# דמיון ויחס

## מדריך למורה

**מהדורת עיצוב**

המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע

יוצא לאור במסגרת
המרכז הישראלי להוראת המדעים ע"ש עמוס דה-שליט
מיסודם של
משרד החינוך והתרבות, האוניברסיטה העברית בירושלים ומכון ויצמן למדע, רחובות

חובר על ידי:
*רחל בוהדנה*
*נורית הדס*

ייעוץ:
*ד"ר אברהם הרכבי*

הגהה והערות:
*מיה קורן*

הדפסה ועריכה במחשב:
*אורנה עמר*

שירטוטים:
*חנה וגה*

עיצוב גרפי ואיורים:
*אגי (רחל) בוקשפן*



נדפס בישראל תשנ"ז - 1997
דפוס מאירי בע"מ

# למורה

החוברת שלפניך היא מדריך למורה לחוברת "דמיון ויחס". חוברת זו שייכת לסידרת חוברות הלימוד לתלמידים הלומדים מתמטיקה בכיתות המב"ר, לקראת בחינת הבגרות ברמה של 3 יח"ל. נראה לנו חשוב ללמד בכיתות אלה את המושגים יחס ודמיון בהיקף של כ-6 שעות, כהכנה לטריגונומטריה.

נושאים אלה יוכנסו גם לתוך החוברת "טריגונומטריה" שבסדרה זו.

חוברת זו מתאימה בשלמותה להוראת הנושא דמיון ויחס במסגרת לימודי גיאומטריה בחטיבת הביניים ברמה ב'.

חומר הלימוד שבחוברת מבוסס על התנסויות המטפחות יצירת אינטואיציה תוך שימוש בכלים ויזואליים ועידוד העלאת השערות על ידי הלומדים, תוך שימוש ב"שכל הישר" שלהם.

במדריך זה נביא את הגישה הדידקטית, את המבנה של היחידה ושל הפרקים בה, נציג את המטרות לכל פעילות, נביא הצעה לחלוקת הנושאים לשיעורים, תשובות לתרגילים, הסברים מתמטיים שלא הובאו בחוברת לתלמיד וכן אוסף תרגילים המתאימים לחזרה ולמבחן. בין היתר נביא מספר דוגמאות מתוך תשובותיהם של תלמידים המשקפות דרכי חשיבה שראוי להתייחס אליהן.

אנו מקווים שמדריך זה יסייע לך ללמד את הנושא בצורה טובה ויעילה.

# תוכן עניינים


א. הגדלה והקטנה ........ 5

ב. פרוט הנושאים ופתרונות השאלות

הגדלה והקטנה ........ 10

קרניים והגדלות ........ 18

מלבנים דומים ........ 27

היקפים וחלוקה לפי יחס נתון ........ 37

שטחי מלבנים דומים ויחס ישר ........ 44

קנה מידה ........ 49

מצולעים דומים ........ 53

משולשים דומים ........ 64

ואולי פחות תנאים ........ 70

משולש ישר זווית ........ 83

יחסים בתוך משולש ........ 90

דימיון ושיפוע ........ 95

ג. קובץ תרגילים לחזרה ולמבחן ........ 98

ד. תשובות לתרגילים לחזרה ולמבחן ........ 107

# מבוא

## דמיון ויחס - מה? למה? כיצד?

מטרת חוברת זו היא ללמד דמיון של צורות הנדסיות תוך שילוב חזרות על מושגים בגיאומטריה, הכרת המושגים יחס ישר, שוויון בין יחסים (פרופורציה) וחלוקה לפי יחס גם של בעיות שאינן הנדסיות. הנושא מהווה גם הכנה להוראת השימושים בטריגונומטריה.

נקודת המוצא היא הרעיון של הגדלה/הקטנה של צורות. החוברת מציגה שיטה מעשית לשרטוט הגדלות והקטנות של צורות בעזרת קרניים היוצאות ממוקד. הגדלה בעזרת קרניים אלה מאפשרת, בהמשך, לבדוק על אלו תכונות יש לשמור כדי לקבל הגדלה או הקטנה של צורה. הגישה לנושא היא אינטואיטיבית, ומשלבת התנסות קונקרטית, תוך שרטוט ושימוש בשרטוטים מוכנים הנמצאים על דפים שקופים, אותם ניתן להניח על הקרניים.

מדריך זה משלב בתוכו גם ממצאים לגבי שגיאות אופייניות של תלמידים, הערות והצעות שעלו תוך כדי הניסוי בכיתות.

## הגישה לחומר הלימוד

גישת הלימוד ביחידה זו פונה אל האינטואיציה של התלמיד תוך כדי טיפוח ההסתכלות, גילוי חוקיות והדגשת תכונות ויזואליות. הלימוד מבוסס על התנסויות רבות ופעילויות של תלמידים, שלאחריהן מסיקים מסקנות.

תפקיד המורה הוא לארגן את רצף הפעילויות, לייעץ לתלמידים, להתייחס לקשיים מיוחדים של תלמידים בודדים או של קבוצות תלמידים. אנו ממליצים כי החלק הפרונטלי של השיעור יוקדש לניהול דיונים כיתתיים, לתחילת נושא חדש, לסיכום פעילות ולפתרון בעיה בצוותא. דגש מיוחד יש לשים על סיכומים כיתתיים כדי שתלמידים יקבלו תמונה ברורה על מה שלמדו ומה ילמדו בהמשך, באופן כזה התלמידים יהיו שותפים למבנה ויקבלו תחושה שהם מבינים ומתמצאים במהלך הפרק, עובדה שתורמת הן לבטחונם העצמי והן למוטיבציה ללמידה.

החישובים והטכניקות האלגבריות מאד פשוטים וכמובן שהתלמידים יֵעזרו במחשבון לביצועם.

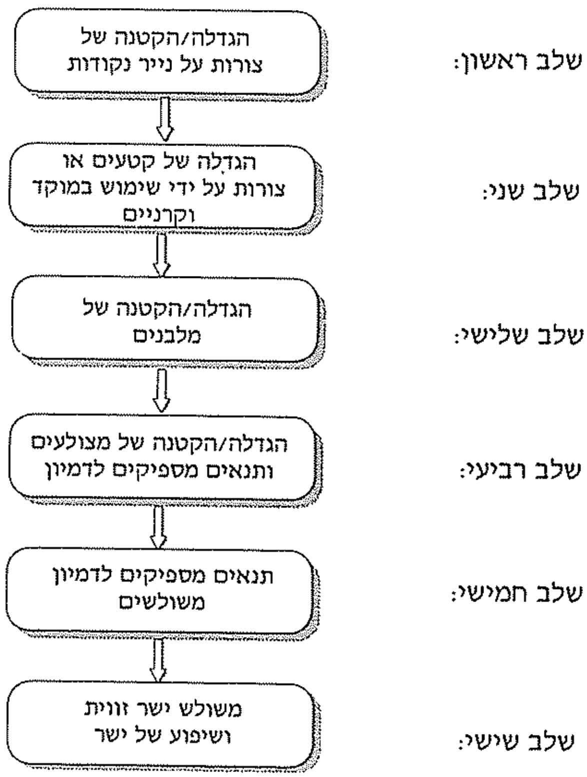
## מבנה החוברת לתלמיד

בכל סעיף יש פעילויות "מפתח", בהן מוצג הנושא הנלמד והמושגים החדשים הקשורים בו. לאחר הפעילויות האלה מופיעות דוגמאות של תרגילים אופייניים המתאימים לעבודה בכיתה. בחלק האחרון של כל סעיף, לאחר הכותרת "תרגילים", מופיע תירגול נוסף, המתאים לשיעורי בית או לעבודה עצמית בכיתה.

על מנת לעזור בזיהוי סוג הפעילות (אתגר, פעילות "מפתח", עבודה עצמית וכדי), בחרנו לצרף "תמרורים" אשר פירושם ניתן בעמוד הראשון בגוף החוברת - לידיעת המורים והתלמידים.

בחוברת ישנם מספר סעיפים ותרגילים, הקשורים לנושא היחס והדמיון, אך בגלל הקושי או חוסר הזמן ניתן לדלג עליהם והדבר לא יפגע במהלך הוראת הנושא. אנו נציין במפורש סעיפים ותרגילים אלה במדריך.

מהלך היחידה מתואר בתרשים הבא:



פרוט השלבים:

**בשלב הראשון:** יוצאים מתוך הנחה שהתלמידים מבינים, מתוך היכרות בחיי היום-יום, את המושגים הגדלה והקטנה. הם מגדילים ומקטינים צורות וקטעים על גבי נייר נקודות. נייר הנקודות בא כדי לסייע להם לבצע את המטלות בצורה נכונה. בשלב זה מוכנס שימוש ביחידות שונות על נייר הנקודות, כשהיחידות נקבעות על ידי המרחק בין "זוג נקודות סמוכות מסומנות". השיפוט אם ההגדלה בוצעה כדרוש הוא ויזואלי. קל לזהות אם מדובר בהגדלה/הקטנה או עיוות של הצורה.

**בשלב השני:** מכירים שיטה שבעזרתה יכולים להגדיל או להקטין ללא הצורך בנייר הנקודות.

בהתחלה, מעבירים קרניים מנקודה כשלהי על דף הנקודות ("מוקד ההגדלה"), מגדילים קטעים על הקרניים פי אותו מספר ורואים שחיבור הנקודות שהתקבלו הם קטעים מקבילים, שהם הגדלה/הקטנה זה של זה. מכאן מכלילים ומגיעים למסקנה שניתן להגדיל או להקטין קטעים וצורות הבנויות מקטעים, על ידי העברת מקבילים.

צורות דומות מוגדרות כהגדלה/הקטנה אחת של השניה. שיטת ההגדלה שנלמדת בשלב זה תשמש בהמשך לבדיקת דמיון של צורות ולקביעת תנאים הדרושים לדמיון, תוך התנסות.

**בשלב השלישי:** מגדילים מלבנים על נייר נקודות בעזרת מוקד וקרניים, ואחר כך בודקים ורואים שהתקבלו מלבנים שצלעותיהם הוגדלו פי אותו מספר, ולהיפך: הגדלת אורכי צלעות מלבנים פי אותו מספר היא תנאי מספיק לדמיון מלבנים (הבדיקה מתבצעת באמצעות הקרניים).

הנושא דמיון מלבנים מנוצל לחלוקת קטעים וכמויות לפי יחס נתון, לדיון במושג יחס ישר ולחקירת היחס בין שטחים של מלבנים דומים, תוך הבאת דוגמאות לשימוש ביחס בין השטחים.

**בשלב הרביעי:** מגלים, תוך ביצוע הגדלות בשיטה שנלמדה, שהגדלת/הקטנת הצלעות באותו יחס אינה מספיקה לקבלת מצולעים דומים, ויש לשמור גם על שוויון הזוויות. (כשדובר במלבנים, הזוויות ישרות ולכן מספיק לשמור על היחס בין הצלעות כדי לקבל דמיון). בנוסף מקשרים בין הגדלה/הקטנה בעזרת הקרניים למושג ההתאמה בין הקודקודים, הצלעות והזוויות של המצולעים הדומים.

**בשלב החמישי:** בודקים, תוך שימוש בקרניים היוצאות ממוקד, שכדי לקבל משולשים דומים מספיק לשמור על אחת משתי הדרישות: הגדלת הצלעות באותו יחס או שוויון הזוויות.

למעשה עוסקים כאן בשני משפטי דמיון:

א. משולשים שצלעותיהם המתאימות מתייחסות ביחס קבוע - דומים.

ב. משולשים שזוויותיהם שוות בהתאמה - דומים.

משפט דמיון נוסף הוכנס למעשה בשלב הראשון כשהגדרנו "באופן פעיל" צורות דומות כצורות המתקבלות על ידי הגדלה/הקטנה בעזרת מוקד וקרניים. כשמגדילים משולשים באופן כזה משתמשים במשפט דמיון הקובע כי משולשים השווים בזווית, והיחס בין הצלעות הכולאות את הזווית שווה בשני המשולשים - דומים זה לזה.

**בשלב השישי:** מאחר ופרק זה משמש גם הכנה להוראת טריגונומטריה, עוסקים בסוף היחידה במיוחד במשולש ישר זווית.

בנוסף מחשבים את היחס בין הצלעות של אותו משולש ורואים שהיחס הזה נשמר במשולשים דומים.

לבסוף עוסקים גם בדמיון ושיפוע - תזכורת וחזרה לגיאומטריה אנליטית. חוזרים על שיפוע הקו הישר, ובעזרת הדמיון מגיעים למסקנה שהשיפוע לאורך הישר קבוע והוא בדיוק היחס בין גובה המדרגה לרוחבה, (שהוא היחס בין הניצבים במשולשים ישרי זווית דומים).

# חלוקת שעות הלימוד

בחוברת יש 12 סעיפים והם מיועדים לכ- 15 שעות הוראה, על פי החלוקה המומלצת הבאה:

| **הסעיף** | **מספר השיעורים** |
|---|---|
| הגדלה והקטנה | 1 |
| קרניים והגדלות | 1 |
| מלבנים דומים | 2 |
| היקפים וחלוקה לפי יחס נתון | 1 |
| שטחי מלבנים דומים ויחס ישר | 2 |
| קנה מידה | 1 |
| מצולעים דומים | 1 |
| משולשים דומים | 1 |
| ואולי פחות תנאים | 2 |
| משולש ישר זווית | 1 |
| יחסים בתוך משולש | 1 |
| דמיון ושיפוע | 1 |
| מבחן | 1 |
| סה"כ | 16 שיעורים |

# הגדלה והקטנה (עמודים 7 - 14 בחוברת)

המטרה של סעיף זה היא להציג את רעיון ההגדלה וההקטנה תוך שימוש בנייר נקודות. בהתחלה התלמידים משתמשים באינטואיציה חזותית ובנסיונם, כדי לקבוע אם צורות הן הגדלה אחת של השניה, ומגדילים צורות על נייר נקודות. מכאן עוברים לדיון שיטתי יותר בהגדלה והקטנה של קטעים. הבדיקה אם קטע הוא הגדלה של קטע אחר מתבצעת על ידי **ספירה** תוך הדגשת החשיבות של המושג "יחידת מידה".

בסוף הסעיף אפשר למעשה לסכם: כל קטע הוא הגדלה או הקטנה של קטע אחר, אך כשמעוניינים לבדוק אם הוא הגדלה או הקטנה פי מספר מסוים, או כשמתבקשים להגדיל אורך קטע פי מספר נתון, יש "למדוד" את הקטעים על פי אותה יחידה. מנסיוננו בכיתות הניסוי, הכנסנו תרגילים המדגישים כי אם מגדילים קטע על נייר נקודות, יש לספור את מספר היחידות של הקטע ולא את מספר נקודות החלוקה שלו.

### תרגיל 1

מטרת התרגיל היא לזהות את הצורה יוצאת הדופן ולנמק במה היא שונה משאר הצורות באותה השורה.

בדרך כלל התלמידים טוענים שהצורה "רחבה או צרה יותר", "נמוכה או גבוהה יותר". בדיון בכיתה מגיעים למסקנה שהצורה יוצאת דופן בכך שאיננה הגדלה או הקטנה של האחרות.

יוצאי הדופן מימין הם:

בסעיף א׳ שרטוט 2, בסעיף ב׳ שרטוט 1,

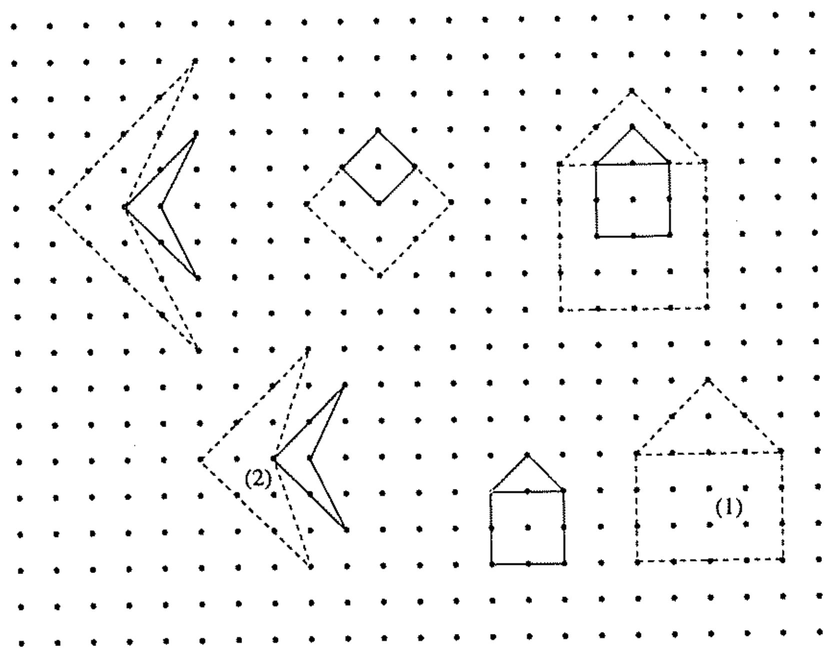
בסעיף ג׳ שרטוט 3, בסעיף ד׳ שרטוט 4.

## תרגיל 2

בתרגיל זה התלמידים מתבקשים לבצע בעצמם הגדלות על נייר נקודות.

פעילות כזו נעשית ללא כללים ורק באמצעות האינטואיציה. בדרך כלל, התלמידים משרטטים צורה דומה "הכולאת" בתוכה את הצורה הנתונה, כפי שמופיע בשרטוט למעלה מימין.

חשוב להעיר שניתן להשתמש באופן חופשי יותר בנייר הנקודות וניתן לצייר הגדלות לאו דווקא סביב הצורה כפי שמשורטט בשרטוט השמאלי מלמעלה.




שרטוטים (1) ו (2) <u>אינם</u> הגדלות של הצורות המבוקשות.

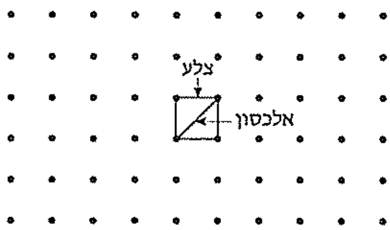
אם התלמידים משרטטים צורות שאינן הגדלות של הצורות הנתונות, אפשר לתת לתלמידים אחרים לשפוט אם הצורות נראות כהגדלות, אך אין צורך לדון כאן בשאלה איך להגדיל. הנושא מטופל בהרחבה בהמשך, והכוונה כאן להשאר ברמה האינטואיטיבית. כבר בשלב זה התלמידים חשים, שכאשר מגדילים יש לשמור על מרחקים בין זוגות נקודות סמוכות ולהכפיל את מספרם (למעשה כך שומרים על יחידת המידה).

כדאי לציין שבדרך כלל נוח להגדיל על ידי העברת מקבילים, ובאופן כזה לשמור

על אותו מרחק בין כל זוג נקודות (כלומר לשמור על "גודל היחידה"). בדרך כלל אין הכרח שהקטעים יקבילו ואפשר לשמור על מרחק קבוע בין כל זוג נקודות גם ללא הקבלה. (כלומר, הקבלה על נייר נקודות ומספר יחידות מתאים, הוא תנאי מספיק להגדלה, אך ההקבלה איננה תנאי הכרחי).

למשל, מהניסיון בכיתות, לא תמיד ברור לתלמידים שאורך צלע הריבוע קטן יותר מאורך האלכסון של אותו ריבוע (טיפול בשגיאה זו מופיע גם בתרגיל 7).

חלק מהתלמידים מייחסים לצלע ולאלכסון אותו אורך בנימוק "כי הוא מרחק בין זוג נקודות סמוכות", ושגיאה זו נוטה לחזור בהקשרים רבים. מומלץ לשוחח על כך בכיתה ולתת לתלמידים שאינם שוגים להסביר לאחרים.

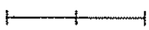



בסיכום הפעילות כדאי לציין שתרגילים 2-1 מדגימים את הנושא בו מטפלת היחידה.

