

טריגונומטריה

שימושים בהנדסה

מהדורת עיצוב



המחלקה להוראת המדעים מכון ויצמן למדע

יוצא לאור ביוזמתו ובפיקוחו של

המרכז הישראלי להוראת המדעים ע"ש עמוס דה-שליט

מיסודם של

משרד החינוך והתרבות, האוניברסיטה העברית בירושלים ומכון ויצמן למדע, רחובות

אין לשכפל, להעתיק, לצלם, להקליט, לתרגם,
לאחסן במאגר מידע, לשדר או לקלוט
בכל דרך או אמצעי אלקטרוני, אופטי או מכני
או אחר כל חלק שהוא מהחומר שבספר זה.
שימוש מסחרי מכל סוג שהוא בחומר הכלול בספר זה אסור
בהחלט אלא ברשות מפורשת בכתב מהמוציא לאור.



כל הזכויות שמורות
מכון ויצמן למדע

נדפס בישראל תשנ"ד - 1994

דפוס נידט בע"מ

חובר על ידי:
איטה נפתליס
נורית הדס

ייעוץ:
אברהם הרפזי
מיכאל קורן

הדפסה ועריכה:
אורנה עמר

שירטוטים:
נירית שדה - פלדבוי

עיצוב גרפי ואיורים:
אגי (רחל) בוקשפן

לתלמיד

בחוברת זו תראה כיצד ניתן להשתמש בפונקציה $\sin(\alpha)$ לפתרון בעיות חישוב בגיאומטריה.

במהלך הלימוד תחזור על תכונות של צורות גיאומטריות ותזהה צורות אלה על סמך תכונות וחישובים שתבצע.

בנוסף, תכיר במהלך הלימוד פונקציה טריגונומטרית נוספת $\tan(\alpha)$ ותראה את הקשר שלה לנושאים קודמים, אותם הכרת במסגרת לימוד האנליזה.

אנו מקווים שתהנה ותפיק תועלת מלימודיך בחוברת זו.

אנחנו מאחלים לך בהצלחה רבה בלימודיך ובחיפושך אחר האמת. אנחנו מאחלים לך בהצלחה רבה בלימודיך ובחיפושך אחר האמת. אנחנו מאחלים לך בהצלחה רבה בלימודיך ובחיפושך אחר האמת.

תוכן העיניינים:

7 - 11	מה אפשר ומה עדין אי אפשר
12 - 16	יחסי צלעות במשולשים
17 - 25	יוצאים מהמעגל
26 - 34	ומה גודל הזווית?
35 - 42	משולש שווה שוקיים
43 - 46	יצירת משולש ישר זווית וחישובי צלעות
47 - 54	ניצבים במשולשים ישרי זווית
55 - 58	עוד על חישובי צלעות
59 - 62	חזרה וסיכום
63 - 69	מרובעים זיהוי
70 - 75	הקבלה וזיהוי
76 - 78	על מלבנים
79 - 81	על המקבילית
82 - 85	על מעוינים
86 - 89	טרפז
90 - 93	מרובעים-סיכום
94 - 95	ביטויים
96 - 102	פונקציה טריגונומטרית נוספת
103 - 107	$\tan(\alpha)$ משוואות
108 - 110	עוד על שיפוע וזווית
111 - 120	פתרונות

באור סמלים:

תזכורת.



לדיון בכיתה.



תרגול אתגר.



עבודה עצמית.



סיכום.

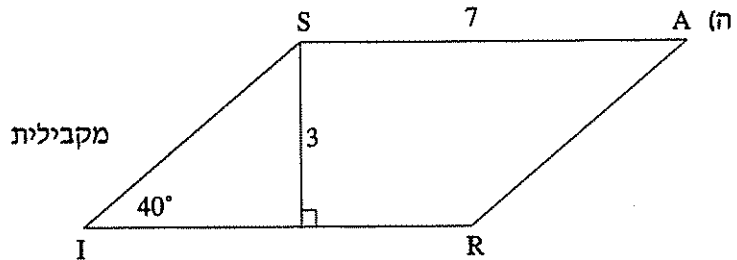
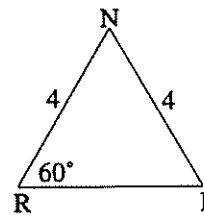
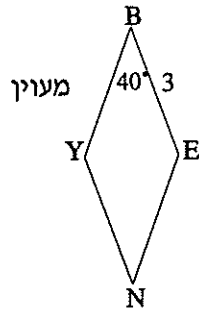
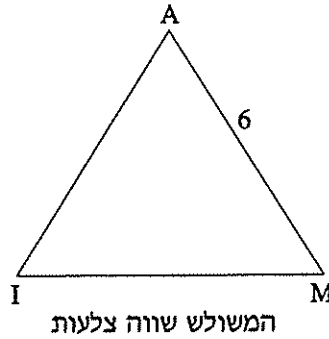
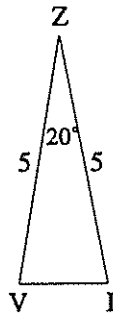


שים לב.



מה אפשר ומה עדיין אי אפשר

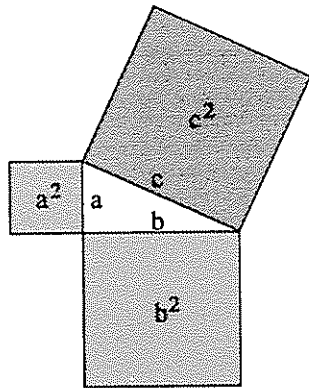
1. במקרים שאפשר, חשב את אורכי הצלעות וגודל הזוויות על פי הנתונים.
(רשום בצד את הגדלים שאינך יכול לחשב.)



בהמשך החיפוש גילוינו שיש גם מה שאי אפשר לחשב דוגמה



משפט פיתגורס

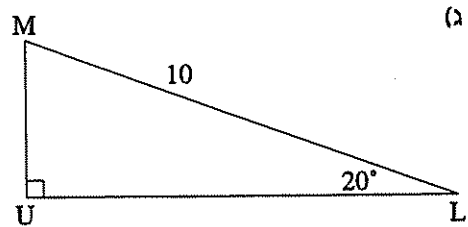
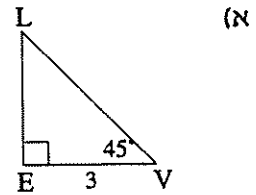
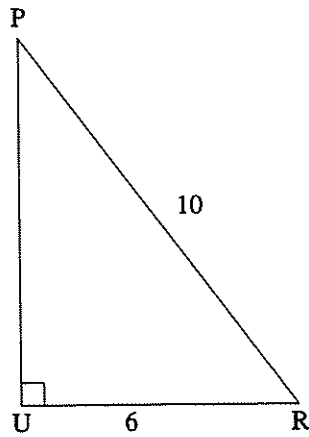


$$c^2 = a^2 + b^2$$

כלומר, סכום שטחי הריבועים הבנויים על הניצבים, שווה לשטח הריבוע הבנוי על היתר.

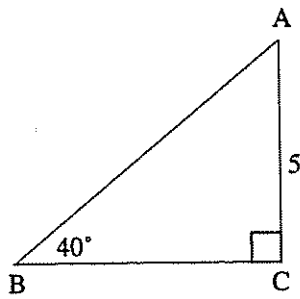


2. במקרים שאפשר, חשב את אורכי הצלעות וגודל הזוויות על פי הנתונים.

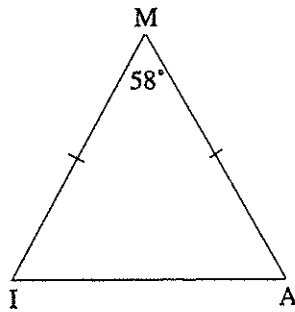




3. א) חשב את הזוויות. האם לדעתך אורך BC גדול מ 5 יחידות או קטן מ 5 יחידות.

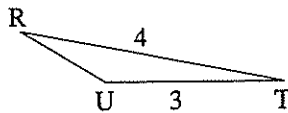


ב) $MI = MA$. חשב את הזוויות. האם לדעתך, אורך IA גדול או קטן מ-MA?



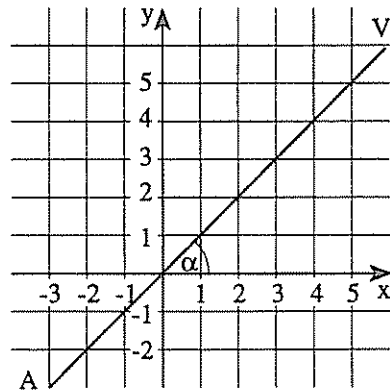
נסה לסכם מה הקשר בין גודל הזוויות במשולש לאורכי הצלעות שמולן.

ג) האם לדעתך אורך הצלע RU גדול, קטן, או שווה ל-1? הסבר.

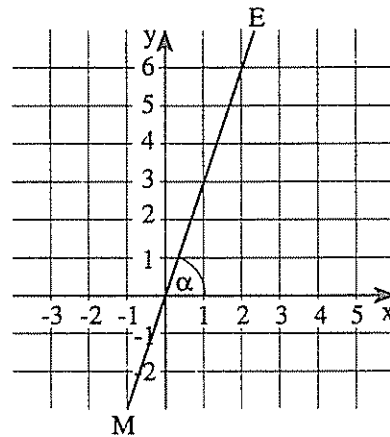




4. א) – מה שיפוע הישר AV?
– מה גודל הזווית α (זווית השיפוע). כיצד מצאת?

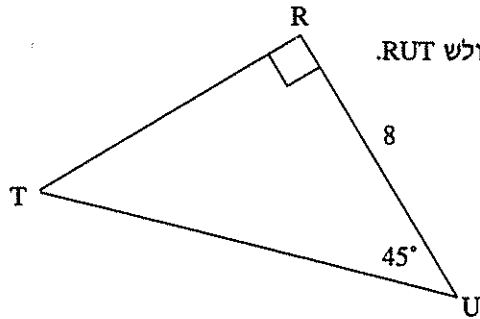


- ב) – מה שיפוע הישר EM?
– מה, בערך, גודל הזווית α ?
– האם תוכל לקבוע במדויק את גודל הזווית (בלי למדוד)?



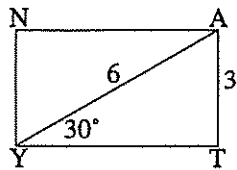
בהמשך החינה אלמד למה זקוק את זווית השיפוע של הישר EM.

גיאומטריה

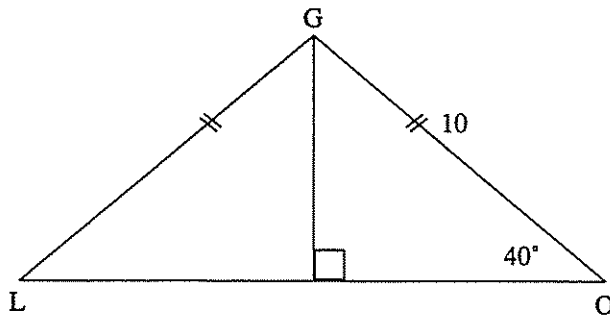


5. חשב את הזוויות והצלעות במשולש RUT. מאיזה סוג הוא?

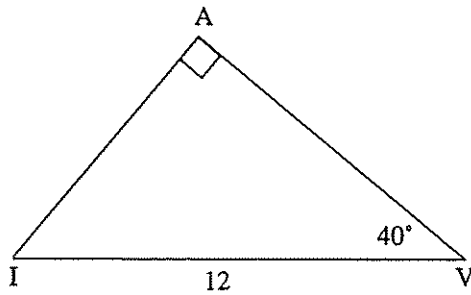
6. במקרים שאפשר חשב את הצלעות והזוויות החסרות. רשום בצד את הגדלים שאינך יכול עדיין לחשב.



א) NATY מלבן



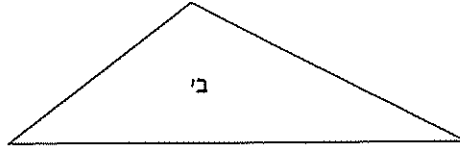
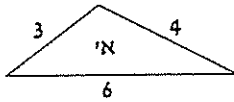
ב)



ג)

יחסי צלעות במשולשים

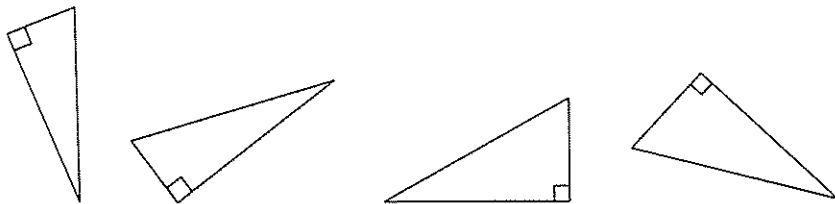
1. (א) צלעות משולש ב' גדולות פי 2 מצלעות משולש א'.
רשום את אורכי צלעות משולש ב'.



שני משולשים שאורכי צלעות האחד, הן הגדלה פי אותו מספר של אורכי צלעות השני, הם משולשים דומים.

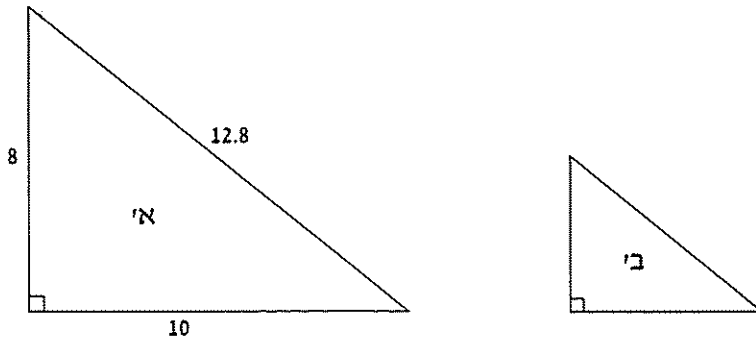
- (ב) מצא את היחס בין אורך הצלע הקטנה ביותר לאורך הצלע הגדולה ביותר במשולש א'.
מצא את היחס בין אורך הצלע הקטנה ביותר לאורך הצלע הגדולה ביותר במשולש ב'.

2. רשום ליד כל צלע את השם המתאים: יתר, ניצב.





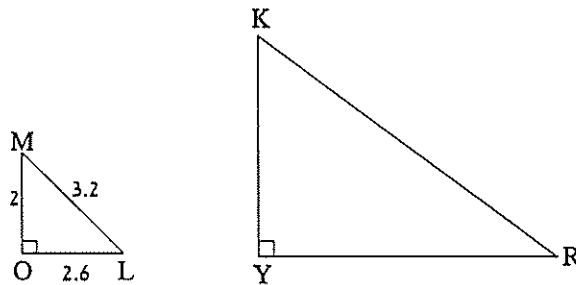
3. (א) אורכי הצלעות של משולש ב' קטנות פי 2 מאורכי הצלעות של משולש א'. רשום את האורכים על צלעות משולש ב'.



- (ב) – חשב את היחס בין אורך הניצב הקטן ליתר במשולש א'.
 – חשב את היחס בין אורך הניצב הקטן ליתר במשולש ב'.



4. הגדילו את כל צלעות המשולש ישר הזווית MOL פי 3, נוצר המשולש KYR, הדומה לו.



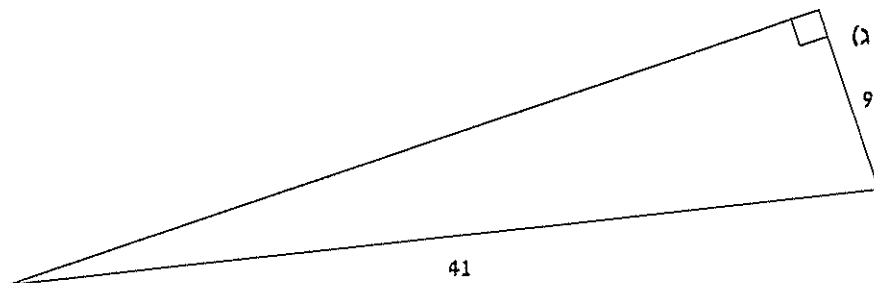
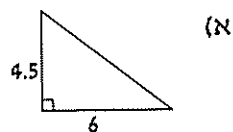
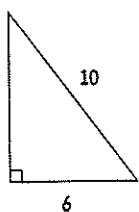
- (א) חשב את היחס $\frac{MO}{ML}$.
 (ב) האם תוכל לומר למה שווה היחס $\frac{KY}{KR}$?
 (ג) חשב ורשום את אורכי צלעות המשולש KYR שנוצר.
 (ד) חשב את היחס $\frac{KY}{KR}$ והשווה עם השערתך בסעיף ב'.

במשולשים דומים הזוויות שוות בהתאמה, והיחס בין שתי צלעות במשולש אחד, שווה ליחס בין שתי הצלעות המתאימות במשולש הדומה לו.

בהמשך תיחזק את הקשר בין יחס הצלעות ואורך הזוויות במשולש.

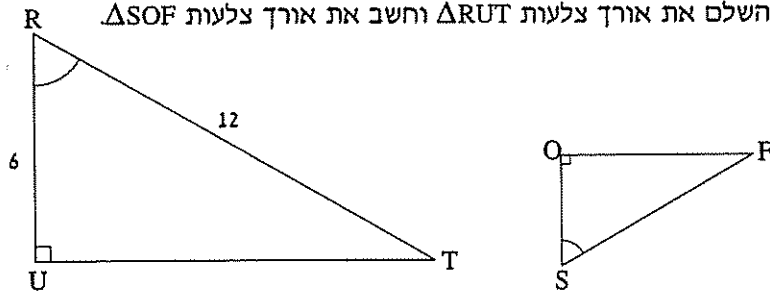
תרגילים

5. חשב, בעזרת משפט פיתגורס, את הצלע החסרה בכל אחד מהמשולשים. (השרטוטים אינם על פי הגדלים הרשומים.)



6. הגדילו את צלעות משולש SOF פי 2, כך שהתקבל המשולש RUT.

(א) השלם את אורך צלעות ΔRUT וחשב את אורך צלעות ΔSOF .



(ב) חשב את היחס בין הניצב הקטן ליתר בכל משולש.

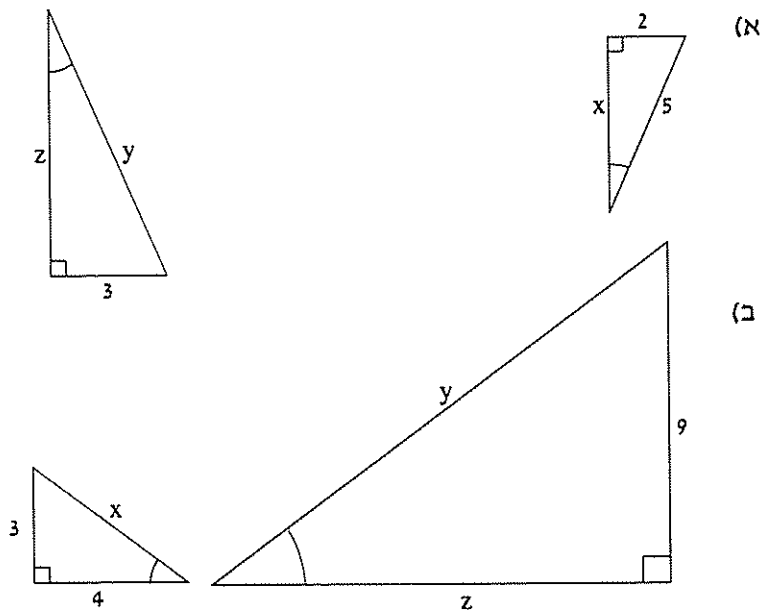
(ג) - חשב את היחס בין אורך הניצב הקטן לאורך הניצב הגדול במשולש RUT.

- מה תוכל לאמר על יחס זה במשולש SOF?

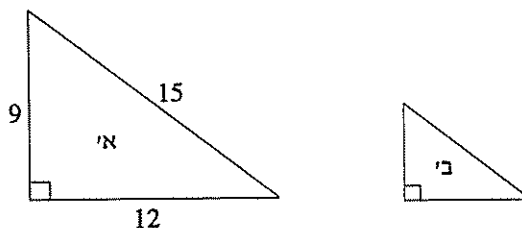
7. המשולשים בכל זוג דומים. - מצא את ההגדלה.

- מצא את x.

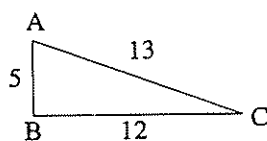
- מצא את y ו z.



8. שני המשולשים בשרטוט דומים.

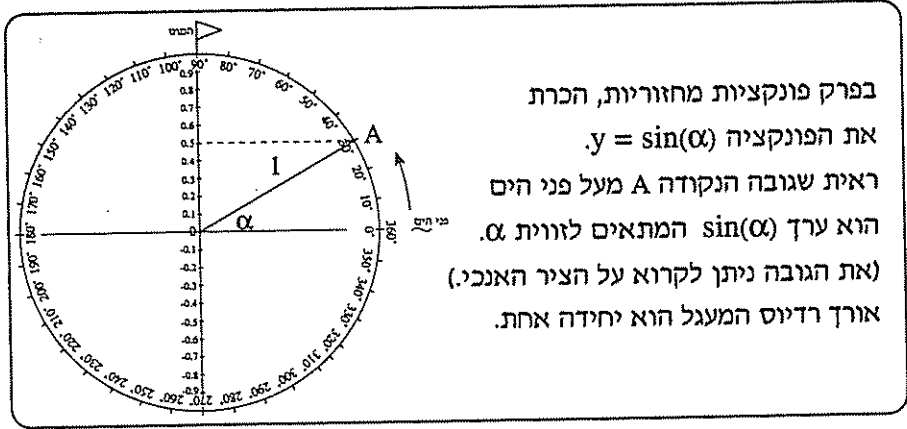



- (א) – האם תוכל לחשב את אורכי הצלעות של משולש ב'?
אם כן, חשב.
- האם תוכל לחשב את היחס בין אורכי הניצבים בכל משולש?
אם כן, חשב.
- (ב) מה היחס בין הניצבים במשולש ישר זווית, אם יש בו זווית של 45° .
- (ג) אורך היתר במשולש ישר זווית 7 יחידות.
אורך אחד הניצבים 3 יחידות.
מצא את אורך הניצב השני וחשב את היחס בין אורכו לאורך היתר.



9. (א) מה היחס בין אורך הניצב הקטן לאורך היתר במשולש ABC?
- (ב) – הגדל את צלעות המשולש פי 2.
– חשב את היחס בין אורך הניצב הקטן ליתר.
- (ג) – הגדל את צלעות המשולש ABC פי 4.
– חשב את היחס בין אורך הניצב הקטן ליתר.

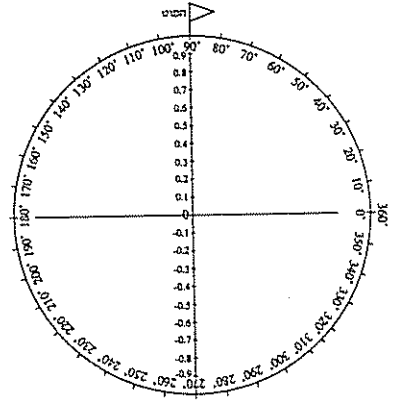
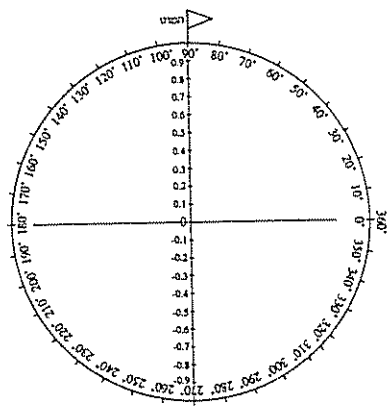
יוצאים מהמעגל



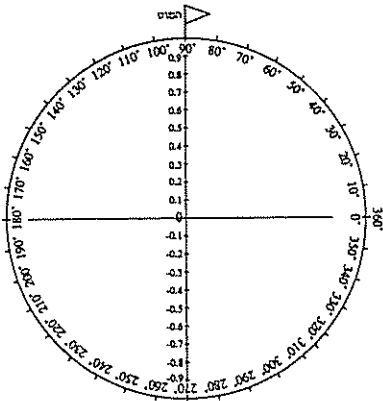
1.  שרטט את הזווית α הנתונה במעגל. קרא ורשום את $\sin(\alpha)$. העבר אנך לציר x, רשום בשרטוט את אורכו.

(ב) $\alpha = 70^\circ$

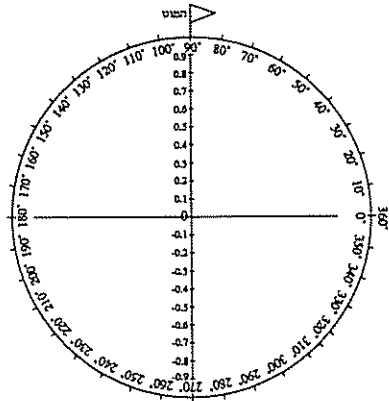
(א) $\alpha = 40^\circ$



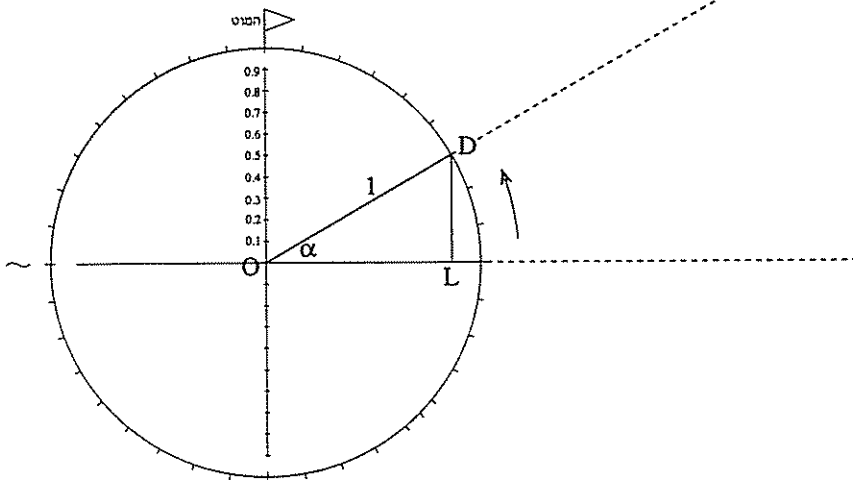
$\alpha = 60^\circ$ (ד)



$\alpha = 20^\circ$ (ג)



2. (א) השלם: $\sin(\alpha) = \underline{\hspace{2cm}}$



(ב) הגדל בשרטוט, את משולש ODL פי 3.

- חשב את אורך הניצב מול α ואת אורך היתר במשולש המוגדל ורשום בשרטוט.
- חשב את היחס בין אורך הניצב הנ"ל לאורך היתר, והשווה עם הערך של $\sin(\alpha)$.

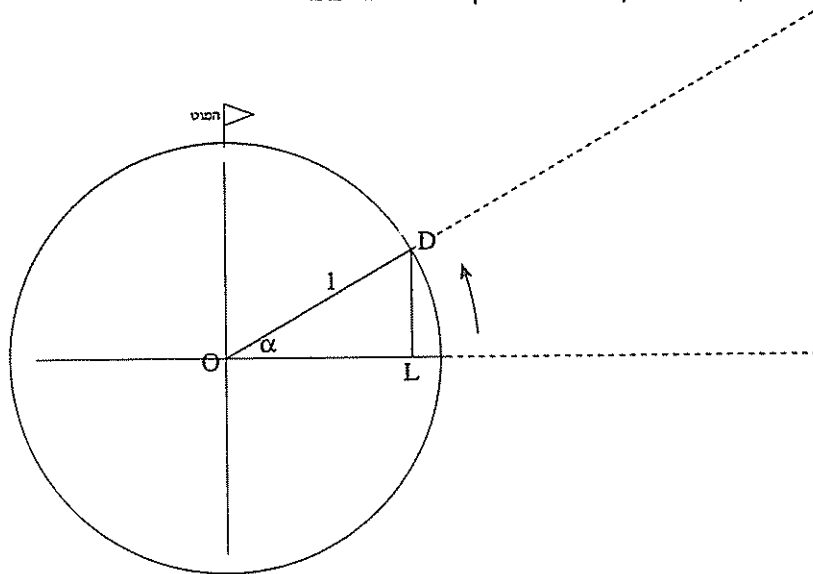
ג) הקטן בשרטוט את משולש ODL פי 2. חשב את אורך הניצב מול α ואת אורך היתר במשולש המוקטן ורשום בשרטוט. חשב את היחס בין אורך הניצב לאורך היתר, והשווה עם הערך של $\sin(\alpha)$.

