

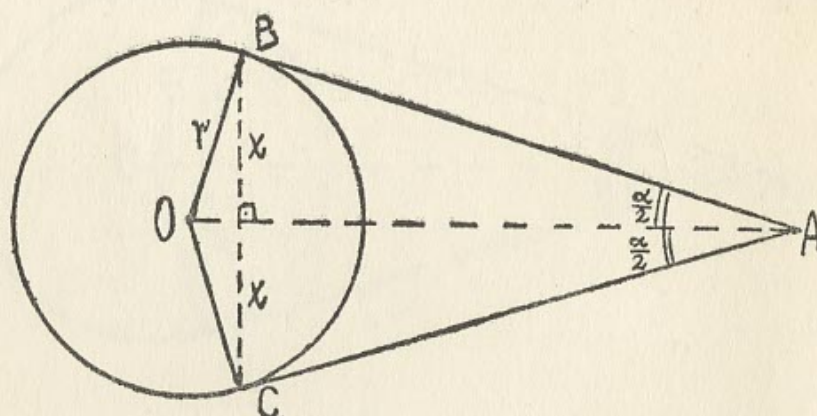
דניאל שמיר

חיים אבירי

שאלון טריגונומטרי

מהדורה מורחבת

(שלוש יחידות לימוד)



הוצאת "חידוש" בע"מ תל-אביב

ה ק ד מ ת

השאלון נועד לתלמידים הלומדים במגמה הספרותית (וגם סוציולוגית, פדגוגית וכו') ולנבחנים חיצוניים, הבוחרים במתי-מטיקה — תכנית קצרה. זהו אוסף שיטתי של בעיות טריגונו-מטריות, הערוך לפי תכנית הלימודים של משרד החינוך והתרבות. השאלות של כל פרק מודרגות לפי הקושי, ולאחר שאלות מבוא פשוטות מופיעות בעיות, שהתרתן דורשת יותר מפעולה אחת וגם הבנה וידיעת משפטים הנדסיים, ועל-כן התלמיד חייב לענות על השאלות בכל פרק לפי סידרן, בכדי לשלוט שליטה יפה בחומר. שני הפרקים הראשונים אינם תלויים אחד בשני, והברירה בידי התלמיד, או המורה, להקדים את הפרק ע"ד פונקצית הסינוס לזה ע"ד פונקצית הטנגנס. הוא הדין לגבי הפרקים ג' וד'. במיוחד מודגשת חשיבותו של פרק ח' המוקדש לבעיות הנדסיות, שהוא בבחינת חידוש בספרי הלימוד של מקצוע הטריגו-נומטריה. כל אחת מבעיות הפרק הזה דורשת ידיעה של משפטים הנדסיים אשר בלעדיה אין אפשרות להתירה. בעיות מסוגים אלה מופיעות בכל שאלוני בחינות הבגרות של השנים האחרונות, ועל-כן ראוי הפרק הזה לתשומת לב מיוחדת מצדם של אלה, המתכו-ננים בעזרת הספר לבחינות הנ"ל. מרבית בעיות הפרק הנידון הן מקוריות ולא הופיעו עד כה בשום ספר דומה. המחברים מודים לכל מי שיעיר את תשומת לבם לטעויות דפוס, או אחרות, הטעויות תיקון, וכן עבור כל הערה העשויה לשפר את צורת הספר ותכנו במהדורות הבאות.

ה. א.

ד. ש.

תוכן הענינים

חלק ראשון: משולש ישר זווית

- פרק א': פונקצית הטנגנס והשמוש בה 9
פרק ב': פונקצית הסינוס והשמוש בה 11
פרק ג': השמוש בפונקציות הטריגונומטריות של
זוויות חדות 19
פרק ד': הקשרים בין הפונקציות הטריגונומטריות . 24

חלק שני: משולש כללי

- פרק ה': הפונקציות הטריגונומטריות של זוויות כלשהן 30
פרק ו': משפט הסינוסים 32
פרק ז': משפט הקוסינוסים 40

חלק שלישי: בעיות שונות

- פרק ח': בעיות בהנדסת המישור 44
פרק ט': בעיות בהנדסת המרחב 53
פרק י': בעיות עם שרטוטים 58
פרק י"א: בעיות חזרה 72
תשובות I

פרק א': פונקצית הטנגנס והשימוש בה

1. א. אחד הניצבים של משולש ישר-זווית הוא 42 ס"מ והזווית מולו 28° . מצא את הניצב השני.
2. א. אחד הניצבים של משולש ישר-זווית הוא 35.42 ס"מ והזווית מולו $36^\circ 32'$. מצא את הניצב השני.
3. א. אחד הניצבים של משולש ישר-זווית 67.12 ס"מ והזווית לידו 37° . מצא את הניצב השני.
4. א. אחד הניצבים של משולש ישר-זווית 0.382 מ' והזווית לידו $19^\circ 69'$. מצא את הניצב השני.
5. א. צלע אחת במלבן 7.54 ס"מ, הזווית בינה ובין האלכסון 53° . מצא את אורך הצלע השניה של המלבן.
6. א. הזווית בין צלע אחת במלבן והאלכסון 36° . הצלע השניה של המלבן 6.16 ס"מ. מצא את הצלע הראשונה.
7. א. הבסיס של משולש שווה-שוקיים הוא 28.18 ס"מ והזווית לידו $12^\circ 64'$. מצא את אורך הגובה לבסיס.
8. א. הגובה לבסיס במשולש שווה-שוקיים הוא 5.41 ס"מ, וזווית הראש של המשולש 148° . מצא את אורך הבסיס.
9. א. בסיסו של משולש שווה-שוקיים 107.2 ס"מ, הזווית לידו 75° . מצא את שטח המשולש.
10. א. האלכסון הקצר של המעוין הוא 23.44 ס"מ והזווית החדה שלו $20^\circ 57'$. מצא את האלכסון השני.
11. א. בסיס טרפז שווה-שוקיים הם 150 מ"מ, 84 מ"מ והזווית החדה שלו $5^\circ 56'$. מצא את שטח הטרפז.
12. א. בטרפז ישר-זווית הבסיס הקטן הוא 20.8 ס"מ, הזווית החדה 22° , הגובה 30 ס"מ. מצא את שטח הטרפז.
13. א. האלכסון הארוך של מעוין הוא 17.32 ס"מ, והזווית החדה שלו 30° . מצא את שטח המעוין.
14. א. צלע אחת של מלבן 5.5 ס"מ והזווית מולה בין האלכסונים היא בת $4^\circ 28'$. מצא את הצלע השניה של המלבן.

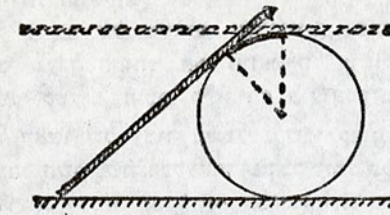
19. אדם העומד במרחק של 314.5 מ' מעץ רואה את ראשו בזווית גובה של $4^{\circ}31'$. מהו גובה העץ אם גובה העיניים של אותו אדם מעל הקרקע 1.32 מ'?
16. באיזה מרחק אופקי מפסגת הר שגובהו 300 מ' עומד אדם אם הוא רואה את הפסגה בזווית גובה בת $16^{\circ}48'$?
17. גובה השמש $56^{\circ}36'$. מצא את אורך הצל של עמוד. שגבהו 2.35 מ'.
18. גובה השמש $77^{\circ}32'$. אורך צלו של מגדל 8.75 מ'. מצא את גובה המגדל.
19. הניצבים של משולש ישר-זווית הם 8.108 ס"מ, 8.856 ס"מ. מצא את הזווית הקטנה ביותר של המשולש.
20. הניצבים של משולש ישר-זווית הם 176 ס"מ, 721.3 ס"מ. מצא את זווית המשולש.
21. במשולש שווה-שוקיים הבסיס 40.42 מ"מ והגובה עליו 59.41 ס"מ. מצא את זווית הראש של המשולש.
22. במשולש שווה-שוקיים הבסיס 77.76 מ"מ והגובה עליו 54.89 מ"מ. מצא את זווית הבסיס.
23. צילו של עמוד שגבהו 6.253 מ' הוא 2.856 מ'. מה גובה השמש?
24. היחס בין צלעות המלבן הוא 3:4. מצא את הזווית החדה בין אלכסוניו.
25. בסיסו של טרפז שווה-שוקיים הם 50 ס"מ ו-73.48 ס"מ. גבהו 5.047 ס"מ. מהן זוויות הטרפז?
26. בטרפז ישר-זווית השוק הקצרה 23.15 ס"מ והבסיסים 40 ס"מ ו-18.19 ס"מ. מהי הזווית החדה של הטרפז?
27. השוקיים של הטרפז הן 30 ס"מ, 40 ס"מ. המשכי השוקיים האלה מאונכים זה לזה. מצא את הזוויות החדות של הטרפז.
28. אלכסוני המעוין הם 446.2 ס"מ ו-721.6 ס"מ. מהי הזווית החדה של המעוין?
29. מצא את הזווית הקהה של המעוין שהיחס בין אלכסוניו הוא 1985:1369.
30. מעגל שמחוגו 1.308 ס"מ נראה מנקודה שמחוזה לו בזווית ראייה בת $19^{\circ}48'$. מצא את אורך המשיק למעגל היוצא מנקודה זו.
31. אורך המשיק היוצא מנקודה למעגל הוא 33.52 ס"מ. מנקודה זו רואים את המעגל בזווית בת $57^{\circ}36'$. מצא את מחוג המעגל.

32. מיתר המעגל שאורכו 0.953 ס"מ נמצא במרחק 1.489 ס"מ ממרכז המעגל. מצא את הזווית המרכזית הנשענת על מיתר זה.
33. שני בנינים. שגבהיהם 6.7 מ' ו-9.5 מ' עומדים במרחק של 8 מ' האחד מן השני. באיזו זווית גובה רואים את גגו של הבנין הגבוה מגגו של הנמוך?
34. בסיסו של משולש שווה-שוקיים 74.06 ס"מ והזווית לידו בת $65^{\circ}54'$. מצא את אורך מחוג המעגל החסום במשולש.
35. בסיסו של משולש שווה-שוקיים 33 ס"מ והאורך של מחוג המעגל החסום במשולש 14.4 ס"מ. מצא את זווית הראש של המשולש.
36. במחומש משוכלל חסום מעגל שמחוגו 12 ס"מ. מצא את היקף המצולע ואת שטחו.
37. מתומן משוכלל מקיף מעגל שקוטרו 8.24 ס"מ. מצא את היקף המצולע ואת שטחו.
38. היקפו של משושה משוכלל 27.3 ס"מ. מצא את אורך מחוג המעגל החסום בו.
39. מצא היקפו של משווע משוכלל המקיף מעגל שמחוגו 5.6 ס"מ.
40. שטחו של משולש ישר-זווית, שאחד מניצביו 40.9 ס"מ הוא 617 סמ"ר. מצא את הזווית הקטנה של המשולש.
41. שטחו של משולש ישר-זווית S, זווית חדה שלו α . מצא בנוסחות את שני הניצבים והצב 500 סמ"ר S , $\alpha = 32^{\circ}$.
42. מנקודה הנמצאת על גדה אחת של נהר, בגובה של 2.56 מ' מעל פני המים, מודדים זווית עומק של בסיס עץ הגדל על הגדה השניה $3^{\circ}48'$, ואת זווית הגובה של ראשו $8^{\circ}24'$. מצא את רוחב הנהר ואת גובה העץ.
43. מטוס, הטס בגובה של 70 מ' עובר מעל לבנין, וכעבור 5 שניות נראה הבנין בזווית עומק בת $7^{\circ}30'$ מהמטוס. מצא את מהירות המטוס במטרים לשניה.
44. מהירותו של מטוס 360 ק"מ לשעה. 10 שניות לאחר שעבר מעל לבנין ראוהו מן הבנין הוזה בזווית גובה של $5^{\circ}30'$. באיזה גובה טס המטוס?
45. אדם העומד במרחק אפקי של 300 מ' מגבעה שגובהה 135 מ' רואה בנין, העומד על הפסגה, בזווית ראייה בת 2° . מה גובה הבנין?

46. א. צילו של מוט המאונך לקרקע הוא m . כאשר גובה השמש הוא α . מצא את אורך צילו של המוט כאשר גובה השמש הוא β . הצב 2 מ' m , $\beta = 58^\circ 30'$, $\alpha = 49^\circ 45'$.
47. א. כאשר גובה השמש היה $62^\circ 30'$ היה נורף צילו של פנין 17 מ'. מה היה גובה השמש, כאשר אורך הצל נזה הפעל ל- 25 מ'?
48. א. הגובה על בסיס משולש שווה-שוקיים הוא 4.5 ס"מ. יחזית הבסיס של המשולש היא 80° . מצא את אורך הצל של המעגל החסום במשולש.
49. א. היקפו של מתומן משוכלל 24 ס"מ. זשב את שטחו של המעגל החסום בו.
50. א. שטחו של מחומש משוכלל 27.53 סמ"ר. מצא את היקפו.
51. א. לאילו זוויות מתחלקת זווית בת 40° במשולש ישר זווית ע"י התיכון העובר דרך קודקודה?
52. א. מצא את הזווית החדה בין שני התיכונים השייכים לניצבים של משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים.
53. א. במשולש ישר-זווית ושווה-שוקיים חילקו את הבסיס לשלושה קטעים שווים, וחיברו את נקודות החלוקה עם קודקוד הזווית הישרה. לאילו שלוש זוויות נתחלקה הזווית הזו?
54. א. אורך יתרו של משולש ישר זווית ושווה שוקיים הוא מטר אחד. שני ישרים העוברים דרך קודקוד הזווית הישרה והמחלקים אותה לשלוש זוויות שוות מחלקים גם את היתר לשלושה קטעים. מצא את הקטעים האלה.
55. א. במשולש ABC נתון $AB = BC$, 15 ס"מ AC , $\widehat{B} = 100^\circ$. הנקודות M ו- N הן על הבסיס AC כך שמתקיים $AM = MN = NC$. מצא את הזווית $\widehat{MBN}$.
56. א. החוצה של הזווית הישרה במשולש מחלק את היתר לשני הקטעים שאחד מהם גדול פי 3 מן השני. מצא את הזוויות החדות של המשולש.
57. א. במשולש ABC נתון $\widehat{A} = \alpha$, $\widehat{B} = \beta$, והאורך של היטל הצלע CB על הצלע AB הוא m . מצא את אורך ההיטל של הצלע AC על AB .
58. א. אדם העומד במרחק אופקי של m מטרים מפסגת ההר רואה את הפסגה בזווית גובה α . באיזה מרחק אופקי עליו לעמוד מפסגת ההר על-מנת לראות אותה בזווית גובה β ?

59. א. מנקודה רואים מעגל בזווית 2α . אורך המשיק היוצא מאותה הנקודה למעגל הוא a . מצא את אורך הקשת הקטנה בין נקודות ההשקה.
60. א. על הניצב של משולש ישר-זווית, שהזווית מולו α , בנו חצי מעגל החותך את היתר של משולש, והמחלק אותו לשני קטעים. הוכח, כי היחס בין קטעים אלה הוא $\tan^2 \alpha$.
61. א. אל ראשו של עמוד חשמל נקשרו קצות שני כבלי פלדה. קצהו השני של כבל אחד נקשר ליתד בקרקע במרחק 4.5 מ' מדרום לעמוד וכבל זה יצר זווית בת 78° עם הקרקע. הקצה השני של הכבל השני נקשר ליתד במרחק 7.5 מ' מצפון לעמוד. מצא את הזווית בין שני הכבלים.
62. א. מפצץ טס בגובה 1300 מ'. באיזו זווית עומק יש לכוון את משקפת מטילן הפצצות על מנת שהמטרה תיראה בה כשהמפצץ נמצא במרחק אופקי של 1950 מ' ממנה, ובכמה מטרים יחטיא המטילן את המטרה, אם משקפחו מכוונת בזווית עומק של $35^\circ 30'$?
63. א. על מנת לא להתקל בבתים גבוהים, תרני שידור וכו' אסור למטוסים להנמיך טוס מחוץ לשטח שדה התעופה – וגובה הטיסה המינימלי נקבע ל- 50 מ'. זווית הירידה אל מסלול הנחיתה אינה יכולה לעלות על 20° מטעמי בטיחות. מה צריך להיות אורך שדה התעופה לכל הפחות, אם מסלול העצירה על הקרקע הוא 170 מ'?
64. א. תעלה שחתך רוחבה טרפו שווה-שוקיים נחפרה באדמה. על מנת שדפנות התעלה לא יתמוטטו, אסור ששיפועם יהיה יותר מ- 52° . רוחב תחתית התעלה 1.5 מ' ועומקה 80 ס"מ. מהו רוחב התעלה בגובה פני הקרקע לכל הפחות?
65. א. הגובה של שלושה הרים סמוכים בארץ הררית הוא 2880 מ'; 3540 מ'; 2260 מ' בהתאמה. המרחק על המפה בין פסגות שני ההרים הראשונים הוא 2.1 ק"מ ובין שני ההרים האחרונים 4.4 ק"מ. פסגות אלה מקושרות ע"י רכבות כבלים אוויריות. איזו רכבת כבלים משופעת יותר, זו המקשרת את שני ההרים הראשונים או זו המקשרת את שני האחרונים?
66. א. חבית שקוטרה 80 ס"מ הושכבה על הרצפה וקרש הונח עליה כך שקצהו האחד על הרצפה. המרחק בין מקום המגע

של הקרש בחבית לבין הקצה הנוגע בפיצוץ היה 1.5 מ'.
מצא את שפוע הקרש. (ציור 1)



ציור 1

א. 67. ילד הניח לוח עץ ארוך על חבית שקוטרה 60 ס"מ. כך שהיה בשווי-משקל על מנת שישמש נדנדה. ואחר כך החישב על קצהו האחד. כשקצה זה ירד עד פני הקרקע (והחבית נשארה במקומה) היתה הזווית בין הקרש לקרקע 40° . מה היה אורך הקרש? (ציור 1)

פרק ב': פונקצית הסינוס והשימוש בה

1. יתרו של משולש ישר-זווית 23.4 ס"מ. זווית חדה בו 67° מצא את שני הניצבים של המשולש.
2. יתרו של משולש ישר-זווית 5.678 ס"מ. זווית חדה בו $26^\circ 34'$ מצא את שני הניצבים.
3. הניצב של משולש ישר-זווית הוא 10 ס"מ. הזווית מולו 25° מצא את אורך היתר.
4. הניצב של משולש ישר-זווית הוא 23.57 ס"מ. הזווית לידו $53^\circ 48'$ מצא את אורך היתר.
5. אלכסון המלבן הוא 14.6 ס"מ. והזווית בינו ובין אחת הצלעות $35^\circ 27'$ מצא את צלעות המלבן.
6. צלע אחת במלבן 11.74 ס"מ. הזווית בינה ובין האלכסון $23^\circ 17'$ מצא את אורך האלכסון ואת אורך הצלע השנייה.
7. במשולש שווה-שוקיים השוק 31.81 ס"מ. זווית הבסיס $43^\circ 18'$ מצא את הגובה לבסיס המשולש ואת אורך הבסיס.
8. במשולש שווה-שוקיים אורך הבסיס 4 ס"מ. הזווית ליד הבסיס 15° מצא את אורך השוק ואת אורך הגובה לבסיס.
9. אורך השוק במשולש שווה-שוקיים 2.69 מ' והזווית בין השוקים היא $35^\circ 36'$ מצא את שטח המשולש.
10. במעגל שמחוגו 10.44 ס"מ. שרטטו זווית מרכזית בת $52^\circ 28'$ מהו אורך המיתר השייך לזווית זו?
11. במעגל העבירו מיתר שאורכו 13.7 מ'. הזווית המרכזית הנשענת על מיתר זה היא בת $108^\circ 14'$ מצא את אורך מחוג המעגל.
12. במעגל שמחוגו 7.52 ס"מ. שרטטו זווית היקפית בת $28^\circ 7'$ מהו אורך המיתר שעליו נשענת זווית זו?
13. מצא את מחוג המעגל, אם זווית היקפית בת $18^\circ 18'$ נשענת על מיתר המעגל שאורכו 3.82 ס"מ.
14. אורך אלכסון המלבן הוא 7.25 מ'. הזווית בין האלכסונים $32^\circ 18'$ מצא את שטח המלבן.

13. ב. בסיסי טרפז שווה-שוקיים הם 58.18 ס"מ ו- 30 ס"מ. והזווית החדה שלו בת $64^{\circ}12'$. מצא את אורך השוק.
16. ב. בטרפז שווה-שוקיים הבסיס הגדול 50.44 ס"מ. הזווית לידו 16° , ואורך השוק 20 ס"מ. מצא את אורך הבסיס הקטן.
17. ב. הזווית הקהה בטרפז שווה-שוקיים היא בת $151^{\circ}20'$. גובה הטרפז 11.7 ס"מ. מצא את אורך השוק.
18. ג. בטרפז שווה-שוקיים הבסיס הקטן 0.15 ס"מ, השוק 0.1796 ס"מ. והזווית ביניהם $144^{\circ}45'$. מצא את אורך הבסיס הגדול.
19. ב. צלע המעוין 570 ס"מ, אחת מזוויותיו 82° . מצא את אורכי האלכסונים.
20. ב. שתי צלעות המקבילית הן 20 ס"מ, 50 ס"מ. הזווית ביניהן $117^{\circ}42'$. מצא את שני גבהי המקבילית.
21. ב. אחת מזוויות המעוין $112^{\circ}20'$, אלכסונו הגדול 6.92 ס"מ. מצא את אורך צלע המעוין.
22. ב. זווית המעוין $77^{\circ}6'$. במעוין חסום מעגל שמחוגו 4.205 ס"מ. מצא את אורך צלע המעוין.
23. ב. הזווית בין משיקים היוצאים מנקודה למעגל היא בת $86^{\circ}36'$. מחוג המעגל הוא 2.63 ס"מ. מצא את מרחק הנקודה ממרכז המעגל.
24. ב. אחד הניצבים של משולש ישר-זווית 35 ס"מ והיתר 120 ס"מ. מצא את הזווית מול הניצב.
25. ב. אחד הניצבים של משולש ישר-זווית 81.2 מ', והיתר 117.3 מ'. מצא את הזוויות החדות במשולש.
26. ב. אלכסון המלבן 62.75 ס"מ ואחת הצלעות שלו 59.41 ס"מ. מצא את הזווית ביניהם.
27. ב. בסיסו של משולש שווה-שוקיים 8 ס"מ ושוקו 13 ס"מ. מצא את זווית המשולש.
28. ב. האלכסון הקטן של מעוין הוא 6.17 ס"מ. צלע המעוין 5.28 ס"מ. מצא את הזווית החדה של המעוין.
29. ב. במעגל שמחוגו 25.64 ס"מ, העבירו מיתר, שאורכו 48.96 ס"מ. מצא את הזווית המרכזית הנשענת על מיתר זה.
30. ב. במעגל העבירו מיתר שאורכו $\frac{3}{4}$ מהמחוג. מצא את הזווית המרכזית הנשענת על מיתר זה.
31. ב. בטרפז שווה-שוקיים הבסיסים הם 5.88 ס"מ ו- 2 ס"מ. והשוק 2.36 ס"מ. מצא את הזווית החדה של הטרפז.

32. ב. במשולש שווה-שוקיים ארוכה השוק פי 3 מן הבסיס. מצא את זווית המשולש.
33. ב. מנקודה הנמצאת במרחק של 7.342 ס"מ ממרכז מעגל יוצאים שני משיקים למעגל הזה. מחוג המעגל הוא 3.299 ס"מ. מצא את הזווית בין המשיקים ואת אורך המשיק.
34. ב. צלע אחת של מלבן קטנה פי 3 מן האלכסון. מצא את הזווית בין האלכסונים.
35. ב. ניצב אחד של משולש ישר-זווית הוא 0.4832 ס"מ והיתר הוא 0.5567 ס"מ. מצא את הניצב השני של המשולש בשתי דרכים שונות והשווה את התוצאות.
36. ב. אחד הניצבים של משולש ישר-זווית הוא 7 ס"מ והיתר הוא 25 ס"מ. מצא אורך חוצה הזווית ביניהם.
37. ב. הזווית הבלתי שוות של דלתון הן $123^{\circ}52'$ ו- $73^{\circ}44'$, ואורך האלכסון המחבר את הקודקודים של הזוויות השוות הוא 28 ס"מ. מצא את צלעות הדלתון ואת שטחו.
38. ב. שתי צלעות המשולש הן 6.8 ס"מ, 14.5 ס"מ. הזווית ביניהן $39^{\circ}51'$. מצא את שטח המשולש.
39. ב. שתי צלעות המקבילית הן 10.64 ס"מ; 26.53 ס"מ. הזווית ביניהן $68^{\circ}11'$. מצא את שטח המקבילית.
40. ב. שתי צלעות המשולש 10 ס"מ ו- 18 ס"מ. הזווית ביניהן 150° . מצא את שטח המשולש.
41. ב. שתי צלעות המקבילית 0.84 מ' ו- 0.67 מ'. הזווית ביניהן $65^{\circ}26'$. מצא את שטח המקבילית.
42. ב. השוק של משולש שווה-שוקיים היא b , וזווית הבסיס היא a . מצא את שטח המשולש.
43. ב. הוכח, כי שטחו של מרובע שווה לחצי מכפלת אלכסוניו בסינוס הזווית ביניהם.
44. ב. זווית הראש של משולש שווה-שוקיים היא 69° . שטח המשולש 500 סמ"ר. מצא את הצלעות של המשולש.
45. ב. שטחו של משולש שווה-שוקיים 177 סמ"ר, אורך השוק 19.8 ס"מ. מצא את זוויות המשולש ואת אורך בסיסו.
46. ב. במעגל שמחוגו 12 ס"מ חסום מחומש משוכלל. מצא את שטחו ואת היקפו של המחומש.
47. ב. במעגל שקוטרו 5.12 ס"מ חסום משולש שווה-צלעות. מצא את שטח המשולש ואת היקפו.