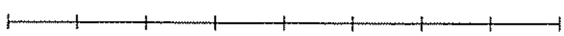
## תרגיל 3

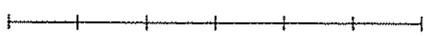
כהכנה להגדלה והקטנת קטעים, נעשה בתרגיל זה דיון בקשר בין מספר הנקודות המסומנות על קטע לאורכו.

בכיתות הניסוי הסתבר, שתלמידים המודדים אורכם של קטעים, טועים לעיתים וסופרים את הנקודות המסומנות, במקום לספור את מספר הקטעים שביניהן.

למשל: כשצריך להגדיל את הקטע  פי 3,

חלק מהתלמידים משרטטים כך:

 (9 נקודות)

במקום:  (6 רווחים)

א) על קטע שאורכו 5 יחידות מסומנות 6 נקודות.

ב) אורך קטע עליו מסומנות 7 נקודות הוא 6 יחידות.

ג) על קטע שאורכו 7 יחידות מסומנות 8 נקודות.

ד) סעיף זה מכוון לקראת הכללה: בשלב זה משערים ואחר כך בודקים על ידי שרטוט. על קטע שאורכו 10 יחידות מסומנות 11 נקודות.

כסיכום מסיקים שאורך הקטע הוא מספר היחידות ולא מספר הנקודות המסומנות עליו. (מספר הנקודות המסומנות גדול ב 1 ממספר היחידות).

## תרגיל 4

תרגיל זה מתאים לדיון וסיכום בכיתה, ויש בו שילוב של מה שנלמד בתרגילים 2 ו-3, התמודדות עם שתי הטעויות הנפוצות: אי שמירה על אורכי הקטעים בין נקודות סמוכות כשמגדילים קטע, והתייחסות למספר הנקודות במקום למספר הקטעים (כמו בתרגיל הקודם).

- כדי להשוות ולבדוק אם קטע משורטט על נייר נקודות הוא הגדלה פי מספר נתון של קטע אחר, יש לבדוק אם המרחק בין זוג נקודות סמוכות (גודל היחידה) בשני הקטעים שווה. (לכן CD **איננו** הגדלה פי 2 של הקטע AB).
- בנוסף יש לספור את מספר היחידות ולא את מספר הנקודות. (לכן EF **איננו** הגדלה פי 2 של הקטע AB).
- הקטע GH מקיים את שתי הדרישות ולכן הוא הגדלה פי 2 של AB.

## תרגיל 5

תרגיל זה מתייחס שוב לעובדה שכאשר מחלקים קטע, מספר הנקודות שעל הקטע גדול ב 1 ממספר הקטעים שנוצרו, אלא, שלא כמו בתרגילים הקודמים, לא נוח לשרטט. למעשה התלמידים מיישמים את מה שראו קודם ומסיקים שמספר העמודים בסעיף א׳ הוא 11 ואורך הגדר בסעיף ב׳ הוא 42 מטר.

## תרגיל 6

בתרגיל זה התלמידים מתבקשים ליישם את מה שלמדו בתרגיל 4. כלומר עוסקים ביחידות מידה שונות על נייר נקודות, ויש בו רמז גם לגבי הקשר להקבלה של קטעים שהם הגדלה זה של זה, אם כי אפשר כמובן לשרטט הגדלות כך שהקטעים לא יקבילו כמו למשל הקטעים f ו b.

לפני זיהוי ההגדלות, כדאי לשאול האם יש קטעים בעלי אותו אורך. אולי אפילו לשאול במפורש האם ל b ול c אותו אורך. שאלה כזו מעלה את ענין הצורך ביחידת אורך זהה ומאפשרת לעסוק בטעות.

א) הקטעים b ו f הם הגדלות פי 2 של RM.

ב) קטע d הוא הגדלה פי 1.5 של קטע b. אפשר לפתור זאת תוך ספירת הקטעים וחילוק, או תוך בדיקה של כמה פעמים קטע b "נכנס" בקטע d.

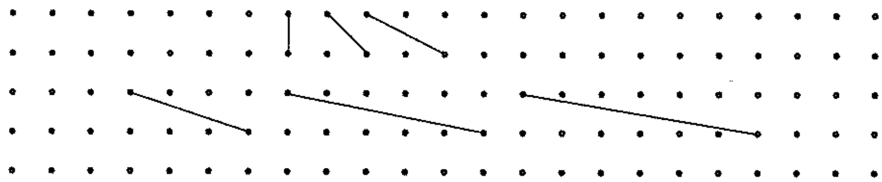
## תרגיל 7

בתרגיל זה התלמידים משרטטים קטעי יחידה שונים באורכם, ומקבלים תחושה לגבי יחידות מידה שונות.

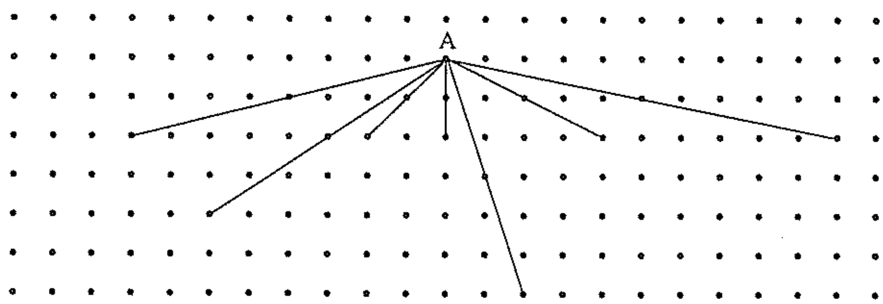
כשאלת אתגר ניתן לבקש לסמן את הקטע "הקצר ביותר" ואת הקטע "הארוך ביותר" שניתן לשרטט על דף הנקודות המופיע בחוברת, ואז יהיו ודאי תלמידים שיגיעו למסקנה שניתן לשרטט קטעי יחידה בכל אורך רצוי אם דף הנקודות מספיק גדול.

מומלץ לדון בשאלה זו בכיתה בעזרת שקפים.

א)



ב) השרטוט של אלומת קטעים מנקודה A ממחיש את המשכיות התהליך ואת העובדה שניתן לקבוע יחידות מידה שונות רבות לאין ספור.



# תרגילים

מטרת התרגילים המובאים כאן לחזור על הנושאים שנלמדו בסעיף זה והם מתאימים לשיעורי בית או לעבודה עצמית בכיתה.

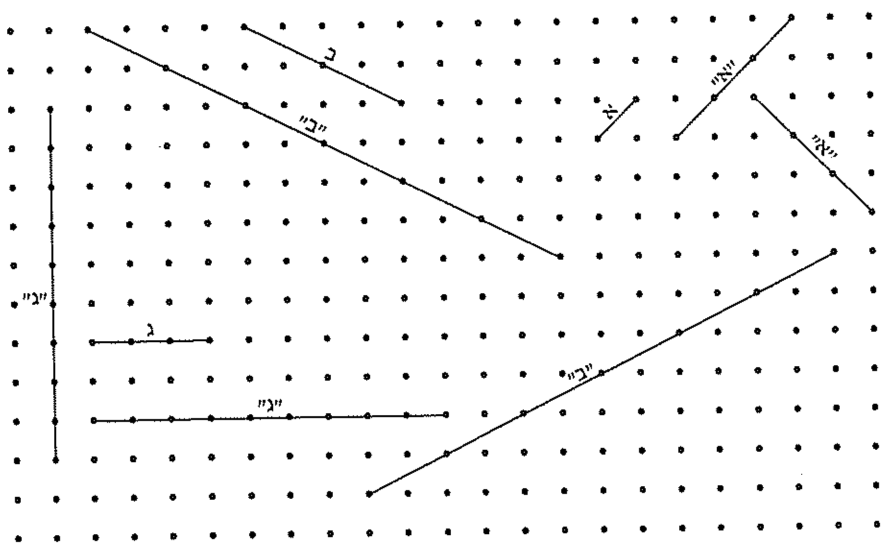
## תרגיל 8

ההתאמה היא: 1 ל ב', 2 ל ד', 3 ל א', 4 ל ג'.

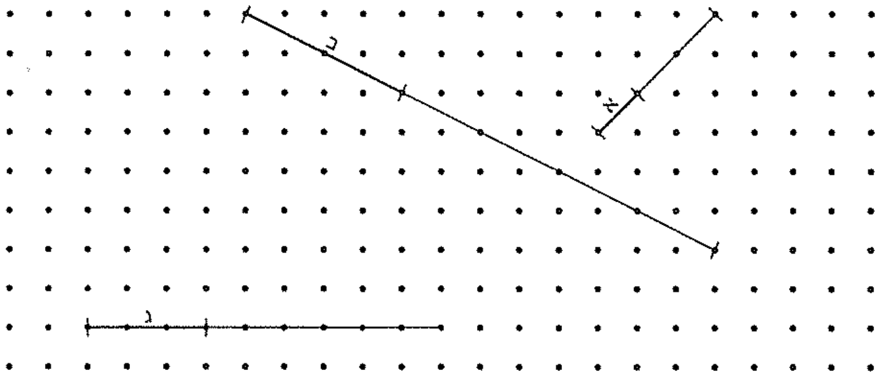
## תרגיל 9

יש להקפיד שהתלמידים יגדילו את מספר היחידות פי 3 ולא את מספר הנקודות.

בשרטוט שלהלן שתי אפשרויות להגדלת כל קטע: אחת במקביל לקטע והאחת בכיוון "שני".



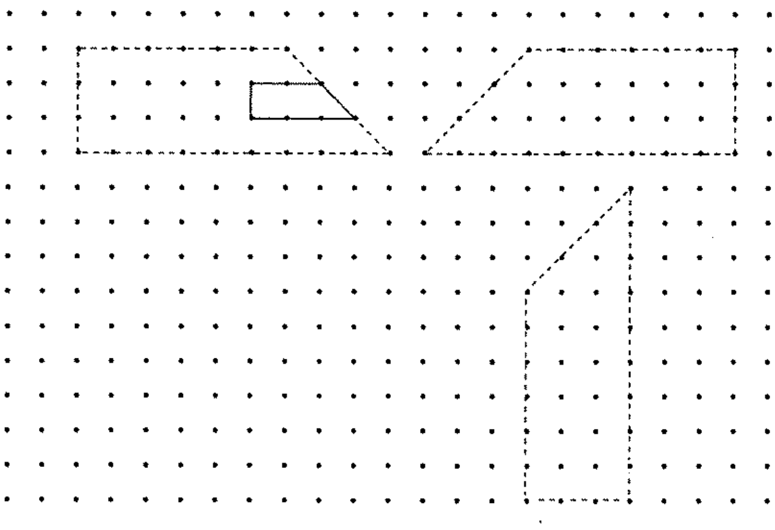

כמובן שאפשר להגדיל את הקטע בצורות שונות מהנ"ל, ויהיו ודאי תלמידים שיגדילו על יד המשכת הקטע עצמו, כפי שמודגם בציור הבא.




## תרגיל 10

התלמידים מגדילים באופנים שונים. אלא שבניגוד לתרגיל 2, כעת יש להם כלים המאפשרים להם לבדוק אם הגדילו נכון. הם יכולים לספור את מספר היחידות על כל צלע ולבדוק אם "גודל היחידה" נשמר, כלומר לבדוק אם המרחק בין זוג נקודות סמוכות על הצלע המוגדלת זהה למרחק בין זוג כזה על הצלע הנתונה. ובשרטוט שבתרגיל זה לראות, אם אורך כל שוק 3 יחידות ואורכי הבסיסים 6 יחידות ו-9 יחידות, ואם המרחק בין כל זוג נקודות על כל צלע שווה למרחק בין כל זוג נקודות על הצלעות של הטרפז הנתון.

כדי לשרטט נכון, משרטטים רוב התלמידים את הצלעות במקביל לצלעות הנתונות (כפי שעשו בתרגיל 2), ויש בכך הכנה לנושא של הסעיף הבא, אך ניתן כמובן לשרטט את ההגדלה בצורות שונות לדוגמה:



למעשה עדיין לא סוכמו קריטריונים מדויקים כדי לקבוע אם מצולע הוא הגדלה של מצולע נתון, מאחר וטיפלנו רק בהגדלת אורכי קטעים. התלמידים מגדילים את הצלעות כפי שלמדו, ובאופן אינטואיטיבי שומרים על הזוויות, ומקבלים הגדלות נכונות.

## תרגיל 11

רק בני הגדיל פי 3 את הקטע AB.

אפשר כעת לשאול אם ניתן לקבוע את ההגדלות לפי הנקודות, ואם כן, פי כמה הגדילו שני האחרים את הקטע.

התשובה היא שגדעון השתמש באותו גודל של יחידה אך הגדיל פי 4, ואילו אבי השתמש ביחידה אחרת אך ברור שלא הגדיל את AB פי 3, ולא ניתן לקבוע בעזרת ספירה מהי ההגדלה שלו. אפשר לומר שהיא פחות מפי 3, כי גודל היחידה על הקטע שלו קטן מגודל היחידה על הקטע AB. (אפשר כמובן להשתמש ביחידה משותפת כלשהיא, למשל ס״מ, ולמדוד בעזרת סרגל את AB ואת הקטע ששרטט אבי ולמצוא מהי ההגדלה.)

## תרגיל 12

תרגיל זה עוסק (כמו תרגילים 3 - 6), בקשר בין מספר הנקודות המסומנות, במקרה זה עצי הפרדס, לבין מספר הקטעים הנוצרים בין הנקודות, כלומר הרווחים בין העצים ובמקרה זה אורך ורוחב הפרדס.

א) מספר הרווחים בכל שורה 75 ולכן מספר העצים 76.

ב) מספר השבילים בין השורות 39 ולכן רוחב הפרדס $3 \cdot 39 = 117$ מטר.

(כמובן שהחישוב נעשה מבלי לקחת בחשבון את המקום שתופס העץ עצמו).

## קרניים והגדלות (עמודים 15 - 25 בחוברת)

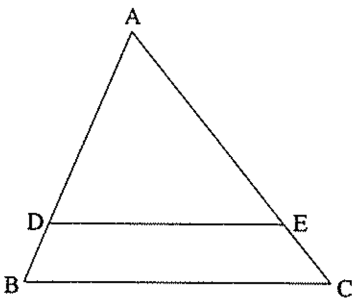
בסעיף זה לומדים כיצד להיעזר בקרניים כדי להגדיל או להקטין קטעים. התמונה שבתחילת הסעיף מיועדת להמחיש את שיטת ההגדלה המוצעת כאן. במהלך השיעור כדאי להזכיר הגדלות שנעשות תוך שימוש ברעיון זה כמו מצלמה, מטול שקפים, צל של אדם כשפנס מאיר עליו וכו׳. אפשר לבקש מהתלמידים להציע דוגמאות נוספות. חשוב לבצע את ההגדלה הראשונה עם כל הכיתה ולהדגים את התהליך תוך כדי ביצוע בעזרת שקף עם נקודות או דף נקודות מוגדל המוצמד ללוח.

בסיכום השיעור כדאי לציין את שתי התכונות של הקטע המוגדל שהתקבל:

א. הקבלה לקטע הנתון.

ב. העובדה שהוא גדל פי אותו מספר כמו הקטעים ששורטטו על הקרניים.

למעשה השיטה מבוססת על משפט תלס (כמובן שאין הכוונה להראות זאת לתלמידים).




במשולש ABC: א) אם $DE \parallel BC$

אז $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

וגם ב) אם $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

אז $DE \parallel BC$

שיטת הגדלה/הקטנה זו מתבצעת תוך שמירת הזווית בין הקרניים ויצירת קטעים פרופורציוניים על הקרניים, כלומר תוך שמירה על משפט הדמיון הראשון של המשולשים. בהמשך החוברת, בסעיף "אולי פחות תנאים", יכירו שני משפטי דמיון נוספים: דמיון לפי שתי זוויות ודמיון לפי פרופורציה בין הצלעות.

כאן התלמידים מנצלים את מה שלמדו בסעיף הקודם כדי להסיק, שהשימוש בקרניים מאפשר שמירה על יחידת המידה, ולכן מאפשר הגדלת/הקטנת קטעים. כמו כן מגלים שההגדלה נקבעת על פי ההגדלה המשורטטת על הקרניים.

בסיום הסעיף מגיעים למסקנה כי הגדלה/הקטנה על פי נייר נקודות (בעזרת מוקד וקרניים) נעשית על ידי בחירת ההגדלה/הקטנה הרצויה על הקרניים

ושרטוט קטעים מקבילים.

ניתן, אם כן, לומר כי הגדלה/הקטנה בדרך זו מאפשרת:

א. לקבל קטעים מקבילים.

ב. לבדוק אם צורה אחת היא הגדלה/הקטנה של צורה אחרת.

ג. להסיק מהם התנאים המספיקים בכל מקרה לקבלת צורות דומות.

## תרגיל 1

בתרגיל זה לומדים לבצע הגדלות בעזרת מוקד וקרניים. בודקים ורואים שאם משרטטים על שתי הקרניים, החל מהמוקד, קטעים הגדולים פי אותו מספר, ומחברים את הנקודות שהתקבלו, יתקבל קטע מקביל לקטע הנתון ואורכו יהיה גדול פי אותו מספר מהקטע הנתון.

תלמידים לא תמיד שמים לב כי MC כולל בתוכו את MA ולכן MC גדול פי 2 מ MA (לא שווה לו כפי שחלק כותבים בטעות), רצוי להדגיש זאת ולבצע את הספירה בהתאם.

בסוף התרגיל חשוב להדגיש שוב את העובדות שהקטע CD מקביל ל AB (ולכן שומר על גודל היחידה), והוא גדל פי אותו מספר כמו הקטעים ששורטטו על הקרניים.

א) MC גדול פי 2 מ MA, MD גדול פי 2 מ MB, על ידי ספירה רואים כי גם CD גדול פי 2 מ AB.

ב) באופן דומה, על ידי ספירה רואים כי CD גדול פי 4 מ AB.

ג) בסעיף זה התלמידים משרטטים בעצמם את הקרניים ועליהם את ההגדלה, סופרים ורואים כי CD גם הוא גדול פי 3 מ AB.

## תרגילים 2 - 4

אלה תרגילים נוספים המיועדים לעבודה עצמית, לתירגול שיטת ההגדלה בעזרת מוקד וקרניים, על נייר נקודות.

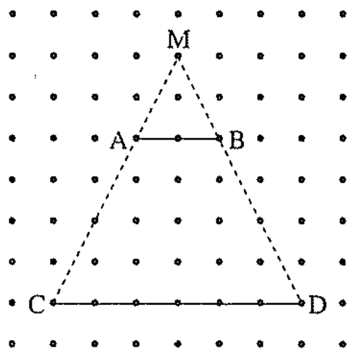
נייר הנקודות עוזר להגדיל או להקטין, ולבדוק, על ידי ספירה אם ההגדלה/ הקטנה בוצעה נכון.

חשוב לציין, שבכל מקרה כשרושמים בצורה פורמלית את ההגדלה, עושים זאת בעזרת כפל ולא רושמים זאת כיחס.

2. א) הגדלה פי 3 של MA פרושה יש להאריך את MA, מעבר לנקודה A, כך ש MC יהיה גדול פי 3 מ- MA.

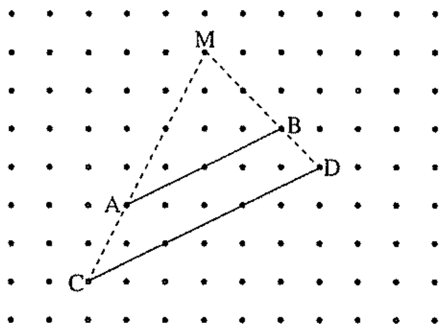
שוב כדאי להזכיר ש MA הוא חלק מ- MC, לכן יש להאריך את MA ב- 2 נקודות.

התלמידים עושים זאת תוך ספירה ובדיקה ורק בסיכום רושמים: $CD = 3 \cdot AB$.