השלם:
$$\frac{\text{אורך הניצב מול זווית } \alpha}{\text{אורך היתר}} =$$



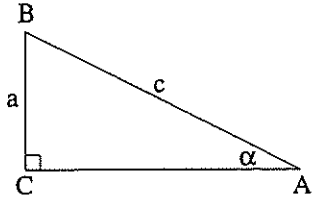
3. א) הנח את המשולש ODL מדף שקוף 1 על השרטוט.
 - רשום $\sin(\alpha)$ על הקטע המתאים במשולש השקוף.
 - מה אורך היתר?
 - השלם:
$$\frac{DL}{OD} =$$

ב) הגדל פי מספר כלשהו את OD ואת OL, על הדף השקוף. סמן ב S את הנקודה שהתקבלה על המשך OD וב R את הנקודה שהתקבלה על המשך OL. חבר RS.



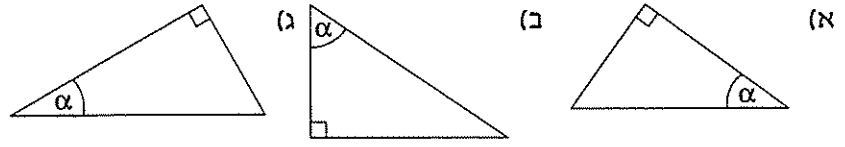
ג) הנח את הדף השקוף מחוץ למעגל והשלם:
$$\frac{RS}{OS} =$$

במשולש ישר זווית ABC:

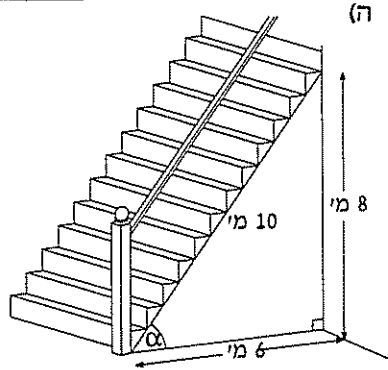
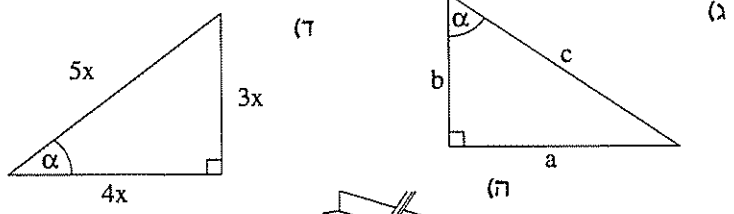
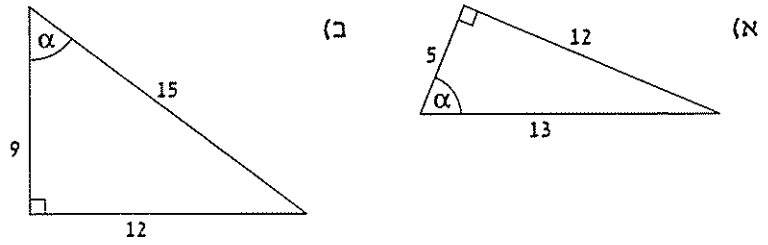


$$\sin(\alpha) = \frac{\text{אורך הניצב מול זווית } \alpha}{\text{אורך היתר}} = \frac{a}{c}$$

4. בכל אחד מהמשולשים הבאים סמן ב a את הניצב מול הזווית.



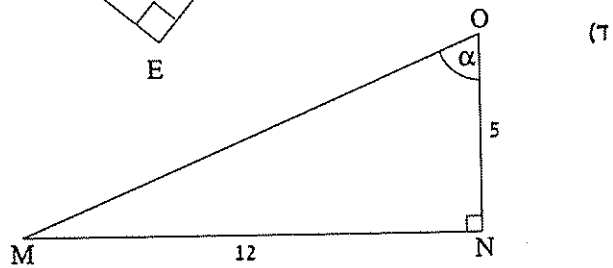
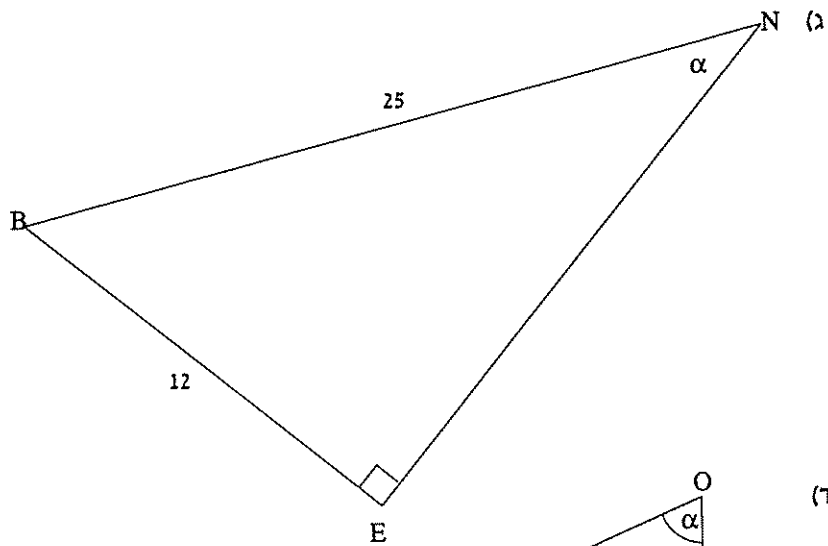
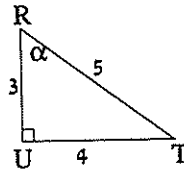
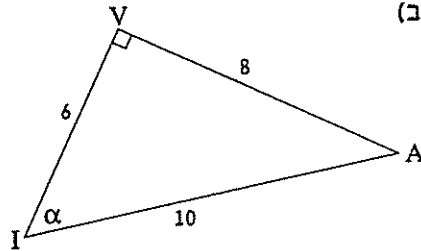
5. רשום את היחס המתאים ל $\sin(\alpha)$ בכל אחד מהמשולשים הבאים.



נהוג לקצר ולרשים $\sin \alpha$ במקום $\sin(\alpha)$.



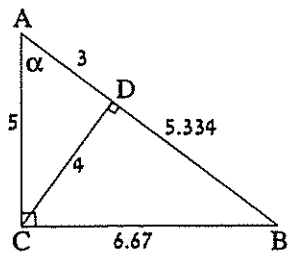
6. (i) חשב את $\sin \alpha$, בכל משולש.



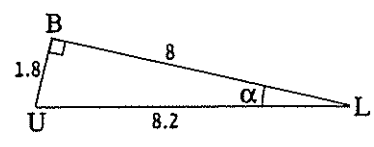
(ii) שניים מבין המשולשים AVI, RUT, MON, BEN הם הגדלה האחד של השני ולכן הם דומים. אלו הם? מה ערכו של $\sin \alpha$ בשני המשולשים הדומים?



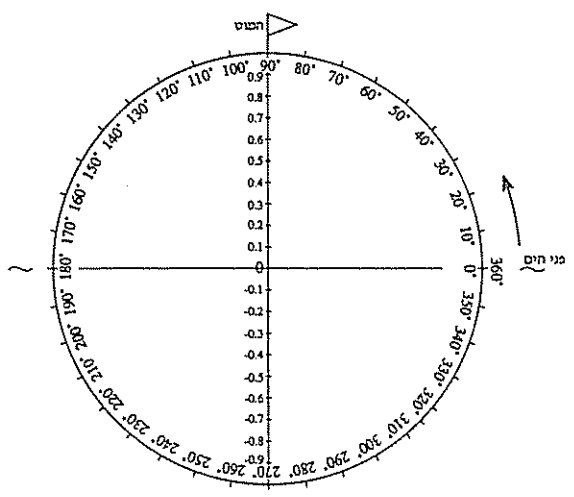
7. (א) חשב את $\sin \alpha$ (לפי ΔACD).
 (ב) בטא את הזוויות האחרות וקבע האם המשולשים ACD ו CBD דומים.
 (ג) בדוק אם מתקבל אותו ערך ל $\sin \alpha$ לפי נתוני ΔCBD .
 (ד) האם גם משולש ABC דומה ל ΔACD ? בדוק.



8. (א) חשב את $\sin \alpha$ במשולש BUL .



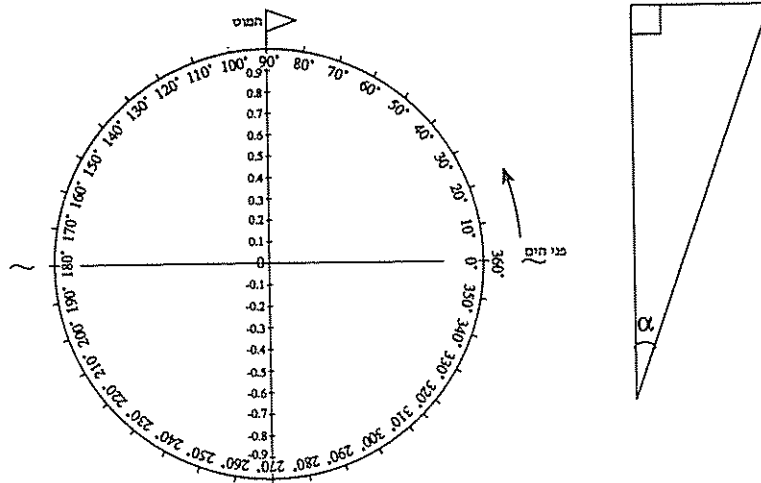
- (ב) סמן את הערך של $\sin \alpha$, שקיבלת בסעיף א', במעגל ומצא את הזווית המתאימה.



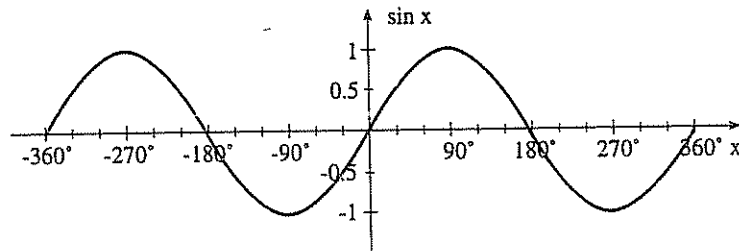


9. α זווית במשולש ישר זווית.

(א) הדגש את חלק המעגל עליו נמצאים ערכי α המתאימים.



(ב) הדגש את חלק הגרף המתאים לערכי α במשולש הנייל.

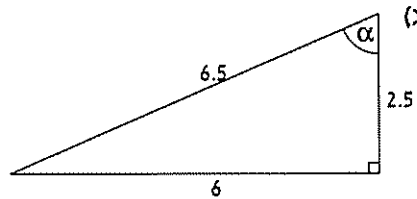
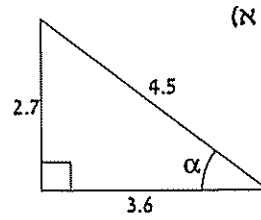
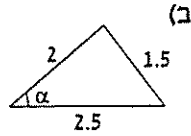


(ג) כמה פתרונות של המשוואה $\sin x = 0.4$ ניתן למצוא בגרף המשורטט כאן?

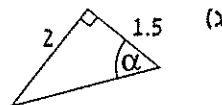
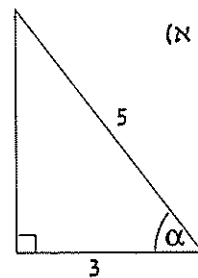
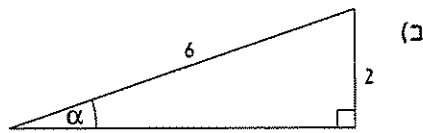
(ד) כמה פתרונות מתאימים לזווית α במשולש ישר זווית?

גיאומטריה

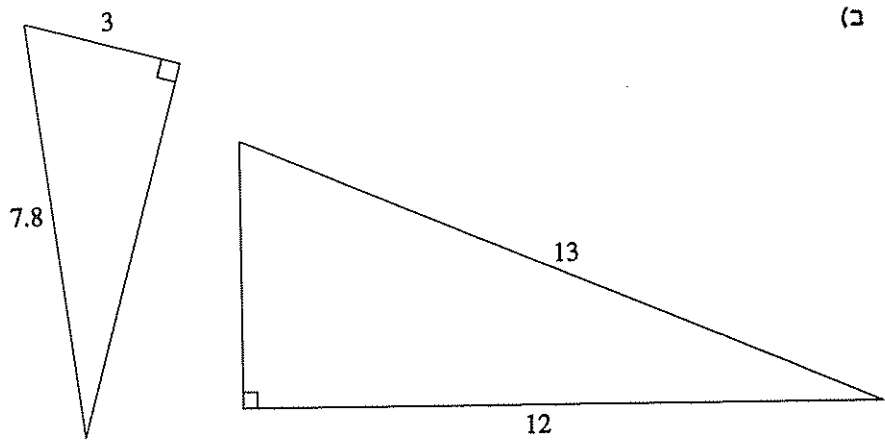
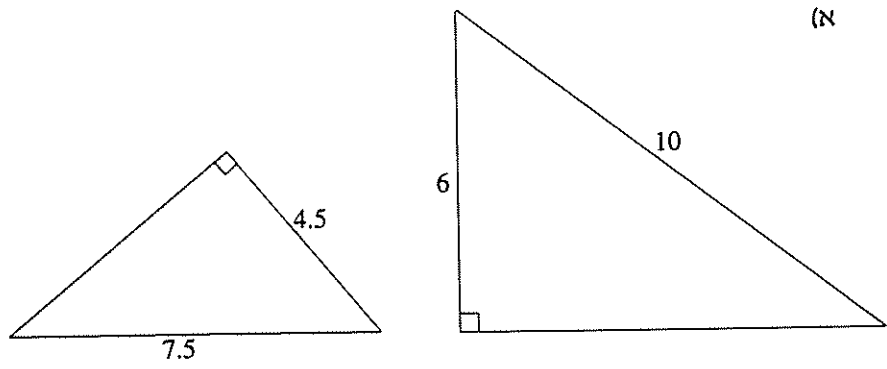
10. (i) חשב את $\sin \alpha$ במשולשים הבאים.
 (ii) אמוד את α , על פי המעגל או על פי הגרף. (משורטטים בעמוד הקודם.)



11. חשב את $\sin \alpha$ במשולשים הבאים.

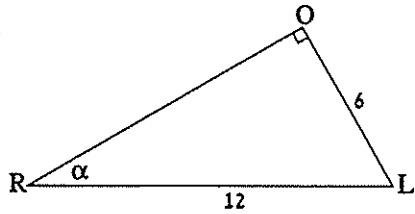
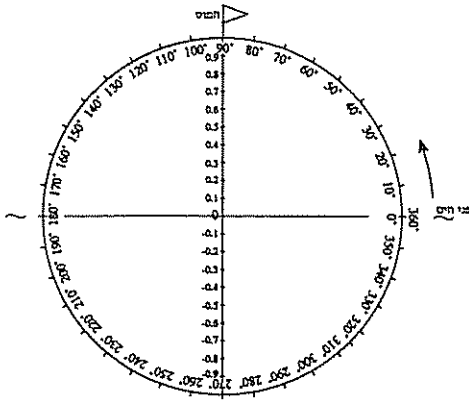


12. קבע אם לכל זוג משולשים אותן זוויות.



ומה גודל הזווית?

1. א) חשב את $\sin \alpha$ ב $\triangle AROL$.



סמן על ה"מוט" במעגל את הערך שמצאת וקרא, בערך, את גודל הזווית המתאימה (α).

ניתן להיעזר במחשבון כדי לחשב ביתר דיוק את גודלה של α . כדי למצא את α נבצע את סדרת הלחיצות הבאה:

0.5	inv	sin
	$\alpha =$	

ב) α זווית חדה במשולש ישר זווית. אם אפשר מצא את α , אם לא הסבר.

$$\sin \alpha = 1.2$$

$$\sin \alpha = 0.99$$

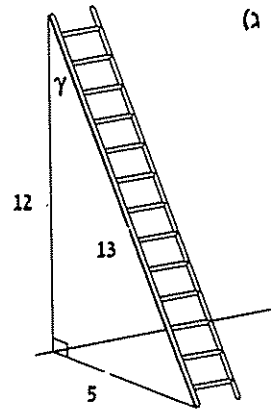
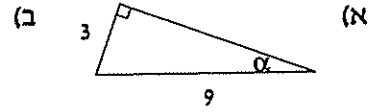
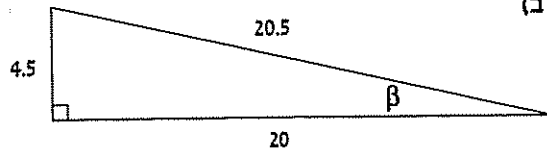
$$\sin \alpha = 0.2$$

2. - שרטט משולש ישר זווית, עבורו $\sin \alpha = 0.4$ (בערך).
 - כמה משולשים ישרי זווית כאלה ניתן לשרטט? נמק.

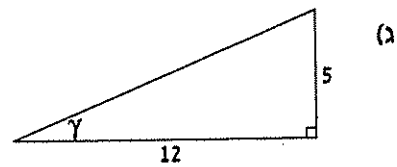
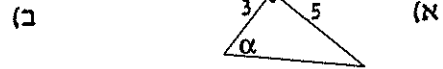
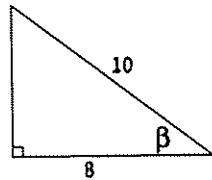




3. חשב את הזווית המסומנת בכל אחד מהמשולשים הבאים.



4. חשב את הזווית המסומנת בכל אחד מהמשולשים הבאים.

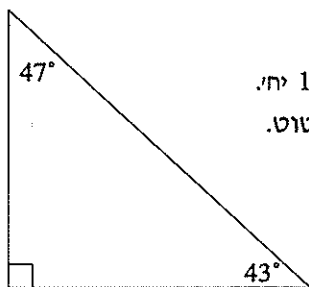


בהמשך נרשום יחי כקיצור למלה יחידות.

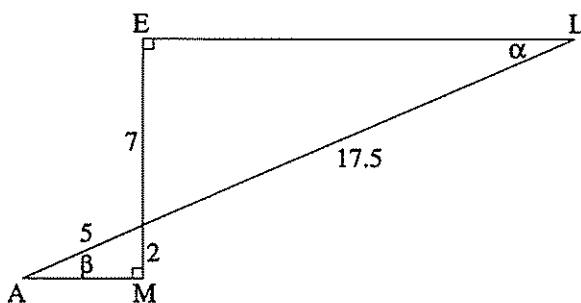




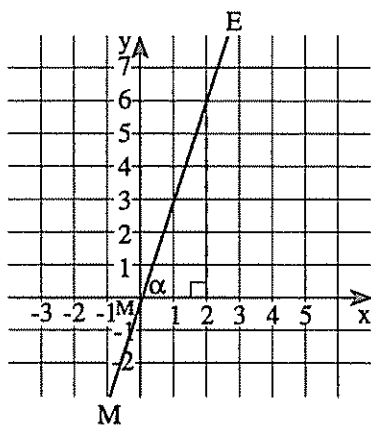
5. לפניך משולש שזוויותיו נתונות (ראה שרטוט).
אורכי הצלעות נתונים: 14.66 יח', 10.72 יח', 10 יח'.
רשום את אורכי הצלעות במקום המתאים בשרטוט.



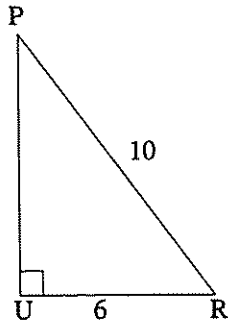
6. הישרים AM ו EL מקבילים זה לזה, EM מאונך להם.
(א) חשב את גודל הזווית α .
(ב) מהו לדעתך גודל הזווית β ? נמק.



7. בשיעור הראשון לא הצלחת לפתור את השאלות הבאות, פתור אותן כעת.
(א) חשב את α , זווית השיפוע של הישר EM.



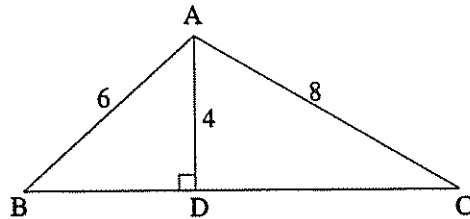
(ב) חשב את אורכי הצלעות והגדלים של הזוויות במשולש PUR.



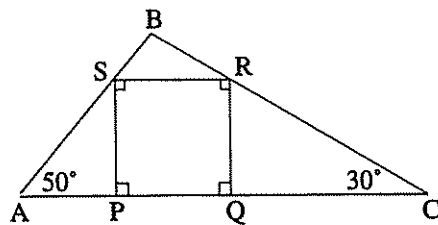
אפשר להיעזר בפונקציה $y = \sin \alpha$ כדי לחשב זוויות במשולש שאינו ישר זווית. לשם כך אפשר לחלק את המשולש למשולשים ישרי זווית.



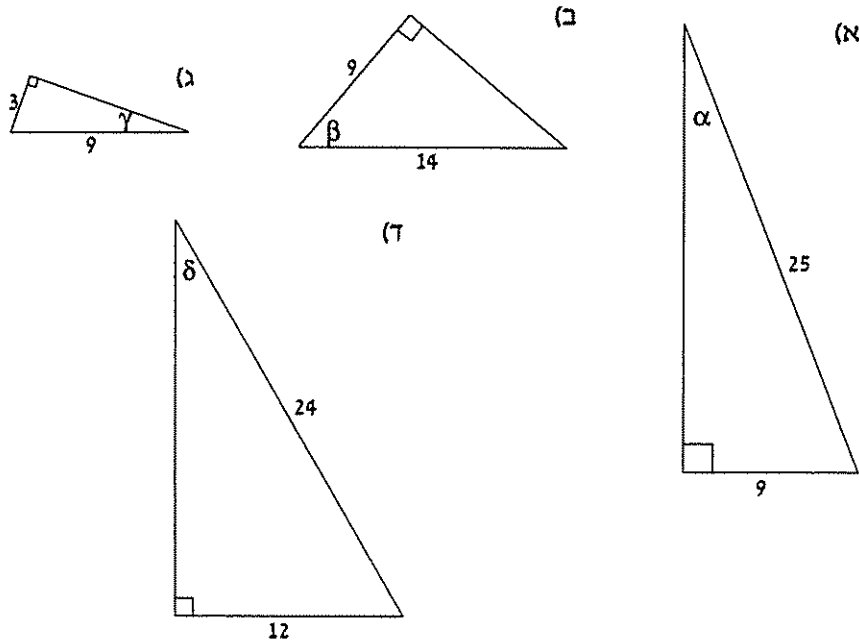
8. (א) חשב את זווית ΔABD .
 (ב) חשב את זווית ΔADC .
 (ג) חשב את זווית ΔABC .



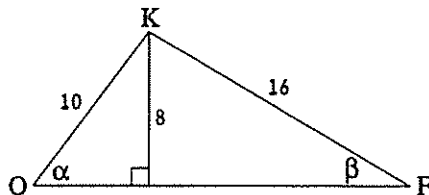
9. במשולש ABC חסום ריבוע PQRS.
 (א) חשב את כל הזוויות שבשרטוט.
 (ב) רשום את כל המשולשים ישרי הזווית שבשרטוט.



10. חשב את הזוויות המסומנות באותיות (δ , γ , β , α) בכל אחד מהמשולשים הבאים.



11. חשב את זוויות המשולש KOF.



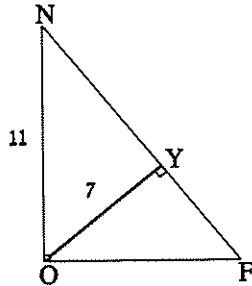
$$\sin \alpha = 0.9063 \quad .12$$

$$\sin \beta = 0.5736$$

האם α , β יכולות להיות, הזוויות החדות של אותו משולש ישר זווית?

13. $\sin \alpha = 0.3091$

מה צריך ערכו של $\sin \beta$ כך ש α ו β תהיינה הזוויות החדות של אותו משולש ישר זווית?



14. משולש NOF ישר זווית ($\angle O = 90^\circ$).

OY גובה ליתר.

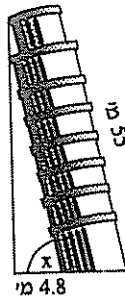
נתון: 7 יח' = OY.

11 יח' = NO.

חשב את זוויות המשולשים NOF ו NOY.

15. גלילאו ביצע ניסויים באמצעות זריקת עצמים מראש המגדל הנטוי בפזיה שבאיטליה.

"אורך" המגדל 55 מ'. עצמים נפלו במרחק של 4.8 מ' מבסיס המגדל. מה היתה זווית הנטייה של המגדל בזמנו של גלילאו? (הזווית המסומנת).



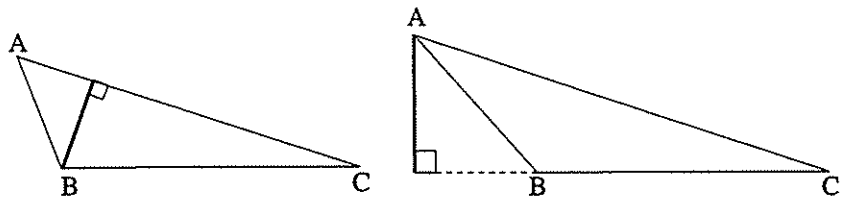
בתרגילים שאינם מלווים בשרטוט שרטט לפני החישוב שרטוט מדויק, כלומר, שרטוט שאינו בהכרח על פי הגדלים הנתונים, אך ניתן לסמן בו את הנתונים ולהיעזר בו לחישוב.

16. חשב זווית של משולש ישר זווית שאורכי צלעותיו הם: 2.5 יח', 6 יח' ו 6.5 יח'.

17. חשב זוויות של משולש ישר זווית שאורך היתר שלו 5 יח' ואורך אחד הניצבים 4 יח'.

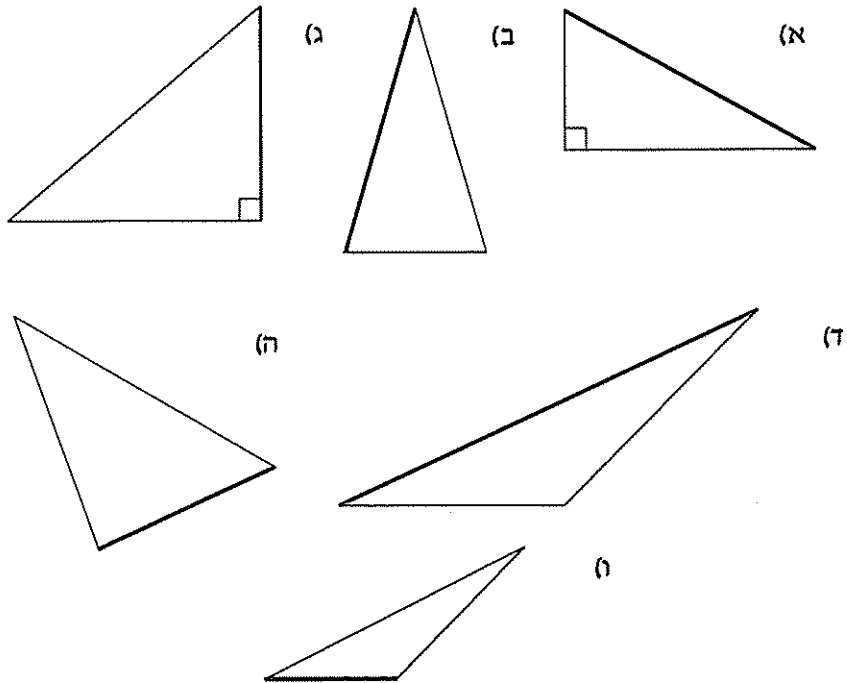
אנך המשורטט מאחד הקודקודים אל הצלע שמולו, או אל המשכה,
נקרא גובה.

גובה



הקטעים המופגשים הם הזנבים במשפט.

18. שרטט גובה לצלע המודגשת.