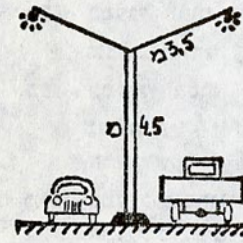
- 48.3. היקפו של מצולע משוכלל בעל 12 צלעות החסום במעגל הוא 226.8 ס"מ. מצא את מחוג המעגל.
- 49.3. במעגל חסום מצולע משוכלל בעל 13 צלעות אשר שטחו 225.4 סמ"ר, מצא את קוטר המעגל.
- 50.3. היקפו של מעושר משוכלל 354.2 ס"מ. מצא את שטחו.
- 51.3. שטחו של מצולע משוכלל בעל 20 צלעות הוא 370.3 סמ"ר. מצא את היקפו.
- 52.3. במעגל ששטחו s חסום מצולע משוכלל בעל 25 צלעות. מצא את השטח המצולע הזה.
- 53.3. היקפו של מתושע משוכלל החסום במעגל הוא m. מצא את היקף המעגל.
- 54.3. מחומש משוכלל חסום במעגל וחוסם מעגל שני. מצא את יחס השטחים ואת יחס ההיקפים של המעגלים.
- 55.3. במעגל שמחוגו 10 ס"מ העבר מיתר שאורכו 13 ס"מ. לאילו שתי קשתות מחלק מיתר זה את המעגל?
- 56.3. במעגל שמחוגו 7 ס"מ העבר מיתר שאורכו 5 ס"מ. מצא את היקף המקטע הקטן שנחתך מן המעגל ע"י המיתר הזה.
- 57.3. מיתר שאורכו 15 ס"מ חותך מעיגול, שמחוגו 9 ס"מ 2 מקטעים. מהו שטח הקטן מבין שני מקטעים אלה?
- 58.3. מנקודה הנמצאת במרחק 17.3 ס"מ ממרכזו של מעגל, שקוטרו 34.22 ס"מ, יוצאים שני משיקים למעגל הזה. מצא את אורך הקשת הקטנה בין נקודות ההשקה.
- 59.3. במעגל שמחוגו 6.14 ס"מ חסום משולש, אשר שתיים מזוויותיו $36^{\circ}10'$ ו- $54^{\circ}54'$. מצא את הצלע הגדולה של המשולש ואת שטחו.
- 60.3. מנקודה רואים מעגל בזווית ראייה בת 107° . מחוג המעגל הוא 6.05 ס"מ. מצא את אורך מיתר המעגל המחבר את נקודות ההשקה.
- 61.3. הבסיס של משולש שווה-שוקיים הוא 474 מ"מ. אורך השוק 391 מ"מ. מהו מחוג המעגל החסום במשולש?
- 62.3. במשולש שווה-שוקיים, שבסיסו 9.2 ס"מ חסום מעגל, שמחוגו 3.695 ס"מ. מצא את אורך שוק המשולש.
- 63.3. במשולש שווה-שוקיים הבסיס 20 ס"מ, ומרחק קודקוד הבסיס ממרכז המעגל החסום במשולש 13 ס"מ. מצא את אורך השוק.
- 64.3. במעוין שצלעו 12 ס"מ וזוויתו 40° חסום מעגל. מצא את שטח חלק המעוין הנמצא מחוץ למעגל.

- 65.3. במשולש ישר-זווית היתר הוא a וזווית אחת β . מצא את ברחקו של אמצע הניצב מול β מהיתר?
- 66.3. על כל אחת מצלעות הריבוע בנו, מחוץ לריבוע הזה, משולש שווה-צלעות, וחיברו את ארבעת הקודקודים של המשולשים האלה, כך שנוצר ריבוע שני, גדול יותר. הוכח, כי יחס השטחים של שני הריבועים הוא $4\sin^2 75^{\circ}$.
- 67.3. במעגל חסום משולש שווה-שוקיים שזווית הראש שלו 75° וגבהו, היורד על הבסיס, $2\frac{1}{2}$ ס"מ. מצא את מחוג המעגל.
- 68.3. במעגל חסום משולש שווה-שוקיים. השוק של המשולש גדולה פי $1\frac{1}{2}$ ממחוג המעגל. מצא את זווית הראש של המשולש.
- 69.3. במעגל שמחוגו 32 ס"מ חסום מרובע ABCD באופן ש-AD הוא קוטר המעגל. נתון, כי $\widehat{BAD} = 78^{\circ}12'$, $\widehat{ADC} = 51^{\circ}48'$. מצא את אורך הצלע BC.
- 70.3. סולם הנשען על קיר יוצר זווית בת 55° עם הקרקע. כאשר מעמידים את הסולם כך שהוא יוצר זווית בת 74° עם הקרקע, נמצאת נקודת הנגיעה של הסולם בקיר $\frac{1}{2}$ מ' גבוה יותר ממצבה הקודם. מצא את אורך הסולם.
- 71.3. ילד העיף עפיפון בעזרת חוט מתוח שאורכו 65 מ'. ברגע מסויים יצר החוט זווית בת $38^{\circ}14'$ עם הקרקע, ואז נחלשה הרוח והעפיפון ירד ב-10 מ'. איזו זווית יצר אז החוט המתוח עם הקרקע?
- 72.3. מטוס נחת בשדה תעופה 15 שניות אחר שהחל לטוס במסילת הנחיתה היוצרת זווית בת 15° עם הקרקע. חשב מאיזה גובה החל לנחות, אם מהירות המטוס הייתה 180 ק"מ לשעה.
- 73.3. שני ילדים הרימו סל בעזרת חבל שאורכו 1.8 מ'. מה היתח הזווית בין שני חלקי החבל (השווים זה לזה) אם המרחק בין קצות תחבל שהוחזקו בגובה אחד היה 1.5 מ' (ציור 2)



ציור 2

74.3. סוללת החצץ מתחת לפסי הרכבת היא בעלת משטח אופקי עליון שרוחבו 3 מ' ושני משטחים משופעים משני הצדדים שרוחבם 2 מ'. שפוע כל אחד משני המשטחים האלה הוא 65° . כמה עולה החצץ הדרוש לבניית ק"מ אחד של סוללת המסילה, אם מחיר מטר מעוקב אחד של חצץ הוא 12 ל"י?



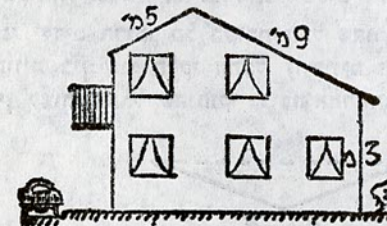
ציור 3

75.3. כביש דו מסלולי מואר על ידי עמודי תאורה על אי תנועה בין המסלולים. גובה העמודים 4.5 מ' ואורך כל אחת מן הזרועות המחזיקות את הנורות 3.5 מ'. זווית השפוע של כל זרוע היא 28° (לגבי הכיוון האופקי).

(א) מהו גובה הנורות מעל הכביש?
(ב) מהו המרחק בין שתי הנורות המותקנות על כל עמוד? (ציור 3)

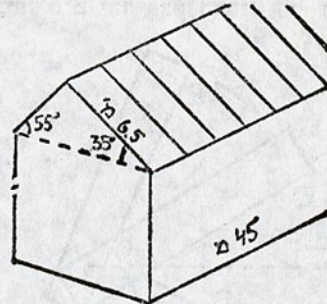
76.3. אורך המוביל הארצי של חברת המים, "מקורות" בין מנהרת מנשה לבין בית שאיבה ליד ראש העין הוא 38 ק"מ. גובה המוביל מעל פני הים ליד מנהרת מנשה הוא 164 מ' וליד ראש העין 31.5 מ'. מהו השפוע הממוצע של המוביל הארצי בקטע זה?

77.3. בית כפרי הוא בעל גג רעפים. החלק האחורי של הגג הוא באורך 9 מ' ובעל שפוע של 45° , והחלק הקדמי הוא באורך 5 מ' ובעל שפוע של 38° . מהו הגובה של החלק הקדמי, אם גובה החלק האחורי של הבית הוא 3 מ' (ציור 4)



ציור 4

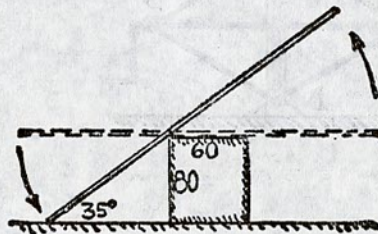
78.3. גג של בית חרושת שאורכו 45 מ' בנוי משני חלקים. החלק הדרומי אטום ובנוי מלוחות בטון אסבסט שאורכם 6.5 מ' ושפועם 35° . החלק הצפוני בנוי מלוחות זכוכית ששפועם 55° . מהו שטח הזכוכית הדרוש לבניית גג זה? (ציור 5)



ציור 5

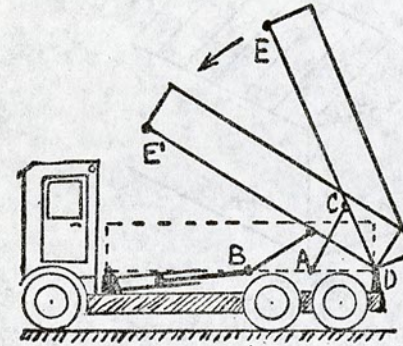
79.3. טייס חלל עלה בטיל אנכית לפני כדור הארץ עד לגובה 1630 ק"מ מעל פני הארץ. ידוע כי מחוג כדור הארץ 6370 ק"מ בקירוב. (א) באיזו זווית ראייה יראה את כדור הארץ ממרום מסלולו? (ב) מהו המרחק על פני כדור הארץ בין מקום המראת הטיל לבין הנקודות הרחוקות ביותר שהטיס ראה?

80.3. גובהו של ארגז 80 ס"מ ורוחבו 60 ס"מ. קרש הונח על הארגז כך שבלט משני הצדדים במידה שווה. כאשר הורד הקצה האחד של הקרש עד לרצפה, יצר הקרש זווית בת 35° עם הרצפה. מצא את אורך הקרש ואת גובה הקצה העליון מעל הרצפה (אחר שהוטח כנ"ל). (ציור 6)



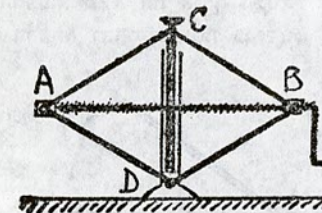
ציור 6

- 81.3. ארגו משאית מורם בעזרת המתקן המפורט בצור כך שהוא יוצר זווית בת 65° עם הכביש. נתון: $AC=CD=1.5$ מ' $DE=4$ מ'. הציר A הווז עד B תוך כדי ירידת הארגו. באופן שקיים $AB=0.5$ מ'. (א) מהו שפוע הארגו עתה? (ב) בכמה ס"מ ירד קצה הארגו E? (צור 7)



צור 7

- 82.3. מכשיר הרמה מכני למכוניות בנוי מארבעה מוטות פלדה AD, BD, CB, AC שאורך כל אחד מהם 20 ס"מ, ואשר יכולים להסתובב סביב צירים, בנקודות A, B, C, D. אפשר לקרב את הצירים A ו-B זה לזה בעזרת הבורג AB וע"י כך מתרומם מוט C מתוך הצנור D. חשב בכמה ס"מ מתרומם המוט C כאשר מקרבים את A ו-B זה לזה ב-5 ס"מ, אם תחילה היתה הזווית CBD בת 25° . (צור 8)



צור 8

פרק ג': השמוש בפונקציות הטריגונומטריות של זוויות חדות

- 1.1. מצא שטחו של משולש ישר-זווית, כאשר נתונים:

- היתר c והזווית החדה α .
- הניצב a והזווית החדה מולו α .
- הניצב b והזווית החדה לידו α .
- הגובה על היתר h והזווית החדה α .
- התיכון ליתר m והזווית החדה α .
- הזווית החדה α והאורך של החוצה שלה (l).
- חזוית החדה α והאורך של חוצה הזווית החדה השניה (l).
- התיכון m לאחד הניצבים והזווית α בינו ובין הניצב השני.
- אחד הניצבים a והזווית α בינו ובין הגובה על היתר.

- 2.1. מצא שטחו של משולש שווה-שוקיים כאשר נתונים:

- השוק b וזווית הראש α .
- השוק b וזווית הבסיס β .
- הבסיס a וזווית הראש α .
- הבסיס a וזווית הבסיס β .
- הגובה לבסיס h וזווית הראש α .
- הגובה לבסיס h וזווית הבסיס β .
- הגובה לשוק h וזווית הראש α .
- הגובה לשוק h והזווית בינו ובין הבסיס α .

- 3.1. מצא שטחו של מלבן כאשר נתונים:

- הצלע a והזווית ϕ בין צלע זו והאלכסון.
- האלכסון k והזווית ϕ בין האלכסון ואחת הצלעות.
- האלכסון k והזווית ϕ בין האלכסונים.
- הצלע a והזווית 2ϕ בין האלכסונים.

- 4.1. מצא שטחה של מקבילית שבה נתונים:

- הצלעות a ו-b והזווית החדה ϕ ביניהן.
- הצלע a, האלכסון k והזווית החדה ϕ ביניהם.
- האלכסונים k ו-l והזווית החדה ϕ ביניהם.

- 5.1 מצא שטחו של מעוין שזוויתו החדה α כאשר נתונים:
 א. הצלע a ב. הגובה h ג. מחוג המעגל החסום r
 ד. אלכסונו הקטן k ה. אלכסונו הגדול l
- 6.1 מצא שטחו של טרפז שווה שוקיים שבו נתונים:
 א. הבסיסים a ו- b ($a > b$) והזווית החדה α
 ב. הגובה h , הבסיס הקטן a , והזווית α ליד הבסיס הגדול.
 ג. האלכסון k והזווית φ בינו ובין הבסיס הגדול.
 ד. הבסיסים a ו- b ($a > b$) והזווית φ בין המשכי השוקיים.
 ה. הבסיס הגדול a , השוק b והזווית α ביניהם.
 ו. הבסיס הקטן a , השוק b והזווית α ביניהם.
- 7.1 אלכסונו של טרפז שווה שוקיים מאונכים לשוקיו. מצא את שטח הטרפז לפי:
 א. האלכסון k והזווית החדה α .
 ב. השוק b והזווית החדה α .
 ג. הבסיס הגדול a והזווית החדה α .
 ד. הבסיס הגדול a והזווית הקהה φ בין האלכסונים.
- 8.1 אורך השוק במשולש שווה-שוקיים b , זווית הראש של המשולש 2α . מצא את שטח המעגל החסום במשולש.
- 9.1 אלכסונו של מרובע הם a ו- b . הזווית החדה ביניהם φ . הוכח כי שטח המרובע שווה $\frac{1}{2}ab \sin \varphi$.
- 10.1 האלכסון הקצר של טרפז ישר-זווית מאונך לשוק הארוכה שלו. הבסיס הגדול של הטרפז הוא a והזווית החדה היא α . מצא את שטח הטרפז, והצב $a = 35.8$ ס"מ, $\alpha = 64^\circ 32'$.
- 11.1 השוק הקצרה של טרפז ישר-זווית היא h והזווית בינה ובין האלכסון הקצר היא α . ידוע כי האלכסון הקצר מאונך לשוק הארוכה של הטרפז. מצא את שטח הטרפז. הצב $h = 12.5$ ס"מ, $\alpha = 32^\circ 8'$.
- 12.1 האלכסון הקצר k של המקבילית מאונך לצלע הקצרה שלה. הזווית החדה של המקבילית היא α . מצא את שטח המקבילית. הצב $k = 18.7$ ס"מ, $\alpha = 68^\circ 10'$.
- 13.1 מצא את אורך מחוג המעגל החסום במשולש שווה-שוקיים שבו נתונים:
 א. הבסיס a והזווית β לידו. ב. השוק b והזווית הראש α .
 ג. הגובה h והזווית הבסיס β .
 ד. הגובה לשוק h והזווית הראש 2α .
 ה. השטח S והזווית הבסיס β .

- 14.1 למצולע משוכלל n צלעות, שאורך כל אחת מהן הוא a . מצא:
 א. את מחוג המעגל החסום במצולע.
 ב. את מחוג המעגל החסום אותו.
 ג. את שטח המצולע.
 ד. את אורך אלכסונו הקטן ביותר.
 ה. את המרחק של אחד מקודקודיו מן המחוג העובר דרך קודקוד סמוך.
- 15.1 בתוך מעגל שמחוגו R חסום מצולע משוכלל בעל n צלעות. מצא:
 א. את היקף המצולע. ב. את שטחו. ג. את מחוג המעגל החסום בו. ד. את אלכסונו הקטן ביותר. ה. את אורך היטלה של אחת הצלעות על מחוג המעגל החסום, העובר דרך אחד מקצותיה.
- 16.1 במשולש שווה שוקיים שזווית הראש שלו 2α חסום מעגל שמחוגו r . מצא את שטח המשולש, והצב 8 ס"מ, $r = 40^\circ$.
- 17.1 במשולש ABC נתון, כי $\widehat{C} = 90^\circ$, $\widehat{A} = \alpha$, $AC = b$. מצא:
 א. את אורך היטל הניצב CB על היתר AB .
 ב. את אורך היטל הגובה CD על הניצב BC .
 ג. את אורך היטל הגובה CD על הניצב AC .
- 18.1 הגובה על היתר של משולש ישר זווית הוא h , אחת הזוויות החדות של המשולש היא α . מצא:
 א. את אורך היתר. ב. את שטח המשולש. ג. את מחוג המעגל החסום את המשולש.
- 19.1 במשולש שווה שוקיים זווית הבסיס 2α ומחוג המעגל החסום במשולש הוא r . הוכח, כי שטח המשולש שווה $r^2 \tan 2\alpha \cot^2 \alpha$, והצב 6.52 ס"מ, $r = 24^\circ 24'$.
- 20.1 השכח של משולש ישר זווית הוא s , ואחת מן הזוויות החדות היא α . מצא את אורך היתר, והצב 135 ס"מ, $s = 32^\circ 32'$.
- 21.1 זווית הראש במשולש שווה שוקיים היא 2α , והמרחק בין מרכז המעגל החסום במשולש ובין אחד מקודקודי הבסיס הוא m . מצא את שטח המשולש והצב 28° , $\alpha = 15$ ס"מ, $m =$.
- 22.1 שתיים מזוויות המשולש הן 32° ו- 80° . מחוג המעגל החסום במשולש הוא 0.805 ס"מ. מצא את האורך של הצלע הגדולה של המשולש.
- 23.1 הבסיס של משולש שווה שוקיים 33.8 ס"מ, והזווית הראש שלו $65^\circ 4'$. מצא את מחוג המעגל החסום את המשולש.

24.ג שטח משולש שווה שוקיים 4505 סמ"ר, זווית הבסיס שלו $53^{\circ}3'$. מצא את אורך הבסיס.

25.ג במלבן ABCD נתון $AD = a$, $AB = b$. דרך הקודקוד A עובר, מחוץ למלבן, ישר היוצר זווית α עם הצלע AB. מצא את מרחקו של הקודקוד C של המלבן מהישר הזה.

26.ג זווית חדה של משולש ישר-זווית היא $32^{\circ}18'$. ואורך החוצה שלה הוא 42.3 ס"מ. מצא את אורך היתר.

27.ג השוק במשולש שווה-שוקיים היא 78.6 ס"מ. וזווית הראש $66^{\circ}44'$. במשולש הורדו הגובה על הבסיס והגובה על השוק. לאילו קטעים התחלק הגובה על הבסיס?

28.ג במשולש שווה-שוקיים הבסיס 78.6 ס"מ. והזווית לידו $66^{\circ}44'$. לאילו קטעים מתחלק הגובה היורד על שוק המשולש על ידי הגובה היורד על בסיסו?

29.ג במעגל חסומים מתושע ומעושר משוכללים. היקף המעושר גדול ב-1.2 ס"מ מהיקף המתושע. מצא את מחוג המעגל.

30.ג היקפו של מצולע משוכלל בעל 16 צלעות הוא 54.4 ס"מ. בכמה סמ"ר גדול שטח המעגל החוסם את המצולע מן השטח של המעגל החסום בו?

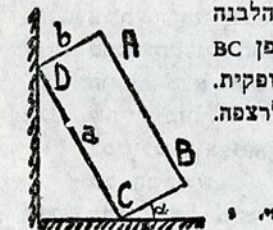
31.ג מצא שטחו של משולש שווה-שוקיים שזווית הבסיס שלו $72^{\circ}32'$ והחסום במעגל שמחוגו 73.4 מ"מ.

32.ג זוויות הבסיס של משולש שווה-שוקיים בנות $79^{\circ}36'$. סי כמה גדול שטח משולש זה מהשטח של המעגל החסום בו?

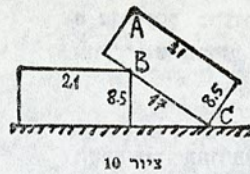
33.ג במשולש ABC נתון, כי $\hat{A} = 90^{\circ}$, $\widehat{ABC} = 40^{\circ}$. על הניצב AC בנו ריבוע ACDE שכולו מחוץ למשולש. מצא את הזווית $\angle CBD$.

34.ג צילו של עמוד הוא m, כאשר גובה השמש הוא α . מהו אורך הצל כאשר גובה השמש הוא β ?

35.ג מימדי הלבנה בציר 9 הם a, b. הלבנה נשענת אל קיר מאונך כך שהדופן BC יוצרת זווית α עם הרצפה האופקית. מצא את גובה הנקודה A מעל לרצפה.



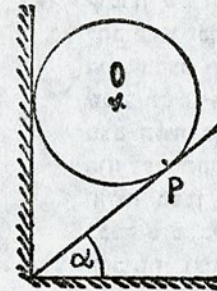
36.ג ממדי הלבנים בציר 10 8.5 ס"מ $\times$ 21 ס"מ. מצא את גובה קצה הלבנה A מעל הרצפה. אם המרחק BC הוא 17 ס"מ.



ציור 10

37.ג סבל נושא ארון שגובהו 2 מטר ורוחבו 1.4 מ' על גבו כך שהנקודה הנמוכה ביותר של הארון נמצאת בגובה 80 ס"מ מעל הרצפה. בסיס הארון יוצר זווית בת 18° עם הכיוון האופקי. האם יוכל הסבל לעבור בצורה זו בפרוודור שגובהו 3 מ'?

38.ג קרש הוחזק בשפוע α ליד קיר זקוף כשקצהו על הרצפה. כדור בעל מחוג R נזרק לחלל בין הקיר ובין הקרש. (א) מהו גובה מרכז הכדור O מעל הרצפה? (ב) מהו גובה נקודת המגע P של הכדור בקרש מעל הרצפה? (ג) מהו מרחק נקודת המגע P מן הקיר? (ציור 11)



ציור 11

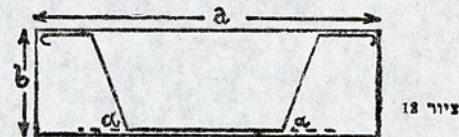
39.ג היקף קו המשווה הוא 40 000 ק"מ. מצא את האורך של מעלה אחת על קו הרוחב $41^{\circ}24'$.

40.ג מהו הרוחב הגיאוגרפי בו אורך של מעלה אחת עליו הוא 40 ק"מ, אם ידוע כי היקף כדור הארץ הוא 40 000 ק"מ?

41.ג אניה נסעה בים התיכון לאורך קו הרוחב 38° מסיציליה (אורך גיאוגרפי $12^{\circ}30'$ מזרחית מגריניץ) עד ספרד (אורך גיאוגרפי $0^{\circ}30'$ מערבית מגריניץ). חשב את אורך הדרך שעברה האניה.

42.ג מטוס טס מדקר באפריקה הנמצאת באורך גיאוגרפי מערבי $17^{\circ}20'$ עד הונדורס ביבשת האמריקאית הנמצאת באורך גיאוגרפי מערבי $83^{\circ}5'$ על גבי אותו קו הרוחב. מה היה קו רוחב זה. אם מרחק הטיסה היה 7057 ק"מ.

43.ג לקורות בטון מזויין מכניסים מוטות ברזל בעלי צורה



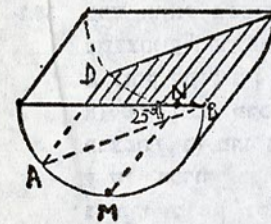
ציור 12

המתוארת בציור 12. הראה שאם אורך הברזל הנחוק לשתי ה"אוזניים" בקצות המוט הוא 20 ס"מ לכל "אוזן", הרי אורך מוט הברזל הדרוש לקורה הוא

$$a + 0.4 + 2b \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

הסבר מדוע ההוראה הניתנת לברזלני בנין, אם זווית השפוע הנח $\alpha = 45^{\circ}36'$ היא: אוזן הברזל = אוזן הקורה + $\frac{4}{5}$ מרחב הקורה + 40 ס"מ.

