



גאומטריה



ומבחן



המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע

גאומטריה ומבחן



המחלקה להוראת המדעים מכון ויצמן למדע

יוצא לאור ביוזמתו ובפיקוחו של

המרכז הישראלי להוראת המדעים ע"ש עמוס דה-שליט

מיסודם של

משרד החינוך והתרבות, האוניברסיטה העברית בירושלים ומכון ויצמן למדע, רחובות

חובר על ידי:

איריס סירי

ייעוץ:

נורית הדס

מקסים ברוקהיימר

הדפסה ועריכה במחשב:

שושי בנג'ז

שרטוטים:

שולי זהרוני

עיצוב גרפי ועטיפה:

אגי (רחל) בוקשפן

אין לשכפל, להעתיק, לצלם, להקליט, לתרגם,
לאכסן במאגר מידע, לשרד או לקלוט
בכל דרך או אמצעי אלקטרוני, אופטי או מכני
או אחר כל חלק שהוא מהחומר שבספר זה.
שימוש מסחרי מכל סוג שהוא בחומר הכלול בספר זה אסור
בהחלט אלא ברשות מפורשת בכתב מהמוציא לאור.



כל הזכויות שמורות

מכון ויצמן למדע

תשנ"ד 1994

דפוס חזון-פתיה

ירושלים

תוכן עינים

5 - 7	מבוא
8 - 10	פרק א': יסודות
11 - 17	פרק ב': זוויות צמודות וקודקודיות
14	חוצה זווית ואנך
17	טבלאות מיון לפרקים א' וב'
18 - 26	פרק ג': ישרים מקבילים
22	סכום זוויות במשולש
26	טבלת מיון לפרק ג'
27 - 36	פרק ד': חפיפת משולשים
35	טבלת מיון לפרק ד'
36	הצעות למבחנים
37 - 39	פרק ה': משולש שווה שוקיים
40 - 46	פרק ו': יחס סדר בין צלעות משולש וזוויותיו
45	טבלאות מיון לפרקים ה' וו'
46	הצעות למבחנים
47 - 59	פרק ז': משפחת המרובעים
58	טבלת מיון לפרק ז'
59	הצעות למבחנים
60 - 74	פרק ח': שטחים ומשפט תלס
74	טבלת מיון לפרק ח'
74	הצעות למבחנים
75 - 85	פרק ט': פרופורציה ודמיון
84	טבלת מיון לפרק ט'
85	הצעות למבחנים
86 - 111	פרק י': המעגל
110	טבלת מיון לפרק י'
111	הצעות למבחנים

למורה

הספר שלפניך הוא אוסף שאלות בגיאומטריה.
השאלות מותאמות לספר גיאומטריה בסדרה פרקי מתמטיקה (לרמה א'),
ולספרים בסדרה פרקים בהנדסת המישור (לרמה ב') חלקים א', ב' ו-ג'.

מטרתו של אוסף שאלות זה היא לעזור למורה לחבר מבחנים ולהוסיף תרגול
המתאים לגישה בספרים הנ"ל.

חוברת זו מרכזת אוסף של שאלות בגיאומטריה. מטרת האוסף היא, לעזור למורה לחבר מבחנים טובים ומגוונים מבחינת סוגי השאלות ורמת הדרישות.

בדרך כלל נהוג בגיאומטריה, לבנות מבחן, המכיל ברובו בעיות הוכחה. לבעיית הוכחה אין אלגוריתם ישיר לפתרון ולרוב היא דורשת הפשטה. בנוסף לכך, פתרון בעיית הוכחה בגיאומטריה מצריך שליטה במספר רב של מיומנויות בו-זמנית, כמו: תרגום של בעיות מתמטיות ממילים לסימנים מתמטיים ולהיפך, שימוש נכון בסימנים מתמטיים, והעיקר שימוש בתכונות ובמשפטים כדי להסיק מסקנות ולנמקן, פעילות הדורשת חשיבה לוגית. משום כך, כל בעיית הוכחה בגיאומטריה, היא בעיה של יישום. לכן, מבחן בגיאומטריה המורכב בעיקרו מבעיות הוכחה, הוא בדרגת קושי גבוהה. זו הסיבה לאחוז הגבוה יחסית של נכשלים בגיאומטריה בקרב התלמידים. בבדיקת שאלות הוכחה כאלה, קשה לאבחן עם אלו מטלות לוגיות התלמיד מסוגל להתמודד ועם אילו מטלות אינו מסוגל. בחוברת זו נעשה נסיון לתת שאלות המבודדות קשיים שונים. תשובות לשאלות כאלה הן בדרך כלל קצרות יותר ודורשות פחות זמן. לכן ניתן לתת מספר רב יותר של שאלות במבחן ולאפשר הצלחה גם לתלמידים שמסוגלים להתמודד רק עם חלק מהקשיים.

העקרונות הכלליים לפיהם הרכבנו את השאלות:

- א. על השאלה להיות בהירה בנתונים ובמטלות.
- ב. על השרטוט להיות פשוט וברור ולא מורכב.
- ג. על השאלה להיות כזו, שאינה דורשת שימוש בתחבולות ובתחכום.
- ד. על השאלה להיות ממוקדת ומבודדת קשיים עד כמה שניתן.

ההיבטים הלוגיים, אליהם התיחסנו בבניית השאלות:

- א. בדיקת קריטריונים, בהם צריכה לעמוד הגדרה של מושג.
- ב. הבנת משמעות המשפט, ותרגומו ממילים לסימנים מתמטיים ולהיפך.
- ג. שימוש בתכונות לצורך פתרון בעיות חישוב.
- ד. הסקת מסקנות מנתונים על-ידי שימוש בתכונות ובמשפטים.
- ה. בדיקת נכונות של טענות ופסילה על-ידי דוגמא נגדית.
- ו. נימוק טענות.
- ז. בניית הוכחה.
- ח. מיון וזיהוי על-פי תכונות.
- ט. שימוש בתכונות לצורך בניית צורות הנדסיות שונות. בבניות אלה ניתן להשתמש בכלי הנדסה כלשהם (אין הכוונה לבניות בעזרת סרגל ומחוגה).

מומלץ לא לערוך מבחנים בתחילת הלימוד, מאחר והתלמידים זקוקים לזמן עד שיכירו את הטרמינולוגיה ואת הדרישות, ובודאי שאין לתת בשלב מוקדם שאלות הוכחה. במקום זה, אפשר לערוך בחנים בהם מופיעות שאלות זיהוי, סימון, תרגום וחישוב. הוכחות פשוטות אפשר לתת רק לאחר חפיפת משולשים.

מבנה החוברת

החוברת בנויה על-פי נושאים, כאשר לכל נושא שאלות ברמות א' ו-ב' (פרט לנושא "שטחים ומשפט תלס", שבו יש שאלות רק לרמה א', מאחר ופרק זה מופיע בספר לרמה א' בלבד).

בחוברת תמצא

- א. שאלות מתאימות לנושא.
 - השאלות בכל פרק מסודרות, בדרך כלל, לפי סדר הנושאים בספרים.
 - ישנן שאלות פתוחות וסגורות.
 - בחלק מהשאלות, נתונות אפשרויות שונות מן הקל אל הכבד. (כלומר, אפשרות I היא הקלה ביותר והאפשרות האחרונה היא הקשה ביותר).
- ב. טבלאות מיון של השאלות, על-פי שני קריטריונים, דרגת קושי וסוגי השאלות. השאלות מוינו לשלוש דרגות קושי: קל, בינוני וקשה ולשלושה סוגים: בעיות חישוב, בעיות הוכחה ובעיות אחרות.

"הקטגוריה השלישית של "בעיות אחרות" כוללת שאלות של:

- הגדרה וזהוי,
- נימוקים,
- ניסוחים שונים,
- משפט ישר והפוך,
- בדיקת נכונות של טענות ופסילת הטענות שאינן נכונות בעזרת דוגמא נגדית או נימוק,
- הסקת מסקנות.

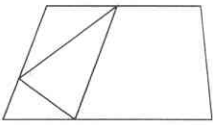
השאלות לא מוינו במפורט על פי הקריטריונים של הגדרה, נימוקים וכו' מאחר והמיון אינו תמיד חד משמעי.

ג. דוגמאות של מבחנים שניתנו בכיתה. (כדאי לציין, כי בניגוד למבחני הגיאומטריה המקובלים, המכילים לכל היותר 4 שאלות, מבחן כזה מכיל יותר מ-4 שאלות, מכיוון שרוב השאלות אינן מורכבות ולא דרוש זמן רב לפתרונן).

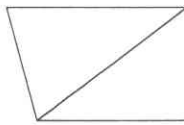
פרק א': יסודות

1. הגדרה: "משורבע" הוא צורה, הבנויה ממשולש ומרובע כך שכל קודקודי המשולש נמצאים על צלעות המרובע.

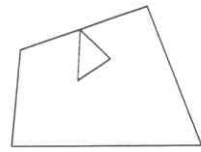
- קבע בכל מקרה אם הצורה היא משורבע.



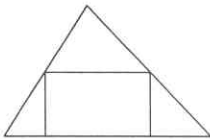
ג.



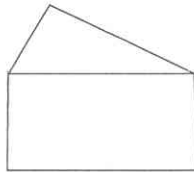
ב.



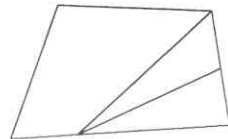
א.



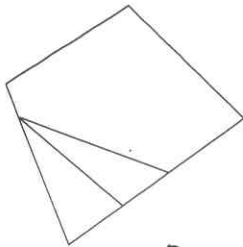
ו.



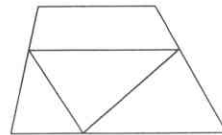
ה.



ד.



ח.



ז.

2. לפניך הגדרה: "דו-שלש" הוא צורה המורכבת משני משולשים בעלי קודקוד משותף אחד בלבד. שרטט "דו-שלש".

3. נסח את המשפטים הבאים בעזרת "אס" "אז":
 (א) במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות.
 (ב) במחומש, סכום הזוויות הפנימיות הוא 540° .

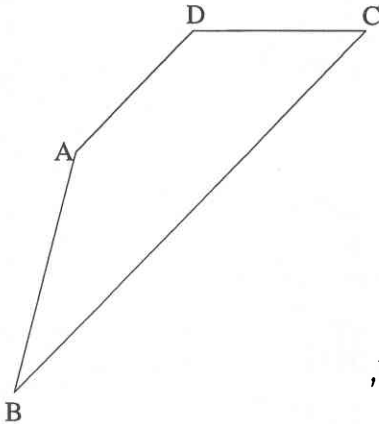
4. לפניך משפט: קטע המחבר אמצעי שתי צלעות במשולש, שווה למחצית הצלע השלישית. שרטט וכתוב נתון וצ"ל בסימנים מתמטיים.

5. לפניך משפט הכתוב בסימנים מתמטיים:
 נתון: ABCD מרובע.

צ"ל:

$$\sphericalangle A + \sphericalangle B + \sphericalangle C + \sphericalangle D = 360^\circ$$

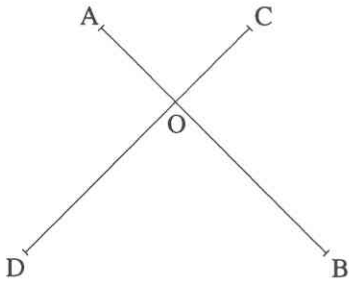
(א) נסח את המשפט במילים.
 (ב) נסח את המשפט ההפוך.



6. משפט: אם המספר n מחלק את a ואת b, אז הוא מחלק גם את a+b.
 נסח את המשפט ההפוך.

7. לפניך משפט:

במרובע שהוא מקבילית, כל זוג צלעות נגדיות שווה.
 (א) נסח את המשפט בעזרת "אס" "אז".
 (ב) נסח את המשפט ההפוך.



8. נתון: $AO = OC$

$DO = OB$

קבע את המסקנות הנובעות מהנתונים

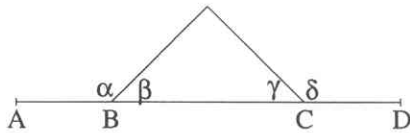
ונמק!

(א) $AO = OB$

(ב) $AO + OB = CO + OD$

(ג) $AB = DC$

(ד) $AO = DO$



9. הנקודות A, B, C, D על ישר אחד.

נתון: $\alpha = \delta$

הוכח: $\beta = \gamma$

10. הנקודות A, B, C על ישר אחד. אורך הקטע AB הוא 10 יחידות ואורך הקטע BC הוא 5 יחידות.

I אפשרות

(א) מהו אורך הקטע AC, אם B בין A ו-C?

(ב) מהו אורך הקטע AC, אם B איננה בין A ו-C?

במקרה זה, איזו משלוש הנקודות היא בין שתי האחרות?

II אפשרות

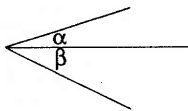
מהו אורך הקטע AC? (הבחן בין שני מקרים).

III אפשרות

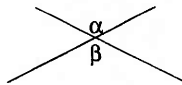
מה יכול להיות אורך הקטע AC?

פרק ב: זוויות צמודות וקודקודיות

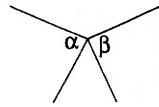
1. סמן את השרטוטים, בהם α ו- β זוויות קודקודיות.



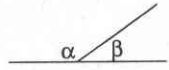
ד.



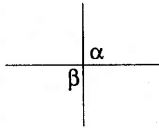
ג.



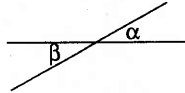
ב.



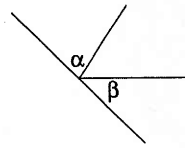
א.



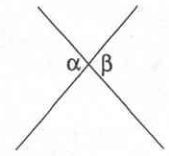
ח.



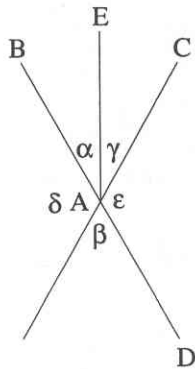
ז.



ו.



ה.



2. קבע אמת או שקר:

א) α קודקודית ל- β .

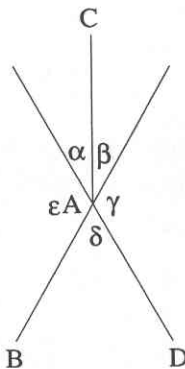
ב) γ קודקודית ל- β .

ג) δ קודקודית ל- ϵ .

ד) δ קודקודית ל- γ .

ה) $\angle BAC$ קודקודית ל- β .

ו) $\angle EAD$ קודקודית ל- δ .



3. קבע אמת או שקר:

א) ϵ צמודה ל- δ .

ב) α צמודה ל- ϵ .

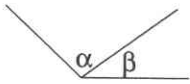
ג) δ צמודה ל- γ .

ד) γ צמודה ל- β .

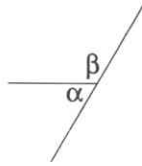
ה) $\angle CAD$ צמודה ל- $\angle CAB$.

ו) $\angle BAC$ צמודה ל- β .

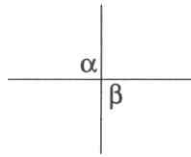
4. סמן את השרטוטים, בהם α ו- β זוויות צמודות.



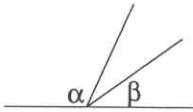
ג.



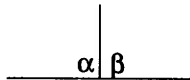
ב.



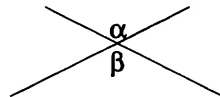
א.



ו.



ה.



ד.

5. השלם את הנימוק:

נתון: $\alpha + \beta \neq 180^\circ$

↓

α , β אינן צמודות כי _____

6. לפניך הגדרה: זוג זוויות שוות, שהן בעלות קודקוד משותף, הן קודקודיות. האם הגדרה זו אכן מגדירה זוויות קודקודיות? נמק!

7. לפניך הגדרה: זוג זוויות בעלות שוק אחת משותפת נקראות זוויות צמודות. האם הגדרה זו אכן מגדירה זוויות צמודות? נמק!

8. לפניך משפט: זוויות קודקודיות שוות זו לזו.

(א) נסח את המשפט ההפוך.

(ב) האם המשפט ההפוך נכון? אם כן - נמק! אם לא - שרטט דוגמא נגדית.

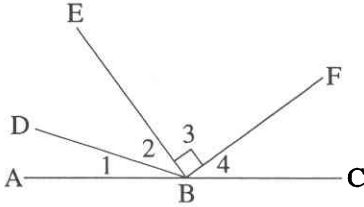
9. אפשרות I

לפניך משפט: אם סכום שתי זוויות הוא 180° , אז הן צמודות.
קבע אם המשפט נכון או לא. אם כן - נמק! אם לא - שרטט דוגמא נגדית.

אפשרות II

לפניך משפט: זוויות צמודות, סכומן 180° .
(א) נסח את המשפט ההפוך.
(ב) האם המשפט ההפוך נכון? אם כן - נמק! אם לא - שרטט דוגמא נגדית.

חוצה זווית ואנך



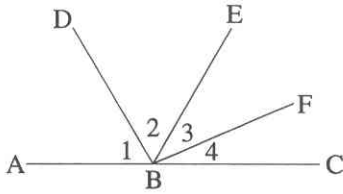
10. הנקודות A, B, C הן על ישר אחד.

נתון: $\angle B_1 = 18^\circ$

$EB \perp BF$

$\angle B_2 = \angle B_4$

מצא את גודלן של הזוויות $\angle B_2$ ו- $\angle B_4$.
הסבר את דרך החישוב.



11. אפשרות I

נתון: הנקודות A, B, C על ישר אחד.

$\angle B_1 = \angle B_2$

$\angle B_3 = \angle B_4 = 30^\circ$

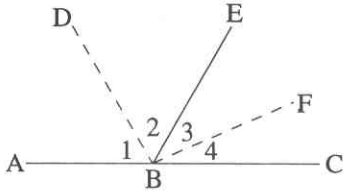
(א) מצא את גודלן של הזוויות $\angle B_1$, $\angle B_2$. נמק':
(ב) אלו ישרים בשרטוט הם חוצי זוויות? אלו זוויות הם חוצים?
(ג) השלם: $\underline{\quad} \perp \underline{\quad}$

II אפשרות

נתון: הנקודות A, B, C על ישר אחד.

$\angle B_1 = \angle B_2$

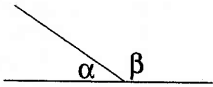
$\angle B_3 = \angle B_4$



הוכח: $BD \perp BF$

(הצעה: סמן את $\angle B_1$ כ- α).

אפשרות III



נתון: α ו- β זוויות צמודות.

העבר את חוצי הזוויות של α ו- β .

הוכח, שהזווית הנוצרת בין שני החוצים, היא בת 90° .

12. לפניך משפט: הזווית הנוצרת בין שני החוצים של זוויות צמודות, היא בת 90° .

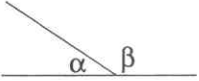

(א) השלם את ניסוח המשפט בעזרת "אם" "אז":

_____ אם מעבירים את

_____ אז

(ב) שרטט, וכתוב נתון וצ"ל בסימנים מתמטיים.

13. השלם את הטבלה:

תכונה	שרטוט	מושג
		
		זוויות קדקדיות
$\sphericalangle A = 180^\circ$		
		זווית ישרה
$\alpha < 90^\circ$		
		
$a \perp b$		
		חוצה זווית
		אמצע קטע

(א)

(ב)

(ג)

(ד)

(ה)

(ו)

(ז)

(ח)

(ט)

טבלת מיון לפרק א': יסודות

		סוגי שאלות	
בעיות אחרות	בעיות הוכחה	בעיות חישוב	דרגת קושי
8, 7, 6, 3, 2, 1, א		I 10	קל
3, 5, 4, ב	9	II 10	בינוני
		III 10	קשה

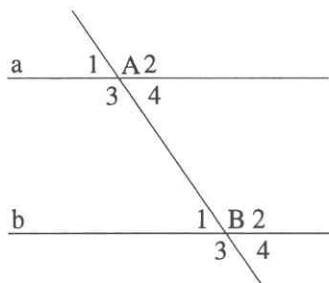
טבלת מיון לפרק ב': זוויות צמודות וקודקודיות

		סוגי שאלות	
בעיות אחרות	בעיות הוכחה	בעיות חישוב	דרגת קושי
13, 12, 9, 5, 4, 1		I 11, 10	קל
8, 7, 6, 3, 2	III, II 11		בינוני
			קשה

פרק ג': ישרים מקבילים

1. נתון: $a \parallel b$

קבע נכון או לא נכון. אם הטענה נכונה, נמק את קביעתך!



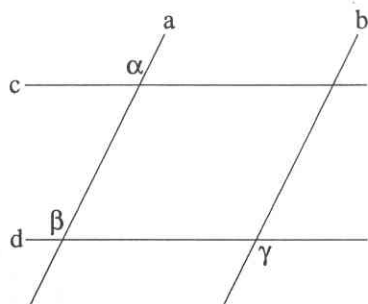
(א) $\sphericalangle A_1 = \sphericalangle A_4$

(ב) $\sphericalangle A_3 + \sphericalangle B_3 = 180^\circ$

(ג) $\sphericalangle A_2 = \sphericalangle B_3$

(ד) $\sphericalangle A_4 + \sphericalangle B_2 = 180^\circ$

(ה) $\sphericalangle B_1 = \sphericalangle B_2$



2. השלם את הנימוק.

נתון: $a \parallel b$

$c \parallel d$

↓

$\alpha = \beta$ זוויות _____ בין הישרים _____

$\beta = \gamma$ זוויות _____ בין הישרים _____

3. אפשרות I

נתון: $a \parallel b$

סמן נכון או לא נכון או לא ניתן לקבוע.

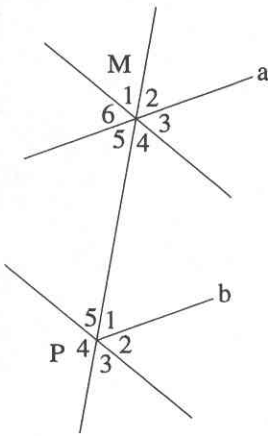
(א) $\sphericalangle M_3 + \sphericalangle M_4 = \sphericalangle P_2 + \sphericalangle P_3$

(ב) $\sphericalangle M_6 = \sphericalangle M_3$

(ג) $\sphericalangle M_1 + \sphericalangle M_2 = \sphericalangle P_1 + \sphericalangle P_5$

(ד) $\sphericalangle P_2 + \sphericalangle P_3 + \sphericalangle P_1 = 180^\circ$

(ה) $\sphericalangle P_1 + \sphericalangle M_3 + \sphericalangle M_4 = 180^\circ$



אפשרות II

נתון: $AC \parallel FG$

סמן את הטענות הנכונות ונמק!

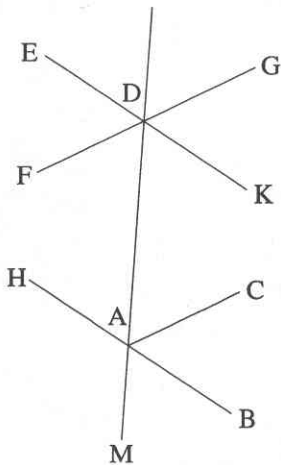
(א) $\sphericalangle GDA = \sphericalangle CAM$

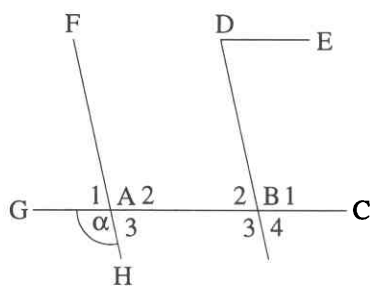
(ב) $\sphericalangle EDF = \sphericalangle GDK$

(ג) $\sphericalangle EDG = \sphericalangle HAC$

(ד) $\sphericalangle CAM + \sphericalangle CAD = 180^\circ$

(ה) $\sphericalangle CAD + \sphericalangle ADG = 180^\circ$





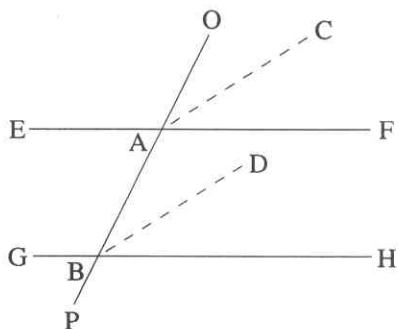
4. נתון: $AC \parallel DE$

$DB \parallel HF$

הבע את כל הזוויות בשרטוט (8 זוויות), בעזרת α ורשום נימוק בכל מקרה.