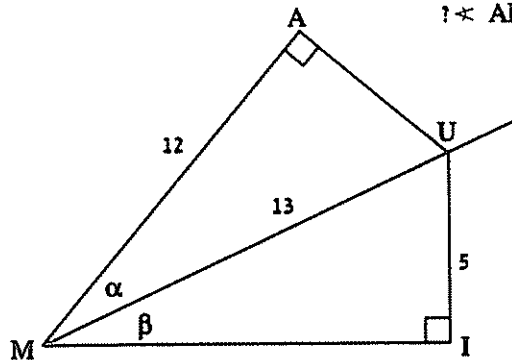
19. א) שרטט שרטוט מדגים למשולש ישר זווית, שאורך אחד מניצביו הוא 10 יח' והגובה ליתר 5 יח'.
 ב) חשב את זוויות המשולש.

20. $\triangle ABC$ ישר זווית ($\sphericalangle C = 90^\circ$). BD חוצה את הזווית B ואורכו 7 יח'.
 אורך BC 5 יח'.

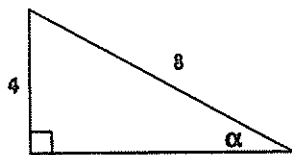
- שרטט ורשום את הנתונים בשרטוט.
- חשב את זוויות $\triangle DBC$ ואת זוויות $\triangle ABC$.
- האם השרטוט המדגים ששרטטת מתאים לנתונים? נמק.

21. האם הישר MU חוצה את $\sphericalangle AMI$?

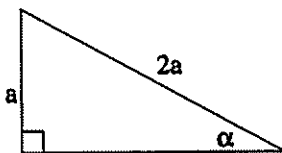
- חשב את $\sphericalangle AMI$?



22. א) השלם: $\sin \alpha = \square$
 - חשב את α .

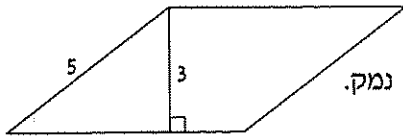


ב) השלם: $\sin \alpha = \square$
 - חשב את α .



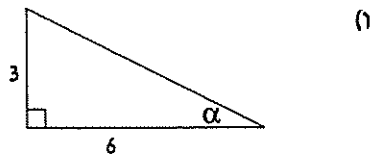
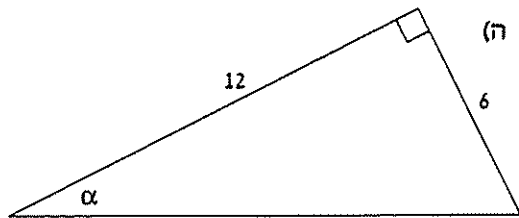
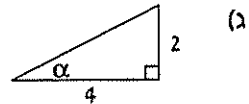
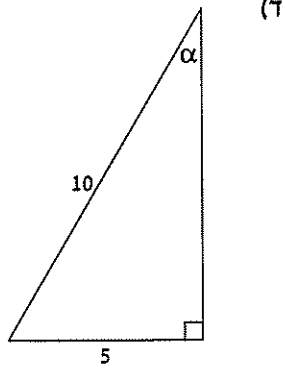
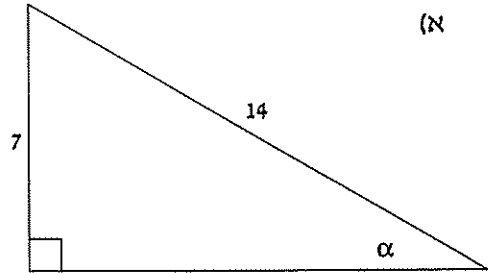
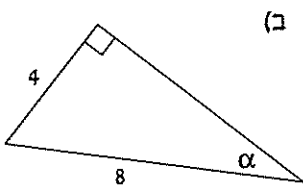
ג) השלם:

אם במשולש ישר זווית אורך היתר פי 2 מאורך אחד הניצבים, אז הגדלים של זוויות המשולש הם:



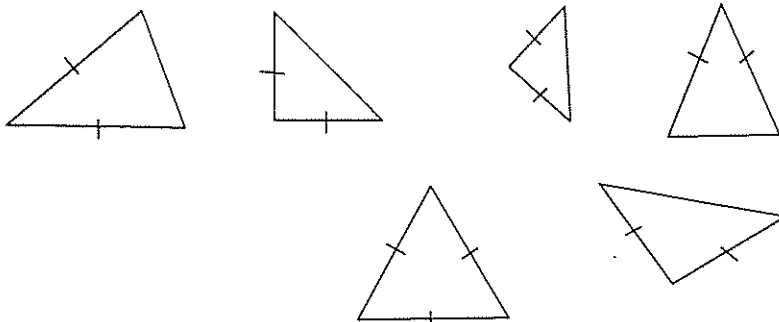
23. – חשב את זוויות המקבילית.
 – האם ניתן לחשב את הצלע השנייה? נמק.

24. סמן את המשולשים בהם $\sin \alpha = 0.5$ ורשום את גודל הזוויות של משולשים אלה.

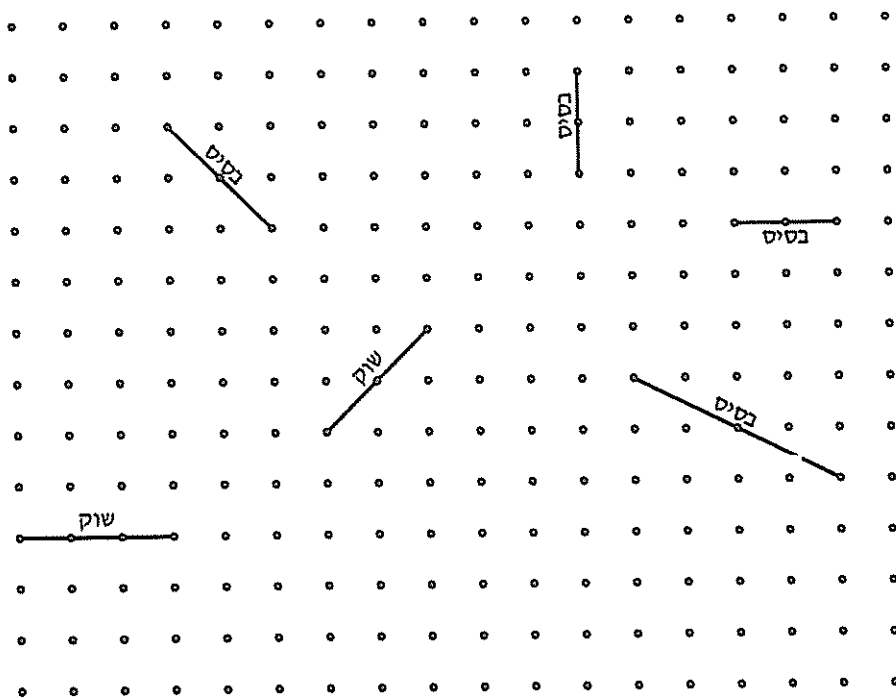


משולש שווה שוקיים

1. כל המשולשים בשרטוטים הבאים הם שווי שוקיים. רשום ליד כל צלע את השם המתאים: שוק, בסיס. סמן בקשת את זווית הראש.

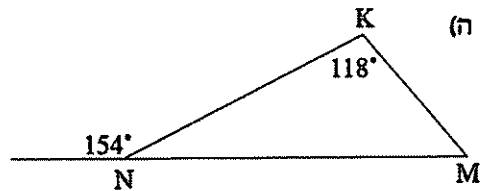
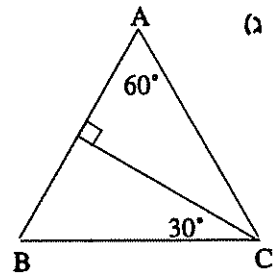
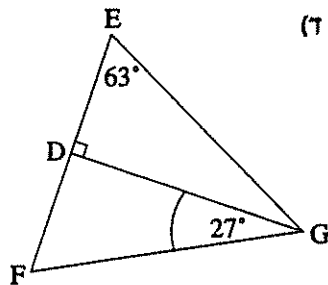
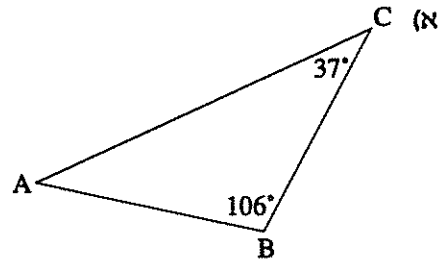
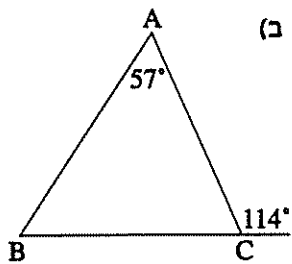


2. השלם למשולשים שווי שוקיים. (הקודקודים בנקודות).



במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות.
 ולהיפך: אם במשולש יש שתי זוויות שוות אז המשולש שווה שוקיים.

3. חשב וקבע על סמך הנתונים אם המשולש שווה שוקיים. אם כן, רשום מהן הצלעות השוות.



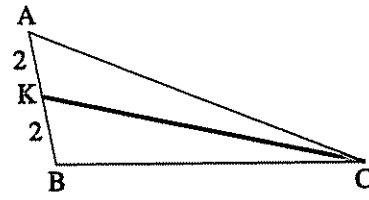
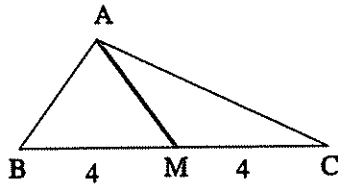
4. נסה לשרטט משולש המתאים לנתונים. אם אי אפשר, נמק.



- (א) משולש שווה שוקיים בו זווית הראש קהה.
- (ב) משולש שווה שוקיים בו זווית הבסיס קהה.
- (ג) משולש שווה שוקיים בו כל הזוויות שוות.
- (ד) משולש שווה שוקיים בו זווית הבסיס בת 45° .
- (ה) משולש שווה שוקיים בו זווית הראש בת 45° .



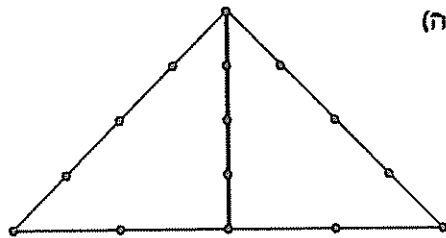
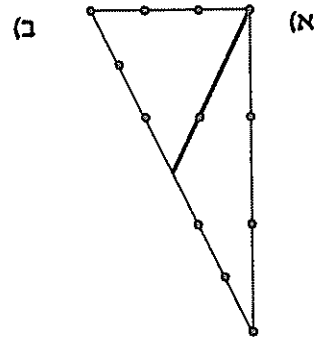
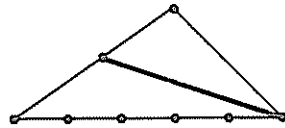
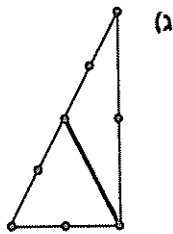
תיכון הוא קטע מקודקוד אל אמצע הצלע שממול.
 לדוגמא:



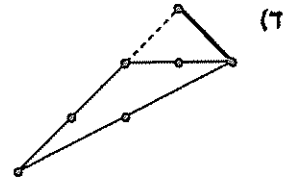
הקטעים המוצגים הם תיכונים.



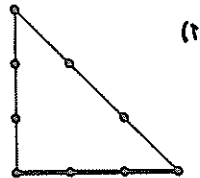
5. קבע אם הקטע המודגש הוא תיכון, או גובה.



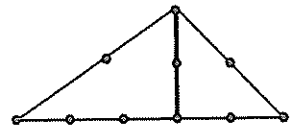
(ה)



(ז)



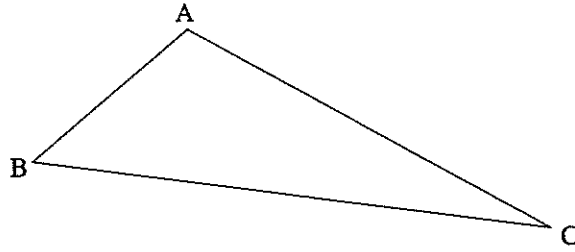
(ט)



(יא)

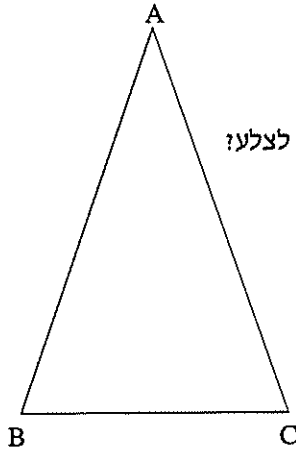


6. א) שרטט בערך גובה מקודקוד A, חוצה של זווית A ותיכון ל-BC.



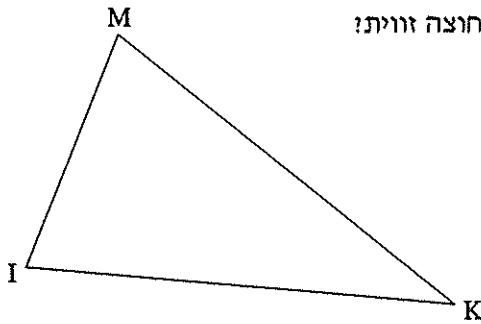
ב) $AB = AC$. שרטט בערך:

- חוצה הזווית A.
- גובה מקודקוד B.
- איזה מהקטעים ששרטטת הוא גם תיכון לצלע?



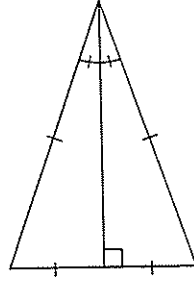
ג) $KI = MK$. שרטט בערך:

- תיכון לצלע MI.
- גובה לצלע IK.
- איזה מהקטעים הוא גם חוצה זווית?





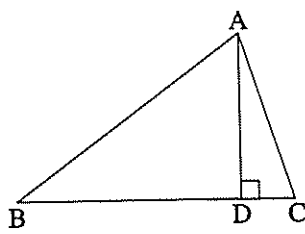
7. משפט בגיאומטריה קובע כי, במשולש שווה שוקיים הגובה לבסיס, התיכון לבסיס וחוצה זווית הראש מתלכדים.



א) נסה להסביר מדוע משפט זה נכון.

ב) נתון $AB = BC$
 $AD \perp BC$

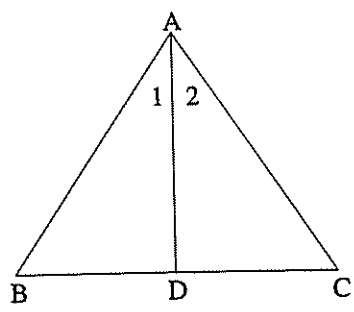
- סמן את הנתונים בשרטוט.
- לא ניתן להסיק על סמך הנתונים ש AD חוצה זווית.
- הסבר מדוע.



8. א) $AB = AC$

$AD \perp BC$

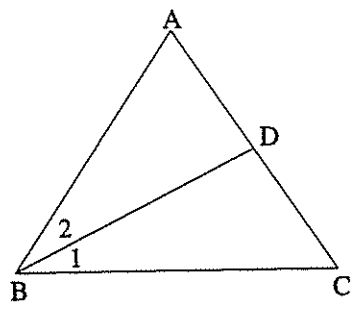
האם ניתן להסיק $\angle A_1 = \angle A_2$?



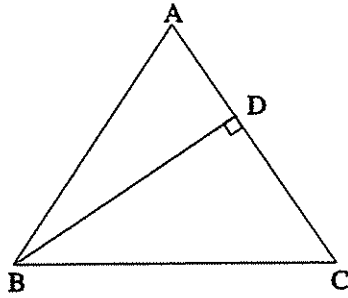
ב) $AB = BC$

$\angle B_1 = \angle B_2$

האם ניתן להסיק $BD \perp AC$?



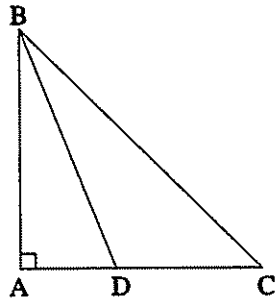
המשך



(ג) $AB = AC$

$BD \perp AC$

האם ניתן להסיק כי $AD = DC$? נמק.

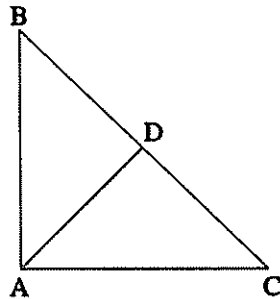


(ד) $AB = AC$

BD חוצה את זווית B.

$BA \perp AC$

האם ניתן להסיק כי $AD = CD$? נמק.



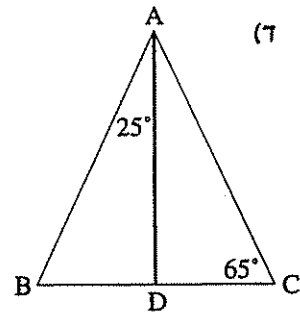
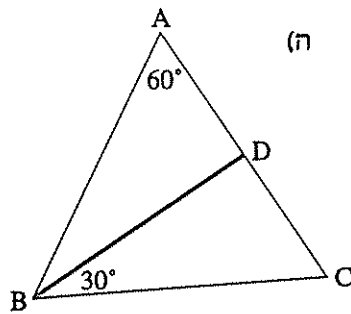
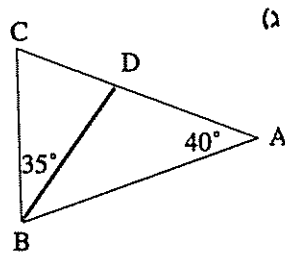
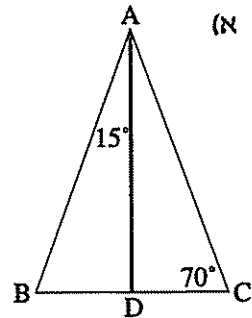
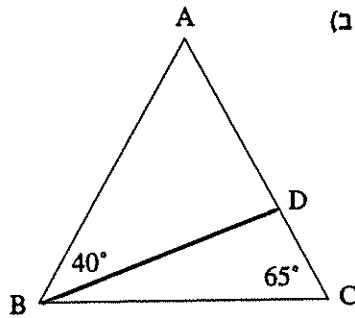
(ה) $AB = AC$

$BA \perp AC$

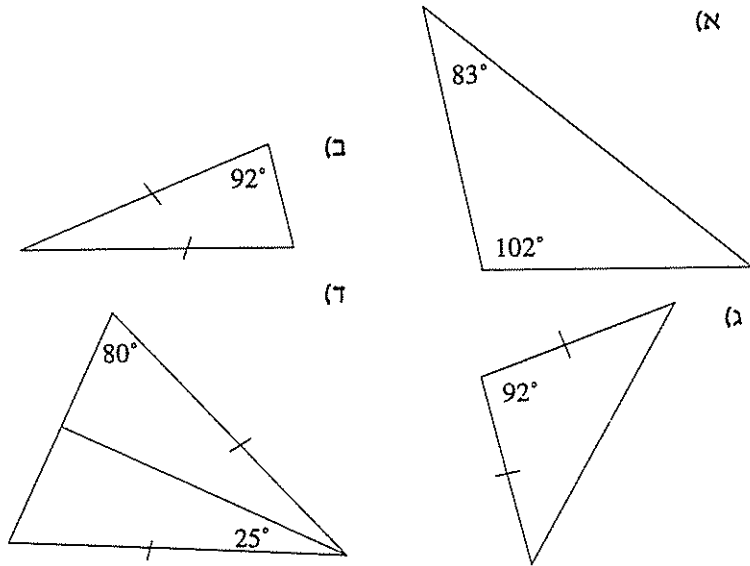
AD חוצה את זווית BAC.

האם ניתן להסיק כי $BD = CD$?

9. כל המשולשים המשורטטים שויי שוקיים ($AB = AC$).
 חשב זוויות וקבע על סמך החישובים ולא על סמך גודל הזוויות הרשומות
 בשרטוט, אם הקטע המודגש הוא גובה במשולש ואם הוא חוצה זווית.



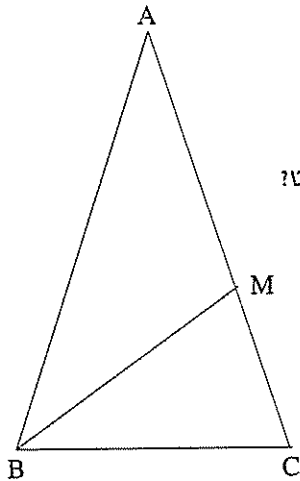
10. בחלק מהשרטוטים חלה טעות ברישום הנתונים, קבע באלו מהם.



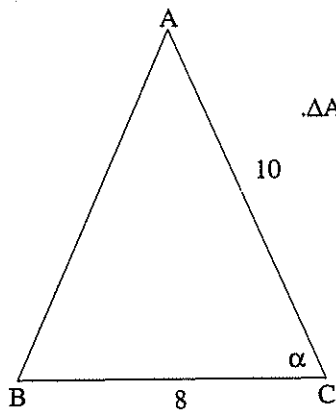
11. במשולש ABC ($AB=AC$), זוויות הבסיס הן בנות 72° , BM חוצה את זווית הבסיס.



- חשב את כל הזוויות ורשום בשרטוט?
- כמה משולשים שווי שוקיים ישנם בשרטוט?
- העבר חוצה לזווית הבסיס השנית.
- חשב את הזוויות שנוצרו.
- כמה משולשים שווי שוקיים יש כעת בשרטוט?



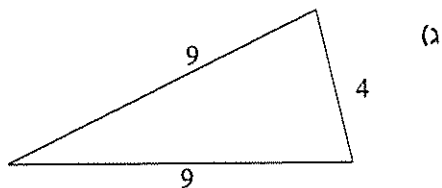
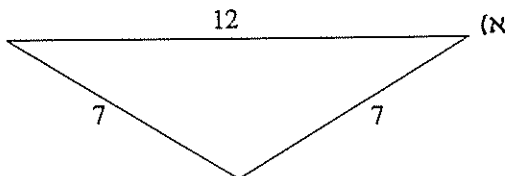
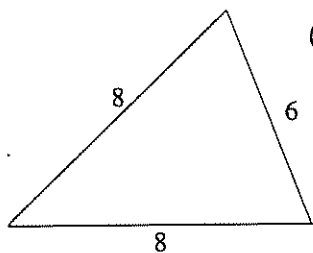
יצירת משולש ישר זווית וחישובי זוויות



1. במשולש שווה שוקיים ABC , $AB = AC$.
- העבר גובה M א (AD) .
 - חשב ורשום את הגדלים של צלעות $\triangle ADC$.
 - בטא את $\sin \alpha$.
 - חשב את α .
 - חשב את זווית הראש של $\triangle ABC$.

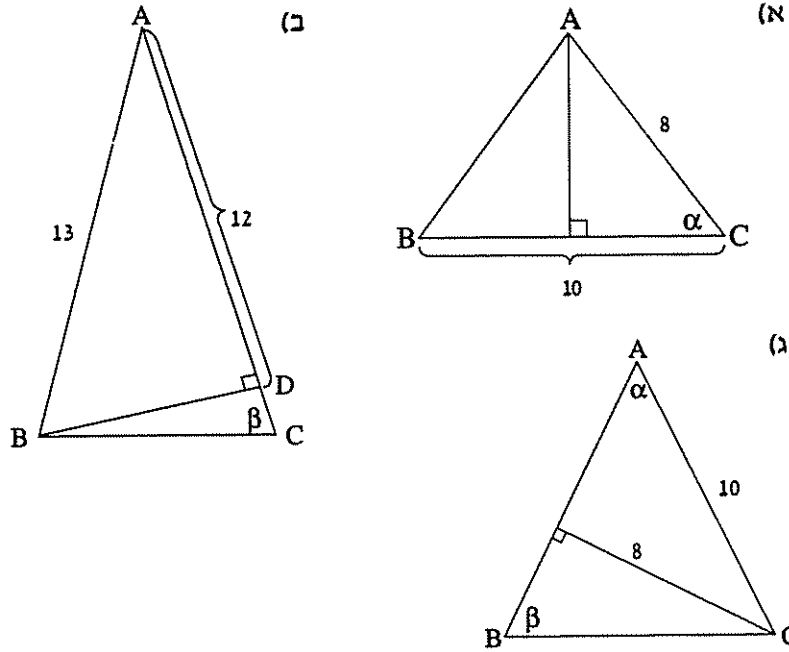


2. שרטט גובה, כך שניתן יהיה לחשב את זוויותיו של המשולש בעזרת $\sin \alpha$.





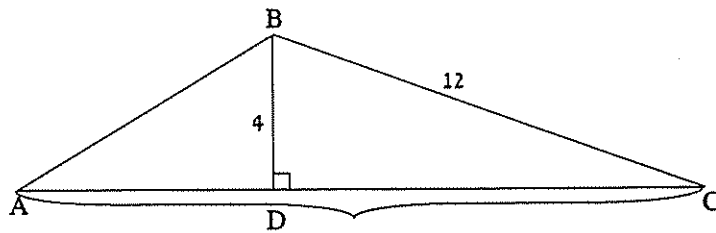
3. כל אחד מהמשולשים הבאים הוא שווה שוקיים ($AB = AC$).
חשב את הזווית המסומנת בכל משולש.



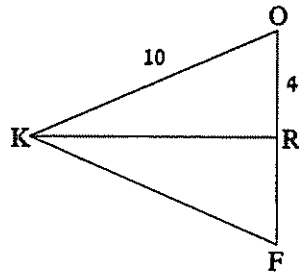
4. במשולש שווה שוקיים אורך השוק 12 יח' ואורך הגובה לשוק 8.5 יח'.
(א) שרטט ורשום את הנתונים בשרטוט.
(ב) חשב את זוויות המשולש שווה השוקיים.



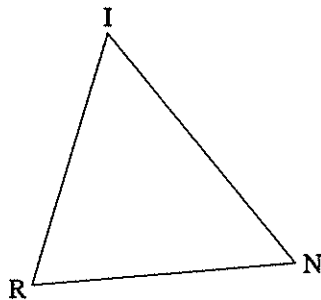
5. (א) חשב את הזוויות והצלעות במשולש DBC.
(ב) חשב את צלעות המשולש ABD.
(ג) חשב את זוויות המשולש ABD.



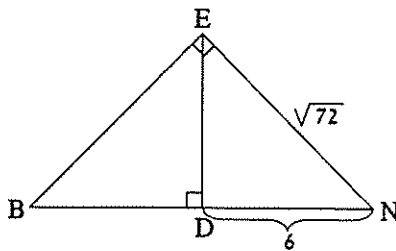
גיאומטריה



6. נתון: $KO = KF$.
 $KR \perp OF$.
 (א) חשב את KR (על פי משפט פיתגורס).
 (ב) חשב את זוויות המשולש KOF .

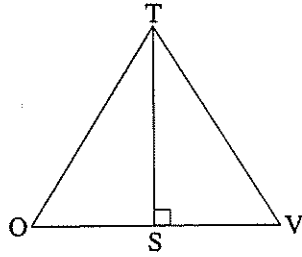


7. $\triangle INR$ שווה שוקיים $RI = NR$.
 אורך הגובה לשוק 5 יח (שרטט).
 ואורך בסיס המשולש 7 יח.
 חשב את זוויות המשולש.



8. חשב את אורך ED .
 חשב את זוויות $\triangle BEN$.
 האם המשולש BEN שווה שוקיים?

9. אורך השוק של משולש שווה שוקיים 12 יח ואורך הבסיס 6 יח.
 (א) שרטט ורשום את הנתונים בשרטוט.
 (ב) חשב את זוויות המשולש.



10. $\triangle TOV$ שווה צלעות.

אורך הצלע 8 יח.

(א) חשב את אורך הגובה TS .

(ב) סמן ב N את אמצע הגובה וחשב את

זווית המשולש NOV .

11. במשולש SIR אורך צלע SI 5 יח.

אורך צלע IR 20 יח. אורך הגובה המורד אל IR (SD) הוא 3 יח.

(א) שרטט ורשום את הנתונים בשרטוט.

(ב) חשב את הזוויות והצלעות במשולש SID .

(ג) חשב את צלעות המשולש SDR .