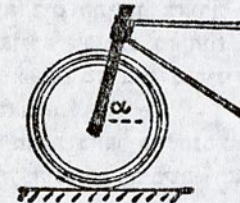
44.2 קוטר של הציחית 1.2 מ, לוח עץ מלבני ABCD הוכנס



ציור 13

לחבית זו כך שהמקצוע BC היה בקצה החבית, ואז היה שפוע הלוח 25° . אחר כך שונה מצב הלוח כך שהמקצוע AD הוזז עד תחתית החבית MN והלוח נשען על קצה החבית. בכמה ס"מ בלט אז הלוח מתוך החבית? (ציור 13)

44.3 מחוג הגלגל הקדמי של אופניים הוא R, ומוט ההגה המחזיק את ציר הגלגל נטוי בזווית α לגבי המישור האופקי. בכמה ירד מרכז הגלגל אם יסובבו את ההגה בזווית של 90° שמאלה? (ציור 14)



ציור 14

פרק ד': הקשרים בין הפונקציות הטריגונומטריות

(כל הזוויות הנזכרות יתקו וזן חדות)

1. ד. נתון: $\sin \alpha = \frac{4}{5}$. מצא את ערכי $\cos \alpha$, $\tan \alpha$, $\cot \alpha$.
2. ד. נתון: $\cos \alpha = \frac{5}{13}$. מצא את ערכי $\sin \alpha$, $\tan \alpha$, $\cot \alpha$.
3. ד. נתון: $\tan \alpha = \frac{8}{15}$. מצא את ערכי $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\cot \alpha$.
4. ד. נתון: $\cot \alpha = \frac{9}{40}$. מצא את ערכי $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\tan \alpha$.
5. ד. נתון: $\sin \beta = 0.96$. מצא $\cos \beta$.
6. ד. נתון: $\tan \beta = 1.05$. מצא $\sin \beta$.
7. ד. נתון: $84 = 85 \cos \beta$. מצא $\cot \beta$.
8. ד. נתון: $\cos^2 \alpha = 0.9$. מצא $\tan \alpha$.
9. ד. נתון: $\tan \alpha = \frac{5}{12} \sqrt{6}$. מצא $\sin \alpha$.
10. ד. נתון: $2 = 5 \sin \beta$. מצא $\cot \beta$; $\cos \beta$.
11. ד. נתון: $\sin \alpha = k$. מצא $\tan \alpha$; $\cos \alpha$.
12. ד. נתון: $\tan \beta = a$. מצא $\sin \beta$; $\cos \beta$.
13. ד. נתון: $\cot \alpha = m$. מצא $\sin \alpha$; $\cos \alpha$.
14. ד. נתון: $\sin \alpha = m$. מצא $\cos \alpha$; $\frac{1}{\cos \alpha}$.
15. ד. נתון: $\tan \beta = k$. מצא $\cot \beta$; $\cos \beta$.
16. ד. נתון: $\cot \alpha = m$. מצא $\tan^2 \alpha$; $\sin^2 \alpha$.
17. ד. נתון: $\cos \beta = a$. מצא $(\tan \beta + \cot \beta)^2$.
18. ד. נתון: $\sin \alpha = \frac{6}{17}$. חשב $17 \cos \alpha + 15 \tan \alpha - 8 \cot \alpha$.
19. ד. נתון: $\tan \alpha = 3\frac{3}{7}$. חשב $50 \sin \alpha + 25 \cos \alpha - 96 \cot \alpha$.
20. ד. נתון: $\cos \alpha = 0.75$. חשב $16 \sin^2 \alpha + 9 \tan^2 \alpha$.

$$\frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} \quad .34.7$$

$$\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta = \cos^2 \beta - \cos^2 \alpha \quad .35.7$$

$$\sin^4 \beta - \cos^4 \beta = \sin^2 \beta - \cos^2 \beta \quad .36.7$$

$$\cos^4 \beta + \sin^4 \beta + 2\sin^2 \beta \cos^2 \beta = 1 \quad .37.7$$

$$(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 2 \quad .38.7$$

$$\cot^2 \alpha - \cos^2 \alpha = \cot^2 \alpha \cos^2 \alpha \quad .39.7$$

$$\tan^2 \beta - \sin^2 \beta = \tan^2 \beta \sin^2 \beta \quad .40.7$$

$$\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha} \quad .41.7$$

$$\tan \beta - \cot \beta = \frac{1 - 2\cos \beta}{\sin \beta \cos \beta} \quad .42.7$$

$$\frac{1 + \tan \alpha}{1 + \cot \alpha} = \tan \alpha \quad .43.7$$

$$\frac{\tan \alpha + \tan \beta}{\cot \alpha + \cot \beta} = \tan \alpha \cdot \tan \beta \quad .44.7$$

$$\frac{1}{1 + \tan^2 \beta} + \frac{1}{1 + \cot^2 \beta} = 1 \quad .45.7$$

$$\frac{\cos^2 \beta}{1 + \sin \beta} + \frac{\cos^2 \beta}{1 - \sin \beta} = 2 \quad .46.7$$

$$\frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} \quad .47.7$$

$$\left(\sin \alpha - \frac{1}{\sin \alpha} \right) \left(\cos \alpha - \frac{1}{\cos \alpha} \right) = \sin \alpha \cos \alpha \quad .48.7$$

$$(\tan \alpha + \cot \alpha)^2 = \frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad .49.7$$

$$\tan \alpha + \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha} \quad .50.7$$

$$(\sin \alpha + \tan \alpha)(\cos \alpha + \cot \alpha) = (1 + \sin \alpha)(1 + \cos \alpha) \quad .51.7$$

$$\frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha} + \frac{1 + \sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{2}{\cos \alpha} \quad .52.7$$

21.7 שטח המשולש 18 סמ"ר. שתיים מצלעות המשולש הן 6 סמ"ר ו-10 סמ"ר. מצא את הטנגנס של הזווית החדה בין הצלעות הנתונות.

22.7 שתי צלעות המשולש הן 9 סמ"ר ו-20 סמ"ר וקוסינוס הזווית ביניהן הוא $\frac{35}{37}$. מהו שטח המשולש?

23.7 α, β הן זוויות חדות של משולש ישר-זווית. הוכח את נכונות הקשרים הבאים:

(א) $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta = 1$ (ב) $\tan \alpha \tan \beta = 1$
 (ג) $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta = 1$ (ד) $\cot^2 \alpha \cot^2 \beta (1 + \tan^2 \alpha) = 1$
 24.7 α היא זווית הבסיס של משולש שווה-שוקיים, β זווית הראש. הוכח, כי

$$\cos^2 \frac{\beta}{2} = \frac{1}{1 + \cot^2 \alpha} \quad (\text{ב}) \quad \sin^2 \frac{\beta}{2} = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} \quad (\text{א})$$

25.7 מצא, בלי עזרת לוחות את הערך המספרי של כל אחד מן הביטויים:

$$\begin{aligned} \text{א.} & 2\sin 30^\circ + 3\cos 60^\circ + 5\tan 45^\circ \\ \text{ב.} & 2\cos 30^\circ - 5\cos 45^\circ + \sin 45^\circ + \cot 30^\circ \\ \text{ג.} & 5\tan 60^\circ - 2\cos 60^\circ + \cot 45^\circ - 2\tan 45^\circ + 2\sin 30^\circ \\ \text{ד.} & \sin 60^\circ \cos 30^\circ + \cos 60^\circ \sin 30^\circ \\ \text{ה.} & \sin^2 45^\circ - \cot^2 60^\circ \\ \text{ו.} & \sin 60^\circ : \tan 30^\circ - \tan^2 45^\circ \\ \text{ז.} & \sin^2 60^\circ + \sin^2 45^\circ - \sin^2 30^\circ - 1 \\ \text{ח.} & \cos 60^\circ : (2\sin^2 60^\circ - 1) \end{aligned}$$

הלכח את הזהויות:

$$\begin{aligned} 26.7 & \tan \alpha \sin (90^\circ - \alpha) = \sin \alpha \\ 27.7 & \tan (90^\circ - \alpha) \sin \alpha = \cos \alpha \\ 28.7 & \cot (90^\circ - \beta) \cot \beta = 1 \\ 29.7 & \sin \alpha \cos (90^\circ - \alpha) + \cos \alpha \sin (90^\circ - \alpha) = 1 \\ 30.7 & 1 - \tan^2 \alpha \cos^2 \alpha = \cot^2 \alpha \sin^2 \alpha \\ 31.7 & (1 - \sin^2 \beta)(1 + \tan^2 \beta) = 1 \\ 32.7 & \frac{1}{\cos \alpha} - \cos \alpha = \tan \alpha \sin \alpha \\ 33.7 & 2\cos^2 \beta - 1 = 1 - 2\sin^2 \beta \end{aligned}$$

$$\frac{\cot 56^\circ \cot 34^\circ}{\tan 54^\circ \tan 36^\circ} \quad .72.7$$

$$\tan 35^\circ \tan 55^\circ - \cos^2 30^\circ \quad .73.7$$

$$\sin 25^\circ \cos 65^\circ + \cos 25^\circ \sin 65^\circ \quad .74.7$$

$$\frac{1}{\sqrt{\tan^2 45^\circ - \sin^2 45^\circ}} \quad .75.7$$

$$\sqrt{\frac{\sin^2 18^\circ}{\sin^2 72^\circ} + 1} \quad .76.7$$

$$\left(\frac{1}{\cos^2 20^\circ} - 1\right) \left(\frac{1}{\sin^2 20^\circ} - 1\right) \quad .77.7$$

.78.7 α, β, γ הן זוויות משולש. הוכח:

$$\cos \frac{\alpha + \beta}{2} = \sin \frac{\gamma}{2} \quad (ב) \quad \sin \frac{\alpha + \beta}{2} = \cos \frac{\gamma}{2} \quad (א)$$

$$\sqrt{\frac{1 + \cot^2 \beta}{1 + \tan^2 \beta}} = \cot \beta \quad .53.7$$

$$\frac{\cos \beta}{1 - \tan \beta} + \frac{\sin \beta}{1 - \cot \beta} = \sin \beta + \cos \beta \quad .54.7$$

$$\frac{\sin \alpha}{1 + \cot \alpha} + \frac{\cos \alpha}{1 + \tan \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha + \cos \alpha} \quad .55.7$$

$$\frac{\tan \beta}{1 - \tan^2 \beta} \cdot \frac{\cot^2 \beta - 1}{\cot \beta} = 1 \quad .56.7$$

$$\frac{\tan \beta \sin \beta}{\tan \beta - \sin \beta} = \frac{1}{\sin \beta} + \cot \beta \quad .57.7$$

הבע כל אחד מן הבטויים הבאים בצורה הפשוטה ביותר

$$\sqrt{\frac{1 - \sin^2 \alpha}{1 - \cos^2 \alpha}} \quad .58.7$$

$$\sqrt{(1 - \cos \alpha)(1 + \cos \alpha)} \quad .59.7$$

$$\frac{(1 - \sin \alpha)(1 + \sin \alpha)}{\cot^2 \alpha} \quad .60.7$$

$$\sqrt{\sin^2 \beta + \tan^2 \beta + \cos^2 \beta} \quad .61.7$$

$$\sqrt{\frac{\tan^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}} \quad .62.7$$

$$(1 + \tan^2 \beta)(1 - \sin^2 \beta) \quad .63.7$$

$$\frac{\cos \beta}{\sin \beta \cot^2 \beta} \quad .64.7$$

$$\sin(45^\circ + \alpha) - \cos(45^\circ - \alpha) \quad .65.7$$

$$\tan(45^\circ + \alpha) \tan(45^\circ - \alpha) \quad .66.7$$

$$\sqrt{\frac{2}{(1 + \tan \beta)^2 + (1 - \tan \beta)^2}} \quad .67.7$$

$$\frac{\sin^3 \beta}{\cos \beta - \cos^3 \beta} \quad .68.7$$

$$\sin^2 57^\circ + \sin^2 33^\circ \quad .69.7$$

$$2\cos^2 72^\circ + 2\cos^2 18^\circ \quad .70.7$$

$$\frac{\sin 24^\circ}{\sin 66^\circ} + 2\cot 66^\circ \quad .71.7$$

- 6.א. נתון: $\sin \alpha = -\frac{1}{2}$; $270^\circ < \alpha < 360^\circ$. מצא את α .
 ב. נתון: $\cos \alpha = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$; $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. מצא את α .
 ג. נתון: $\tan \alpha = 1$; $180^\circ < \alpha < 270^\circ$. מצא את α .
 ד. נתון: $\cot \alpha = -1$; $270^\circ < \alpha < 360^\circ$. מצא את α .
 ה. נתון: $\sin \alpha = \frac{1}{2}\sqrt{2}$; $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. מצא את α .
 ו. נתון: $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$; $180^\circ < \alpha < 270^\circ$. מצא את α .
 7.ה. $0^\circ < \alpha < 360^\circ$.

- א. נתון: $\sin \alpha = \frac{1}{2}$. מצא את α .
 ב. נתון: $\cos \alpha = \frac{1}{2}\sqrt{3}$. מצא את α .
 ג. נתון: $\tan \alpha = \sqrt{3}$. מצא את α .
 ד. נתון: $\sin \alpha = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$. מצא את α .
 ה. נתון: $\cos \alpha = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$. מצא את α .
 ו. נתון: $\cot \alpha = -\frac{1}{3}\sqrt{3}$. מצא את α .
 8.ה. α, β, γ הן זוויות משולש הוכח:

א. $\sin(\alpha + \beta) = \sin \gamma$ ב. $\cos(\alpha + \beta) = -\cos \gamma$
 ג. $\tan(\alpha + \beta) = -\tan \gamma$
 ד. $\delta, \gamma, \beta, \alpha$ הן זוויות מרובע. הוכח:

א. $\sin(\alpha + \beta + \gamma) = -\sin \gamma$

ב. $\cos(\alpha + \beta) = \cos(\gamma + \delta)$ ג. $\sin \frac{\alpha + \beta}{2} = \sin \frac{\gamma + \delta}{2}$

- 10.ה. שתי צלעות המשולש הן a ו- b . הזוויות γ ביניהן קהה. הוכח, כי שטח המשולש שווה $\frac{1}{2}ab \sin \gamma$.

- 11.ה. תאר את הפונקציות תיאור גרפי (בתחום הנתון).

- א. $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$ $y = \sin x$
 ב. $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$ $y = \cos x$
 ג. $0^\circ \leq x \leq 70^\circ$ $y = \tan x$
 ד. $20^\circ \leq x \leq 90^\circ$ $y = \cot x$
 ה. $90^\circ \leq x \leq 270^\circ$ $y = 1 - \sin x$
 ו. $90^\circ \leq x \leq 270^\circ$ $y = 1 + \cos x$
 ז. $100^\circ \leq x \leq 180^\circ$ $y = \frac{1}{2}\tan x$
 ח. $200^\circ \leq x \leq 270^\circ$ $y = \frac{1}{2}\cot x$
 ט. $180^\circ \leq x \leq 360^\circ$ $y = 2\sin x$
 י. $180^\circ \leq x \leq 360^\circ$ $y = 2\cos x$

פרק ה': הפונקציות הטריגונומטריות של זוויות כל שהן

- 1.ה. הבע את ערכי הפונקציות הטריגונומטריות ($\sin, \cos, \tan$) של הזוויות הבאות בעזרת פונקציות טריגונומטריות של זוויות חדות:

א) 100°	ב) 200°	ג) 250°	ד) 350°
ה) 144°	ו) 308°	ז) 226°	ח) 97°
ט) 184°	י) $290^\circ 45'$	יא) $164^\circ 12'$	יב) $262^\circ 10'$

- 2.ה. מצא, בלי עזרת לוחות, את ערכי הפונקציות הטריגונומטריות ($\sin, \cos, \tan$) של הזוויות:

א) 120°	ב) 135°	ג) 150°	ד) 0°
ה) 90°	ו) 180°	ז) 240°	ח) 270°
ט) 300°	י) 315°	יא) 330°	יב) 360°

- 3.ה. חשב (בלי עזרת לוחות):

א. $\cos 240^\circ \cos 225^\circ - \cos 315^\circ \cos 300^\circ$
 ב. $\sin^2 150^\circ + \tan 210^\circ \cos 150^\circ - \tan 150^\circ \cos 330^\circ$
 ג. $\tan 135^\circ \cos 150^\circ - \sin 120^\circ \tan 225^\circ + 2\cos^2 120^\circ$
 ד. $\sin 120^\circ \tan 300^\circ + \cos 150^\circ \sin 240^\circ \tan 225^\circ$
 ח. $3\cot 120^\circ \cot 240^\circ + \cot^2 225^\circ$

- 4.ה. הוכח:

א. $\sin(180^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$ ה. $\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$
 ב. $\cos(270^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$ ו. $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$
 ג. $\tan(360^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$ ז. $\tan(270^\circ - \alpha) = \cot \alpha$
 ד. $-\cot(180^\circ - \alpha) = \cot \alpha$ ח. $\cot(270^\circ + \alpha) = -\tan \alpha$

- 5.ה. הוכח:

א. $\sin(90^\circ + \alpha) - \sin(90^\circ - \alpha) = 0$
 ב. $\cos(90^\circ + \alpha) - \cos(270^\circ - \alpha) = 0$
 ג. $\tan \alpha \tan(\alpha + 90^\circ) + 1 = 0$
 ד. $\cos(270^\circ + \alpha) + \sin(180^\circ + \alpha) = 0$

פרק ו': משפט הסינוסים

- 1.1. צלע המשולש 67.38 ס"מ, הזוויות לידה $12^{\circ}28'$; $20^{\circ}20'$. מצא את הצלעות האחרות.
- 2.1. צלע המשולש 24.3 ס"מ, הזוויות לידה $22^{\circ}11'$ ו- $112^{\circ}21'$. מהי הצלע הגדולה במשולש?
- 3.1. צלע המשולש 40 ס"מ, זווית מולה $36^{\circ}40'$, זווית לידה $79^{\circ}50'$. מצא את הצלעות האחרות.
- 4.1. אלכסון המקבילית 188.4 מ"מ יוצר עם צלע אחת זווית $56^{\circ}12'$ ועם הצלע השנייה זווית $95^{\circ}36'$. מצא את צלעות המקבילית.
- 5.1. שתי צלעות המשולש הן 8.7 ס"מ ו-6.5 ס"מ, הזווית מול הגדולה מהן 75° . מצא את הצלע השלישית.
- 6.1. שתי צלעות המשולש הן 202.1 מ"מ ו-157.6 מ"מ, הזווית מול הגדולה מהן $100^{\circ}3'$. מצא את הצלע השלישית.
- 7.1. צלע המקבילית 200 מ"מ והאלכסונים יוצרים אתה זוויות בנות 82° ו- 29° . מצא את אלכסוני המקבילית.
- 8.1. מצא את הזווית הגדולה של המשולש, אשר שתיים מצלעותיו 4 ס"מ ו-5 ס"מ והזווית מול הקטנה מהן 40° .
- 9.1. במקבילית צלע אחת 25.5 ס"מ, האלכסון הקטן יוצר עם הצלע השנייה, שאורכה 12 ס"מ זווית בת 52° . מהו אורך האלכסון הזה?
- 10.1. התר משולש ששתיים מצלעותיו 5.386 ס"מ ו-2.687 ס"מ והזווית מול הגדולה מהן $102^{\circ}32'$.
- 11.1. זווית המקבילית 47° , אלכסונה הגדול 4 ס"מ והצלע הגדולה 3 ס"מ. מצא את הצלע הקטנה.
- 12.1. בטרפז שווה שוקיים שבסיסו הגדול 30.7 ס"מ ושוקו 44.28 ס"מ, הזווית בין האלכסון והשוק היא $157^{\circ}14'$. מצא את אורך האלכסון.
- 13.1. מצא את הצלע השלישית של המשולש ששתיים מצלעותיו 9 ס"מ ו-11 ס"מ והזווית מול הקטנה מהן 40° .

- 14.1. התר משולש ששתיים מצלעותיו 11 ס"מ ו-23 ס"מ, והזווית מול הקטנה מהן $35^{\circ}26'$.
- 15.1. שתי צלעות המשולש הן 45.84 ס"מ ו-51.4 ס"מ, הזווית מול הקטנה מהן $60^{\circ}10'$. מצא את הצלע השלישית.
- 16.1. בטרפז שווה שוקיים שבסיסו הגדול 6.714 ס"מ והזווית לידו $71^{\circ}10'$ יוצר האלכסון זווית בת $42^{\circ}17'$ עם הבסיס. מה אורך השוק?
- 17.1. נתונה צלע המשולש a והזוויות B ו-C לידה. מצא בנוסחת את אורך הגובה על הצלע הנתונה ואת שטח המשולש.
- 18.1. שתי זוויות המשולש הן C ו-B. הגובה היוצא מקודקוד הזווית השלישית הוא h_a . מצא בנוסחה את שטח המשולש והצב 53.7 ס"מ $h_a =$, $115^{\circ}10'$ $\widehat{B} =$, $5^{\circ}8'$ $\widehat{C} =$.
- 19.1. צלע המשולש היא 9.5 ס"מ, הזוויות לידה 35° ; 45° . מצא את שטח המשולש.
- 20.1. שתי צלעות המשולש 22.9 ס"מ; 11.79 ס"מ והזווית מול הגדולה מהן $104^{\circ}33'$. מצא את שטח המשולש.
- 21.1. צלעות המקבילית הן 16 ס"מ ו-63 ס"מ, והאלכסון הקטן יוצר זווית בת $75^{\circ}45'$ עם הצלע הקטנה. מצא את שטח המקבילית.
- 22.1. מצא שטח מקבילית שאלכסונה 37 ס"מ, אם אלכסון זה יוצר זוויות בנות $86^{\circ}30'$ ו- $50^{\circ}50'$ עם הצלעות.
- 23.1. מצא שטח מקבילית בעלת זווית $107^{\circ}57'$, צלע 3 ס"מ ואלכסון גדול 8.8 ס"מ.
- 24.1. אחת הזוויות השוות של הדלתון היא בת 124° . האלכסון הראשי של הדלתון הוא 62 ס"מ, ואחת הצלעות היא 28 ס"מ. מצא את שטח הדלתון.
- 25.1. האלכסון הראשי של הדלתון הוא 67.14 ס"מ והזוויות הבלתי שוות שלו הן $84^{\circ}34'$ ו- $142^{\circ}20'$. מצא את צלעות הדלתון.
- 26.1. בטרפז שווה שוקיים הבסיס הגדול 10 ס"מ, זווית לידו 60° והאלכסון 9 ס"מ. מצא את הבסיס הקטן (הבחן שני מקרים).
- 27.1. הבסיס של משולש שווה שוקיים הוא a והזווית לידו β . מהו אורך חוצה זווית זו? הצב 22 ס"מ $a =$, 74° $\beta =$.
- 28.1. זווית הראש במשולש שווה שוקיים היא 4α וחוצה זווית הבסיס הוא m. מצא את שטח המשולש.
הצב 72° $4\alpha =$, 6 ס"מ $m =$.

29. אחת הזוויות החדות של משולש ישר זווית היא α , ואורך חוצה הזווית הישרה m . מצא את שטח המשולש.

$$\text{הצב } \alpha = 48^\circ, m = 12.5 \text{ ס"מ}$$

30. הגובה על בסיס משולש שווה שוקיים הוא h , וזווית הבסיס

$$\text{היא } \alpha. \text{ הוכח, כי אורך החוצה של הזווית הזו הוא } \frac{2h \cos \alpha}{\sin 1.5 \alpha}$$

31. במשולש שווה צלעות, שאורך צלעו 17 ס"מ חילקו זווית אחת לשלוש זוויות שוות. הישרים שחילקו את הזווית חילקו את הצלע מולה לשלושה קטעים. מצא את אורך הקטע האמצעי.

32. מהו אורך הצלע בשאלה הקודמת, אם אורך הקטע האמצעי 8.5 ס"מ?

33. שתי זוויות המשולש הן $29^\circ 50'$ ו- $46^\circ 10'$ ואילו אורך החוצה של הזווית השלישית הוא 6.52 ס"מ. מהי הצלע הגדולה של המשולש?

34. שטחו של המשולש היא 244 סמ"ר, שתיים מזוויותיו $50^\circ 22'$ ו- $70^\circ 14'$. מצא את צלעות המשולש.

35. לשדה בצורת משולש שטח של 21.39 דונם. שתיים מזוויות המשולש הן 22° ו- 119° . מצא (במטרים) את אורך צלעות השדה.

36. שטחה של מקבילית 1004 מ"ר, ואלכסונה יוצר זוויות בנות 45° ו- $15^\circ 28'$ עם הצלעות. מצא את צלעות המקבילית.

37. צלע המשולש a , זוויותיו A, B, C . הוכח, כי מחוג המעגל

$$\frac{a \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}}{\cos \frac{A}{2}}$$

38. מחוג המעגל החסום במשולש, שזוויותיו α, β, γ הוא x . מצא את הצלע מול זווית α (בצורה הנוחה לחישוב בלוגריתמים).

39. במשולש PQM נתון $\hat{P} = 72^\circ 20'$, $\hat{M} = 38^\circ 40'$. הנקודה N נמצאת על PM, $MN = 256.4$ ס"מ, $\widehat{PNQ} = 68^\circ 30'$. מצא את אורך PN.

40. ממקום הנמצא בגובה של 350 מ' מעל פני הים רואים בסיס התורן של אניה בזווית עומק $7^\circ 15'$ ואת ראש התורן בזווית עומק $6^\circ 54'$. מצא את גובה התורן.

41. מבסיסו של מגדל ראו כדור פורח בזווית גובה $8^\circ 30'$ ואילו מגבו נראה הכדור באותו הרגע בזווית גובה $6^\circ 42'$. גובה המגדל 20 מ'. מצא את גובה הכדור מעל הקרקע.

42. אדם ראה ראש גבעה בזווית גובה α . הוא התקרב אל הגבעה בקו ישר ואופקי ב"א מ' וממקומו החדש ראה את הגבעה בזווית גובה β . מצא בנוסחה את גובה הגבעה והצב $100 \text{ מ' } = a; \alpha = 12^\circ 15'; \beta = 17^\circ 30'$.

43. על ראש מגדל שגובהו 30 מ' נמצא תורן. מנקודה במישור בסיס המגדל רואים את ראש התורן בזווית גובה בת 15° ואת ראש המגדל בזווית גובה של 12° . מצא את גובה התורן.

44. מהו גובה הגבעה, אם מנקודה שבמרחק 200 מ' מקצה הצל שלה רואים את פסגתה בזווית גובה של 30° ואת השמש בזווית גובה של 45° ?

45. מראש הר רואים ראש מגדל שגובהו 100 מ' בזווית עומק של $18^\circ 30'$ ואת בסיס המגדל בזווית עומק של 21° . מהו גובה ההר?

46. ראש מגדל שגובהו 50 מ' נראה בזווית גובה של 10° . כמה מטרים צריך להתקרב אל המגדל בכדי לראות את ראשו בזווית גובה של $12^\circ 30'$?

47. בכדי למצוא את הרוחב של נהר מדדו על צדו האחד לאורך הנהר קטע שאורכו 300 מ', וראו מקצהו הימני מוט על צדו השני בזווית של 72° לגבי הקטע לצד שמאל, ומקצהו השמאלי בזווית של 78° לגבי הקטע לצד ימין. מהו רוחב הנהר?

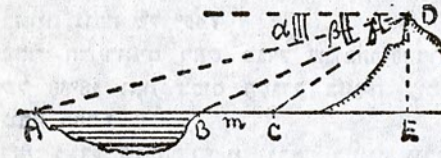
48. מנקודה שברחוב רואים בסיסה של ארובה שעל גג בנין בזווית גובה של $6^\circ 20'$ ואת ראש הארובה בזווית גובה של 30° . גובה הארובה הוא 5 מ'. מצא בכמה מטרים גבוה ראש הארובה מן הנקודה.

49. מאניה ראו על אי ראש הר, שגובהו 5187 מ' מעל פני הים, בזווית גובה $42^\circ 15'$. האניה התקרבה בקו ישר אל ההר וכעבור רבע שעה ראו את ראש ההר בזווית גובה של $54^\circ 25'$. מצא את מהירות האניה.