נימוק

_____ $\sphericalangle A_1 =$ _____
 : :
 : :
 : :
 _____ $\sphericalangle B_4 =$ _____
 _____ $\sphericalangle D =$ _____



5. I אפשרות

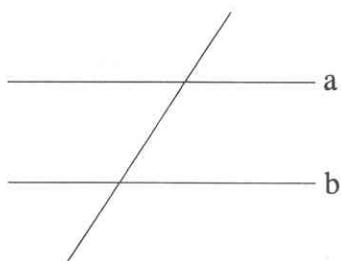
נתון: $EF \parallel GH$

$\sphericalangle OAF$ חוצה את AC

$\sphericalangle ABH$ חוצה את BD

הוכח:

$AC \parallel BD$



II אפשרות

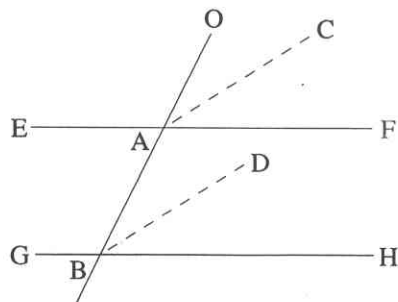
נתון: $a \parallel b$

העבר את החוצים של שתי זוויות מתאימות.

צ"ל: חוצים אלה מקבילים.

רשום מה נתון ומה צ"ל בסימנים

מתמטיים והוכח.



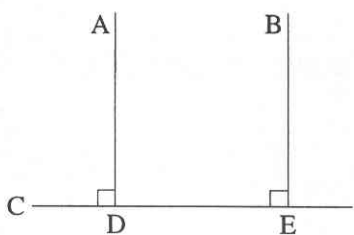
6. נתון: $EF \parallel GH$

$\sphericalangle OAF$ חוצה את AC

$\sphericalangle ABH$ חוצה את BD

צ"ל: $AC \parallel BD$

נסח במילים את הטענה שלעיל.



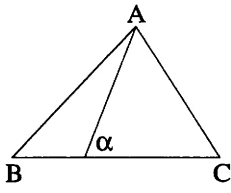
7. נתון: $AD \perp CE$

$BE \perp CE$

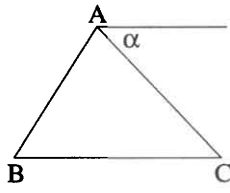
הוכח: $AD \parallel BE$

סכום זוויות במשולש

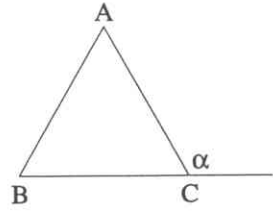
8. סמן את השרטוטים בהם α היא זווית חיצונית ל- $\triangle ABC$:



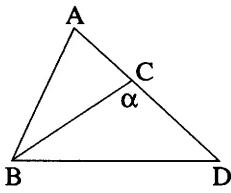
א.



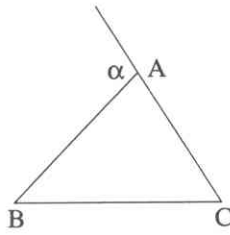
ב.



ג.



ד.



ה.

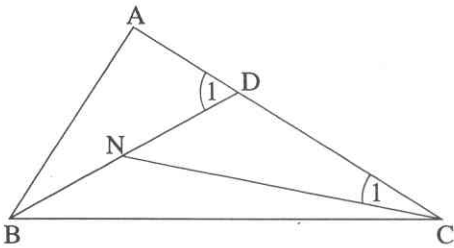
9. קבע אמת או שקר:

(א) $\triangle NBC$ חיצונית ל- $\triangle ABC$

(ב) $\triangle BDC$ חיצונית ל- $\triangle ABC$

(ג) $\triangle NDC$ חיצונית ל- $\triangle ABC$

(ד) $\triangle NBC$ חיצונית ל- $\triangle ABC$



10. לפניך משפט:

אם משולש הוא שווה צלעות, אז יש בו זווית של 60° .

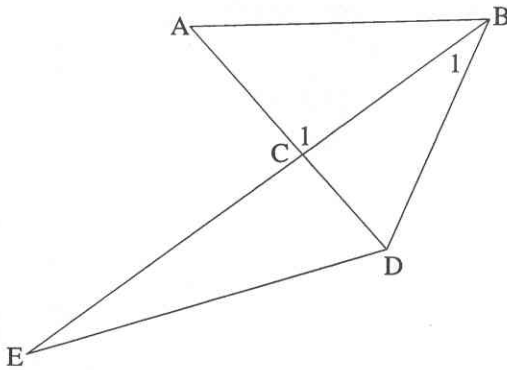
(א) רשום "משפט" הפוך למשפט זה.

(ב) קבע אם המשפט ההפוך נכון או לא. אם כן - נמק, אם לא - שרטט דוגמא נגדית.

11. לפניך משפט: אם המשולש הוא ישר זווית, אזי שתיים מזוויותיו חדות.

(א) נסח את המשפט ההפוך.

(ב) האם המשפט ההפוך נכון? אם כן - נמק. אם לא - שרטט דוגמא נגדית.



12. נתון: $\angle A = 50^\circ$

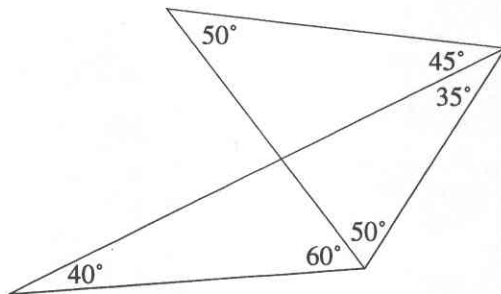
$\angle C_1 = 85^\circ$

$\angle B_1 = 30^\circ$

$\angle E = 20^\circ$

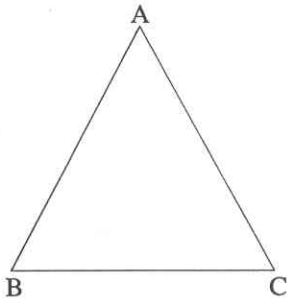
חשב את יתר הזוויות שבשרטוט, ורשום את מהלך החישוב.

13. בנתונים בשרטוט נפלה טעות באחת הזוויות. מהי הטעות? תקן אותה.



14. קבע אלו מהטענות הבאות נכונות ואילו אינן נכונות, ונמק!
 (א) אם יש זווית ישרה במשולש, אז שאר הזוויות בו חדות.
 (ב) אם יש זווית חדה במשולש, אז שאר הזוויות בו חדות.
 (ג) אם יש זווית קהה במשולש, אז שאר הזוויות בו חדות.
 (ד) אם במשולש יש שתי זוויות חדות, אז השלישית חייבת להיות קהה.
 (ה) אם במשולש יש זווית אחת חדה, אז יש גם זווית אחת קהה.

15. קבע אלו מהטענות הבאות נכונות ואלו אינן נכונות ונמק!
 (א) אם יש זווית חיצונית למשולש שהיא ישרה, אז המשולש ישר זווית.
 (ב) אם יש זווית חיצונית למשולש שהיא חדה, אז המשולש קהה זווית.
 (ג) אם יש זווית חיצונית למשולש שהיא קהה, אז המשולש קהה זווית.
 (ד) אם יש זווית חיצונית למשולש שהיא קהה, אז המשולש חד זווית.



16. אפשרות I

השלם את הנימוק.

$$\sphericalangle B = \sphericalangle C \quad \text{נתון:}$$

$$\sphericalangle A = 60^\circ$$



$$\text{כי } \sphericalangle B = 60^\circ$$

אפשרות II

$$\sphericalangle B = \sphericalangle C \quad \text{נתון:}$$

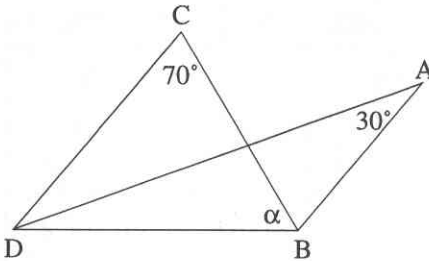
$$\sphericalangle A = 60^\circ$$

מה ניתן לומר על המשולש? נמק!

17. נתון: AD חוצה את $\angle CDB$

$AB \parallel CD$

חשב את α לפי הנתונים הרשומים בשרטוט וסמן את התשובה הנכונה.

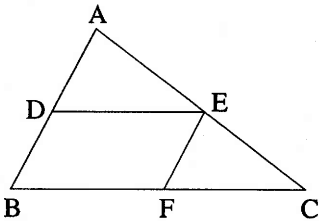


א) $\alpha = 50^\circ$

ב) $\alpha = 60^\circ$

ג) $\alpha = 70^\circ$

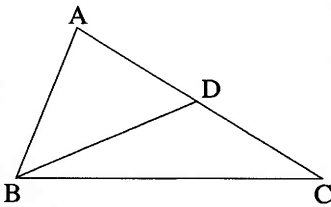
ד) $\alpha = 30^\circ$



18. נתון: $DE \parallel BC$

$EF \parallel AB$

בטא את $\angle DEF$ על ידי אחת מזוויות המשולש ABC.



19. נתון: $AD = BD = DC$

מה ניתן להסיק לגבי $\triangle ABC$?

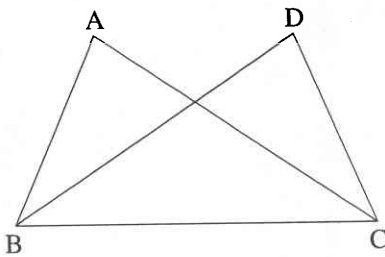
טבלת מיון לפרק ג': ישרים מקבילים

בעיות אחרות	בעיות הוכחה	בעיות חישוב	סוגי שאלות דרגת קושי
,11 ,10 ,9 ,8 ,2 ,1 16 ,14		12	קל
18, 15 ,6 ,4	7, 5	17, 13	בינוני
3	19		קשה

פרק ד': חפיפת משולשים

הערה: בשלב זה לא מומלץ לערוך מבחן שלם, אלא לתת בוחן או לשלב שאלות בגיאומטריה כחלק ממבחן שלם, הכולל גם שאלות באלגברה.

1. נתון: $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ (הקודקודים רשומים לפי התאמת החפיפה).



השלם: א) $\angle BAC =$ _____

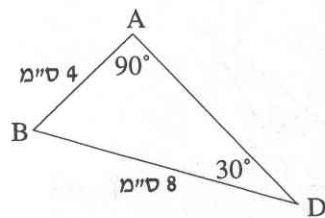
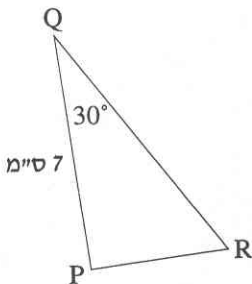
ב) $\angle DBC =$ _____

ג) $AC =$ _____

ד) _____ $= DC$

2. **אפשרות I**

על סמך הנתונים בשרטוט ועל סמך החפיפה הנתונה, רשום על השרטוטים את הגדלים החסרים של הצלעות והזוויות בכל משולש.
נתון: $\triangle ABD \cong \triangle PRQ$ בהתאמה.

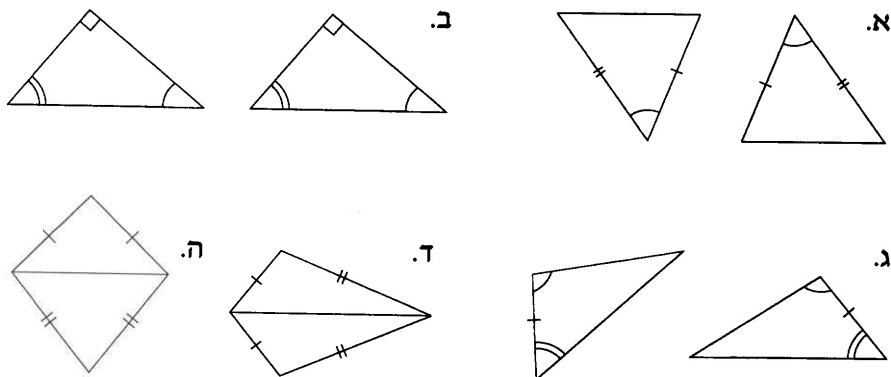


אפשרות II

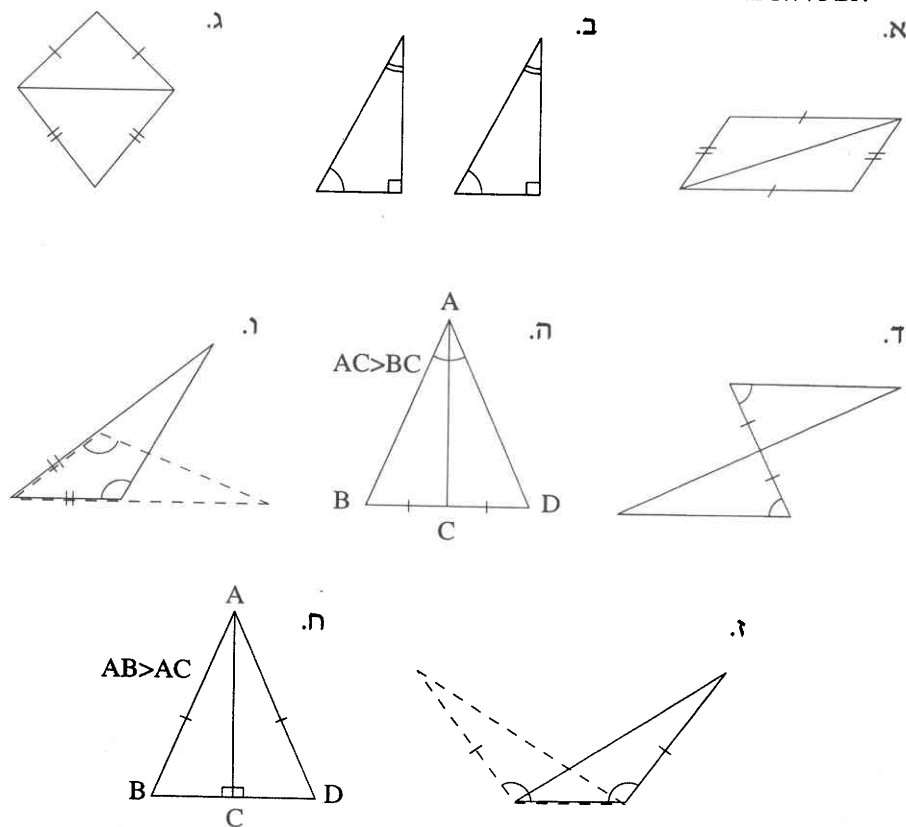
שני המשולשים בשרטוט חופפים.
על סמך הנתונים, רשום על השרטוט את הגדלים החסרים של הצלעות והזוויות בכל משולש.

3. קבע, אם ניתן להסיק מהנתונים, שהמשולשים חופפים.
 אם כן, ציין על סמך איזה משפט.

I אפשרות



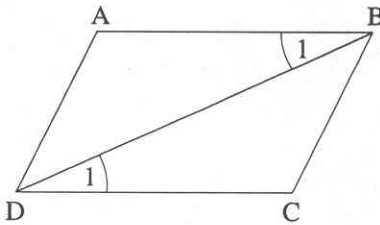
II אפשרות



4. א) האם ניתן היה להגדיר חפיפת שני משולשים על ידי שוויון בין שלושת זוויות המשולשים בהתאמה? נמק.

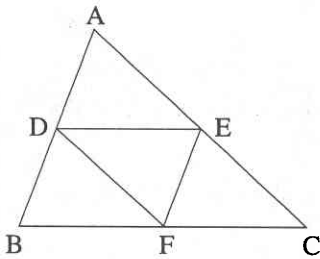
ב) האם ניתן היה להגדיר חפיפת שני משולשים על ידי שוויון בין שלושת צלעות המשולשים בהתאמה? נמק.

5. נתון: $\angle B_1 = \angle D_1$



קבע את המסקנה הנובעת מהנתון ונמק!

- א) $\triangle ABD \cong \triangle CDB$
 ב) $AB = DC$
 ג) $AB \parallel DC$
 ד) $AD \parallel BC$



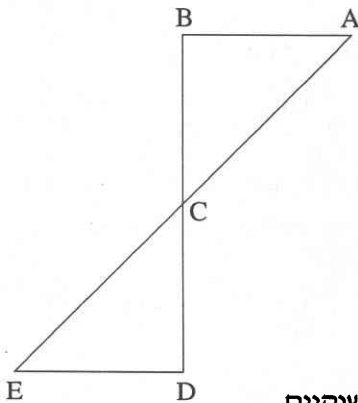
6. נתון: $DE \parallel BC$

$DF \parallel AC$

$FE \parallel AB$

- מה ניתן להסיק לגבי 4 המשולשים הקטנים שנוצרו? הוכח!

- מה ניתן להסיק לגבי מיקומן של הנקודות F, E, D?



7. נתון: $DE \parallel AB$

מסקנה: $\angle B = \angle D$

קבע את הנימוק המתאים.

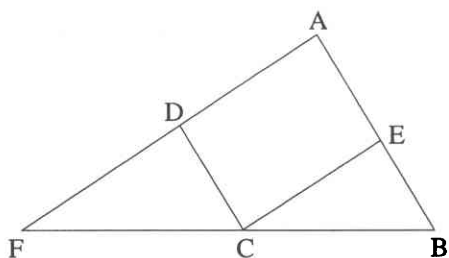
א) כי $\triangle ABC \cong \triangle EDC$

ב) כי $\angle B = \angle D$ ו- $\angle C$ ישרות.

ג) כי $\angle B = \angle D$ והן זוויות מתחלפות

בין הישרים $AB \parallel DE$.

ד) כי $\triangle ACB$ ו- $\triangle ECD$ הם משולשים שווי שוקיים.



8. נתון: $AB \parallel CD$
 $EC \parallel AF$

מסקנה: $\sphericalangle B = \sphericalangle DCF$

קבע את הנימוק המתאים.

(א) כי הן זוויות מתאימות בין הישרים $AF \parallel EC$.

(ב) כי $\triangle BEC \cong \triangle CDF$

(ג) כי הן זוויות מתאימות בין הישרים $AB \parallel CD$.

(ד) כי הן זוויות מתחלפות בין מקבילים.

9. לפניך טענה:

אם שני משולשים הם בעלי שלוש זוויות שוות בהתאמה, אז המשולשים חופפים.

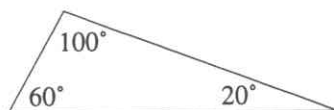
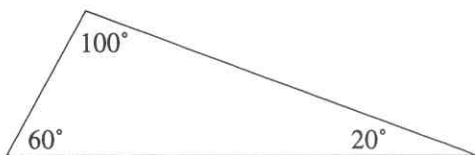
הטענה איננה נכונה.

רק אחד מהנימוקים מתאים, סמן אותו.

(א) הטענה איננה נכונה, כי לא ידוע גודלן של זוויות המשולשים.

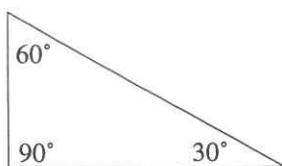
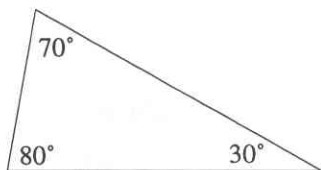
(ב) הטענה איננה נכונה, כי אם במשולשים הזוויות שוות, אז הם שווים צלעות.

(ג) הטענה איננה נכונה לפי הדוגמא הנגדית:

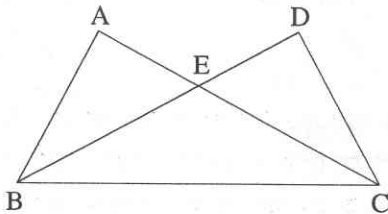


(ד) הטענה איננה נכונה

לפי הדוגמא הנגדית:



10. קבע, האם ניתן להסיק על סמך הנתונים, כי המשולשים $\triangle ABC$ ו- $\triangle DCB$ חופפים. אם כן, ציין את התנאי השלישי החבוי ואת משפט החפיפה. אם לא, נמק!



$$AC = BD \quad (\alpha)$$

$$\sphericalangle ECB = \sphericalangle EBC$$

$$AC = BD \quad (\beta)$$

$$AB = DC$$

$$\sphericalangle ABC = \sphericalangle DCB \quad (\gamma)$$

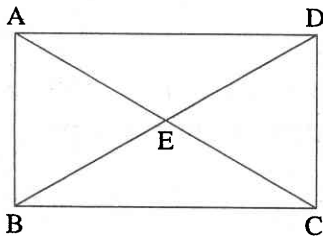
$$AB = DC$$

$$\sphericalangle A = \sphericalangle DCB \quad (\delta)$$

$$AB = DC$$

11. נתון: $AB = CD$

$$BD = AC$$



קבע אלו מסקנות נובעות מהנתונים.
שים לב לנתונים ולא לשרטוט.

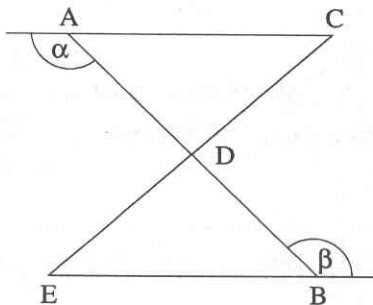
$$\triangle ADC \cong \triangle CBA \quad (\alpha)$$

$$\triangle ADC \cong \triangle DAB \quad (\beta)$$

$$\triangle ADC \cong \triangle BCD \quad (\gamma)$$

$$\triangle AED \cong \triangle AEB \quad (\delta)$$

$$\triangle AEB \cong \triangle DEC \quad (\eta)$$



12. נתון: $\alpha = \beta$

$$AD = DB$$

$$\triangle DAC \cong \triangle DBE \quad \text{הוכח}$$

13. לפניך משפט: אם נקודה נמצאת על אנך אמצעי לקטע, אז מרחקיה מקצות הקטע שווים.

- (א) שרטט, וכתוב נתון וצייל בסימנים מתמטיים.
 (ב) נסח במילים משפט הפוך.

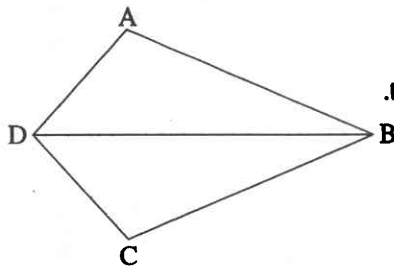
14. לפניך טענה: אם שני קטעים AB ו-CD חוצים זה את זה, אז הם יוצרים קטעים AD ו-BC, השווים זה לזה.

- (א) שרטט וכתוב נתון וצייל בסימנים מתמטיים.
 (ב) הוכח את הטענה.

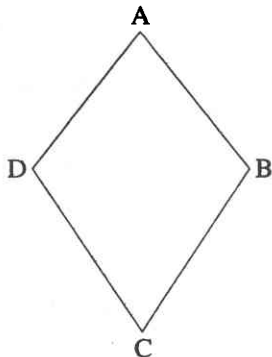
15. לפניך טענה: אם במרובע זוג אחד של צלעות נגדיות גם שווה וגם מקביל, אז האלכסונים חוצים זה את זה.