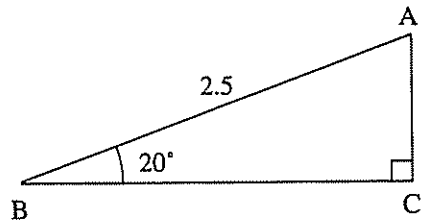
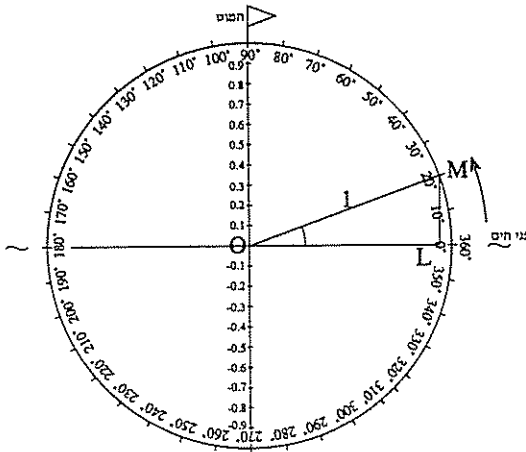
(ד) חשב את זווית המשולש SIR .

ניצבים במשולשים ישרי זווית

בפרק דמיון ויחס למדת, שאם הזוויות בשני המשולשים שוות אז המשולשים דומים.

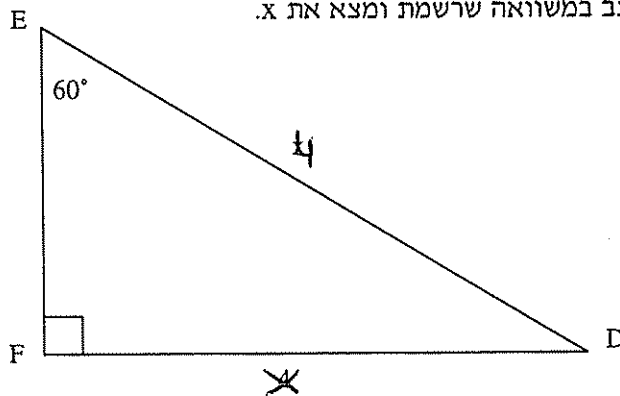


1. בדוק האם הזוויות במשולשים $\triangle ABC$ ו $\triangle MOL$ שוות.



- מה ההגדלה של $\triangle ABC$ לעומת $\triangle MOL$?
- מה אורכו של ML ?
- מה אורכו של AC ?

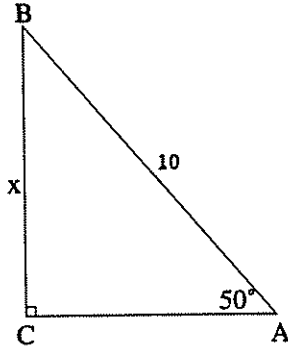
2. (א) רשום משוואה הקושרת את x , ו $4 \sin 60^\circ$ ב $\triangle EFD$.
 (ב) קרא מהמעגל את $\sin 60^\circ$.
 (ג) הצב במשוואה שרשמת ומצא את x .



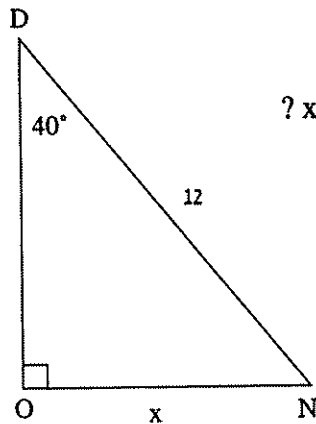
בתרגיל 2 נעזרת במעגל ובמשוואה כדי לחשב ניצב במשולש ישר זווית לפי היתר וזווית חדה.

60	sin

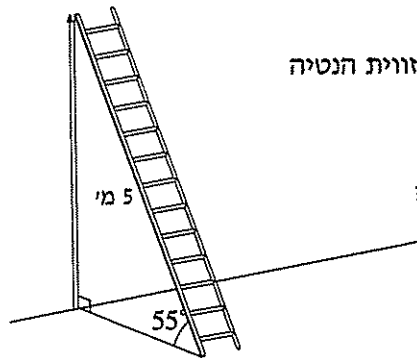
במקום להשתמש במעגל היעזר במחשבון.



3. (א) רשום משוואה שקושרת את x ו $\sin 50^\circ$.
 (ב) מצא את $\sin 50^\circ$.
 (ג) פתור את המשוואה ומצא את BC.



4. (א) רשום משוואה על פי הנתונים וחשב את x.
 (ב) האם, לדעתך, הצלע OD גדולה או קטנה מ x?
 (ג) חשב את OD.

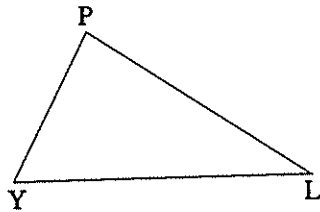
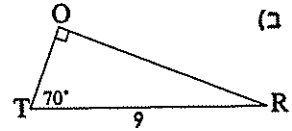
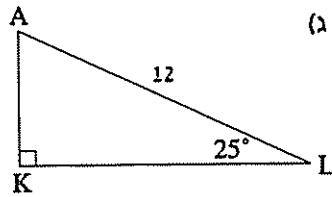
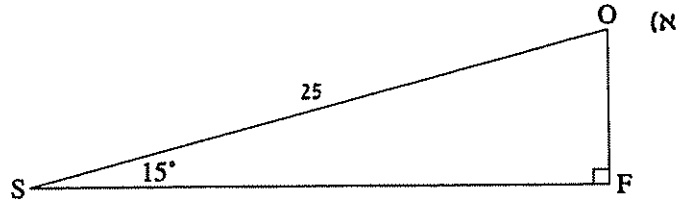


5. אורכו של סולם 5 מ'. מטעמי בטיחות זווית הנטיה המכסימלית היא 55° .
 (א) מה גובה הקיר עד ראש הסולם?
 (ב) מה מרחק תחתית הסולם מהקיר?





6. חשב את אורך הניצב מול הזווית הנתונה.



7. (א) במשולש PLY אורך צלע PY 8 יח'

ואורך הגובה אליה 10 יח'.

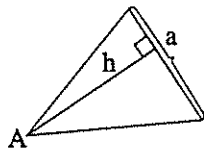
חשב את שטח המשולש.

(ב) אורך הצלע YL 16 יח' ואורך הגובה אליה 5 יח'.

חשב את שטח המשולש.

(ג) בכמה אופנים ניתן לחשב את שטחו של המשולש?

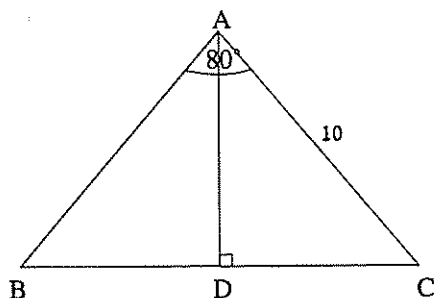
בעבר למדת כי שטח משולש שווה למחצית מכפלת האורך של אחת הצלעות באורך הגובה אליה.



$$\text{שטח משולש} = \frac{a \cdot h}{2}$$



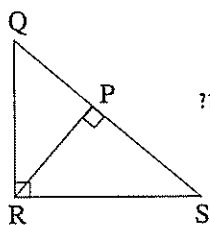
8. במשולש שווה שוקיים ABC זווית הראש היא 80° ואורך השוק 10 יח.
 (א) חשב את אורך DC ואת בסיס המשולש ABC .
 (ב) חשב את אורך AD .
 (ג) חשב את שטח המשולש.



9. שרטט משולש ABC ובו שלושה גבהים: AD , BE , CF .
 רשום שלושה בטויים לשטח המשולש.



10. RP הוא גובה במשולש ישר זווית QRS ($\angle R = 90^\circ$)



- מי הם שני הגבהים האחרים?
 - כמה בטויים לשטח המשולש תוכל לרשום במקרה זה?



11. דן טוען: "במשולש ששרטטתי אורך אחת הצלעות 6 יח ואורך הגובה אליה 4 יח. אורך צלע אחרת 5 יח ואורך הגובה אליה 5 יח."
 יאיר טען שהמדידה אינה מדויקת.
 שרטט שרטוט מדגים ובדוק אם הנתונים של דן הגיוניים.

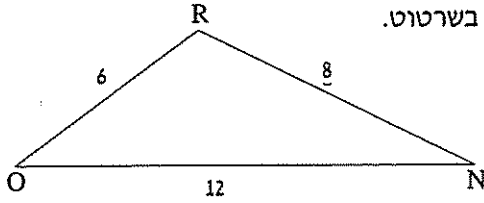


12. אורכי הצלעות של $\triangle RON$ רשומים בשרטוט.

אורכי הגבהים לצלעות הם:

7.1 יח, 5.325 יח ו- 3.55 יח.

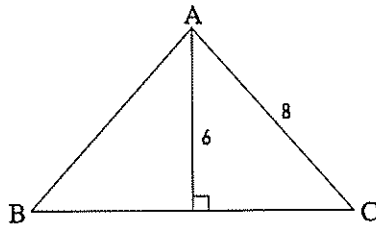
התאם לכל צלע את אורך הגובה.



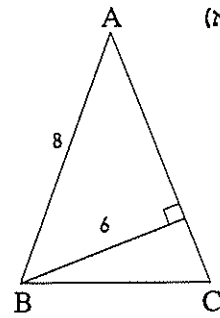
13. כל המשולשים המשורטטים שווים שוקיים $AB = AC$.

באלו מהם השטח הוא 24 יחידות ריבועיות?

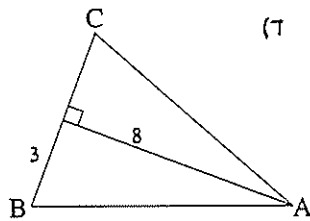
(ב)



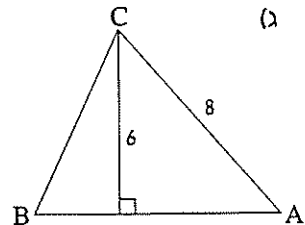
(א)



(ד)

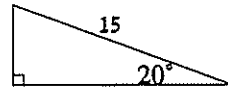
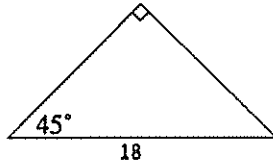


(ג)



גיאומטריה

14. חשב את אורכי הניצבים.



15. אורך היתר במשולש ישר זווית 12 יח' וגודל אחת הזוויות 30° . שרטט וחשב את אורכי הניצבים.

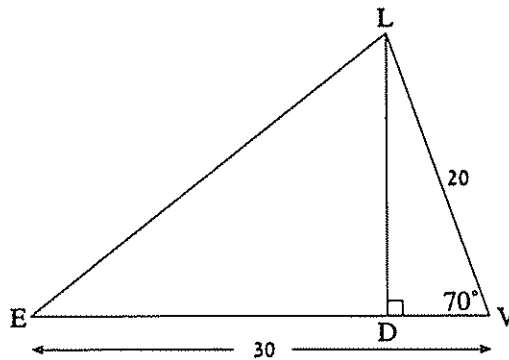
16. נתון:

אורך $LV = 20$ יח'.

אורך $EV = 30$ יח'.

$\angle V = 70^\circ$.

חשב את שטח המשולש.



17. משולש BUL שווה שוקיים, $(BU = UL)$.

$\angle U = 40^\circ$ (זווית הראש).

אורך השוק $(UL) = 20$ יח'.

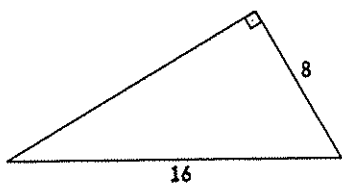
(א) שרטט ורשום את הנתונים בשרטוט.

(ב) חשב את זוויות המשולש.

(ג) חשב את אורך הגובה לבסיס.

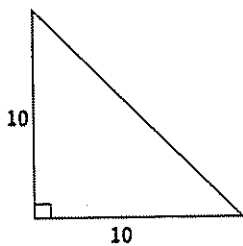
(ד) חשב את שטח המשולש BUL .

18. מתח קווים המתאימים את הזוויות למשולשים.



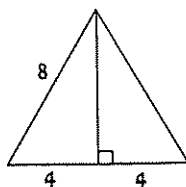
⊙

⊙ $45^\circ, 90^\circ, 45^\circ$



⊙

⊙ $60^\circ, 60^\circ, 60^\circ$



⊙

⊙ $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$

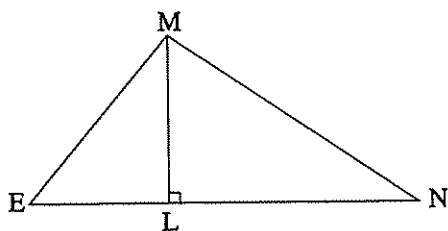
19. במשולש MEN אורך הצלע ME 10 יח.

אורך הצלע EN 18 יח.

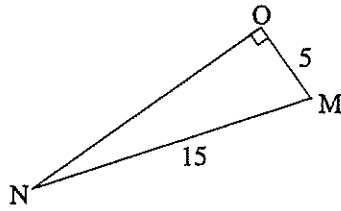
הזווית E בת 50° .

א) חשב את הגובה ML.

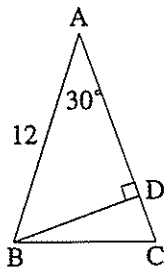
ב) חשב את שטח המשולש.



תרגול נוסף



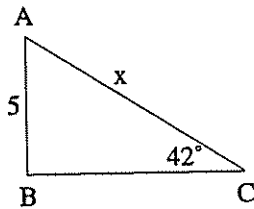
20. (א) חשב את זוויות המשולש MON.
 (ב) חשב את אורך הניצב NO.
 (ג) חשב את שטח המשולש MON.



21. $\triangle ABC$ שווה שוקיים. ($AB = AC$).
 (א) חשב את BD.
 (ב) חשב את שטח המשולש BAC.

22. משולש LEV שווה שוקיים, ($LE = EV$).
 אורך שוק המשולש 4 יח' וזווית הראש 30° .
 (א) שרטט ורשום את הנתונים בשרטוט.
 (ב) חשב את הגובה לשוק במשולש LEV.
 (ג) חשב את שטח המשולש LEV.
 (ד) חשב את זוויות המשולש ABC שבתרגיל 21.
 (ה) משולש LEV דומה למשולש ABC, נמק.
 (ו) פי כמה גדול אורך צלע במשולש BAC מאורך הצלע המתאימה במשולש LEV?
 (ז) פי כמה גדול שטחו של משולש BAC משטח המשולש LEV ?

עוד על חישובי צלעות



1. (א) רשום משוואה שקושרת את $\sin 42^\circ$, x , 5 .
 (ב) פתור ומצא את ערכו של x .



2. פתור את המשוואות.

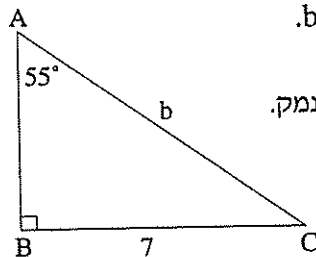


(ג) $0.67 = \frac{10}{x}$

(א) $\frac{8}{x} = 0.43$

(ד) $\frac{4.5}{x} = 0.12$

(ב) $0.51 = \frac{12}{x}$



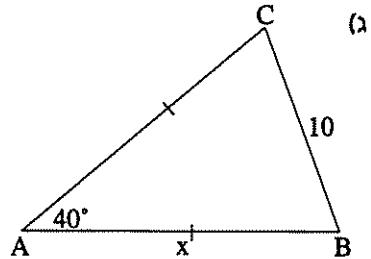
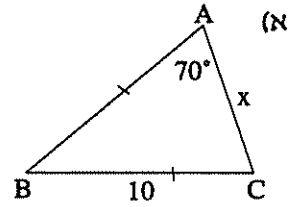
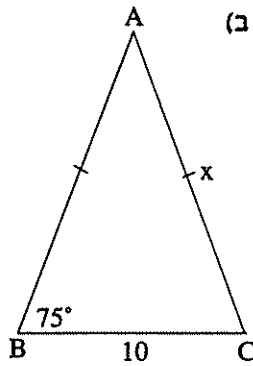
3. (א) רשום משוואה הקושרת את $\sin 55^\circ$, b .
 (ב) פתור ומצא את ערכו של b .
 (ג) האם לדעתך AB גדולה או קטנה מ- 7 יהי נמק.
 (ד) חשב את AB .



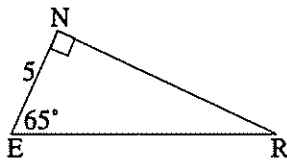
4. משולש KOR שווה שוקיים ($KO = OR$). אורך בסיסו 30 יהי זווית הראש בת 50° . OM חוצה את זווית הראש.
 (א) שרטט ורשום את הנתונים בשרטוט.
 (ב) חשב את זווית המשולש KOM .
 (ג) מצא את אורך השוק KO .



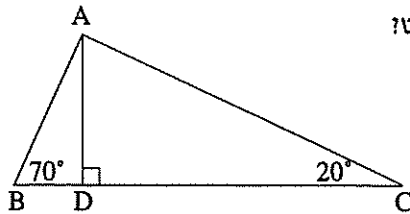
5. באיזה מבין המשולשים שווי השוקיים הבאים, שרטוט גובה מהקודקוד A יכול לעזור לחישוב אורך הצלע המסומנת ב x ?



6. משולש GIL שווה שוקיים. ($GI = IL$).
 אורך בסיסו 20 יח' וזווית הראש 40° .
 (א) שרטט ורשום את הנתונים בשרטוט.
 (ב) חשב את צלעות המשולש.



7. משולש NER ישר זווית.
 (א) חשב את היתר (ER) ורשום בשרטוט.
 (ב) חשב את NR ורשום בשרטוט.
 (ג) מצא את שטח המשולש NER.
 (ד) שרטט גובה ליתר.
 (ה) חשב את שטח המשולש NER, בדרך שונה מזו שחשבת בסעיף ג'.

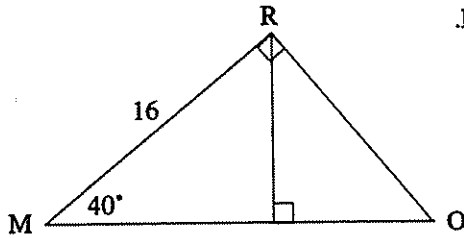


8. (א) כמה משולשים ישרי זווית בשרטוט?
 (ב) חשב את זוויותיו של כל משולש.





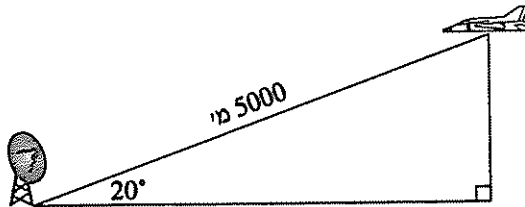
9. חשב את שטחו של משולש MOR.



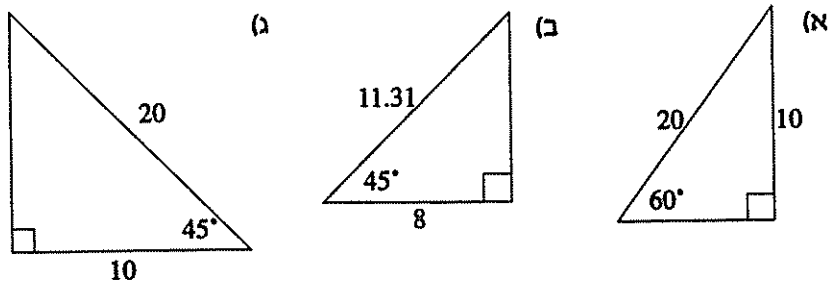
בידוק

10. תחנת רדאר העוקבת אחרי מטוסים מזהה מטוס בזווית 20° ובמרחק 5000 מ.

מה גובה המטוס מעל פני האדמה?



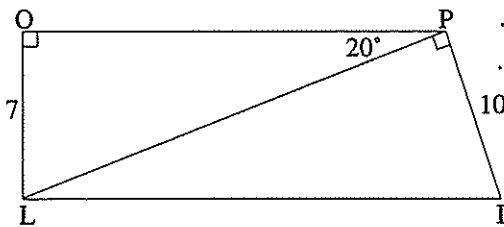
11. בשניים מבין המשולשים הבאים נפלה טעות בחישוב היתר. התוכל לנחש באילו? בדוק ותקן.



12. סולם באורך 8 מ' מוצב ליד קיר בזווית של 60°. האם ראשו יגיע לתחתית חלון המצוי בגובה של 6 מ' שרטט חשב והסבר.

13. אורך הגובה לשוק במשולש שווה שוקיים 10 יהי וגודל זווית הראש 50° . שרטט ורשום את הנתונים בשרטוט, חשב את אורך השוק ואת שטח המשולש.

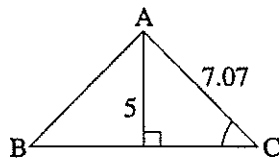
14. אורך הגובה לשוק במשולש שווה שוקיים 12 יהי וגודל זווית הבסיס 55° . שרטט וחשב את זוויות המשולש. חשב את אורך השוק ואת שטח המשולש.



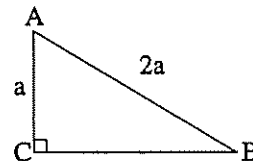
15. חשב את שטחו של משולש P.I.L. (מצא תחילה את היתר $\Delta P.O.L.$)

16. חשב, בכל סעיף, את זוויות המשולש.

(ב) $AB = AC$

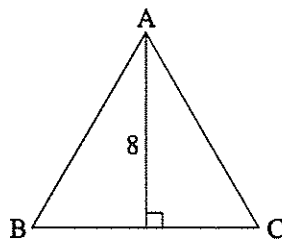


(א) אורך היתר גדול פי שניים מאורך אחד הניצבים.



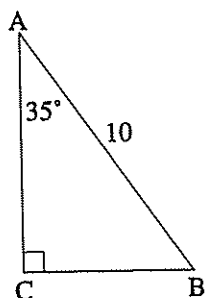
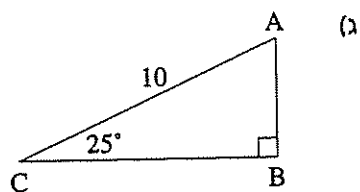
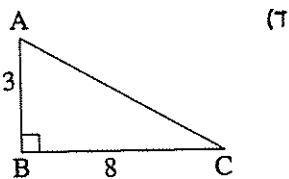
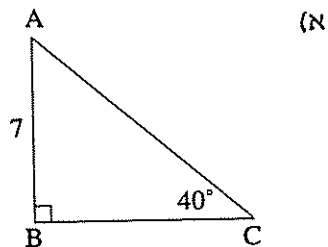
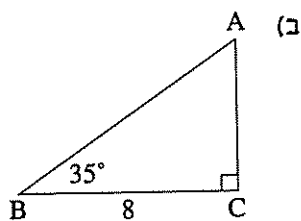
(ג) $AB = AC$

ושטח המשולש 24 יהי ריבועיות.

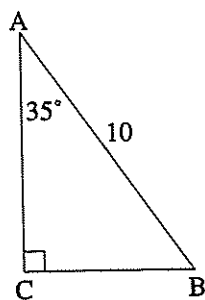


חזרה וסיכום

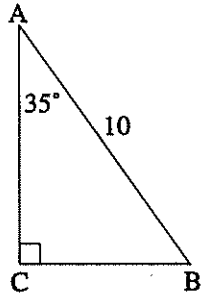
1. חשב את כל הצלעות והזוויות במשולשים הבאים.



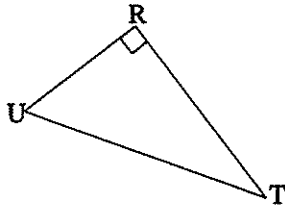
2. (א) חשב את CB.
 (ב) שרטט את התיכון ל CB וחשב את אורכו.
 (רשום מאיזה משולש את המחשב את אורכו.)



3. (א) שרטט חוצה ל $\sphericalangle A$.
 (ב) חשב את אורך חוצה הזווית.
 (רשום בכל שלב, באיזה משולש אתה עובד.)

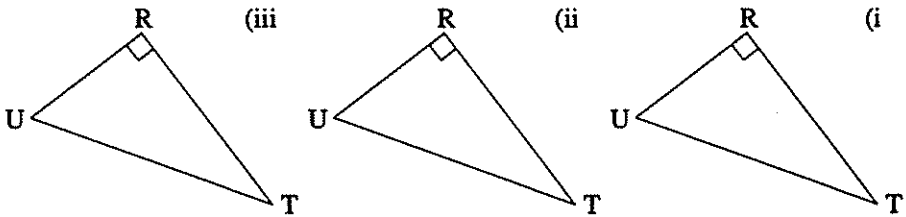


4. (א) חשב את אורך הגובה ל CB.
 (ב) חשב את שטח המשולש.
 (חשב גדלים נוספים אם יש צורך).

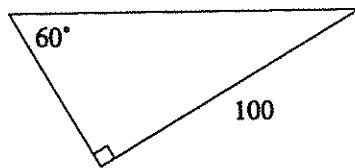
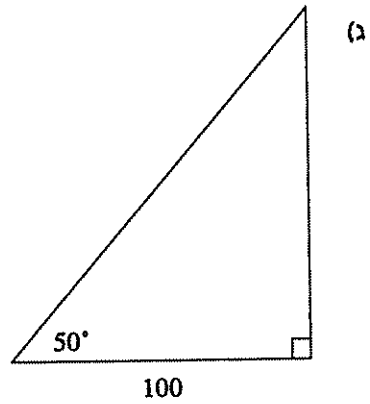
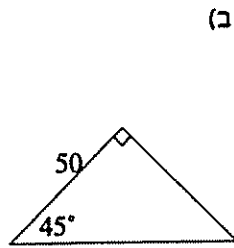
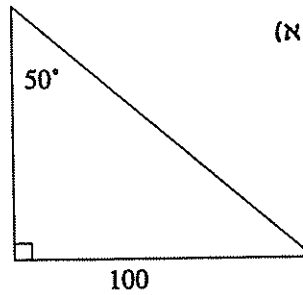


5. (א) $RU = 7$
 $UT = 13$
 חשב את יתר הצלעות והזוויות.

- (ב) בשלושת השרטוטים הבאים משורטט שוב ΔRUT שבסעיף א'.
 שרטט ב- (i) את הגובה ליתר. אם אתה יכול חשב את אורכו, אם לא, נמק.
 שרטט ב- (ii) את התיכון ליתר. אם אתה יכול חשב את אורכו, אם לא נמק.
 שרטט ב- (iii) את חוצה $\sphericalangle R$. אם אתה יכול חשב את אורכו אם לא, נמק!

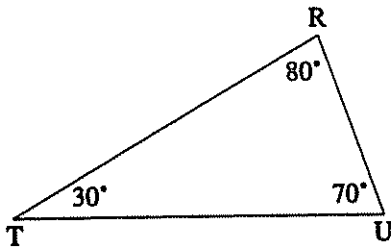


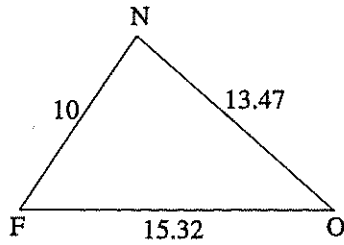
6. אורכי הניצבים החסרים הם: 120 יח', 84 יח', 58 יח', 50 יח'.
 רשום בכל משולש את אורך הניצב החסר, על פי אומדן.
 תוכל לבדוק על ידי חישוב.



7. האם קיים משולש שווה שוקיים המקיים את כל התנאים הבאים?
 אורך בסיסו 20 יח'.
 זווית הבסיס 45° .
 שטחו 100 יחידות ריבועיות.

8. במשולש RUT אורכי הצלעות הם: 15.72 יח', 7.98 יח', ו 15 יח'.
 רשום את אורכי הצלעות המתאימות בשרטוט.





9. הגדלים של זוויות ΔNOF הם: $60^\circ, 40^\circ, 80^\circ$.
 רשום כל זווית במקום המתאים בשרטוט.

10. אי אפשר לבנות משולש על פי אף אחת מסדרות הנתונים שבטבלה.
 נמק בכל מקרה מדוע.
 להמחשה, שרטט ורשום את הנתונים בשרטוט.