50. נמל משתרע ככיוון צפון-דרום. מנקודה אחת בנמל נראית אניה בכיוון של $12^\circ 15'$ צפונה מן המערב, ומנקודה שניה, הנמצאת 900 מ' צפונה מן הראשונה רואים את האניה בכיוון 33° דרומה מן המערב. תהו מרחק האניה מן הנמל?

51. מראש מגדל, שגובהו a מ', רואים את ראשו של מגדל שני בזווית גובה α , ואת יסודו בזווית עומק β . מצא בנוסחה את גובהו של המגדל השני.

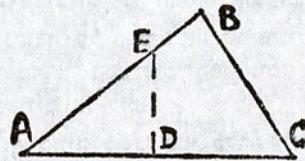
- 52.1 מחלון של בנין רואים יסוד בנין שני ממול בזווית עומק α . מחלון שני הנמצא מ מטרים מעל הראשון. רואים את היסוד בזווית עומק β . מצא את המרחק בין שני הבנינים?
- 53.1 אגם AB נמצא ממערב לגבעה D. הנקודה C נמצאת במרחק מ' משפת האגם B. בין B ל-D במישור המשתרע בין הגבעה לאגם. חשב את רוחב האגם AB ואת גובה הגבעה DE. אם רואים את C, B, A מ-D בזוויות עומק α, β, γ בהתאמה. (ציור 15)



ציור 15

- 54.1 זוויות המשולש הן α, β, γ והאורך של חוצה הזווית α הוא m. מצא את אורך הצלע מול α .
- 55.1 במשולש שווה-שוקיים, שבסיסו 24 ס"מ, והזווית לידו 64° , חותך חוצה זווית הבסיס את השוק הנגדית בנקודה M ואת הגובה לבסיס בנקודה K. מצא את אורך הקטע KM.
- 56.1 בסיסו של משולש שווה-שוקיים הוא a, הזווית לידו β . דרך קצה הבסיס העבירו גובה לשוק, ודרך הקצה השני העבירו את חוצה הזווית. מצא את מרחק נקודת החיתוך של הגובה וחוצה-הזווית מבסיס המשולש, והצב $\beta = 68^\circ 42'$, $a = 11$ ס"מ.
- 57.1 במשולש ABC נתון $AB = AC$, $\widehat{BAC} = 2\alpha$, הנקודה D נמצאת על הצלע BC, $AD = m$, $\widehat{BAD} = \beta$. הוכח, כי $AB = \frac{m \cos(\alpha - \beta)}{\cos \alpha}$.
- 58.1 זווית המשולש הוא $79^\circ 37'$, אורך חוצה זווית זו 59.69 ס"מ ואורך הגובה היוצא מקודקוד הזווית הזו הוא 54.82 ס"מ. מצא את צלעות המשולש.
- 59.1 במשולש שווה-שוקיים זווית הבסיס היא 73° . הזווית הוו נחלקה לשלוש זוויות שוות, והישרים המחלקים אותה הקצו על השוק ממול 3 קטעים. מצא את היחס בין שני הקטעים הקיצוניים.

- 60.1 אדם היוצא מביתו צפונה עובר 11 ק"מ, ואח"כ פונה בכיוון 32° צפונה מן המזרח ומגיע לנקודה מסוימת, אשר ממנה הוא חוזר לביתו. הקטע האחרון של דרכו הוא 27 ק"מ. מצא כמה ק"מ עבר האדם מצאתו עד חזרו לביתו.
- 61.1 אניה יוצאת מן הנמל בכיוון של $51^\circ 30'$ מזרחה מן הצפון, ואחרי שעוברת מרחק מסויים פונה דרומה, עוברת 100 ק"מ, ומן הנקודה שאלה מגיעה חוזרת אל הנמל. כיוונה האחרון הוא 74° מערבה מן הצפון. כמה ק"מ עברה האניה בס"ה?
- 62.1 בדלתון ABCD נתון $15 \text{ ס"מ} = AB = BC$, $30 \text{ ס"מ} = AD = CD$, $\widehat{B} = 106^\circ$. המשיכו את הצלעות AB ו-CD עד שנחתכו בנקודה M. מצא את אורך הקטע BM.
- 63.1 הזוויות הנגדיות, הבלתי שוות, של דלתון הן α, β . נתונה הצלע a ליד הזווית α . מצא את שטח הדלתון. הצב: $\alpha = 120^\circ$, $\beta = 70^\circ 32'$, $a = 8$ ס"מ.
- 64.1 בציור 16: DE הוא אנך מרכזי של הצלע AC, ואורכו 16 ס"מ. $\widehat{A} = 31^\circ$, $\widehat{C} = 68^\circ$. מצא את אורך הקטע BE.



ציור 16

- 65.1 במעגל שמחוגו 50 ס"מ חסום משולש ששתיים מזוויותיו 63° ו- 18° . מצא את צלעות המשולש.
- 66.1 a, b, c הן צלעות המשולש, S שטחו, R מחוג המעגל החוסם אותו. הוכח, כי $R = \frac{abc}{4S}$. ומצא את מחוג המעגל החוסם משולש שווה-שוקיים שבסיסו 20 ס"מ ושוקו 26 ס"מ.
- 67.1 זוויות המשולש הן α, β, γ ו-R מחוג המעגל החוסם אותו. הוכח, כי שטח המשולש נתון ע"פ הנוסחה $S = 2R^2 \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma$.
- והצב $\alpha = 48^\circ 16'$, $\beta = 18^\circ 27'$, $R = 79.2$ ס"מ.
- 68.1 שטחו של משולש 813.2 סמ"ר, שתיים מזוויותיו $37^\circ 16'$ ו- $48^\circ 27'$. מצא את מחוג המעגל החוסם את המשולש.

69.1 במשולש ABC נתון: $AB = 3.053$ ס"מ, $\hat{B} = 56^{\circ}34'$. מחוג המעגל החוסם את המשולש הוא 2 ס"מ. מהו אורך הגובה היוצא על הצלע AB?

70.1 מצא את זוויותיו של משולש החסום במעגל שמחוגו 10 ס"מ. שתיים מצלעות המשולש הן 15 ו-11 ס"מ.

71.1 במעגל שמחוגו 18.55 ס"מ חסום משולש אשר שתיים מזוויותיו $67^{\circ}14'$, $55^{\circ}36'$. מצא את אורך חוצה הזווית השלישית.

72.1 במעגל שקוטרו 7.7 ס"מ חסום משולש שאחת מצלעותיו 5.325 ס"מ, והזווית לידה $52^{\circ}10'$. מצא את אורך חוצה זווית זו.

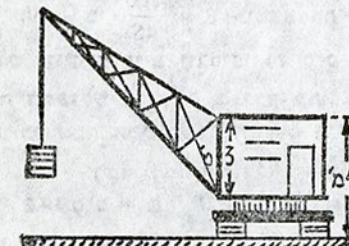
73.1 במעגל חסום משולש ששתיים מצלעותיו 10 ס"מ ו-22.5 ס"מ. מחוג המעגל 15 ס"מ. מצא (בשני מקרים) את הצלע השלישית של המשולש.

74.1 במעגל חסום טרפז שאלכסונו 11.2 ס"מ ושוקו 7 ס"מ. מחוג המעגל הוא 8.5 ס"מ. מצא את בסיסי הטרפז.

75.1 בסיסי הטרפז הם 80 ס"מ, 20 ס"מ. אורך כל שוק 50 ס"מ. מצא את מחוג המעגל החוסם את הטרפז הזה.

76.1 D היא נקודה על הבסיס BC של משולש שווה-שוקיים ABC. הוכח כי מחוגי המעגלים המקיפים את המשולשים ABD ו-ACD שווים זה לזה.

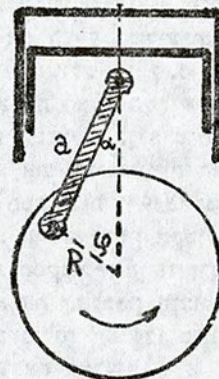
77.1 זרוע מנוף בנויה משני פסי סלדה חזקים המחוברים ביניהם ע"י מוטות פלדה. הפס התחתון ארוך יותר ונטוי בזווית 30° לגבי האופק, וקצהו התחתון נמצא בגובה מטר אחד מעל הקרקע. הפס העליון הקצר יותר נטוי בזווית 40° לגבי האופק וקצהו התחתון נמצא בגובה 4 מ' מעל הקרקע. באיזה גובה מעל הקרקע נמצא קצהו העליון של המנוף? (ציור 17)



ציור 17

78.1 מעיר הנמצאת ברוחב גיאוגרפי צפוני של α° ראו לוחין ברגע שחלף מעל הקוטב הצפוני בזווית גובה β . חשב את גובה הלוחין מעל פני כדור הארץ אם מחוג כדור הארץ הוא R ק"מ.

79.1 אורך הטלטל a במנוע הוא 40 ס"מ ומחוג גלגל התנופה 15 ס"מ. א) מצא את הזווית הגדולה ביותר (α) שיוצר הטלטל עם ציר המנוע. ב) מצא את הזווית ϕ בה מסתובב גלגל התנופה כאשר הזווית α גדלה מ- 0° עד 10° . (ציור 18)



ציור 18

פרק ז': משפט הקוסינוסים

1. שתי צלעות המשולש הן 40 ס"מ, 50 ס"מ. הזווית ביניהן 65° . מצא את הצלע השלישית.
2. שתי צלעות המשולש הן 35 ס"מ, 40 ס"מ. הזווית ביניהן 132° . מצא את הצלע השלישית.
3. שתי צלעות המשולש הן 3.47 ס"מ ו-4 ס"מ. הזווית ביניהן $82^\circ 30'$. מצא את הצלע השלישית.
4. שתי צלעות המשולש הן 8 ס"מ ו-11 ס"מ. הזווית ביניהן $42^\circ 40'$. מצא את שתי הזוויות האחרות של המשולש.
5. שתי צלעות המקבילית הן 339 מ"מ ו-546 מ"מ. הזווית ביניהן $31^\circ 10'$. מצא את האלכסון הקטן של המקבילית.
6. שתי צלעות המקבילית הן 15 ס"מ ו-18 ס"מ. הזווית ביניהן $98^\circ 51'$. מצא את האלכסון הגדול של המקבילית.
7. אלכסוני המקבילית הם 174 ס"מ ו-152 ס"מ. הזווית ביניהם $46^\circ 24'$. מצא את הצלעות.
8. בסיסו הקטן של טרפז שווה-שוקיים 100 ס"מ. השוק 80 ס"מ. הזווית ביניהם $110^\circ 21'$. מצא את אורך האלכסון.
9. הבסיס הגדול של טרפז שווה-שוקיים הוא 30 ס"מ. השוק 20 ס"מ. הזווית ביניהם $86^\circ 25'$. מצא את אורך האלכסון.
10. בטרפז שווה-שוקיים השוק 20 ס"מ. האלכסון 25 ס"מ. הזווית ביניהם 140° . מהו אורך הבסיס הגדול?
11. בטרפז שווה-שוקיים הבסיס הגדול 24 ס"מ. האלכסון 16 ס"מ. והזווית ביניהם $17^\circ 37'$. מצא את אורך השוק ואת הזווית החדה של הטרפז.
12. בטרפז הבסיס הקטן 10 ס"מ. השוקים 20 ס"מ ו-25 ס"מ. הזווית בין המשכי השוקים היא $82^\circ 49'$. מצא את הבסיס הגדול.
13. שתי צלעות הדלתון 164.2 ס"מ ו-173.6 ס"מ. הזווית ביניהן $64^\circ 10'$. מצא את שאר זוויות הדלתון.
14. צלעות המקבילית הן 8 ס"מ ו-11 ס"מ. הזווית ביניהן 110° . מצא את הזווית בין האלכסון הגדול והצלע הגדולה של המקבילית.

15. צלעות המשולש הן 5 ס"מ, 6 ס"מ, 7 ס"מ. מהו הקוסינוס של הזווית הגדולה ביותר?
16. מצא את הזווית הקטנה ביותר של המשולש שצלעותיו 15.6 ס"מ, 13.3 ס"מ, 20.5 ס"מ.
17. מצא את הזווית הגדולה ביותר של המשולש, שיחס צלעותיו $15:23:34$.
18. מצא את הזווית הגדולה של המשולש שצלעותיו $3:4:\sqrt{37}$.
19. צלעות המשולש הן 346, 603.2, 500 מ"מ. מצא את זוויותיו.
20. צלעות המקבילית הן 32.41 ס"מ, 42.5 ס"מ ואלכסונה 50 ס"מ. מצא את זוויות המקבילית.
21. צלעות המשולש הן 14 ס"מ, 16 ס"מ, 19 ס"מ. מצא את אחת מזוויותיו של המשולש ובעזרתה את שטחו.
22. מצא את הזווית הגדולה של המשולש שצלעותיו 64.4 ס"מ, 43 ס"מ, 29.2 ס"מ ובעזרתה את שטחו.
23. מצא את הזווית הקטנה ביותר של המשולש שצלעותיו 47.6 ס"מ, 34.4 ס"מ, 43.8 ס"מ. ובעזרתה את מחוג המעגל החוסם את המשולש.
24. שתי צלעות המקבילית הן 32.8 ס"מ, 47.4 ס"מ. אלכסונה 26 ס"מ. מצא את שטח המקבילית.
25. שתי צלעות הדלתון הן 42.1 ס"מ ו-37 ס"מ. אלכסונו הראשי 54.1 ס"מ. מהו שטח הדלתון?
26. הבסיסים של טרפז הם 80 ס"מ ו-15.6 ס"מ. שוקיו 29.2 ס"מ ו-43 ס"מ. מצא את הזוויות החדות של הטרפז הזה.
27. בסיסי הטרפז הם 17 ס"מ ו-42 ס"מ. שוקיו 12 ס"מ ו-15 ס"מ. מצא את הזווית בין המשכי השוקים.
28. מצא את הגובה הגדול במשולש, אשר צלעותיו 16 ס"מ, 19 ס"מ, 33 ס"מ.
29. הראה, כי במשולש שיחס צלעותיו $4:5:6$ אחת הזוויות גדולה פי שניים מן השניה.
30. צלעות המקבילית הן 22 ס"מ, 26 ס"מ ואחד האלכסונים הוא 40 ס"מ. מצא את הזווית החדה של המקבילית ואת אלכסונה השני.
31. צלעות המשולש הן 13 ס"מ, 14 ס"מ, 15 ס"מ. מצא את מחוג המעגל (א) החוסם אותו (ב) החסום בו.
32. שטחו של משולש 210 סמ"ר, שתיים מצלעותיו 17 ס"מ ו-25 ס"מ. מצא את אורך הצלע השלישית (הבחן שני מקרים).

33. שלשה מעגלים שמחוגיהם 1 ס"מ, 2 ס"מ, 3 ס"מ משיקים כל אחד לשני האחרים מבחוץ. מהו השטח הכלוא בין המעגלים האלה?

34. צלע המשולש 35 ס"מ, הזווית לידה $40^{\circ}32'$, הגובה לצלע הזו 22 ס"מ. מצא את אורך הצלע מול הזווית הנתונה.

35. זווית המשולש $70^{\circ}36'$ ואורכי הגבהים היורדים על שוקיה 65 ס"מ, 55 ס"מ. מצא את אורך הצלע מול הזווית הנתונה.

36. בתוך משולש שווה צלעות שצלעו 10 ס"מ נמצאת נקודה, אשר מרחקה משני קודקודים של המשולש הם 5 ס"מ ו-7 ס"מ. מצא את מרחקה של הנקודה מן הקודקוד השלישי.

37. זווית המשולש 120° , והיחס בין שוקיה הוא 1:2. מהן שתי הזוויות האחרות של המשולש?

38. במרובע קמור ABCD נתון, כי $\hat{A} = 90^{\circ}$, $AB = 24$ ס"מ, $BC = 28$ ס"מ, $CD = 30$ ס"מ, $AD = 10$ ס"מ. מצא את הזווית C.

39. במשולש ABC נתון: $AB = 10$ ס"מ, $AC = 9$ ס"מ, $BC = 4$ ס"מ. D נמצאת על AB, $AD = 4$ ס"מ. הוכח, כי $CD = \sqrt{31}$ ס"מ.

40. צלע המשולש היא 4.25 ס"מ; הזווית לידה $124^{\circ}38'$ ושטח המשולש הוא 24.23 סמ"ר. מצא את הצלעות האחרות של המשולש.

41. אדם יוצא מביתו צפונה, עובר 17 ק"מ ואח"כ פונה בכיוון של 34° צפונה מן המערב ועובר עוד 13 ק"מ. בכמה התרחק מביתו?

42. אניה יוצאת מן הנמל בכיוון של 55° מזרחית מן הצפון. עוברת 16 ק"מ ופונה בכיוון של 10° מזרחית מן הדרום בעברה 9 ק"מ נוספים. באיזה כיוון ביחס לנמל היציאה נמצאת באוניה?

43. במשולש שצלעותיו 12 ס"מ, 15 ס"מ, 18 ס"מ, העבירו מקבילים לשתי הצלעות הקצרות דרך הקודקודים מול צלעות אלו, וע"י כך נוצרה מקבילית. מצא את אורך האלכסון הגדול של המקבילית הזו.

44. צלעות המשולש הן 22.61 ס"מ, 13.65 ס"מ, 19.6 ס"מ. על הצלע הבינונית באורכה בנו ריבוע שכולו מחוץ למשולש. מצא את אורך הקטע המחבר את הקודקוד מול הצלע הבינונית עם נקודת הפגישה של אלכסוני הריבוע.

45. הבסיס AC של משולש שווה שוקיים ABC הוא 6 ס"מ, והזווית מולו היא 108° . על השוק BC בנו משולש שווה צלעות BCE, כולו מחוץ למשולש ABC. מצא את אורך הקטע AE.

46. במשולש ABC, CD הוא תיכון. נתון כי $CD = 5$ ס"מ, $AC = 8$ ס"מ, $\widehat{ACD} = 60^{\circ}$. מצא אורך הצלע CB.

47. צלעות המשולש הן 7, 8, 10 ס"מ. מצא את אורך חוצה הזווית הגדולה של המשולש.

48. צלעות המשולש הן 15 ס"מ; 21 ס"מ. הזווית ביניהן 110° . מהו אורך חוצה זווית זו?

49. בסיסו של משולש שווה-שוקיים 32 ס"מ והזווית מולו 55° . מצא את אורך הקו התיכון לשוק חמשולש.

50. במרובע ABCD נתון $AB = 14$, $AC = 15$, $BC = 13$, $CD = 9$, $AD = 12$. מצא את אורך BD.

51. שתי צלעות המשולש 3 ו-4 ס"מ. הזווית ביניהן 130° . מצא את אורך התיכון לצלע השלישית.

52. במשולש ABC נתון $AB = 8$ ס"מ, $AC = 9.6$ ס"מ, והגובה $CD = 6$ ס"מ. מצא את קוטר המעגל החוסם את המשולש.

53. שלש צלעות המשולש הן 12 ס"מ, 13 ס"מ, 18 ס"מ. מצא את הקוסינוס של הזווית הקטנה ובעזרתה את אורך התיכון השייך לצלע הגדולה ביותר.

54. שתי צלעות המשולש 5 ו-8 ס"מ. אורך התיכון לצלע השלישית 6 ס"מ. מצא את זוויות המשולש.

55. צלע המשולש 21 ס"מ, הזווית מולה 60° . סכום שתי הצלעות האחרות הוא 39 ס"מ. מצא את הצלעות האחרות.

56. צלע המשולש 70 ס"מ, הזווית מולה 120° . מצא את הצלעות האחרות, אם נתון, כי אחת מהן גדולה ב-20 ס"מ מן השניה.

57. 4 צלעות המרובע הן (לפי הסדר) 4:5:7:10 ס"מ. הזווית בין שתי הצלעות הקטנות היא 145° . מצא את הזווית בין שתי הצלעות הגדולות.

58. צלעות המרובע הן, לפי הסדר 11, 10, 9, 7 ס"מ. מצא את הזווית בין שתי הצלעות הקטנות, אם ידוע, כי היא שווה לזווית בין שתי הצלעות הגדולות.

59. במרובע ABCD נתון, כי $AB = 4$ ס"מ, $BC = 6$ ס"מ, $AD = 8$ ס"מ, $\widehat{B} = 131^{\circ}49'$, $\widehat{D} = 60^{\circ}$. מצא את הצלע CD.

פרק ח': בעיות בהנדסת המישור

1. ח. בטרפז שווה שוקיים הבסיסים הם a ו- b ; $(a > b)$. הזווית בין המשני השוקיים היא α . מצא את שטח הטרפז.
2. ח. שני מעגלים שמחוגיהם 93.3 ס"מ ו-6.7 ס"מ נוגעים אחד בשני מבחוץ. מצא את הזווית בין המשיקים החיצוניים המשותפים לשני המעגלים.
3. ח. בטרפז שווה שוקיים הבסיס הקטן, השווה לשוק, הוא a . הזווית בין השוק והבסיס הקטן היא α . הראה, כי אורך קו האמצעים של הטרפז הוא $a(1 - \cos \alpha)$ או $2a \sin^2 \frac{\alpha}{2}$.
4. ח. הנקודה E נמצאת על הצלע AB של המקבילית $ABCD$ בעלת זווית α . מעגל שמחוגו R ומרכזו ב- E עובר דרך הקודקוד B , ומשיק לצלעות AD ו- DC . מצא את שטח המקבילית.
5. ח. במשולש ABC הזווית C ישרה, $AC = 25$ ס"מ, $\angle B = 33^\circ$. מעגל, שקוטרו הגובה CD , חותך את הניצב BC בנקודה E . מצא אורך הקטע CE .
6. ח. זווית הראש של משולש שווה שוקיים היא 56° . במשולש הורדו הגבהים על הבסיס ועל השוק. לאילו חלקים התחלק הגובה על השוק, אם אורך השוק הוא 12.86 ס"מ?
7. ח. שטחו של מצולע משוכלל 400 סמ"ר ואחת מזוויותיו $157^\circ 30'$. מצא את המרחק הגדול ביותר בין שניים מקודקודי המצולע.
8. ח. במעגל שמחוגו 5 ס"מ חסום טרפז שבבסיסו הגדול 10 ס"מ, והזווית לידו 70° . מצא אורך קו האמצעים של הטרפז.
9. ח. בטרפז שווה שוקיים, שבבסיסו הקטן 8 ס"מ, נחצית אחת הזוויות, שהיא בת 66° . ע"י האלכסון, מצא את שטח הטרפז.
10. ח. בטרפז שווה שוקיים הבסיס הגדול 20 ס"מ, ואחת הזוויות, הנחצית ע"י האלכסון, היא 102° . מצא את שטח הטרפז.
11. ח. במשולש ABC נתון: $BC = 9.16$ ס"מ, BC הגובה 4.9 ס"מ, $\angle D$ והתיכון $BE = 7.7$ ס"מ. מצא (בשני מקרים) את הצלע AC .

12. ח. במעגל שמחוגו 15 ס"מ חסום משולש שאחת מצלעותיו 12 ס"מ ואילו הגובה היורד על צלע שניה הוא 4 ס"מ. מצא את אורך הצלע השנייה.
13. ח. במרובע $ABCD$ נתון $\angle A = \angle C = 90^\circ$, $\angle B = 116^\circ$. אורך האלכסון BD הוא 10 ס"מ. מצא אורך האלכסון AC .
14. ח. שני מעגלים שווים, שמרכזיהם B ; A משיקים האחד לשני. הישר k משיק לשני המעגלים בנקודות D ; C . הנקודה E היא על הישר k . נתון, כי $CD = DE$. מצא את הזווית $\angle AEB$.
15. ח. במשולש ABC נתון $AB = AC$, $\angle A = 46^\circ$. מעגל שמרכזו נמצא על השוק AC , ומחוגו 8 ס"מ משיק לצלעות האחרות של המשולש. מצא את אורך בסיס המשולש BC .
16. ח. במשולש ישר זווית ABC מחלק האנך המרכזי של היתר AB את הניצב AC לשני קטעים: AN ו- CN . נתון, כי $AN : CN = 0.6$. מצא את הזווית $\angle A$.
17. ח. שתיים מזוויות הנגדיות של הדלתון הן 40° ו- 130° . מחוג המעגל החסום בדלתון זה הוא 10.5 ס"מ. מצא את שטח הדלתון.
18. ח. בטרפז ישר זווית, שזוויתו החדה $64^\circ 32'$, חסום מעגל. המרחק בין מרכז מעגל זה ובין קודקוד הזווית החדה הוא 23.4 ס"מ. מצא את היקף הטרפז.
19. ח. במעגל שמחוגו R חסום משולש ישר זווית בעל זווית חדה α . מצא את אורך המיתר החוצה (A) את הזווית α (B) את הזווית הישרה.
20. ח. במשולש שווה שוקיים ABC החסום במעגל נתון הבסיס $BC = 7.8$ ס"מ, והזווית מולו $40^\circ 20'$. מצא את אורך מיתר המעגל העובר דרך הקודקוד C והמאונך לצלע מולו.
21. ח. משולש ABC חסום במעגל. נתון, כי $AB = m$, ו- $\angle A = \hat{A}$. דרך הקודקוד A של המשולש העבר משיק למעגל, שיצר זווית β עם הצלע AB . מצא את אורך הצלע AC .
22. ח. ABC הוא משולש ישר זווית. הניצב $AB = 6$ ס"מ, והיטלו של הניצב השני AC על היתר הוא 5 ס"מ. מצא את הזווית $\angle C$.
23. ח. במשולש ישר זווית, שיתרו 13 ס"מ, הגובה היורד על היתר הוא 6 ס"מ. מצא את הזווית הקטנה של המשולש.
24. ח. מעוין שזוויתו החדה α , ושטחו S , חוסם מעגל. הוכח, כי שטח מעגל זה הוא $\frac{\pi}{4} S \sin \alpha$.

25. ח. במשולש ABC נתון $AB = c$, $\hat{A} = \alpha$. חוצה זווית A פוגש את הגובה היוצא מהקודקוד B בנקודה E. הוכח, כי שטח המשולש AEB הוא $0.5 c^2 \cos \alpha \tan \frac{\alpha}{2}$.

26. ח. מנקודה שמחוץ למעגל יוצאים משיק וחיתך למעגל, העובר דרך מרכזו. הזווית בין המשיק ובין החיתך, שאורכו 20 ס"מ, היא 29° . מצא את אורך המשיק.