ברוב התרגילים אין דרישה לרישום כזה.

ב) הגדלה פי 1.5 של MA פרושה הארכת MA מעבר לנקודה A כך ש MC יהיה גדול פי 1.5 מ MA. כיוון שאורך MA הוא "2 יחידות" יש להאריך את MA מעבר לנקודה A ב"יחידה אחת כזו".



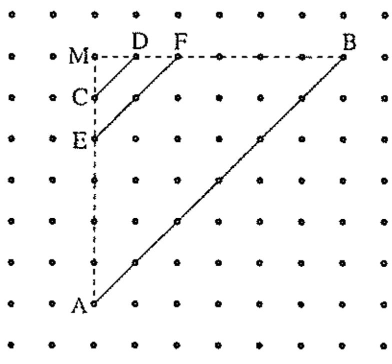

באופן דומה נגדיל פי 1.5 את MB כך ש- MD יהיה פי 1.5 מ MA.

מחיבור הנקודות מתקבל ש CD גדול פי 1.5 מ AB, כלומר $CD = 1.5 \cdot AB$.

3. תרגיל זה מנוצל לשתי פעולות: הגדלה פי 3 והקטנה פי 2. זו למעשה הפעם הראשונה שנעשית הקטנה, וכשמשתמשים בספירה על נייר נקודות, הפעולה נעשית בצורה אינטואיטיבית.

$AB = 3 \cdot EF$

$CD = 0.5 \cdot EF$

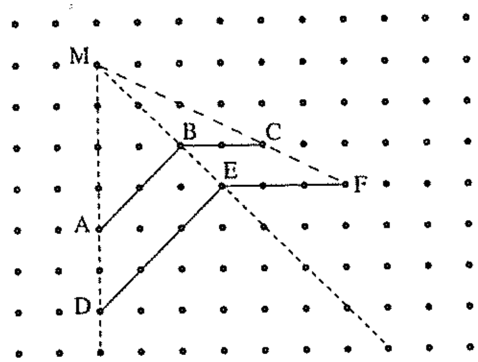



אם יש קושי בקריאת צורת הרישום הפורמלית, אפשר לבקש מהתלמידים לתרגם את הנתונים למלים:

– שרטט קטע AB הגדול פי 3 מ- EF.
– שרטט קטע CD שאורכו $\frac{1}{2}$ מ- EF

ולדון במיקום הנקודות A, B, C ו D על פי ספירה.

4. אפשר להציג את הפתרון בדרך הפורמלית:




$MD = 1.5 \cdot MA$

$ME = 1.5 \cdot MB$

$MF = 1.5 \cdot MC$

לכן: $DE = 1.5 \cdot AB$

$EF = 1.5 \cdot BC$

אך צורה כזו אינה מתאימה ומקשה מאוד על התלמידים.

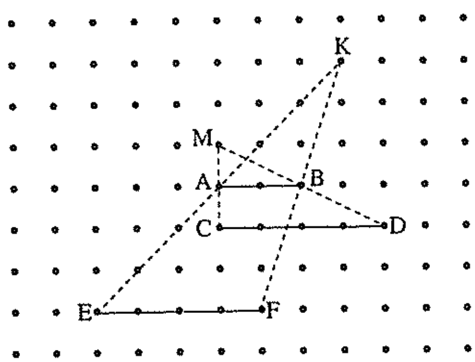
רוב התלמידים עושים זאת תוך ספירה וללא פרוש מילולי. אם יש צורך אפשר לומר כך:

אורך MA הוא "4 יחידות", לכן "להגדיל את MA פי "$1\frac{1}{2}$" פרושו לסמן נקודה במרחק 2 נקודות מ-A כלומר להאריך את MA מעבר לנקודה A ב" 2 יחידות".

אורך MB הוא "2 יחידות" לכן להגדיל את MB פי $1\frac{1}{2}$ פרושו להאריך את MB מעבר ל B ב"יחידה אחת".

## תרגיל 5

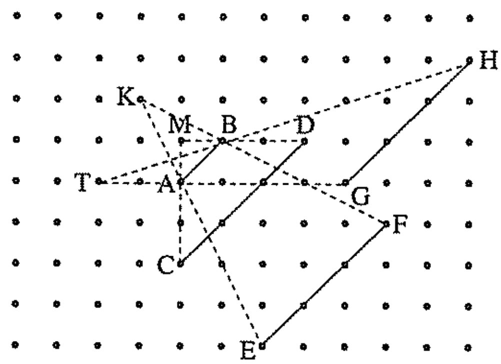
מטרת תרגיל זה להראות שבחירת המוקד יכולה להיות שרירותית: בשתי הגדלות של אותו קטע, ממוקד שונה, יתקבלו שני קטעים, אמנם במקום שונה על הדף, אם הם שווים באורכם ומקבילים, כלומר אותה הגדלה.




א) ממוקד M מתקבל הקטע CD.
ממוקד K מתקבל הקטע EF.
קל לראות ששני הקטעים שווים באורכם ושמתקיים:
$CD \parallel EF \parallel AB$.

ב) בסעיף זה התלמיד בוחר בעצמו מוקד שני כדי לבצע את ההגדלה הנדרשת. עלול להיווצר מצב שדף הנקודות לא יספיק לו, במקרה כזה אפשר להציע להוסיף נקודות או לבחור מוקד אחר.

דוגמה אפשרית של פתרון:

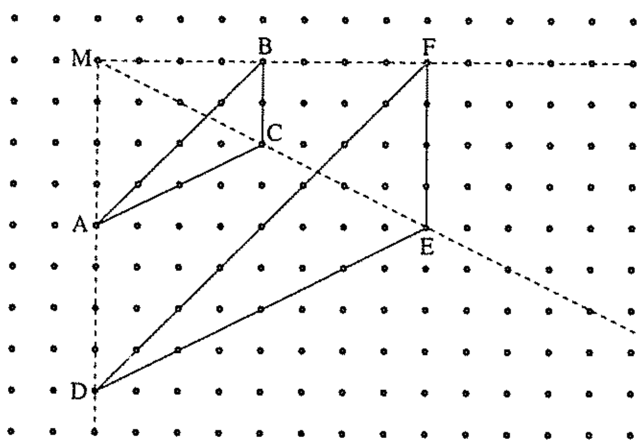



## תרגילים 6 - 7

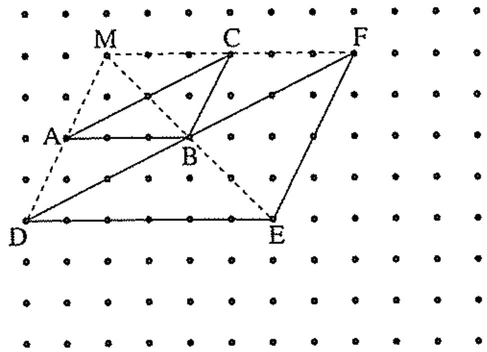
בתרגילים אלה עוברים להגדלת משולשים. למעשה מגדילים את הצלעות ו"רואים" שהמשולש שהתקבל הוא הגדלה של המשולש הנתון. בשלב זה לא עוסקים בזוויות ובעובדה שהגדלה כזו שומרת על גודלן.

מושג ההתאמה והדמיון נבנים כאן באופן אינטואיטיבי. תהליך ההגדלה יוצר קודקודים מתאימים של משולשים דומים הנמצאים על הקרניים, וצלעות מתאימות שהן הצלעות המוגדלות. אך בשלב זה לא מוזכר עדיין המושג של דמיון בכיתה. חשוב להדגיש שהצלעות המתקבלות מקבילות לצלעות הנתונות כך שגודל היחידה על הקטעים המתאימים נשמר.

.6



7. הרישום הפורמלי של ההגדלה קשה לתלמידים ולכן מבקשים מהם להשלים רק את ההגדלה.




$DE = 2 \cdot AB$

$DF = 2 \cdot AC$

$EF = 2 \cdot BC$

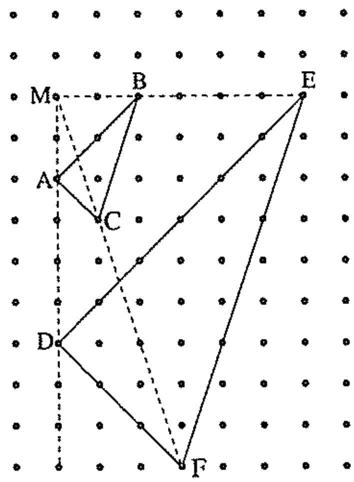
$MD = 2 \cdot MA$

$ME = 2 \cdot MB$

$MF = 2 \cdot MC$

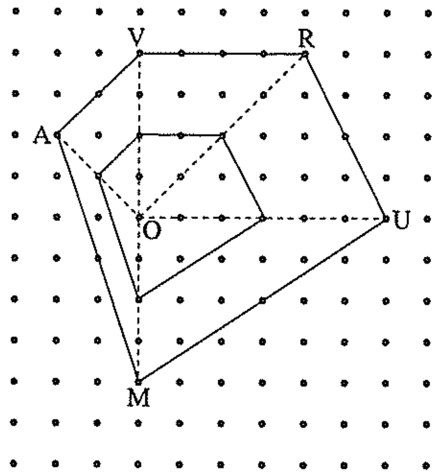
## תרגילים

### תרגיל 8



## תרגיל 9

בחירת המוקד היא שרירותית, לכן מטעמי נוחיות בחרנו הפעם את המוקד בתוך המחומש.

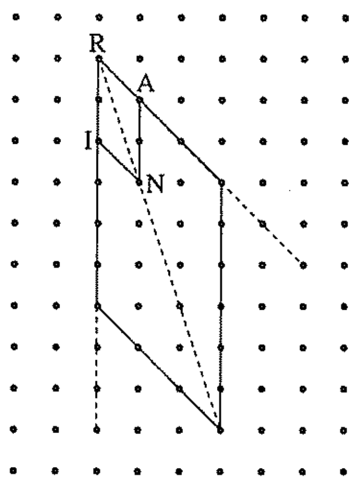



## תרגיל 10

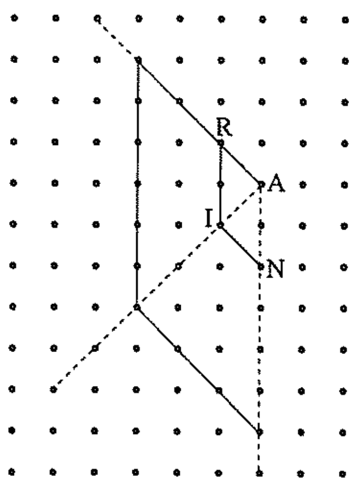
בתרגיל זה המוקד שנבחר הוא אחד מקודקודי המקבילית. בהמשך כשנעסוק בהגדלת מצולעים נשתמש בדרך כלל באחד הקודקודים כמוקד. בכל אחד משני המקרים מתקבלת מקבילית שהיא הגדלה פי 3 של המקבילית הנתונה.

למעשה שתי המקביליות שהתקבלו חופפות, כי הצלעות שוות בהתאמה (פי 3 מצלעות המקבילית הנתונה), וכמובן הזוויות שוות בהתאמה לזוויות המקבילית הנתונה. בשלב זה אין צורך להכנס לענין הזוויות.

א)




ב)



## תרגילים 11 - 12

בתרגילים אלה מיישמים את השיטה להגדלת ציורים כאשר התמיכה של נייר הנקודות הוסרה.

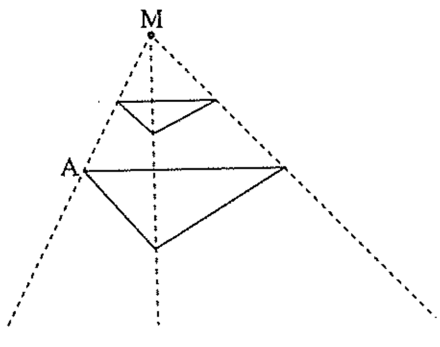
על סמך הפעילויות הקודמות ניתן להסיק, שהעברת מקבילים לקטע משורטט, מנקודה כלשהיא על הקרן (לנקודה על הקרן השניה), תיצור הגדלה/הקטנה של הקטע. אי לכך אפשר להגדיל צורה באופן הבא: לבחור נקודה על קרן, להעביר מקביל לקטע בשרטוט הנתון עד שהוא חותך את הקרן (עליה קצה הקטע הנ"ל), מהנקודה שנוצרה להעביר מקביל לקטע אחר וכו'. באופן כזה להגדיל את הצורה כולה. העברת המקבילים מתבצעת בעזרת סרגל, על פי טביעת עין.

מניסוי בכיתות מסתבר שהתלמידים הגיעו להגדלות יפות בדרך זו.

אם משתמשים במטול בכיתה - המטול עצמו הוא המחשה חיה של מושג ההגדלה. אפשר להוסיף תרגיל שבו התלמידים משערים מה יהיה גודל הצלעות שיתקבלו על המסך אם נקרין צורה מסוימת המשורטטת על שקף.

אפשר כמובן לקרב ולהרחיק את המטול ולראות איך משתנה גורם ההגדלה בעקבות זאת.

.11

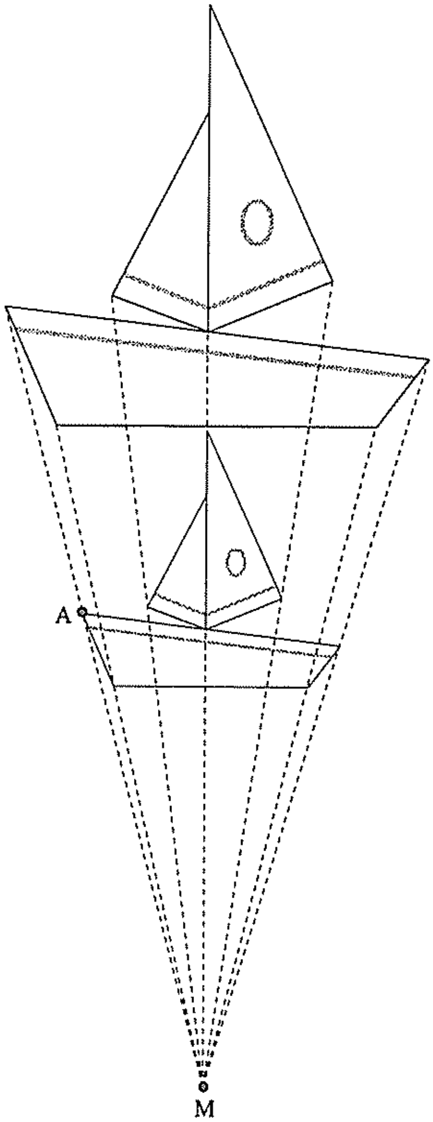



בסיום התרגיל כדאי לדון בנקודה: אם נרצה להקטין את המשולש, כיצד נבצע זאת?

בדיון כזה ניתן לשמוע הצעות מהתלמידים, לבצע לפי ההצעות ולראות אם הגדלנו או הקטנו את המשולש.

אז מגיעים למסקנה כי כדי להקטין, יש לבחור נקודה על הקרן שנמצאת בין M לקודקוד המשולש, ולהעביר מקבילים כפי שמוצע לעיל.

.12




## תרגיל 13

מטרת התרגיל היא להביא למודעות שלמעשה מצאנו שיטה לביצוע הגדלות/ הקטנות שבוצעו בתחילת החוברת על פי האינטואיציה. כעת אפשר לבדוק את השרטוטים שנעשו שם.

אם ההגדלה שביצעו התלמידים אינה טובה, ניתן כעת להגדיל תוך בחירת מוקד ושרטוט קרניים, או על ידי שרטוט מקבילים לקטעי הצורה הנתונה, מנקודה כלשהי.

# מלבנים דומים (עמודים 26 - 41 בחוברת)

שיטת הגדלה/הקטנה שנלמדה בסעיף הקודם משמשת כאן לבדיקת התנאים הדרושים לבדיקת דמיון מלבנים. תחילה משרטטים הגדלות של מלבנים אחר כך משווים חמישה מלבנים עם מלבן נתון ובודקים אותם משתי בחינות:

א. האם שתי הצלעות של המלבנים הוגדלו פי אותו מספר בהשוואה עם המלבן הנתון.

ב. האם המלבנים הם הגדלות של המלבן הנתון.

כמסקנה מבדיקות אלה מסיקים שהתנאי הדרוש להגדלת/הקטנת מלבנים הוא הכפלת שתי הצלעות **באותו מספר**.

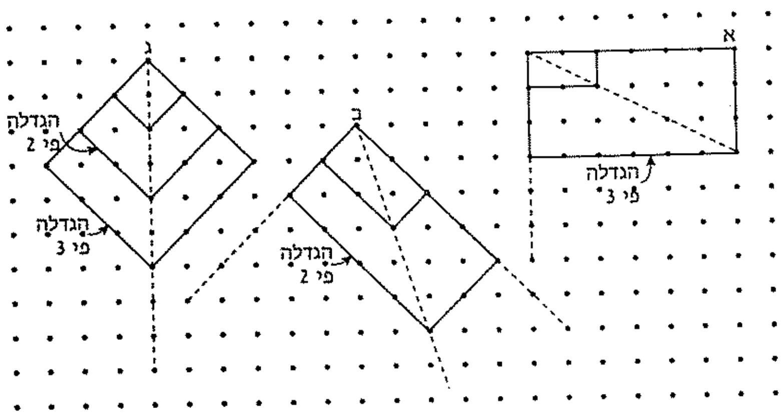
בשלב זה משתמשים לראשונה במושג "יחס הדמיון".

בהמשך הסעיף משרטטים הגדלות והקטנות של מלבנים, על סמך המסקנה שהוסקה ובודקים, תוך חישוב, אם מלבנים שצלעותיהם נתונות דומים. כמו כן בודקים ורואים שההיקפים של מלבנים דומים מתייחסים זה לזה אף הם כיחס הדמיון ושהיחס בין השטחים הוא כריבוע יחס הדמיון. בענין זה יש טיפול במהלך היחידה כולה.

## תרגיל 1

בתרגיל זה משתמשים בשיטה שנלמדה בסעיף הקודם להגדלת מלבנים (כלומר לבניית מלבנים דומים). בתרגיל הבא יבדקו בעזרת שיטה זו, כיצד ניתן לבדוק אם מלבנים דומים (כלומר אם הם הגדלה/הקטנה אחד של השני) בעזרת מדידה, אחר-כך ילמדו להגדיל/להקטין תוך שימוש בחישובים. (התלמיד יבחר כרצונו את גורם ההגדלה וייעזר בקרניים המשורטטות).

דוגמאות של הגדלות באמצעות הקרניים:



## תרגיל 2

תרגיל זה מיועד לבניית הקשר בין הגדלה/הקטנה בעזרת קרניים לבין שמירה על אותו יחס בין אורכי הצלעות המתאימות. (כלומר על הגדלה/הקטנה של שתי הצלעות פי אותו מספר).

בסעיף א׳ התלמידים בודקים אם אורכי הצלעות הוכפלו באותו מספר, בסעיף ב׳ בודקים בעזרת הקרניים אלו מלבנים הם הגדלה של המלבן הנתון (המלבן עם שתי המשבצות).

כדאי לסכם את פתרון התרגיל בדיון כתתי: בעזרת הקרניים רואים שמלבנים א, ב ו-ד הם הגדלות של המלבן הנתון, ומלבנים ג ו-ה לא.

בסעיף א׳ ראו שבמלבנים א, ב, ד שתי הצלעות הוכפלו פי אותו מספר ואילו במלבנים ג ו-ה לא, ומכאן מכלילים ומגיעים למסקנה שהגדלת אורכי הצלעות פי אותו מספר היא תנאי מספיק לקבלת מלבנים דומים, ובמקום להשתמש במוקד וקרניים ניתן להגדיל מלבנים על ידי הגדלת אורכי הצלעות פי אותו מספר.

הערה: בדף השקוף מופיע מלבן נוסף ו שהוא מלבן חופף למלבן ב ש״מסובב קצת״.