$\sphericalangle C$	$\sphericalangle B$	$\sphericalangle A$	AB	AC	BC	
82°	60°	38°	17	10	5	(א)
40°	30°	125°	30	22	35	(ב)
50°	30°	100°	14	18	30	(ג)
40°	40°	100°	25	30	25	(ד)
110°	40°	30°	30	18	18	(ה)
90°	60°	30°	5	4	3	(ו)

מרובעים זיהוי



1. א) גזור מהדפים השקופים 1, 2 – ארבעה קטעים שאורכם 5 ס"מ.
– שני קטעים שאורכם 7 ס"מ.
– ארבע זוויות ישרות.
– שני זוגות של ישרים מקבילים.

- ב) – בנה מקבילית בעזרת שני הזוגות של הישרים המקבילים.
– בנה בעזרת אותן פיסות שקף עוד שתי מקביליות, שונות מהראשונה.
ג) – בנה בעזרת שני הקטעים שאורכם 5 ס"מ ושני הקטעים שאורכם 7 ס"מ שלש מקביליות שונות.
– אלו צלעות הן הצלעות השוות ?

מרובע שצלעותיו הנגדיות **מקבילות** הוא מקבילית.
אפשר לזהות מקבילית גם בעזרת **שויון** הצלעות הנגדיות.

- ד) – בנה מרובע בעזרת ארבע הזוויות הישרות. איזה מרובע התקבל?
– בנה עוד שני מלבנים שונים בעזרת הזוויות האלה.
– האם הצלעות הנגדיות מקבילות?
– האם הצלעות הנגדיות שוות?
– האם המלבן מקיים את הגדרת המקבילית?
ה) – בנה מרובע בעזרת ארבעה קטעים שאורכם 5 ס"מ.

מרובע שכל צלעותיו שוות הוא **מעוין**.

- בנה עוד שני מעוינים שונים בעזרת ארבעת הקטעים הנייל.
– האם הצלעות הנגדיות מקבילות?
– האם מעוין הוא מקבילית?

- ז) - בנה בעזרת ארבעה קטעים של 5 ס"מ ריבוע.
 - האם ריבוע הוא מעוין? נמק.
 - האם ריבוע הוא מלבן? נמק.

מרובע שכל צלעותיו שוות וכל זוויותיו ישרות הוא ריבוע.

- ז) - בנה בעזרת שני קטעים של 7 ס"מ ושני קטעים של 5 ס"מ מרובע שאיננו מקבילית.
 - אלו הן הצלעות השוות?



מרובע בו שתי צלעות סמוכות שוות זו לזו וגם שתי הצלעות האחרות שוות זו לזו נקרא דלתון.

- בנה דלתונים שונים בעזרת הקטעים שברשותך.

2. אלו מהמרובעים הבאים הם דלתונים?



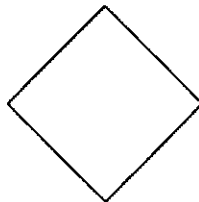
מקבילית



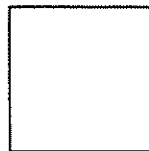
מלבן



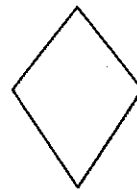
ריבוע



ריבוע

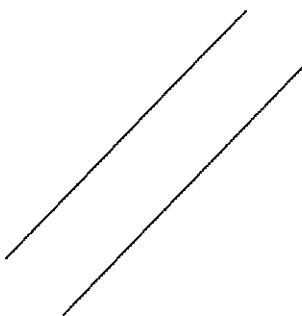


מעוין





3. לפניך שני ישרים מקבילים.



- שרטט בעזרתם מרובע, שאיננו מקבילית, ושתיים מצלעותיו על המקבילים.

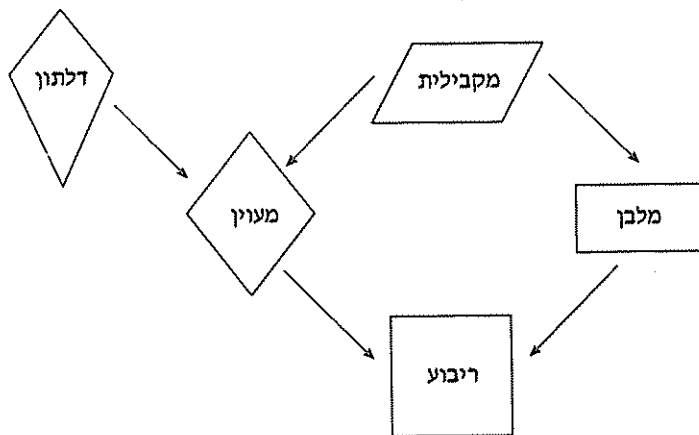
מרובע שיש לו זוג אחד בלבד של צלעות מקבילות נקרא טרפז.

- בנה טרפז שונה בעזרת פיסות השקף.

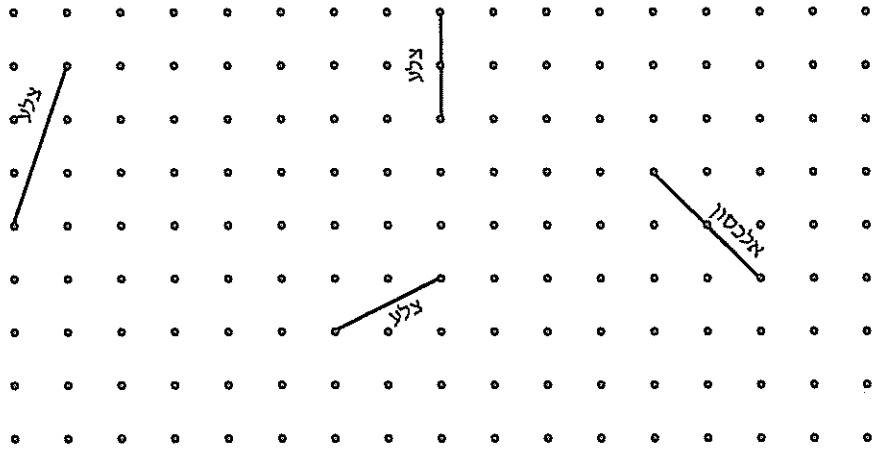


4. סמן את הטענות הנכונות:

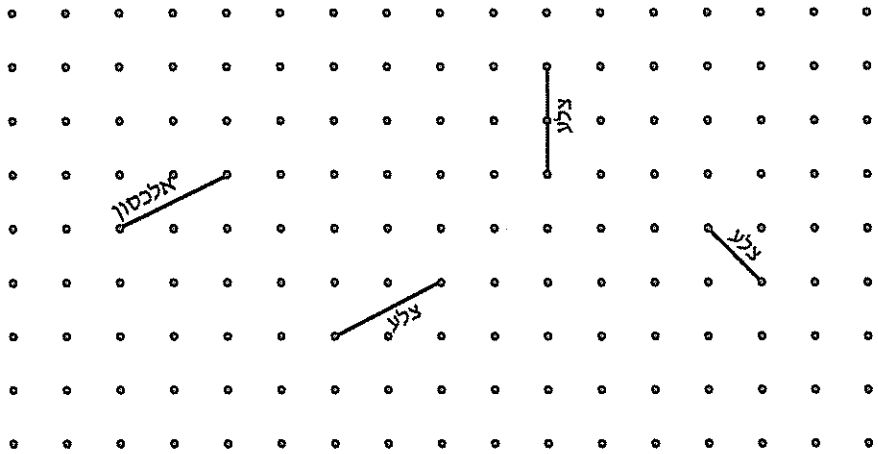
- (א) כל ריבוע הוא מעוין. (כלומר, ריבוע הוא מעוין "משופר").
- (ב) כל ריבוע הוא מלבן.
- (ג) כל מעוין הוא ריבוע.
- (ד) כל מעוין הוא דלתון.
- (ה) כל מעוין הוא מקבילית.
- (ו) כל מקבילית היא מלבן.



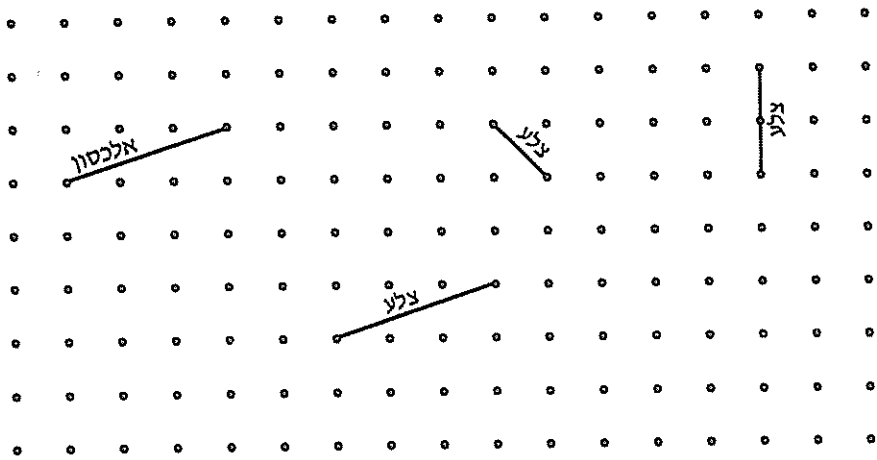
5. (א) השלם כל שרטוט לריבוע. (הקודקודים בנקודות).



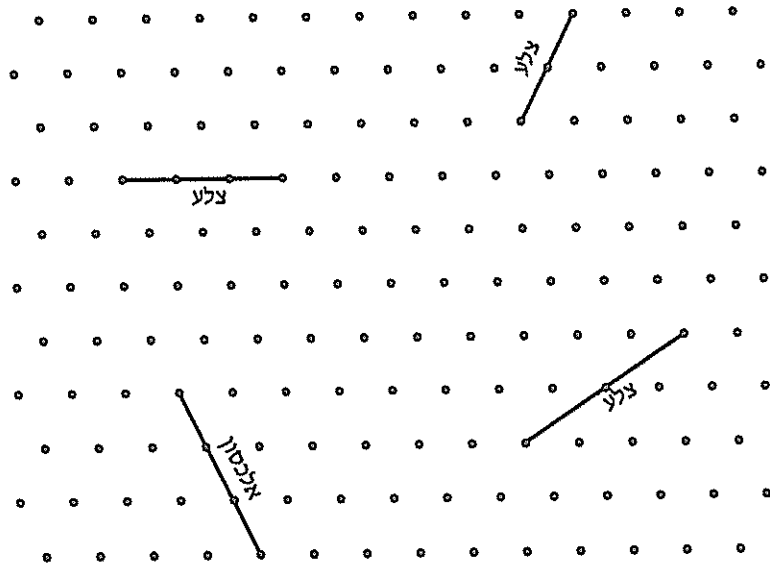
(ב) השלם כל שרטוט למלבן. (הקודקודים בנקודות).



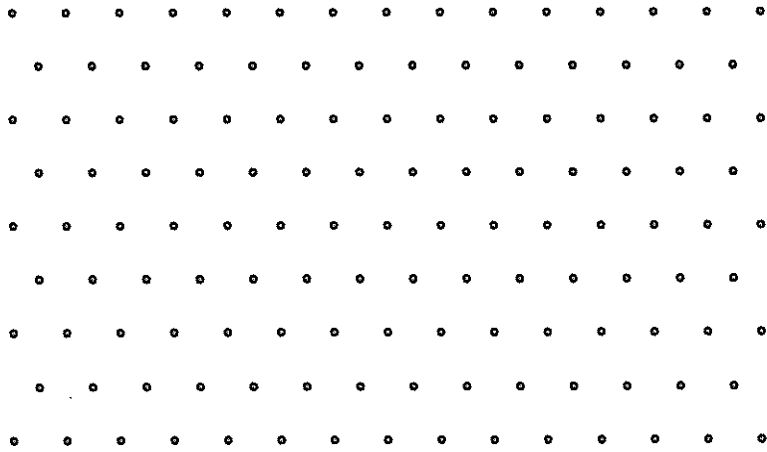
ג) השלם למקבילית. (הקודקודים בנקודות).



ד) השלם למעוינים (הקודקודים בנקודות).

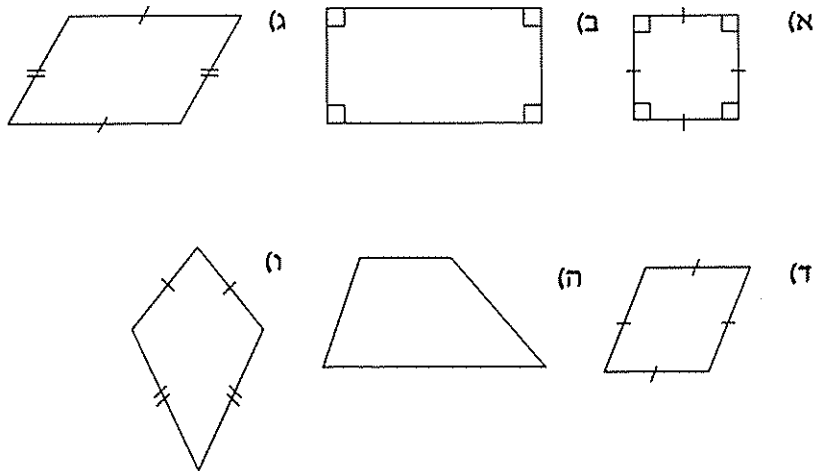


ה) שרטט שני דלתונים ושני טרפזים. (הקודקודים בנקודות).



ו) שרטט מרובע שאינו מקבילית, ואינו טרפז או דלתון.

6. רשום בתוך כל צורה את השם המאפיין אותה.



7. סמן נכון/לא נכון.

- א) מרובע שכל זוויותיו שוות **יכול** להיות ריבוע.
- ב) מרובע שכל זוויותיו שוות **חייב** להיות ריבוע.
- ג) מרובע שכל צלעותיו שוות **יכול** להיות ריבוע.
- ד) מרובע שכל צלעותיו שוות **חייב** להיות ריבוע.
- ה) מרובע שכל צלעותיו שוות **חייב** להיות מעוקן.
- ו) מרובע שכל צלעותיו שוות **חייב** להיות מלבן.

8. קבע איזה מרובע **חייב** להתקבל על פי ההגדרה הרשומה ושרטט.

שם	הגדרה	שרטוט
	מרובע אשר בו שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות זו לזו.	
	מרובע בעל ארבע זוויות ישרות.	
	מרובע שכל צלעותיו שוות.	
	מרובע שכל צלעותיו שוות וכל זוויותיו שוות (מרובע משוכלל).	
	מרובע אשר בו רק זוג אחד של צלעות מקבילות.	

הקבלה וזיהוי



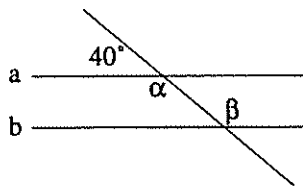
אם $AB \parallel CD$ אז הזווית המסומנות שוות. הן נקראות **זוויות מתחלפות** בין מקבילים. ולהיפך, אם הזוויות האלה שוות אז הישרים AB ו CD מקבילים.



1. (א) נתון: $a \parallel b$.

חשב את α ו β

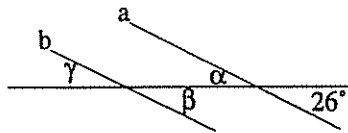
לפי הנתונים הרשומים.



(ב) נתון: $a \parallel b$.

חשב את α , β , γ

לפי הנתונים הרשומים.

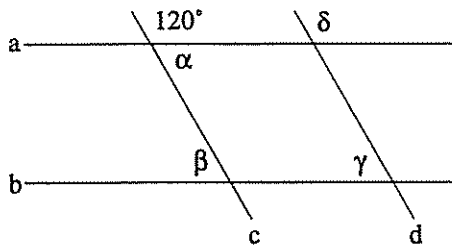


(ג) נתון: $a \parallel b$.

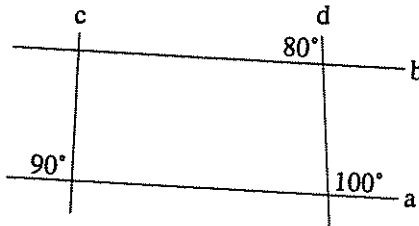
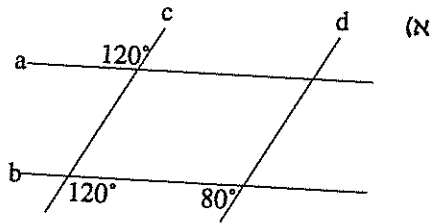
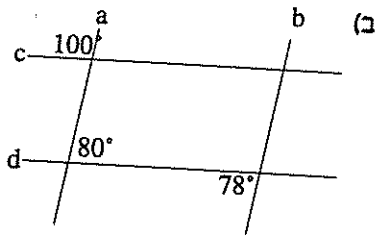
$c \parallel d$

חשב את α , β , γ , δ

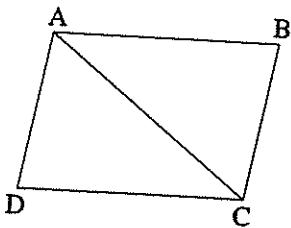
לפי הנתון הרשום.



2. חשב זוויות ובדוק אם $a \parallel b$ ואם $c \parallel d$.



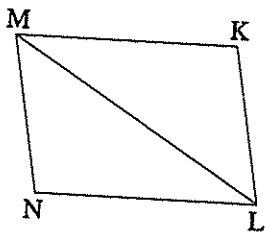
3. רשום את הנתונים בשרטוט, חשב זוויות נוספות וקבע אם המקבילית המתקבלת היא ריבוע, מעוין, מלבן, או מקבילית אחרת. (השרטוטים אינם על פי הנתונים).



(א) מקבילית ABCD.

. $\angle CAB = 50^\circ$

. $\angle ADC = 80^\circ$



(ב) מקבילית MKLN.

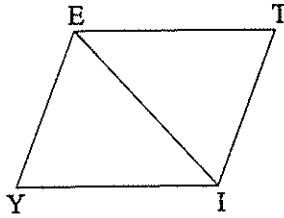
. $\angle KML = 42^\circ$

. $\angle KLM = 48^\circ$

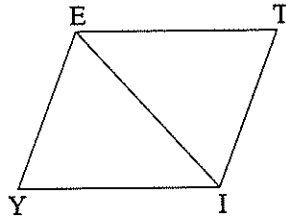
המשך

5. נתון YETI מקבילית.

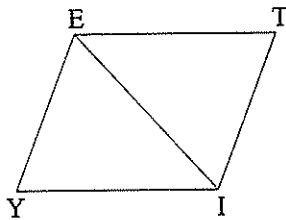
(i) חשב זוויות וקבע אם YETI ריבוע, מלבן, מעוין או מקבילית אחרת.
(השרטוטים אינם על פי הנתונים). שרטט מחדש לפי מה שקבעת.



(א) נתון:
 $\star YEI = 55^\circ$
 $\star TEI = 55^\circ$



(ב) נתון:
 $\star YEI = 55^\circ$
 $\star TEI = 35^\circ$

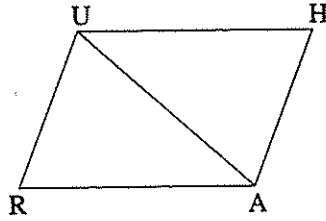


(ג) נתון:
 $\star YEI = 55^\circ$
 $\star TEI = 45^\circ$

(ii) נתון: $10 \text{ יח} = YI$.

חשב, את הצלעות של YETI בסעיפים א' וב'.

(iii) במקבילית בסעיף ג', שרטטו גובה מהקודקוד E לצלע YI.
 אורך הגובה 7.8 יח. חשב את צלעות המקבילית.



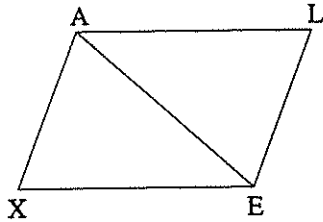
6. RUHA מקבילית.

. $\sphericalangle HUA = 42^\circ$

. $\sphericalangle RUA = 48^\circ$

(א) חשב את הזוויות האחרות וקבע אם RUHA ריבוע, מלבן, מעוין או מקבילית אחרת.

(ב) נתון 10 יח' UA . חשב את הצלעות של RUHA.



7. ALEX מקבילית.

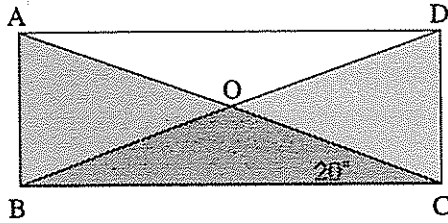
. $\sphericalangle LEA = 45^\circ$

. $\sphericalangle XEA = 45^\circ$

(א) חשב את הזוויות, וקבע אם ALEX ריבוע, מעוין, מלבן או מקבילית אחרת.

(ב) כדי לבדוק את מסקנתך, חשב את צלעות ALEX כאשר 10 יח' AE .

על מלבנים



1. ABCD מלבן. שני המשולשים

ABC ו DCB חופפים.

$$\angle ACB = 20^\circ$$

(א) איזו זווית היא בת 20°

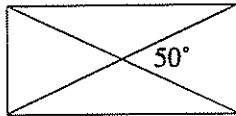
במשולש DCB?

(ב) חשב את כל הזוויות שיוצרים

האלכסונים עם הצלעות ורשום בשרטוט.

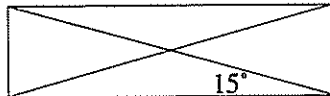
(ג) האלכסונים מחלקים את המלבן ל 4 משולשים קטנים. מאיזה סוג הם?

(ד) הסבר מדוע אלכסוני המלבן שווים זה לזה.

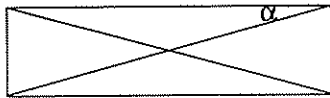


2. (א) חשב את כל הזוויות שיוצרים

האלכסונים עם הצלעות.



(ב) חשב את הזווית בין אלכסוני המלבן.



(ג) בטא את הזווית בין אלכסוני המלבן.

3. (א) מצא את צלעות המלבן, אם אורך האלכסון 15 יח' והזווית שהוא

יוצר עם אחת הצלעות היא בת 20° . שרטט תחילה.

(ב) מצא את צלעות המלבן, אם אורך האלכסון 15 יח' והזווית שהוא יוצר

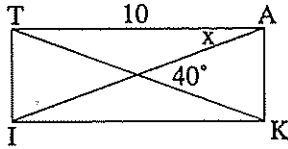
עם אחת הצלעות היא בת 45° . שרטט תחילה.

באיזה מלבן מדובר?

האלכסונים במלבן מחלקים אותו לארבעה משולשים שווים שוקיים

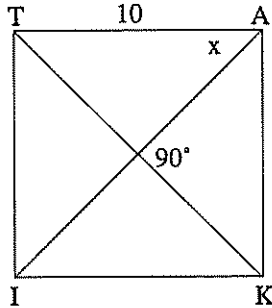


4. (א) חשב את x .



העתק את $\triangle ITA$ בצד, עם הנתונים.
חשב את IT ו IA ורשום בשרטוט,
את הערכים שמצאת.

(ב) חזור, עבור המלבן המשורטט כאן, על כל השלבים שבסעיף א'.

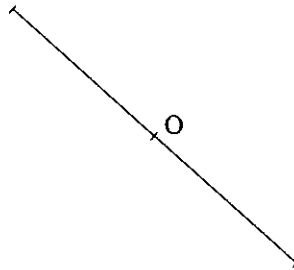


5. בדף שקוף 3 תמצא שלושה קטעים זהים לקטע המשורטט כאן.

(א) גזור את הקטעים מתוך הדף השקוף על פי הסימונים.

(ב) הנח אחד הקטעים על האלכסון בדף כאן, כך שאמצעי הקטעים יתלכדו.

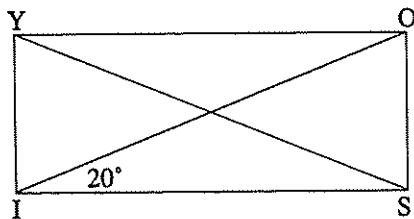
שרטט על הדף השקוף מלבן שאלו אלכסוניו.



(ג) חזור ושרטט באותו אופן (על קטע אחר בדף השקוף) מלבן נוסף, שונה.

(ד) נסה לקבל בדרך זו ריבוע.

גיאומטריה



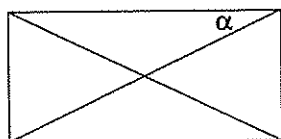
6. YOSI הוא מלבן.

(א) חשב את כל הזוויות.

(ב) נתון $IO = 12$ יחידות.

חשב את צלעות המלבן

ואת שטחו.



7. אורכי הצלעות של המלבן 12 יחידות ו 5 יחידות.

חשב את α .

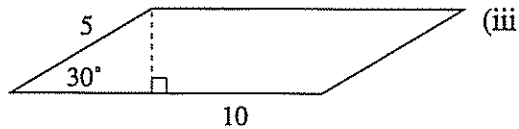
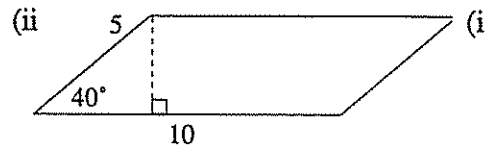
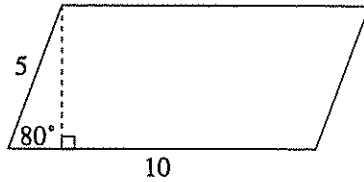
חשב את הזווית בין האלכסונים.

על המקבילית

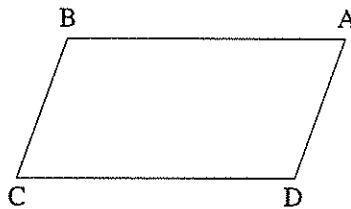
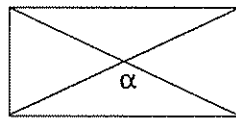


1. ביחידה מסלולים שטחים והיקפים ראית שאפשר לבנות מקביליות שונות עם אותן צלעות.

(א) חשב את גובהה ושטחה של כל מקבילית.



- (ב) לאיזה משלוש המקביליות השטח הגדול ביותר?
 (ג) שרטט מקבילית נוספת, שאורכי צלעותיה 10 יח' ו 5 יח' וקבע זווית חדה, כך שיתקבל שטח גדול יותר משל שלוש המקביליות.
 (ד) נסה לשרטט מקבילית שאורכי צלעותיה 10 יח' ו 5 יח' והיא בעלת השטח הגדול ביותר מכל המקביליות האלה.



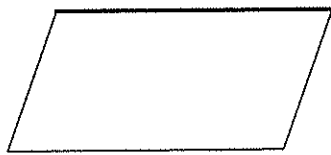
2. ראית שהאלכסונים במלבן יוצרים ארבעה משולשים שווי שוקיים.



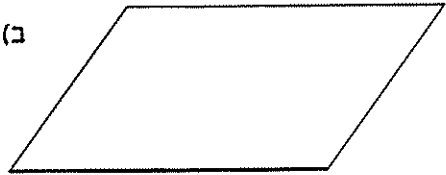
- שרטט את אלכסוני המקבילית.
- סמן את מפגש האלכסונים ב M.
- האם גם במקבילית שאינה מלבן, יוצרים האלכסונים ארבעה משולשים שווי שוקיים?
- מצא זוגות של משולשים חופפים.

מיון

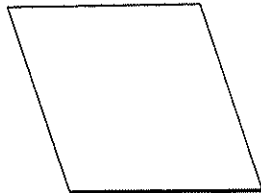
3. שרטט גובה לצלע המודגשת בכל מקבילית.