27. ח. צלע המשולש a, והזווית מולה α . מצא שטח משולש שאחת מצלעותיו היא a, והקודקוד מולה הוא מרכז המעגל החוסם את המשולש הראשון.

28. ח. במשולש שווה שוקיים הבסיס הוא $2a$ והזווית לידו β . נתון, כי $\sin \beta = 0.6$. במשולש חסום ריבוע, אשר שנייה מקודקדיו על הבסיס ושניים האחרים על השוקיים. מצא את אורך צלע הריבוע.

29. ח. האלכסונים של טרפז ישר זווית מאונכים זה לזה. השוק הקטנה של הטרפז היא 57 מ"מ, והזווית בין שוק זו ובין האלכסון הקטן היא $35^\circ 16'$. מצא את שטח הטרפז.

30. ח. במשולש ABC שבו $AB = AC$, $\hat{B} = 49^\circ 16'$ חסום מעגל הנוגע בשוקיים בנקודות M ו-N, ובצלע BC בנקודה P. אורך BC הוא 7.8 ס"מ. מצא את אורך מחוג המעגל ואת הצלעות של המשולש MNP.

31. ח. במשולש ABC חסום מעוין כך שאחד מקודקדיו בנקודה A וכל אחד מן הקודקודים האחרים על צלע אחרת של המשולש. נתון: $\hat{A} = 72^\circ 18'$, $\hat{B} = 68^\circ 14'$. צלע המעוין 77 מ"מ. מצא אורך הצלע AB ואת מחוג המעגל החוסם את המשולש.

32. ח. הבסיס הגדול של טרפז שווה שוקיים הוא 24 ס"מ. האלכסון המאונך לשוק יוצר זווית בת 35° עם הבסיס הגדול. מצא את הבסיס הקטן של הטרפז.

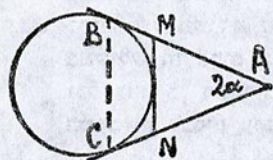
33. ח. במעוין ABCD הנקודה N נמצאת על CD, והנקודה M על AD. נתון, כי $DN = DM$, $\widehat{MBN} = 72^\circ 18'$, $\widehat{MBN} = 74^\circ 18'$. מצא את צלעות המשולש MBN.

34. ח. במעגל מעבירים מיתר AC, שאורכו m, היוצר זווית α עם הקוטר AB. בנקודה C מעבירים משיק למעגל, החותך את המשך הקוטר AB בנקודה E. מצא בנוסחה את אורך הקטע CE, והצב $m = 16$ ס"מ, $\alpha = 28^\circ$.

35. ח. במעגל מעבירים שני מיתרים מקבילים במרחק 15.88 ס"מ זה מזה. מרכז המעגל נמצא בין המיתרים. אחד המיתרים שייך לקשת בת 100° , והשני לקשת בת 38° . מצא את מחוג המעגל.

36. ח. בסיסו של טרפז שווה שוקיים הם 20 ס"מ ו-14 ס"מ. והשוק 5 ס"מ. מצא את הזווית החדה בין אלכסוני הטרפז.

37. ח. בציור 19 נתון: AB, AC משיקים למעגל, שמחוגו R. $\widehat{BAC} = 2\alpha$. MN משיק למעגל המקביל למיתר BC. מצא את אורך הקטע MN.



ציור 19

38. ח. אורך האנך, היורד מאמצע הבסיס הגדול של טרפז שווה שוקיים לשוק הוא 15 ס"מ. האנך הזה החוצה את השוק, יוצר זווית בת 28° עם הבסיס הגדול. מצא את שטח הטרפז.

39. ח. במעגל שמחוגו 10 ס"מ העבירו מיתר שאורכו 12 ס"מ. מיתר שני, החוצה מיתר זה, הוא בעל אורך של 13 ס"מ. מצא את הזווית החדה בין שני המיתרים.

40. ח. אחת הזוויות של משולש ישר זווית היא בת 28° . מרחק קודקוד זווית זו ממרכז המעגל החסום במשולש הוא 12 ס"מ. מצא את שטח המשולש.

41. ח. זוויות המשולש ABC הן α, β, γ . מרחקו של מרכז המעגל החוסם את המשולש מהצלע AB הוא m. הוכח, כי שטח המשולש הוא $\frac{2m^2 \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma}{\cos^2 \gamma}$.

42. ח. שתיים מצלעות המשולש הן 18 ס"מ, 20 ס"מ והתיכון לצלע הקטנה שביניהן הוא 24 ס"מ. מצא את אורך הצלע השלישית של המשולש.

43. ח. במשולש ABC נתון, כי $BC = 176$ ס"מ, התיכון BD הוא 111.5 ס"מ, $\widehat{BDC} = 107^\circ 13'$. מצא את אורך קו האמצעים DE, המקביל לצלע AB.

44. ח. במשולש נתונות שתי צלעות 7.5 ס"מ, 5.44 ס"מ והתיכון לצלע השלישית 4.12 ס"מ. מהי הזווית בין הצלעות הנחונות?

43. ח. בסיסו הגדול של טרפז שווה שוקיים הוא m , הזווית לידו 2α , והבסיס הקטן שווה לשוק. מצא את אלכסון הטרפז ואת הבסיס הקטן.

46. ח. במשולש ABC נתון, כי $\widehat{B} = \beta$, $\widehat{C} = \gamma$, $BC = a$. הוא מרכז מעגל החסום במשולש. E היא נקודה על AC. $OE \parallel BC$. מצא את אורך הקטע OE.

47. ח. הגובה על בסיסו של משולש שווה שוקיים גדול פי 3 מ הגובה על השוק. מצא את זווית הבסיס של המשולש.

48. ח. בסיסו של משולש שווה שוקיים הוא $2a$. והזווית פילו 2α . במשולש זה חסום מלבן, אשר שני מקודקדיו על הבסיס וכל אחד מן האחרים על אחת משוקי המשולש. צלע המלבן, המקבילה לבסיס עוברת דרך מרכז המעגל החסום במשולש

$$\text{זה. הראת, כי שטח מלבן זה שווה } \frac{a^2 \sin(45^\circ - \frac{\alpha}{2})}{\cos^3(45^\circ - \frac{\alpha}{2})}$$

49. ח. על הצלעות AB ו-AD של המלבן ABCD בנו, בתוך המרובע, שני חצאי מעגלים, אשר נחתכו בנקודה E. נתון $AE = a$. מצא את שטח המלבן ואת אלכסונו.

50. ח. בטרפז ישר זווית, שאחת מזוויותיו 40° , חסום מעגל שמחוגו 9 ס"מ. מצא את שטח הטרפז.

51. ח. אחת מזוויותיו של טרפז שווה שוקיים היא 64° . מעגל שמחוגו 15 ס"מ, ואשר מרכזו באמצע הבסיס הגדול משיק לשתי השוקיים וגם לבסיס הקטן. מצא את שטח הטרפז.

52. ח. טרפז שאחת מזוויותיו 65° חסום במעגל שמחוגו 14.8 ס"מ. קוטר המעגל הוא הבסיס הגדול של הטרפז. מצא את שטח הטרפז.

53. ח. במשולש ישר זווית שיתרו 10 ס"מ, והזווית החדה 13° חסום ריבוע אשר שני מקודקדיו על היתר ושניים האחרים כל אחד על ניצב אחר. מהי צלע הריבוע?

54. ח. במעגל שמחוגו 20 ס"מ חסום משולש שווה שוקיים ובו זווית הבסיס 38° . חוצה זווית זו חותך את השוק הנגדי בנקודה A ואת המעגל בנקודה B. מהו אורך הקטע AB?

55. ח. קוטר של מעגל הוא 16 ס"מ. דרך נקודה על הקוטר, במרחק של 4 ס"מ ממרכז המעגל, העבירו מיתר שאורכו 14 ס"מ. מצא את הזווית בין הקוטר והמיתר.

56. ח. במעגל שמחוגו מטר אחד חסומים 20 מעגלים שווים הנוגעים בו. כל אחד מן המעגלים נוגע בשני מעגלים סמוכים. מצא מחוג אחד המעגלים האלה.

57. ח. בטרפז שווה שוקיים שגובהו 20 ס"מ וזווית הבסיס 72° חסום מעגל. מצא את שטח הטרפז.

58. ח. בתוך מחומש משובלל חסום מחומש משובלל אחר, כך שכל אחד מקודקדיו מחלק את אחת מצלעות המחומש הראשון לפי היחס $1:2$. מהו יחס השטחים של שני המחומשים?

59. ח. בסיסי הטרפז הם a ו- b ($a > b$). הזווית ליד הבסיס הגדול הן α ; β . הוכח, כי שטח הטרפז שווה $\frac{(a^2 - b^2) \sin \alpha \sin \beta}{2 \sin(\alpha + \beta)}$.

60. ח. בטרפז ABCD נתון $\widehat{B} = \widehat{A} = 90^\circ$, $\widehat{D} = \alpha$. BC הוא הבסיס הקטן. מעגל העובר דרך הקודקודים A, B, C חוצה את הבסיס הגדול AD. הוכח, כי אם מחוג המעגל הזה הוא R, אז שטח הטרפז שווה $6R^2 \sin \alpha \cos \alpha$.

61. ח. מעגל שמחוגו R משיק לשלוש צלעות של המקבילית ועובר דרך אחד מקודקדיה. נתונה הזווית החדה α של המקבילית. הוכח, כי שטח המקבילית הוא $2R^2 \cot \frac{\alpha}{2}$ או $2R^2 \tan \frac{\alpha}{2}$.

62. ח. מעגל, שקוטרו האלכסון הקטן של המקבילית, בעלת זווית חדא α , משיק לצלע הקטנה a של המקבילית. מצא את יחס השטחים של המעגל והמקבילית.

63. ח. במעגל חסום מרובע, שצלעותיו הן לפי הסדר, $6; 7; 4; 3$ ס"מ. מצא את הזווית בין שתי הצלעות הגדולות. את האלכסון מול זווית זו, ואת מחוג המעגל.

65. ח. בטרפז שבסיסו הגדול 10 ס"מ העבירו מעגל, כך שהישיק לבסיס הזה ולשתי השוקיים, ועבר דרך קצות הבסיס הקטן. הזווית החדה של הטרפז היא 36° . הוכח כי הטרפז הוא שווה שוקיים. (ב) חשב את שטחו.

66. ח. α, β, γ הן זוויות המשולש. הוכח, כי

$$\sin \alpha + \sin \beta > \sin \gamma \quad (א)$$

$$\sin \alpha - \sin \beta < \sin \gamma \quad (ב)$$

67. ח. זווית הבסיס של משולש שווה שוקיים היא α . הוכח, כי היחס בין מחוג המעגל החסום במשולש ובין מחוג המעגל החסום אותו הוא $\tan \frac{\alpha}{2} \sin 2\alpha$.

68. א. אורך התיכון לצלע המשולש הוא m , והזווית שהוא יוצר עם שתי הצלעות האחרות הן α, β . מצא את שטח המשולש, והצב $12 \text{ ס"מ} = m$; $\beta = 30^\circ$; $\alpha = 45^\circ$.

69. ח. אורך חוצה הזווית הקהה 2α של מקבילית הוא m . החוצה הזו חוצה גם את צלע המקבילית. הוכח, כי שטח המקבילית

$$\text{שווה } m^2 \tan \alpha \text{ או } \frac{m^2 \sin 2\alpha}{2 \cos^2 \alpha}$$

70. ח. בטרפז ישר זווית הזווית החדה היא 2α , והשוק הארוכה $2m$. נתון, כי חוצי הזווית שליד השוק הארוכה נפגשים על השוק הקצרה. הוכח, כי שטח הטרפז שווה $2m^2 \sin 2\alpha$.

71. ח. שני מעגלים משיקים זה לזה מבפנים. ממרכזו של המעגל הגדול, שמחוגו 12 ס"מ , רואים את המעגל הקטן בעזרת ראייה בת 102° . מצא את מחוגו של המעגל הקטן.

72. ח. במעגל חסום משולש אשר זוויותיו $70^\circ, 60^\circ, 50^\circ$ דרך קודקוד הזווית הקטנה מעבירים קוטר, המחלק את הצלע ממול לשני קטעים. מהו היחס בין קטעים אלה?

73. ח. שתי צלעות סמוכות של מקבילית הן a ו- b , והזווית החדה ביניהן היא α . דרך הקודקוד מול α העבירו ישר המקביל לאלכסון הקטן של המקבילית. הישר הזה יצר יחד עם המשך הצלעות a ו- b משולש. הוכח, כי שטח משולש זה הוא $2ab \sin \alpha$.

74. ח. במקבילית ABCD נתון, כי $AB = 20 \text{ ס"מ}$, $AD = 8 \text{ ס"מ}$, והזווית $\widehat{BAD} = 50^\circ$. דרך הקודקודים A, B ; D של המקבילית עובר מעגל, החותך את הצלע DC בנקודה E . מצא את שטח המרובע ADEB.

75. ח. במשולש שווה-שוקיים נתון $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = \alpha$. מעגל שקוטרו הבסיס BC חותך את השוקיים בנקודות M ו- N . הוכח, כי $MN = a \cos \alpha$.

76. ח. משולש שצלעו a והזווית לידה γ , β חסום במעגל. קוטר המעגל המקביל לצלע a חותך את שתי הצלעות האחרות

$$\text{בנקודות } M \text{ ו-} N. \text{ הוכח, כי } MN = \frac{a \sin(90^\circ + \gamma - \beta)}{2 \sin \gamma \sin \beta}$$

והצב $18 \text{ ס"מ} = a$, $\beta = 75^\circ$, $\gamma = 65^\circ$.

77. א. הגובה על בסיסו של משולש שווה-שוקיים הוא 4 ס"מ . חוצה הזווית החיצונית ליד הבסיס של המשולש חותך את המשך הגובה הזה במרחק של 6 ס"מ מן הבסיס. מצא את זווית הבסיס.

78. ח. יתרו של משולש ישר-זווית הוא c , הזווית מול הניצב הגדול היא α . הוכח בעזרת ציור מתאים, כי הפרש שני הניצבים שווה $c \sqrt{2} \sin(\alpha - 45^\circ)$.

79. ח. במשולש ABC נתונה $\widehat{C} = 120^\circ$. חוצה הזווית הפנימית A נפגש בחוצה הזווית החיצונית ליד B בנקודה D. נתון $AD = 5 \text{ ס"מ}$, $BD = 8 \text{ ס"מ}$. מצא את אורך הצלע AB. (הדרכה: הוכח, כי $\widehat{ADB} = \frac{1}{2} \widehat{C}$.)

80. ח. במשולש ABC שאינו שווה-שוקיים חותך חוצה הזווית C את האנך האמצעי של הצלע AB בנקודה D. הוכח, כי:

$$\overline{AC} + \overline{CB} = 2\overline{CD} \cos \frac{1}{2} C$$

81. ח. זווית הבסיס של משולש שווה-שוקיים היא α . מעגל, שקוטרו הגובה על הבסיס של המשולש מחלק כל אחת מן השוקיים לשני קטעים. הוכח, כי היחס בין אורכי קטעים אלה הוא $\tan^2 \alpha$.

82. ח. זווית הבסיס של משולש שווה שוקיים היא α . מעגל שקוטרו הגובה על אחת השוקיים של המשולש מחלק את הבסיס לשני קטעים. הוכח, כי יחס אורכיהם של שני קטעים אלה הוא $\tan^2 \alpha$.

83. ח. הבסיס BC במשולש שווה שוקיים הוא 20 ס"מ . חוצה הזווית B חותך את הצלע AC בנקודה D, וחוצה הזווית ADB מאונך לשוק AB, וחותך אותה בנקודה E. חשב את שטח המשולש ADE.

84. ח. הבסיס של משולש שווה-שוקיים ABC הוא AB, אורך השוק $BC = a$, AM ו- BN הם הגבהים על השוקיים α היא זווית הבסיס. הוכח, כי שטחו של הטרפז ABMN הוא $0.5a^2 \sin^2 2\alpha$.

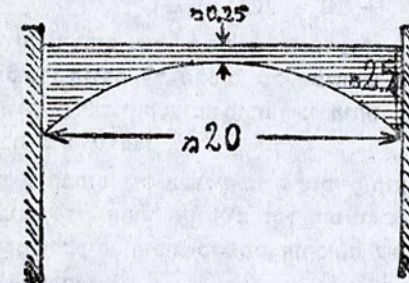
85. ח. מנקודה A יוצאים שני משיקים למעגל, שמחוגו 25 ס"מ . הזווית בין המשיקים היא $73^\circ 44'$. משיק שלישי למעגל הזה עובר דרך נקודה על המעגל הקרובה ביותר לנקודה A. מהו אורך קטע המשיק השלישי הנמצא בין שני המשיקים הראשונים?

ח.86. על הצלע הקצרה של המלבן כקוטר בונים מעגל החותך את אלכסון המלבן, ומחלק אותו לשני קטעים: אחד 2 ס"מ והשני 8 ס"מ. מצא את הזווית בין אלכסוני המלבן.

א.87. הזווית החדה של מעוין היא 60° . מצא את הזווית בין הקטעים המחברים אמצע של אחת מצלעותיו עם קצות הצלע מולה.

ח.88. במקבילית ABCD הנקודה E נמצאת על DC, $AE = m$ הוא חוצה זווית A, שהיא α . נתון כי EB מאונך ל-AB. מצא את שטח המשולש ABC.

ח.89. חלקו העיקרי של גשר הוא גוש בטון מזויין שאורך שטחו העליון 20 מ' ורוחבו 5 מ', וחלקו התחתון מקומר (בצורת חלק של גליל עגול, כמצוייר). עובי הגשר במרכז 25 ס"מ ובקצוות עוביו 2.5 מ'. מהו משקלו של חלק גשר זה. אם משקל כל מטר מעוקב בטון הוא 2.75 טון. (ציור 20)



ציור 20

פרק ט': בעיות בהנדסת המרחב

1.8. דרך נקודה A על מישור Q עובר ישר k הנטוי למישור בזווית α . הנקודה B היא על k, ונתון כי $AB = m$. מצא מרחק הנקודה B מן המישור Q.

2.8. באיזו זווית נטוי קטע, שאורכו 30 ס"מ למישור, אם היטלו על מישור זה הוא 22 ס"מ?

3.8. נקודה נמצאת במרחק 15 ס"מ ממישור ונקודה שניה נמצאת במרחק 25 ס"מ ממישור זה. המרחק בין היטלי שתי הנקודות על המישור הוא 40 ס"מ. מצא את זווית הנטיה של הישר העובר דרך שתי הנקודות הנ"ל לגבי המישור.

4.8. מנקודה, הנמצאת במרחק m ממישור, יוצאים שני משופעים, היוצרים כל אחד זווית α עם המישור הזה. מצא את המרחק בין קצות המשופעים, אם ידוע, כי היטליהם מאונכים זה לזה.

5.8. מנקודה, הנמצאת במרחק 20 ס"מ ממישור יוצאים שני משופעים למישור, המאונכים זה לזה, והיוצרים עם המישור זוויות בנות 36° ו- 45° . מצא את המרחק בין עקבי המשופעים על המישור.

6.8. מנקודה במרחק 50 ס"מ ממישור יוצאים שני משופעים שאורך כל אחד מהם מטר אחד. הזווית בין היטלי המשופעים היא בת 120° . מהו המרחק בין עקבי המשופעים במישור?

7.8. דרך הנקודה A במישור P מעבירים משופע AB, אשר אורכו 6 ס"מ, והנטוי בזווית בת $40^\circ 20'$ למישור. דרך הקצה B של המשופע מעבירים משופע שני, שאורכו 5 ס"מ. באיזו זווית נטוי המשופע השני למישור P?

8.8. מנקודה שמרחקה ממישור 12 ס"מ יוצאים שני משופעים לאותו המישור. המרחק בין עקבי המשופעים הוא 20 ס"מ. וזוויות הנטיה שלהם למישור הן בנות 30° ו- 45° . מצא את הזווית בין המשופעים.

9.8. מנקודה יוצאים שני משופעים למישור אחד. היטלו של כל אחד מהם על המישור הזה הוא α והזווית בין ההיטלים היא α . הזווית בין המשופעים היא β . מצא את אורך כל אחד מן המשופעים היוצאים מן הנקודה.

10. ב. בקודקוד הזווית A של משולש ABC העמידו אנך AD למישור המשולש הזה. נתון, כי $AD = 15$ ס"מ, $\angle BAC = 60^\circ$. מצאו את אורך הצלע BC.
11. ב. בקודקוד A של ריבוע ABCD, שאורך צלעו a מעמידים אנך AE למישור הריבוע. נתון, כי $AE = 2a$. (א) באיזו זווית נטוי הקטע CE למישור הריבוע? (ב) מהי הזווית בין הישר BC ובין המישור ABC?
12. ב. שני מישורים מקבילים זה לזה. קטע שאורכו 14 ס"מ, והמחבר שתי נקודות, שכל אחת מהן על אחד משני המישורים האלה, נטוי לאחד המישורים בזווית של $29^\circ 12'$. קטע שני מאותו סוג נטוי לאחד המישורים בזווית של $43^\circ 18'$. מצאו את אורכו של הקטע השני.
13. ב. דרך נקודה A על מישור עובר משופע AB, שאורכו a והנטי בזווית בת 40° למישור. AC הוא קטע במישור, המאונך להיטל של AB, ואורכו n. מצאו את נטיה המשופע BC למישור.
14. ב. היתר AB של משולש ישר-זווית ABC נמצא במישור P, והקודקוד C מחוץ למישור זה. נתון האורך של הניצב $AC = b$, וזווית נטיתו למישור P היא α . נטיה הניצב השני למישור P היא β . מצאו את אורך היתר. הצב: $b = 10$ ס"מ; $\alpha = 75^\circ 31'$; $\beta = 14^\circ 29'$.
15. ב. מצאו את הזווית בין אלכסון הקוביה ובין בסיסה.
16. ב. מצאו את הזווית בין שני אלכסונים של קוביה.
17. ב. צלעות הבסיס של תיבה הן a ו-3a. גובה התיבה הוא 2a. באיזו זווית נטוי אלכסון התיבה לבסיסה?
18. ב. בסיסה של תיבה הוא ריבוע, שצלעו a. גובה התיבה הוא 2a. מצאו את זווית הנטיה של אלכסון התיבה לאחת מפאותיה.
19. ב. בסיסה של תיבה הוא ריבוע שצלעו 20 ס"מ. קטע המחבר את מרכז אחד מבסיסי התיבה עם אחד מקודקודי הבסיס השני נטוי בזווית 24° לאחת הפאות הצדדיות. מצאו את גובה התיבה.
20. ב. שני מישורים חותכים זה את זה. מרחק נקודה הנמצאת באחד משני המישורים האלה מהישר המשותף לשני המישורים גדול פי 3 ממרחק הנקודה הזו מן המישור השני. מצאו את הזווית בין שני המישורים.

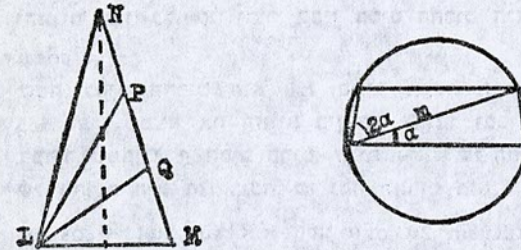
21. ב. נקודה נמצאת במרחק של 3 ס"מ ושל 5 ס"מ משני מישורים נחתכים. מרחקה של אותה הנקודה מהישר המשותף של שני המישורים הוא 6 ס"מ. מצאו את הזווית בין שני המישורים.
22. ב. זווית בין שני מישורים היא α . נקודה נמצאת במרחק m מכל אחד מהם. מצאו את מרחק הנקודה הזו מהישר המשותף של שני המישורים.
23. ב. שני מישורים P ו-Q מאונכים זה לזה. על קו החיתוך שלהם מסומנות הנקודות A ו-C, שהמרחק ביניהן 3 ס"מ. במישור P מעבירים אנך CD שאורכו 4 ס"מ, לישר החיתוך, ובמישור Q מעבירים אנך AB שאורכו 6 ס"מ לישר החיתוך. מהי נטיה המשופע BD לכל אחד משני המישורים?
24. ב. שני קודקודים A, B של הריבוע ABCD הם על המישור P, ושני הקודקודים האחרים נמצאים מחוץ למישור זה. הזווית בין המישור P ובין מישור הריבוע היא 54° . מצאו את זווית הנטיה של אלכסון הריבוע למישור P.
25. ב. אחת מצלעותיו של משולש שווה-צלעות נמצאת על מישור P. הקודקוד A מול הצלע הזו הוא מחוץ למישור. אורך צלע המשולש הוא a. והזווית בין מישור המשולש ובין המישור P הוא α . מצאו את מרחק הקודקוד A מן המישור P.
26. ב. ניצביו של משולש ישר-זווית, שהם 3 ס"מ ו-4 ס"מ הם מחוץ למישור P, ואילו היתר הוא על המישור הזה. נטיה הניצב הגדול למישור P היא 30° . מצאו את הזווית בין מישור המשולש ובין המישור P.
27. ב. הגובה של מנסרה משולשת משוכללת וישרה הוא h, וזווית הנטיה של הקטע המקשר קודקוד הבסיס העליון עם אמצע המקצוע הנגדי (בבסיס התחתון) לבסיס היא α . הוכח כי נפח המנסרה הוא $\frac{1}{3} h^3 \sqrt{3} \cot^2 \alpha$.
28. ב. במנסרה משולשת משוכללת אלכסון כל פאה צדדית הוא k, והזווית בין שני אלכסונים כאלה היוצאים מקודקוד אחד היא 2α . הוכח כי שטח בסיס המנסרה הוא $k^2 \sqrt{3} \sin^2 \alpha$.
29. ב. הבסיס של פירמידה ישרה הוא ריבוע, שצלעו a. זווית הנטיה של כל פאה לבסיס הפירמידה היא α . מצאו: (א) נפח הפירמידה, (ב) שטח פאה אחת.
30. ב. הבסיס של פירמידה ישרה הוא ריבוע, שצלעו a. זווית הנטיה של כל מקצוע צדדי לבסיס היא β . מצאו את נפח הפירמידה.