בכיתות הניסוי היו תלמידים שלא שמו לב לכך שמלבנים ב ו-ו מקיימים את הדרישה מאחר והם משורטטים ב״כיוון שונה״. אין צורך להעיר על כך בעת החישוב ועדיף שהתלמידים יגלו זאת תוך פתרון סעיף ב׳ ולאחריו, כשנעשית ההשוואה בין התוצאות בשני הסעיפים. (כשמנסים ל״הניח״ את המלבנים קל יותר לראות שניתן לסובב את מלבן ו ולהניחו כך שקודקודיו יהיו על הקרניים, מאשר לראות זאת בסעיף א׳ כשמחשבים).

## תרגיל 3

בתרגיל זה מוכנס המושג ״יחס הדמיון״. לתלמידים נוח לבטא את יחס הדמיון כמספר ולא כיחס בין המספרים, למשל 3 ולא 3:1, לכן השתמשנו בדרך כלל בצורת כתיבה זו. כדאי להזכיר בכיתה גם את צורת הכתיבה כיחס אך אין צורך לדרוש ביטוי כזה מן התלמידים.

בכיתות הניסוי ניסינו בהתחלה להשתמש במונח ״גורם ההגדלה״, אלא שאז נוצר קושי להבין ש״גורם הגדלה״ שהוא קטן מ 1 פרושו הקטנה.

בסיכום כדאי שהתלמידים יכירו את המושג ״יחס הדמיון״. יש לשים לב שמושג זה הוא מושג מופשט ולכן מהווה קושי, לכן רצוי לאפשר לתלמידים להשתמש

במונחים "גורם הגדלה או הקטנה" (על פי המקרה בו דנים), ולחשב על פי גורם זה במקום על פי יחס הדמיון.

בתרגיל זה בודקים דמיון על סמך מדידה וחישוב ההגדלה של כל זוג צלעות. בנוסף בודקים גם פי כמה גדלו ההיקף והשטח. בסעיפים ב' ו-ג' דנים במפורט בענין השתנות ההיקף והשטח של מלבנים דומים, והכוונה כאן היא להכין את הרקע להמשך. יתכן ויהיו אי-דיוקים קטנים במידות המלבנים, בכל מקרה כדאי לעגל למספרים שלמים. לאחר מדידה והשלמת הטבלה, מוצאים שרק מלבנים א ו-ג דומים. (חלק מהתלמידים אולי ישימו לב כי למלבנים א ו-ג יש צלע אחת בעלת אותו אורך אך המלבנים אינם חופפים בהמשך נקיים דיון מפורט בענין זה).

| המלבן | a (בס"מ) | b (בס"מ) | היקף (בס"מ) | השטח (בסמ"ר) |
|---|---|---|---|---|
| מלבן **א** | 2 | 3 | 10 | 6 |
| מלבן **ב** | 4 | 5 | 18 | 20 |
| מלבן **ג** | 3 | 4.5 | 15 | 13.5 |
| מלבן **ד** | 2 | 10 | 24 | 20 |

בזוג המלבנים א ו-ג אורך כל צלע וההיקף גדלו פי 1.5 והשטח פי 2.25. כל מה שניתן להגיד בשלב זה הוא שהשטח לא שומר על יחס הדמיון. בשלב זה קשה לראות מהטבלה שהשטח גדל פי ריבוע יחס הדמיון וגם אין צורך בכך, ענין זה יטופל בהמשך.

# תרגילים

התרגילים הבאים עוסקים בשני הכיוונים:

- אם ידוע שהמלבנים דומים, מחשבים את ההגדלה/הקטנה (יחס הדמיון) ונתונים נוספים לגבי המלבנים.
- אם ידוע יחס הדמיון כלומר ההגדלה/הקטנה, מחשבים נתונים נוספים ומשרטטים מלבנים דומים.

## תרגיל 4

בתרגיל זה מחשבים צלעות, היקפים ושטחים על פי יחס דמיון נתון ובסוף הטבלה גם על פי נתונים אחרים: היקף, או שטח, או אחת הצלעות. כשנתון ההיקף או השטח התלמידים מתלבטים מהיכן להתחיל את החישוב ורובם מתייחסים לשורה הקודמת בטבלה, קובעים תחילה את ההגדלה/הקטנה ואחר כך ממשיכים.

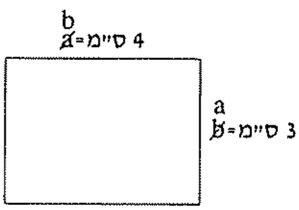
טעויות אופיניות הן:

א. כפל של כל השורה בגורם ההגדלה/הקטנה ולא רק את הצלעות וההיקף.

ב. בשורה השישית כשנתון השטח, חלק מן התלמידים טועים ורושמים שיחס הדמיון (ההגדלה) הוא 100 בהשוואה למלבן המקורי.

הערה: בחוברת יש אי התאמה בין הסימון במלבן לבין הטבלה, לכן אפשר להחליף בשרטוט את שתי הצלעות a ו-b, או להחליף את הרישום בטבלה.

| שטח (סמ״ר) | היקף (ס״מ) | צלע b (בס״מ) | צלע a (בס״מ) | יחס הדמיון |
|---|---|---|---|---|
| *12* | *14* | 4 | 3 | המלבן הנתון |
| *192* | *56* | *16* | *12* | פי 4 |
| *3* | *7* | 2 | *1.5* | פי $\frac{1}{2}$ |
| *27* | *21* | 6 | *4.5* | פי $1\frac{1}{2}$ |
| 300 | *70* | *20* | *15* | פי 5 |
| 1200 | 140 | 40 | 30 | פי 10 |
| 0.75 | *3.5* | 1 | *0.75* | פי $\frac{1}{4}$ |



## תרגיל 5

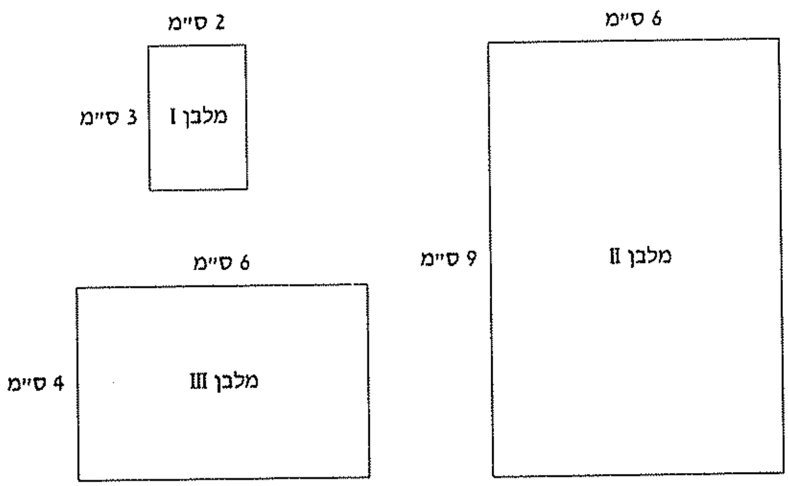
בתרגיל זה התלמידים משרטטים שתי הגדלות המתאימות לנתונים.

ההגדלה פי 3 היא על פי ההתאמה המשורטטת. יותר קשה לראות שניתן להגדיל פי 2 ולקבל בכל זאת מלבן שאחת מצלעותיו 6 ס״מ.

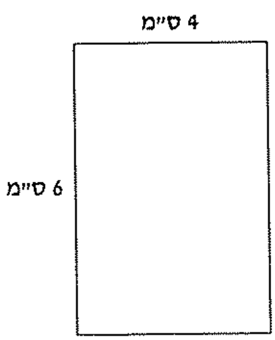
הדרך הטבעית לפתרון היא לקבוע תחילה את גורם ההגדלה, ואחר כך למצוא את אורכי צלעות המלבן.

א) מלבן II הוא הגדלה של מלבן I פי 3, אורכי צלעותיו 6 ס״מ ו 9 ס״מ.

ב) מלבן III הוא הגדלה של מלבן I פי 2, אורכי צלעותיו 4 ס״מ ו 6 ס״מ.




בסעיף ב׳ אפשר להציע לתלמידי לשרטט את הצלע במקביל לצלע של 3 ס״מ **(ראה שרטוט).**



## תרגיל 6

א) כדאי לדון בסעיף זה בכתה. ישנם תלמידים שנוטים להתרכז בצלע אחת ולקבוע שהמלבנים דומים.

המלבנים אינם דומים, על אף התחושה ש"הגדלנו" את המלבן האחד פי 2 (למעשה הגדלנו את שטחו פי 2).

הגדלה כזו של השטח אינה יוצרת מלבנים דומים, בדמיון נשמר יחס שווה בין הצלעות המתאימות של המלבנים וזה מה שיש לבדוק.

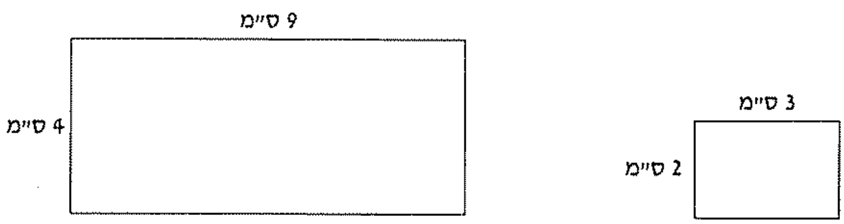
ב) המלבנים דומים ויחס הדמיון 3:1 (מספיק שהתלמידים יאמרו שיחס הדמיון 3).

ג) המלבנים אינם דומים, כי אין יחס קבוע בין הצלעות המתאימות. דיון דומה ישנו גם בסעיף "הוגן או לא". (עמ' 47 בחוברת).

ד) המלבנים דומים ויחס הדמיון הוא 2.

ה) המלבנים אינם דומים. כאן מסיקים שריבוע אינו יכול להיות הגדלה או הקטנה של מלבן שאינו ריבוע, מאחר ואם נכפול שתי צלעות שונות באותו מספר תתקבלנה כמובן שתי צלעות שונות.

כדי לחזק את העובדה שבמלבנים דומים היחס בין הצלעות המתאימות שווה, כדאי לדון גם בשאלה האם המלבנים הבאים דומים.




## תרגיל 7

מאחר שבמקרה זה נתונה ההתאמה (A'B' הוא הגדלה של AB), יש בכל סעיף פתרון יחיד.

א) יחס הדמיון 4 ולכן 12 ס"מ = x

ב) יחס הדמיון $\frac{1}{2}$ ולכן 2 ס"מ = x. (במקום לציין שיחס הדמיון 1:2 אפשר לומר שמדובר בהקטנה פי 2).

ג) יחס הדמיון 2 ולכן 2 ס"מ = x.

ד) יחס הדמיון 1 ולכן 6 ס״מ = x. (למעשה המלבנים חופפים).

ה) יחס הדמיון $\frac{1}{2}$ (הקטנה פי 2) ולכן 4.5 ס״מ = x.

אפשר גם לומר, אם A'B' הוא הגדלה פי 2 של AB, ונתון 9 ס״מ = A'B' לכן 4.5 ס״מ = AB.

ו) 4 ס״מ = x מאחר והגדלה של ריבוע היא ריבוע, ניתן להסיק ללא חישוב כי הצלע החסרה אורכה 4 ס״מ, ראינו זאת כבר בסעיף ב׳.

באחת מכיתות הניסוי חלק מהתלמידים חישבו ואפילו נעזרו במחשבון כדי לגלות ש 4 ס״מ = x., היו תלמידים אחרים שטענו ״אין צורך לחשב, כי אם נחשב את היחס 11:4 נקבל מספר, ואותו מספר צריך לצאת גם בתרגיל 11:x ולכן 4 ס״מ = x.

ז) לא ניתן לשרטט שני ריבועים כאלה, כי כל הריבועים דומים זה לזה.

ח) יחס הדמיון $\frac{1}{2}$ (הקטנה פי 2) לכן 4.5 ס״מ = x.

## תרגילים 8 - 10

בפרק זה מתאים לשלב פתרון משוואות מתאימות לחישוב הגדלות/הקטנות. תרגילים אלה עוסקים בפתרון משוואות כאלה.

במהלך הלימוד אין אנו רואים חישובים בטכניקה אלגברית כמטרה בפני עצמה אך כאן ישנה הזדמנות לשלב טכניקה המשרתת מטרה אחרת.

8. בתרגיל זה נעשה הקשר בין הבעיות הגיאומטריות בהן עוסקים לבין המשוואות האלגבריות המתאימות. בשני הסעיפים הראשונים התלמיד משלים משוואות מתאימות, פותר אותן ועונה על השאלה הגיאומטרית, ובסעיף השלישי הוא כותב בעצמו את המשוואה.

א) $2.5 = \frac{x}{7}$ והפתרון: 17.5 ס״מ = x.

ב) $\frac{8}{3} = \frac{x}{5}$ והפתרון: $13\frac{1}{3}$ס״מ = x. רוב התלמידים משתמשים במחשבון ופותרים כך: $2.33 = \frac{x}{5}$ מכאן 13.33 ס״מ = x.

ג) $\frac{5}{4} = \frac{x+3}{x}$ והפתרון: 4 ס״מ = x.

חשוב לציין, כי אין הכרח לדרוש מן התלמידים לחשב את אורך הצלע חסרה דרך משוואה, יתכן ובחלק מן המקרים ניתן להגיע לתשובה בדרך של שיקולים מתמטיים. לדוגמא בסעיף א׳: הגדלנו את הצלע פי 2.5 לכן גם הצלע השניה תגדל פי 2.5.

9. אין הכרח לבצע בכל משוואה פעולות אלגבריות על האגפים, לעיתים ניתן למצוא את הפתרון מתוך שיקולים הגיוניים. למשל בסעיף ב׳ $\frac{3}{x}=1$ אפשר לפתור תוך הצגת השאלה: במה נחלק את 3 כדי לקבל 1?!

במשוואה $\frac{x}{5}=\frac{3}{10}$ ניתן לראות שיחס הדמיון הוא 2, כי המכנה 10 הוא פי 2 מ-5, ולכן אם המונה 3 והוא פי 2 מ x מכאן $x = 1.5$.

כמו כן אפשר לפעמים לנחש את הפתרון, להציב ולבדוק, או לשרטט מלבנים "מדגימים" דומים ולבצע שיקולים.

הפתרונות:

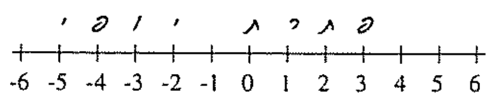
א) $x = 10.5$ ב) $x = 3$ ג) $x = 6$ ד) $x = 1.5$

ה) $x = 1$ או $x = -1$ ו) $x = 3$ או $x = -3$

ז) $x = 4$ ח) $x = 4$ ט) $x = 8$

10.

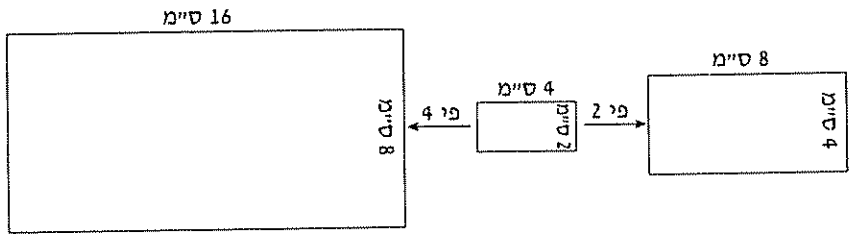
| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| פ | $\frac{x}{2}=1.5$ | $x = 3$ | ו | $\frac{9}{x}=x$ | $x = 3 , -3$ |
| ך | $\frac{x}{3}=\frac{1}{3}$ | $x = 1$ | י | $\frac{12}{x}=3x$ | $x = 2 , -2$ |
| ת | $\frac{x}{4}=\frac{1}{2}$ | $x = 2$ | ת | $\frac{x}{2}=\frac{1}{10}$ | $x=\frac{1}{5}$ |
| י | $\frac{5}{x}=\frac{x}{5}$ | $x = 5,-5$ | פ | $\frac{x}{8}=\frac{2}{x}$ | $x = 4 , - 4$ |



## תרגיל 11

בתרגיל זה עוסקים שוב בקיום שני מלבנים להם צלע בעלת אותו אורך, הדומים למלבן נתון. תרגיל כזה מחייב התייחסות לתנאי הדמיון, והשיפוט נעשה באופן אנליטי ולא ויזואלי בלבד.

א) בסעיף זה מגדילים אותו מלבן פי 2 ופי 4 ומקבלים שני מלבנים הדומים למלבן הנתון ולשניהם צלע שאורכה 8 ס״מ.




ב) בסעיף זה התלמיד מבצע פעולה הפוכה: נתונים שני מלבנים להם צלע באורך 15 ס״מ ושניהם דומים למלבן נתון, והתלמיד צריך למצוא את ההגדלות. מלבן ב׳ התקבל על ידי הגדלה פי 3 ומלבן ג׳ על ידי הגדלה פי 5.

ג) בסעיף זה התלמיד מבצע את שתי הפעולות שנעשו בסעיפים הקודמים: מוצא פי כמה צריך להגדיל, ומחשב את צלעות המלבן המוגדל.

- כדי לקבל מלבן דומה שהצלע הקטנה באורך 6 ס״מ, יש להגדיל פי 3 את הצלע הקטנה של המלבן הנתון.

  מתקבל מלבן שצלעותיו באורך 6 ס״מ ו 9 ס״מ.

- כדי לקבל מלבן דומה שהצלע הגדולה שלו 6 ס״מ, יש להגדיל פי 2 את הצלע הגדולה של המלבן הנתון. מתקבל מלבן שצלעותיו באורך 4 ס״מ ו- 6 ס״מ.

- שני המלבנים **שהתקבלו** דומים זה לזה ויחס הדמיון ביניהם הוא 1.5. (כמובן שתתכן גם התשובה שיחס הדמיון הוא $\frac{2}{3}$.)

ד) הצלע שאורכה 6 ס״מ היא הצלע **הגדולה** של המלבן הנתון.

כדי שיתקבל מלבן שונה, הצלע שאורכה 6 ס״מ צריכה להיות הצלע **הקטנה**, ולכן אורך 6 ס״מ במלבן החדש צריך להתאים לצלע הקטנה של המלבן הנתון שאורכה 3 ס״מ, כלומר יחס הדמיון 2 וצלעות המלבן המבוקש הם 6 ס״מ ו 12 ס״מ.

## תרגיל 12

תרגיל זה מבוסס על טעות נפוצה: חלק מהתלמידים מוסיפים אותו מספר לאורך כל צלע במקום לכפול את האורכים באותו מספר. מטרת התרגיל להפנות את תשומת לב התלמידים לשגיאה זו.

המלבן שהתקבל אינו דומה למלבן המקורי: אורך צלע אחת הוכפל פי 2 ואילו אורך הצלע השנייה פי $1\frac{2}{3}$.

## תרגיל 13

מטרת התרגיל היא להתנסות שוב בשתי הגדלות עוקבות. המלבן שיתקבל משתי הגדלות אלה דומה למלבן הנתון, ויחס הדמיון ביניהם יהיה מכפלת יחסי הדמיון של שתי הגדלות.

אורכי הצלעות של המלבן שמתקבל לאחר שתי ההגדלות הם 18 ס״מ ו- 12 ס״מ ויחס הדמיון בינו לבין המלבן המקורי הוא 3.

## תרגיל 14

פרט לצורות הנדסיות, עוסקים בחוברת זו גם בנושאים אחרים הקשורים ביחס.

הנושא שמטופל בתרגיל 12, ״תוספת מספר קבוע אינה שומרת על היחס״, חשוב גם כשעוסקים בגילים. בתרגיל זה רואים כי כשעוברות השנים, מספר השנים שנוסף לכל אחד מהילדים שווה, אבל יחס הגילים שלהם משתנה (קטֵן).