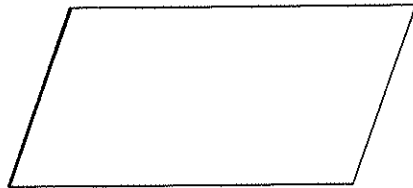
(ב)



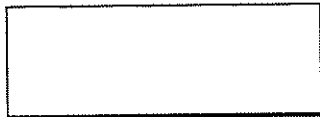
(א)



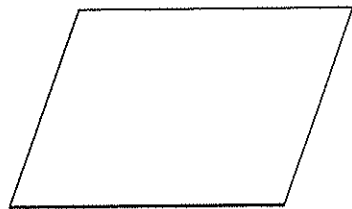
(ד)



(ג)

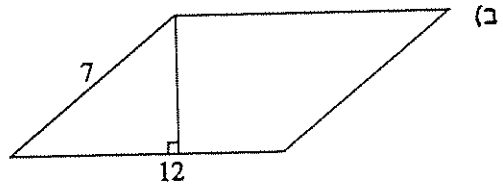
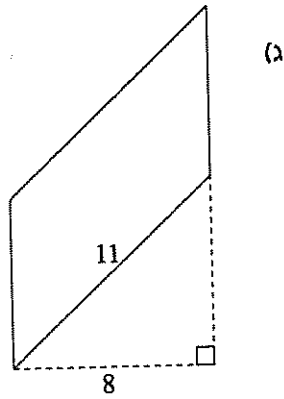


(ו)

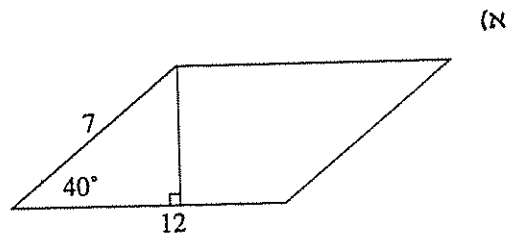
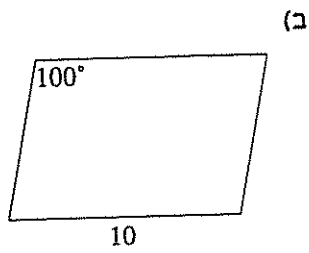


(ה)

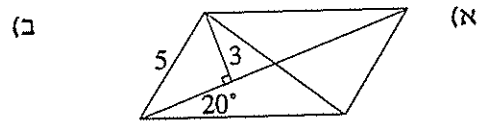
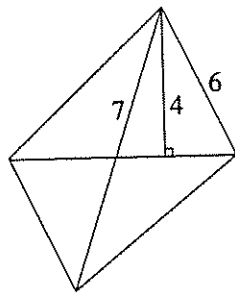
4. חשב את זוויות המקבילית.



5. חשב את שטח המקבילית.

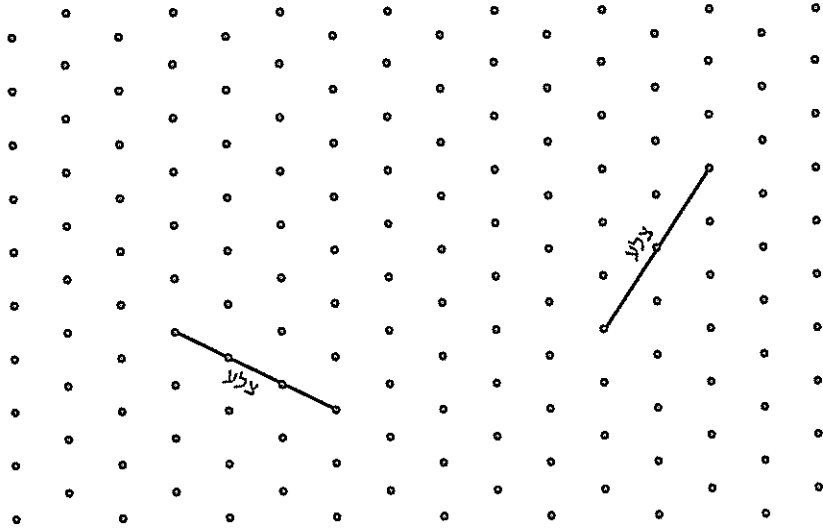


6. חשב את זוויות המקבילית.

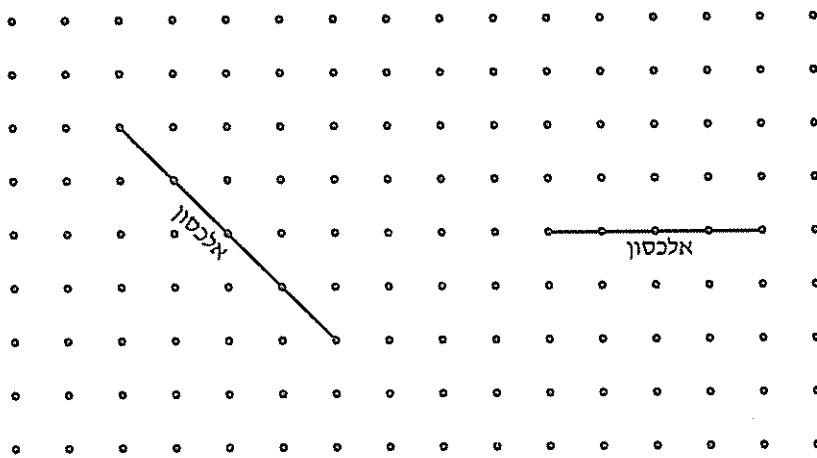


על מעוינים

1. השלם כל שרטוט למעוין. (הקודקודים בנקודות).



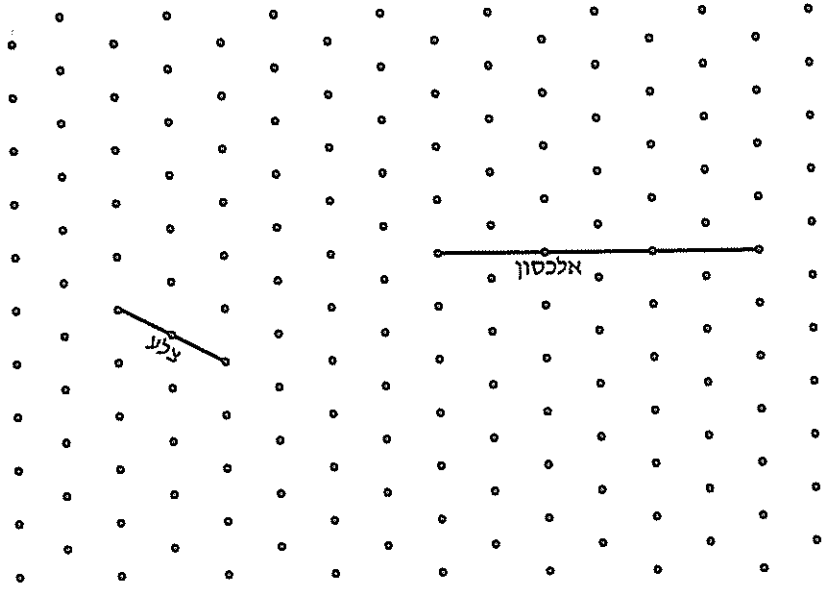
2. (א) שרטט לכל אלכסון שלושה מעוינים שונים. (הקודקודים בנקודות).



(ב) העבר את האלכסון השני לכל מעוין. מה תוכל לומר על אלכסוני המעוין? (בדוק גם במעוינים ששרטטת בתרגיל 1.)



3. (א) שרטט דלתון, שאינו מעוין. (הקודקודים בנקודות).



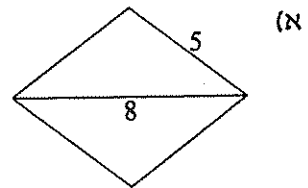
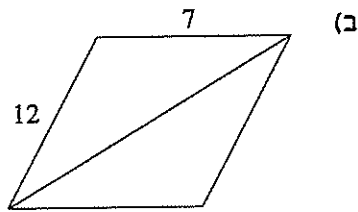
האם האלכסונים בדלתון מאונכים זה לזה?

(ב) שרטט מרובע שאיננו דלתון ואלכסונו מאונכים זה לזה.

בדלתון האלכסונים מאונכים זה לזה.

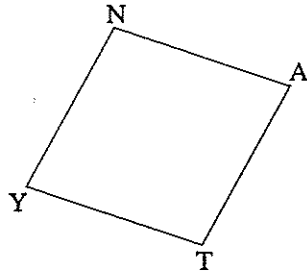


4. חשב את זווית המעוין.





5. המרובע NATY הוא מעוין.



(א) שרטט את אלכסוני המעוין.

כמה משולשים שווי שוקיים

נוצרו?

(ב) סמן ב O את פגישת האלכסונים.

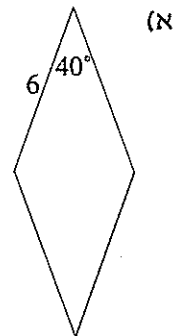
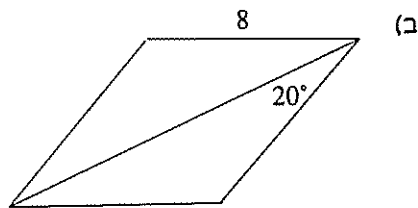
הסבר מדוע $OT = NO$.

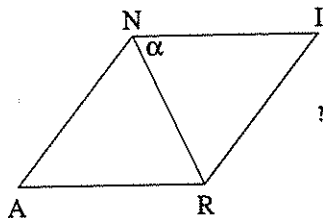
הסבר מדוע AO חוצה את הזווית NAT.

האלכסונים במעוין מאונכים זה לזה, חוצים זה את זה וחוצים את הזוויות מהן הם יוצאים.

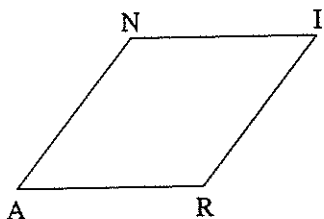
המילום

6. חשב את אלכסוני המעוין ואת שטחו.

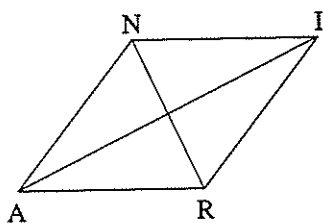




7. המרובע NIRA הוא מעוין.
 (א) בטא את זוויות המשולשים בעזרת α .
 (ב) האם האלכסון NR חוצה את $\angle N$ ו $\angle R$?



- (ג) העבר את AI.
 האם הוא חוצה זווית? נמק.



- (ד) מה גודל הזווית בין AI ו NR? נמק.

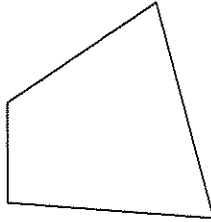
8. אחת מזוויות המעוין היא בת 60° ואורך הצלע 10 יח.
 (א) שרטט וחשב את אורכי האלכסונים.
 (ב) חשב את שטח המעוין.

9. אורך אחד האלכסונים במעוין 12 יח.
 אורך הצלע 7 יח.
 שרטט וחשב את זוויות המעוין.

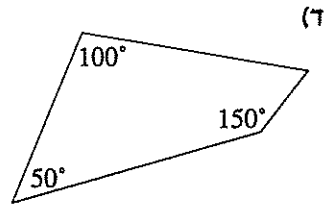
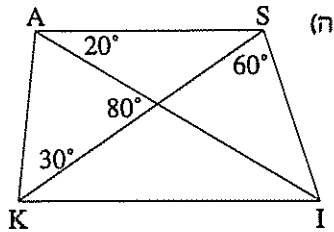
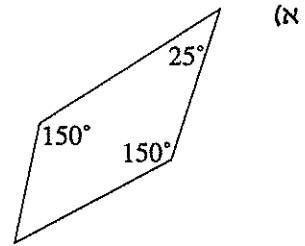
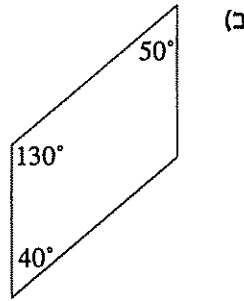
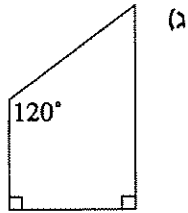
טרפז



1. העבר אלכסון וחשב את סכום הזוויות במרובע.



2. חשב זוויות וסמן את המרובעים שהם טרפזים.

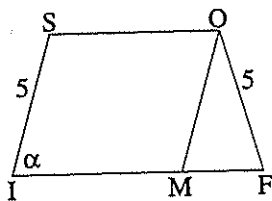


רשום על כל טרפז, מי הם הבסיסים ומי השוקיים.

טרפז שבו השוקיים שוות, נקרא טרפז שווה שוקיים.

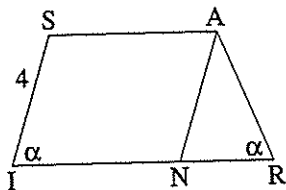


3. (א) בטרפז שווה שוקיים SOFI שרטטו קטע OM מקביל ל SI.



- מה אורך OM?

- מצא זוויות נוספות שגודלן α .



(ב) בטרפז SARI שרטטו מ A מקביל ל SI.

- סמן בשרטוט זווית נוספת שגודלה α .

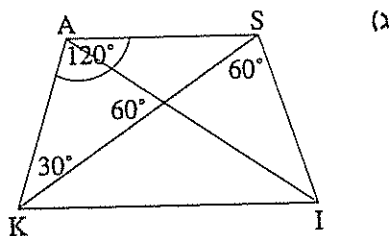
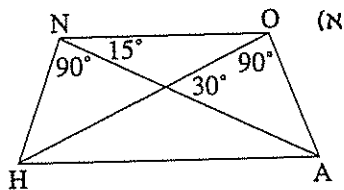
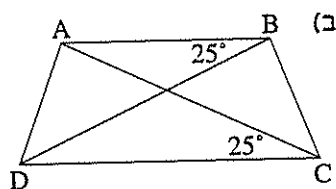
- מצא את אורכי AN ו AR.

4.



חשב זוויות נוספות על סמך הנתונים.

קבע, בכל מקרה, אם ניתן להסיק שהטרפז הוא שווה-שוקיים. נמק.



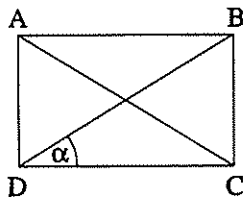
מרובעים - סיכום

1. אם התכונה מתקיימת במרובע, רשום + במשבצת המתאימה.

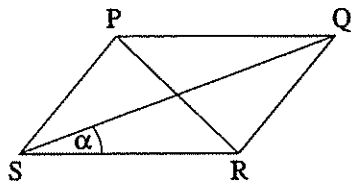


בטרפז שווה שוקיים	במעוין	במלבן	במקבילית	סוג המרובע התכונה
				כל הזוויות שוות
				הזוויות הנגדיות שוות
				זוג זוויות סמוכות שוות
				זוג צלעות סמוכות שוות

2. סמן בכל אחד מארבעת השרטוטים את כל הזוויות השוות ל α .

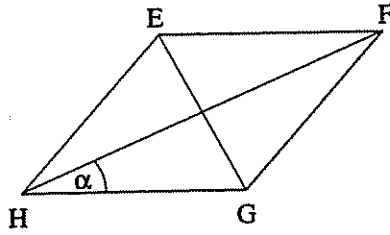


(א) ABCD מלבן.

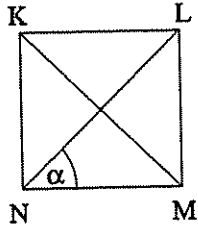


(ב) PQRS מקבילית.

ג) מעוין EFGH







ד) ריבוע KLMN



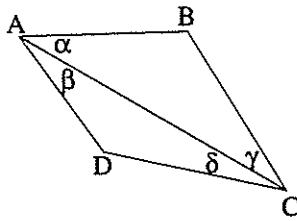
3. אם התכונה מתקיימת במרובע רשום + במשבצת המתאימה.



 בריבוע	 במעוין	 במלבן	 במקבילית	סוג המרובע / התכונה
				צלעות נגדיות שוות
				כל הצלעות שוות
				אלכסונים שווים זה לזה
				אלכסונים מאונכים זה לזה
				האלכסונים חוצים את הזוויות

מבחן

4. ABCD מרובע.



חשב זוויות נוספות, וקבע מאיזה סוג המרובע.
תן את השם המאפיין ביותר. (כלומר, אם
המרובע מעוקן, רשום מעוקן, ואל תסתפק
בשם דלתון).

$\alpha = 40^\circ$ (ב)

$\beta = 40^\circ$

$\gamma = 50^\circ$

$\delta = 50^\circ$

$\alpha = 40^\circ$ (א)

$\beta = 50^\circ$

$\gamma = 40^\circ$

$\delta = 50^\circ$

$\alpha = 45^\circ$ (ד)

$\beta = 55^\circ$

$\gamma = 55^\circ$

$\delta = 45^\circ$

$\alpha = 40^\circ$ (ג)

$\beta = 50^\circ$

$\gamma = 50^\circ$

$\delta = 40^\circ$

$\alpha = 45^\circ$ (ו)

$\beta = 45^\circ$

$\gamma = 45^\circ$

$\delta = 45^\circ$

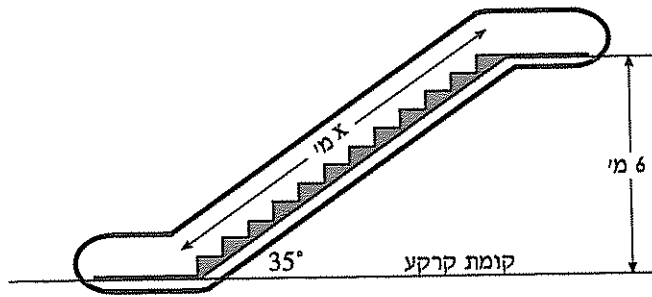
$\alpha = 40^\circ$ (ה)

$\beta = 40^\circ$

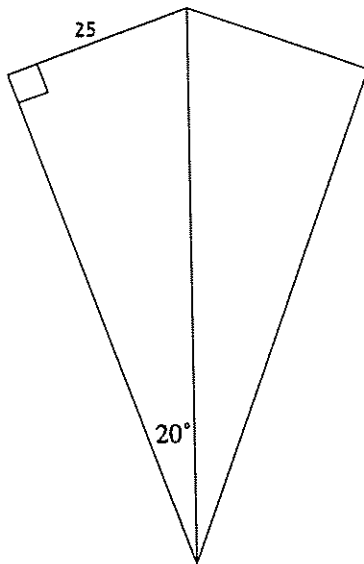
$\gamma = 40^\circ$

$\delta = 40^\circ$

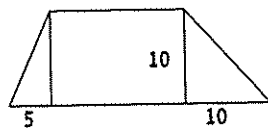
5. מה אורך המסלול של המדרגות הנעות?



6. האם קיימת מקבילית המקיימת את כל התנאים הבאים?
 אורכי צלעותיה 50 יח' ו 10 יח', הזווית החדה 30° , ושטחה 250 יחידות ריבועיות.



7. המרובע הוא דלתון.
 (א) חשב את צלעות הדלתון.
 (ב) חשב את זוויות הדלתון.



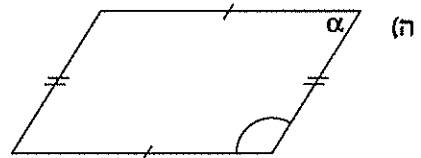
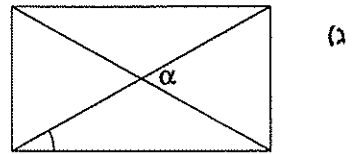
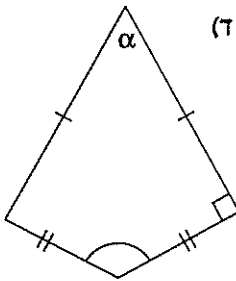
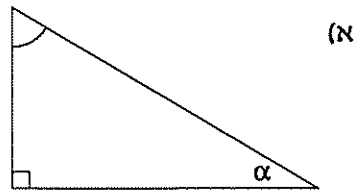
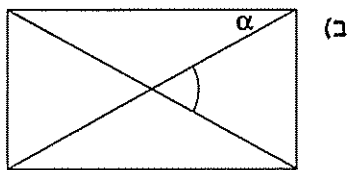
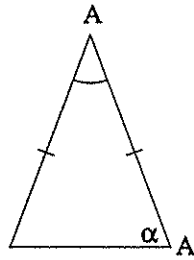
8. המרובע הוא טרפז.
 חשב את זוויותיו.

ביטויים



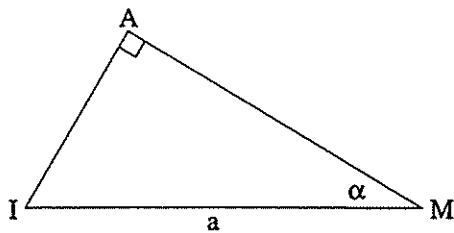
1. בטא את הזווית המסומנת בקשת באמצעות α .

דוגמא: $\sphericalangle A = 180^\circ - 2\alpha$



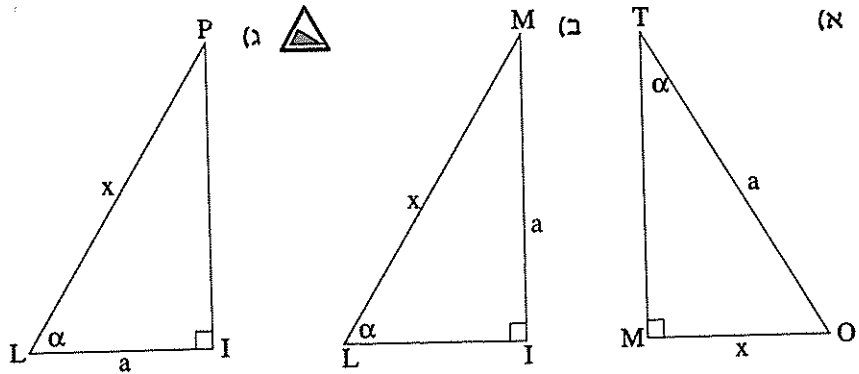
2. $\triangle MAI$ ישר זווית.

בטא את AI בעזרת α ו a .

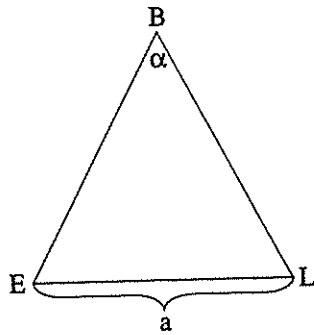




3. בכל משולש בטא את x בעזרת הנתונים α ו a .



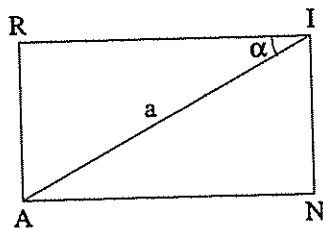
4. $\triangle BEL$ שווה שוקיים ($BE = BL$).



- (א) בטא את זוויות הבסיס בעזרת α .
- (ב) העבר גובה BD במשולש.
- (ג) בטא בעזרת a ו α את אורך הקטע ED .
- (ד) בטא בעזרת a ו α את אורך השוק BE .
- (ה) בטא בעזרת a ו α את שטח $\triangle BEL$.



5. המרובע $RINA$ מלבן.



- (א) בטא את RA בעזרת a ו α .
- (ב) בטא את $\angle RAI$ בעזרת α .
- (ג) בטא את IR בעזרת a ו α .
- (ד) בטא את היקף המלבן בעזרת a ו α .
- (ה) בטא את שטח המלבן בעזרת a ו α .



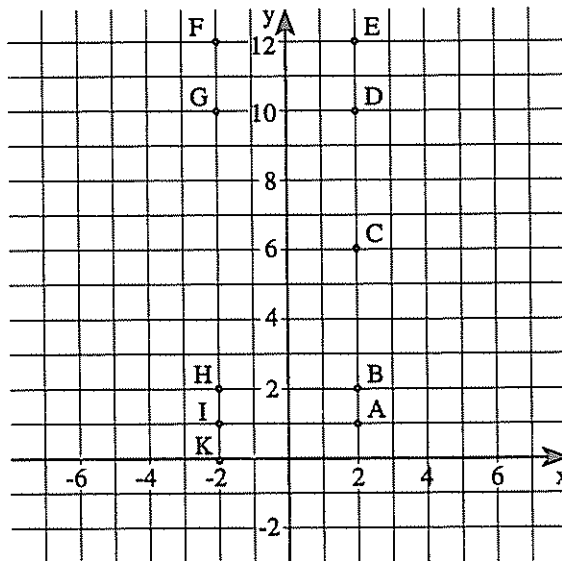
פונקציה טריגונומטרית נוספת

בסעיף זה תכיר פונקציה טריגונומטרית נוספת. עסקת בה מעט בעבר, בגיאומטריה אנליטית.



1. א) הנח במערכת הצירים ישר העובר דרך הנקודה $(0, 0)$ ושיפועו $\frac{1}{4}$.
(היעזר בישר המשורטט בדף שקוף 3.)

סמן את ראשית הצירים ב O הנח אצבע וסובב את הישר, כך שיעבור בכל פעם דרך אחת מהנקודות המסומנות. רשום את שיפועו.
מערכת צירים לקריאת שיפועים



הישר	OA	OB	OC	OD	OE	OF	OG	OH	OI	OK
השיפוע										

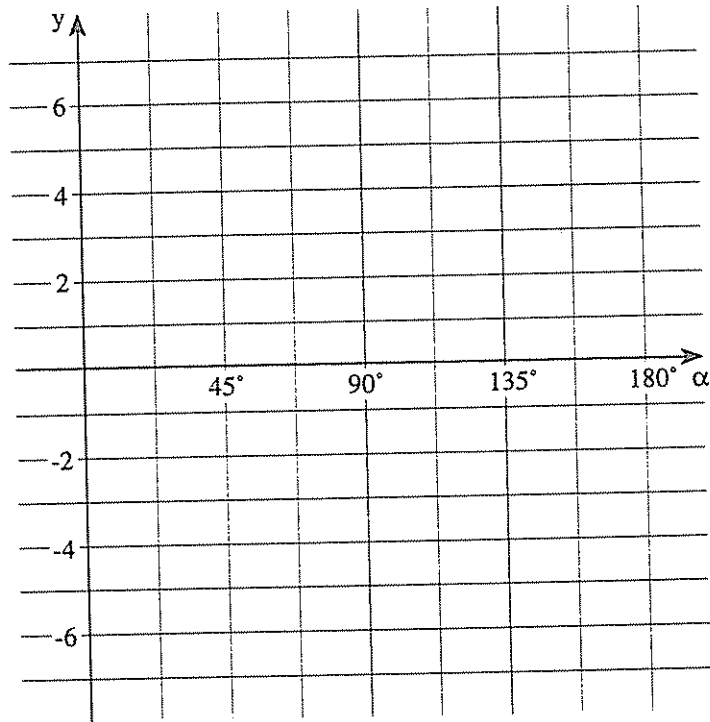
- ב) נסה לתאר את השתנות השיפוע כשמסובבים את הישר סביב הראשית:
 (i) ברביע הראשון מ A, ל B, ל C וכו'.
 (ii) ברביע השני מ F, ל G, וכו'.



2. מדדו את הזווית בין הקטעים OA, OB והכיוון החיובי של ציר x, זווית זו סומנה ב α .

הישר	ציר x	OA	OB	OC	OD	OE	OF	OG	OH	OI	OK
הזווית α	0°	26.6°	45°	71.5°	78.7°	80.5°	99.5°	101.3°	135°	153.4°	180°
השיפוע	0	1/2	1	3	5	6	-6	-5	-1	-1/2	0

ב) סמן את הנקודות המתאימות במערכת הצירים.
מערכת לגרף הפונקציה



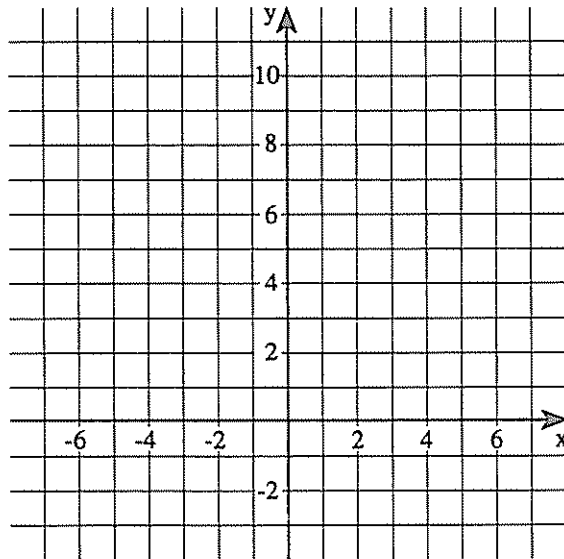
- באיזה תחום השיפועים חיוביים?
- באיזה תחום השיפועים שליליים?
- עבור אלו זוויות השיפוע אפס?
- חבר את הנקודות המתאימות לזוויות מ 0° ועד ל 80.5° .
- חבר את הנקודות המתאימות לזוויות מ 90.5° ועד ל 180° .

α היא הזווית הנוצרת בין הישר והכיוון החיובי של ציר x .
 הפונקציה המתאימה לכל זווית (α) את שיפוע הישר נקראת
 טנגנס α ומסומנת $\tan(\alpha)$ או $tg(\alpha)$.