31. גובהה של פירמידה מרובעת משוכללת וישרה הוא h , והזווית בין גובה זה והפאה היא α . מצא את מעטפת הפירמידה.
32. הגובה של פירמידה מרובעת משוכללת וישרה גדול פי 2 מצלע בסיסה. מצא את הזווית α בין הפאה והבסיס, (ב) בין המקצוע הצדדי והבסיס, (ג) בין שני מקצועות צדדיים נגדיים.
33. צלע הבסיס של פירמידה משולשת משוכללת וישרה הוא a , ואורך המקצוע הצדדי שלה הוא $2a$. מצא α את הזווית בין הפאה והבסיס, (ב) את הזווית בין המקצוע הצדדי והבסיס.
34. בפירמידה משולשת משוכללת וישרה נתון הגובה h והזווית בינו ובין המקצוע הצדדי α . מצא את נפח הפירמידה.
35. הזווית בין הגובה h של פירמידה משולשת משוכללת וישרה ובין גובה הפאה היא α . מצא את מעטפת הפירמידה.
36. בסיסה של פירמידה משוכללת וישרה הוא מחומש, החסום במעגל שמחוגו R . זווית הנטיה של המקצוע הצדדי לבסיס היא α . הראה, כי נפח הפירמידה הוא
- $$\frac{5}{6} R^3 \sin 72^\circ \tan \alpha$$
- והצב $\alpha = 18^\circ$; $R = 12$ ס"מ.
37. צלע בסיסה של פירמידה מעושרת משוכללת וישרה היא $2a$ ונטיית הפאה הצדדית לבסיס היא β . הראה, כי נפח הפירמידה הוא $\frac{10}{3} a^3 \cot^2 18^\circ \tan \beta$ והצב $a = 3$ ס"מ; $\beta = 18^\circ$.
38. בסיסה של פירמידה הוא משולש שווה-שוקיים, שהשוק שלו היא a והזווית מול בסיסו β . המקצוע הצדדי העובר דרך קודקוד זווית זו מאונך לבסיס הפירמידה, ואורכו כאורך בסיס המשולש. (א) מצא את נפח הפירמידה. (ב) נתון $\beta = 40^\circ$. מצא את זווית הנטיה של הפאה הגדולה של הפירמידה לבסיסה.
39. הבסיס של פירמידה ישרה הוא מלבן, שצלעותיו m ו- $2m$. זווית הנטיה של הפאה העוברת דרך הצלע הגדולה של הבסיס לבסיס היא 65° . מצא את זווית הנטיה של הפאה השנייה לבסיס.
40. הוכח: אם שטח הבסיס של פירמידה ישרה ומשוכללת הוא B , מעטפתה M , והזווית בין כל פאה צדדית והבסיס היא α , חרי
- $$\frac{B}{M} = \cos \alpha$$

41. הקו היוצר של החרוט הוא l , הזווית בינו ובין גובה החרוט היא α . מצא את נפח החרוט ואת פניו.
42. הזווית בין הקו היוצר של החרוט ובין בסיסו היא β . גובה החרוט הוא h . מצא את נפח החרוט ואת מעטפתו והצב $\beta = 53^\circ 8'$; $h = 7.5$ ס"מ.
43. החתך הציורי של חרוט הוא משולש שווה-שוקיים, אשר בסיסו $2a$, והזווית מולו 2α . מצא את נפח החרוט ואת מעטפתו.
44. הוכח: אם שטח הבסיס של חרוט ישר הוא B , מעטפתו M והזווית בין כל קו יוצר לבין בסיס החרוט היא α , הרי
- $$\frac{B}{M} = \cos \alpha$$
- שטח בסיס החרוט הוא 120 סמ"ר ושטח המעטפת שלו 155 סמ"ר. מצא את הזווית בין הקו היוצר ובסיס החרוט.
46. בכדור שמחוגו R חסום חרוט. זווית הראש של החתך הציורי של החרוט היא 2α . הוכח, כי נפח החרוט הוא
- $$\frac{1}{3} \pi R^3 \sin^2 2\alpha \cot \alpha \quad \text{או} \quad \frac{1}{3} \pi R^3 \sin^2 2\alpha (1 + \cos 2\alpha)$$
- או $\frac{8}{3} \pi R^3 \cos^4 \alpha \sin^2 \alpha$, והצב $R = 8.2$ ס"מ; $\alpha = 29^\circ 36'$.
47. זווית הראש של החתך הציורי של חרוט היא בת 100° . בתוך החרוט הזה חסום כדור שמחוגו 6 ס"מ. מצא את נפח החרוט.
48. החתך הציורי של חרוט הוא משולש שווה-שוקיים אשר שטחו S וזווית הראש שלו α . מצא את מעטפת החרוט והצב $S = 300$ סמ"ר; $\alpha = 58^\circ$.
49. מחוג הבסיס של חרוט הוא R וזווית הנטיה של הקו היוצר לבסיס היא α . גליל חסום בחרוט באופן שבסיסו האחד על בסיס החרוט, ובסיסו השני על מעטפת החרוט, הבסיס העליון של הגליל נראה ממרכז בסיס החרוט בזווית 2β . מצא את מחוג בסיס הגליל.
50. גובהו של גליל הוא h . מנקודה על הקטע המקשר את מרכזי בסיסיו רואים את הבסיס האחד בזווית 2α ואת הבסיס השני בזווית 2β . הוכח כי מחוג הבסיס של הגליל הוא
- $$\frac{h \sin \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$$
51. מישור חותך כדור בעל מחוג 60 ס"מ. ממרכז הכדור רואים את מעגל החיתוך בזווית 82° . מצא את מרחק המישור ממרכז הכדור ואת שטח עיגול החיתוך.

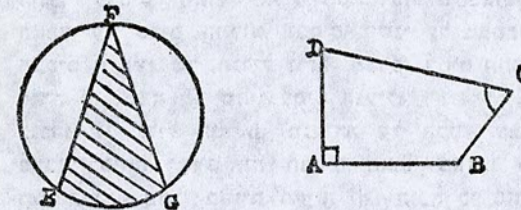
פרק י': בעיות עם שרטוטים

1. במעגל חסום טרפז, שאורך אלכסונו הוא m . אלכסון הטרפז יוצר זווית α עם הבסיס הגדול, וזווית 2α עם השוק. הוכח, כי אורך מחוג המעגל הוא $m/2 \sin 3\alpha$.



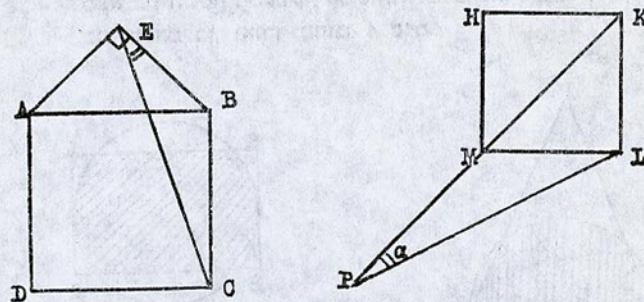
2. LMN הוא משולש בו נתון, כי: $NL = NM = 15$ ס"מ, $NP = PQ = QM$, $LM = 18$ ס"מ. חשב את גודל $\angle QLM$.

3. במרובע $ABCD$ נתון, כי: $\angle DCB = 60^\circ$, $CB = 16$ ס"מ, $AD = AB$, $\angle DAB = 90^\circ$, $CD = 10$ ס"מ. מצא את שטח המרובע $ABCD$.



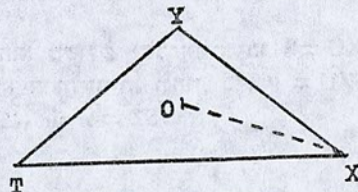
4. בצורה נתון, כי: $EF = FG = 20$ ס"מ, $\angle EFG = 36^\circ$. חשב את השטח המקווקו.

5. $HMLK$ הוא ריבוע. P נקודה על המשך האלכסון KM באופן שקיים: $PM = MK$. חשב את גודל $\angle KPL$.

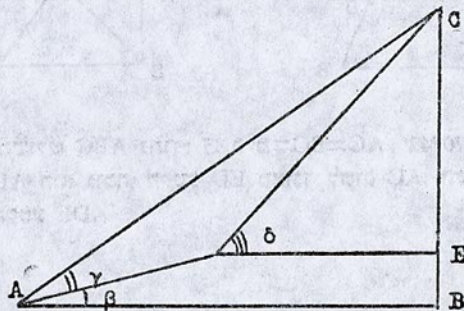


6. $ABCD$ הוא ריבוע, ו- AEB הוא משולש שווה-שוקיים וישר-זווית. מצא את גודל $\angle BEC$.

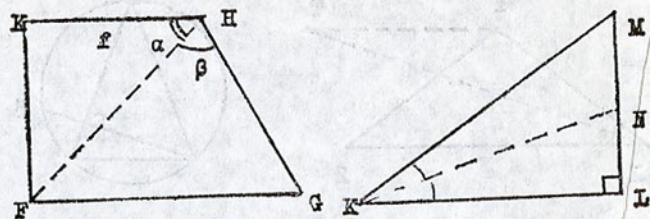
7. במשולש TYX נתון, כי: $TY = XY$, $\angle Y = 127^\circ$. הנקודה O היא מרכז המעגל החסום במשולש, $OX = 15$ ס"מ. מצא את שטח המשולש TYX .



8. בצורה: ABC ו- DEC הם משולשים ישרי-זווית. נתון $AD = m$, וכן נתונות הזוויות δ , γ , β . מצא, בנוסחה, את אורך הקטע BC , והצב: $\gamma = 22^\circ$; $\beta = 13^\circ$; $\delta = 49^\circ$; $m = 8.8$.

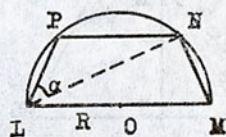
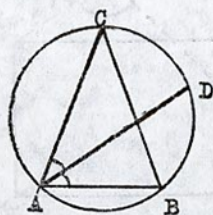


13. KLM הוא משולש ישר-זווית, KN הוא חוצה-זווית. נתון, כי:
 $MN = 3$ ס"מ; $NL = 2$ ס"מ. מצא את גודל $\angle KNL$.



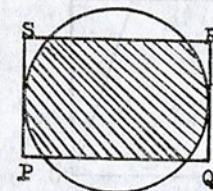
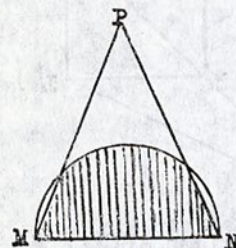
14. בטרפז ישר-הזווית KFGH נתון, כי $KH = f$.
 $\angle KHF = \alpha$; $\angle FHG = \beta$.
 מצא את אורך הבסיס הגדול, FG, והצב:
 $f = 25.5$ ס"מ; $\alpha = 42^\circ$; $\beta = 108^\circ$.

15. במעגל, שמחוגו $OM = R$, חסום טרפז, שבסיסו הגדול ML. נתון, כי $\angle PLN = \alpha$. מצא את שטח המשולש PLN, והצב:
 $R = 9.8$ ס"מ; $\alpha = 28^\circ$.



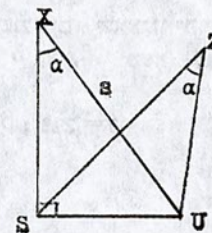
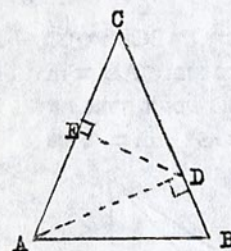
16. משולש ABC, בו $AC = BC$ ו- $\angle CAB = 2\alpha$, חסום במעגל שאורכו מחוגו R. הוכח, כי אורך מיתר המעגל, החוצה את הזווית A הוא: $AD = 2R \sin 3\alpha$.

9. PQRS הוא מלבן, בו נתון: $RQ = 6$ ס"מ; $PQ = 8$ ס"מ. מצא את השטח המקווקו, המשותף למלבן זה, ולמעגל, שמרכזו במרכז המלבן, ואורך מחוגו 4 ס"מ.



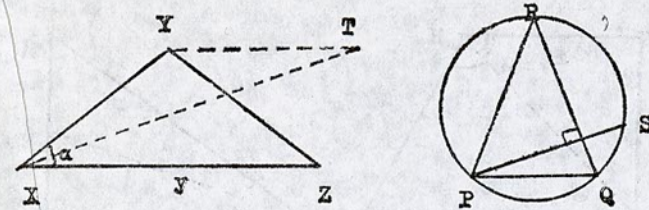
10. במשולש MPN נתון, כי $PM = PN = 17$ ס"מ; $\angle MPN = 32^\circ$. מצא את השטח המקווקו, המשותף למשולש הנ"ל, ולמעגל, שקוטרו הבסיס MN של המשולש.

11. XSU הוא משולש ישר-זווית, בו $XU = s$, $\angle SXU = \alpha$. SZ הוא חוצה-זווית, ונתון, כי: $\angle SZU = \alpha$. הוכח, כי:
 $SZ = s \cdot \sin(45^\circ + \alpha)$.



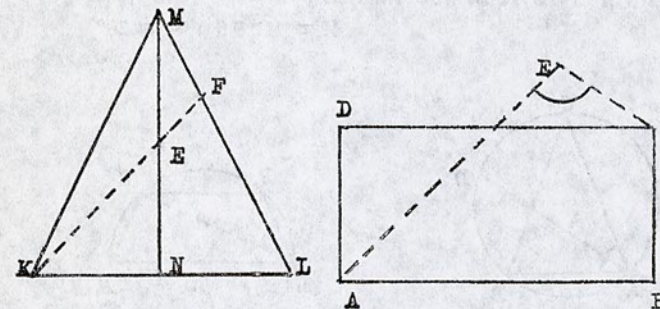
12. במשולש ABC נתון: $AC = BC = 35$ ס"מ; $\angle ABC = 70^\circ 42'$. AD הוא גובה, הקטע ED מאונך לשוק AC. חשב את אורך הקטע DE.

12. משולש PRQ , בו $PR = QR = a$ ו- $\angle PRQ = 2\beta$, α חסום במעגל. מצא את אורך המיתר PS המאונך למיתר RQ .



18. XYZ הוא משולש שווה-שוקיים ($XY = YZ$). חוצה הזווית X חותך את הישר העובר דרך Y , והמקביל לבסיס XZ בנקודה T . נתון, כי $XZ = y$, וכי $\angle X = \alpha$. מצא את אורך הקטע TX , והצב: $y = 9.2$ ס"מ; $\alpha = 38^\circ$.

19. $ABCD$ הוא מלבן, בו: $AD = 40$ ס"מ; $AB = 90$ ס"מ. AE הוא חוצה זווית A , ואורכו כאורך הצלע CD . מצא את $\angle AEC$.



20. במשולש KLM נתון, כי:

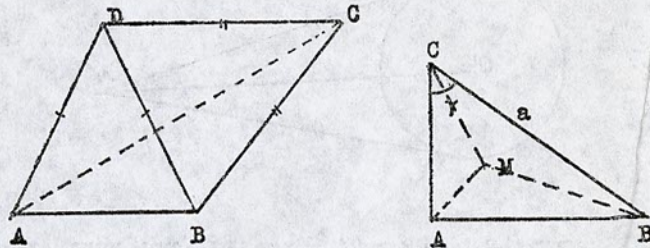
$$KM = LM = 16 \text{ ס"מ}; \angle MKL = 73^\circ$$

הנקודה E חוצה את הגובה MN . מצא את $\angle KEN$, והצב את אורך הקטע KF .

21. ABC הוא משולש ישר-זווית, בו נתון:

$$BC = a; \angle ACB = \gamma$$

CM ו- BM הם חוצי-זוויות. מצא את שטח המשולש AMB . והצב: $\gamma = 52^\circ 20'$; $a = 24.4$ ס"מ.

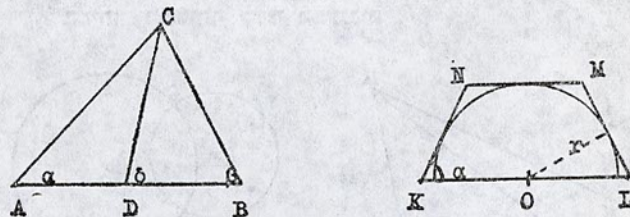


22. במרובע $ABCD$ נתון:

$$AD = BD = 7 \text{ ס"מ}; AB = 6 \text{ ס"מ}; DC = BC = 8 \text{ ס"מ}$$

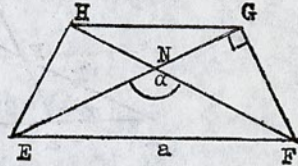
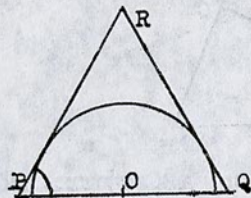
מצא את אורך האלכסון AC .

23. בטרפז שווה-שוקיים $KLMN$ חסום חצי מעגל, שמרכזו בנקודה O , ומחוגו r . נתון, כי $\angle NKL = \alpha$. מצא את שטח הטרפז, והצב: $r = 12$ ס"מ; $\alpha = 63^\circ$.



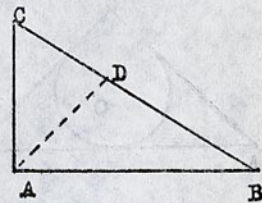
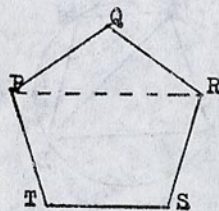
24. במשולש ABC נתון: $\angle B = \beta = 53^\circ$; $\angle A = \alpha = 41^\circ$; CD הוא קו-תיכון. מצא את $\angle CDB$. וצב: העזר בגובה המשולש.

29. בטרפז שווה-שוקיים EFGH נתון, $EF = a$; $\angle NGF = 90^\circ$; $\angle ENF = \alpha$. מצא את שטח הטרפז, והצב: $a = 20.26$ ס"מ; $\alpha = 130^\circ$.



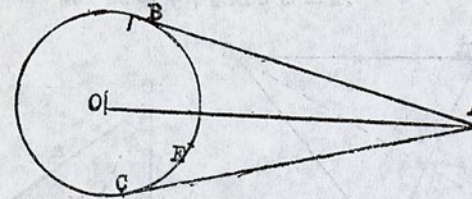
30. במשולש שווה-שוקיים חסום, באופן המתואר בציור, חצי מעגל, שאורך מחוגו הוא r . נתון, כי $\angle RPQ = \alpha$. הוכח, כי שטח המשולש PRQ הוא $r^2 / (\sin \alpha \cos \alpha)$.

31. ABC הוא משולש ישר-זווית, בו אורך החוצה AD של הזווית הישרי הוא 7.5 ס"מ. אורך הניצב AB הוא 18 ס"מ. מצא את אורך היתר BC.

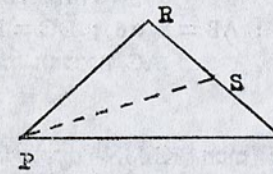


32. אורך האלכסון PR במחומש משוכלל PQRST הוא 28.6 ס"מ. מצא את שטח המצולע.

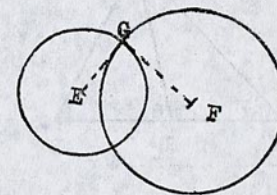
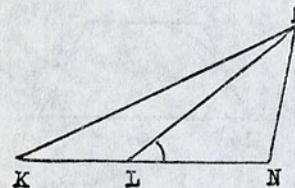
25. אורך מחוג המעגל הוא 18 ס"מ, $OB = 18$ ס"מ, ואורך הקשת BEC, שבין נקודות ההשקה, הוא 40 ס"מ. מצא את מרחק הנקודה A ממרכז המעגל.



26. בציור נתון: $PR = RQ = 35.2$ מ"מ; $PS = 41.8$ מ"מ. מצא את אורך הקטע PQ. $RS = SQ$.

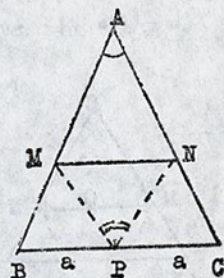
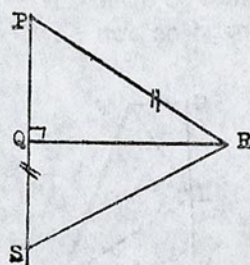


27. שני מעגלים, שאורכי מחוגיהם הם 11 ס"מ ו-7 ס"מ, נחתכים בנקודה G. נתון, כי $\angle EGF = 80^\circ$. מצא את האורך של המיתר, המשותף לשני המעגלים.



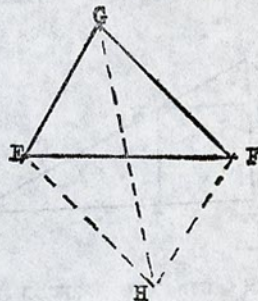
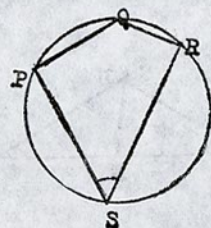
28. בציור: $MN = 5$ מ"מ; $KM = 8$ מ"מ; $KN = 10$ מ"מ. חשב את אורך הקטע ML. $\angle MLN = 51^\circ 42'$.

37. ישר המקביל לבסיס BC של משולש שווה-שוקיים ABC, הותך את שוקיו בנקודות M ו-N.
נתון, כי: $\angle A = 2\alpha$; $BP = PC = a$; $\angle MPN = 2\beta$.
הוכח, כי שטח המשולש ABC הוא
 $\frac{1}{2}a^2 \cos^2 \alpha \sin 2\beta / \sin^2(\alpha + \beta)$.



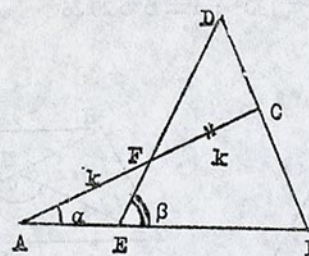
38. במשולש ישר-זווית PQR האריכו את הניצב PQ עד נקודה S, כך שהתקיים: $PR = PS$. במשולש PRS נתון, כי:
 $\angle P = \alpha$; $RS = 2k$.
הוכח, כי:
 $PQ = 2k \cot(\alpha/2) \cot \alpha$ או $PQ = k \cos \alpha / \sin(\alpha/2)$.

39. במשולש EFG נתון: $GF = 10$ ס"מ; $EF = 12$ ס"מ; $EG = 8$ ס"מ. מצא את אורך האלכסון GH של המקבילית GEHF.

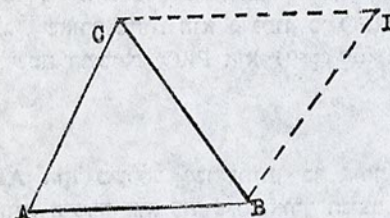


40. במעגל שבציור חסום מרובע PQRS, בו נתון:
 $\angle S = 60^\circ$; $RS = 20$ ס"מ; $PS = 15$ ס"מ; $PQ = 10$ ס"מ.
חשב את שטח המרובע.

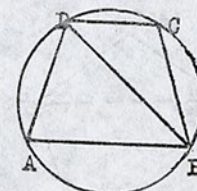
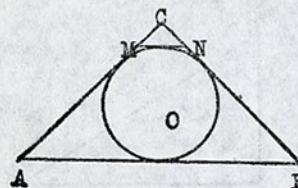
32. בציור נתון, כי: $\angle A = 32^\circ$; $\angle DEB = 54^\circ$.
 $AF = FC = 14.5$ ס"מ; $DE = DB$.
מצא את אורכו של הקטע BE.



34. במשולש ABC נתון, כי:
 $AB = 10$ ס"מ; $AC = 11$ ס"מ; $BC = 12$ ס"מ.
הקטע CD מקביל לצלע AB, $CD = 15$ ס"מ. חשב את אורך הקטע BD.

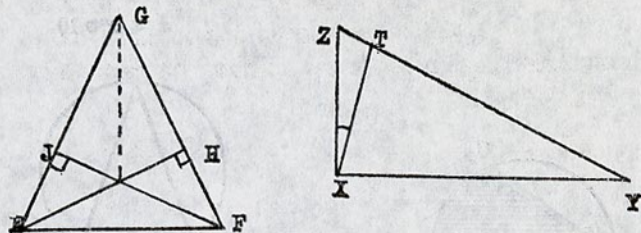


35. במעגל חסום טרפז ABCD, בו נתון, כי:
 $BD = AB = 70$ ס"מ; $CD = 44$ ס"מ.
מצא את אורך מחוג המעגל.



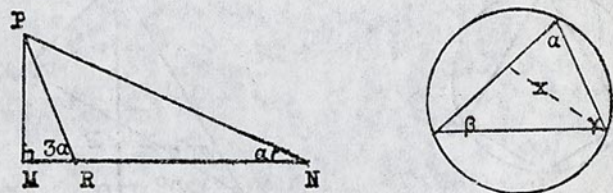
36. ABC הוא משולש, בו נתון: $\angle A = \angle B = 2\alpha$.
במשולש חסום מעגל O, שאורך מחוגו r.
א. הוכח, כי שטח המשולש הוא $r^2 \tan 2\alpha / \tan^2 \alpha$.
הוצב: $\alpha = 24^\circ 24'$; $r = 6.52$ ס"מ.
ב. מצא (בנוסחה) את אורך הקטע MN, המשיק למעגל O המקביל לבסיס AB.

45. $\angle ZXT = \alpha$, $TY = XY$ משולש ישר-זווית. $\angle XYZ = n$ הוא משולש ישר-זווית. $YZ = n/(\sin \alpha \cos 2\alpha)$ כי: הוכח, $XT = n$.



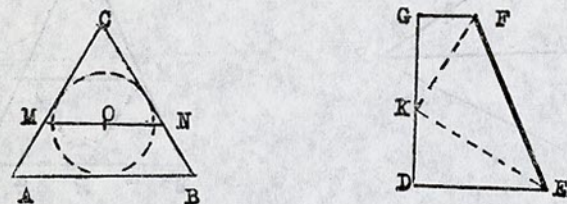
46. במשולש GEF נתון, כי: $GE = GF = b$, $\angle G = \alpha$. גבתי המשולש EFJ ו-FH נחתכים בנקודה O. הוכח, כי: $GO = b \cos \alpha / \cos 0.5\alpha$.

47. במעגל, שאורך מחוגו R, חסום משולש, בו נתונות הזוויות α ו- β . הוכח, כי אורך הקטע x, החוצה את הזווית השלישית, של המשולש הוא: $2R \sin \alpha \sin \beta / \cos 0.5(\alpha - \beta)$. יהצב: $\alpha = 67^\circ$; $R = 18.55$ ס"מ; $\beta = 55^\circ 36'$.