- (א) שרטט, וכתוב נתון וצייל בסימנים מתמטיים.

- (ב) נסח במילים משפט הפוך.



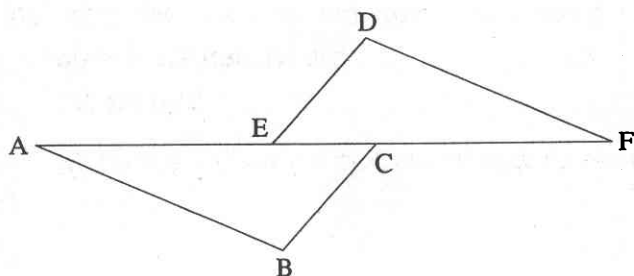
16. BD חוצה את $\angle ADC$ ואת $\angle ABC$.
 הוכח את חפיפת שני המשולשים הנוצרים.



17. נתון: $AB = AD$
 $BC = CD$

(א) האם האלכסון AC חוצה את $\angle A$ ו- $\angle C$? נמק!

(ב) האם האלכסון BD חוצה את $\angle B$ ו- $\angle D$? נמק!



18. נתון: $AE = CF$

$AB = DF$

$BC = DE$

I אפשרות

(א) הוכח: $AC = EF$ (אין צורך בחפיפה).

(ב) הוכח: $\triangle ABC \cong \triangle FDE$

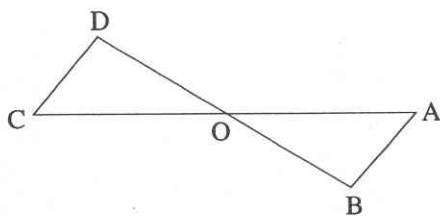
II אפשרות

(א) הוכח: $\triangle ABC \cong \triangle FDE$

(ב) מה תוכל להסיק לגבי הקטעים AB ו-DF? נמק!

III אפשרות

הוכח: $AB \parallel DF$



19. נתון: $AB = CD$

$AB \parallel CD$

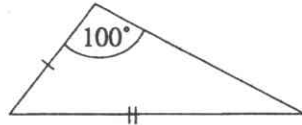
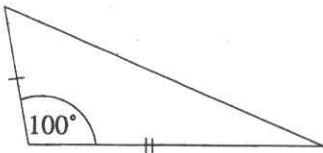
הוכח: $\triangle DCO \cong \triangle BAO$

20. לפניך משפט: שני משולשים, השווים בשתי צלעות ובזווית שמול אחת מבין השתיים בהתאמה, חופפים. סמן את הטענה הנכונה.

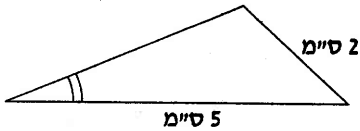
(א) המשפט אינו נכון, כי לא ידוע גודל הצלעות והזווית.

(ב) המשפט אינו נכון, כי הזווית לא כלואה בין שתי הצלעות.

(ג) המשפט אינו נכון לפי הדוגמא הנגדית:



(ד) המשפט אינו נכון לפי הדוגמא הנגדית:



טבלת מיון לפרק ד': חפיפת משולשים

בעיות אחרות	בעיות הוכחה	בעיות חישוב	סוגי שאלות דרגת קושי
9, 7, 5, I 3, I 2, 1			קל
11, 10, 8, 4, II 3, II 2, 20, 15, א' 14, 13	16, ב' 14, 12, 6, 19, II-I 18		בינוני
17	III 18		קשה

הצעות למבחנים

(חפיפת משולשים)

סדר השאלות הוא לפי דרגת קושי - מהקל אל הכבד.

רמה א'

1. עמוד 27 תרגיל 2 אפשרות II - התאמה (שימוש בהגדרה).
2. עמוד 28 תרגיל 3 אפשרות II - חופפים כן/לא.
3. עמוד 32 תרגיל 13 סעיף א' - ניסוח.
4. עמוד 30 תרגיל 8 - נימוקים.
5. עמוד 33 תרגיל 18 אפשרות III - הוכחה.
6. עמוד 32 תרגיל 17 - חקר והוכחה.
7. עמוד 31 תרגיל 11 - הסקת מסקנות.

רמה ב'

1. עמוד 27 תרגיל 2 אפשרות I - התאמה (שימוש בהגדרה).
2. עמוד 28 תרגיל 3 אפשרות I - חופפים כן/לא.
3. עמוד 32 תרגיל 15 - ניסוח.
4. עמוד 29 תרגיל 7 - נימוקים.
5. עמוד 32 תרגיל 16 - הוכחה.
6. עמוד 29 תרגיל 5 - הסקת מסקנות.

פרק ה': משולש שווה שוקיים

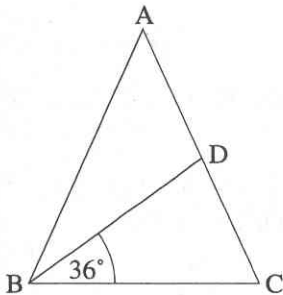
1. במשולש שווה שוקיים ABC , העבירו מקביל לבסיס BC . המקביל חותך את השוקיים AB ו- AC ב- D ו- E בהתאמה. מסקנה: המשולש שהתקבל הוא שווה שוקיים. שרטט ורשום מה נתון ומה צ"ל בסימנים מתמטיים.

2. בכל אחד מהסעיפים הבאים מצא את כל זוויות המשולש על פי הנתונים הבאים. הבחן באפשרויות השונות.
 (א) במשולש שווה שוקיים, אחת הזוויות בת 80° .
 (ב) במשולש שווה שוקיים, אחת הזוויות בת 100° .
 (ג) במשולש שווה שוקיים, אחת הזוויות בת α° .

3. נתון: $AB = AC$

BD חוצה את $\angle ABC$

$\angle DBC = 36^\circ$



I אפשרות

חשב זוויות, רשום את גודלן בשרטוט, קבע את המסקנה הנכונה וסמן אותה.

(א) $AD = DC$

(ב) $\triangle DBC$ ישר זווית.

(ג) $\triangle BDA \cong \triangle BDC$

(ד) $\triangle BDA$ שווה שוקיים.

II אפשרות

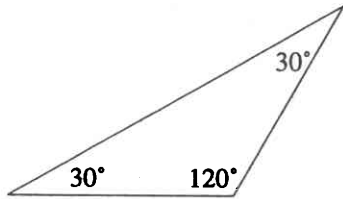
מצא את כל המשולשים שווה-השוקיים שבשרטוט.

4. לפניך משפט:

אם במשולש שווה שוקיים כל אחת מזוויות הבסיס קטנה מ 45° , אז המשולש קהה זווית.

I אפשרות

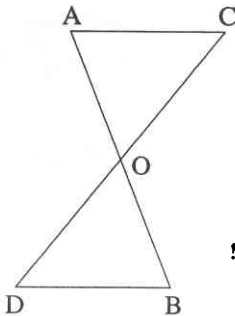
אחת מהטענות הבאות נכונה, סמן אותה.
(א) המשפט נכון, כי אפשר להביא דוגמא:



- (ב) המשפט נכון, כי הסכום של שתי זוויות הבסיס פחות מ 90° ולכן הזווית השלישית בת יותר מ 90° .
(ג) אי אפשר לקבוע אם המשפט נכון, כי לא ידוע מה גדלה של כל זווית במשולש כזה.
(ד) המשפט איננו נכון, כי אפשר להביא דוגמא נגדית.

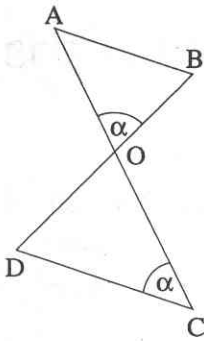
II אפשרות

האם המשפט נכון? נמק.



5. נתון: $AC \parallel BD$
 $\sphericalangle OAC = \sphericalangle DOB$
 $AC = OD$

- (א) האם אפשר להסיק ש- $\triangle AOC$ שווה שוקיים? נמק!
(ב) האם אפשר להסיק ש- $\triangle DOB$ שווה שוקיים? נמק!
(ג) האם המשולשים $\triangle AOC$ ו- $\triangle DOB$ חופפים?
אם כן, נמק ורשום לפי איזו התאמה. אם לא- הסבר.



6. נתון: $AB \parallel DC$

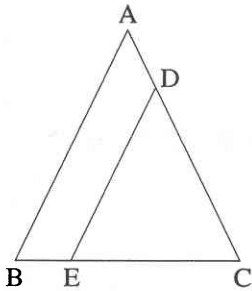
$$\sphericalangle AOB = \sphericalangle OCD = \alpha$$

(א) האם אפשר להסיק ש- $\triangle ABO$ שווה שוקיים? נמק!

(ב) האם אפשר להסיק ש- $\triangle COD$ שווה שוקיים? נמק!

(ג) האם אפשר להסיק ש- $\triangle ABO$ ו- $\triangle COD$ חופפים?

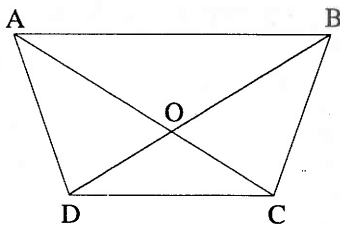
אם כן, נמק ורשום לפי איזו התאמה. אם לא - הסבר.



7. נתון: $AB = AC$

$$DE = DC$$

הוכח: $DE \parallel AB$



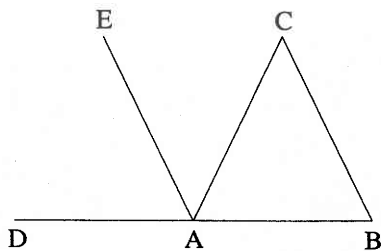
8. נתון: $AB \parallel CD$

$\triangle ADOC$ שווה שוקיים ($DO = OC$)

(א) מצא והוכח שיש בשרטוט משולש

שווה שוקיים נוסף.

(ב) האם אפשר להסיק כי $BC = AD$? נמק.



9. נתון: $\sphericalangle DAC$ חוצה את $\sphericalangle EAC$

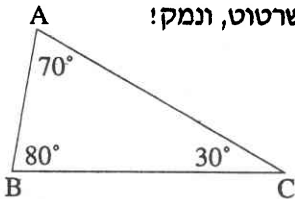
$$AE \parallel BC$$

מה ניתן להסיק לגבי $\triangle ABC$? נמק.

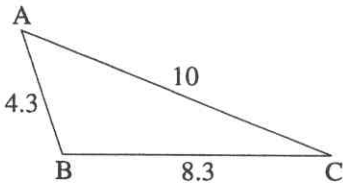
פרק ו': יחס סדר בין צלעות משולש זוויותיו

1. בכל אחד מהסעיפים הבאים, נתונים אורכי הצלעות וגודל הזוויות של $\triangle ABC$.

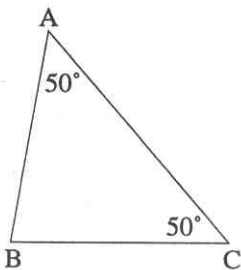
התאם לכל צלע/זווית את גודלה, רשום על גבי השרטוט, ונמק!



(א) אורכי הצלעות: 3, 5.6, 6.



(ב) מידות הזוויות: $25^\circ, 55^\circ, 100^\circ$.

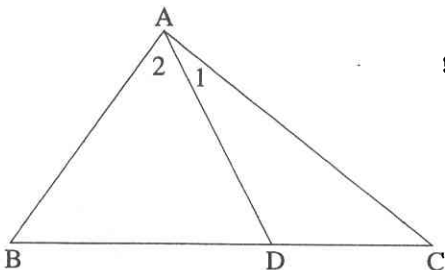


(ג) אורכי הצלעות: 9, 9, 11.5.

2. זוויותיו של משולש שווה שוקיים הן: $30^\circ, 30^\circ, 120^\circ$.

שתיים מצלעותיו הן: 15 ס"מ ו-8.6 ס"מ.

מהו אורכה של הצלע השלישית? שרטט ונמק!



3. נתון: $AD > DC$

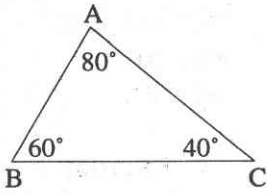
בחר, איזו מסקנה נובעת מכך ונמק!

(א) $\angle B > \angle BAC$

(ב) $\angle B > \angle A_1$

(ג) $\angle C > \angle A_1$

(ד) $\angle B > \angle A_2$



4. אלו מהמסקנות הבאות ניתן להסיק מהנתונים

הרשומים בשרטוט?

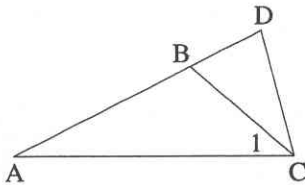
(א) $BC = 2AB$

(ב) $BC > AC$

(ג) $AC > BC > AB$

(ד) $BC = AC + 20$

(ה) $AC > AB$



5. נתון: $BC < AB$

I אפשרות

(א) רשום אחד מהסימנים הבאים $=, <, >$ כך שתתקבל טענה נכונה.

$\sphericalangle C_1$ _____ $\sphericalangle A$

(ב) הוכח: $\sphericalangle A < \sphericalangle ACD$

(ג) רשום אחד מהסימנים הבאים $=, <, >$ כך שתתקבל טענה נכונה.

AD _____ DC נמק!

II אפשרות

(א) הוכח: $\sphericalangle A < \sphericalangle ACD$

(ב) רשום אחד מהסימנים הבאים $=, <, >$ כך שיהיה נכון DC _____ AD

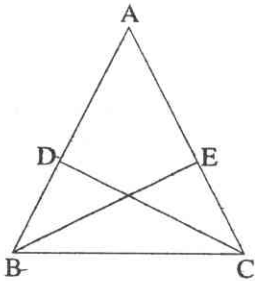
נמק!

III אפשרות

(א) הוכח: $DC < AD$

(ב) האם נכונה גם הטענה ההפוכה, כלומר, ש- $DC < AD$

נובע $BC < AB$? אם כן, הסבר מדוע. אם לא - תן דוגמא נגדית.



6. נתון: $DC \perp AB$

$BE \perp AC$

$DC = BE$

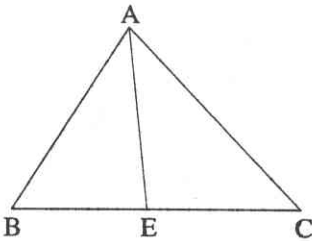
I אפשרות

(א) הוכח: $\angle ABC = \angle ACB$

(ב) מה תוכל להסיק לגבי $\triangle ABC$? נמק.

II אפשרות

הוכח שמשולש ABC הוא שווה שוקיים.



7. AE חוצה את $\angle A$.

הוכח כי $BE < AB$, $EC < AC$

I אפשרות 8.

קבע אילו מבין שלשות המספרים יכולים להיות אורכים של צלעות משולש,

נמק!

(א) 1, 2, 3

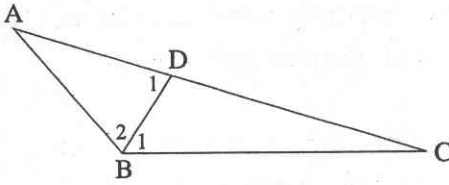
(ב) 2, 3, 4

(ג) 2, 3, 6

II אפשרות

נתונים האורכים של 5 קטעים: 2, 2, 3, 4, 5 מצא אילו 3 קטעים מתוכם,

יכולים לשמש כצלעות של משולש (רשום את כל האפשרויות). נמק!



9. נתון: $AB = AD$

I אפשרות I

נסתכל ב- $\triangle BDC$:

השלם!

_____ כי $\angle D_1 > \angle C$
 _____ כי $\angle D_1 > \angle B_1$

כי נתון $AB = AD$



_____ כי $\angle \dots = \angle \dots$



_____ כי $\angle B_2 > \dots$

_____ כי $\angle B_2 > \dots$

II אפשרות II

(א) הוכח: $\angle B_2 > \angle B_1$

$\angle B_2 > \angle C$

(ב) האם ניתן להסיק גם כי $AD > DC$? הסבר.

(ג) האם ניתן להסיק גם כי $BC > DC$? הסבר.

10. (א) אחת הצלעות של משולש שווה שוקיים היא 14 ס"מ. צלע שניה אורכה 28 ס"מ. איזו מהן הבסיס ואיזו השוק? נמק!

(ב) אחת הצלעות של משולש שווה שוקיים היא 15 ס"מ. צלע שניה אורכה 8 ס"מ. איזו מהן הבסיס ואיזו השוק? נמק!

11. א) קבע אם הטענה נכונה: אם הצלעות של משולש ABC גדולות מצלעות המשולש DEF, אז זוויות $\triangle ABC$ גדולות מזוויות $\triangle DEF$.

ב) קבע אם הטענה נכונה: אם במשולש ABC $\angle A = 102^\circ$, אז הצלע BC היא הצלע הארוכה ביותר.

ג) סמן את האפשרות הנכונה: ב- $\triangle ABC$, אם BC היא הצלע הקצרה ביותר, אז:

(i) $\angle A < 45^\circ$

(ii) $\angle A < 90^\circ$

(iii) לא ניתן לומר דבר על $\angle A$.

ד) סמן את האפשרות הנכונה:

אם BC היא הצלע הארוכה ביותר ב- $\triangle ABC$, אז:

(i) $\angle B + \angle C < 90^\circ$

(ii) $\angle B + \angle C$ לא יכול להיות גדול מ- $\angle A$

(iii) $\angle A > 60^\circ$

טבלת מיון לפרק ה': משולש שווה שוקיים

		סוגי שאלות	
בעיות אחרות	בעיות הוכחה	בעיות חישוב	דרגת קושי
I 4, 1		I 3	קל
9, 6, 5, II 4	8, 7	II 3, 2	בינוני

טבלת מיון לפרק ו': יחס סדר בין צלעות משולש זוויותיו

		סוגי שאלות	
בעיות אחרות	בעיות הוכחה	בעיות חישוב	דרגת קושי
4, 2, 1	10, I 8		קל
9, 11, 3	, 7, 6, II-I 5 II 8		בינוני
	III 5		קשה

הצעות למבחנים

(משולש שווה שוקיים ויחס סדר)

סדר השאלות הוא לפי דרגת קושי - מהקל אל הכבד.

רמה א'

1. עמוד 40 תרגיל 2 (של יחס סדר) - התאמה.
2. עמוד 44 תרגיל 9 אפשרות II (של יחס סדר) - חישוב.
3. עמוד 37 תרגיל 3 אפשרות II (של משולש שווה שוקיים) - חישוב.
4. עמוד 38 תרגיל 4 אפשרות II (של משולש שווה שוקיים) - נכונות של משפט.
5. עמוד 40 תרגיל 3 (של יחס סדר) - הסקת מסקנות.
6. עמוד 38 תרגיל 5 (של משולש שווה שוקיים) - הסקת מסקנות.
7. עמוד 44 תרגיל 11 (של יחס סדר) - קביעת נכונות.
8. עמוד 41 תרגיל 5 אפשרות II (של יחס סדר) - הוכחה.

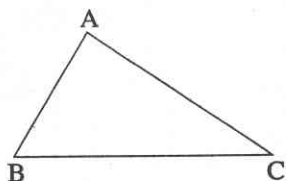
רמה ב'

1. עמוד 37 תרגיל 3 אפשרות I (של משולש שווה שוקיים) - חישוב.
2. עמוד 38 תרגיל 4 אפשרות I (של משולש שווה שוקיים) - נכונות של משפט.
3. עמוד 37 תרגיל 1 (של משולש שווה שוקיים) - ניסוח.
4. עמוד 39 תרגיל 8 (של משולש שווה שוקיים) - הוכחה.

* בספר לרמה ב', לא מופיע הפרק על יחס סדר בין צלעות משולש זוויותיו.

פרק ז: משפחת המרובעים

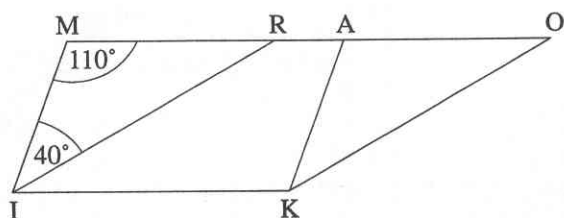
1. טענה: אם במשולש ABC מעבירים את התיכון BM, וממשיכים אותו עד לנקודה D, כך שיתקיים $DM = BM$, אזי המרובע ABCD הוא מקבילית. השלם את השרטוט וכתוב נתון וצ"ל בסימנים מתמטיים.



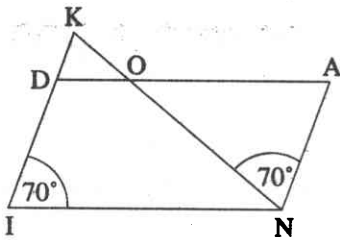
2. אם המרובע הוא מקבילית, אז במרובע יש זוג זוויות סמוכות שסכומן 180° .
 (א) נסח משפט הפוך למשפט זה.
 (ב) אחת מהטענות הבאות נכונה - סמן אותה, ונמק את קביעתך.
 - המשפט ההפוך איננו נכון.
 - המשפט ההפוך נכון.
 - אי אפשר לקבוע אם המשפט ההפוך נכון.

3. נתון: MIKA מקבילית
 RIKO מקבילית

חשב את $\angle O$ לפי הנתונים הרשומים
 בשרטוט וסמן את התשובה הנכונה.



- (א) $\angle O = 30^\circ$
 (ב) $\angle O = 40^\circ$
 (ג) $\angle O = 45^\circ$
 (ד) $\angle O = 70^\circ$



4. נתון: $DINA$ מקבילית

$$\angle I = 70^\circ$$

$$\angle KNA = 70^\circ$$

I אפשרות

חשב זוויות, רשום את גדלן בשרטוט, קבע איזו מהמסקנות הבאות נובעת מהנתונים.

א) $DO = OA$

ב) $KN = IN$

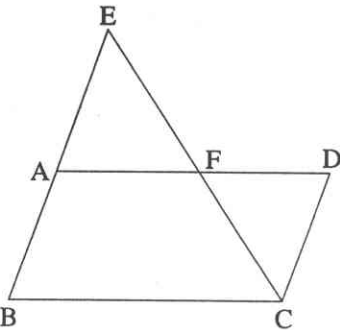
ג) $\triangle KDO \cong \triangle NAO$

ד) $KD = DI$

ה) $KI = KN$

II אפשרות

כמה משולשים בשרטוט? מאיזה סוג הם? נמק!



5. אפשרות I

נתון: $ABCD$ מקבילית

הנקודה E על המשך AB

$$\triangle AEF \cong \triangle DCF$$

הוכח: $AE = AB$

II אפשרות

$ABCD$ מקבילית, הנקודה E על המשך AB

נתון: $AE = AB$

הוכח: $\triangle AEF \cong \triangle DCF$

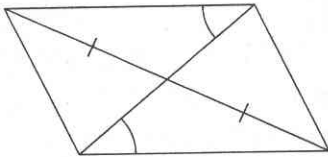
6. המספרים 16, 10, 14 הם האורכים של שני האלכסונים ואחת הצלעות

במקבילית.

מצא איזה מספר מבטא את אורכה של הצלע, ונמק!

7. קבע אמת או שקר.

- (א) כל זוג צלעות נגדיות במקבילית שוות זו לזו.
- (ב) בכל מקבילית 4 הזוויות שוות זו לזו.
- (ג) בכל מקבילית האלכסונים שווים זה לזה.
- (ד) בכל מקבילית האלכסונים חוצים זה את זה.
- (ה) בכל מקבילית האלכסונים חוצים את הזוויות.
- (ו) בכל מקבילית האלכסונים מאונכים זה לזה.



8. קבע על סמך הנתונים המסומנים בשרטוט, אם המרובע הוא מקבילית.
אם כן, הוכח.
אם לא, הבא דוגמא נגדית.