3. הנח במערכת הצירים ישר ששיפועו 5.
 הנח במערכת הצירים ישר ששיפועו 10.



מערכת צירים לקריאת שיפועים:



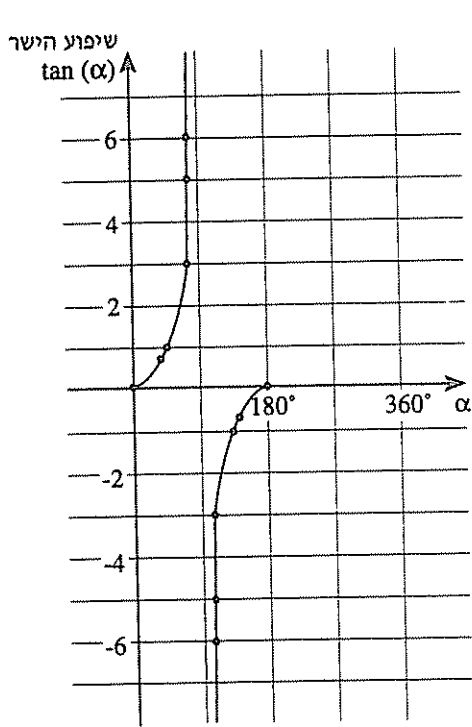
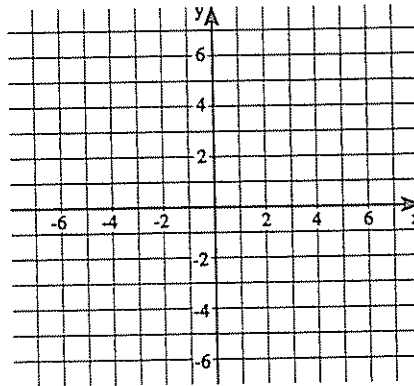
- האם אפשר להניח במערכת צירים גדולה ישר ששיפועו 100?
- האם אפשר להניח במערכת צירים גדולה ישר ששיפועו 1000?
- האם אפשר להניח במערכת צירים גדולה ישר ששיפועו 10,000,000?
- מה קורה לזווית אם השיפוע גדל עוד יותר?
- מה השיפוע אם הזווית 90° ?

הישר $\alpha = 90^\circ$ הוא אסימפטוטה לגרף הפונקציה $y = \tan(\alpha)$.



4. א) הנח ישר, המשורטט על ניר שקוף, על ציר x , וסובב אותו סביב הראשית כך שהזווית תגדל. מתי (מאיזו זווית) יתחילו השיפועים לחזור על עצמם?

מערכת צירים לקריאת שיפועים



ב) נסה להמשיך את הגרף עד 360° .

ג) השלם על פי הגרף (בערך)

$\tan(210^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$

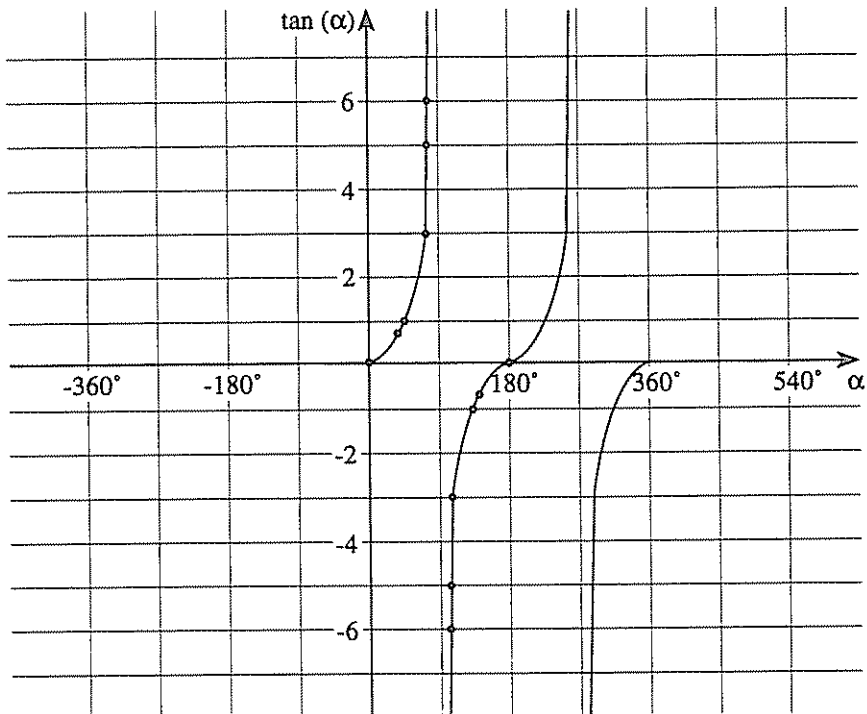
$\tan(360^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$

$\tan(225^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$

ד) רשום משוואה של אסימפטוטה נוספת של גרף הפונקציה.

מחזור הפונקציה $\tan(\alpha)$ הוא 180° .

5. א) שרטט מחזורים נוספים בתחום בין 360° ל 540° .



ב) השלם על פי הגרף (בערך).

$$\tan(135^\circ) =$$

$$\tan(-135^\circ) =$$

$$\tan(-180^\circ) =$$

$$\tan(-210^\circ) =$$

$$\tan(405^\circ) =$$

$$\tan(-120^\circ) =$$

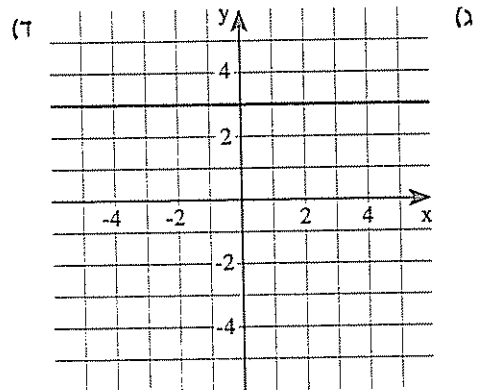
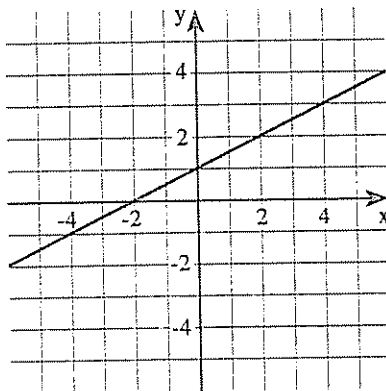
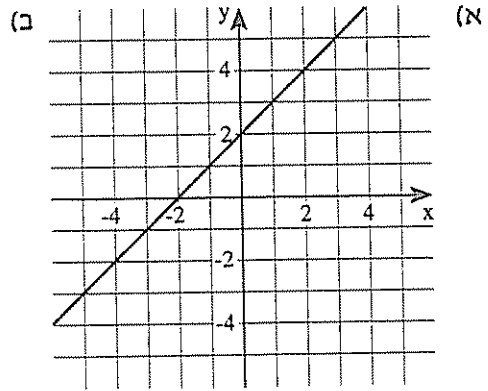
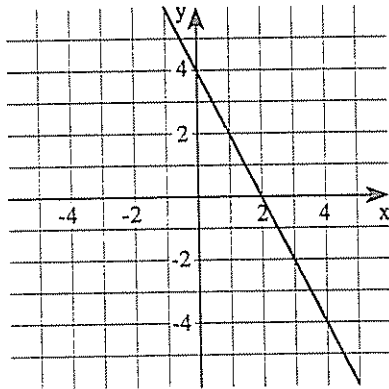
ג) רשום שלושה ערכים שונים: $\tan(\quad) = 1.5$

$$\tan(\quad) = 1.5$$

$$\tan(\quad) = 1.5$$

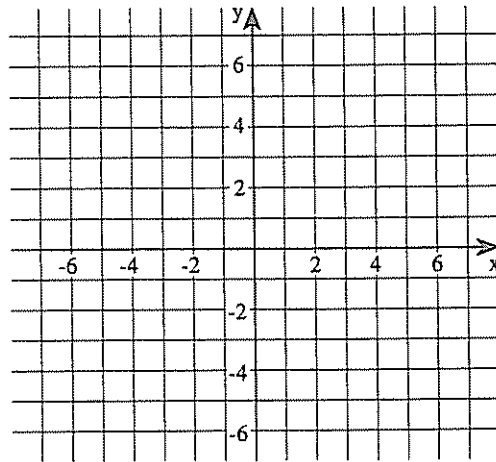
אמיזיקום

6. מצא את זווית השיפוע של כל ישר (α).
 (מצא תחילה את שיפועו של הישר והתאם, בערך, את הזווית מתוך הגרף של $\tan(\alpha)$.)



7. איזו זווית יוצר הישר עם הכיוון החיובי של ציר x אם ידוע:
 (א) שיפוע הישר 1.
 (ב) שיפוע הישר -1.

8. א) ראשית הצירים. שרטט ישר OA ששיפועו 1, OB ששיפועו 2, OC ששיפועו 4.



נכון/לא נכון ונמק.

- כאשר השיפוע גדל פי 2 גם הזווית גדלה פי 2.
- כשהזווית גדלה בין 0° ל 90° השיפוע גדל.
- כאשר הזווית מתקרבת ל 90° השיפוע גדול מאוד.

9. כפי שראית, הישר $\alpha = 90$ הוא אסימפטוטה לגרף הפונקציה $\tan(\alpha)$. רשום עוד ארבע משוואות של אסימפטוטות לגרף של $y = \tan(\alpha)$.

10. סמן את הטענות הנכונות (היעזר במחזוריות).

א) $\tan(45^\circ) = \tan(135^\circ)$

ב) $\tan(22^\circ) = \tan(202^\circ)$

ג) $\tan(60^\circ) = \tan(120^\circ)$

ד) $\tan(45^\circ) = \tan(-135^\circ)$

ה) הערך המכסימלי של $\tan(\alpha)$ הוא 1.

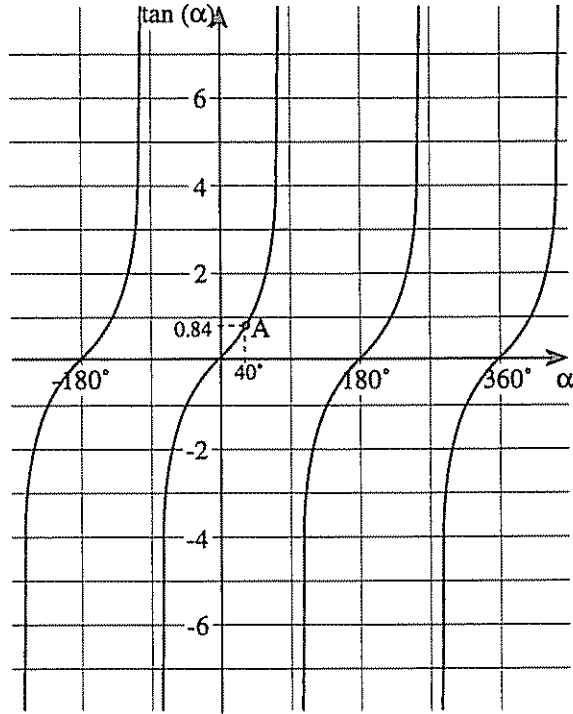
11. השלם בערך: $\tan(50^\circ) = \tan(\quad) = \tan(\quad)$

$\tan(120^\circ) = \tan(\quad) = \tan(\quad)$

$\tan(90^\circ) = \tan(\quad) = \tan(\quad)$

tan(α) ומשוואות

1. לפיך גרף של tan(α)



א) ידוע כי בנקודה A $\tan(40^\circ) \approx 0.84$.

הנח ישר מקביל לציר האופקי דרך A, ורשום על הציר האופקי ערכים נוספים עבורם מתקיים: $\tan(\quad) = 0.84$.

ב) היעזר בישר כדי לפתור את המשוואות הבאות.
(מצא ארבעה פתרונות לכל משוואה.)



$\tan(\alpha) = 1$ (iii) $\tan(\alpha) = -0.84$ (i)

$\tan(\alpha) = 0$ (iv) $\tan(\alpha) = -4$ (ii)



5. פתור $\tan(\alpha) + 3 = 5$.

רשום את כל הפתרונות בתחום שבין 90° ל 270° .

גרזוף

6. פתור את המשוואות הבאות בתחום שבין 180° ל 180° .

(א) $\tan(\alpha) = 0.7$ (ב) $\tan(\alpha) = -12$ (ג) $\tan(\alpha) = 3$ (ד) $\tan \alpha = 12$

7. פתור את המשוואות הבאות בתחום מ 0° ועד 360° .

(א) $\tan(\alpha) + 1 = 2$

(ב) $\tan(\alpha) - 1 = -1$

(ג) $2\tan(\alpha) = 3$

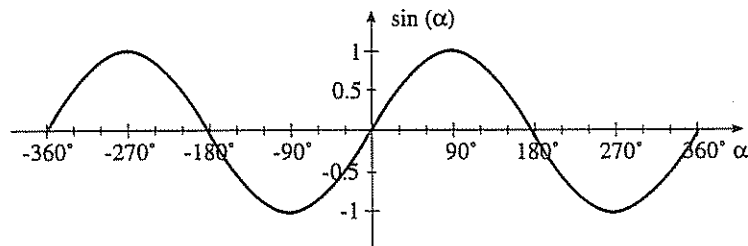
(ד) $3\tan(\alpha) - 6 = 9$

8. בפרק קודם למדת לפתור משוואות דומות עבור הפונקציה $y = \sin(\alpha)$.

(א) - סמן על גרף הפונקציה נקודה המקיימת $\sin(\alpha) = 0.7$.

- העבר ישר המקביל לציר α דרך אותה נקודה.

- מצא שלושה פתרונות נוספים למשוואה $\sin(\alpha) = 0.7$ וסמן אותם על הציר.



ב) פתור את המשוואות הבאות (תן שני פתרונות).

$$\sin(\alpha) = -0.5 \quad \text{(iii)} \qquad \sin(\alpha) = 1 \quad \text{(i)}$$

$$\sin(\alpha) = 0.8 \quad \text{(iv)} \qquad \sin(\alpha) = 0 \quad \text{(ii)}$$

9. פתור את המשוואות הבאות בתחום שבין $0 < 90^\circ$.

$$\tan(\alpha) = 2 \quad \text{(ג)} \qquad \tan(\alpha) = 0.5 \quad \text{(א)}$$

$$\sin(\alpha) = 2 \quad \text{(ד)} \qquad \sin(\alpha) = 0.5 \quad \text{(ב)}$$

ה) האם תוכל לרשום מספר, במשבצת \square , $\tan(\alpha) = \square$, כך שכשתנסה לפתור יתקבל במחשבון E (טעות).



ו) אלו מספרים אפשר לרשום במשבצת \square , $\sin(\alpha) = \square$ כך שכשתנסה לפתור בעזרת המחשבון תקבל E.



10. א) האם תוכל לרשום מספר במשבצת \square , $\tan \square$, כך שאם תקיש במחשבון יתקבל E?



מה משמעות הפתרון שקבלת?

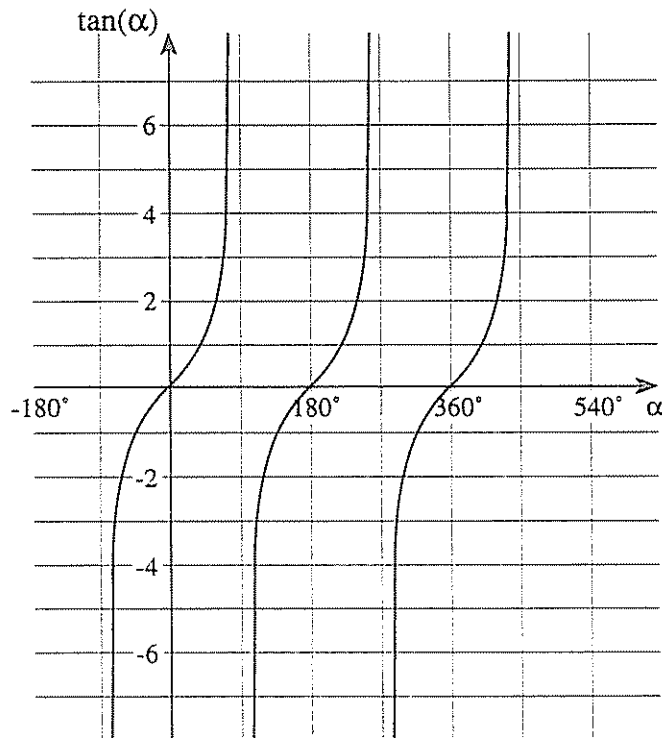
ב) האם קיימת זווית (α) בין 0° ל 360° , שאם נציב את גודלה במשבצת \square , $\sin \square$, נקבל E?

עוד על שיפוע וזווית



1. א) פתור בעזרת המחשבון $\tan(\alpha) = -0.3$.
מצא זווית בין 90° ל 180° שגם היא פתרון המשוואה.
סמן את שני הפתרונות שמצאת במערכת הצירים.

כשהשיפוע שלילי, אפשר לבטא את זווית השיפוע בעזרת זווית שלילית בין 0° ל -90° או כזווית בין 90° ל 180° .

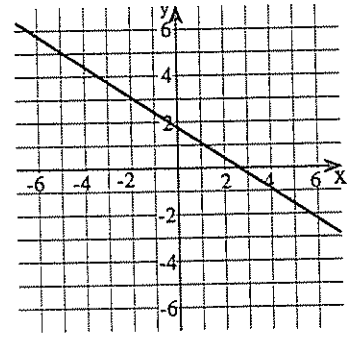


- ב) מצא שני פתרונות למשוואה $\tan(\alpha) = -1.5$, אחד בין 0° ל 90° והשני בין 90° ל 180° . סמן את שני הפתרונות במערכת הצירים.

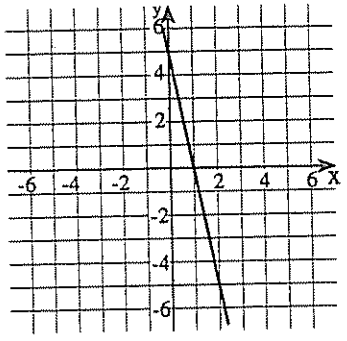


2. מצא את זווית השיפוע של כל ישר.

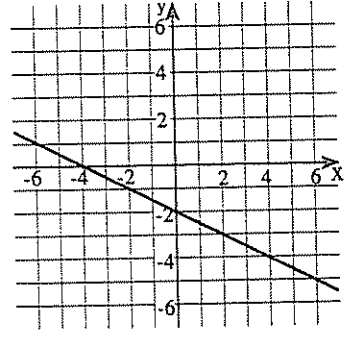
(א)



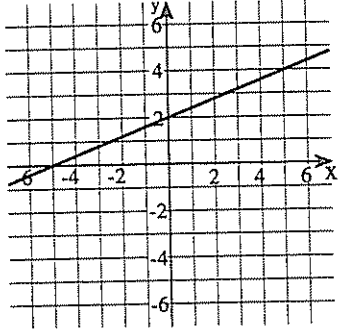
(ב)



(ג)



(ד)



3. רשום את שיפוע הישר ואת גודל הזווית שהוא יוצר עם הכיוון החיובי של ציר x?

(א) $y = 3x + 2$ (ב) $y = x - 3$ (ג) $y = -3x$

4.



הגרף מתאר את הפונקציה

$$f(x) = -x^2 + 2x$$

הפונקציה הנגזרת:

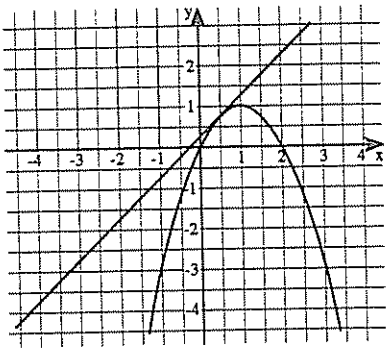
$$f'(x) = -2x + 2$$

(א) חשב את שיפוע המשיק

בנקודה $(\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$

(ב) מה הזווית (α) שיוצר המשיק

בנקודה $(\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$ עם הכיוון החיובי של ציר x ?





5. נתונה הפונקציה $f(x) = 3x^2 + 5x$

- (א) מצא את הפונקציה הנגזרת.
 (ב) חשב את השיפוע בנקודה $(3, 42)$.
 (ג) חשב את הזווית שיוצר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה $(3, 42)$ עם הכיוון החיובי של ציר x .

מגזורים

6. חשב את הזווית שיוצר כל ישר עם הכיוון החיובי של ציר x .

- (א) $y = 2x - 1$ (ב) $y = -2x + 3$ (ג) $y = \frac{1}{2}x$
 (ד) $y = -2$ (ה) $y = -\frac{1}{2}x + 1$ (ו) $y = 2$

7. נתונה הפונקציה $y = x^2 - 4x$

- (א) מצא את הפונקציה הנגזרת.
 (ב) חשב את שיפוע הפונקציה בנקודה $(2, -4)$.
 (ג) חשב את הזווית שיוצר המשיק בנקודה $(2, -4)$ עם הכיוון החיובי של ציר x .
 (ד) מה תוכל לומר על הנקודה $(2, -4)$ בגרף הפונקציה?

8. נתונה הפונקציה $y = x^3 - 2x^2 + 1$

- (א) מצא את שיפוע הפונקציה בנקודה $(2, 1)$.
 (ב) מה הזווית שיוצר המשיק בנקודה זו עם הכיוון החיובי של ציר x ?

פתרונות לחלק מהתרגילים

מה אפשר ומה עדיין לא (עמודים: 7-11)

2. א) $LV = \sqrt{18} = 4.24$

ב) $UP = 8$ יח'

3. א) $\angle A = 50^\circ$ $BC >$ יח' 5

ב) $\angle I = \angle A = 61^\circ$ $IA < MA$ ג) $RU >$ יח' 1

יחסי צלעות במשולשים (עמודים: 12-16)

3. א) אורכי הצלעות: 6.4 יח', 5 יח', 4 יח'.

ב) היחס: 0.625.

4. א) היחס: 0.625.

ג) $KY = 6$ יח' $YR = 7.8$ יח' $KR = 9.6$ יח' ד) היחס: 0.625.

5. א) 7.5 יח' ב) 8 יח' ג) 40 יח'.

6. א) $UT = 10.39$ יח' $SO = 3$ יח' $OF = 5.2$ יח' $SF = 6$ יח'

ב) היחס: 0.5.

7. א) ההגדלה: פי 1.5 $x = 4.58$ יח' $z = 6.87$ יח' $y = 7.5$ יח'

ב) ההגדלה: פי 3 $x = 5$ יח' $y = 15$ יח' $z = 12$ יח'

8. ב) היחס: 1 ג) אורך הניצב: 6.32 יח' והיחס: 0.9.

9. היחס: 0.38.

יוצאים מהמעגל (עמודים: 17 - 25)

5. א) $\sin \alpha = \frac{12}{13}$ ב) $\sin \alpha = \frac{12}{15}$ ג) $\sin \alpha = \frac{a}{5}$

ד) $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ה) $\sin \alpha = \frac{8}{10}$

6. א) $\sin \alpha = 0.8$ ב) $\sin \alpha = 0.8$ ג) $\sin \alpha = 0.48$ ד) $\sin \alpha = 0.92$

7. א) $\sin \alpha = 0.8$ ב) $\angle ABC = 90 - \alpha$ ג) $\angle DCB = \alpha$

8. א) $\sin \alpha = 0.22$

10. א) $\sin \alpha = 0.6$ ב) $\sin \alpha = 0.6$ ג) $\sin \alpha = 0.92$

11. א) $\sin \alpha = 0.8$ ב) $\sin \alpha = 0.8$ ג) $\sin \alpha = 0.33$

ומה גודל הזווית? (עמודים: 26 - 34)

1. א) $\sin \alpha = 0.5$

ב) $\alpha = 11.54^\circ$, $\alpha = 81.89^\circ$, לא קיים α מתאים.

3. א) $\alpha = 19.47^\circ$ ב) $\beta = 12.68^\circ$ ג) $\gamma = 22.62^\circ$

4. א) $\alpha = 59.05^\circ$ ב) $\beta = 36.87^\circ$ ג) $\gamma = 22.62^\circ$

6. א) $\alpha = 23.58^\circ$

7. א) $\alpha = 71.57^\circ$ ב) 8 יח' PU $\angle P = 36.87^\circ$ $\angle R = 53.13^\circ$

8. א) $\angle ABD = 41.8^\circ$ $\angle BAD = 48.2^\circ$ $\angle ACD = 30^\circ$

10. א) $\alpha = 21.1^\circ$ ב) $\beta = 50^\circ$ ג) $\gamma = 19.47^\circ$ ד) $\delta = 30^\circ$

14. $\angle NOY = 50.48^\circ$ $\angle ONY = 39.52^\circ$ $\angle F = 50.48^\circ$

15. זווית הנטייה: 85° .

$$.16 \quad \beta = 22.62^\circ \quad \alpha = 67.38^\circ$$

$$.17 \quad \beta = 53.13^\circ \quad \alpha = 36.87^\circ \quad .19 \quad \beta = 60^\circ \quad \alpha = 30^\circ$$

$$.20 \quad \sphericalangle CAB = 1.17^\circ \quad \sphericalangle ABC = 88.83^\circ \quad \sphericalangle DBC = 44.42^\circ$$

$$.21 \quad \sphericalangle AMI = 45.24^\circ \quad \beta = 22.62^\circ \quad \alpha = 22.62^\circ$$

$$.22 \quad \alpha = 30^\circ \quad (\text{א}) \quad \alpha = 30^\circ \quad (\text{ב})$$

יצירת משולש ישר זווית והישובי זוויות (עמודים: 46-43)

$$.3 \quad (\text{א}) \quad \alpha = 51.31^\circ \quad (\text{ב}) \quad \beta = 78.69^\circ \quad (\text{ג}) \quad \alpha = 53.13^\circ \quad \beta = 63.43^\circ$$

$$.4 \quad \text{גודל זווית המשולש: } 45.1^\circ, 67.45^\circ, 67.45^\circ$$

$$.5 \quad (\text{א}) \quad 11.31 \text{ יח' } DC = \text{גודל הזוויות } 19.47^\circ, 70.53^\circ, 90^\circ \\ (\text{ב}) \quad 6.69 \text{ יח' } AD = 7.79 \text{ יח' } AB = \text{ג} \text{ הזוויות: } 90^\circ, 30.9^\circ, 59.1^\circ$$

$$.6 \quad (\text{א}) \quad 9.16 \text{ יח' } KR = \text{ג} \text{ הזוויות: } 66.42^\circ, 66.42^\circ, 47.16^\circ$$

$$.7 \quad \text{גודל הזוויות: } 45.58^\circ, 45.58^\circ, 88.83^\circ$$

$$.9 \quad (\text{ב}) \quad \text{גודל הזוויות: } 75.52^\circ, 75.52^\circ, 28.96^\circ$$

$$.10 \quad (\text{א}) \quad 6.93 \text{ יח' } TS = \text{ג} \text{ הזוויות: } 40.92^\circ, 40.92^\circ, 98.16^\circ$$

$$.11 \quad (\text{ב}) \quad 4 \text{ יח' } DI = \text{גודל הזוויות: } 36.87^\circ, 53.13^\circ, 90^\circ$$

$$(\text{ג}) \quad 16 \text{ יח' } DR = 16.28 \text{ יח' } SR =$$

$$(\text{ד}) \quad \sphericalangle J = 36.87^\circ ; \sphericalangle R = 10.62^\circ \quad \sphericalangle ISR = 132.51^\circ$$

ניצבים במשולשים יישרי זווית (עמודים 54 - 47).

1. $AC = 0.85$ יח' $ML = 0.34$ יח'

2. $x = 4.62$ יח'

5. א) גובה הקיר הוא: 4.1 מ' ב) המרחק הוא 2.86 מ'

6. א) $OF = 6.47$ יח' ב) $OR = 8.46$ יח' ג) $AK = 5.07$ יח'

7. שטח המשולש 40 יח' ריבועיות.

8. א) $DC = 6.43$ יח' $BC = 12.85$ יח' ב) $AD = 7.66$ יח' ג) השטח: 49.26 יח"ר

בהמשך נרשום יח"ר במקום יחידות ריבועיות.



15. אורכי הניצבים: 6 יח' 10.39 יח'.

16. שטח המשולש: 281.9 יח"ר.