א) - אבי מבוגר מציפי פי 3.
- בעוד שנתיים אבי יהיה בן 14 וציפי בת 6.
- אבי יהיה מבוגר מציפי פי $\frac{14}{6} = 2\frac{1}{3}$.
- בעוד 4 שנים יהיה אבי בן 16 וציפי בת 8 ואבי יהיה מבוגר מציפי פי 2.

ב) הטענות הנכונות:
- כשעוברות השנים היחס בין הגילים משתנה.
- ככל שהשנים עוברות, היחס בין גילו של אבי לזה של ציפי קטֵן.

# היקפים וחלוקה לפי יחס נתון (עמודים 42 - 48 בחוברת)

סעיף זה עוסק בחלוקה של גדלים לפי יחס נתון - אורכי קטעים, כמויות וכדי.
בסעיף הקודם, בתרגילים 3 ו-4, ראו התלמידים שהיקפי מלבנים דומים מתייחסים זה לזה כיחס הדמיון. בסעיף זה עוברים ליצירת מלבנים בעלי היקף נתון, הדומים למלבן שצלעותיו נתונות. בהמשך משתמשים בחלוקה זו של ההיקף לפי יחס הצלעות, כדי לעבור לחלוקת קטעים או כמויות שונות לפי יחס נתון, תוך כדי כך דנים במושג של "חלוקה הוגנת".

בחלק מן התרגילים אנו מציגים אפשרויות שונות של פתרון. אין הכוונה להציג בפני התלמידים את מגוון הפתרונות, אך לנו כמורים חשוב שנהיה ערים וקשובים יותר לדרכים שונות שמציעים התלמידים, לקבל ולעודד פתרונות מגוונים. חשוב לציין שבמרבית התרגילים קל לבדוק אם הפתרון נכון, כלומר אם אכן סכום האורכים של שני הקטעים (או הכמויות) שהתקבלו שווה לכמות הנתונה, ואם היחס בין הקטעים (או הכמויות) הוא היחס המבוקש. חשוב לעודד את התלמידים לבדוק את חישוביהם ולהדגיש שלפעמים, במקרה של טעות, הבדיקה רומזת על הפתרון הנכון.

### תרגיל 1

תרגיל זה הוא מבוא בו יוצרים מלבנים דומים למלבן נתון על פי ההיקף. למעשה מחלקים את ההיקף לפי היחס בין הצלעות של המלבן הנתון, אלא שחלוקת ההיקף מוחשית יותר וניתן להיעזר בשרטוט ובספירה (אם השרטוט נעשה על דף משובץ). ישנן מספר דרכים לבצע את החלוקה:

- אפשר להגדיל את צלעות המלבן לפי יחס מסוים, לחשב את ההיקף ואז לראות פי כמה יש להגדיל.
- אפשר לחלק את ההיקף הנתון ל 2, לנסות למצוא שני מספרים שסכומם הוא התוצאה שהתקבלה, והיחס ביניהם הוא כמו היחס בין צלעות המלבן הנתון.
- אפשר לראות פי כמה גדל ההיקף ולפי זה להגדיל את הצלעות של המלבן הנתון.
- אפשר לבסס תשובה אחת על תשובות קודמות.

א) היקף המלבן הנתון 10 ס"מ.

ב) במלבן דומה:

כשההיקף 20 ס״מ אורכי הצלעות 4 ס״מ ו 6 ס״מ.

כשההיקף 30 ס״מ אורכי הצלעות 6 ס״מ ו 9 ס״מ.

כשההיקף 40 ס״מ אורכי הצלעות 8 ס״מ ו 12 ס״מ.

כשההיקף 50 ס״מ אורכי הצלעות 10 ס״מ ו 15 ס״מ.

כשההיקף 25 ס״מ אורכי הצלעות 5 ס״מ ו 7.5 ס״מ.

כשההיקף 15 ס״מ אורכי הצלעות 3 ס״מ ו 4.5 ס״מ.

## תרגיל 2

עד כה עסקנו ביחס בין הצלעות של מלבן אחד לצלעות המתאימות של מלבן אחר הדומה לו. בתרגיל זה עוסקים גם ביחס הצלעות של אותו מלבן. מגיעים למסקנה שאם ניצור מלבן דומה למלבן נתון, היחס בין הרוחב לאורך של המלבן החדש יהיה שווה ליחס בין הרוחב לאורך של המלבן המקורי, ולהיפך, אם היחס בין צלעות של מלבן אחד שווה ליחס בין הצלעות המתאימות במלבן האחר, אז המלבנים דומים.

בסוף היחידה ישנו סעיף נוסף העוסק ביחסים בין צלעות של משולש לצלעות של משולש דומה. נושא זה חשוב לפני שעוברים לחישוב יחסים במסגרת לימוד הטריגונומטריה.

כשההיקף 16 ס״מ אורכי הצלעות 3 ס״מ ו 5 ס״מ.

כשההיקף 48 ס״מ אורכי הצלעות 9 ס״מ ו 15 ס״מ, והיחס בין הרוחב לאורך נשאר 3:5.

## תרגיל 3

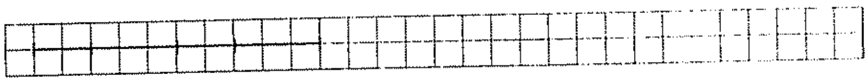
תרגיל זה קל יותר מהתרגיל הקודם ואפשר להקדימו.

ישנן דרכים שונות לפתור את התרגיל ואין לתת לתלמידים ״מתכון״ לפתרון (דוגמה $10 \cdot \frac{2}{5}$). להלן מספר הצעות:

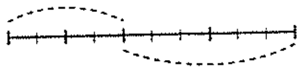
- על ידי ניסוי וטעיה.
- לחשב פי כמה גדל הקטע כולו ואז להגדיל כל חלק פי אותו מספר.
- לפתור בעזרת מלבנים דומים, כלומר להסתכל על שני החלקים כמייצגים צלעות סמוכות של מלבנים דומים.

אם התלמידים מתקשים, המורה יכול לפתור יחד אתם סעיף אחד ולהסביר את המשמעות.

בכתות הניסוי היו תלמידים שחילקו תחילה כך:



יתכן והם התייחסו לקיפול החוט למלבן, כמו בתרגיל קודם. במקרה כזה כדאי להראות שהכוונה כאן לחלוקת קטע ל-2 חלקים בלבד, להיעזר בשרטוט ולהראות שלמעשה לוקחים תחילה את שני הקטעים הקטנים (2) ואחר כך את הגדולים (3) ומקבלים חלוקה של 4 ו 6.



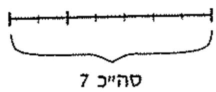
כשאורך הקטע 10 יחידות אורכי החלקים: 6 יחידות ו 4 יחידות.

כשאורך הקטע 15 יחידות אורכי החלקים: 9 יחידות ו 6 יחידות.

כשאורך הקטע 20 יחידות אורכי החלקים: 12 יחידות ו 8 יחידות.

## תרגיל 4

כדאי להתחיל מבניית קטע המחולק ביחס הדרוש ואז לראות, באופן דומה לתרגיל הקודם, שאורך הקטע של 28 ס״מ גדול פי 4 מאורך סכום הקטעים (2+5). כלומר מתקבל קטע שאורכו 7 ס״מ.




יש 4 קטעים כאלה ב 28 ס״מ ומכאן אורכי החלקים 20 ס״מ ו-8 ס״מ.

בהזדמנות זו כדאי לציין את השוויון בין היחסים 8:20 = 2:5, ושקיימות אינספור אפשרויות לרישום כל יחס - אפשרויות המתקבלות על ידי הרחבה או צמצום. יש לשים לב כי היחס הוא אמנם אותו יחס, אך אם נבנה מהם מלבנים הם לא יהיו אותם מלבנים אלא דומים.

כמו כן אפשר לקשור נושא זה להרחבת שברים ולהראות כי: $\frac{2}{5}=\frac{4}{10}=\frac{8}{20}=\ldots$

## תרגיל 5

מטרת תרגיל זה להמחיש את העובדה שניתן לחלק אותו קטע לפי יחסי חלוקה שונים. אפשר לקבל כתשובה גם יחס שאינו מצומצם, כמו 14:4 עבור החלוקה הראשונה של יוסי, ו- 13:5 עבור החלוקה השניה שלו.

## תרגיל 6

נושא של חלוקה לפי יחס מופיע גם בהקשרים אחרים, ובתרגיל זה יש דוגמה של חלוקת כמויות.

דרך פתרון אפשרית היא:

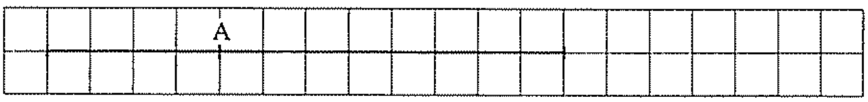
תחילה מוצאים שב 500 סמ"ק יש 10 קבוצות של (30+20) סמ"ק, כלומר צריך 10 בקבוקים מכל סוג. מכאן שבבקבוקים הקטנים תהיה כמות של 200 סמ"ק ובגדולים 300 סמ"ק.

בגלל הדמיון לתרגילים קודמים, הצליחו תלמידים רבים בכיתות הניסוי לפתור תרגיל זה בדרך הנ"ל. באחת מכיתות הניסוי הציעה המורה לתלמידים שלא הצליחו לפתור, להיעזר במשוואה $20x + 30x = 500$, אך מי שפתר בעזרת המשוואה התקשה לחזור ולהשתמש בפתרון שמצא כדי לענות על החלק השני של השאלה.

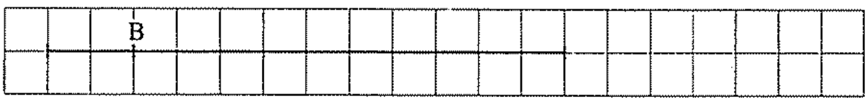
# תרגילים

## תרגיל 7

א) אורכי הקטעים 8 יחידות ו 4 יחידות.




ב) אורכי הקטעים 10 יחידות ו 2 יחידות.




## תרגיל 8

א) אורכי הקטעים 28 ס"מ ו 8 ס"מ.

ב) אורכי הקטעים 27 ס"מ ו 9 ס"מ.

## תרגיל 9

אורכי הקטעים 20 ס"מ ו 12 ס"מ.

## תרגיל 10

א) אורכי הקטעים 48 ס"מ ו 42 ס"מ.

ב) אורכי הקטעים 64 ס"מ ו 56 ס"מ.

## תרגיל 11

בתרגיל זה עוסקים במציאת יחס ובהשוואת יחסים.

דרך אחת היא לצמצם את המספרים המבטאים את היחסים בין אורכי הצלעות, ואז נקבל שדן ורותי חילקו ביחס של 5:3 ואילו אלי ביחס של 3:2.

התלמידים נוטים לבדוק אם שני המספרים הוכפלו באותו גורם, כלומר מחלקים במחשבון 8:6 ו 12:10 ורואים שהתוצאות שונות, מחלקים 9:6 ו 15:10 ורואים שהתוצאות שוות.

## תרגיל 12

תרגיל זה דומה לתרגילים 1 ו 2 שבתחילת הסעיף.

א) היקף המלבן הנתון 20 ס״מ.

היקף המלבן הנדרש גדול פי 2, לכן אורך כל צלע במלבן דומה גדולה פי 2 מהצלע המתאימה, לכן אורכי צלעות מלבן זה: 6 ס״מ ו 14 ס״מ.

ב) ההגדלה פי 1.5, לכן אורכי הצלעות 4.5 ס״מ ו 10.5 ס״מ.

## תרגיל 13

תרגיל זה קשור למעשה בנושא של חלוקה לפי יחס.

האורך גדול פי 3 מהרוחב לכן אפשר לשרטט קטע, כפי שעשינו קודם, ולראות שההיקף גדול פי 10 מהקטע שהתקבל כאן. כלומר לאורכים ״יוקצבו״ 30 ס״מ לרוחבים 10 ס״מ. כלומר אורכי הצלעות 15 ס״מ ו 5 ס״מ.

דרך אחרת לפתרון היא על ידי ניסוי וטעיה: בונים מלבנים שונים שאורכם גדול פי 3 מרוחבם ובודקים את ההיקפים שלהם.

אורכי הצלעות של מלבנים אפשריים:

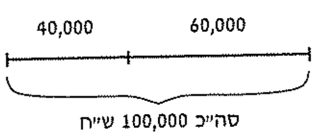
1 ס״מ ו 3 ס״מ, 2 ס״מ ו 6 ס״מ, 3 ס״מ ו 9 ס״מ, 4 ס״מ ו 12 ס״מ,

5 ס״מ ו 15 ס״מ וכך הלאה, ומחישוב ההיקפים מגיעים לתשובה.

## תרגיל 14

התרגיל עוסק בחלוקת סכום כסף לפי יחס.

גם כאן אפשר להתחיל בשרטוט:




ולמצוא שהסכום בסוף השנה גדול פי 2 מההשקעה של שניהם ביחד, לכן כל שותף יקבל פי 2 מהשקעתו: מיכאל יקבל 120,000 ש״ח ומשה 80,000 ש״ח.

## הוגן או לא? (עמוד 47 בחוברת תרגילים 15-17)

בשלושת התרגילים האלה עוסקים בחלוקה הוגנת ומטפלים בשגיאות אופייניות הנעשות כשמנסים לחלק כמויות. מראים כאן אפשרויות חלוקה שונות, ותוך הפעלת "האינטואיציה" של התלמידים מראים ששיטת החלוקה לפי יחס, במקרים רבים, הוגנת יותר מחלוקה אחרת. לעיתים קרובות כשמביאים מצב לאבסורד מדגישים את חשיבות הענין. בכל מקרה אם החלוקה לא נראית לתלמידים הוגנת, אפשר לבקש מהם להציע חלוקה משלהם ולנמק מדוע היא הוגנת לדעתם.

15. החלוקה הראשונה היא חלוקה לפי יחס מספרי הילדים בשני הגנים, ו"הגינות" החלוקה מתבטאת בכך שכל ילד, במקרה זה, יכול לקבל בדיוק שתי סוכריות. על פי ההצעה השניה, גן שרה מקבל 12 סוכריות יותר כי מספר הילדים בו גדול ב 12 ממספרם בגן רבקה. "חוסר ההגינות" בולט מאוד בחלוקה זו, כיוון שבגן רבקה כל ילד יכול לקבל 2 סוכריות ועדיין תשארנה 6 סוכריות לחלוקה, ואילו בגן שרה אין אפשרות לתת לכל ילד 2 סוכריות (אין 72 סוכריות לחלוקה).

16. באופן דומה לתרגיל הקודם הציע יוסי "לאזן" תחילה את ההשקעות, ואז לחלק את הריווח באופן שווה בין השותפים. (לפי הצעה זו, חיים יקבל בסה"כ 10 ש"ח יותר מיוסי כפי שגן רבקה היה מקבל 12 סוכריות יותר מגן שרה). איזון **ההשקעה לאחר** הזכיה לא נראה הוגן.

התלמידים טענו שיש לחלק "לפי הסיכון" שהשותפים לקחו על עצמם בהתחלה, כלומר יוסי יקבל 2500 ש"ח וחיים 7500 ש"ח.

17. כמו בשני התרגילים הקודמים, תרגיל זה מעלה את החלוקה לפי יחס כדרך שנראית הוגנת יותר. כלומר לקבל את ההצעה של דן שהיא לכפול ב 4 את מספר הגולות שהביא כל אחד כי מספר הגולות הכללי גדל פי 4. (כלומר חלוקה של מספר הגולות בסוף על פי היחס בין מספר הגולות שהביא כל אחד לשותפות).

## חלוקות **N**שונות (עמוד 48 בחוברת תרגילים 18-19)

18. קיימת אפשרויות חלוקה רבות מאחר ואין דרישה למספר שווה של בקבוקונים משני הסוגים או כל דרישה אחרת.

הפתרונות האפשריים הם:

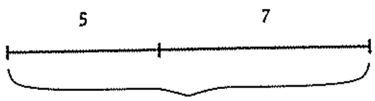
0 בקבוקונים של 7 סמ״ק ו 20 בקבוקונים של 5 סמ״ק.

5 בקבוקונים של 7 סמ״ק ו 13 בקבוקונים של 5 סמ״ק.

10 בקבוקונים של 7 סמ״ק ו 6 בקבוקונים של 5 סמ״ק.

לא ניתן **למלא** מספר שווה של בקבוקונים משני הסוגים. התלמידים מגיעים למסקנה זו לאחר שמצאו את הפתרונות האפשריים.

ההסבר המתמטי לעובדה זו הוא: כשנכפול את הקטע




שאורכו 12 במספר שלם לא נגיע ל-100, כמובן שמספר הבקבוקונים חייב להיות שלם.

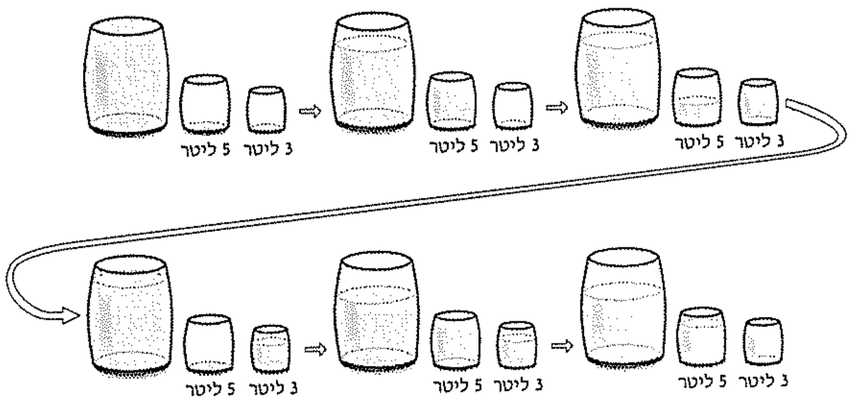
19. השאלה ניתנה כחידה ולא עוסקת בחלוקה לפי יחס.

תשובה אפשרית: ממלאים את הכוס הגדולה (5 ליטר) ומוזגים ממנה לכוס הקטנה (3 ליטר).

את 3 הליטרים האלה מחזירים לחבית ומוזגים את 2 הליטרים שנותרו בכוס הגדולה לכוס הקטנה. (כעת הכוס הגדולה ריקה ובכוס הקטנה יש 2 ליטרים).

ממלאים שוב את הכוס הגדולה בבירה מהחבית (5 ליטר), וממלאים מתוכה את הכוס הקטנה (ליטר אחד).

כעת יש בכוס הגדולה 4 ליטרים (ובכוס הקטנה 3 ליטרים).



# שטחי מלבנים דומים ויחס ישר (עמודים 49 - 54 בחוברת)

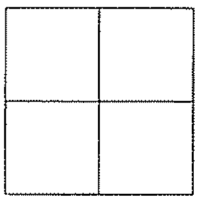
כבר בסעיפים הקודמים ראו התלמידים, במספר דוגמאות, שהיחס בין שטחי מלבנים דומים איננו כיחס הדמיון אלא כריבועו. בסעיף זה עוסקים בנושא באופן מפורש ורואים שליחס בין השטחים יש השפעה גם על חישובי כמויות. בנוסף עוסקים קצת במושג היחס הישר וקושרים מושג זה עם תאור גרפי של ישר דרך הראשית. (ההנחה היא שהתלמידים עסקו כבר קודם בנושא זה בכיתה ט׳, במסגרת לימודי הפונקציות בכלל ובפונקציה קווית בפרט. בתיאור גרפי עסקו גם ביחידות הקודמות: ״מסלולים שטחים והיקפים״ וכן ב״גיאומטריה אנליטית״).

### תרגיל 1

באופן אינטואיטיבי התלמידים מניחים שיש לכפול את המחיר ב 2. כדאי לשמוע ולראות את נימוקיהם להצדקת הקונה או בעלת החנות, ואחר כך להציע לשרטט ולראות.

מהשרטוט קל לראות שהמחיר צריך להיות 200 ש״ח, ולכן המחיר של 190 ש״ח הוא מחיר לאחר הנחה.

