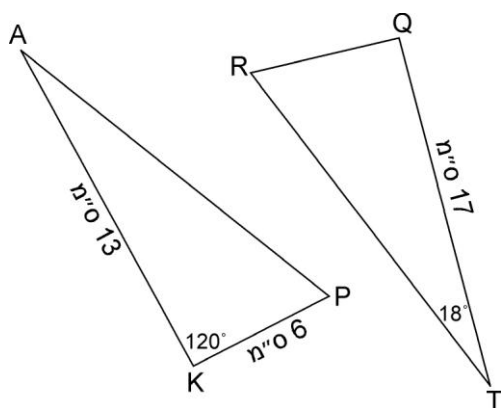
א. נתון: $\triangle ABD \cong \triangle PRQ$



ב. נתון: $\triangle MKL \cong \triangle DAC$



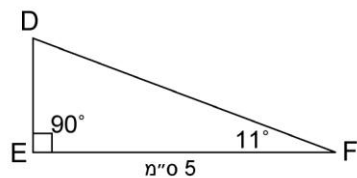
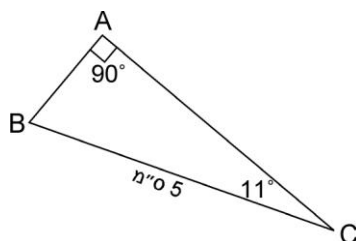
ג. נתון: $\triangle AKP \cong \triangle TRQ$



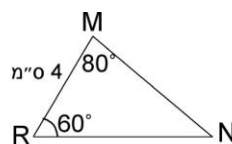
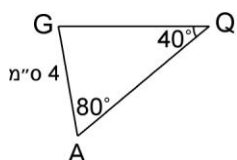


בודקים חפיפה

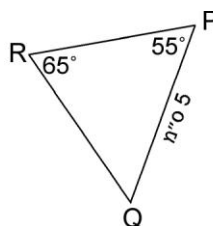
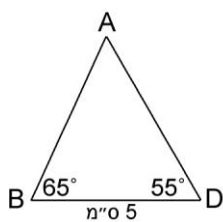
9. חשבו את הזוויות החסרות ורשמו את גודלן. מצאו כמה גדלים שווים יש בשני המשולשים. קבעו על סמך הנתונים הרשומים אם המשולשים חופפים. אם כן, רשמו את החפיפה.