9. דינה ניסחה משפט:

- מרובע שבו זוג אחד של צלעות נגדיות מקבילות, וזוג אחד של צלעות נגדיות שוות, הוא מקבילית.
קבע האם המשפט נכון. אם כן, הוכח. אם לא, הבא דוגמא נגדית.

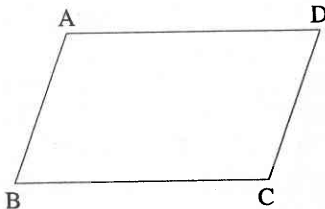
10. משפט: מרובע בעל זוג צלעות מקבילות וזוג זוויות נגדיות שוות הוא מקבילית.
קבע האם המשפט נכון. אם כן, הוכח. אם לא, הבא דוגמא נגדית.

11. אפשרות I

נתון: ABCD מקבילית.

העבר את החוצה של אחת מזוויות המקבילית.

איזה סוג של משולש נוצר? הוכח!



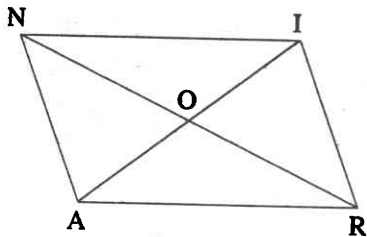
II אפשרות

(א) נתון: ABCD מקבילית.

העבר את החוצה של $\angle B$ וסמן את נקודת פגישתו עם AD ב-E.

איזה סוג של משולש הוא $\triangle ABE$? הוכח.

(ב) העבר את הקטע CE. איזו זווית גדולה יותר $\angle BEC$ או $\angle ECD$? (נמק).



12. נתון: NIRA מקבילית.

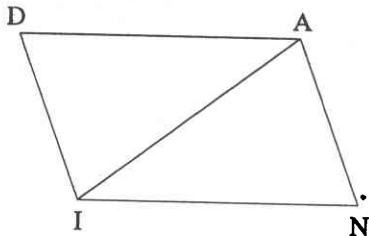
אחת מהטענות הבאות נכונה, סמן אותה.

(א) IO גובה ב- $\triangle NIR$

(ב) $\triangle NIR$ שווה שוקיים

(ג) IO תיכון ב- $\triangle NIR$

(ד) IO חוצה את NIR \sphericalangle



13. נתון: DANI מקבילית

מסקנה: $\sphericalangle DIA = \sphericalangle NAI$

קבע את הנימוק המתאים:

(א) כי $\sphericalangle DIA = \sphericalangle NAI$ הן זוויות מתחלפות בין $DA \parallel NI$.

(ב) כי $\sphericalangle DIA = \sphericalangle NAI$ הן זוויות מתאימות בין $DA \parallel NI$.

(ג) כי $\sphericalangle DIA = \sphericalangle NAI$ הן זוויות מתחלפות בין $DI \parallel AN$.

(ד) כי $\triangle ANI$ ו- $\triangle DIA$ הם משולשים שווי שוקיים.

(ה) כי האלכסון במקבילית חוצה את הזוויות.

14. אפשרות I

במקבילית ABCD אורך הצלע BC הוא 3 ס"מ.

חוצי הזוויות A ו-B נפגשים על DC.

מצא את היקף המקבילית.

אפשרות II

ABCD מקבילית.

a מייצג את אורך BC.

חוצי הזוויות A ו-B נפגשים מחוץ למקבילית.

סמן את הטענה הנכונה ונמק:

(א) היקף המקבילית שווה ל-6a.

(ב) היקף המקבילית קטן מ-6a.

(ג) היקף המקבילית גדול מ-6a.

15. אפשרות I

שרטט מקבילית.

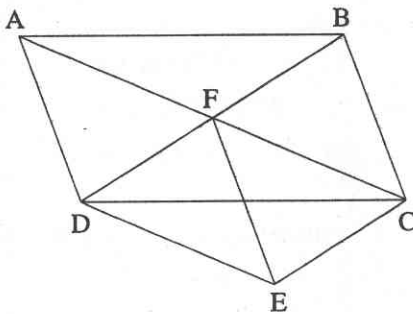
חבר את אמצעי צלעות המקבילית, בזה אחר זה.

(א) שרטט וכתוב את הנתונים בכתוב מתמטי.

(ב) הוכח שהמרובע שהתקבל הוא מקבילית.

אפשרות II

אם נחבר את אמצעי צלעות המקבילית, בזה אחר זה, איזה סוג של מרובע יתקבל! הוכח!



16. נתון: ABCD מקבילית.

$FE \parallel BC$

$FE = BC$

אפשרות I

(א) הוכח: EFBC מקבילית.

(ב) הוכח: $DF = EC$.

אפשרות II

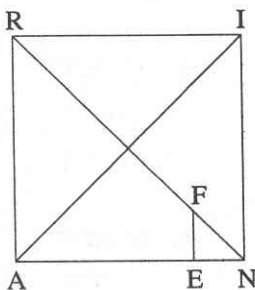
אלכסוני המקבילית ABCD נפגשים בנקודה F. העבירו $FM \parallel BC$ החותך את DC בנקודה M.

המשיכו את FM עד נקודה E כך ש- FE שווה ל-BC.

(א) שרטט ורשום את הנתונים בסימנים מתמטיים.

(ב) העבר את ED ו-EC ומצא בשרטוט מקביליות. הוכח.

כמה מקביליות מצאת?



17. נתון: RANI ריבוע

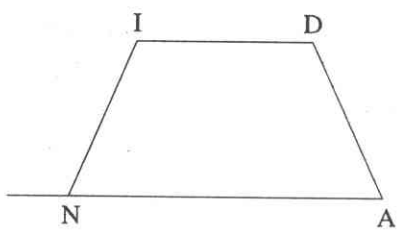
$FE \parallel RA$

אפשרות I

הוכח: $FE = EN$

אפשרות II

איזה סוג של משולש הוא $\triangle FEN$? הוכח!



18. IDAN טרפז שווה שוקיים ($ID \parallel NA$)
 B על המשך AN.
 $NB = ID$
 (א) השלם את השרטוט ורשום את הנתונים בסימנים מתמטיים.

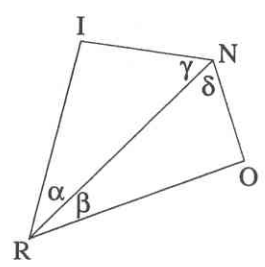
I אפשרות I

העבר את אלכסוני הטרפז ואת IB והוכח: $\triangle BIA$ שווה שוקיים.

II אפשרות II

העבר את אלכסוני הטרפז ואת IB. איזה סוג של משולש הוא $\triangle BIA$? הוכח.

19. השלם על פי הנתונים את גודל הזוויות $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ שאינן נתונות.



(א) RONI דלתון

$\alpha = 40^\circ$

$\gamma = 50^\circ$

(ב) RONI מקבילית

$\alpha = 40^\circ$

$\gamma = 30^\circ$

(ג) RONI מלבן

$\alpha = 40^\circ$

(ד) RONI דלתון

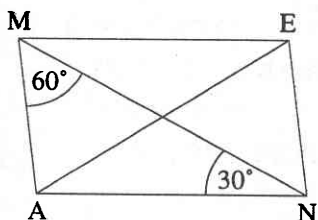
$\alpha = 40^\circ$

$\beta = 50^\circ$

(ה) RONI מעוין

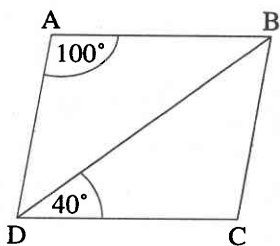
$\alpha = 40^\circ$

(ו) RONI ריבוע



20. נתון: NAME מקבילית.
חשב זוויות נוספות, ורשום את גודלן בשרטוט.
סמן את הטענה הנכונה.

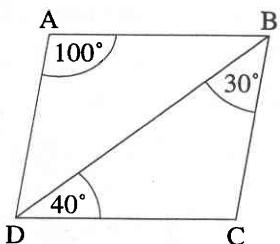
- (א) NAME מלבן.
- (ב) NAME מעוין.
- (ג) NAME ריבוע.
- (ד) NAME דלתון.



21. נתון: ABCD מקבילית.
חשב זוויות נוספות ורשום את גודלן בשרטוט.
סמן את הטענות הנכונות.

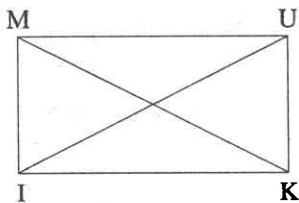
- (א) ABCD דלתון.
- (ב) ABCD מעוין.
- (ג) ABCD טרפז.
- (ד) ABCD מלבן.

22. נתון: ABCD מרובע.
 $AB \parallel CD$



חשב זוויות נוספות ורשום את גודלן בשרטוט.
סמן את הטענה הנכונה.
(א) ABCD מקבילית.
(ב) ABCD דלתון.
(ג) ABCD טרפז.
(ד) אף אחת מהטענות איננה נכונה.

23. רוטי טענה: אם נעביר דרך כל הקודקודים של ריבוע מקבילים לאלכסונים, נקבל ריבוע נוסף. האם צדקה? נמק.



24. א) MUKI מלבן.

העבירו מקבילים לאלכסונים דרך כל הקודקודים.
איזה מרובע התקבל? הוכח.

ב) העבירו מקבילים לאלכסונים של מרובע והתקבל מעוין.
האם המרובע הנתון הוא מלבן?

25. נתון: ABCD מלבן

DE חוצה את $\angle ADC$

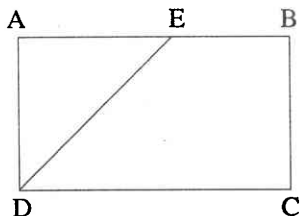
AD = 4 ס"מ

DC = 7 ס"מ

I אפשרות

א) חשב את גודל $\angle AED$

ב) חשב את אורך הקטע BE.



II אפשרות

חשב את אורך הקטע BE.

26. נתון: ABCD הוא מלבן.

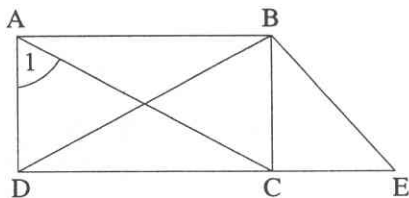
$BE \perp BD$

I אפשרות

א) נתון גם: $\angle A_1 = 40^\circ$

חשב את $\angle E$

ב) הסבר מדוע המשולשים DBE ו-ADC אינם חופפים.



II אפשרות

א) הוכח: $\angle A_1 = \angle E$

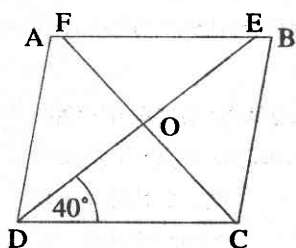
ב) הסבר מדוע המשולשים DBE ו-ADC אינם חופפים.

III אפשרות

א) הוכח: $\angle A_1 = \angle E$

ב) האם המשולשים DBE ו-ADC חופפים?

אם כן - הוכח, אם לא - נמק.



27. אפשרות I

נתון: ABCD מקבילית.

∠ ADC חוצה את DE

∠ BCD חוצה את CF

חשב זוויות נוספות, ורשום את גדלן בשרטוט.

סמן את הטענה הנכונה.

(א) $\triangle DOC$ שווה שוקיים.

(ב) $\triangle FOE$ שווה שוקיים.

(ג) $\triangle DOC$ ישר זווית.

(ד) $\triangle FOE \cong \triangle COD$

אפשרות II

נתון: ABCD מקבילית

∠ ADC חוצה את DE

∠ BCD חוצה את CF

הוכח: $DO \perp FC$

אפשרות III

הוכח כי חוצי זוויות סמוכות במקבילית, מאונכים זה לזה.

28. קבע אמת או שקר.

(א) כל טרפז הוא מקבילית.

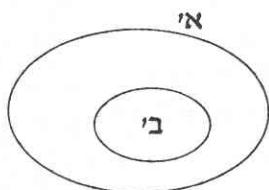
(ב) כל מקבילית היא טרפז.

(ג) כל מעוין הוא מקבילית.

(ד) כל מקבילית היא מעוין.

(ה) כל ריבוע הוא מרובע.

(ו) כל מרובע הוא ריבוע.



29 (א) אם קבוצה א' היא קבוצת המעוינים, מה יכולה להיות קבוצה ב'?

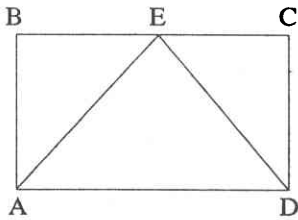
(ב) אם קבוצה ב' היא קבוצת המעוינים, מה יכולה להיות קבוצה א'?

רשום שתי תשובות שונות.

30. נתון: כל הזוויות של המרובע MKLO שוות זו לזו.

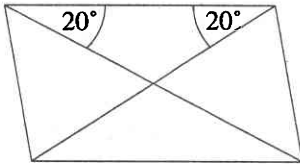
- קבע האם ניתן להסיק מהנתונים כי:
 (א) כל הצלעות של המרובע MKLO שוות.
 (ב) MKLO ריבוע.
 (ג) MKLO מלבן.

31. במלבן ABCD העבירו את חוצי הזוויות $\sphericalangle A$ ו- $\sphericalangle D$,



- והם נפגשו על הצלע BC בנקודה E.
 כמה משולשים שווי שוקיים בשרטוט? נמק.

32. המרובע שבשרטוט הוא מקבילית.



- האם ניתן להסיק:
 (א) שהמרובע הוא מעוין? נמק.
 (ב) שהמרובע הוא מלבן? נמק.

33. (א) נתון שבמרובע האלכסונים שווים זה לזה וחוצים זה את זה. שרטט מרובעים שונים המקיימים את הנתונים. מה תוכל לומר על המרובע המתקבל? נמק.

(ב) נתון שבמרובע האלכסונים שווים זה לזה. שרטט מרובעים שונים המקיימים את הנתונים. מה תוכל לומר על המרובע המתקבל? נמק.

(ג) נתון שבמרובע האלכסונים שווים זה לזה ואחד האלכסונים חוצה את האלכסון השני. שרטט מרובעים שונים המקיימים את הנתונים. מה תוכל לומר על המרובע המתקבל? נמק.

34. (א) נסח במילים משפט מתאים.

הנושא: מרובע ABCD

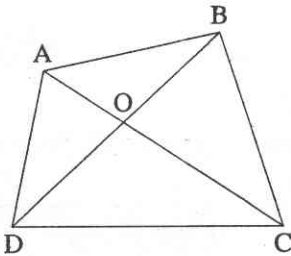
נתון: $AB = BC$

$AD = DC$

מסקנה: $AC \perp BD$

(ב) נסח משפט הפוך.

(ג) קבע אם המשפט ההפוך נכון או לא, נמק.



35. O נקודת מפגש האלכסונים במרובע ABCD.

נתון: AO תיכון ב- $\triangle ABD$

AO גובה ב- $\triangle ABD$

הסק מהו המרובע ABCD? הוכח.

36. נתון: כל הזוויות של המרובע MKLO שוות.

מסקנה: $ML = KO$.

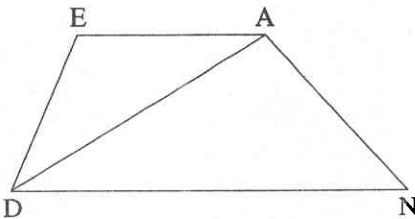
שרטט וקבע את הנימוק המתאים:

(א) הצלעות שוות לכן גם האלכסונים שווים.

(ב) MKLO מלבן, ובמלבן האלכסונים שווים.

(ג) MKLO ריבוע, ובריבוע האלכסונים שווים.

(ד) כי MKLO טרפז שווה שוקיים.



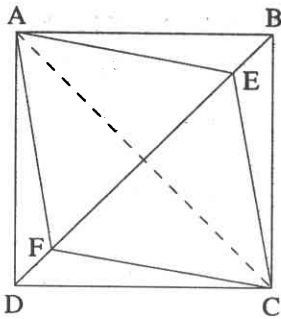
37. נתון טרפז EDNA שבו $ED = EA$.

I אפשרות

הוכח שהאלכסון AD חוצה את $\angle D$

II אפשרות

מה תוכל לומר על האלכסון DA? הוכח.



38. נתון: ריבוע ABCD

$$BE = DF$$

I אפשרות

הוכח: AECF מעוין.

II אפשרות

איזה סוג של מרובע הוא המרובע AECF? הוכח!

39. במלבן ABCD האלכסון וחוצה הזווית מתלכדים. האם המלבן ABCD

הוא ריבוע? נמק!

טבלת מיון לפרק ז': משפחת המרובעים

			סוגי שאלות
בעיות אחרות	בעיות הוכחה	בעיות חישוב	דרגת קושי
29, 28, 13, 12, 7, 1 30		3	קל
24, 23, 10, 9, 8, 2 III 27 (III II I) בי, 26 , 36, 34, 33, 32, 31 I 38	18, 17, I 16, 15, 5 II 27, III א', II 26 37, 35	I 14 א'; II I 11, 6, 4 , 22, 21, 20, 19 I 27 א', I 26, 25	בינוני
39, II 38, II בי, 11	III 27, II 16	, II 14	קשה

הצעות למבחנים

(משפחת המרובעים)

סדר השאלות הוא לפי דרגת קושי - מהקל אל הכבד.

רמה א'

1. שאלה 12 - תכונות המקבילית.
2. שלושה סעיפים מתוך שאלה 19 - תכונות המרובעים השונים.
3. שאלה 29 - מצב הדדי בין סוגי המרובעים השונים.
4. שאלה 34 - ניסוח משפט, ניסוח משפט הפוך ודוגמא נגדית.
5. שאלה 14 אפשרות I - יישום חוצי זוויות סמוכות במקבילית - חישוב.
6. שאלה 25 אפשרות I - חישוב.
7. שאלה 17 - הוכחה.
8. שאלה 11 אפשרות II - הוכחה פשוטה שאלת אתגר (לציון מעל 90%).

רמה ב'

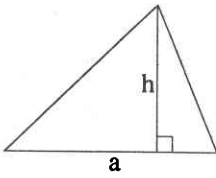
1. שאלה 7 - ידע תכונות.
2. שאלה 18 - חישוב והסקת מסקנות.
3. שאלה 19 - חישוב והסקת מסקנות.
4. שאלה 36 - נימוקים.
5. שאלה 8 - הוכחה.
6. שאלה 6 - אתגר.

פרק ח': שטחים ומשפט תלס

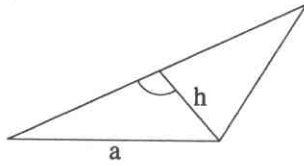
(הפרק כולל משפט פיתגורס בשאלות 11-14, יחסי שטחים בשאלות 15-19, תכונת חוצה הזווית בשאלות 20-26, משפט תלס וקטע אמצעים בשאלות 27-41, ומפגש התיכונים במשולש בשאלות 42 עד הסוף)

1. א) סמן באלו מהשרטוטים הקטע h הוא גובה לצלע a .

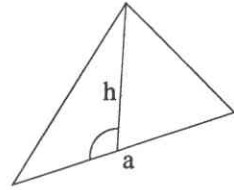
ב) בשרטוטים בהם הקטע h אינו גובה ל- a , שרטט את הגובה ל- a .



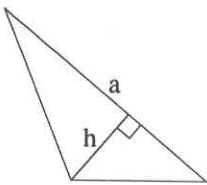
ג.



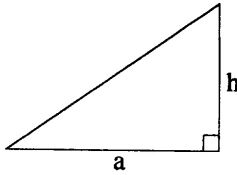
ב.



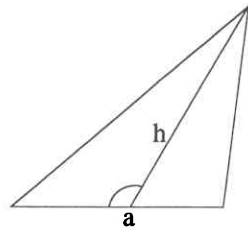
א.



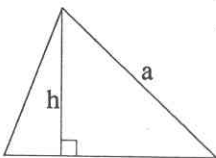
ו.



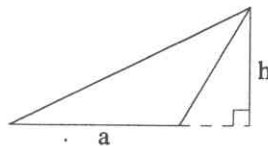
ה.



ד.



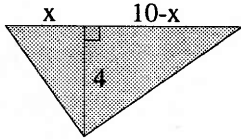
ח.



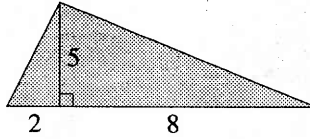
ז.

2. אפשרות I

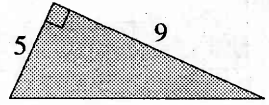
מצא בכל מקרה, את שטח המצולע הצבוע.



ג.

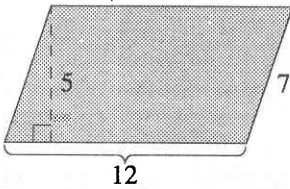


ב.

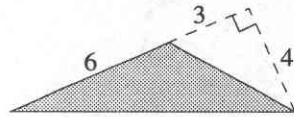


א.

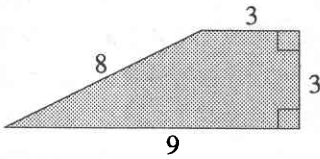
המרובע הוא מקבילית



ה.

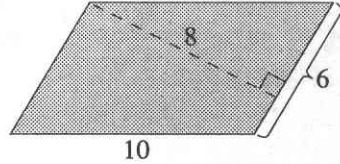


ד.



ז.

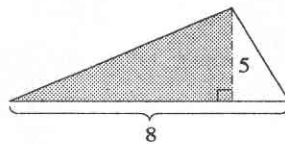
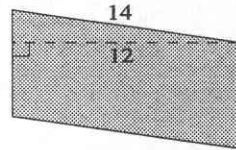
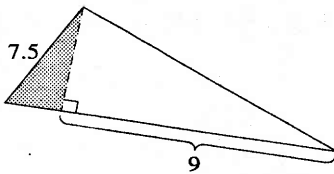
המרובע הוא מקבילית

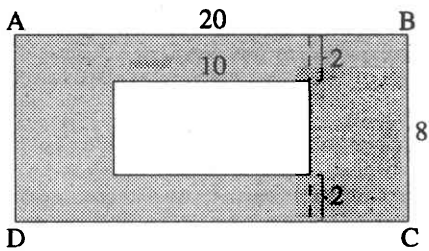


ו.

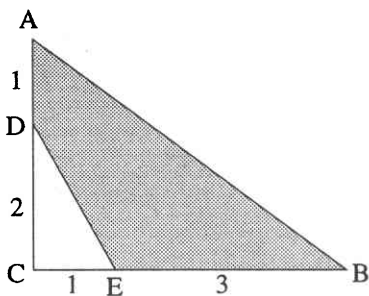
אפשרות II

מצא את שטחי הצורות הצבועות, אם הדבר ניתן. כל השרטוטים שבאפשרות I ובנוסף גם:

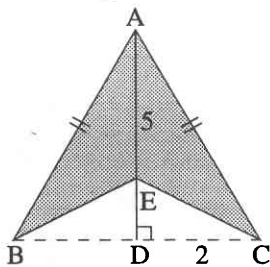




3. מצא את שטח הצורה המקווקות. ABCD מלבן.



4. משולש ABC הוא ישר זווית ($\angle C = 90^\circ$) מצא את שטח הצורה המקווקות



5. משולש ABC הוא שווה שוקיים.

I אפשרות

12 יחיד $S_{\Delta ABC}$, יתר הנתונים - בשרטוט. מצא את שטח הצורה המקווקות.

II אפשרות

על סמך הנתונים בשרטוט, מצא את שטח הצורה המקווקות.

6. לפניך טענות:

- (א) הגובה במשולש מחלק אותו לשני משולשים שווי שטח.
- (ב) חוצה זווית במשולש מחלק אותו לשני משולשים שווי שטח.
- (ג) תיכון במשולש מחלק אותו לשני משולשים שווי שטח.

