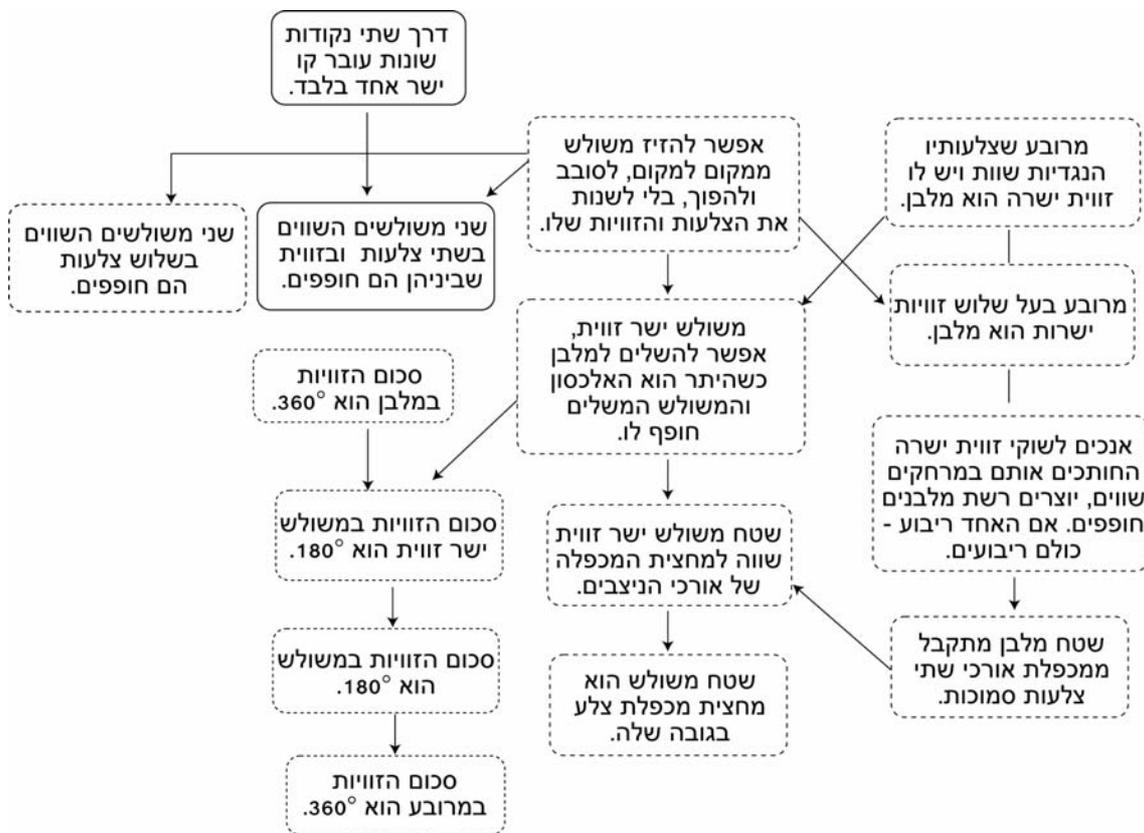


יחידה 11 – חופפים כאן

תנאים מספיקים לחפיפה של משולשים.

מה ביחידה?

- מקבלים כהנחת יסוד כי דרך שתי נקודות שונות עובר קו ישר אחד בלבד.
- מראים כי **שוויון שתי צלעות** אינו מספיק לחפיפת משולשים.
- נוכחים כי **שוויון שתי צלעות וזווית ביניהן** מספיק כדי להסיק חפיפה של שני משולשים.



מבנה היחידה
 יחידה זו מיועדת לשני שיעורים.

חלוקה לשיעורים

שיעור ראשון:	משפט החפיפה צ.ז.צ. משימות 1-3 מהמהלך. שיעורי בית: מתוך האוסף, משימות 1-2.
שיעור שני:	יישום משפטי חפיפה, משימות 4-6 מהמהלך. שיעורי בית מתוך האוסף, משימות 3-5.

חלוקה לנושאים

ישר בין שתי נקודות	משימה 1: כמה ישרים מתקבלים?
צ. ז. צ.	משימה 2: משולשים השווים בשתי צלעות ובזווית שביניהן חופפים.
יישום משפטי החפיפה	משימות 3-4: מציאת שוויונים על סמך חפיפה. משימות 5-6: זיהוי תנאים לחפיפה במשולשים מיוחדים.



1. חשוב ביחידה זו להציג את התרשים שבסוף היחידה ולהיעזר בו לסיכום הנלמד.
2. למשפט החפיפה שנלמד בשיעור זה יש כלים להוכחה.
3. חשוב להספיק, לקראת סיום השיעור הראשון, את משימה 3, כהכנה לשיעורי בית.
4. נפתח את השיעור השני במשימה 4, המסתמכת על משימה 3.

חומרי עזר ליחידה

משימה 2	לכל תלמיד: קשיות ומנקי מקטרות
משימה 1	להצמדה ללוח: שרטוטים בהגדלה המתאימים למשימה 1-ב, ג, לפני העברת הקווים (מצורפים).
משימה 3	שרטוטים בהגדלה המתאימים למשימה 3 (מצורפים).

שיעורי בית

משימה 2-1	זיהוי משולשים חופפים על סמך גדלים (במספרים) נתונים.
משימה 3	זיהוי חפיפה במשולשים מיוחדים (ישר זווית, שווה שוקיים, שווה צלעות).
משימות 5-4	זיהוי משולשים חופפים על סמך סימון גדלים (צלעות או זוויות) שווים, וציון באותיות של הגדלים השווים.