השרטוט ממחיש את המסקנה הכללית אליה יגיעו לאחר תרגיל 3.




### תרגילים 2 - 3

בתרגיל 2 חוזרים ומחשבים צלעות של מלבנים, בתרגיל 3 משתמשים בחישובים אלה כדי להשוות את יחס השטחים ליחס הדמיון ולהגיע למסקנה שהיחס בין השטחים של מלבנים דומים הוא כריבוע יחס הדמיון.

2. א) $x = 3$, והשטחים: 18 סמ״ר ו- 4.5 סמ״ר.
ב) $x = 9$, והשטחים: 40.5 סמ״ר ו- 4.5 סמ״ר.
ג) $x = 0.5$, והשטחים: 0.25 סמ״ר ו- 4 סמ״ר.

3.

| היחס בין השטחים | יחס הדמיון | מלבן |
|---|---|---|
| 4 | 2 | א |
| 9 | 3 | ב |
| $\frac{1}{16}$ | $\frac{1}{4}$ | ג |

## תרגיל 4

בתרגיל זה משתמשים במסקנה שהתקבלה ומסיקים, ללא ידיעת שטחי המלבנים:

אם היחס בין הצלעות המתאימות הוא 3 אז היחס בין השטחים הוא 9.

בסיום הפתרון, כדאי לסכם יחד עם התלמידים ולהציע לחלק את המלבן הגדול ל-9 מלבנים שכל אחד מהם חופף למלבן הקטן. אפשר גם להציע מידות מתאימות ל AB ול-A'B' (שיקיימו את יחס הדמיון) ולבדוק, תוך חישוב השטחים, את היחס ביניהם.

## תרגיל 5

בדומה לתרגיל הקודם, מוצאים כאן כי שטח מלבן ב׳ גדול פי 25 משטח מלבן א׳, ללא ידיעת השטחים (ובמקרה זה גם ללא ידיעת אורכי הצלעות).

## תרגיל 6

לאחר הדיון הכללי ביחס בין שטחי מלבנים, חוזרים לבעיה שהופיעה בתרגיל הראשון, ומיישמים את המסקנה לחישובי מחירים. ברור שכדאי לחשב את מחיר השטיח על פי שטחו. בסעיפים א׳ ו- ד׳ מתקבלים ריבועים דומים ואפשר לחשב את היחס בין השטחים על פי ריבוע יחס הדמיון, לעומת זאת בסעיפים ב׳ ו- ג׳ יש לחשב את השטחים ולפי זה את המחיר.

התלמידים מחשבים בכל הסעיפים את השטח ולפי זה את המחיר.

א) הצלע גדלה פי 3 (יחס הדמיון 3), לכן השטח גדל פי 9, ומכאן המחיר $9 \cdot 50 = 450$ ש״ח.

ב) שטח המלבן הוא 3 מ״ר ולכן המחיר 150 ש״ח.

ג) שטח המלבן 0.5 מ״ר, שהוא מחצית שטח הריבוע, לכן המחיר 25 ש״ח.

ד) שטח הריבוע 0.25 מ״ר (יחס הדמיון 0.5), לכן המחיר 12.5 ש״ח.

## תרגיל 7

מספר הסלילים משמש כאן כמידה להיקף. אפשר לחשב את התשובות לכל סעיף ואפשר להשתמש במסקנות שהתקבלו מן התרגילים הקודמים: היחס בין ההיקפים הוא כיחס בין הצלעות (שהוא יחס הדמיון), ויחס השטחים הוא כריבוע יחס הדמיון.

א) 2.5 סלילים.

ב) 5 סלילים.

ג) היקף המגרש השני גדול פי 2 מהיקף המגרש הראשון, וכך הוא גם היחס בין הצלעות, לכן שטח המגרש השני גדול פי 4 משטח המגרש הראשון.

## תרגיל 8

לאחר שעסקו ביחס בין שטחים, בתרגיל זה מזכירים גם את מושג הנפח.

בדומה לחישוב מחירי שטיחים, יש לענין הנפח גם משמעות מעשית, ודוגמה לכך מופיעה בתרגיל זה שנתון כחידה.

היחס בין שטחים של שני ריבועים הוא כריבוע היחס בין אורכי הצלעות. באופן דומה, היחס בין הנפחים של שתי קוביות הוא יחס אורכי הצלעות בחזקה שלישית. אך אין צורך להכנס לענין זה כאן.

התלמידים יכולים לחשב את נפח כל אחד מהבורות הקטנים:

נפח הבור הראשון הוא 1 מ״ק.

נפח בור מהסוג השני הוא $0.5\cdot0.5\cdot0.5 = 0.125$ מ״ק, לכן נפח שני בורות כאלה הוא 0.25 מ״ק, וניתן יהיה להחביא בהם $\frac{1}{4}$ מכמות הציוד שניתן להחביא בבור הגדול.

כלומר, למושיק יהיה הרבה יותר קל ולרס״ר כדאי ללמוד מתמטיקה.

# תרגילים

בכל התרגילים כאן עוסקים בחישוב בבעיות "מעשיות" בהן יש משמעות לשאלה "פי כמה גדל השטח או הנפח".

## תרגיל 9

גובה העוגה צריך להיות כגובה העוגה המתוכננת במתכון, לכן אין צורך להתחשב בנפח, ומספר כפות קקאו שיש להכניס לעוגה צריך להיות לפי שטח הבסיס של התבנית.

אנו ממליצים לפתור את התרגיל יחד עם התלמידים בכיתה ולערוך דיון שיעסוק באומדן הכמויות. להשתמש במונחים קצת פחות מ.. או קצת יותר מ.., במקום לחשב ולהגיע לתשובה מדויקת כמו $2\frac{2}{3}$ (כך גם עושים, בדרך כלל, כשאופים עוגות.)

- כששטח בסיס התבנית 600 סמ"ר יש לשים 4 כפות קקאו.
- כששטח בסיס התבנית 400 סמ"ר יש לשים קצת פחות מ- 3 כפות קקאו ($2\frac{2}{3}$ כפות).
- כששטח בסיס התבנית 300 סמ"ר יש לשים 2 כפות קקאו.
- כששטח בסיס התבנית 500 סמ"ר יש לשים קצת יותר מ- 3 כפות קקאו ($3\frac{1}{3}$ כפות).
- כששטח בסיס התבנית 700 סמ"ר יש לשים בערך 5 כפות קקאו ($4\frac{2}{3}$ כפות).

## תרגיל 10

בדומה לתרגיל הקודם, גם כאן יש יחס בין שטחים. כלומר, יש לכפול כל מרכיב במתכון בהתאם ליחס בין השטחים של בסיסי התבניות. (גובה העוגה כבמתכון). לכן יש לחשב תחילה את השטחים ולפי זה להגיע למסקנות.

איילת צריכה לכפול את הכמויות שבמתכון ב 3 (שטח התבנית גדול פי 3).

דפנה צריכה לכפול את הכמויות ב 2.25.

## תרגיל 11

היחס בין נפח הכלי וכמות הכוהל הנקי בתמיסה קבוע ושווה ל 7:10 (כוהל 70%). לכן בכל בקבוק של 100 סמ"ק יש לשים 70 סמ"ק כוהל נקי ובכל בקבוק של 50 סמ"ק יש לשים 35 סמ"ק כוהל נקי.

## תרגיל 12

היחס בין כמות התרופה שהחולה צריך לקבל וכמות הנוזל המכיל אותה הוא קבוע. לכן אין צורך למצוא תחילה כמה מיליגרם תרופה יש בכל סמ״ק של נוזל. החישוב יכול להתבצע בקלות תוך בדיקת ״ההגדלה״ או ״ההקטנה״. יש לבדוק פי כמה גדלה/קטנה כמות התרופה שיש לתת לחולה ולפי זה להגדיל/להקטין את כמות הנוזל.

א) כמות התרופה גדולה פי 2 לכן כמות הנוזל 10 סמ״ק.

ב) 20 סמ״ק. ג) 4 סמ״ק. ד) 1 סמ״ק. ה) 3 סמ״ק. ו) 6 סמ״ק.

## תרגיל 13

בדומה לתרגיל הקודם, אפשר להציע לתלמידים לחשב, גם פה, ״הגדלות״ עוקבות של כמויות הביצים:

$1\frac{1}{2}$ תרנגולות מטילות $1\frac{1}{2}$ ביצים ביום וחצי.

לכן: 1 תרנגולת מטילה 1 ביצה ביום וחצי.

3 תרנגולות מטילות 3 ביצים ביום וחצי.

מכאן 3 תרנגולות יטילו 6 ביצים ב 3 ימים.

30 תרנגולות יטילו 60 ביצים ב 3 ימים.

לפיכך 30 תרנגולות יטילו 600 ביצים ב 30 יום.

## תרגיל 14

לעיתים יש להגדיל או להקטין כמויות על פי היחס הנתון, לעיתים על פי יחס בין שטחים (למשל באפיה), ולפעמים על פי יחס נפחים (תרגיל 8). ישנם מקרים שהיחס בין הגדלים אינו קבוע כלל, למשל כשעוסקים בהשתנות הגובה עם הגיל. מטרת תרגיל זה להדגיש את האפשרויות השונות האלה, התלויות בכל מצב.

א) טענה נכונה.

ב) הטענה אינה נכונה, זמן הנסיעה קטן פי 1.5 (בהנחה שמהירות הנסיעה קבועה משך כל זמן הנסיעה).

ג) הטענה אינה נכונה - השטח גדל פי 9.

ד) הטענה נכונה.

ה) הטענה אינה נכונה - הגובה אינו משתנה ביחס ישר עם הגיל.

# קנה מידה (עמודים 55 - 60 בחוברת)

השימוש בקנה מידה חשוב בהזדמנויות רבות ומתאים מאוד לנושא הנלמד כאן, לכן מצאנו לנכון לשלב סעיף כזה ביחידה.

קנה מידה של מפה או תרשים הוא היחס בין המרחק במפה למרחק במציאות, יחס זה הוא למעשה יחס הדמיון (גורם ההקטנה/ההגדלה).

צורת הרישום המקובלת לציון קנה מידה של מפות הוא כיחס בין מספרים, לדוגמה 1:100,000. צורת רישום זו קשה להבנה ובמיוחד קשה להבין מצורת רישום זו כיצד מוצאים, על פי המפה, מרחק במציאות.

מציאת מרחק במפה לפי מרחק במציאות אינו שימושי בדרך כלל. מסתבר שברוב המפות ישנו הסימון 0______ 500 מ׳ שממחיש ומֵקל על מציאת המרחק במציאות, וגם חוסך את המעבר בין יחידות מידה שונות (למשל מס״מ לק״מ). רצוי להתעכב בעיקר על תרגילים אלה בסעיף זה, אך ניתן לדלג על תרגילים 3, 6, 7, העוסקים בצורת הרישום כיחס.

### תרגיל 1

יש להצטייד בסרגל ולמדוד. אמנם המדידה אינה קלה כי הכביש בין גן השלושה ומסילות אינו ישר, לכן יש לבצע סכום של אורכי קטעים.

דרך יעילה ומדויקת יותר היא למדוד בעזרת חוט את אורך הכביש, ולהניחו אחר כך על סרגל. כמובן שאפשר גם להסתפק באומדן.

א) המרחק במפה הוא בערך 7.5 ס״מ לכן המרחק במציאות 3750 מטר (3.75 ק״מ).

ב) המרחק במפה הוא בערך 4.5 ס״מ, לכן המרחק במציאות 2250 מטר.

### תרגיל 2

קנה המידה אינו נתון בתרגיל זה בעזרת קטע מייצג, אך גם לא בעזרת יחס. כתחליף לקטע המייצג רשום כאן במפורש כמה ק״מ מייצג כל ס״מ במפה.

התלמידים מגיעים לתשובות הנכונות מבלי לעסוק ביחס. אם יש צורך ניתן לשאול תחילה מהו המרחק אם במפה מדדנו 2 ס״מ? 10 ס״מ?

| | במפה | במציאות בק״מ |
|---|---|---|
| עפולה - עין חרוד | 24 ס״מ | *12 ק״מ* |
| עפולה - מעין חרוד | 18 ס״מ | *9 ק״מ* |
| טבריה - הר ארבל | 12 ס״מ | *6 ק״מ* |
| מכביש עכו צפת, לאורך נחל עמוד ועד לכנרת | 14 ס״מ | *7 ק״מ* |

### תרגיל 3

בתרגיל זה קיים הקושי של מעבר בין יחידות מידה שונות, ובנוסף גם קנה המידה נתון כיחס.

א) קנה המידה של 1:20,000 פרושו: 1 ס״מ במפה הם 20,000 ס״מ במציאות (כלומר 200 מטר). אפשר לרשום תחילה 20,000 ס״מ 0
ורק אחר כך להשלים את מה שמופיע בחוברת. 200 מ׳ 0

ב) קנה מידה של 1:100,000 פרושו 1 ס״מ במפה הם 1,000 מטר במציאות (1 ק״מ), גם כאן אפשר להוסיף תחילה: 100,000 ס״מ 0 שפרושו
1000 מ׳ 0 כלומר 1 ק״מ 0

ג) 1:50,000 500 מ׳ 0

1:2,000,000 20,000 מ׳ 0 20 ק״מ 0

1:200,000 2,000 מ׳ 0 2 ק״מ 0

## *תרגילים*

### תרגיל 4

התרגיל דומה לתרגיל 1 שבמהלך. חישובי המרחקים במפה נעשים תוך שימוש בחוט, בסרגל ובאומדן, ותרגום המרחק למציאות בעזרת קטע של קנה המידה המשורטט.

א) המרחק בין מטולה עד למפל הטחנה הוא בערך 1000 מטר (1 ק״מ).

ב) המרחק ממפל הטחנה עד למפל התנור הוא בערך 1500 מטר (1.5 ק״מ).

## תרגיל 5

התרגיל דומה לתרגיל 2 במהלך. גם כאן התרגום נעשה ישירות, ואפשר להיעזר באופן הבא: אם 1 ס״מ במפה הם 2 ק״מ במציאות אז 2 ס״מ במפה מייצגים 4 ק״מ במציאות, וכן 10 ס״מ במפה מייצגים 20 ק״מ במציאות.

א)

| | במפה | במציאות בק״מ |
|---|---|---|
| טבריה - עפולה | 20 ס״מ | 40 ק״מ |
| טבריה - נצרת | 14 ס״מ | 28 ק״מ |
| טבריה - בניאס | 35 ס״מ | 70 ק״מ |
| טבריה - ראש פינה | 35 ס״מ | 70 ק״מ |

ב) הרישום הפורמלי באמצעות יחס אינו הכרחי. אפשר בהחלט לוותר על סעיף זה ולכן מופיע התמרור ״תרגיל אתגר״.

*200.000* ס״מ = *2000* מ׳ = 2 ק״מ

קנה המידה: *1:200,000*

## תרגיל 6

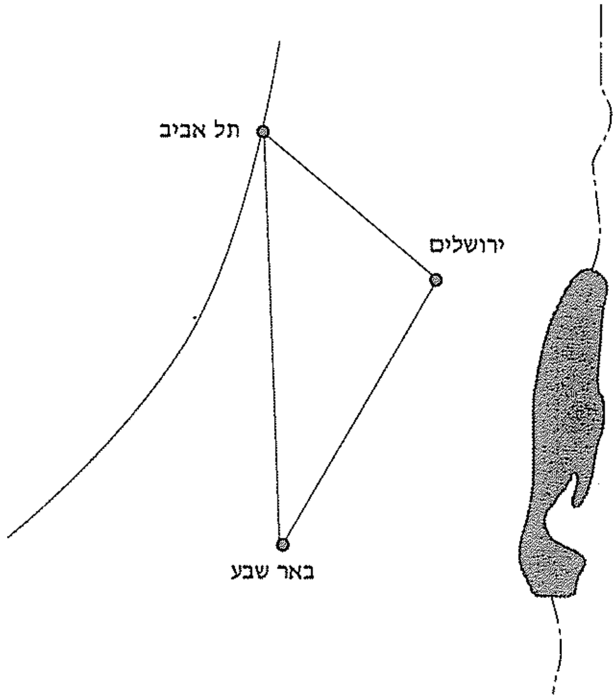
תרגיל זה דומה לתרגיל 3 במהלך, אך לצורך המחשה משורטטת מפה (גם לצורך הכרות עם מקומות במפה).

המרחקים המשורטטים במפה מציינים מרחק אווירי בין המקומות, כיוון שהם מצויינים בקווים ישרים.

התרגום מכתיבה בעזרת יחס נעשה בתרגיל עצמו, והתלמידים נדרשים רק לעבור ליחידות מידה מתאימות, ולרשום זאת על הקטע המייצג את קנה המידה.

שימושי וחשוב להכיר את המעבר מצורת רישום בעזרת קטע למרחקים במציאות ואילו תרגילים 6 כאן ו 3 במהלך עוסקים בקשר בין ייצוגים של קנה מידה ובהבנת צורות הרישום השונות. לכן אפשר לוותר על תרגיל זה.

א)  כל ס״מ במפה מייצג 20,000 מטרים במציאות.
כל ס״מ במפה מייצג 20 ק״מ במציאות.




ב)  יש למצוא תחילה את המרחק בס״מ בין הערים (מדידה בסרגל), ואז למצוא את המרחק במציאות בק״מ.
בשלב זה ניתן למצוא את המרחקים במציאות תוך שימוש בקטע המייצג.
לפי הרשום בסעיף א׳ כל ס״מ במפה מייצג 20 ק״מ במציאות, לכן;
המרחק בין ת״א לירושלים הוא 60 ק״מ (3 ס״מ במפה).
המרחק בין ירושלים לבאר שבע הוא 80 ק״מ (4 ס״מ במפה).
המרחק בין ת״א לבאר שבע הוא 110 ק״מ (5.5 ס״מ במפה).

### תרגיל 7

תרגיל אתגר של מעבר בין יחידות מידה, ותרגום בין ייצוגים שונים של קנה המידה. המרחק בין מטולה לאילת הוא בערך 500 ק״מ.

א)  המרחק במטרים הוא 500,000 מטר שהם 50,000,000 ס״מ.
ב)  במפה עם קנה מידה של 1:1,000,000 המרחק יהיה 50 ס״מ.
ג)  במפה עם קנה מידה של 1:2,000,000 המרחק יהיה 25 ס״מ.

# מצולעים דומים (עמודים 61 - 71 בחוברת)

בסעיף זה נבדוק האם שמירה על יחס קבוע בצלעות, או על שוויון בזוויות הוא תנאי מספיק לדמיון מצולעים.

תחילה משתמשים שוב בשיטת ההגדלה על ידי מוקד וקרניים. הגדלה/הקטנה כזו מבטיחה שוויון בזוויות ויחס קבוע של הצלעות המתאימות.

בהמשך משתחררים מהקרניים ומשתמשים רק בהתאמה, כי משרטוט ההגדלות באמצעות הקרניים, מגיעים לרישום התאמת קודקודים בין הצורות הדומות. רישום כזה מקל על מציאת יחס הדימיון וחישובים אחרים.

### תרגיל 1

מומלץ לפתור תרגיל זה יחד עם התלמידים בכיתה, ותוך כדי דיון להגיע למסקנות.

על ידי הנחת המקביליות רואים שאת המקבילית YOEL **לא** ניתן לקבל על ידי הגדלה, וזו כבר דוגמה נגדית לכך ששמירה על יחס קבוע בצלעות אינה מבטיחה דמיון. לעומת זאת את המקבילית MUSH אפשר להביא למצב שזה כן "מתלבש" על הקרניים - לכן היא כן הגדלה.

מכאן המסקנה: אם הזוויות לא שוות אי אפשר להגדיל בעזרת הקרניים ואין הגדלה.

מתעוררת השאלה: אם הזוויות שוות, האם קיימת הגדלה? מטרת סעיף ב' היא להתמודד עם שאלה זו.