17. א) אורך הגובה: 18.79 יח'. ב) השטח: 128.53 יח"ר.

19. א) $ML = 7.66$ יח' ב) השטח: 68.94 יח"ר.

20. א) $\angle M = 70.53^\circ$ $\angle N = 19.47^\circ$ ב) $NO = 14.14$ יח' ג) השטח: 35.35 יח"ר.

21. א) $BD = 6$ יח' ב) שטח $\triangle ABC$: 36 יח"ר.

22. א) אורך הגובה: 2 יח' ב) שטח $\triangle ALEV$: 4 יח"ר ג) זוויות $\triangle ABC$: 75° 75° 30°

עוד על חישובי צלעות (עמודים 58 - 55)

1. א) $x = 7.47$ יח' ב)

2. א) $x = 18.6$ ב) $x = 23.53$ ג) $x = 14.93$ ד) $x = 37.5$
3. א) $b = 8.54$ ב) $AB < 7$ ג) $AB = 4.89$ ד) $AB = 4.89$
4. א) זוויות ΔKOM : $90^\circ, 25^\circ, 65^\circ$ ב) $KO = 35.49$ ג) $KO = 35.49$
6. א) $GI = LI$ ב) $GI = LI$ יחידות: 29.24
7. א) $ER = 11.83$ ב) $MR = 10.72$ ג) שטח ΔNER : 26.8 יחידות
9. שטח ΔMOR : 107.4 יחידות
10. גובה המטוס: 1710 מ.
12. הסולם יגיע לגובה 6.93 מ.
13. אורך השוק: 13.03 יחידות שטח המשולש: 65.27 יחידות
14. אורך השוק: 12.77 יחידות שטח המשולש: 76.62 יחידות
15. שטח ΔPQL : 102.3 יחידות
16. א) $\angle A = 60^\circ$ $\angle B = 30^\circ$ ב) $\angle A = 90^\circ$ $\angle B = \angle C = 45^\circ$ ג) $\angle A = 41.2^\circ$ $\angle B = \angle C = 69.4^\circ$

חזרה וסיכום (עמודים 62 - 59)

1. א) $AC = 10.89$ $BC = 8.34$ ב) $AC = 5.6$ $AB = 9.77$ ג) $AB = 4.23$ $BC = 9.06$ ד) $\angle C = 20.55^\circ$ $\angle A = 69.45^\circ$ $AC = 8.54$
2. א) $CB = 5.74$ ב) אורך התיכון: 8.68 יחידות
3. א) אורך חוצה הזווית: 8.59 יחידות
4. א) $AC = 8.19$ ב) שטח ΔABC : 23.49 יחידות

5. (א) $RT = 10.95$ יח $\angle U = 57.42^\circ$ $\angle T = 32.58^\circ$

(ב) (i) אורך הגובה: 5.89 יח (ii) לא ניתן. (iii) לא ניתן.

8. (א) $TU = 15.72$ $TR = 15$ מול $RU = 7.98$

9. $\angle N = 80^\circ$, $\angle F = 60^\circ$ $\angle O = 40^\circ$

הקבלה וזיהוי (עמודים 75 - 70)

4. (א) $\angle ACB = 60^\circ$ $\angle ACD = 30^\circ$

(ב) $\angle ACD = 48.2^\circ$ $\angle ACB = 50.1^\circ$

(ג) $\angle SIA = 45^\circ$ $\angle AIM = 45^\circ$

(ד) $\angle OKL = 55.15^\circ$ $\angle KLA = 55.15^\circ$

(ה) $\angle IAR = 29.9^\circ$ $\angle NAI = 52^\circ$

5. (ii) (א) אורך כל הצלעות: 10 יח. (ב) $YI = ET = 10$ יח $EY = TI = 7$ יח

(iii) $ET = YI = 9.18$ יח $YE = TI = 7.92$ יח

6. (ב) $UH = RA = 7.43$ יח $UR = HA = 6.69$ יח

7. (ב) אורך כל אחת מהצלעות 7.07 יח.

על מלבנים (עמודים: 78 - 76)

3. (א) אורך שתי צלעות 5.13 יח, ואורך שתי הצלעות האחרות 14.09 יח.

(ב) אורך כל הצלעות: 10.6 יח.

4. (א) $IT = 3.64$ יח $IA = 10.64$ יח (ב) $IT = 10$ יח $IA = 14.14$ יח

6. (א) $SO = YI = 4.1$ יח $YO = IS = 11.28$ יח

7. $\alpha = 22.62^\circ$ הזוויות בין האלכסונים הן: 134.76° ו 45.24° .

על המקבילית (עמודים 79 - 81)

1. (א i) $h = 2.5$ יחי $S = 25$ יח"ר
 (ii) $h = 4.92$ יחי $S = 49.2$ יח"ר
 (iii) $h = 3.21$ יחי $S = 32.1$ יח"ר
4. (א) 53.13° 126.87° (ב) 35.68° 144.31° (ג) 46.66° 133.34°
5. (א) $S = 54$ יח"ר (ב) $S = 59.08$ יח"ר
6. זווית המקבילית: (א) 56.87° 123.13° (ב) 76.65° 103.35°

על מעוינים (עמודים: 82 - 85)

4. (א) 106.26° 73.74° (ב) 118° 62°
6. (א) 11.28 יחי 4.10 יחי 23.15 יח"ר $S =$
8. (א) אורכי האלכסונים: 10 יחי, 8.67 יחי. (ב) $S = 43.3$ יח"ר

טרפז (עמודים: 86 - 89)

6. (ב) אורכי השוקיים: 3.11 יחי (ג) גובה הטרפז: 2.38 יחי. (ג) $S = 14.28$ יח"ר
7. (א) $\sphericalangle D = 71.56^\circ$ $\sphericalangle A = 108.43^\circ$ (ב) $S = 42$ יח"ר
 (ג) $AD = 6.32$ יחי. ההיקף: 26.32 יחי.
8. (ב) אורך הגובה ב $\triangle ARN$: 4.33 יחי. אורך הגובה ב $\triangle DIR$: 2.6 יחי.
 (ג) 5 יחי $NA =$ 3 יחי $ID =$ 27.72 יח"ר $S =$
9. (ב) 6.58 יחי $XO =$ 2.39 יחי $AO =$ אורך אלכסון הטרפז: 8.98 יחי.
10. (ב) אורך הבסיס הגדול: 38 יחי.

מרוכבים - סינוס (עמודים: 93 - 90).

5. $x = 10.46$ יח'

7. א) צלעות הדלתון: 25 יח', 25 יח', 68.69 יח', 68.69 יח'.

ב) גודל זוויות הדלתון: $40^\circ, 140^\circ, 90^\circ, 90^\circ$.

8. גודל הזוויות: $45^\circ, 135^\circ, 63.43^\circ, 116.56^\circ$.

ביטויים (עמודים: 95-94).

1. א) $90-\alpha$ ב) 2α ג) $\frac{\alpha}{2}$ ד) $180-\alpha$ ה) $180-\alpha$.

2. $AI = a \cdot \sin \alpha$

3. א) $x = a \cdot \sin \alpha$ ב) $x = \frac{a}{\sin \alpha}$ ג) $x = \frac{a}{\sin(90^\circ - \alpha)}$

4. א) $\angle E = \angle L = \frac{180-\alpha}{2}$ ג) $ED = \frac{a}{2}$ ד) $BE = \frac{a}{2} : \sin(\frac{a}{2})$

ה) $S = \frac{1}{2} \cdot (\frac{a}{2} : \sin(\frac{a}{2})) \cdot \sin(90-\frac{a}{2})$

5. א) $RA = a \cdot \sin \alpha$ ב) $\angle RAI = 90-\alpha$

ג) $IR = a \cdot \sin(90-\alpha)$

ד) ההיקף: $2 \cdot [a \cdot \sin \alpha + a \cdot \sin(90-\alpha)]$

ה) השטח: $a^2 \cdot \sin \alpha \cdot \sin(90-\alpha)$

פונקציה טריגונומטרית נוספת (עמ' 102 - 96)

6. א) 45° ב) 116° ג) 0° ד) 29.5°

11. $\tan(50^\circ) = \tan(230^\circ) = \tan(410^\circ)$

$\tan(120^\circ) = \tan(400^\circ) = \tan(580^\circ)$

$\tan(90^\circ) = \tan(270^\circ) = \tan(450^\circ)$

$\tan(\alpha)$ ומשוואות (עמודים 107 - 103)

2. ב) $\tan(-110^\circ) = \tan(250^\circ) = \tan(430^\circ)$

ג) $\tan(-70^\circ) = \tan(290^\circ) = \tan(470^\circ) = -2.747$

ד) $\tan(53^\circ) = \tan(233^\circ) = 1.32$

3. א) $\alpha = 56.30^\circ$ ב) $\alpha_1 = -123.7^\circ$ $\alpha_2 = 236.30^\circ$ $\alpha_3 = 416.30^\circ$

4. א) 423.43° 243.43° 63.43° -116.56°

ב) 315° 135° -45° -225°

5. 243.43° , 63.43°

6. א) 35° -145° ב) -85.23° -94.77°

ג) 71.56° -108.44° ד) -85.23° -94.77°

7. א) 225° 45° ב) 0° 180° 360°

ג) 236.30° 56.30° ד) 258.69° 78.69°

8. א) 90° -270° ב) 0° 180° (ii)

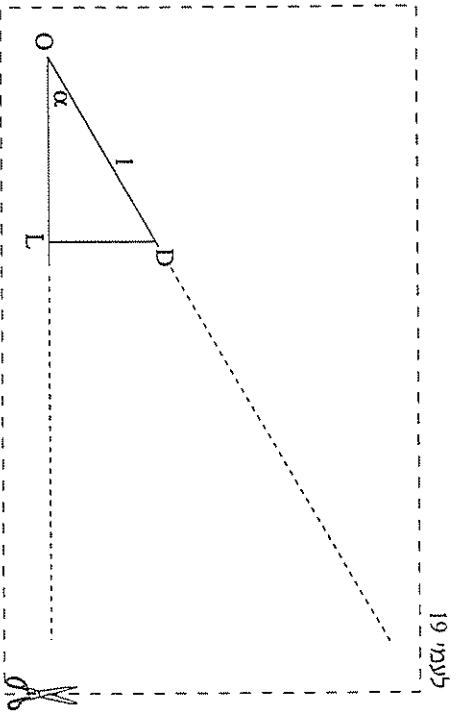
(iii) -150° -30° 330° (iv) 53.13° -306.87°

9. א) $\alpha = 26.56^\circ$ ב) $\alpha = 30^\circ$ ג) $\alpha = 63.43^\circ$ ד) אין פתרון

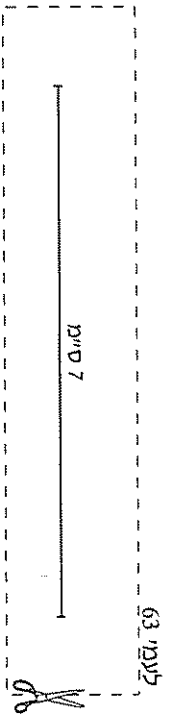
עוד על שיפוע וזווית (עמודים 110 - 108)

2. א) 146.30° ב) 104.030° ג) 153.43° ד) 21.80°
3. א) 71.56° ב) 45° ג) -71.56°
4. א) השיפוע: 1 ב) גודל הזווית: 45°
5. א) השיפוע: 23 ב) גודל הזווית: 87.51°
6. א) 63.43° ב) 116.56° ג) 26.56° ד) 0° ה) 153.43° ו) 0°
7. א) השיפוע: 0 ב) גודל הזווית: 0°
8. א) השיפוע: 4 ב) גודל הזווית: 75.96°

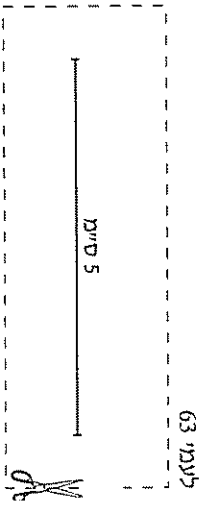
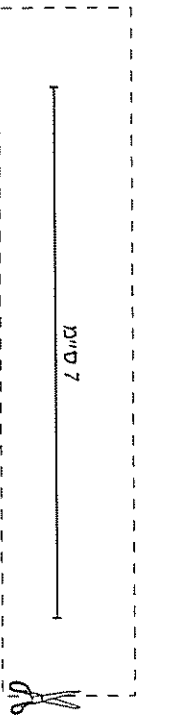
דף שקוף 1



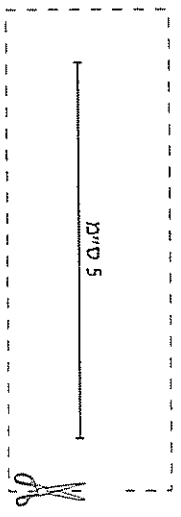
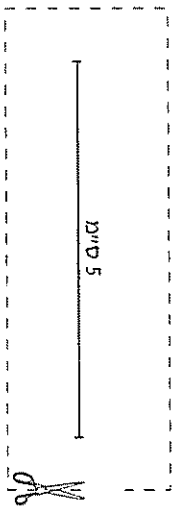
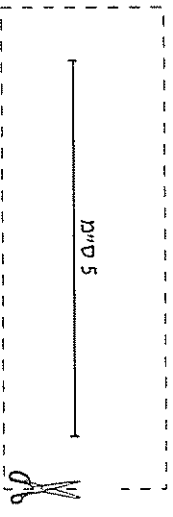
לעגרי 19



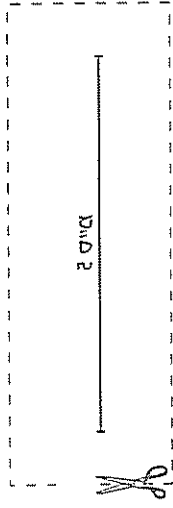
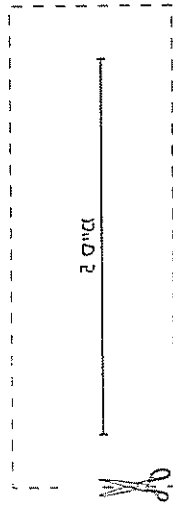
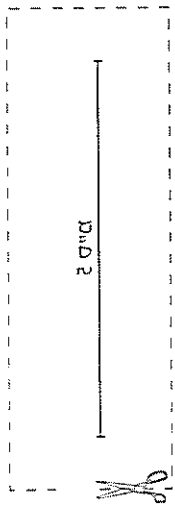
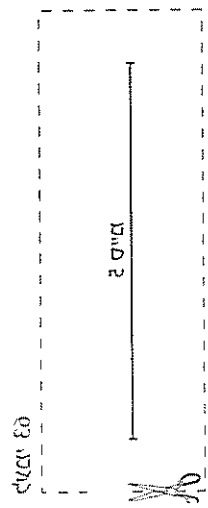
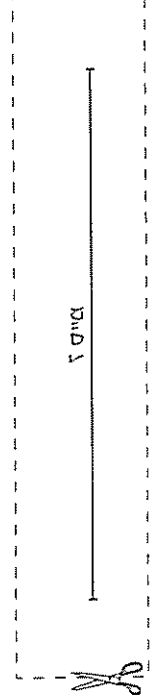
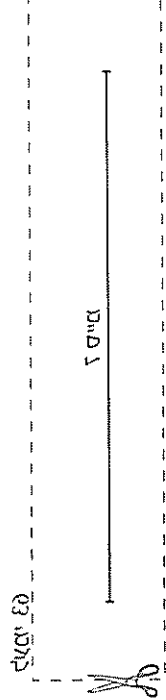
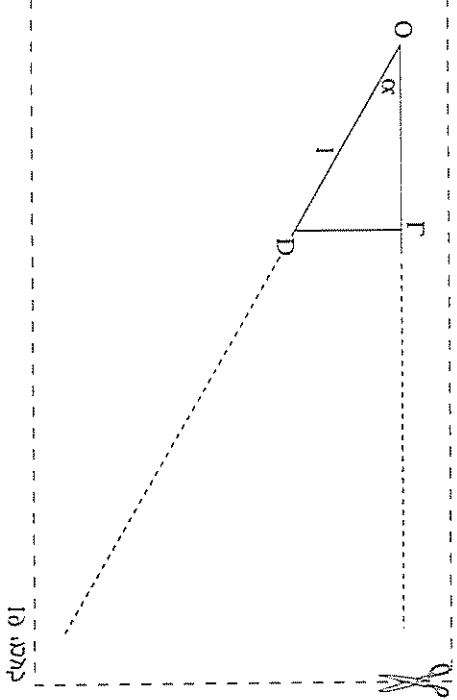
לעגרי 63

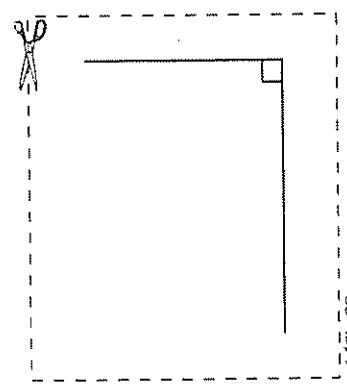
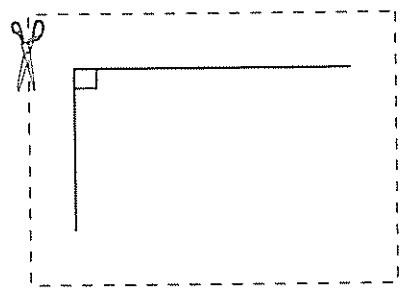
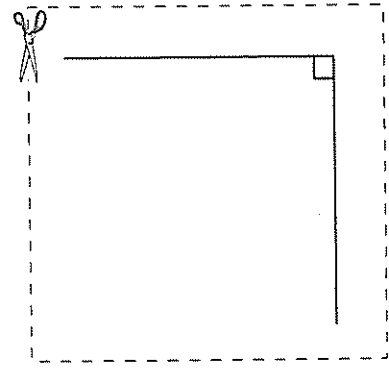
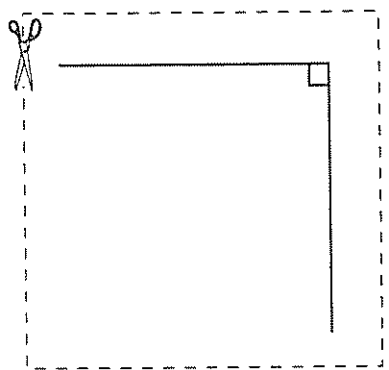
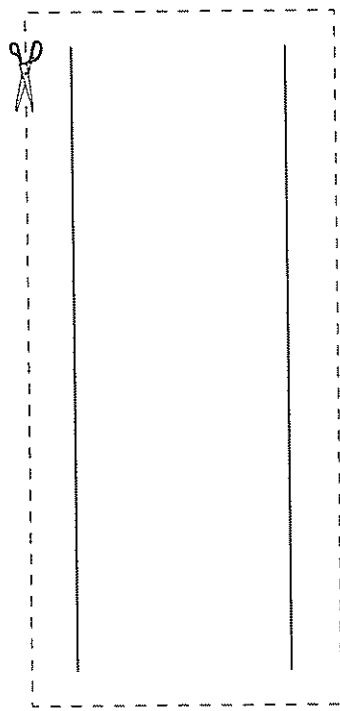
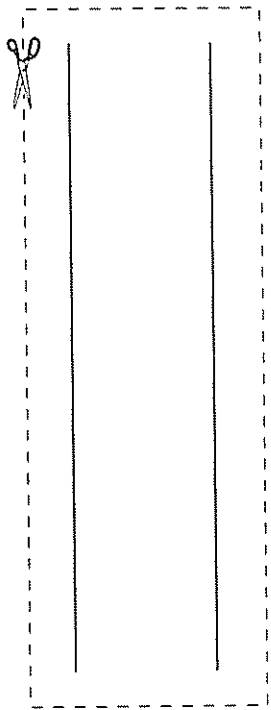


לעגרי 63



1 זקוקת 1



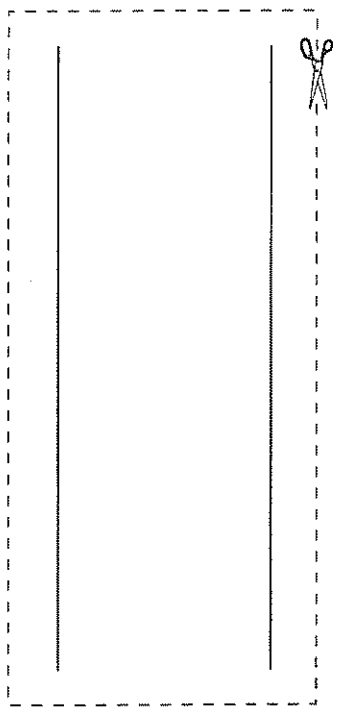
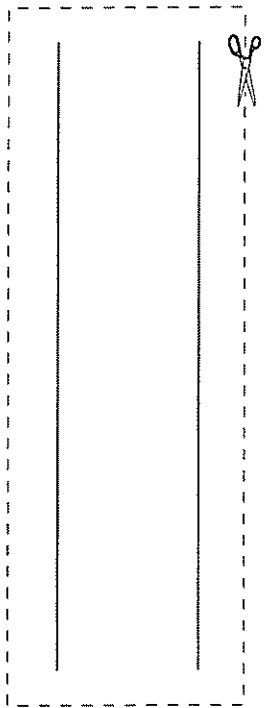
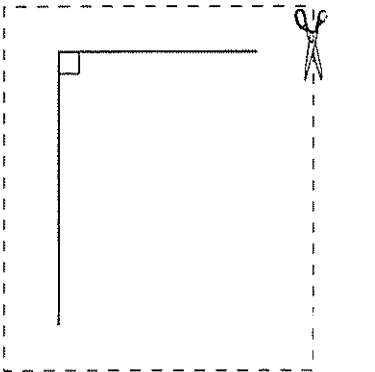
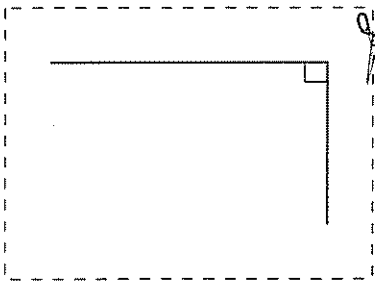
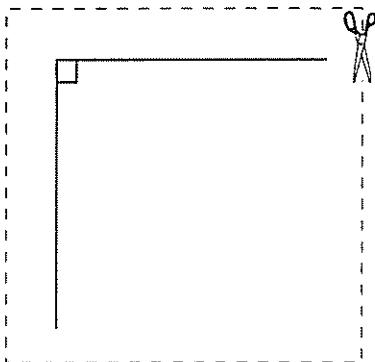
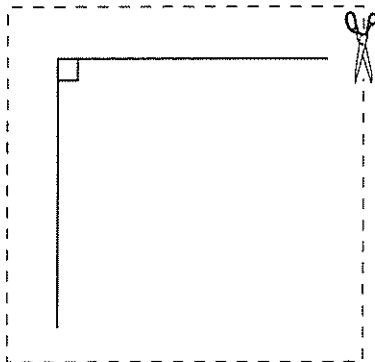


2 שקופי 2

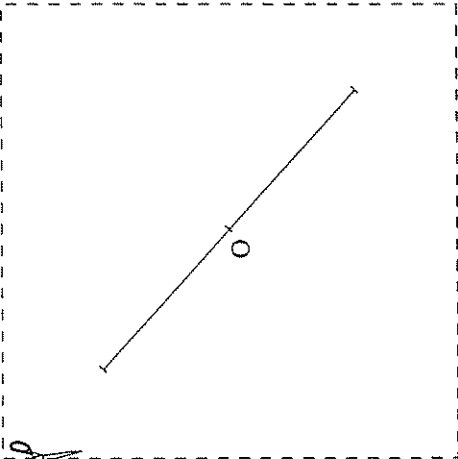
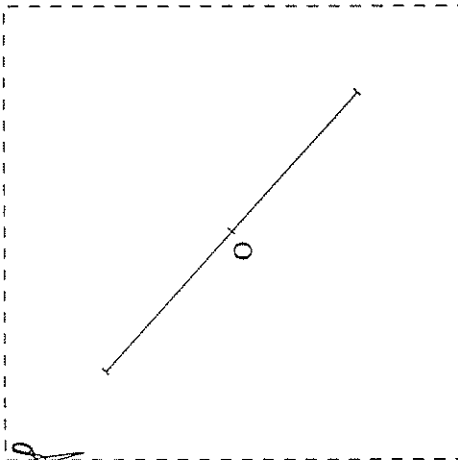
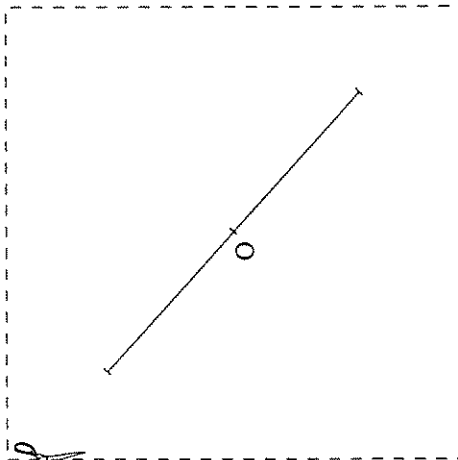
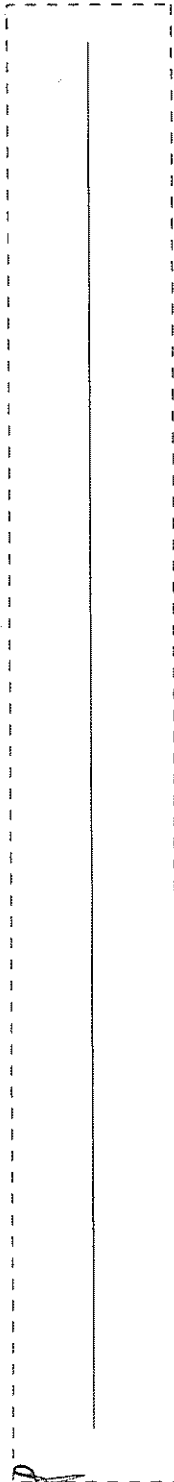
לעמוד 63

רץ אדום

הצורה

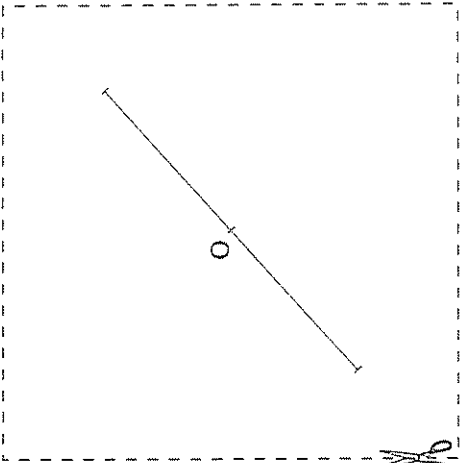
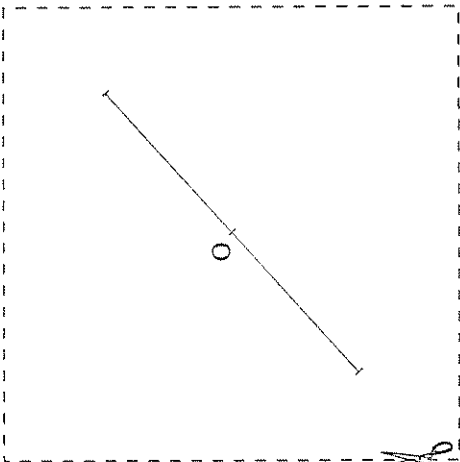
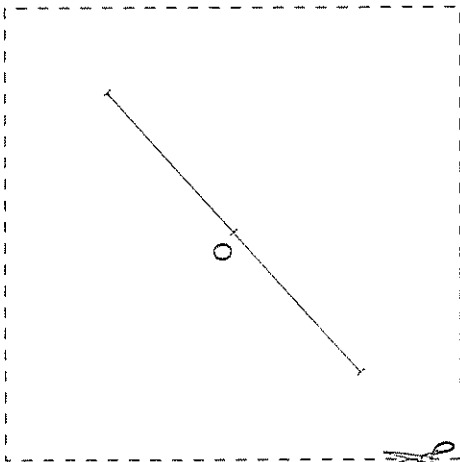


דר שקווי 3

		 <p>לעברו 77</p>
 <p>לעברו 96</p>		

עזרה ראשונה

קו יחסי



קו יחסי