I אפשרות

קבע לגבי כל טענה אם היא נכונה ונמק.

II אפשרות

קבע לגבי כל טענה אם היא נכונה. אם היא אינה נכונה, באיזה תנאים היא תהיה נכונה?

7. באלו מהמרובעים הבאים, ניתן לחשב את השטח על פי חצי מכפלת האלכסונים?

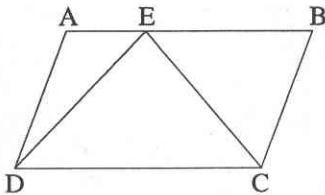
- I אפשרות**
- (א) בכל מקבילית.
 (ב) בכל מעוין.
 (ג) בכל ריבוע.
 (ד) בכל דלתון.

- II אפשרות**
- (א) מרובע שאלכסוניו שווים זה לזה.
 (ב) מרובע שאלכסוניו מאונכים זה לזה.
 (ג) מרובע שאלכסוניו חוצים זה את זה.
 (ד) מרובע שאלכסוניו חוצים את הזוויות.

8. E נקי כשלהי על הצלע AB במקבילית ABCD.

I אפשרות

הוכח: $S_{ECD} = S_{ADE} + S_{ECB}$



II אפשרות

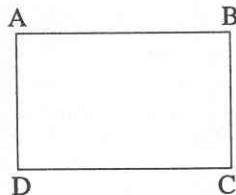
הוכח: $S_{DEC} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$

III אפשרות

מהו היחס בין שטח משולש DEC לבין שטח המקבילית ABCD? הוכח.

9. ABCD מלבן.

- (א) שרטט משולש MDC, קהה זווית, ששטחו שווה למחצית שטח המלבן.
 (ב) שרטט משולש KDC, שווה שוקיים, ששטחו שווה למחצית שטח המלבן.



10. בטרפז ABCD, $CD \parallel AB$ והאלכסונים נחתכים ב-O.

I אפשרות

שרטט והוכח:

$S_{ADC} = S_{BDC}$ (א)

$S_{ADO} = S_{BOC}$ (ב)

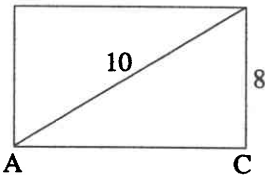
II אפשרות

שרטט והוכח כי $S_{ADO} = S_{BOC}$

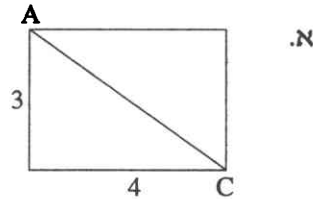
III אפשרות

שרטט ומצא 3 זוגות של משולשים שווי שטח. נמק!

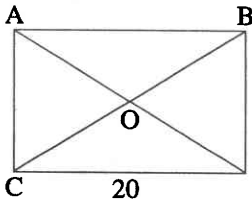
11. מצא את אורך הקטע AC במלבנים הבאים:



ב.

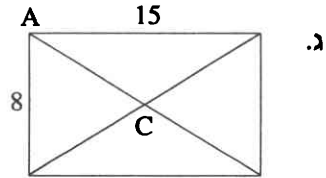


א.



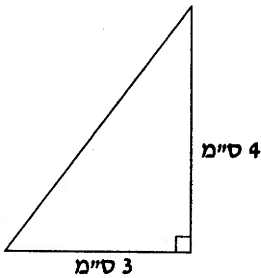
ד.

$OB = 12.5$ ס"מ

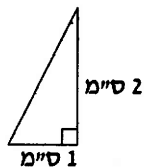


ג.

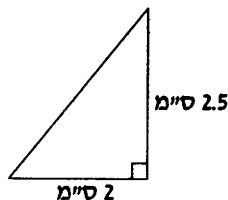
12. סמן באיזה מהמשולשים הבאים, אורך היתר הוא $\sqrt{5}$ ס"מ.



ד.



ג.



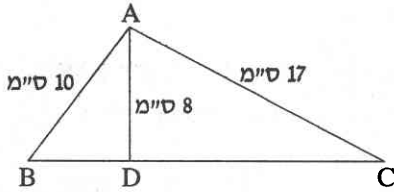
ב.



א.

13. AD גובה ב ΔABC .

חשב את BC על סמך הנתונים הרשומים בשרטוט וסמן את התשובה הנכונה.



- (א) $BC = \sqrt{389}$ ס"מ
 (ב) $BC = 18$ ס"מ
 (ג) $BC = 21$ ס"מ
 (ד) $BC = 25$ ס"מ

14. ΔABC הוא משולש שווה צלעות שאורך צלעו הוא 2a. בטא את שטח המשולש בעזרת צלעו.

15. ב- ΔGIR , הנקודה K נמצאת על הצלע IR במרחקים שווים מ- GR ומ- GI. שרטט.

נתון גם: $SGKR = 4$ סמ"ר
 $SGIK = 8$ סמ"ר

I אפשרות

מצא את היחס $\frac{GI}{GR}$ ונמק.

II אפשרות

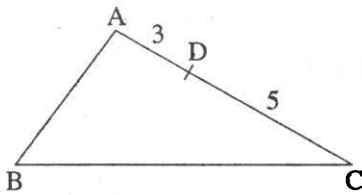
חשב אם ניתן: (א) IK (ב) KR (ג) $\frac{IK}{KR}$ (ד) $\frac{GI}{GR}$

16. אפשרות I

IK הוא תיכון ל-NR במשולש NIR ששטחו 48 סמ"ר. שרטט וחשב את שטח ΔKIR .

II אפשרות

- IK הוא תיכון ל-NR במשולש NIR ששטחו S.
 (א) שרטט שרטוט מתאים.
 (ב) בטא את שטח משולש KIR בעזרת S.



17. אפשרות I

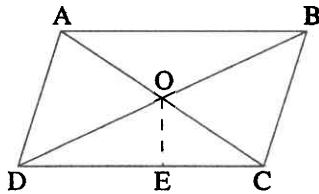
$$\frac{S_{ABD}}{S_{CBD}} \text{ מצא את היחס}$$

על סמך הנתונים הרשומים בשרטוט.

אפשרות II

D נקודה כלשהי על הצלע AC במשולש ABC.

$$\frac{S_{ABD}}{S_{CBD}} = \frac{AD}{DC} \text{ הוכח:}$$



18. ABCD מקבילית.

$$OE \perp DC$$

$$DC = 10 \text{ ס"מ}, OE = 4 \text{ ס"מ}$$

מצא את שטחו של $\triangle OBC$.

19. ABCD מקבילית. מצא נקודה E על DC או על המשכו כך ששטח משולש

ADE יהיה:

I אפשרות

שווה למחצית שטח המקבילית.

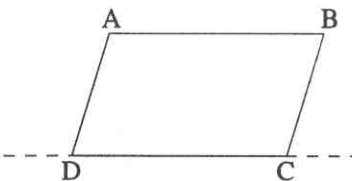
II אפשרות

שווה ל- $\frac{1}{4}$ משטח המקבילית.

III אפשרות

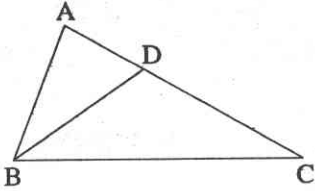
שווה לשטח המקבילית.

כמה נקודות כאלו קיימות? תאר את מיקומן.



20. נתון: $\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC}$

סמן את המסקנה הנובעת מהנתון:

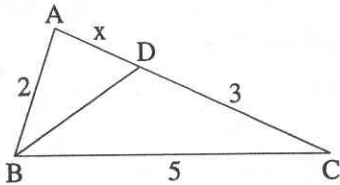


(א) BD תיכון ב- $\triangle ABC$

(ב) BD גובה ב- $\triangle ABC$

(ג) $AB = BD$

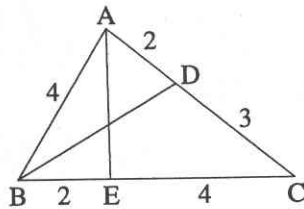
(ד) $\sphericalangle ABD = \sphericalangle DBC$



21. נתון: BD חוצה $\sphericalangle ABC$

מצא, על סמך הנתונים בשרטוט, את x.

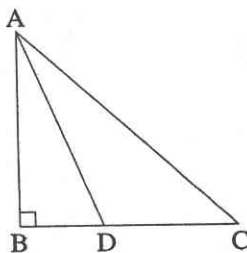
22. אילו מבין הקטעים AE ו-BD הוא חוצה זווית ב- $\triangle ABC$? נמק.

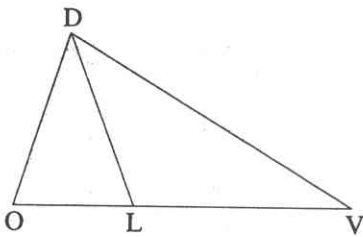


23. נתון: AD חוצה $\sphericalangle BAC$

$\sphericalangle B = 90^\circ$

הוכח: $DC > BD$





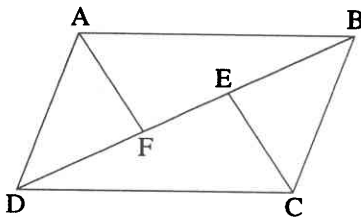
24. אפשרות I

נתון: DL חוצה את $\angle ODV$.

הוכח: $\frac{S_{DOL}}{S_{DLV}} = \frac{DO}{DV}$

אפשרות II

באיזה תנאי מתקיים $\frac{S_{DOL}}{S_{DLV}} = \frac{DO}{DV}$ נמק!



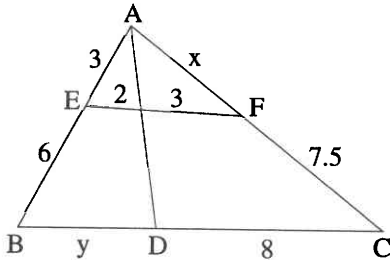
25. נתון: ABCD מקבילית

AF ו-CE חוצי זווית

4 ס"מ = DF, 10 ס"מ = AB,

6 ס"מ = BC

חשב את אורך EF.



26. נתון: AD חוצה את $\angle A$.

(א) חשב את x ו-y.

(ב) האם ניתן להסיק מתוך

הנתונים ש- $EF \parallel BC$? נמק.

27. נתון: $DE \parallel AC$

סמן את המסקנות הנובעות מהנתון:

(א) $\frac{AD}{DB} = \frac{BE}{EC}$

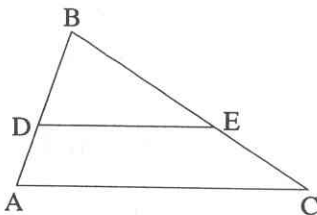
(ב) $\frac{AD}{DB} = \frac{EC}{BE}$

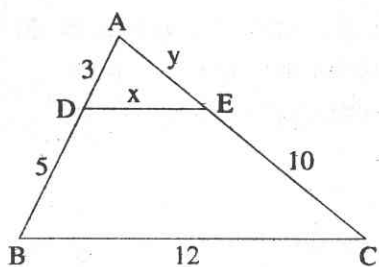
(ג) $\frac{BD}{BA} = \frac{BE}{BC}$

(ד) $\angle BDE = \angle A$

(ה) $\frac{DE}{AC} = \frac{BD}{DA}$

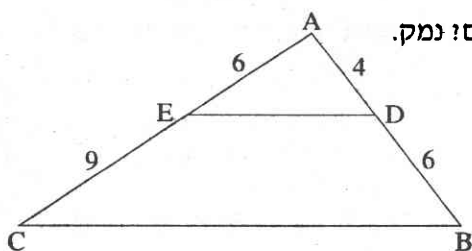
(ו) $\frac{DE}{AC} = \frac{BE}{BC}$



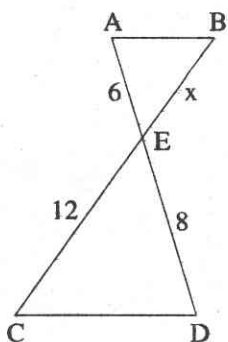


28. נתון: $DE \parallel BC$

מצא את x ו- y .



29. האם הקטעים DE ו-BC מקבילים? נמק.



30. נתון: $AB \parallel CD$

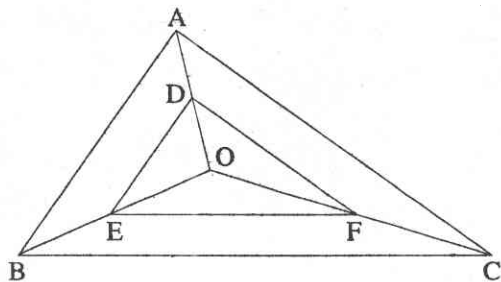
מצא את x

31. O נקודה כלשהי בתוך משולש ABC.

$DE \parallel AB$

$EF \parallel BC$

הוכח: $DF \parallel AC$

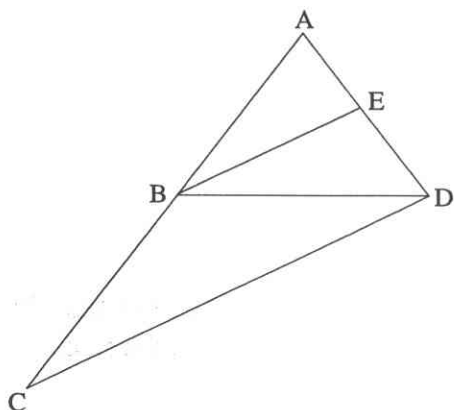


32. משפט: מקביל לבסיסי הטרפז, החותך את שוקי הטרפז, מקצה על השוקיים 4 קטעים פרופורציוניים.
 שרטט ורשום מה נתון ומה צ"ל בסימנים מתמטיים.

33. נתון: BE חוצה את $\angle ABD$, הנקודה C על המשך AB.

$$BD = BC$$

אחת מהמסקנות הבאות אינה נובעת מהנתונים, סמן אותה ונמק את אלה שנכונות.



(א) $\frac{AB}{BD} = \frac{AE}{ED}$

(ב) $\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{ED}$

(ג) $BE = BD$

(ד) $BE \parallel CD$

34. נתון: $DE \parallel BC$

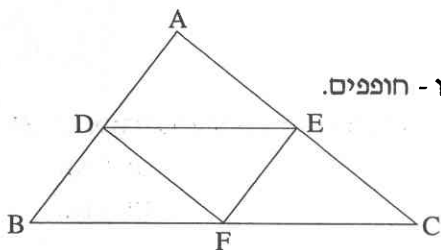
$$EF \parallel AB$$

E אמצע AC

I אפשרות

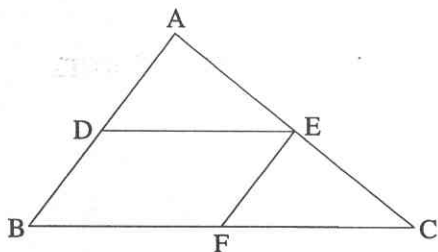
(א) הוכח: ארבעת המשולשים שנוצרו - חופפים.

(ב) הוכח: $S_{ABC} = 2 \cdot S_{DEFB}$

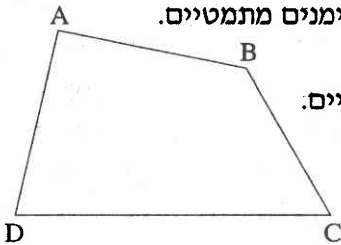


II אפשרות

הוכח: $S_{ABC} = 2 \cdot S_{DEFB}$



35. לפנך טענה: אם מחברים את כל אמצעי הצלעות של מרובע כלשהו, בזה אחר זה, מקבלים מקבילית.



(א) השלם את השרטוט, וכתוב נתון וצ"ל בסימנים מתמטיים.
 (ב) האם הטענה נכונה? הסבר.
 (ג) נסח את הטענה ההפוכה בסימנים מתמטיים.
 האם היא נכונה? הסבר.

36. בנו מרובע ABCD שאלכסונו: $AC = 7$ ס"מ, $BD = 10$ ס"מ וחברו את אמצעי הצלעות של המרובע בזה אחר זה. חשב את צלעות המרובע החסום.

37. במרובע ABCD האלכסונים שווים.

איזה סוג של מרובע הוא המרובע הנוצר מחיבור אמצעי הצלעות של ABCD בזה אחר זה? נמק.

38. חסמו ריבוע KLMN במרובע ABCD כך ש K, L, M, N של אמצעי הצלעות של ABCD. מה תוכל לומר על אלכסוני מרובע ABCD? נמק.

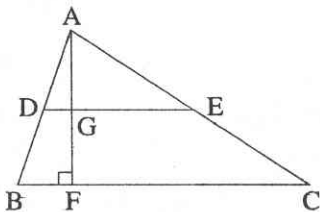
39. DE הוא קטע אמצעים במשולש ABC.

I אפשרות

$$AF \perp BC$$

$$\frac{AG}{AF} = \frac{1}{2} \quad \text{הוכח:}$$

$$\frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = \frac{1}{4} \quad \text{הוכח:}$$

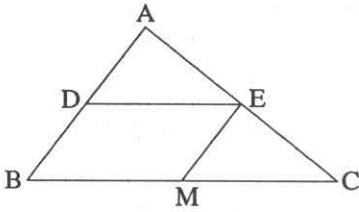


II אפשרות

הוכח כי קטע אמצעים במשולש, חותך ממנו משולש, ששטחו הוא $\frac{1}{4}$ משטח המשולש המקורי.

40. נתון: $BM = MC$

DE קטע אמצעים ב- $\triangle ABC$.



אפשרות I

הוכח:

(א) $DE = BM$

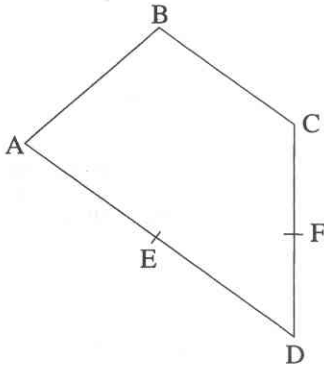
(ב) DEMB מקבילית.

אפשרות II

(א) הוכח: DEMB מקבילית

(ב) העבר את DM. כמה מקביליות

בשרטוט? מיהן?



41. נתון: $AB = BC$

הנקודות E ו-F הן אמצעי הצלעות

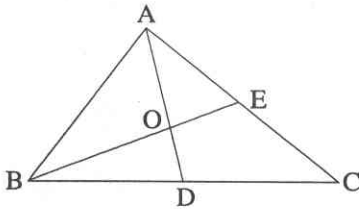
AD ו-CD בהתאמה.

הוכח: המשך EF יוצר זוויות שוות

עם המשכי BC ו-BA.

42. נתון: AD ו-BE תיכונים ב- $\triangle ABC$.

קבע האם ניתן להסיק כי:



(א) $AO = 2DO$

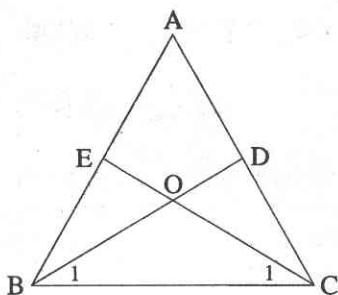
(ב) $OD = 2AO$

(ג) $AO = BO$

(ד) $OD = \frac{1}{2} AD$

(ה) $OD = \frac{1}{3} AD$

(ו) $AO = \frac{1}{2} DO$

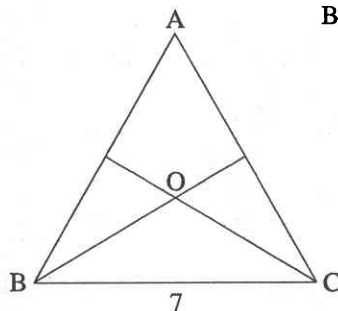


43. נתון: $\triangle ABC$ ו- BD ו- CE תיכונים ב- $\triangle ABC$

$$EO = \frac{1}{2} BO$$

הוכח: $\angle B_1 = \angle C_1$

(היעזר במשפט על יחס החלוקה של תיכונים במשולש).



44. $\triangle ABC$ הוא שווה שוקיים שבסיסו 7 ס"מ $BC =$

O נקודת פגישת התיכונים.

אורך התיכון לשוק AB הוא 12 ס"מ.

חשב את היקף $\triangle BOC$.

45. הגובה במשולש שווה צלעות ABC שווה ל 6 ס"מ.

(א) חשב את צלע המשולש.

(ב) חשב את היקף $\triangle BOC$, אם O נקודת פגישת התיכונים.

46. סמן את הטענות הנכונות ונמק.

(א) במשולש שווה שוקיים, נקודת פגישת הגבהים מחלקת את הגובה

לבסיס ביחס של 1:2.

(ב) במשולש שווה צלעות, נקודת הפגישה של הגבהים, מחלקת כל גובה

ביחס של 1:2.

(ג) במשולש ישר זווית, נקודת הפגישה של הגבהים מחלקת כל גובה ביחס

של 1:2.

(ד) במשולש ישר זווית, הגבהים נפגשים באחד הקודקודים.

(ה) במשולש ישר זווית, נקודת פגישת האנכים האמצעיים, נמצאת על

היתר.

טבלת מיון לפרק ח': שטחים ומשפט תלס

			סוגי שאלות
בעיות אחרות	בעיות הוכחה	בעיות חישוב	דרגת קושי
7, I 6, 1 42, 32, 27, 20	43	,12,11,4,3,2 , I 17, I 16, 13 , 29, 28, 22, 21 30	קל
,33,19,II 16,9,II6 46,38,37	,II 17, II-I 10,8 ,I 34,31, I 24, 23 41, 40, I 39	,25,18,15,5 44,36,26 45	בינוני
35, 14	II 24, III 10 ,II 39, II 34		קשה

הצעה למבחן

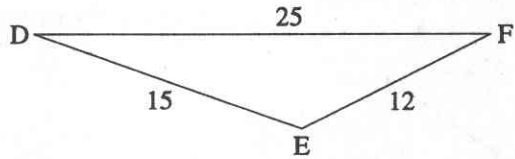
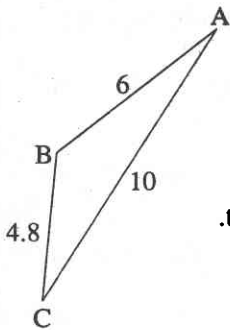
(שטחים ומשפט תלס)

סדר השאלות הוא לפי דרגת קושי - מהקל אל הכבד.

רמה א'

1. 2 סעיפים שאלה 2 אפשרות II - חישוב.
2. שאלה 28 - חישוב.
3. שאלה 29 - חישוב.
4. שאלה 22 - חישוב.
5. שאלה 37 - הסקת מסקנות והוכחה.
6. שאלה 46 - קביעת נכונות.
7. שאלה 15 אפשרות II - שרטוט וחישוב.
8. שאלה 35 - שרטוט, משפט ישר והפוך, קביעת נכונות והוכחה.

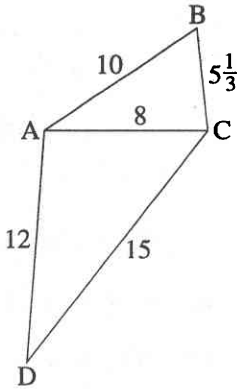
פרק ט': פרופורציה ודמיון משולשים



1.

על שני המשולשים שבשרטוט, רשומים אורכי צלעותיהם.
 (א) המשולשים דומים זה לזה, נמק!
 (ב) רשום את הדמיון (רשום את הקודקים בהתאמה).

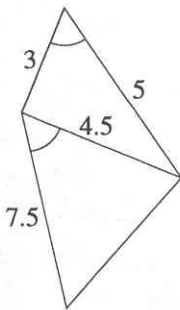
Δ _____ \sim Δ _____



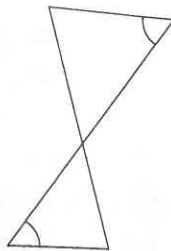
2. על סמך הנתונים שבשרטוט,
 הוכח את דמיון שני המשולשים.
 רשום את הקודקים בהתאמה.