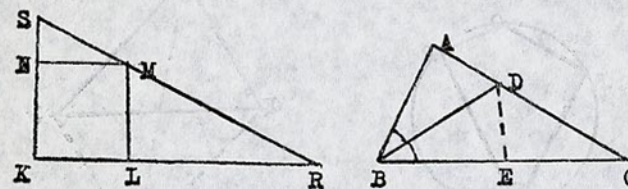
48. במשולש ישר-זווית שבציור נתון: $\angle PM = \alpha$; $\angle PRM = 3\alpha$. הבע את ערך היחס RN:PR בעזרת α בלבד וחשב יחס זה אם ידוע עוד כי $MN = 3PM$.

41. DEFH הוא טרפז ישר-זווית, בו נמצאים חוצי-הזוויות E ו-F בנקודה K, המונחת על השוק GD. בטרפז נתון: $\angle FED = \alpha$ ו- $FE = m$. א. הוכח, כי $\angle FKE = 90^\circ$. ב. הוכח, כי שטח הטרפז הוא $\frac{1}{2}m^2 \sin \alpha$. ג. חשב את השטח הנ"ל, אם $m = 25$ ס"מ, $\alpha = 45^\circ$.



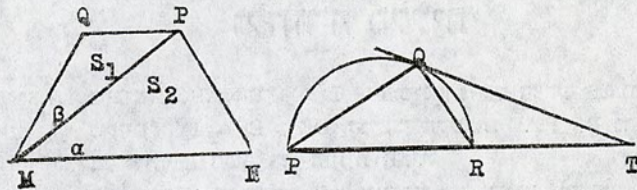
42. ABC הוא משולש שווה-שוקיים ($AC = BC$), בו הנקודה O היא מרכז המעגל החוסם. נתון, כי הקטע MN מקביל לבסיס המשולש, שאורכו c. זווית הראש במשולש היא $\angle C = 2\gamma$. הוכח, כי: $MN = c \tan \gamma / \sin 2\gamma$.

43. במשולש ABC נתון, כי: $BC = 8$ ס"מ, BD הוא חוצה-זווית, $\angle A = 80^\circ$, $\angle B = 70^\circ$. $BE = CE$. חשב את אורך הקטע DE.



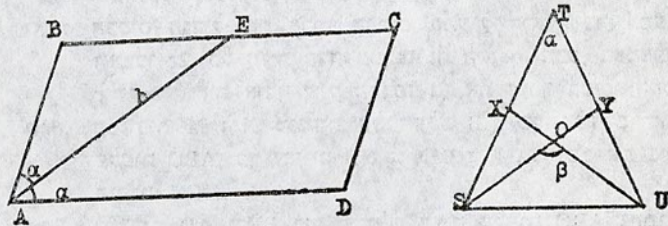
44. KLMN הוא ריבוע, החסום במשולש ישר-זווית SKR כמצויר. נתון, כי $KN = d$ ו- $\angle R = \alpha$. מצא את אורך מחוג המעגל, החוסם את המשולש SKR. יהצב: $\alpha = 30^\circ$; $d = 5$ מ.

53. PR הוא קוטר מעגל, בו חסום המשולש PQR. המשיק
בנקודה Q הותך את המשיך הקוטר PR בנקודה T. נתון,
כי $\angle QPR = \alpha$. $PR = 2r$. הוכח, כי
 $RT = 2r \sin^2 \alpha / \cos 2\alpha$



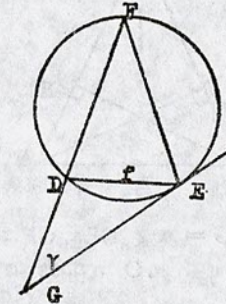
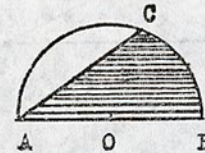
54. MNPQ היא טרפז שווה-שוקיים, בו נתון:
 $\angle PMN = \beta = 35^\circ$; $\angle QMP = \alpha = 20^\circ$.
שטח המשולש MQP הוא 34.2 סמ"ר. S_1 הוכח, כי
 $S_2 : S_1 = \sin(2\alpha + \beta) / \sin \beta$
ומצא את שטח המשולש MPN, S_2 .

55. SY ו-UX הם קווים תכונניים במשולש TSU, בו $TS = TU$,
 $\angle STU = 48^\circ$. חשב את $\angle SOU$.



56. בצויר: ABCD מקבילית, $BE = CE$, $AE = b$,
 $\angle BAE = \angle EAD = \alpha$. הוכח כי שטח המקבילית הוא
 $b^2 \tan \alpha$

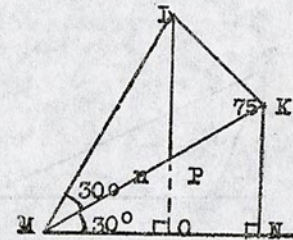
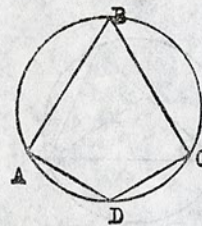
49. במעגל חסום משולש שווה-שוקיים, שאורך בסיסו DE הוא f.
המשיק למעגל בנקודה E יוצר עם המשיך השוק FD זווית
 $\angle G = \gamma$. מצא את אורך מחוג המעגל, הציב: $\gamma = 30^\circ$.
 $f = 10$ ס"מ



50. AB הוא קוטר מעגל. נתון, כי $AB = 20$ ס"מ, וכי אורך
הקשת BC היא 14 ס"מ. חשב את השטח המקווקו.

51. בצויר המצורף $LP \parallel KN \perp MN$, $MK = n$,
 $\angle LKM = 75^\circ$; $\angle LMK = \angle KMN = 30^\circ$ הוכח, בלי
עזרת לוחות, כי:

$$LP = \frac{1}{2}n\sqrt{3}$$



52. ABCD הנו מרובע חסום במעגל. נתון, כי:
 $AB = BC = 7$ ס"מ; $AD = DC = 3$ ס"מ
חשב את $\angle ADC$

פרק י"א: בעיות למבחן עצמי ולחזרה כללית

1. יא. ברבוע ABCD הנקודות E ו-F מונחות על הצלע CD באופן שקיים: $DE = EF = FC$. המשיכי הקטעים AE ו-BF נחתכים בנקודה M. חשב את הזווית AMB.
2. יא. במלבן ABCD הצלע CD ארוכה פי שנים מהצלע AD. הנקודות E ו-F מחלקות את הצלע CD לשלושה קטעים שווים: $CE = EF = FD$. אם הקטעים AE ו-BF נחתכים בנקודה M — חשב את הזווית AMB.
3. יא. $m = AB$ הוא בסיסו הגדול של טרפז שווה שוקיים ABCD, ו- $n = CD$ הוא בסיסו הקטן. הזווית CAB בין האלכסון AC והבסיס AB היא α . הבע את שטח הטרפז באמצעות m , n ו- α . רמז: הורד אנך CE מהקודקוד C לבסיס AB וחשב את אורך הקטע AE.
4. יא. AB הוא קוטר של מעגל. על AB מסומנת נקודה נוספת C. נתון כי $AC:BC = 1:5$. D היא נקודה על המעגל כך שהזווית ACD ישרה. חשב את הזווית ABD.
5. יא. הבסיס הגדול של טרפז החסום במעגל הוא קוטר המעגל ואורכו 2r. כל זווית חדה בטרפז זה היא α . הבע, באמצעות r ו- α את אורך שוק הטרפז (ב) את אורך בסיסו הקטן.
6. יא. הנקודות M ו-N מונחות על הצלע AB של משולש שווה צלעות ABC, כך שקיים $AM = 2MN = NB$. חשב את גודל הזווית MCN.
7. יא. הגבהים AD ו-BE של משולש שווה צלעות ABC נחתכים בנקודה M. הנקודה N היא אמצע הקטע CM. חשב את גודל הזווית ANB.
8. יא. ניצבי משולש ישר זווית הם: $AC = 18$ ס"מ; $AB = 25$ ס"מ. BD הוא תיכון במשולש ו-AE הוא הגובה ליתר של המשולש. חשב את גודל הזווית ADB.

32. יא. נקודה A מרוחקת 6 ס"מ מהנקודה B ו-5 ס"מ מהקטע BC שאורכו 7 ס"מ. חשב את גודל הזווית ACB.
33. יא. ABCD היא מקבילית שבה $AB = 6$ ס"מ; $AD = 4$ ס"מ וגודל הזווית ADC הוא 108° . חוצי הזוויות DAB ו-ABC נחתכים ב-E. חשב את שטח המשולש ABE ואת מרחק הנקודה E מ-CD.
34. יא. טרפז שווה שוקיים חוסם מעגל שקוטרו 12 ס"מ, וזוויותיו החדות הן בנות 56° כל אחת. חשב את שטח הטרפז.
35. יא. D היא נקודה על הצלע AB של משולש שווה צלעות ABC. מרחק הנקודה D מהצלע AC הוא 1 ס"מ ומרחק הנקודה D מהצלע BC הוא 2 ס"מ. חשב את אורך הצלע AB ואת אורך הקטע CD.
36. יא. אורכי המקצועות של תיבה הם 4 ס"מ; 6 ס"מ ו-8 ס"מ. חשב את הזווית בין אלכסון התיבה ובין מקצועה הארוך ביותר ואת הזווית החדה בין שני אלכסונים של התיבה.
37. יא. בפירמידה מרובעת ישרה שבסיסה רבוע, שאורך צלעו 16 ס"מ, הזווית בין כל מקצוע צדדי לבסיס היא 68° . חשב את זווית הראש של כל פיאה צדדית בפירמידה זו ואת נפח הפירמידה.
38. יא. בתיבה ABCDA'B'C'D' יוצר האלכסון AC' זווית בנות 60° עם המקצועות AB ו-AD. חשב את הזווית שיוצר אלכסון זה עם המקצוע AA'.
39. יא. בקוביה ABCDA'B'C'D' M הוא מרכז הפיאה A'B'C'D'. חשב את הזווית בין (א) הקטע MA והמקצוע AB. (ב) הקטע MA והמישור ABCD. (ג) המישור AMB והמישור ABCD.
40. יא. בפירמידה משולשת וישרה שבסיסה משולש שווה צלעות, זווית הראש של כל פיאה צדדית היא 38° . חשב את הזווית בין כל פיאה צדדית לבסיס ואת הזווית בין כל מקצוע צדדי לבסיס.
41. יא. בתיבה שבסיסה רבוע ונפחה 1186.7 סמ"ק יוצר אלכסון התיבה זווית בת 40° עם גובה התיבה. חשב את הזווית בין אלכסון פיאה צדדית ואלכסון בסיס התיבה היוצאים מאותו קודקוד.

9. במשולש ABC בו $\angle B$ זווית ישרה, אורך חוצה הזווית A הוא 15.7 ס"מ וגודל הזווית A 36.2° . חשב את אורך היתר של המשולש.
10. במלבן ששטחו S הזווית בין שני האלכסונים היא 2α . הבע את היקף המלבן באמצעות α .
11. במעוין הגובה לאחת הצלעות הוא h והוא חותך את האלכסון הגדול של המעוין בזווית α . הבע את שטח המעוין באמצעות h ו- α .
12. פי כמה גדול שטחו של מעושר משוכלל החוסם מעגל נתון משטחו של מעושר משוכלל החסום באותו מעגל?
13. ABCD הוא רבוע שאורך צלעו m ו-BMC משולש שווה צלעות הנמצא מחוץ לריבוע הנ"ל. חשב את שטח המשולש AMD.
14. במשולש שווה שוקיים ABC נתון $AC = CB$; $AB = 12$ ס"מ. אם O מרכז המעגל החסום במשולש ואם הזווית AOB 108° , חשב את אורך השוק AC.
15. במשולש שווה שוקיים ABC נתון שאורך הבסיס $AB = 4$ ס"מ ואורכי השוקיים $AC = CB = 8$ ס"מ. אם O מרכז המעגל החסום את המשולש ABC, חשב את גודל הזווית EOA.
16. D היא נקודה על הניצב AC של המשולש ישר הזווית ABC שבו הזווית A ישרה. נתון כי $BC = 17$ ס"מ, $AB = 10$ ס"מ והזווית CBD 22° . חשב את אורך הקטע BD.
17. במשולש ABC הזווית A 35° , הזווית B 50° והצלע $AB = 25$ ס"מ. אם BD הוא חוצה הזווית B, חשב את שטח המשולש CBD.
18. במשולש ABC נתון כי $AB = 82$ ס"מ, הזווית A 49° והזווית B 74° . אם D נקודת האמצע של הצלע AC, חשב את מרחק הנקודה D מהצלע AB.
19. חשב את שטחו של המשולש ABC בו נתון כי $AB = 28$ ס"מ $AC = 19$ ס"מ והזווית C 106° .
20. חשב את אורך חוצה הזווית C במשולש ABC בו $AB = 96$ ס"מ; $AC = 75$ ס"מ והזווית C 132° .
21. חשב את אורך הבסיס הקטן CD בטרפז שווה שוקיים ABCD שבו אורך הבסיס הגדול $AB = 16$ ס"מ, הזווית ABC 58° והזווית BAC 25° .

22. $m = AC$ הוא האלכסון הגדול של מקבילית ABCD והוא יוצר זווית α עם הצלע AB וזווית β עם הצלע AD של המקבילית. E היא נקודה על AB או על המשכו, כך ש-DE מאונך ל-AC. הבע את אורך הקטע DE באמצעות m , α ו- β .
23. ABCD הוא מעוין שזוויתו החדה בת 60° . E היא נקודת האמצע של הצלע CD. חשב את הזווית AEB.
24. צלעות המשולש ABC הן: $AB = 9$ ס"מ; $AC = 8$ ס"מ; $BC = 7$ ס"מ. חשב אחת מזוויות המשולש ובעזרתה חשב: (א) את שטח המשולש (ב) את מחוג המעגל החוסם את המשולש.
25. היחס בין אורכי שתי צלעות במשולש הוא $3:5$ והזווית בין צלעות אלה בת 116° . חשב את היחס בין הצלע הגדולה ביותר במשולש זה ובין הגובה המורד אל צלע זו.
26. אורך האלכסון של טרפז שווה שוקיים הוא 9 ס"מ ואלכסון זה יוצר זווית בת 40° עם הבסיס הגדול של הטרפז שאורכו 11.8 ס"מ. מצא את היחס בין אורך הבסיס הקטן של הטרפז ובין אורך שוק הטרפז.
27. זווית הראש של משולש שווה שוקיים היא 28° . חשב את היחס בין אורך בסיס המשולש ובין אורך חוצה אחת מזוויות הבסיס של המשולש.
28. בדלתון ABCD נתון: $AB = BC = 8$ ס"מ; $AD = DC = 12$ ס"מ; $BD = 18$ ס"מ. חשב את אורך האלכסון AC.
29. ABC הוא משולש חסום במעגל שמרכזו O ו-M נקודה על המעגל כך ש-AB מאונך ל-OM. נתון: $AC = 20$ ס"מ, הזווית ABC בת 80° והזווית BAC בת 37.6° . חשב את מרחק הנקודה M מהיתר AB. שים לב כי יש שתי אפשרויות שונות!
30. ABC הוא רבוע שאורך צלעו 10 ס"מ ו-E נקודה בתוך הרבוע באופן שקיים $AB = BE = EA$. חשב את אורך הקטע EC ואת גודל הזווית DEC.
31. בתוך משולש שווה צלעות ABC, שאורך צלעותיו 5 ס"מ כל אחת נמצאות שתי נקודות D ו-E המקיימות:
- (1) D מרוחקת במידה שווה מ-B ומ-C ומרחקה מ-BC הוא 1 ס"מ.
- (2) E מרוחקת במידה שווה מ-A ומ-C ומרחקה מ-AC הוא 1 ס"מ. חשב את אורך הקטע DE.

תשובות

1. א. 78.98 ס"מ	2. א. 55.38 ס"מ	3. א. 50.58 ס"מ
4. א. 1.012 מ'	5. א. 10 ס"מ	6. א. 7.88 ס"מ
7. א. 29.2 ס"מ	8. א. 37.74 ס"מ	9. א. 10720 סמ"ר
10. א. 42.88 ס"מ	11. א. 5850 ממ"ר	12. א. 1738 סמ"ר
13. א. 40.18 סמ"ר	14. א. 22 ס"מ	15. א. 26.16 מ'
16. א. 2516 מ'	17. א. 1.55 מ'	18. א. 39.58 מ'
19. א. 42°28'	20. א. 13°42' ; 76°18'	21. א. 37°34'
22. א. 54°44'	23. א. 65°27'	24. א. 73°44'
25. א. 156°43' ; 23°17'	26. א. 46°42'	27. א. 36°52' ; 53°8'
28. א. 63°28'	29. א. 110°48'	30. א. 7.498 ס"מ
31. א. 18.43 ס"מ	32. א. 35°30'	33. א. 19°17'
34. א. 24 ס"מ	35. א. 15°32'	36. א. 87.2 ס"מ ; 523.5 סמ"ר
37. א. 27.3 ס"מ ; 56.23 סמ"ר	38. א. 3.941 ס"מ	39. א. 37.76 ס"מ
40. א. 36°25'	41. א. 25 ס"מ ; 40 ס"מ	42. א. 8.25 ; 38.54 מ'
43. א. 106.4 מ' לשניה	44. א. 96.3 מ'	45. א. 12.84 מ'
46. א. 1.443 מ'	47. א. 52°34'	48. א. 0.6657 ס"מ
49. א. 41.21 סמ"ר	50. א. 20 ס"מ	51. א. 17°14' ; 22°46'
52. א. 36°52'	53. א. 26°34' ; 36°52' ; 26°34'	54. א. 36.6 ס"מ ; 26.6 ס"מ ; 36.6 ס"מ
55. א. 43°20'	56. א. 71°34' ; 18°26'	57. א. $\frac{m \tan \beta}{\tan \alpha}$
58. א. $\frac{m \tan \alpha}{\tan \beta}$	59. א. $\frac{\pi m (90^\circ - \alpha)}{90^\circ \tan \alpha}$	60. א. 31°31'
61. א. 307.4 מ'	62. א. 128 ; 33°41' מ'	63. א. 29°52'
64. א. 2.75 מ'	65. א. בין הראשונים	66. א. 2.07 מ'
67. א. 2.067 מ'		
1. ב. 9.143 ס"מ ; 21.54 ס"מ	2. ב. 2.539 ס"מ ; 5.078 ס"מ	
3. ב. 23.67 ס"מ	4. ב. 39.91 ס"מ	
5. ב. 11.87 ס"מ ; 8.5 ס"מ	6. ב. 5.047 ס"מ ; 12.78 ס"מ	
7. ב. 46.3 ס"מ ; 21.81 ס"מ	8. ב. 5.36 ס"מ ; 2.07 ס"מ	

יא. 42. ABCA'B'C' היא מנסרה ישרה משולשת שבסיסה ABC. נתון: $AB = 7$ ס"מ ; $BC = 5$ ס"מ ; $CA = 9$ ס"מ ; האלכסון AB' של הפיאה הצדדית ABB'A' יוצר זווית בת 50° עם הבסיס ABC. חשב:

(א) את הזווית בין AC' ובין המישור ABC.

(ב) את הזווית B'AC'.

(ג) את שטח המשולש B'AC'.

יא. 43. בתוך כדור שקוטרו 50 ס"מ חסומה תיבה שבסיסה רבוע. הזווית בין כל שני אלכסונים של התיבה היוצאים מקצות אחד ממקצועות הבסיס היא בת 30° . חשב את שטח פני התיבה.

$$\begin{array}{ll}
0.5 l^2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} \tan \alpha \quad (ו) & 2m^2 \sin \alpha \cos \alpha \quad (ח) \\
0.5 l^2 \cos^2 (45^\circ - \frac{\alpha}{2}) \cot \alpha \quad (ז) & \\
0.5 a^2 \cot \alpha \quad (ט) & m^2 \sin \alpha \cos \alpha \quad (ח) \\
b^2 \sin \beta \cos \beta \quad (ב) & 0.5 b^2 \sin \alpha \quad (א) \quad 2.ג. \\
0.25 a^2 \tan \beta \quad (ד) & 0.25 a^2 \cot \frac{\alpha}{2} \quad (ג) \\
h^2 \cot \beta \quad (ו) & h^2 \tan \frac{\alpha}{2} \quad (ה) \\
\frac{h^2}{2 \sin 2\alpha} \quad (א) & \frac{h^2}{4 \sin \alpha \cos \alpha} \quad (ח) \\
\frac{h^2}{\sin \alpha} \quad (ו) & \\
k^2 \sin \varphi \cos \varphi \quad (ב) & a^2 \tan \varphi \quad (א) \quad 3.ג. \\
k^2 \sin \frac{\varphi}{2} \cos \frac{\varphi}{2} \quad (א) & 0.5 k^2 \sin \varphi \quad (ג) \\
a^2 \tan \varphi \quad (א) & a^2 \cot \varphi \quad (ד) \\
0.5 kl \sin \varphi \quad (ג) & ak \sin \varphi \quad (ב) \quad 4.ג. \\
ab \sin \varphi \quad (א) & \\
\frac{h^2}{\sin \alpha} \quad (ב) & a^2 \sin \alpha \quad (א) \quad 5.ג. \\
0.5 l^2 \tan \frac{\alpha}{2} \quad (ה) & 0.5 k^2 \cot \frac{\alpha}{2} \quad (ד) \quad \frac{4r^2}{\sin \alpha} \quad (ג) \\
h(a+h \cot \alpha) \quad (ב) & 0.25 (a^2 - b^2) \tan \alpha \quad (א) \quad 6.ג. \\
0.25 (a^2 - b^2) \cot \frac{\varphi}{2} \quad (ד) & k^2 \sin \varphi \cos \varphi \quad (ג) \\
b \sin \alpha (a - b \cos \alpha) \quad (ה) & \\
b \sin (180^\circ - \alpha) [a + b \cos (180^\circ - \alpha)] \quad (ו) & \\
a^2 \sin^3 \alpha \cos \alpha \quad (ג) & b^2 \sin^2 \alpha \tan \alpha \quad (ב) \quad k^2 \sin \alpha \cos \alpha \quad (א) \quad 7.ג. \\
0.5 a^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2} \sin (180^\circ - \varphi) \quad (א) & a^2 \sin^3 \frac{\varphi}{2} \cos \frac{\varphi}{2} \quad (ד) \\
\pi [b \sin \alpha \tan (45^\circ - \frac{\alpha}{2})]^2 \quad (ג) & \\
140.1 \text{ סמ"ר} \quad 12.ג. & 222.5 \text{ סמ"ר} \quad 11.ג. \quad 451.6 \text{ סמ"ר} \quad 10.ג. \\
b \sin \frac{\alpha}{2} \tan (45^\circ - \frac{\alpha}{2}) \quad (ב) & 0.5 a \tan \frac{\beta}{2} \quad (א) \quad 13.ג. \\
\frac{h \tan (45^\circ - \frac{\alpha}{2})}{2 \cos \alpha} \quad (ד) & h \tan \frac{\beta}{2} \cot \beta \quad (ג) \\
\frac{h \tan \frac{\beta}{2} \cot \beta}{\sqrt{S \cot \beta \tan \frac{\beta}{2}}} \quad (ה) & \\
\frac{a}{\sin \frac{180^\circ}{n}} \quad (ב) & a \cot \frac{180^\circ}{n} \quad (א) \quad 14.ג. \\
2a \cos \frac{180^\circ}{n} \quad (ה) & 4a \cos \frac{180^\circ}{n} \quad (ד) \quad na^2 \cot \frac{180^\circ}{n} \quad (ג)
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
8.455 \text{ מ"ר} \quad 11.ב. & 9.23 \text{ ס"מ} \quad 10.ב. & 2.107 \text{ מ"ר} \quad 9.ג. \\
14.04 \text{ מ"ר} \quad 14.ב. & 6.08 \text{ ס"מ} \quad 13.ב. & 7.086 \text{ ס"מ} \quad 12.ג. \\
24.43 \text{ ס"מ} \quad 17.ב. & 12 \text{ ס"מ} \quad 16.ב. & 32.4 \text{ ס"מ} \quad 15.ג. \\
748 \text{ מ"מ} ; 860 \text{ מ"מ} \quad 19.ב. & 0.4434 \text{ ס"מ} \quad 18.ב. \\
4.16 \text{ ס"מ} \quad 21.ב. & 17.7 \text{ ס"מ} \quad 20.ב. \\
16^\circ 57' \quad 24.ב. & 3.84 \text{ ס"מ} \quad 23.ב. & 8.63 \text{ ס"מ} \quad 22.ב. \\
18^\circ 47' \quad 26.ב. & 46^\circ 12' ; 43^\circ 48' \quad 25.ב. \\
71^\circ 28' \quad 28.ב. & 35^\circ 52' ; 72^\circ 4' ; 72^\circ 4' \quad 27.ב. \\
34^\circ 42' \quad 31.ב. & 44^\circ 3' \quad 30.ב. & 145^\circ 24' \quad 29.ב. \\
6.559 \text{ ס"מ} ; 53^\circ 24' \quad 33.ב. & 19^\circ 12' ; 80^\circ 24' ; 80^\circ 24' \quad 32.ב. \\
8.75 \text{ ס"מ} \quad 36.ב. & 38^\circ 56' \quad 34.ב. \\
31.6 \text{ סמ"ר} \quad 38.ב. & 365.6 \text{ ס"מ} ; 23.31 \text{ ס"מ} ; 15.87 \text{ ס"מ} \quad 37.ב. \\
0.5119 \text{ מ"ר} \quad 41.ב. & 45 \text{ סמ"ר} \quad 40.ב. & 262 \text{ סמ"ר} \quad 39.ב. \\
0.5 b^2 \sin (180^\circ - 2\alpha) \quad 42.ב. & 32.73 \text{ ס"מ} ; 32.73 \text{ ס"מ} ; 37.08 \text{ ס"מ} \quad 44.ב. \\
64^\circ 32' ; 57^\circ 44' ; 57^\circ 44' \quad 45.ב. & 21.14 \text{ ס"מ} ; 70.53 \text{ ס"מ} ; 8.511 \text{ סמ"ר} \quad 46.ב. \\
13.3 \text{ ס"מ} ; 8.511 \text{ סמ"ר} \quad 47.ב. & 17.28 \text{ ס"מ} \quad 49.ב. & 36.5 \text{ ס"מ} \quad 48.ב. \\
25S \sin 14^\circ 24' \quad 52.ב. & 68.5 \text{ ס"מ} \quad 51.ב. \\
\frac{\pi m}{9 \sin 20^\circ} \quad 53.ב. & \sin 54^\circ ; \sin 254^\circ \quad 54.ב. \\
10.12 \text{ ס"מ} \quad 56.ב. & 14.15 \text{ ס"מ} ; 48.69 \text{ ס"מ} \quad 55.ב. \\
5.075 \text{ ס"מ} \quad 58.ב. & 42.5 \text{ סמ"ר} \quad 57.ב. \\
7.197 \text{ ס"מ} \quad 60.ב. & 12.27 \text{ ס"מ} ; 36.7 \text{ ס"מ} \quad 59.ב. \\
54.54 \text{ ס"מ} \quad 63.ב. & 21.31 \text{ ס"מ} \quad 62.ב. & 117.3 \text{ מ"מ} \quad 61.ב. \\
1.986 \text{ ס"מ} \quad 67.ב. & 0.5 a \sin^2 \beta \quad 65.ב. & 45.82 \text{ סמ"ר} \quad 64.ב. \\
3.53 \text{ מ' } \quad 70.ב. & 41.14 \text{ ס"מ} \quad 69.ב. & 82^\circ 50' \quad 68.ב. \\
112^\circ 53' \quad 73.ב. & 194.1 \text{ מ' } \quad 72.ב. & 27^\circ 43' \quad 71.ב. \\
12^\circ 12' \quad 76.ב. & 6.18 \text{ מ' } ; 6.143 \text{ מ' } \quad 75.ב. & 83640 \text{ ל"י} \quad 74.ב. \\
204.7 \text{ מ"ר} \quad 78.ב. & 6.285 \text{ מ' } \quad 77.ב. \\
1.944 \text{ מ' } ; 3.39 \text{ מ' } \quad 80.ב. & 4136 \text{ ק"מ} \quad (ב) \quad 105^\circ 32' \quad 79.ב. \\
12.34 \text{ ס"מ} \quad 82.ב. & 39.28 \text{ ס"מ} \quad (ב) \quad 53^\circ 54' \quad 81.ב. \\
0.5 a^2 \cot \alpha \quad (ב) & 0.5 c^2 \sin \alpha \cos \alpha \quad (א) \quad 1.ג. \\
\frac{h^2}{2 \sin \alpha \cos \alpha} \quad (ד) & 0.5 b^2 \tan \alpha \quad (ג)
\end{array}$$