מטרות היחידה

- הוכחת המשפט: משולשים השווים בשתי צלעות ובזווית שביניהן חופפים.
- יישום משפטי החפיפה שנלמדו.

מהלכי השיעורים

שיעור 1

משימה 1 משמשת הכנה לבניית משולש על-פי שתי צלעות והזווית שביניהן. התלמידים אינם חשים בצורך של הכנה זו כי הנחת היסוד שדרך שתי נקודות אפשר להעביר ישר אחד **ברורה** להם. לכן אפשר לשלב משימה זו במהלך משימה 2 או בהמשכה. במקרה כזה, אפשר להסתפק בסעיף א. אם מקדימים ועוסקים במשימה לפני משימה 2, כדאי להתייחס גם לסעיפים ב ו-ג, אשר מציגים יישום של הנחת היסוד, ומרחיבים אותה.

אף על-פי שלתלמידים ברור מאליו שדרך שתי נקודות עובר ישר אחד בלבד, חשוב לציין זאת. אפשר לדחות את הדיון לשלב בו מעבירים את הצלע השלישית (לפני סיכום המשפט).

משימה 2 מציעה דרך להוכחת המשפט "אם במשולשים שוות שתי צלעות והזווית שביניהם המשולשים חופפים". במהלך בניית ההוכחה חוזרים התלמידים למשולש שבעמוד 82, **ובונים מקשיות** משולש חופף לו. בשלב ראשון מחברים יחד את שתי הצלעות השוות ל-AB ו-BC. מניחים צלע על גבי המשולש שבספר ומשנים את הזווית. כך מתקבלים בו זמנית שני היסקים. האחד שלא די בשוויון של שתי צלעות, והשני שתוספת הזווית ביניהן מבטיחה חפיפה. משפט זה **מסתמך** על כך שזוויות שוות אפשר להניח זו על זו כך ששוקיהן יתלכדו. מכיוון שגם הצלעות שוות נשאר רק לחבר את הצלע השלישית. הנחת היסוד ממשימה 1 מאפשרת זאת.

יש חשיבות להתנסות העצמית של כל תלמיד, או זוג, או קבוצה קטנה של תלמידים.

רישום מסודר של ההוכחה מכביד וגם לא ברור לתלמידים בשלב זה. יש קושי בהסתמכות על דברים שנראים לתלמידים כברורים מאליהם, כמו הנחת הזווית על הזווית השווה לה, או חיבור הקטע באופן יחיד.

משימה 3 נותנת כלים ליישום הנלמד. המשימה מלמדת את המעבר מזיהוי המשולשים המשורטטים כחופפים לכתיבת שוויונים מתאימים בעזרת אותיות. מעבר זה אינו פשוט. לכולנו יש נטייה להשוות צלעות או זוויות על-ידי הצבעה מבלי לשיים אותן.

הצורך במתן שם מכביד מצד אחד, אך מבהיר מצד שני, מה הם החלקים השווים בשני המשולשים.

שיעור 2

מומלץ לפתוח את השיעור השני בתזכורת שתיעשה על-ידי טיפול בתרגיל דומה לתרגילים 1 ו-2 **משיעורי הבית**, או על-ידי משימה 3 אם לא הספיקו אותה בשיעור הקודם, או כל פעילות הדומה לה. חשוב, בכל מקרה, להתייחס גם לכתיבת שוויונים מתאימים. לשם כך נוסף אותיות למשולשים שנציג בפני הכיתה. עוברים לעבודה בזוגות או קבוצות במשימות 4-6.

משימה 4 מתרגלת **כתיבת שוויונים** על סמך הנתונים במשולשים, וזיהוי קיום או אי-קיום חפיפה.

משימות 5-6 דנות בחפיפה או אי-חפיפה במשולשים **מיוחדים**. במקרים אלו יש מידע סמוי שיש להשתמש גם בו. חשוב לזכור שבשלב זה התלמידים מכירים שני משפטי חפיפה בלבד, ובכל פעילות הם משתמשים **רק בהם**. נבהיר שיש עוד משפטי חפיפה, את חלקם נלמד בהמשך ואחרים מאוחר יותר, אולי בשנה הבאה. כאשר כל התלמידים מסיימים לפחות את משימה 4, ורובם נגעו כבר במשימות 5 או אף 6, כדאי לשוחח במשותף. רצוי להציג את הדיאגרמה שבסוף היחידה, ולקשור אותה לפעילות בשיעור זה ובקודמים.

בדיקת שיעורי בית יכולה להיעשות על-ידי הצמדה ללוח של המשולש ממשימה 1 (שהוא משולש II במשימה 2). נבדוק חפיפה של המשולש למשולשים אחרים שיוצגו בפני הכיתה. משולשים אלו אפשר לקחת מהמשימות.

כתיבת השוויונים משמשת כהכנה לכתיבה של הוכחות בהמשך.

במשולשים ישרי זווית בהם יש נתון נוסף הזווית הישרה, או משולשים שווי שוקיים בהם נתון על שוק, מהווים שני נתונים לגבי צלעות.

ייתכן מצב שתלמיד ישאל לגבי משולשים שהנתונים מספיקים בהם לחפיפה, אבל בשלב זה עדיין לא נלמד משפט החפיפה המתאים. לדוגמה: שני משולשים ישרי זווית השווים בניצב וביתר.