א



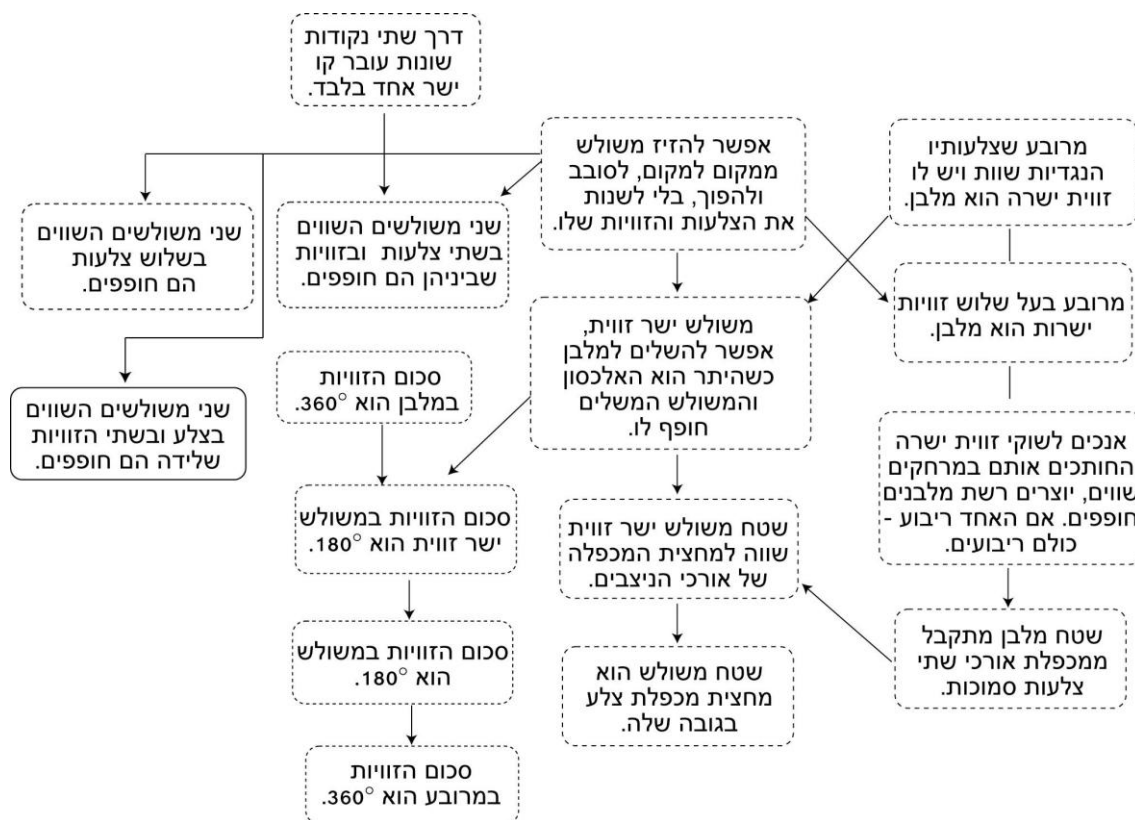
ב



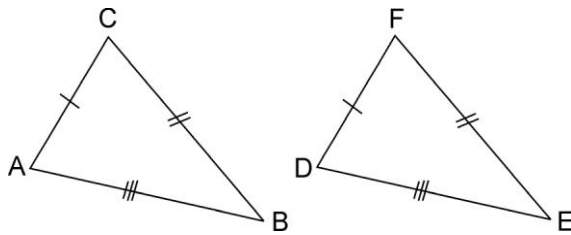
ג

מה למדנו?

- התנסינו והסקנו משפט חפיפה נוסף: שני משולשים השווים בצלע ובשתי הזוויות שלידה – חופפים.
- נוכחנו בחשיבות מושג **ההתאמה** בין הגדלים בשני משולשים חופפים.



1. השלימו על סמך הסימונים בשרטוטים.

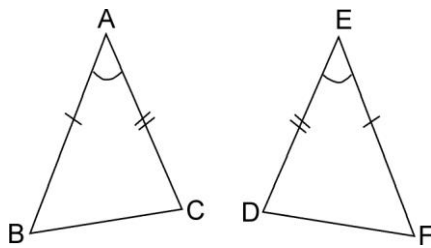


א. נתון: _____ = _____

_____ = _____

_____ = _____

מסקנה: Δ _____ $\cong$ Δ _____

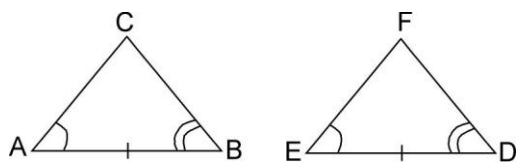


ב. נתון: _____ = _____

_____ = _____

_____ = _____

מסקנה: Δ _____ $\cong$ Δ _____



ג. נתון: $AB =$ _____

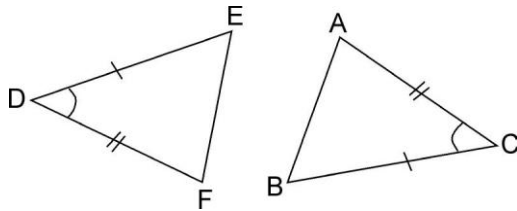
_____ = $\sphericalangle E$

$\sphericalangle B =$ _____

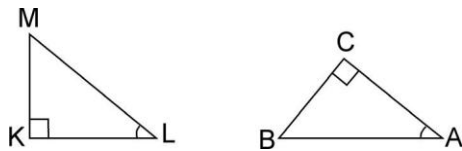
מסקנה: Δ _____ $\cong$ Δ _____

2. החלקים השווים מסומנים בשרטוטים בסימון שווה.

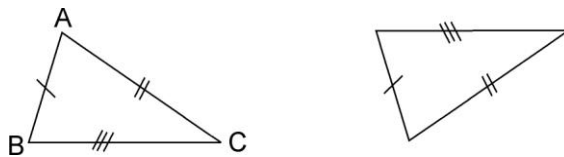
השלימו את שם המשולש או את האותיות ליד הקדקודים (שמרו על ההתאמה בין הקדקודים).



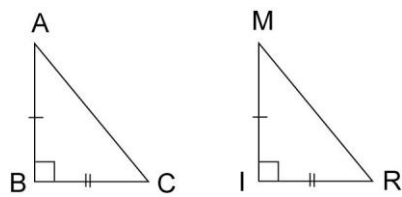
א. $\triangle ABC \cong \triangle F$ _____



ב. $\triangle MKL \cong \triangle$ _____

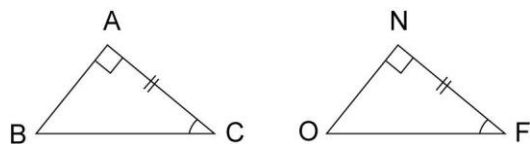


ג. $\triangle ABC \cong \triangle FGM$

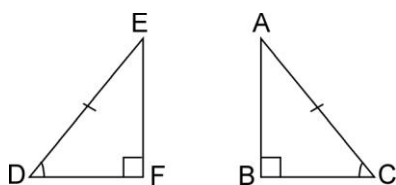


3. השלימו ונמקו.