Δ _____ \sim Δ _____

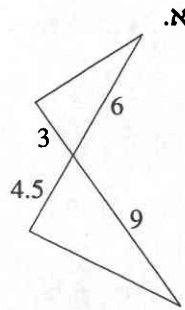
3. קבע, על סמך הנתונים המסומנים, אם המשולשים דומים ונמק.



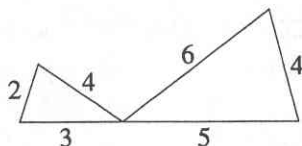
ג.



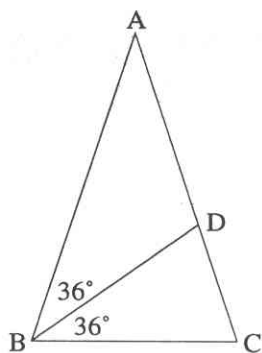
ב.



א.



ד.



4. נתון: $AB = AC$

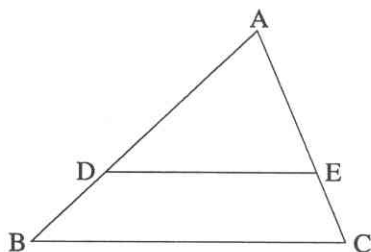
כמו כן נתונות זוויות. (ראה שרטוט)
חשב את יתר הזוויות, ורשום את גודלן בשרטוט.
קבע איזה מהטענות הבאות איננה נכונה.

(א) $\triangle BDC \sim \triangle ABC$

(ב) $\triangle ABC$ שווה שוקיים

(ג) $\triangle ADB \sim \triangle BDC$

(ד) $\triangle BDC$ שווה שוקיים.



5. נתון:

$$AD = \frac{2}{3} AC$$

$$AE = \frac{2}{3} AB$$

סמן את הטענה הנכונה:

(א) $\triangle ABC \sim \triangle AED$ לפי שיון יחסים בין שני זוגות של צלעות ושיון הזווית שביניהן.

(ב) $\triangle ABC \sim \triangle AED$ לפי שיון יחסים בין כל שתי צלעות מתאימות.

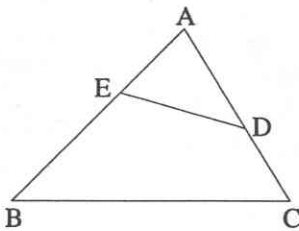
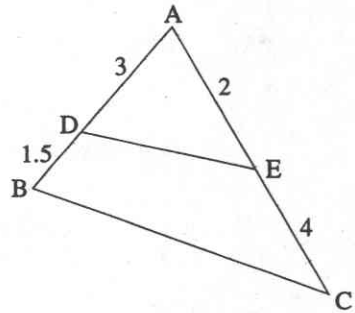
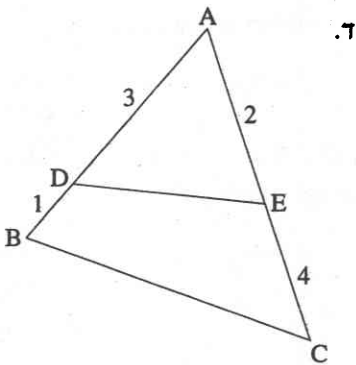
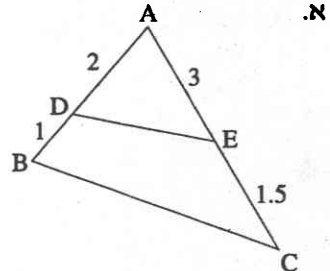
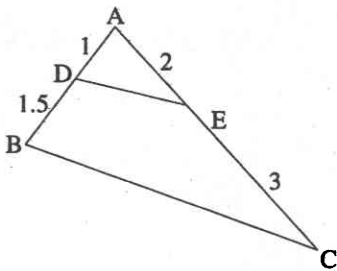
(ג) $\triangle ABC$ איננו דומה ל $\triangle ADE$.

6. ב- $\triangle ABC$, D ו-E על AB ו-AC בהתאמה.

(א) האם ניתן לשרטט קטע DE כך ש $\triangle DEA$ יהיה דומה למשולש הנתון ו- $DE \parallel BC$? (נמק!)

(ב) האם ניתן לשרטט קטע $DE \parallel BC$ כך ש $\triangle DEA$ לא יהיה דומה למשולש הנתון? (נמק!)

7. קבע בכל סעיף אם $\triangle AED$ דומה ל- $\triangle ABC$ לפי התאמה כלשהי, ואם $ED \parallel BC$.



8. נתון: $AB = 3AD$

$AC = 3AE$

הוכח: $\triangle ABC \sim \triangle ADE$

9. נתון: $\angle DBC = 90^\circ$

$\angle ECB = 90^\circ$

BE חוצה את $\angle DBC$

CD חוצה את $\angle ECB$

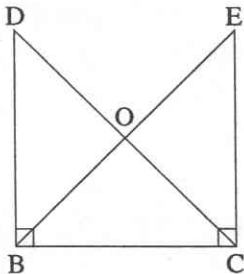
כמה משולשים בשרטוט, דומים ל $\triangle BOC$?

א) 2 משולשים.

ב) 3 משולשים.

ג) 4 משולשים.

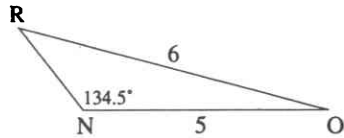
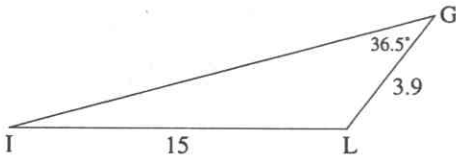
ד) 5 משולשים.



10. אפשרות I

נתון: $\triangle GIL \sim \triangle ARON$

(א) מצא מהו יחס הדמיון.

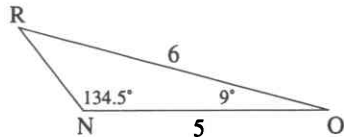
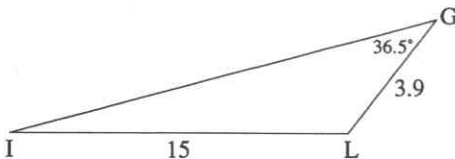


(ב) השלם את הגדלים החסרים של הצלעות והזוויות.

אפשרות II

נתון: שני המשולשים שבשרטוט דומים.

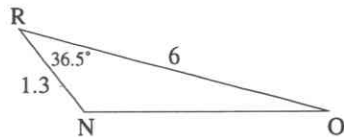
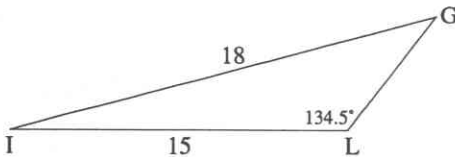
השלם את הגדלים החסרים של הזוויות והצלעות.



אפשרות III

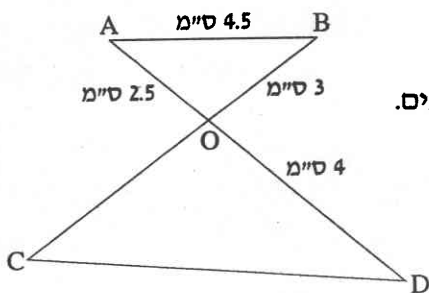
נתון: שני המשולשים שבשרטוט דומים, $\angle N > 90^\circ$.

השלם את הגדלים החסרים של הזוויות והצלעות.



הערה

- באפשרות I על התלמיד להסתמך על סדר הקודקודים שנתון בהתאמה.
- באפשרות II סדר הקודקודים אינו נתון ועל התלמיד להשלים תחילה זוויות, על פי סכום זוויות במשולש.
- באפשרות III על התלמיד להשתמש בנוסף לני"ל גם ביחסים בין צלעות וזוויות במשולש.



11. נתון: $\triangle AOB \sim \triangle COD$

וכמו כן רשומים בשרטוט אורכי קטעים.

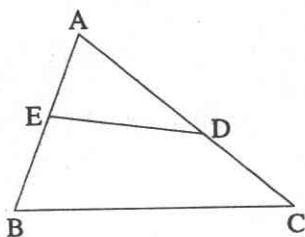
סמן את התשובה הנכונה.

א) $CD = 5$ ס"מ

ב) $CD = 6$ ס"מ

ג) $CD = 8$ ס"מ

ד) $CD = 9$ ס"מ

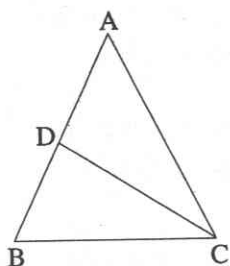


12. נתון: $\triangle ABC \sim \triangle ADE$

$AB = 3AD$

$BC = 6.3$ ס"מ

חשב את DE.



13. נתון: $\triangle ABC \sim \triangle CBD$

$AB = AC$

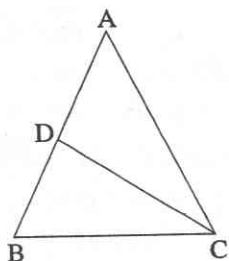
א) השלם: $\frac{AC}{DC} = \frac{AB}{BC} = \frac{AC}{BC}$

ב) איזה סוג של משולש הוא $\triangle CBD$? נמק.

14. א) נתון: $\triangle ABC \sim \triangle CBD$

$AB = AC$

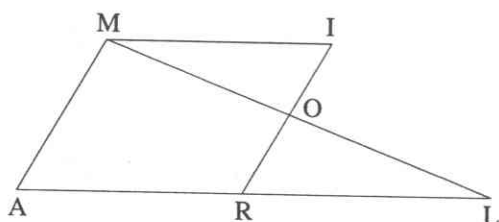
סמן $BC = x$ ומצא קטע נוסף שאורכו x.



ב) נתון גם: $AC = 4.5$ ס"מ

$AD = 2.5$ ס"מ

חשב את BC.



15. נתון: MIRA מקבילית

(א) הוכח: $\Delta MIO \sim \Delta LRO$

(ב) נתון: $AM = 6$ ס"מ

$IO = 4$ ס"מ

$RL = 5$ ס"מ

סמן את התשובה הנכונה.

(א) $MI = 5$ ס"מ

(ב) $MI = 6$ ס"מ

(ג) $MI = 8$ ס"מ

(ד) $MI = 10$ ס"מ

16. אפשרות I

על קטע נתון AB, בונים משולש ABC שזוויותיו $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$.

(א) כמה משולשים חופפים אפשר לבנות על הקטע הנתון? הבחן בין שני מקרים: כאשר AB ניצב, או כאשר AB יתר.

(ב) כמה משולשים דומים אפשר לבנות על הקטע הנתון? הבחן בין שני מקרים: כאשר AB ניצב, או כאשר AB יתר.

אפשרות II

(א) כמה משולשים חופפים אפשר לבנות על הקטע הנתון?

(ב) כמה משולשים דומים אפשר לבנות על הקטע הנתון?

17. קבע אמת או שקר:

(א) משולשים דומים אינם בהכרח חופפים.

(ב) משולשים חופפים אינם בהכרח דומים.

(ג) משולשים דומים חייבים להיות חופפים.

(ד) משולשים חופפים חייבים להיות דומים.

(או להשלים: יכולים/חייבים).

18. סמן את הטענות הנכונות ונמק.

- (א) כל שני משולשים שווי צלעות דומים.
- (ב) כל שני משולשים שווי שוקיים דומים.
- (ג) כל שני משולשים ישרי זווית שווי שוקיים דומים.
- (ד) אם שני משולשים שווי שוקיים דומים, אז הם חופפים.
- (ה) כל שני מלבנים דומים.
- (ו) כל שני ריבועים דומים.

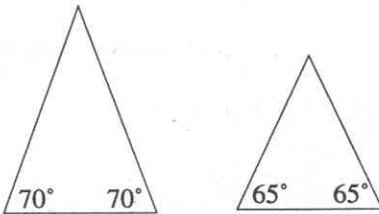
19. לפניך טענה: שני משולשים שווי-צלעות - דומים.

- (א) נסח את המשפט בעזרת "אם" "אז".
- (ב) נסח את המשפט ההפוך.
- (ג) האם המשפט ההפוך נכון? אם כן - הוכח, אם לא - שרטט דוגמא נגדית.

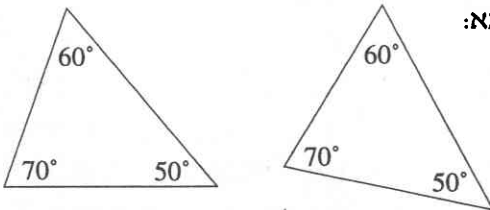
20. לפניך משפט:

כל שני משולשים שווי שוקיים דומים.
סמן את הטענה הנכונה.

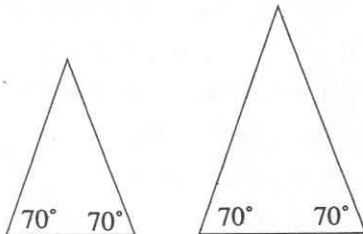
- (א) המשפט נכון, כי בכל משולש יש שתי זוויות שוות ושתי צלעות שוות.
- (ב) המשפט איננו נכון לפי הדוגמא:

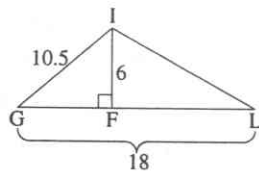
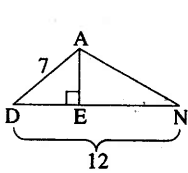


- (ג) המשפט איננו נכון לפי הדוגמא:



- (ד) המשפט נכון לפי הדוגמא:





21. אפשרות I

נתון: $\triangle DAN \sim \triangle GIL$

AE ו-IF גבהים.

יתר הנתונים כתובים בשרטוט.

(א) מצא את AE.

(ב) מצא את היחס $\frac{S_{\triangle GIL}}{S_{\triangle DAN}}$.

אפשרות II

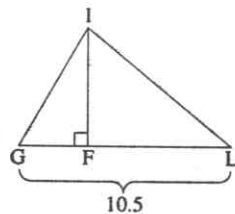
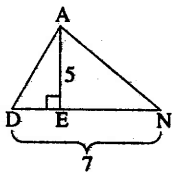
נתון: $\triangle DAN \sim \triangle GIL$

AE ו-IF גבהים.

יתר הנתונים כתובים בשרטוט.

(א) מצא את IF.

(ב) מצא את היחס $\frac{S_{\triangle GIL}}{S_{\triangle DAN}}$.

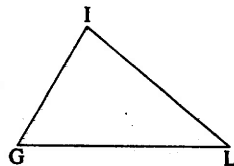
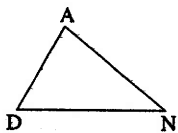


אפשרות III

נתון: $\triangle DAN \sim \triangle GIL$

יחס הדמיון הוא $\frac{GI}{DA} = 1.5$

(א) מצא את היחס $\frac{S_{\triangle GIL}}{S_{\triangle DAN}}$.



הערה

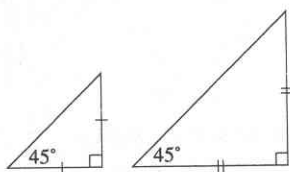
- באפשרות I התלמיד יכול לראות שהמשולשים החלקיים דומים, ועל פי זה למצוא את AE, גם בלי להזדקק למשפט על היחס בין גבהים של משולשים דומים.
- באפשרות II התלמיד חייב להשתמש במשפט על הגבהים, ויכול לחשב שטחים, מבלי להזדקק למשפט על היחס בין שטחי משולשים דומים.
- באפשרות III התלמיד חייב להשתמש במשפט על השטחים של משולשים דומים (המופיע בסעיף שטחי מצולעים דומים).

22. לפניך טענה נכונה: משולשים ישרי זווית שהם גם שווי שוקיים-דומים.

קבע את הנימוק המתאים:

(א) המשפט נכון כי המשולשים חופפים.

(ב) המשפט נכון כי אפשר להביא דוגמא:



(ג) המשפט נכון כי משולשים ישרי זווית דומים.

(ד) המשפט נכון כי הזוויות בשני המשולשים שוות, בהתאמה.

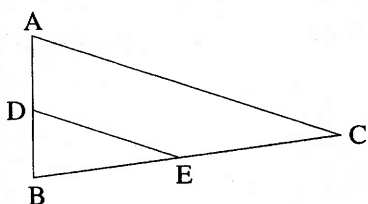
23. $DE = 3$ ס"מ

היחס בין השטחים של

$\triangle BDE$ ו- $\triangle BAC$ הוא $\frac{1}{4}$

$\triangle BDE \sim \triangle BAC$

מה אורכו של AC ?

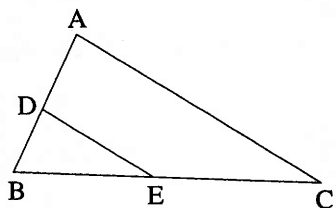


24. היחס בין השטחים של $\triangle BDE$

ו- $\triangle ABC$ הוא $\frac{1}{4}$

$DE = 3$ ס"מ

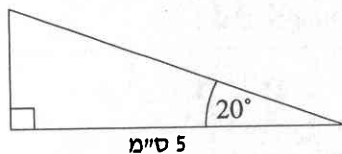
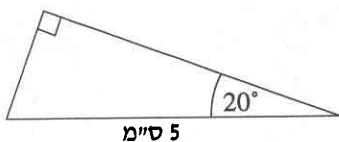
חשב את AC אם ידוע כי $DE \parallel AC$.



25. אפשרות I

(א) האם המשולשים דומים? נמק.

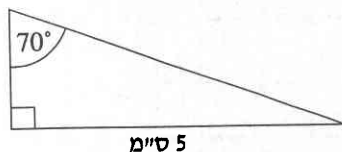
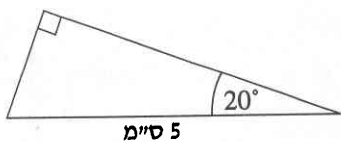
(ב) האם המשולשים חופפים? נמק.

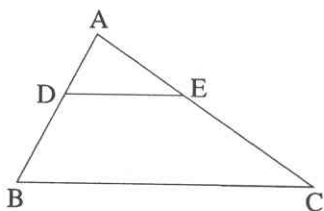


אפשרות II

(א) האם המשולשים דומים? נמק.

(ב) האם המשולשים חופפים? נמק.





26. נתון: $AD = 2$ ס"מ

$DB = 3$ ס"מ

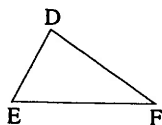
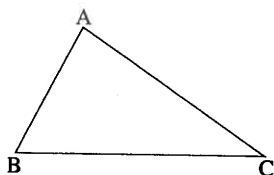
$DE \parallel BC$

שטח משולש ADE שווה ל-3 סמ"ר

מה שטח $\triangle ABC$?

או: $AD = 2$ ס"מ $AB = 5$ ס"מ,

וכל השאר כנ"ל.



27. א) נתון: $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle DEF}} = 2.25$$

↓

השלם: $\frac{AB}{DE} = \underline{\hspace{2cm}}$

ב) נתון גם: $AB = 6$ ס"מ



השלם: $DE = \underline{\hspace{2cm}}$

טבלת מיון לפרק ט': פרופורציה ודמיון

		סוגי שאלות	
בעיות אחרות	בעיות הוכחה	בעיות חישוב	דרגת קושי
22, 20, 5, 4		27, 1	קל
15, 14, 13, 9, 6, 3 25, 19, 18, 17, I, 16	8	II-I 10, 7, 2 21, 14, 12, 11 26, 24, 23	בינוני
II 16		III 10	קשה

הצעות למבחנים

(פרופורציה ודמיון משולשים)

סדר השאלות הוא לפי דרגת קושי - מהקל אל הכבד.

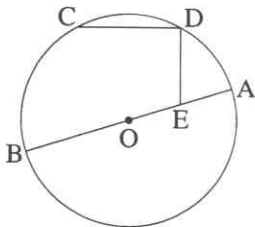
רמה א'

1. שאלה 7 - חישוב.
2. שאלה 10 אפשרות III - חישוב.
3. שאלה 15 - חישוב.
4. שאלה 18 - קביעת נכונות.
5. שאלה 23 - חישוב.
6. שאלה 25 אפשרות II - הסקת מסקנות.

רמה ב'

1. שאלה 10 אפשרות I - חישוב.
2. שאלה 11 - חישוב.
3. שאלה 1 - חישוב.
4. שאלה 3 - הסקת מסקנות.
5. שאלה 20 - קביעת נכונות.

פרק י': המעגל



1. O הוא מרכז המעגל.

השלם את האפשרות המתאימה ביותר

מתוך האפשרויות הבאות:

רדיוס, מיתר, קוטר, סתם קטע.

(א) AB _____ (ב) ED _____

(ג) CD _____ (ד) OA _____ (ה) EA _____

2. O מרכז של מעגל. P נקודה על המעגל.

סמן את השם המתאים לקטע OP.

(א) מיתר (ב) רדיוס (ג) קוטר (ד) משיק

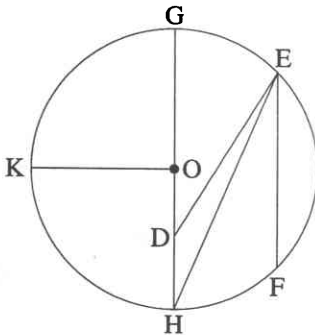
3. O הוא מרכז המעגל. סמן אילו מהקטעים הבאים איננו מיתר.

(א) EF

(ב) EH

(ג) KO

(ד) ED



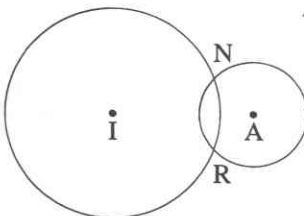
4. המעגלים A ו-I נחתכים ב-R וב-N.

I אפשרות

הוכח: המרובע RINA הוא דלתון.

II אפשרות

איזה סוג מרובע הוא המרובע RINA? הוכח.



5. המעגלים R ו-O הם בעלי רדיוסים שווים.

נקודות החיתוך של המעגלים הן A ו-D.

סמן את המסקנות שניתן להסיק.

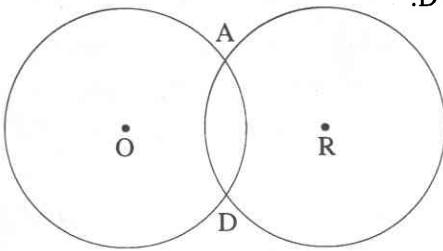
המרובע DOAR הוא:

(א) ריבוע

(ב) מעוין.

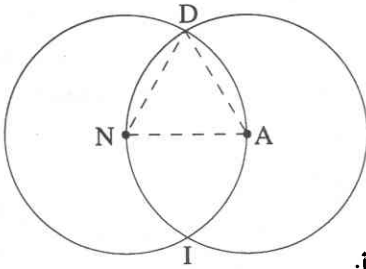
(ג) דלתון.

(ד) מקבילית.



6. נתונים שני מעגלים N ו-A, הנחתכים בנקודות D ו-I. המעגל A עובר דרך N,

והמעגל N עובר דרך A. (ראה שרטוט).



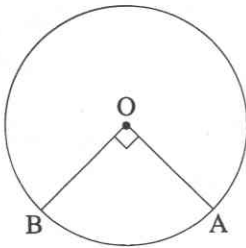
אפשרות I

הוכח: המשולש DAN הוא שווה צלעות.

אפשרות II

(א) איזה משולש הוא המשולש DAN? נמק.

(ב) איזה מרובע הוא מרובע DAIN? נמק.



7. O מרכז המעגל

$$\angle BOA = 90^\circ$$

הארך את AO, וסמן את נקודת

פגישתו השנייה עם המעגל ב-C.

אפשרות I

(א) הקף את הטענה הנכונה:

(1) $\triangle ABC$ הוא שונה צלעות חד זווית.