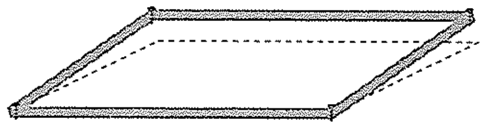
המסקנה שאליה מגיעים היא שאם הזוויות של המקביליות שוות אך היחס בין הצלעות **לא** נשמר אז **אין** הגדלה.

מכאן שכדי לקבל מצולעים דומים יש צורך בשני תנאים גם יחד:

(1) שוויון בזוויות. (2) פרופורציה בין הצלעות המתאימות.

התנאים האלה מתקבלים מיידית אם מגדילים בעזרת מוקד וקרניים.

לאחר פתרון תרגיל 1 אפשר להציע המחשה נוספת: ליצור מקבילית מרצועות של שקפים מהודקים בקצוות, שאורכי צלעותיה הן כפולה של צלעות המקבילית NIRA, "להזיז" ולהראות שרק מצב אחד שבו זוויות המקבילית החדשה שוות לזוויות המקבילית המקורית - מתאר הגדלה.

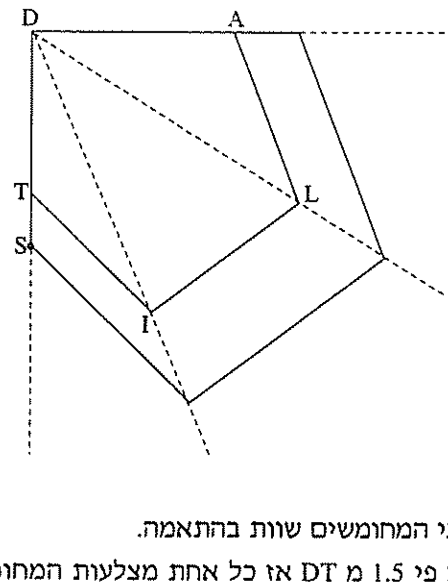


כמו כן אפשר ליצור מקבילית אחרת שצלעותיה אינם כפולה של צלעות המקבילית המקורית, במקרה זה גם אם הזוויות שוות לאלו של המקורית, המקבילית אינה הגדלה של המקבילית המקורית.

## תרגילים 2 - 3

בתרגילים אלה חוזרים ומשתמשים בשיטת ההגדלה שבתחילת החוברת: הגדלה או הקטנה של מצולע על ידי שימוש במוקד וקרניים, השומרת על שוויון הזוויות ועל יחס קבוע בין הצלעות המתאימות. (שוויון הזוויות מתקבל על ידי העברת מקבילים לצלעות המצולע).

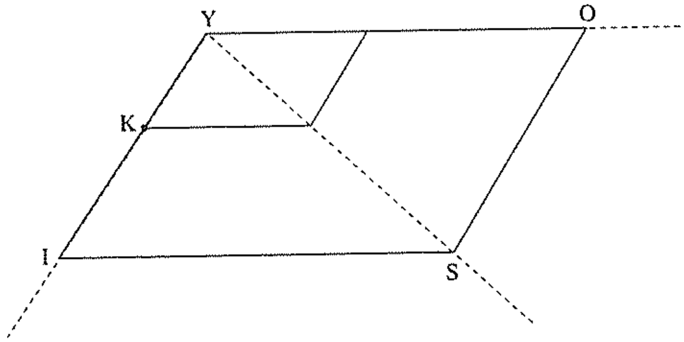
.2




א) הזוויות של שני המחומשים שוות בהתאמה.

ב) אם DS גדולה פי 1.5 מ DT אז כל אחת מצלעות המחומש הוגדלה פי 1.5.

.3




א) הזוויות של שתי המקביליות שוות בהתאמה.

ב) אם YK קטנה פי 3 מ YI, אז כל אחת מצלעות המקבילית קטנה פי 3.

## תרגיל 4

בתרגיל 1 ראינו כי כדי לקבל מצולעים דומים יש לשמור על שני תנאים: שוויון בזוויות ויחס שווה בצלעות.

במלבנים התנאי של שוויון הזוויות כבר קיים, לפיכך יש לדאוג לקיומו של התנאי השני - יחס שווה בצלעות.

בסיכום התרגיל אפשר להעלות לדיון שאלות נוספות:

1. כמה מקביליות שונות שצלעותיהן 5 ס״מ ו- 4 ס״מ אפשר לבנות? הדגם.
2. כמה מלבנים שונים שצלעותיהם 5 ס״מ ו- 4 ס״מ אפשר לבנות? מדוע?

תשובה לשאלות הנוספות:

1. אינסוף מקביליות. הצעה להדגמה בשאלה זו היא המקבילית המהודקת עליה דובר כאן בהערות לתרגיל 1. ב״הזזה״ של הצלעות רואים שאורכי הצלעות נשמרים אך הזוויות משתנות.
2. מלבן אחד בלבד, כי הזוויות של כל המלבנים שוות זו לזו (ישרות) ואורך הצלעות קבוע.

## תרגילים 5 - 8

בתרגילים אלה מושם דגש על התאמה של הקודקודים, הצלעות והזוויות. חשוב לציין כי הקפדה על רישום נכון מקל במציאת יחס הדמיון, וכן בחישוב הצלעות והזוויות המתאימות במקרים בהם אין שרטוט צמוד.

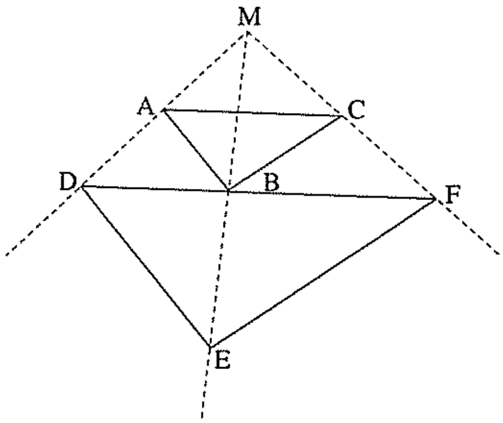
5. נשים לב כי הגדלה בעזרת מוקד וקרניים שומרת גם על התאמת הקודקודים, כלומר על אותה קרן יופיעו הקודקודים המתאימים.

בסיום התרגיל מביאים את הסימן ~ כסימן של צורות דומות.

A⟷D

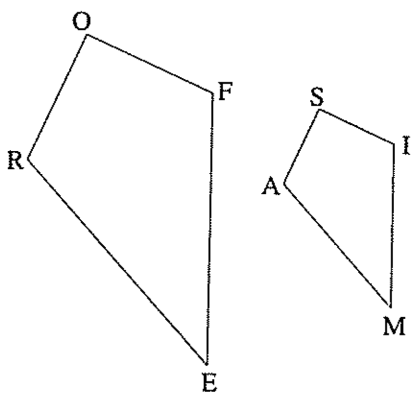
B⟷E

C⟷F




| הזוויות | הצלעות |
|---|---|
| $\sphericalangle A = \sphericalangle D$ | AB מתאימה ל- DE |
| $\sphericalangle B = \sphericalangle E$ | BC מתאימה ל- EF |
| $\sphericalangle C = \sphericalangle F$ | AC מתאימה ל- DF |

6. יחס הדמיון 2 כלומר צלעות המרובע OFER ארוכות פי 2 מהצלעות המתאימות של המרובע SIMA.




$\sphericalangle O = \sphericalangle S$ $\quad$ $OF = 2 \cdot SI$

$\sphericalangle F = \sphericalangle I$ $\quad$ $FE = 2 \cdot IM$

$\sphericalangle E = \sphericalangle M$ $\quad$ $ER = 2 \cdot MA$

$\sphericalangle R = \sphericalangle A$ $\quad$ $RO = 2 \cdot AS$

לדיון נוסף:

אפשר לדון ביחס בין ההיקפים של שני המרובעים. לשם כך כדאי לבחור אורכים עבור צלעות המרובע SIMA, לחשב את אורכי הצלעות של המרובע OFER, ואז לחשב את ההיקפים ואת היחס ביניהם.

מתקבל יחס ההיקפים הוא כיחס הדמיון, כלומר אם יחס הדמיון 2 אזי היקף המרובע OFER הוא פי 2 מהיקף המרובע SIMA.

לא כדאי ואין צורך להוכיח זאת אלגברית, אפשר להסתפק רק בחישוב מספר דוגמאות.

7. אחרי שרושמים את הדמיון בהתאמה, אפשר להתנתק מן השרטוט ולקבוע את ההתאמה בין הזוויות והצלעות ללא השרטוט.

אם מרובע YONA ~ מרובע MERI, על פי סדר רישום האותיות ניתן לקבוע את הזוויות השוות ואת הצלעות המתאימות.

| **הזוויות** | **הצלעות** |
|---|---|
| $\sphericalangle Y = \sphericalangle M$ | $YO = 3 \cdot ME$ |
| $\sphericalangle O = \sphericalangle E$ | $ON = 3 \cdot ER$ |
| $\sphericalangle N = \sphericalangle R$ | $NA = 3 \cdot RI$ |
| $\sphericalangle A = \sphericalangle I$ | $AY = 3 \cdot IM$ |

8. א) כל הזוויות ישרות, 4.5 ס"מ = AX.

תלמידים עשויים לשגות ולקבוע שהצלע AX היא באורך 4 ס"מ (חיסור 2 ס"מ מכל צלע), במקרה כזה כדאי לחזור ולדון בשאלה האם המלבנים המתקבלים דומים.

ב) ניתן לחשב את כל הזוויות ואת כל הצלעות.

יחס הדמיון הוא 2 ומכאן:

2.4 ס"מ = RI , 1.5 ס"מ = YT, 2.5 ס"מ =YM.

$\sphericalangle A = 37^\circ$ , $\sphericalangle T = \sphericalangle R = 143^\circ$ , $\sphericalangle I = \sphericalangle O = 90^\circ$

ג) אם המשולשים שווי שוקיים אז מתקבל שיחס הדמיון הוא 5:3 ומכאן:

$DA = DN =$ 7.5 ס"מ , $ET =$ 4.5 ס"מ

$\sphericalangle D = \sphericalangle E = 40°$ , $\sphericalangle A = \sphericalangle N = \sphericalangle T = \sphericalangle I = 70°$

לעומת זאת אם המשולשים אינם שווי שוקיים נקבל:

7.5 ס"מ $= DN$, $\sphericalangle T = 70°$ , ולא ניתן לחשב את יתר הצלעות והזוויות.

ד) על פי ההתאמה הנתונה משלימים את גודל הזוויות בשני המשולשים.

כדי לרשום את אורכי הצלעות יש לקבוע מהו יחס הדמיון, לשם כך יש צורך להשתמש במשפט פיתגורס במשולש LEA אותו למדו ותרגלו ביחידות הקודמות ("מסלולים שטחים והיקפים", "גיאומטריה אנליטית" ועוד).

מקבלים 5 ס"מ $= LA$ לכן יחס הדמיון 1 כלומר מתקבלים שני משולשים חופפים.

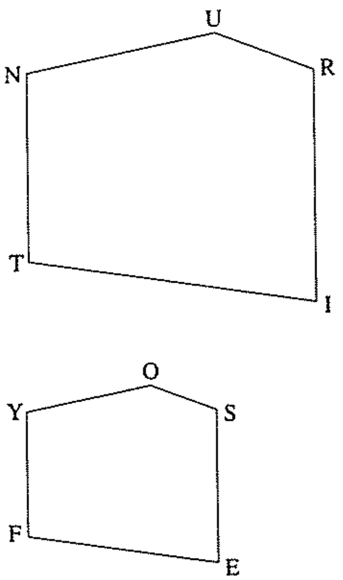
ה) חפיפה היא מקרה פרטי של דמיון (בחפיפה יחס הדמיון הוא 1). מהנחת המשולש NIR על הקרניים בהתאמה מתקבל שהמשולשים "מכסים זה את זה" בדיוק.

## תרגילים

### תרגיל 9

| בת | אם |
|---|---|
| לאה | רחל |
| איילת | נורית |
| דפנה | נעמי |
| גליה | שרה |

## תרגיל 10




$NU = 1\frac{1}{2}\,YO$ $\qquad$ $\sphericalangle N = \sphericalangle Y$

$UR = 1\frac{1}{2}\,OS$ $\qquad$ $\sphericalangle U = \sphericalangle O$

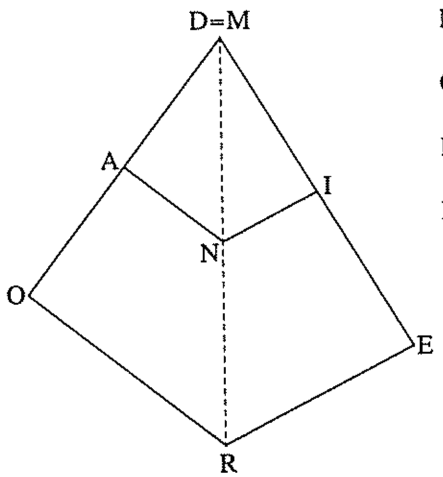
$RI = 1\frac{1}{2}\,SE$ $\qquad$ $\sphericalangle R = \sphericalangle S$

$IT = 1\frac{1}{2}\,EF$ $\qquad$ $\sphericalangle I = \sphericalangle E$

$TN = 1\frac{1}{2}\,FY$ $\qquad$ $\sphericalangle T = \sphericalangle F$

## תרגיל 11

השימוש במוקד וקרניים מֵקֵל על שרטוט המרובע MORE. בחירתִ המוקד אמנם שרירותית אך נוח יותר לבחור כמוקד את אחד הקודקודים. יש לזכור שהגדלה בדרך זו מבטיחה את קיום שני התנאים: שוויון הזוויות ויחס שווה בין הצלעות.




$\sphericalangle D = \sphericalangle M$ $\qquad$ $MO = 2 \cdot DA$

$\sphericalangle A = \sphericalangle O$ $\qquad$ $OR = 2 \cdot AN$

$\sphericalangle N = \sphericalangle R$ $\qquad$ $RE = 2 \cdot NI$

$\sphericalangle I = \sphericalangle E$ $\qquad$ $EM = 2 \cdot DI$

## תרגיל 12

א) מחישוב היחס בין הצלעות המתאימות בין שני המלבנים מתקבל שהמלבנים דומים ויחס הדמיון 4:3.

דרך אחרת לקבוע את הדמיון היא להסתכל על היחס בין הצלעות של כל מלבן (כפי שנעשה בסעיף "היקפים וחלוקה לפי יחס נתון"), במקרה זה אם היחסים בתוך כל אחד מהמלבנים שווים, אז המלבנים דומים. היחס בין האורך והרוחב של כל מלבן הוא 3 ולפיכך הם דומים.

ב)-ג)בסעיפים אלה ברור מיד שהצורות אינן דומות, כי באחד מהמרובעים הזוויות ישרות ובאחר לא.

ד) בסעיף זה המרובעים "נראים" דומים והתלמידים עשויים לשגות. המקביליות אינן דומות, אומנם יש יחס קבוע בין הצלעות אך אין שוויון בזוויות. במקבילית הימנית הזוויות הן $107^\circ$ ו-$73^\circ$ אילו במקבילית השמאלית הזוויות הן $72^\circ$ ו- $108^\circ$.

ה) הטרפזים דומים ויחס הדמיון 1.5.

ו) המקביליות לא דומות. כמו בסעיף ד' היחס בין הצלעות שווה ל-1 אך אין שוויון בין הזוויות. במקבילית הימנית הזוויות הן $78^\circ$ ו-$102^\circ$ ואילו במקבילית השמאלית הזוויות הן $112^\circ$ ו-$68^\circ$.

אפשר לשאול: האם המקביליות תהיינה דומות כאשר נחליף במקבילית השמאלית את הזווית הנתונה ל- $102^\circ$ ? אם כן, מה יהיה יחס הדמיון?

או: איזה נתון, באחת משתי המקביליות ניתן לשנות כדי שהמקביליות תהיינה דומות? מה יהיה יחס הדמיון?

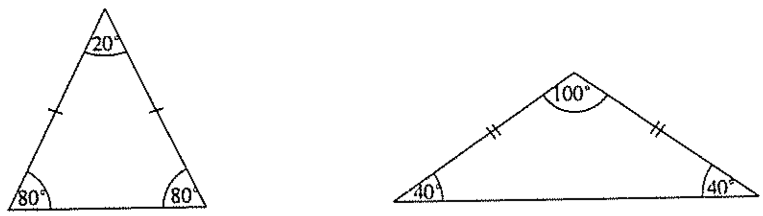
או לחילופין אפשר לבקש מהתלמידים **לשנות** את אחד הנתונים כך שיתקבלו מקביליות דומות.

## תרגיל 13

תרגיל זה מתאים לדיון בכיתה, אך אם אין זמן אפשר לדלג על חלק מהסעיפים.

חשוב להדגיש שאם התלמיד קובע שהטענה נכונה (כלומר שהצורות דומות) עליו להסביר מדוע, כלומר להראות שקיים שוויון בזוויות ויחס קבוע בין הצלעות. אם הטענה אינה נכונה מספיק להציג דוגמה נגדית.

א) הטענה אינה נכונה. דוגמה נגדית:

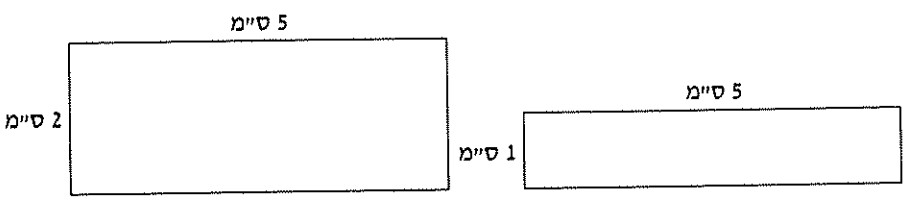



כדאי לשרטט דוגמה נגדית "קיצונית" שתמחיש שהטענה אינה נכונה.

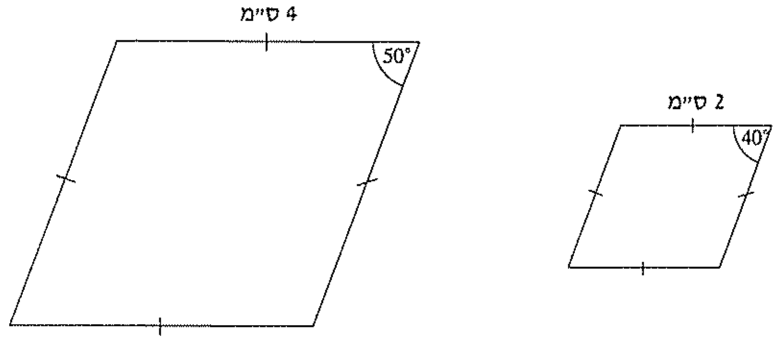
ב) הטענה נכונה. מתקיים שוויון בזוויות (כל זווית 60°), והיחס בין הצלעות קבוע. אם נסמן את אורך צלע משולש אחד ב $a$ ואורך צלע המשולש השני ב-$b$, היחס בין כל זוג צלעות הוא $\frac{a}{b}$. (אפשר גם לראות שהיחס בין כל זוג צלעות במשולש אחד הוא 1, וזה גם היחס בין כל זוג צלעות במשולש השני).

ג) הטענה אינה נכונה. דוגמאות נגדיות אפשר לקחת מתרגיל קודם למשל סעיפים ב', ג', ד', ו'.

ד) הטענה אינה נכונה. דוגמה נגדית:



ה) הטענה אינה נכונה. דוגמה נגדית:




ו) הטענה נכונה. מתקיים שוויון בזוויות (כל זווית 90°) ויחס קבוע בין הצלעות. (כמו בסעיף ב').

באחת מכיתות הניסוי תלמיד שגה וטען: "שני ריבועים לא דומים כי הזוויות שוות אך הצלעות לא".

במקרה כזה אפשר לבקש מהתלמידים לשרטט שני ריבועים, לקבוע אורך צלע לכל ריבוע ולחשב את היחס בין הצלעות. הפעילות הזו ממחישה שהיחס נשאר קבוע.