0.75	.21.7	14	.20.7	27	.19.7	8	.18.7
						29.19	.22.7
	$5\sqrt{3}-1$ (א)		$2(\sqrt{3}-\sqrt{2})$ (ב)			7.5 (א)	.25.7
1 (א)	0 (א)	0.5 (א)	$\frac{1}{2}$ (א)	1 (א)			
	$\sin^2 \alpha$	.60.7	$\sin \alpha$	.59.7	$\cot \alpha$	.58.7	
	1	.63.7	$\tan \alpha$	.62.7	$\frac{1}{\cos \beta}$	.61.7	
	$\cos \beta$	.67.7	1	.66.7	1	.65.7	$\tan \beta$.64.7
		2	.70.7	1	.69.7	$\tan \beta$	.68.7
1	.74.7	0.25	.73.7	1	.72.7	3 $\tan 24^\circ$	.71.7
	$\frac{1}{\cos 18^\circ}$	א	$\frac{1}{\sin 72^\circ}$	.76.7	$\sqrt{2}$	.75.7	
				1	.77.7		

sin	cos	tan		
$\sin 80^\circ$	$-\cos 80^\circ$	$-\tan 80^\circ$	100°	א
$-\sin 20^\circ$	$-\cos 20^\circ$	$\tan 20^\circ$	200°	ב
$-\sin 70^\circ$	$-\cos 70^\circ$	$\tan 72^\circ$	250°	ג
$-\sin 10^\circ$	$\cos 10^\circ$	$-\tan 10^\circ$	350°	ד
$\sin 36^\circ$	$-\cos 36^\circ$	$-\tan 36^\circ$	144°	ה
$-\sin 52^\circ$	$\cos 52^\circ$	$-\tan 52^\circ$	308°	ו
$-\sin 46^\circ$	$-\cos 46^\circ$	$\tan 46^\circ$	226°	ז
$\sin 83^\circ$	$-\cos 83^\circ$	$-\tan 83^\circ$	97°	ח
$-\sin 4^\circ$	$-\cos 4^\circ$	$\tan 4^\circ$	184°	ט
$-\sin 69^\circ 15'$	$\cos 69^\circ 15'$	$-\tan 69^\circ 15'$	$290^\circ 45'$	י
$\sin 15^\circ 58'$	$-\cos 15^\circ 48'$	$-\tan 15^\circ 48'$	$164^\circ 12'$	יא
$-\sin 82^\circ 10'$	$-\cos 82^\circ 10'$	$\tan 82^\circ 10'$	$262^\circ 10'$	יב

$\frac{n}{2} R^2 \sin \frac{360^\circ}{n}$ (א)	$2n R \sin \frac{180^\circ}{n}$ (א)	.15.ג
$2R \sin \frac{360^\circ}{n}$ (ד)	$R \cos \frac{180^\circ}{n}$ (ג)	
$R \left(1 - \cos \frac{360^\circ}{n}\right)$ (א)	$2R \sin^2 \frac{180^\circ}{n}$ (ה)	
	סמ"ר 350.8	.16.ג
$b \sin^2 \alpha$ (א)	$b \sin \alpha \cos \alpha$ (ב)	$b \tan \alpha \sin \alpha$ (א)
$\frac{b}{2 \sin \alpha \cos \alpha}$ (ג)	$\frac{h^2}{2 \sin \alpha \cos \alpha}$ (ב)	$\frac{h}{\sin \alpha \cos \alpha}$ (א)
סמ"ר 310.8	.21.ג	סמ"ר 24.41
סמ"ר 116.4	.24.ג	סמ"ר 18.64
		סמ"ר 235.9
		סמ"ר 4
		$b \sin \alpha + a \cos \alpha$
	סמ"ר 28.46 ; סמ"ר 37.17	סמ"ר 48.06
	סמ"ר 50	סמ"ר 42.78 ; סמ"ר 29.43
2.5	.32.ג	סמ"ר 5612
	$m \tan \alpha \cot \beta$	סמ"ר 6
		$15^\circ 28'$
א	סמ"ר 17.86	$a \cos \alpha + b \sin \alpha$
	$R \cot(45^\circ - \frac{\alpha}{2})$ א	$R \tan(45^\circ + \frac{\alpha}{2})$ (א)
	$R \tan(45^\circ + \frac{\alpha}{2}) \cos \alpha$ (ג)	$R \tan(45^\circ + \frac{\alpha}{2}) \sin \alpha$ (ב)
ק"מ 1138	.41.ג	ק"מ 68°54'
		ק"מ 83.33
	$R(1 - \cos \alpha)$	סמ"ר 23.9
		סמ"ר 44.ג
		15°

$\frac{12}{13} ; 2.4 ; \frac{5}{12}$	.2.7	$0.6 ; 1\frac{1}{2} ; 0.75$	.1.7
$\frac{40}{41} ; \frac{9}{41} ; 4\frac{4}{9}$	.4.7	$\frac{8}{17} ; \frac{15}{17} ; 1\frac{7}{8}$	.3.7
$\frac{1}{3} ; .8.7$	$\frac{6}{13} ; .7.7$	$\frac{21}{29} ; .6.7$	0.28
		$0.2 \sqrt{21} ; 0.5 \sqrt{21}$	.10.7
		$\frac{5}{7}$	.9.7
$\frac{1}{\sqrt{a^2+1}}$; $\frac{a}{\sqrt{a^2+1}}$	.12.7	$\sqrt{1-k^2}$; $\frac{k}{\sqrt{1-k^2}}$	.11.7
$\frac{m^2}{\sqrt{1-m^2}}$	.14.7	$\frac{m}{\sqrt{m^2+1}}$; $\frac{1}{\sqrt{m^2+1}}$	.13.7
$\frac{1}{a^4-a^2}$	17.7	$\frac{1}{m^4+m^2}$	.16.7
		$\frac{1}{k \sqrt{1+k^2}}$	.15.7

24.1 976 סמ"ר 25.1 49.23 ס"מ ; 69.31 ס"מ
26.1 7.449 ס"מ ; 2.551 ס"מ 27.1 22.65 ס"מ
28.1 18.46 סמ"ר 29.1 156.7 סמ"ר 31.1 5.19 ס"מ
32.1 27.14 ס"מ 33.1 17.45 ס"מ
34.1 21.54 ס"מ ; 26.31 ס"מ ; 24.07 ס"מ
35.1 400 מ' ; 290 מ' ; 170 מ' 36.1 20.3 ס"מ ; 55.9 ס"מ

$$\frac{r \sin \frac{\beta+\gamma}{2}}{\sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\gamma}{2}} \quad 38.1$$

39.1 213.5 ס"מ 40.1 16.86 מ' 41.1 93.46 מ'
42.1 69.75 מ' 43.1 7.82 מ' 44.1 273.2 מ'
45.1 779 מ' 46.1 57.02 מ' 47.1 558 מ'
48.1 32 מ' 49.1 8 קמ"ש 50.1 1039 מ'

$$\frac{m \cos \alpha \cos \beta}{\sin (\beta-\alpha)} \quad 52.1 \quad \frac{a \sin (\alpha+\beta)}{\cos \alpha \sin \beta} \quad 51.1$$

$$\frac{m \sin \beta \sin \gamma}{\sin (\gamma-\beta)} ; \frac{m \sin \gamma \sin (\beta-\alpha)}{\sin \alpha \sin (\gamma-\beta)} \quad 53.1$$

$$\frac{m \sin (\gamma+\frac{\alpha}{2}) \sin \alpha}{\sin \beta \sin \gamma} \quad 54.1$$

$$a \cos \beta \tan \frac{\beta}{2} = m \quad 56.1 \quad 7.541 \quad 55.1$$

$$57.18 \quad 124.3 \quad 121.2 \quad 58.1$$

$$312.1 \quad 57.52 \quad 2.323 \quad 59.1$$

$$17.75 \quad 95.58 \quad 29.66 \quad 62.1$$

$$14.08 \quad 98.77 \quad 89.1 \quad 65.1$$

$$3.203 \quad 30 \quad 2727 \quad 67.1$$

$$33^{\circ}22' ; 131^{\circ}24' ; 15^{\circ}14' \text{ או } 33^{\circ}22' ; 48^{\circ}36' ; 98^{\circ}2' \quad 70.1$$

$$14.6 \text{ או } 27.83 \quad 5.642 \quad 72.1 \quad 28.4 \quad 71.1$$

$$11.13 \quad 40.02 \quad 75.1 \quad 4.941 \quad 15.47 \quad 74.1$$

$$27^{\circ}34' \quad 22^{\circ}2' \quad 79.1 \quad \frac{2R \sin \frac{\alpha}{2} \sin (\beta+\frac{\alpha}{2})}{\sin (\alpha-\beta)} \quad 78.1$$

$$4.94 \quad 3.1 \quad 68.55 \quad 2.1 \quad 49.09 \quad 1.1$$

$$25 \quad 6.1 \quad 310.1 \quad 5.1 \quad 90^{\circ}41' ; 46^{\circ}39' \quad 4.1$$

$$35 \quad 9.1 \quad 148.2 \quad 8.1 \quad 65 \quad 150 \quad 7.1$$

$$40 \quad 12.1 \quad 28^{\circ}57' ; 10 \quad 11.1 \quad 42.33 \quad 10.1$$

$$0.2 \quad 15.1 \quad 28^{\circ}42' \quad 14.1 \quad 120^{\circ}54' ; 110^{\circ}46' \quad 13.1$$

sin	cos	tan		
$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$	120°	א
$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	-1	135°	ב
$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	150°	ג
0	1	0	0°	ד
1	0	∞	90°	ה
0	-1	0	180°	ו
$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	240°	ז
-1	0	∞	270°	ח
$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$	300°	ט
$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	-1	315°	י
$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	330°	יא
0	1	0	360°	יב

0 (ח) -0.75 (ד) 1 (ג) 0.24 (ב) 0 (א) 3.ה
315° (ד) 225° (ג) 150° (ב) 330° (א) 6.ה
240° (ו) 135° (ה)
240° ; 60° (ג) 330° ; 30° (ב) 150° ; 30° (א) 7.ה
300° ; 120° (ו) 225° ; 135° (ה) 300° ; 240° (ד)

1.1 26.85 ס"מ ; 43.21 ס"מ 2.1 31.53 ס"מ
3.1 59.95 ס"מ ; 65.94 ס"מ 4.1 331.3 מ"מ ; 396.7 מ"מ
5.1 7.7 ס"מ 6.1 102 מ"מ 7.1 208 מ"מ ; 424.3 מ"מ
8.1 86°32' או 93°28' 9.1 31.08 ס"מ
10.1 48°20' ; 29°8' 11.1 4.122 ס"מ 1.3 ס"מ
12.1 6.895 ס"מ 13.1 2.86 ס"מ או 13.92 ס"מ
14.1 אין פתרון 15.1 36.2 ס"מ או 14.95 ס"מ
16.1 4.923 ס"מ

$$\frac{a^2 \sin B \sin C}{2 \sin (B+C)} ; \frac{a \sin B \sin C}{\sin (B+C)} \quad 17.1$$

$$96.4 \quad 20.1 \quad 18.58 \quad 19.1 \quad 15370 \quad 18.1$$

$$21.12 \quad 23.1 \quad 1564 \quad 22.1 \quad 1008 \quad 21.1$$

33.ח	6.657 ס"מ ; 5.643 ס"מ	34.ח	13.43 ס"מ
35.ח	10 ס"מ	36.ח	26°28'
37.ח	$2R \tan(45^\circ - \frac{\alpha}{2})$ או $\frac{2R(1 - \sin \alpha)}{\cos \alpha}$		
38.ח	373.1 סמ"ר	39.ח	18°12'
42.ח	30.23 ס"מ	43.ח	65 ס"מ
44.ח	102°45'		
45.ח	$\frac{m \sin \alpha}{\sin 3\alpha} ; \frac{m \sin 2\alpha}{\sin 3\alpha}$		
46.ח	$\frac{a \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\gamma}{2}}{\sin \frac{\beta+\gamma}{2} \sin \gamma}$	47.ח	80°24'
49.ח	$\frac{a}{\sin \alpha \cos \alpha} ; \frac{a^2}{\sin \alpha \cos \alpha}$	50.ח	414 סמ"ר
51.ח	391 סמ"ר	52.ח	275.7 סמ"ר
53.ח	2 ס"מ		
54.ח	5.055 ס"מ	55.ח	75°31'
56.ח	13.53 ס"מ		
57.ח	420.6 סמ"ר	58.ח	1 : 0.693
		59.ח	$\frac{\pi}{4} \tan \alpha$
63.ח	56°15' , 6.19 ס"מ ; 3.722 ס"מ	65.ח	17.5 סמ"ר
68.ח	105.4 סמ"ר	71.ח	5.248 ס"מ
72.ח	1.347		
74.ח	91.05 סמ"ר	76.ח	10.13 ס"מ
77.ח	53°8'		
79.ח	7 ס"מ	83.ח	95.11 סמ"ר
85.ח	25 ס"מ		
86.ח	53°8'	87.ח	49°7'
88.ח	$\frac{1}{4} m^2 \tan \frac{\alpha}{2} \cos \alpha$ או $\frac{1}{4} m^2 \tan \frac{\alpha}{2} (2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1)$		
89.ח	426.3 טון		
1.ט	$m \sin \alpha$	2.ט	42°50'
3.ט	45° או 14°2'		
4.ט	$m \sqrt{2} \cot \alpha$	5.ט	44.24 ס"מ
6.ט	15 ס"מ		
7.ט	50°58'	8.ט	55°16'
9.ט	$\frac{a \sin \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\beta}{2}}$	10.ט	7 ס"מ
11.ט	54°44' (א)	12.ט	18°26' (ב)
13.ט	27°2'	14.ט	40 ס"מ
15.ט	35°16'		
16.ט	70°32'	17.ט	32°19'
18.ט	24°6'		
19.ט	20.11 ס"מ	20.ט	19°28'
21.ט	86°26' או 26°26'		
22.ט	$\frac{m}{\sin \frac{\alpha}{2}}$	23.ט	50°12' ; 30°48'

16.ו	40°27'	17.ו	127°13'
18.ו	120°		
19.ו	35° ; 55°58' ; 89°2'	20.ו	82°34' ; 97°26'
21.ו	109.7 סמ"ר	22.ו	513.2 ; 125°8' סמ"ר
23.ו	24.77 ס"מ ; 43°58'	24.ו	816.2 סמ"ר
25.ו	1554 סמ"ר	26.ו	21°46' ; 33°6'
27.ו	135°20'		
28.ו	11.98 ס"מ	30.ו	26.8 ; 67°24' ס"מ
31.ו	4 ס"מ או 8.125 ס"מ	32.ו	28 ס"מ או 32.31 ס"מ
33.ו	0.4643 סמ"ר	34.ו	23.87 ס"מ
35.ו	74.03 ס"מ		
36.ו	5.55 ס"מ	37.ו	19°6' ; 40°54'
38.ו	53°8'		
40.ו	13.86 ס"מ ; 16.65 ס"מ	41.ו	26.5 ק"מ
42.ו	1°14' צפונית ממזרח	43.ו	20.35 ס"מ
44.ו	24.8 ס"מ	45.ו	7.362 ס"מ
46.ו	9.17 ס"מ		
47.ו	5.577 ס"מ	48.ו	5.02 ס"מ
49.ו	28.49 ס"מ		
50.ו	18.44 ס"מ	51.ו	1.547 ס"מ
52.ו	9.636 ס"מ		
53.ו	8.689 ס"מ	54.ו	38°31' ; 46°34' ; 94°55'
55.ו	15 ס"מ ; 24 ס"מ	56.ו	30 ס"מ ; 50 ס"מ
57.ו	57°30' ; 14°30'	58.ו	10 ס"מ ; 59.ו
1.ח	$\frac{1}{4} (a^2 - b^2) \cot \frac{\alpha}{2}$		
2.ח	120°		
4.ח	$R^2 \frac{1 + \sin \alpha}{\sin \alpha}$		
5.ח	11.42 ס"מ	6.ח	6.852 ס"מ ; 3.728 ס"מ
7.ח	22.86 ס"מ	8.ח	8.831 ס"מ
9.ח	82.24 סמ"ר		
10.ח	309.9 סמ"ר	11.ח	3.6 ס"מ או 26.8 ס"מ
12.ח	20.48 ס"מ	13.ח	8.988 ס"מ
14.ח	12°32'		
15.ח	15.48 ס"מ	16.ח	26°34' ; 556.4 סמ"ר
17.ח	105.2 ס"מ		
19.ח	$2R \cos \frac{\alpha}{2}$ (א) ; $2R \sin(\alpha + 45^\circ)$ (ב)		
20.ח	10.49 ס"מ	21.ח	$\frac{m \sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta}$
22.ח	41°49' ; 33°42'	23.ח	26.ח
26.ח	11.78 ס"מ		
27.ח	$0.25 a^2 \cot \alpha$	28.ח	$\frac{6a}{11}$
29.ח	3446 מ"מ"ר		
30.ח	3.25 ס"מ ; 3.25 ס"מ ; 2.71 ס"מ ; 1.788 ס"מ		
31.ח	102 מ"מ ; 129.7 מ"מ	32.ח	8.21 ס"מ

תשובות לפרק י

2. $14^{\circ}56'$ 3. 118.3 סמ"ר 4. 134.5 סמ"ר
5. $18^{\circ}26'$ 6. $26^{\circ}34'$ 7. 106.3 סמ"ר
8. $m \sin(\delta - \beta) \sin(\beta + \gamma)$; 12.27 מ'
9. 43 סמ"ר 10. 33.83 סמ"ר 12. 17.06 ס"מ
13. $65^{\circ}54'$ 14. $f \sin \beta$; 67.27 ס"מ
15. $2R^2 \sin \alpha \sin(45^{\circ} - \alpha/2) \cos(45^{\circ} - \alpha/2)$; 39.81 סמ"ר
17. $\frac{a \sin 3\beta}{\cos \beta}$ 18. $\frac{y \cos \alpha/2}{\cos \alpha}$; 11.04 ס"מ
19. 93° 20. 11.96 ס"מ ; $31^{\circ}27'$
21. $\frac{a^2 \sin \gamma/2 \sin \gamma \sin(45^{\circ} - \gamma/2)}{\sin 45^{\circ}}$; 47.33 סמ"ר
22. 12.65 ס"מ 23. $r^2 \left(\tan \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{\sin \alpha} \right)$; 249.8 סמ"ר
24. $\cot \delta = (\cot \alpha - \cot \beta)/2$; $78^{\circ}47'$
25. 40.58 ס"מ 26. 53.62 מ"מ 27. 12.67 ס"מ
28. 5.05 ס"מ 29. $(a^2 \sin^2 \alpha/2 \sin \alpha)/2$ או $a^2 \sin^3 \alpha/2 \cos \alpha/2$
30. 129.2 סמ"ר 31. 19.51 ס"מ 32. 537.4 סמ"ר
33. $\frac{k}{\sin \beta} [2 \sin(\alpha + \beta) - \sin(\beta - \alpha)]$; 29.05 ס"מ
34. 13.6 ס"מ 35. 36.76 ס"מ
36. $2r \tan \alpha$ (ב) 37. 235.9 סמ"ר
39. 13.56 ס"מ 40. 176.7 סמ"ר 41. 221 סמ"ר
43. 2.668 ס"מ 44. $\frac{d}{2} \left(\frac{1}{\sin \alpha} + \frac{1}{\cos \alpha} \right)$; 7.887 ס"מ
47. 28.6 ס"מ 48. $\frac{\sin 2\alpha}{\sin \alpha}$; 1.897
49. $\frac{f}{2 \sin(60^{\circ} - 2\gamma/3)}$; 7.778 ס"מ 50. 119.2 סמ"ר
52. $133^{\circ}36'$ 54. 100 סמ"ר 55. $106^{\circ}22'$

24. $34^{\circ}54'$ 25. $\frac{1}{2} \sqrt{3} a \sin \alpha$ 26. $56^{\circ}26'$
29. $\frac{a^3 \tan \alpha}{6}$ (א) $\frac{a^2}{4 \cos \alpha}$ (ב)
30. $\frac{a^3 \sqrt{2} \tan \beta}{6}$ 31. $\frac{4h^2 \tan \alpha}{\cos \alpha}$
32. $75^{\circ}58'$ (א) $70^{\circ}32'$ (ב) $38^{\circ}56'$ (ג)
33. $81^{\circ}26'$ (א) $73^{\circ}13'$ (ב) $\frac{1}{4} h^3 \sqrt{3} \tan^2 \alpha$ 34. $\frac{3h^2 \sqrt{3} \tan \alpha}{\cos \alpha}$ 35. 445 סמ"ק
37. 277 סמ"ק 38. $\frac{1}{3} a^3 \sin \beta \sin \frac{1}{2} \beta$ (א) $36^{\circ}3'$ (ב)
39. 47°
41. $\pi l^2 \sin \alpha (1 + \sin \alpha)$; $\frac{1}{3} \pi l^3 \sin^2 \alpha \cos \alpha$
42. 165.7 סמ"ר ; 248.5 סמ"ק
43. $\frac{\pi a^2}{\sin \alpha}$; $\frac{1}{3} \pi a^3 \cot \alpha$
45. $39^{\circ}16'$ 46. 644.2 סמ"ק 47. 3935 סמ"ק
48. 1077 סמ"ר
49. $\frac{R \sin \alpha \sin \beta}{\cos(\beta - \alpha)}$ (א) $\frac{R \sin \alpha \sin \beta}{\cos(\alpha - \beta)}$
51. 45.28 ס"מ ; 4866 סמ"ר

תשובות לפרק י"א

- 1.א. 36.87° 2.א. 106.26° 3.א. $0.25(m+n)^2 \tan \alpha$
- 4.א. 24.09° 5.א. $2r \cos \alpha$ (א) $2r \cos(180^\circ - 2\alpha)$ (ב)
- 6.א. 13.17° 7.א. 81.79° 8.א. 105.96°
- 9.א. 18.49 ס"מ 10.א. $2(\sqrt{S \tan \alpha} + \sqrt{S \cot \alpha})$
- 11.א. $h^2 / \sin 2\alpha$ 12.א. 1.1056 פי 13.א. 0.933 מ"ר 14.א. 19.42 ס"מ 15.א. 57.91°
- 16.א. 11.79 ס"מ 17.א. 50.36 סמ"ר 18.א. 35.47 ס"מ 19.א. 146 סמ"ר 20.א. 16.57 ס"מ 21.א. 8.78 ס"מ
- 22.א. $m \tan \alpha$ 23.א. 49.11°
- 24.א. 26.83 ס"מ (א) 4.7 ס"מ (ב) 25.א. 3.5
- 26.א. 0.26 27.א. 0.97 28.א. 8.5 ס"מ
- 29.א. 5.45 ס"מ או 14.86 ס"מ 30.א. 5.176 ס"מ ; 150°
- 31.א. 0.768 ס"מ 32.א. 53.62° 33.א. 8.56 סמ"ר ; 0.951 ס"מ
- 34.א. 173.7 סמ"ר 35.א. 3.464 ס"מ ; 3.055 ס"מ
- 36.א. 42.03° ; 84.06° 37.א. 30.72° ; 2390 סמ"ק
- 38.א. 45° 39.א. 65.91° (א) 54.74° (ב) 63.43° (ג)
- 40.א. 78.53° ; 67.91° 41.א. 54.2°
- 42.א. 42.83° (א) 24° (ב) 27.17 סמ"ר (ג) 43.א. 2743.5 סמ"ר

ספרי לימוד לבתי ספר תיכוניים
שיצאו בהוצאת "חידוש"

חיים אבירי
חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

★

חיים אבירי ודניאל שמיר
טריגונומטריה
(מגמות ריאליות)

★

שאלון טריגונומטרי
(מגמות ספרותיות)

★

ד. שמיר
הנדסה אנליטית

★

אלגברה לכיתה י"א
(מגמות ריאליות)

★

מבחני חזרה במתמטיקה

★

מבחני חזרה בפיסיקה