(2) $\triangle ABC$ הוא שונה צלעות ישר זווית.

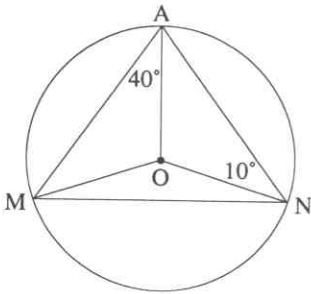
(3) $\triangle ABC$ הוא שווה שוקיים חד זווית.

(4) $\triangle ABC$ הוא שווה שוקיים ישר זווית.

(ב) רשום נתון וצייל בסימנים מתמטיים (אין צורך לרשום הוכחה).

אפשרות II

הוכח: $\triangle ABC$ ישר זווית ושווה שוקיים.

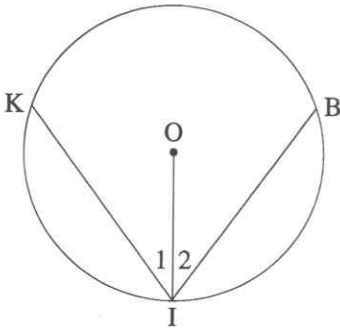


8. אפשרות I

O מרכז המעגל. על סמך הנתונים הרשומים בשרטוט, חשב זוויות נוספות וקבע איזה משולש הוא $\triangle AMAN$. נמק!

אפשרות II

O מרכז המעגל. על סמך הנתונים בשרטוט, קבע איזה משולש הוא $\triangle AMAN$. נמק!



9. נתון: O מרכז המעגל ו- $KI = BI$

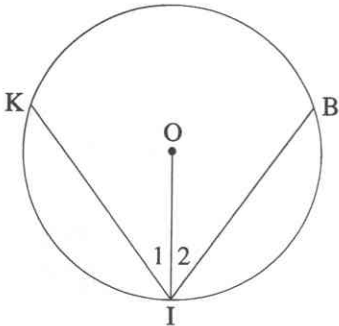
אפשרות I

הוכח: $\sphericalangle I_1 = \sphericalangle I_2$

אפשרות II

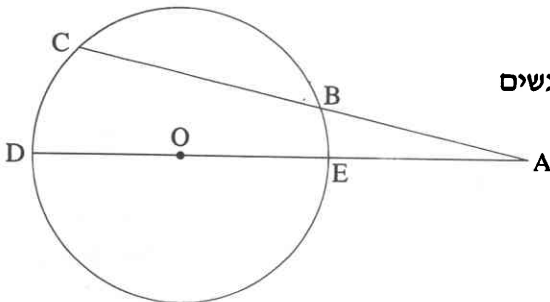
השלם <, >, או = כך שיהיה נכון, ונמק.

$\sphericalangle I_1 \square \sphericalangle I_2$



10. נתון: O מרכז המעגל ו- $\sphericalangle I_1 = \sphericalangle I_2$

הוכח: $KI = BI$



11. ED הוא קוטר במעגל O.

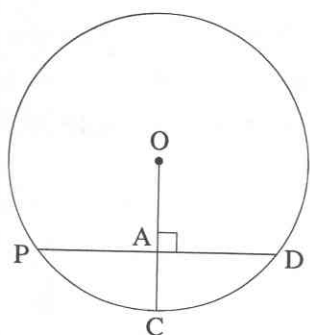
CB הוא מיתר במעגל O.

המשך הקוטר והמיתר נפגשים

מחוץ למעגל בנקודה A.

הוכח: $AD > AC$

(הצעה: העבר את CO).



12. O מרכז המעגל

נתון: $OC \perp PD$

הקף את המסקנות הנובעות מהנתונים.

א) $AP = AO$

ב) $PA = AD$

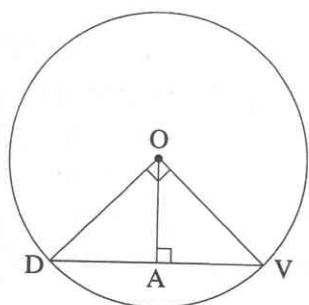
ג) $\sphericalangle POC = \sphericalangle DOC$

ד) $OC = DP$

ה) $PO = DO$

ו) $OD = OC$

ז) $PC = CD$



13. נתון: O מרכז המעגל

$\sphericalangle DOV = 90^\circ$

$OA \perp DV$

I אפשרות

א) חשב זוויות נוספות שניתן.

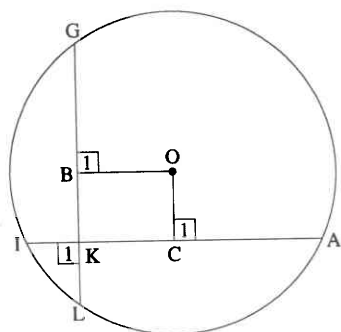
ב) כמה משולשים שווי שוקיים בשרטוט? מי הם?

II אפשרות

הוכח: $2 \cdot AO = DV$

III אפשרות

הוכח: הגובה ליתר ב- $\triangle DOV$ שווה למחציתו.



14. נתון: O מרכז המעגל

$$\angle K_1 = \angle B_1 = \angle C_1 = 90^\circ$$

(א) איזה מרובע הוא המרובע BOCK? נמק.

(ב) נתון גם:

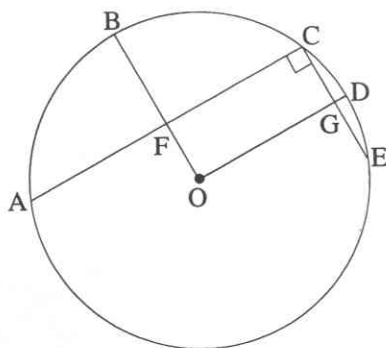
$$IK = 2 \text{ ס"מ}$$

$$OC = 2 \text{ ס"מ}$$

$$AC = 5 \text{ ס"מ}$$

חשב את היקף המרובע BOCK, ונמק.

(ג) חשב את רדיוס המעגל.



15. אפשרות I

O מרכז המעגל

$$AC \perp CE$$

OD ו-OB מאונכים

למיתרים CE ו-AC בהתאמה.

(א) איזה מרובע הוא המרובע OFCG? נמק.

$$OF = 3 \text{ ס"מ}, \quad GO = 4 \text{ ס"מ}$$

חשב את אורכי המיתרים AC ו-CE.

אפשרות II

O מרכז המעגל

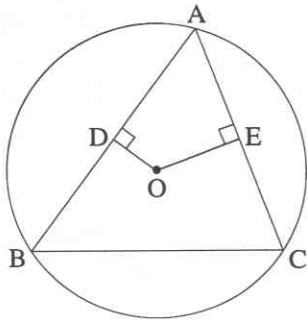
$$AC \perp CE$$

OD ו-OB מאונכים למיתרים CE ו-AC בהתאמה.

רדיוס המעגל הוא 5 ס"מ.

$$GD = 1 \text{ ס"מ}, \quad BF = 2 \text{ ס"מ}$$

חשב את אורכי המיתרים AC ו-CE.



16. ABC הוא משולש חד-זווית החסום במעגל O.
 OD ו-OE הם מרחקי המיתרים AB ו-AC
 ממרכז המעגל בהתאמה.

I אפשרות

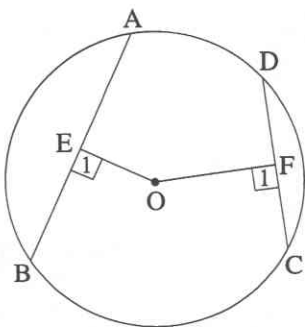
הוכח: $DE = \frac{1}{2}BC$

II אפשרות

מצא קשר בין אורכי DE ו-BC והוכח.

17. AB ו-CD מיתרים במעגל O, ואורכם 7 ס"מ ו 5 ס"מ בהתאמה.
 מי מבין שני המיתרים קרוב יותר למרכז המעגל? נמק.

18. לפניך משפט: אם במעגל, מיתר אחד גדול ממיתר שני, אז המיתר הגדול
 קרוב יותר למרכז המעגל.
 שרטט ורשום נתון וצייל בסימנים מתמטיים.



19. O מרכז המעגל

$\sphericalangle E_1 = \sphericalangle F_1 = 90^\circ$

$OE < OF$

I אפשרות

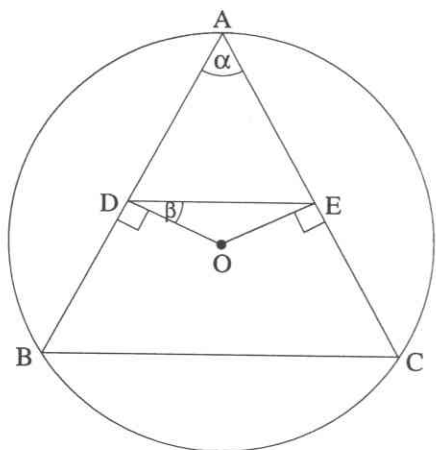
AB = 2 ס"מ

וידוע כי האורך של DC הוא מספר שלם.
 חשב את אורך המיתר CD, ונמק.

II אפשרות

AE = 2 ס"מ

וידוע כי האורך של FD הוא מספר שלם.
 חשב את אורך המיתר CD ונמק.

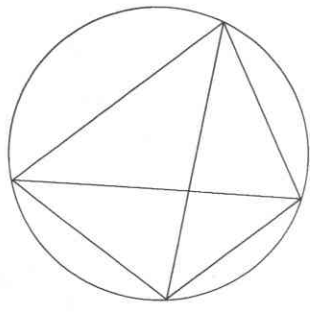


20. נתון: $AB = AC$
 O מרכז המעגל
 $OD \perp AB$
 $OE \perp AC$

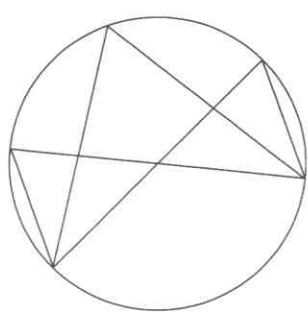
I אפשרות
 הוכח: $\alpha = 2\beta$

II אפשרות
 מצא קשר בין הזוויות α ו- β והוכח.

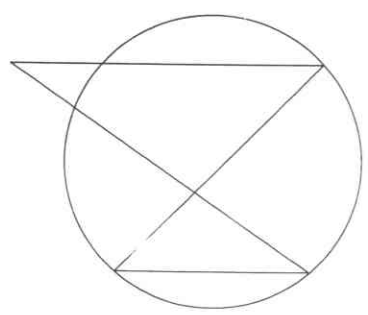
21. סמן באותה אות (α , β , γ וכו'), זוויות היקפיות שוות, אם יש כאלה.



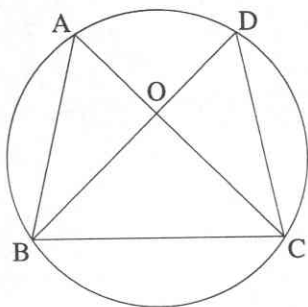
(ב)



(א)



(ג)



22. נתון: $\angle ABC = \angle DCB$

I אפשרות

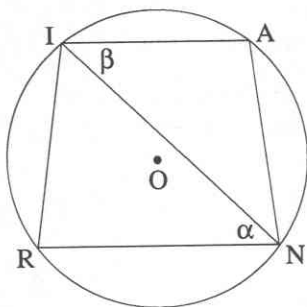
הוכח: זווית $\triangle ABC$
שוות לזווית $\triangle DCB$.

II אפשרות

הוכח: $\triangle ABC \sim \triangle DCB$

III אפשרות

(א) הוכח: $\triangle ABC \sim \triangle DCB$
(ב) האם $\triangle ABC$ חופף ל- $\triangle DCB$? נמק!
(ג) איזה מרובע הוא המרובע ABCD? נמק.



23. נתון: O מרכז המעגל.

$RI = NA$

מסקנה: $\alpha = \beta$

סמן את הנימוק המתאים.

- (א) כי α ו β הן זוויות מתחלפות בין מקבילים.
(ב) כי מול צלעות שוות, נמצאות זוויות שוות.
(ג) כי לקשתות שוות באותו מעגל, מתאימות זוויות היקפיות שוות.
(ד) כי לזוויות היקפיות שוות באותו מעגל, מתאימות קשתות שוות.

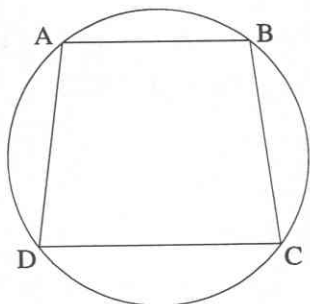
24. **I אפשרות**

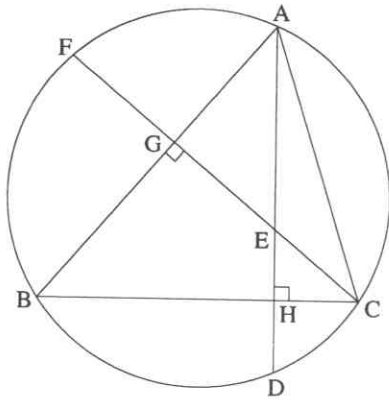
נתון: ABCD טרפז

- (א) מה תוכל לומר על AD ו-BC? נמק.
(ב) מה תוכל לומר על AC ו-BD? נמק.

II אפשרות

מה תוכל לומר על טרפז החסום במעגל? הוכח.

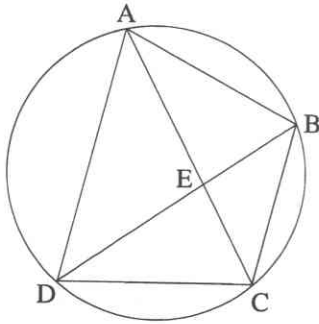




25. נתון: $CF \perp AB$

$AD \perp BC$

מה תוכל לומר על FB ו-BD? הוכח.

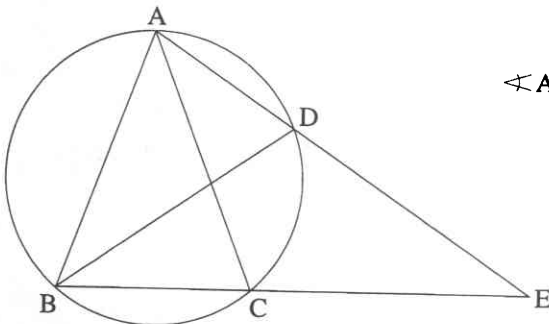


26. ABCD מרובע החסום במעגל.

(א) מצא זוגות של משולשים דומים, והוכח.

(ב) נתון גם: $AB = BC$

מצא זוגות נוספים של משולשים דומים.



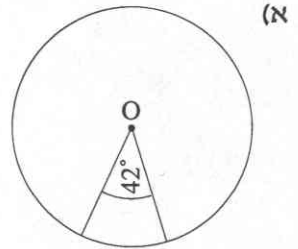
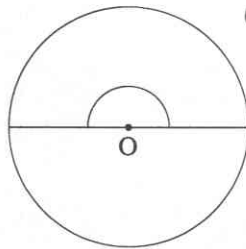
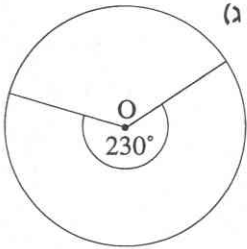
27. נתון: $AB = AC$

$\sphericalangle ABC$ חוצה את AC

הוכח: $AC = CE$

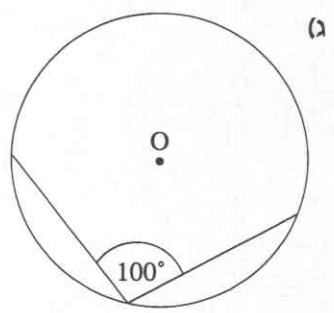
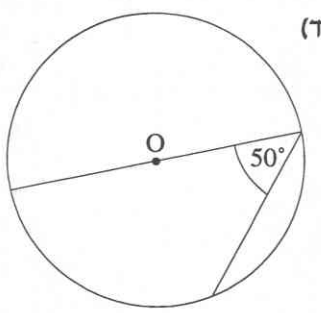
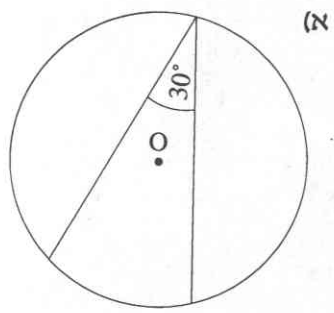
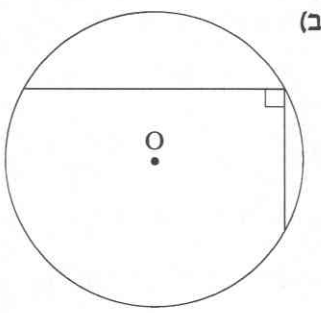
28. O מרכז המעגל.

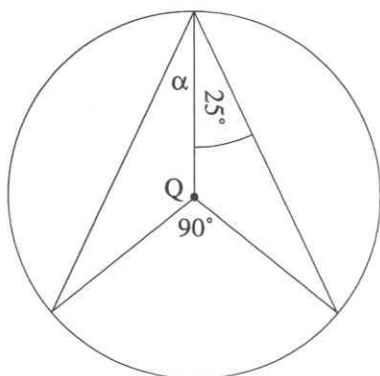
שרטט במעגלים הבאים, זווית היקפית הנשענת על אותה קשת שנשענת הזווית המרכזית המסומנת בשרטוט, ורשום את גודלה.



29. O מרכז המעגל.

שרטט במעגלים הבאים, את הזווית המרכזית הנשענת על אותה הקשת שנשענת הזווית ההיקפית המסומנת בשרטוט, ורשום את גודלה.





30. נתון: Q מרכז המעגל.
על סמך הנתונים
הרשומים בשרטוט,

I אפשרות

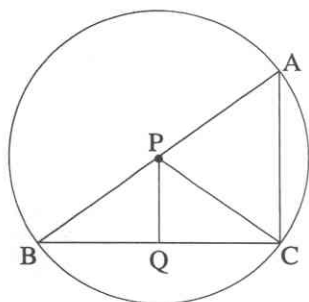
סמן את התשובה הנכונה
עבור גודל הזווית α .

(א) $\alpha = 25^\circ$ (ב) $\alpha = 45^\circ$

(ג) $\alpha = 20^\circ$ (ד) $\alpha = 65^\circ$

II אפשרות

חשב את α .



31. נתון: AB קוטר במעגל P.

AC שווה באורכו לרדיוס המעגל.

Q אמצע BC

(i) סמן את הטענות הנכונות:

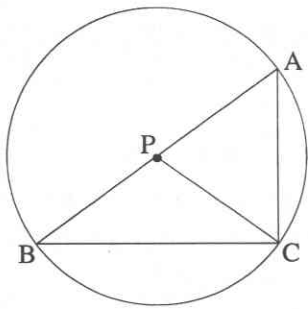
(א) PC תיכון ב- ΔABC

(ב) PC חוצה זווית ב- ΔABC

(ג) PQ מקביל ל-AC

$$(ד) \frac{S_{BPQ}}{S_{ABC}} = \frac{1}{4}$$

(ii) נתון שרדיוס המעגל הוא 10 ס"מ. חשב את S_{ABC} .



32. נתון: AB קוטר במעגל P.
AC שווה באורכו לרדיוס המעגל.

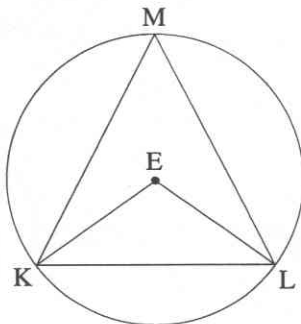
סמן את התשובה הנכונה
עבור גדל הזווית B.

(א) $\sphericalangle B = 60^\circ$

(ב) $\sphericalangle B = 45^\circ$

(ג) $\sphericalangle B = 30^\circ$

(ד) לא ניתן לחשב את זווית B על סמך הנתונים.



33. נתון: E מרכז המעגל

$\sphericalangle EKL = 36^\circ$

I: אפשרות

חשב ומצא את $\sphericalangle KML$.

II: אפשרות

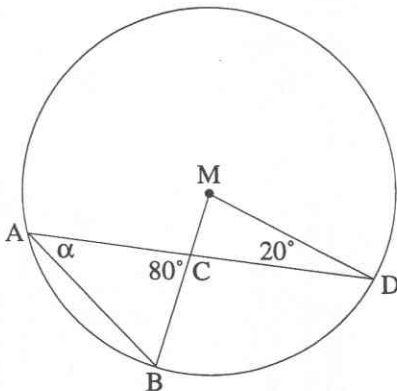
(א) חשב את הזוויות שניתן לחשב, והסבר מדוע לא ניתן לחשב את הזוויות האחרות.

(i) $\sphericalangle ELK$

(ii) $\sphericalangle ELM$

(iii) $\sphericalangle KML$

(iv) $\sphericalangle KME$

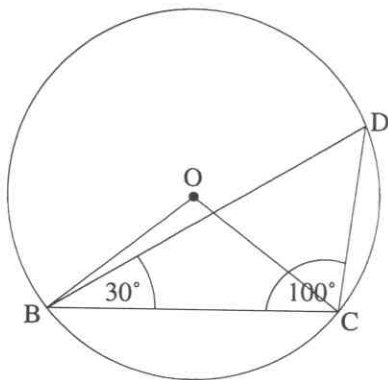


34. נתון: M מרכז המעגל.

(א) חשב את α , על סמך

הנתונים הרשומים בשרטוט.

(ב) מי ארוך יותר AC או CD? נמק;



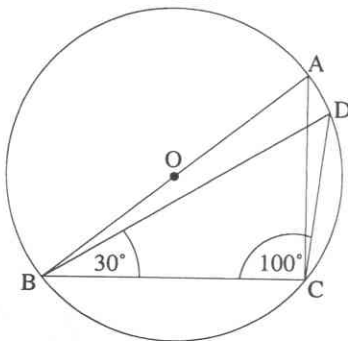
35. נתון: O מרכז המעגל

$$\sphericalangle DBC = 30^\circ$$

$$\sphericalangle BCD = 100^\circ$$

(א) חשב את $\sphericalangle OBD$

(ב) העבר את OD מה תוכל לומר על $\triangle OCD$, נמק.

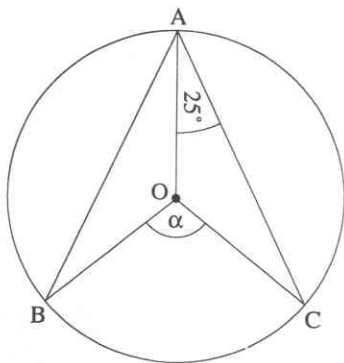


36. נתון: AB קוטר.

$$\sphericalangle DCB = 100^\circ$$

$$\sphericalangle DBC = 30^\circ$$

חשב את $\sphericalangle ABD$



37. O מרכז המעגל.

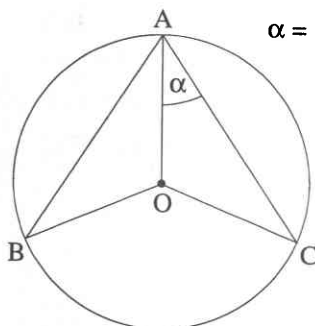
AO חוצה את $\sphericalangle BAC$.

I אפשרות

על סמך הנתונים הרשומים
בשרטוט, חשב את גודל
הזווית α , ונמק.

או: על סמך הנתונים הרשומים
בשרטוט, סמן את התשובה
הנכונה לגודל הזווית α .