א. $\triangle ABC \cong \triangle$ _____



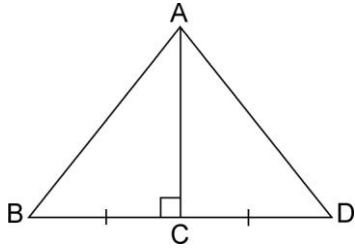
ב. $\triangle ABC \cong \triangle$ _____



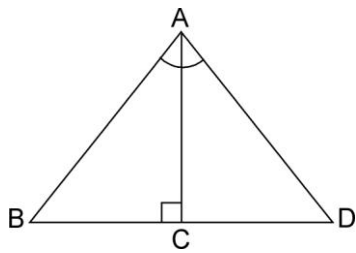
ג. $\triangle ABC \cong \triangle$ _____

4. השלימו ונמקו.

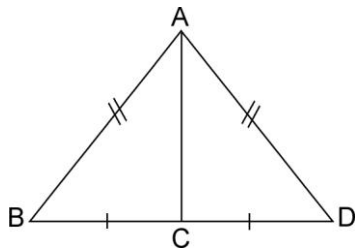
א. $\triangle ABC \cong \triangle \underline{\hspace{1cm}}$



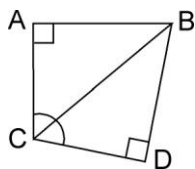
ב. $\triangle ABC \cong \triangle \underline{\hspace{1cm}}$



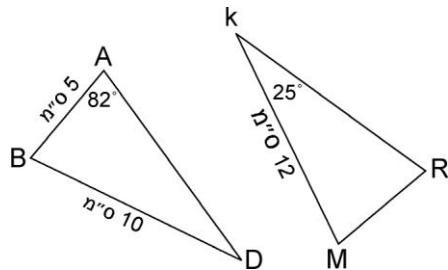
ג. $\triangle ABC \cong \triangle \underline{\hspace{1cm}}$



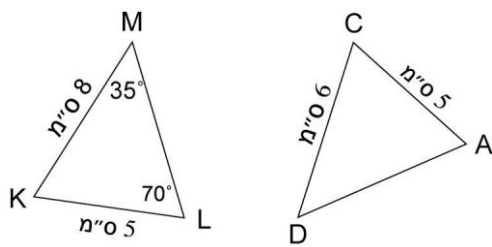
ד. $\triangle ABC \cong \triangle \underline{\hspace{1cm}}$



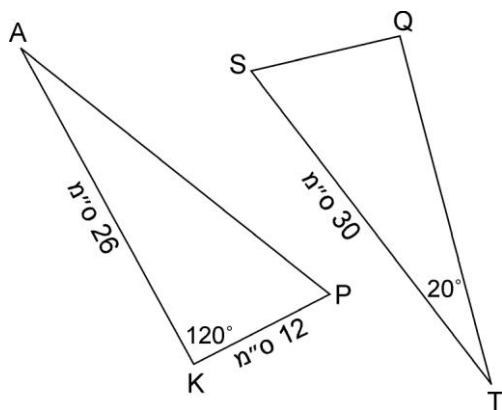
5. על סמך הנתונים הרשומים בשרטוטים ועל סמך החפיפה הנתונה, רשמו על השרטוטים את הגדלים של הצלעות ושל הזוויות בכל משולש (השרטוטים אינם על פי הגדלים הרשומים).



א. נתון: $\triangle ABD \cong \triangle MRK$



ב. נתון: $\triangle MKL \cong \triangle DAC$

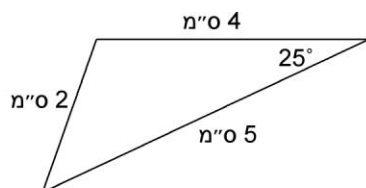
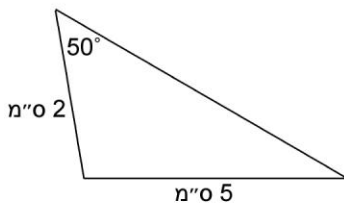
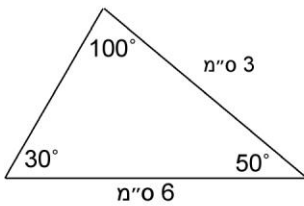
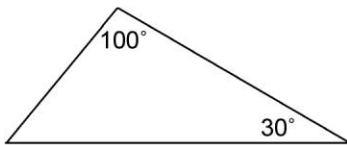


ג. נתון: $\triangle AKP \cong \triangle QTS$

6. חברו בקו משולשים בטור א אל משולשים חופפים להם מטור ב (השרטוטים אינם על פי הגדלים הרשומים).

רשמו על הקו את משפט החפיפה המתאים.
מחקו משולשים שאין להם משולש חופף.

טור ב



טור א