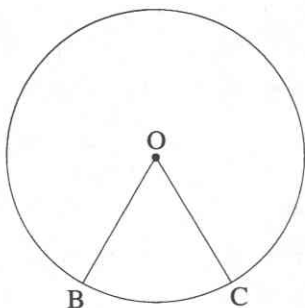
(א) $\alpha = 25^\circ$ (ב) $\alpha = 50^\circ$ (ג) $\alpha = 75^\circ$ (ד) $\alpha = 100^\circ$



II אפשרות

נתון: $\sphericalangle OAC = \alpha$

בטא $\sphericalangle BOC$ באמצעות α .

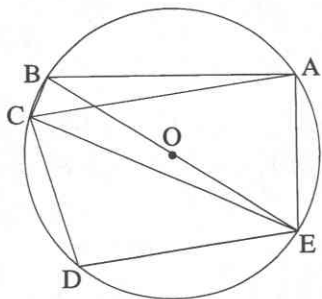


38. אפשרות I

במעגל O, היא זווית מרכזית $\angle BOC$ השווה ל- 60° .
מה תוכל לומר על $\triangle BOC$? נמק.

אפשרות II

היא זווית היקפית $\angle BAC$ במעגל O השווה ל- 30° .
(א) שרטט את $\triangle BOC$.
(ב) מה תוכל לומר על $\triangle BOC$? נמק.



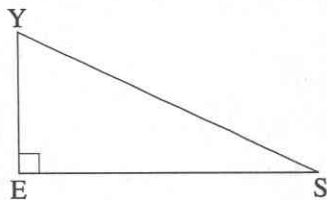
39. נתון: BE קוטר במעגל O.

אילו זוויות בשרטוט הן
(א) ישרות?
(ב) גדולות מ- 90° ?
(ג) קטנות מ- 90° ?

40. נתון: $\angle E = 90^\circ$

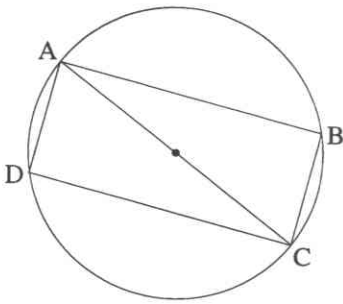
אפשרות I

סמן את הטענה הנכונה:
מרכז המעגל החוסם את $\triangle YES$ נמצא
(א) בתוך המשולש
(ב) מחוץ למשולש
(ג) על המשולש



אפשרות II

היכן ימצא מרכז המעגל החוסם את $\triangle YES$? נמק.



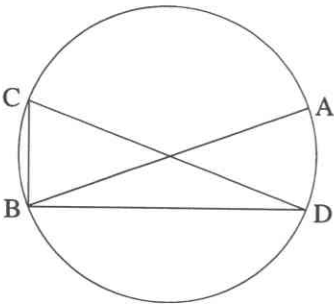
41. נתון: AC קוטר
 $AB \parallel DC$

I אפשרות

(א) הוכח: $\triangle ABC \cong \triangle CDA$
 (ב) הוכח: ABCD מלבן

II אפשרות

איזה מרובע הוא המרובע ABCD? הוכח.



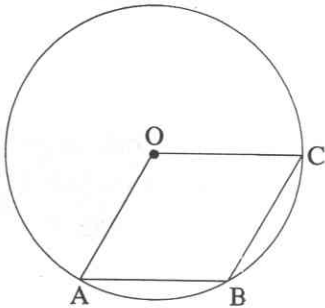
42. נתון: CD קוטר
 $\angle ABC = 20^\circ$

I אפשרות

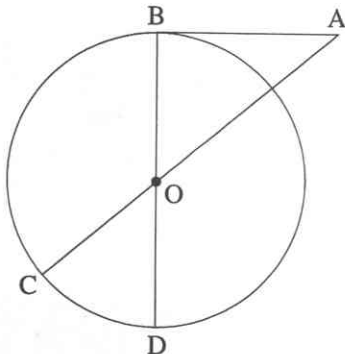
שרטט, חשב ומצא את $\angle CDA$.

II אפשרות

(א) חשב ומצא את $\angle CDA$
 (ב) האם ניתן לקבוע ש-AB קוטר? נמק!

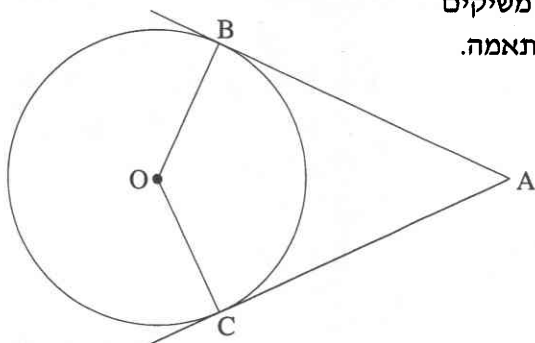


43. נתון: O מרכז המעגל
 ABCO מקבילית.
 חשב את זוויות המקבילית.



44. נתון: הנקודות B, C, D נמצאות על המעגל שמרכזו O.
 $\angle BAO = 50^\circ$
 $\angle ODC = 70^\circ$ שרטט.
 הוכח: AB משיק למעגל בנקודה B.

45. O מרכז המעגל. AB ו- AC משיקים
 למעגל בנקודות B ו- C בהתאמה.



I אפשרות

נתון: $\angle A = 50^\circ$

חשב את $\angle O$

II אפשרות

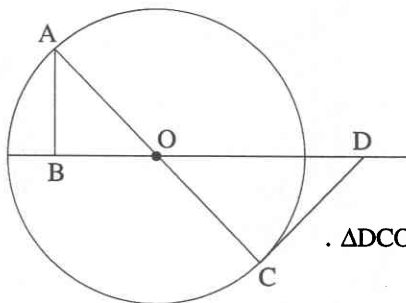
נסמן $\angle A = \alpha$

בטא את יתר זוויות המרובע ABOC בעזרת α .

46. נתון: O מרכז המעגל

$AB \perp BD$

CD משיק למעגל בנקודה C.



(א) הוכח: זוויות $\triangle ABO$ שוות לזוויות $\triangle DCO$.

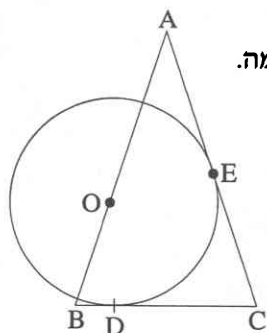
(ב) האם המשולשים חופפים? נמק!

47. $AB = AC$

BC ו- AC משיקים למעגל O בנקודות E ו- D בהתאמה.

הצלע AB עוברת דרך O.

$AE = EC$

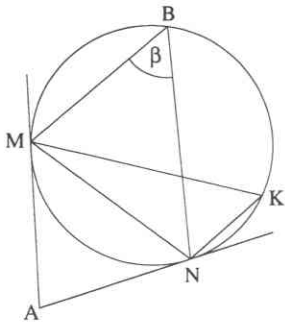


I אפשרות

הוכח: $\angle A = 36^\circ$

II אפשרות

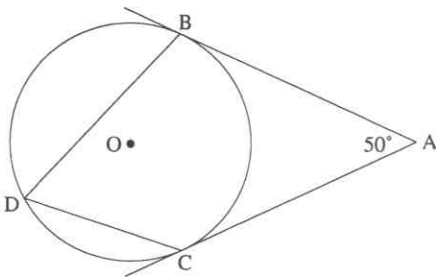
מצא את גודלה של $\angle A$.



48. נתון: MA ו- NA משיקים למעגל.

$$\angle B = \beta$$

סמן בשרטוט את כל הזוויות שגודלן β . כמה זוויות כאלה ישנן בשרטוט! (כולל $\angle B$).



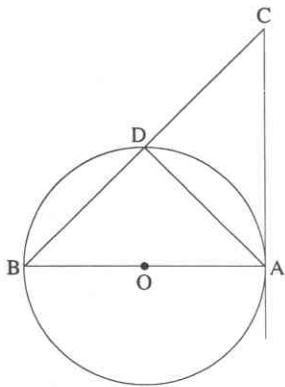
49. נתון: AB ו- AC

משיקים למעגל O

בנקודות B ו- C.

$$\angle A = 50^\circ$$

חשב את $\angle BDC$.



50. נתון: AB קוטר במעגל O

CA משיק למעגל

הוכח:

$$\Delta BAD \sim \Delta ACD \quad (\text{א})$$

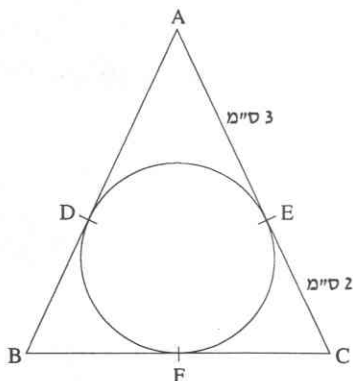
$$\Delta BAD \sim \Delta BCA \quad (\text{ב})$$

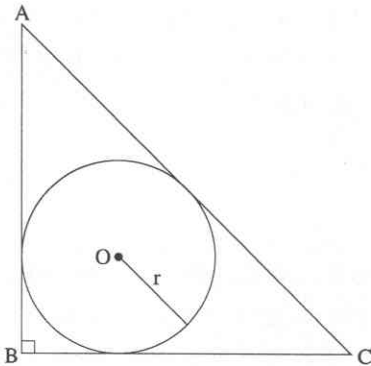
51. AC = AB

הנקודות D, E, F הן נקודות ההשקה של צלעות המשולש עם המעגל.

על פי הנתונים בשרטוט,

חשב את היקף המשולש ABC.





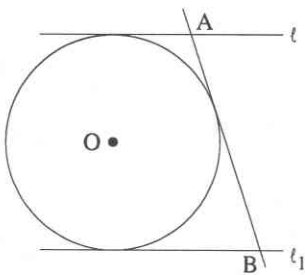
52. נתון: צלעות $\triangle ABC$ משיקות

למעגל O.

$$\angle B = 90^\circ$$

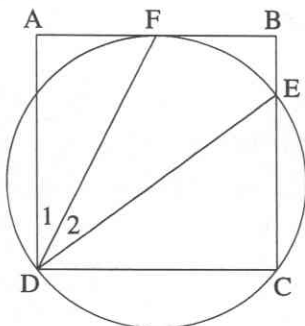
הוכח: $AB + BC = AC + 2r$

53. לפניך משפט: הקטע המחבר את מרכז המעגל עם נקודה מחוץ למעגל, ממנה יוצאים שני משיקים למעגל, חוצה את הזווית שבין שני המשיקים. (א) שרטט ורשום נתון וצייל בסימנים מתמטיים. (ב) הוכח.



54. נתון: $l \parallel l_1$

הישרים AB , l , l_1 ו- AB משיקים למעגל O. שרטט ומצא את גודל הזווית AOB ונמק.



55. נתון: ABCD מלבן

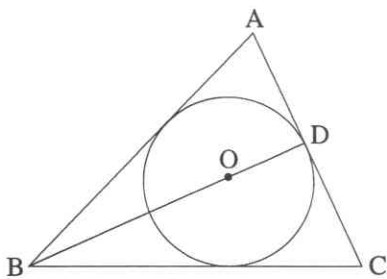
AB משיק למעגל בנקודה F

המעגל עובר דרך הקודקודים C ו-D.

הוכח: $\angle D_1 = \angle D_2$

56. טענה: לשני משולשים בעלי צלע משותפת החסומים במעגל, יש זווית שווה.
 (א) שרטט ורשום נתון וצ"ל.
 (ב) האם הטענה נכונה? נמק.

57. שני משולשים חסומים במעגל. האחד ישר זווית והשני קהה זווית.
 איזה קטע גדול יותר – היתר של המשולש ישר הזווית או הצלע שמול הזווית
 הקהה במשולש קהה הזווית? נמק.



58. BD חוצה זווית B ב- $\triangle ABC$.
 הנקודה O היא מרכז המעגל החסום.

I אפשרות

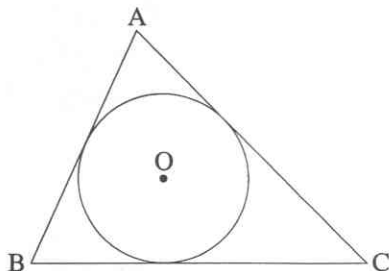
האם OD רדיוס המעגל? נמק.

II אפשרות

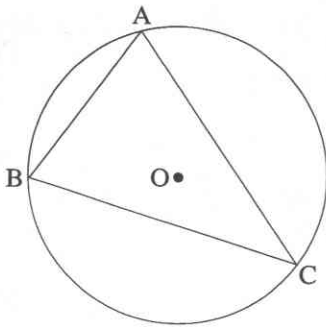
האם OD רדיוס המעגל?

אם כן - נמק. אם לא - באיזה תנאי OD יהיה רדיוס המעגל?

59. $\triangle ABC$ שונה צלעות. המעגל O חסום במשולש. העבר ישר דרך A ו- O
 והמשך אותו עד חיתוכו עם BC .
 סמן את נקודת החיתוך ב- M .



- סמן את הטענה הנכונה.
 (א) OM רדיוס של המעגל.
 (ב) AM חוצה את $\angle A$.
 (ג) AM גובה ל- BC ב- $\triangle ABC$.
 (ד) AM תיכון ל- BC .

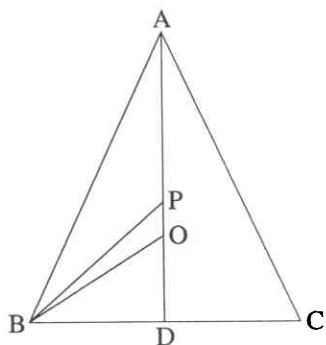


60. $\triangle ABC$ שונה צלעות.
 המעגל O חוסם את המשולש.
 העבר ישר דרך A ו- O .
 והמשך אותו עד חיתוכו עם BC .
 סמן את נקודת החיתוך ב- M .
 הקף את הטענה הנכונה.
 (א) AO רדיוס של המעגל.
 (ב) AM גובה ל- BC ב- $\triangle ABC$.
 (ג) AM חוצה את $\angle A$.
 (ד) OM אנך אמצעי ל- BC .
 (ה) AM תיכון ב- $\triangle ABC$.

61. נתון $\triangle ABC$.
 תאר מה יש לעשות כדי לשרטט את המעגל החוסם ב- $\triangle ABC$.
62. נתון $\triangle ABC$.
 תאר מה יש לעשות, כדי לשרטט את המעגל החוסם את $\triangle ABC$.
63. מרכז המעגל החוסם את משולש ABC נמצא על הגובה ל- BC .
 (א) שרטט ורשום את הנתונים בכתוב מתמטי.

(ב) **אפשרות I**
הוכח: $\triangle ABC$ הוא שווה שוקיים.

אפשרות II
 איזה סוג של משולש הוא המשולש ABC ? נמק.



64. נתון: $AB = AC$

AD גובה לבסיס BC

BO חוצה את $\angle ABC$

$BP = AP$

השלים:

- (א) מרכז המעגל החוסם את $\triangle ABC$ הוא הנקודה _____ .
- (ב) מרכז המעגל החוסם ב- $\triangle ABC$ הוא הנקודה _____ .
- (ג) רדיוס המעגל החוסם את $\triangle ABC$ הוא _____ .
- (ד) רדיוס המעגל החוסם ב- $\triangle ABC$ הוא _____ .

65. נתון: מעגל שמרכזו M חסום במשולש ABC.

$AB = AC$

$\angle A = 80^\circ$

סמן את הטענה הנכונה:

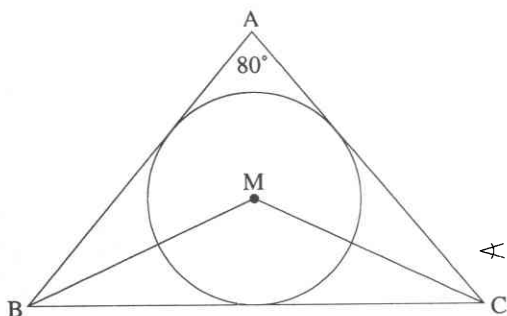
(א) $\angle BMC = 160^\circ$

(ב) $\angle BMC = 130^\circ$

(ג) $\angle BMC = 80^\circ$

(ד) לא ניתן לחשב את $\angle BMC$

על סמך הנתונים.



66. אפשרות I

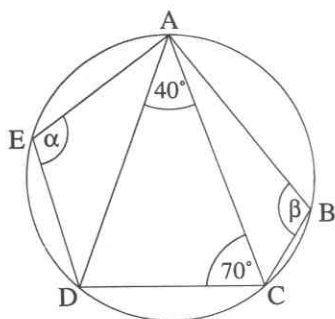
(א) ציין 2 מרובעים שונים החסומים

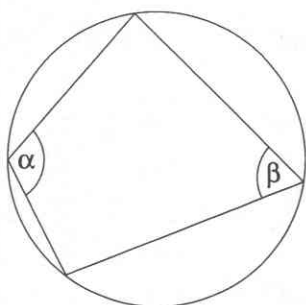
במעגל שבשרטוט.

(ב) מצא את הזוויות α ו- β שבשרטוט.

אפשרות II

מצא את הזוויות α ו- β שבשרטוט.





67. נתון: $\alpha = 2\beta$
מצא את הזוויות α ו- β .

68. אפשרות I

במעגל חסום מרובע ABCD.

$$\sphericalangle C = \sphericalangle D$$

הוכח: $AB \parallel CD$

אפשרות II

במעגל חסום מרובע, ששתי זוויות סמוכות בו שוות זו לזו.
באיזה מקרה נקבל טרפז שווה שוקיים ובאיזה מקרה נקבל מלבן? הוכח.

אפשרות III

במעגל החסום מרובע, ששתי זוויות סמוכות בו שוות זו לזו.
איזה סוג של מרובע הוא, המרובע הנתון? (שתי אפשרויות). נמק.

אפשרות IV

במרובע החסום במעגל, יש שתי זוויות שוות.
חקור איזה מרובע מתקבל אם שתי הזוויות השוות הן סמוכות ואם הן נגדיות.

69. איזה מהמרובעים הבאים ניתן לחסום במעגל? נמק.

(א) ריבוע

(ב) כל מלבן

(ג) כל מעויין

(ד) כל מקבילית

(ה) כל טרפז

(ו) כל טרפז שווה שוקיים

(ז) כל טרפז ישר זווית

(ח) כל דלתון

בכל סעיף שציינת שאפשר, נסה לתאר כיצד היית מבצע זאת, כלומר כיצד היית מוצא מרכז ורדיוס.

70. באלו מהמרובעים הבאים ניתן לחסום מעגל? נמק.

- (א) ריבוע
- (ב) כל מלבן
- (ג) כל מעויין
- (ד) כל מקבילית
- (ה) כל טרפז
- (ו) כל טרפז שווה שוקיים
- (ז) כל טרפז ישר זווית
- (ח) כל דלתון

71. במעגל חסום מרובע בעל זוג זוויות נגדיות שוות. שרטט וסמן את הטענה הנכונה.

- (א) המרובע הוא מלבן.
- (ב) המרובע הוא דלתון.
- (ג) המרובע הוא ריבוע.
- (ד) מרכז המעגל נמצא על אחד האלכסונים.

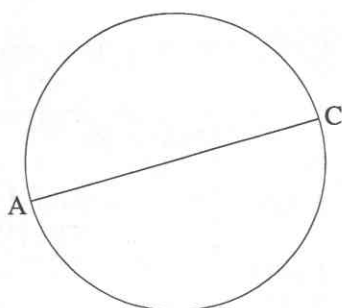
72. במרובע ABCD חסום מעגל.

- המרכז נמצא על אחד האלכסונים.
- (א) שרטט ורשום נתונים בסימנים מתמטיים.
- (ב) מה תוכל לומר על המרובע? נמק.

73. מקבילית חסומה במעגל. מה תוכל לומר על המקבילית? נמק.

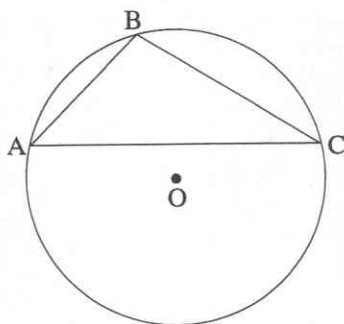
74. שרטט דלתון חסום במעגל.

- מה תוכל לומר על זוויות הדלתון? נמק.



75. AC קוטר במעגל.

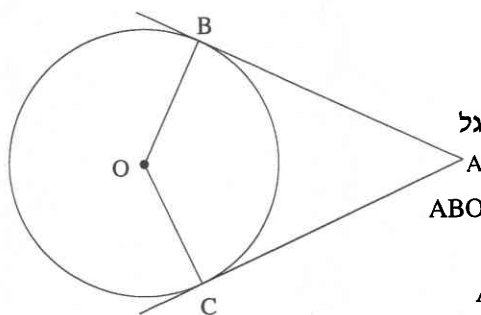
האם ניתן לשרטט מרובע ABCD חסום במעגל שלא יהיה מלבן, ריבוע, דלתון או טרפז? נמק את טענתך.



76. משולש ABC חסום במעגל O.

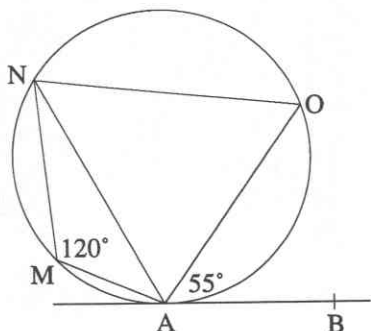
$$\angle B = 110^\circ$$

(א) מה גודלה של $\angle AOC$?
 (ב) מה תוכל לומר על $\angle D$ של משולש ADC חד זווית, החסום במעגל O? נמק.



77. AB ו AC הם שני משיקים למעגל שמרכזו O.

האם ניתן לחסום את המרובע ABOC במעגל? נמק.
 האם ניתן לחסום במרובע ABOC מעגל? נמק.



78. נתון: המרובע NOAM חסום במעגל,

AB משיק למעגל.

חשב את $\angle NAO$ על סמך הנתונים הרשומים בשרטוט.

טבלת מיון לפרק י': המעגל

בעיות אחרות	בעיות הוכחה	בעיות חישוב	סוגי שאלות דרגת קושי
1, 2, 3, 5, 12, 14 א', 15 א', 17, 18, 19, I, 21, 23, 28, 29, 60		8, 30, 33, 37, I 37, I 45	קל
7, 19, 24, I, 26, 31, i, 32, 38, 39, 40, 45, II, 48, 56, 57, 58, I, 59, 61, 62, 64, 68, II-III, 69, 70, 71, 72, 75, 77	4, 6, 7, II, 9, 10, 11, 13, II-III, 16, 22, I-II, 27, 41, 44, 46, 50, 53, 54, 63, I, 68, 73, 74	13, I, 14, ב-ג, 15, II, 15, ב', ii, 31, 34, א', 35, II, 36, 37, 42, 49, 51, 55, 65, 66, 67, 76, 78	בינוני
20, 24, II, 25, 26, 34, ב', II, 58, IV, 68	22, III, 47, 52, 55	43	קשה

הצעות למבחנים

(המעגל)

סדר השאלות הוא לפי קושי מהקל אל הכבד.

רמה א'

1. תרגיל 21 - סימון זוויות שוות.
2. תרגיל 6 אפשרות II - הסקת מסקנות ונימוק.
3. תרגיל 14 - חישוב.
4. תרגיל 35 - חישוב והסקת מסקנות.
5. תרגיל 50 - הוכחה.
6. תרגיל 77 - הסקת מסקנות ונימוק.
7. תרגיל 63 אפשרות II - שרטוט, הסקת מסקנות והוכחה.
8. תרגיל 55 - הוכחה.

רמה ב'

1. תרגיל 21 - סימון זוויות שוות.
2. תרגיל 6 אפשרות I - הסקת מסקנות.
3. תרגיל 30 אפשרות I - חישוב.
4. תרגיל 42 אפשרות I - חישוב.
5. תרגיל 44 - הוכחה.
6. תרגיל 51 - חישוב.
7. תרגיל 64.
8. תרגיל 70.