ז) הטענה נכונה. מתקיים שוויון בזוויות (כל זווית 108°) ויחס קבוע בין הצלעות.

אם בודקים את התרגיל בכיתה, כדאי לברר קודם אם התלמידים מכירים את המושג "מצולע משוכלל".

אם אין זמן, אפשר לדלג על סעיף זה.

ח) הטענה נכונה. בניגוד לכל יתר המצולעים בהם שוויון בזוויות אינו מבטיח דמיון, במקרה של משולשים כן.

השאלה אינה במקום מאחר והתלמידים עדיין לא למדו זאת.

ט) הטענה נכונה. יחס הדמיון הוא 1.

י) הטענה אינה נכונה. מצולעים דומים אינם בהכרח חופפים כי יחס הדמיון יכול להיות שונה מ 1.

שאלה נוספת שכדאי להעלות פה לדיון:

האם כל שני מצולעים משוכללים, בעלי אותו מספר צלעות דומים?

(שוב כדאי להזכיר לתלמידים שמצולע משוכלל הוא מצולע שכל צלעותיו שוות זו לזו וכל זוויותיו שוות זו לזו).

מצולעים כאלה דומים, כי מתקיימים בהם שני התנאים: הזוויות בשני המצולעים שוות ויחס הצלעות שווה, כלומר אם a אורך הצלע במצולע האחד ו- b אורך הצלע במצולע האחר אז היחס בין הצלעות שווה ל- $\frac{a}{b}$.

תשובה לשאלה זו מאפשרת מענה ישיר לסעיפים ב׳ ו-ו׳, בהם נדונו המקרים הפרטים של משולש משוכלל ומרובע משוכלל.

אפשר גם, כמו בסעיף ב׳, לציין שהיחס בין כל זוג צלעות של כל מצולע הוא 1.

# משולשים דומים (עמודים 72 - 78 בחוברת)

עד עכשיו עסקנו במצולעים דומים וראינו כי בדיקת הזוויות בלבד או הצלעות בלבד אינה מספיקה לדמיון מצולעים. משולשים דומים מוגדרים כמקרה פרטי של מצולעים דומים, לכן בפרק זה בודקים אם משולשים הם דומים תוך בדיקת קיום שוויון הזוויות המתאימות וקיום יחס קבוע בין הצלעות המתאימות.

בסעיף הבא נבדוק אם אפשר לצמצם את מספר התנאים, כלומר נלמד מה הם התנאים **המספיקים** על מנת לקבוע דמיון במשולשים.

חשוב לזכור שיש להקפיד על רישום נכון של התאמה בדמיון, כי אז קל לקבוע את ההתאמה בין הצלעות והזוויות של שני המשולשים אפילו ללא צורך בשרטוט.

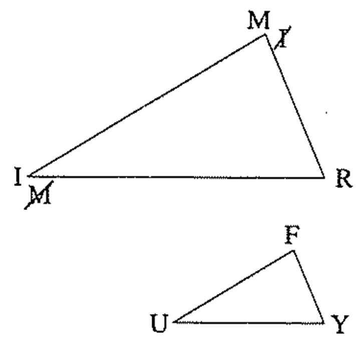
## תרגיל 1

א) $\Delta MIR \sim \Delta FUY$

$\sphericalangle M = \sphericalangle F \qquad MI = k \cdot FU$

$\sphericalangle I = \sphericalangle U \qquad IR = k \cdot UY$

$\sphericalangle R = \sphericalangle Y \qquad RM = k \cdot YF$



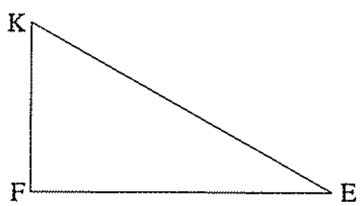

ב) $\Delta CAR \sim \Delta KEF$

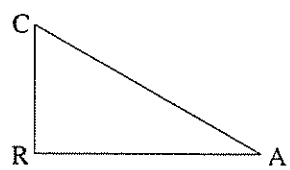
$$\frac{\Delta CAR}{\Delta KEF} \qquad \frac{AR}{EF} = \frac{CR}{KF} = \frac{CA}{KE}$$

$\sphericalangle K = \sphericalangle C$

$\sphericalangle E = \sphericalangle A$

$\sphericalangle F = \sphericalangle R$



ג) המשולשים הדומים לא משורטטים "בהתאמה" כמו בסעיף ב' (כלומר הצלעות המתאימות אינן משורטטות על ישרים מקבילים, או על אותם ישרים), ולא תמיד קל לראות את ההתאמה.

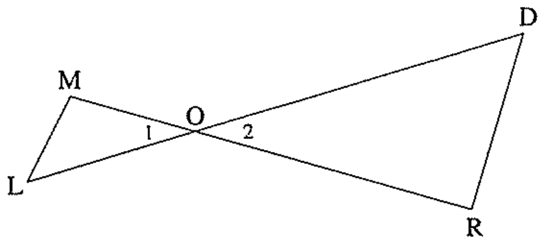
$\Delta MOL \sim \Delta ROD$

$\frac{\Delta MOL}{\Delta ROD} \quad \frac{MO}{RO} = \frac{OL}{OD} = \frac{LM}{DR}$

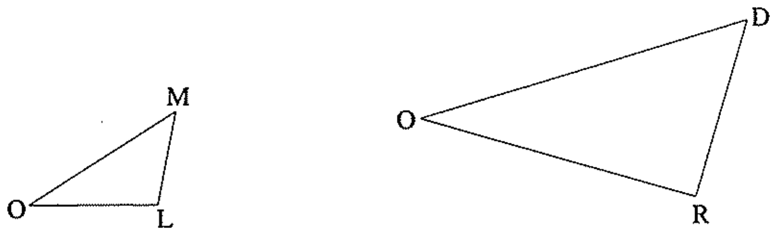
$\sphericalangle D = \sphericalangle L$

$\sphericalangle R = \sphericalangle M$

$\sphericalangle O_2 = \sphericalangle O_1$




השימוש במטול עשוי לעזור כי אפשר להפריד בין המשולשים, "לסובב" משולש אחד ו"לראות" את ההתאמה.




## תרגיל 2

כדאי לבקש מהתלמידים לשרטט משולשים "מדגימים" ולסמן את הקודקודים בשמות המתאימים.

שרטוט על פי נתונים חשוב לא פחות מאשר השימוש בשרטוט לצורך קביעת ההתאמה.

א) $\Delta MUK \sim \Delta SIR$

$MU = 2.5 \cdot SI$ $\quad \sphericalangle M = \sphericalangle S$

$MK = 2.5 \cdot SR$ $\quad \sphericalangle U = \sphericalangle I$

$UK = 2.5 \cdot IR$ $\quad \sphericalangle K = \sphericalangle R$

ב) במשולש MUK הצלעות גדולות פי 2.5 מהצלעות המתאימות במשולש SIR.

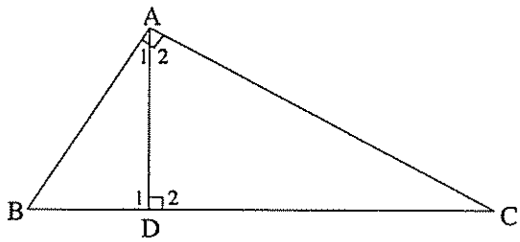
ג) $\Delta PIL \sim \Delta TUK$ 
$$\frac{\Delta PIL}{\Delta TUK} \quad \frac{PI}{TU} = \frac{IL}{UK} = \frac{PL}{TK}$$

בסעיף זה לא ידוע יחס הדמיון לכן לא ניתן לקבוע איזה מהמשולשים גדול יותר.

אפשר להעלות לדיון את השאלות הבאות:

1. אם היחס $\frac{PI}{TU}$ שווה ל 2, איזה משולש גדול יותר?
2. אם היחס $\frac{PI}{TU}$ שווה ל 0.5, איזה משולש גדול יותר?
   (במקרה זה המשולש TUK גדול יותר).
3. מה תוכל לומר על המשולשים אם היחס שווה ל 1?
   (המשולשים חופפים).

ד) $\Delta ADB \sim \Delta CDA$




$$\sphericalangle A_1 = \sphericalangle C$$
$$\sphericalangle D_1 = \sphericalangle D_2$$
$$\sphericalangle B = \sphericalangle A_2$$
$$\frac{\Delta ADB}{\Delta CDA} \quad \frac{AD}{CD} = \frac{AB}{CA} = \frac{DB}{DA}$$

בקודקוד הזווית A משורטטות למעשה שלוש זוויות:

$\sphericalangle BAC$ , $\sphericalangle BAD$ , $\sphericalangle DAC$ . על מנת להקל על ההתייחסות לזוויות השונות משתמשים בקיצורים: זווית $\sphericalangle BAD$ מסומנת בסימון $A_1$ וכך הלאה. כתיב מקוצר כזה חוסך סימון בשלוש אותיות, מאפשר זיהוי מיידי של הזוויות בהן מדובר ולא מסיט את החשיבה.

שאלה נוספת למתקדמים:

מה תוכל לומר על המשולשים אם הדמיון הנתון יהיה $\Delta ADB \sim \Delta ADC$ (למרות שלא מתאים לשרטוט)?

תשובה: המשולשים חופפים כי מתקבל היחס הבא:

$$\frac{\Delta ADB}{\Delta ADC} \quad \frac{AB}{AC} = \frac{DB}{DC} = \frac{AD}{AD}$$

מכאן, יחס הדמיון הוא 1 כלומר המשולשים חופפים, והמשולש ABC הוא שווה שוקיים ($AC = AB$).

## תרגיל 3

תרגיל זה מדגים אחד השימושים של הדמיון.

נתון כי $\Delta DEG \sim \Delta MOT$, יחס הדמיון הוא 10 ומכאן גובה התורן הוא 6 מטר.

# תרגילים

## תרגיל 4

התלמידים עשויים לשגות כי המשולשים לא משורטטים "בהתאמה". כלומר הצלעות המתאימות אינן משורטטות על אותם ישרים או על ישרים מקבילים. התלמידים צריכים להתאים צלעות וזוויות על פי הנתון, הרשום בכתיב מתמטי. אם הם מתקשים אפשר להציע להם להעתיק את אחד המשולשים ולהניח אותו "בהתאמה" ליד המשולש השני. אפשר גם להציע לתלמידים לרשום את שוויון היחסים בין הצלעות המתאימות לפני שהם מחשבים את הגדלים החסרים. הדרך הנוחה לחישוב, על פי מה שנלמד, היא למצוא קודם את יחס הדמיון ואחר כך לחשב את אורכי הצלעות החסרות על ידי כפל או חילוק מתאימים (ולא על ידי פתרון משוואה).

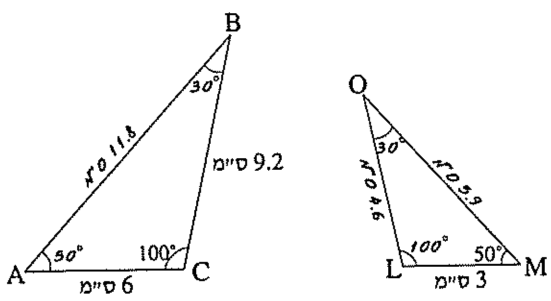
א) צלעות משולש ABC גדולות פי 2 מהצלעות המתאימות של המשולש MOL כלומר יחס הדמיון 2. לכן:

$AB = 2 \cdot 5.9 = 11.8$ ס"מ $\qquad OL = \frac{BC}{2} = \frac{9.2}{2} = 4.6$ ס"מ

$\sphericalangle A = \sphericalangle M = 50°$

$\sphericalangle C = \sphericalangle L = 100°$

$\sphericalangle B = \sphericalangle O = 30°$

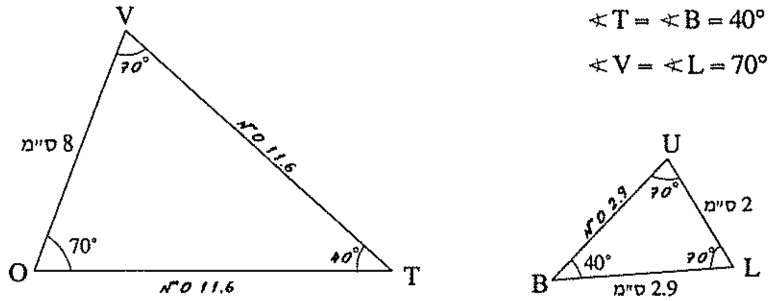


ב) צלעות משולש TOV גדולות פי 4 מהצלעות המתאימות של המשולש BUL, לכן יחס הדמיון 4.

$\sphericalangle O = \sphericalangle U = 70°$

$\sphericalangle T = \sphericalangle B = 40°$

$\sphericalangle V = \sphericalangle L = 70°$




מחישוב הזוויות מתקבל שהמשולשים הם שווי שוקיים

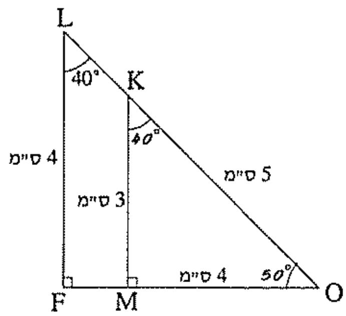
ולכן: BU = BL = 2.9 ס"מ

OT = VT = 4 · 2.9 = 11.6 ס"מ

ג) $\sphericalangle O = 50°$ $\sphericalangle M = \sphericalangle F = 90°$ $\sphericalangle K = \sphericalangle L = 40°$

צלעות משולש LFO גדולות פי $\frac{4}{3}$ (או 1.33) מהצלעות המתאימות במשולש KMO לכן:

LO = $\frac{4}{3} \cdot 5 = 6\frac{2}{3}$ ס"מ , FO = $\frac{4}{3} \cdot 4 = 5\frac{1}{3}$ ס"מ

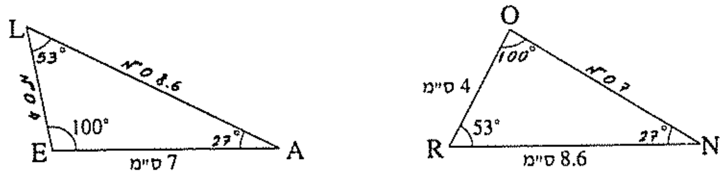


ד) לפי הנתונים בשאלה, יכולים התלמידים לחשב רק את הזוויות. הם אינם יכולים לקבוע מהו יחס הדמיון לכן לא ניתן לחשב את אורכי הצלעות החסרות.

מתקבל: $\angle E = \angle O = 100°$ , $\angle L = \angle R = 53°$ , $\angle A = \angle N = 27°$.

אם מעוניינים, אפשר להוסיף נתון למשל "7 ס״מ = ON", לשאול מהו יחס הדמיון? לבקש לחשב את אורכי הצלעות החסרות ולהסביר את התוצאה.

נתון אחר שאפשר להוסיף: "יחס הדמיון 1" מה המשמעות? ולבקש לחשב את אורכי הצלעות החסרות. ואז מתקבל שהמשולשים חופפים. (כפי שמתואר בשרטוט).




## תרגיל 5

גם בתרגיל זה המשולשים משורטטים לא "בהתאמה", והתלמידים יכולים לגלות את יחס הדמיון. בכיתות הניסוי היו תלמידים שראו כי "הצלע הגדולה צריכה להתאים לצלע הגדולה וכו'". לאחר שמגיעים למסקנה זו ניתן לחשב את יחס הדמיון ואולי עדיף לרשום תחילה את דמיון המשולשים.

לאחר שרושמים את יחס הדמיון, רצוי להרגיל את התלמידים לבדוק אם היחס שמצאו מתאים לכל זוג צלעות מתאימות בשני המשולשים.

א) הדמיון: $\Delta ROS \sim \Delta KAR$ יחס הדמיון: $\frac{6}{4} = 1.5$

ב) הדמיון: $\Delta OFK \sim \Delta MIK$ יחס הדמיון: $\frac{10}{5} = 2$

ג) הדמיון: $\Delta OJN \sim \Delta PIL$ יחס הדמיון: $\frac{25}{4} = 6.25$

סעיף זה עשוי לעורר קשיים מכמה סיבות: המשולשים "מסובבים", הם משורטטים כמעט "באותו גודל", כלומר, לא "נראה" שהאחד הוא הגדלה של השני, ויתכנו קשיי חישוב אם החישוב נעשה ללא מחשבון.

ד) הדמיון: $\Delta YOS \sim \Delta GAD$ יחס הדמיון 1, מכאן שהמשולשים חופפים.

## ואולי פחות תנאים (עמודים 79 - 92 בחוברת)

בסעיף הקודם בדקנו את כל התנאים של דמיון משולשים: שוויון בין זוויות ויחס שווה בין הצלעות המתאימות. יתכן שתלמידים יעירו שניתן להסתפק בפחות תנאים, במיוחד לאחר שראו שבמלבנים מספיק לשמור על יחס קבוע של הצלעות. בסעיף זה מחפשים מהו המספר המינימלי של תנאים שמבטיח דמיון בין המשולשים, ואלו תנאים.

כדאי להזכיר שבחפיפת משולשים נדרשו בזמן ההגדרה שישה תנאים (שלוש צלעות ושלוש זוויות השוות בהתאמה). משפטי חפיפה צמצמו את מספר התנאים הנדרשים לשלושה תנאים. במהלך הסעיף רואים שיחס קבוע בין הצלעות או שוויון של שתי זוויות בהתאמה מבטיחים דמיון.

נוסף לכך עוסקים שוב בקשר בין דמיון לחפיפה: אם המשולשים דומים ויחס הדמיון הוא 1 אז המשולשים חופפים, ולהיפך, אם המשולשים חופפים אז הם דומים ויחס הדמיון הוא 1.

### תרגילים 1 - 2

המטרה בתרגילים אלה להגיע למסקנה מהם התנאים המספיקים לדמיון משולשים. אל המסקנות מגיעים תוך פעילות ושימוש בידע הקודם שנלמד במהלך היחידה: שתי צורות דומות אם ניתן להניחן אותן על קרניים היוצאות דרך מוקד, באופן שכל הקודקודים ימצאו על הקרניים.

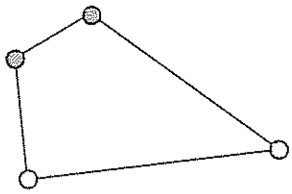
השימוש בשקפים יעיל מאוד גם כדי להגיע למסקנות, לדון במסקנות אלה ולרכז הדיון.

1. בשלב הראשון מניחים את שתי הזוויות ה"שקופות" כך שיווצרו משולשים, (כמובן שמתקבלים משולשים שונים).

   בשלב השני מנסים להניח משולש כזה כך שכל קודקודיו יהיו על הקרנים. (לאחר הבנייה אפשר לדון בגודלה של הזווית השלישית בכל אחד מהמשולשים שנבנו).

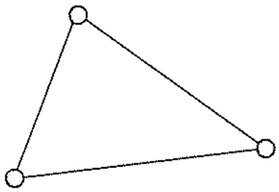
   את כל המשולשים שנבנו בכיתה ניתן להניח כך שקודקודיהם על הקרניים, כלומר הם כולם הגדלות או הקטנות של המשולש MAB, כלומר כולם דומים. מכאן ניתן להסיק שהמשולשים השווים בשתי זוויות דומים זה לזה.

2. לפני שמתחילים לפתור את התרגיל כדאי לדון בשאלה: האם שלוש צלעות קובעות משולש יחיד.



אפשר לקחת 3 פיסות שקף שעל כל אחד משורטט קטע ולהראות שניתן לבנות רק משולש אחד, כלומר שהזוויות נקבעות ואינן ניתנות לשינוי.

דרך טובה להמחיש זאת היא לקחת 3 קטעים כאלה לגזור ולהדק עם לחצניות בקודקודים.



ובנוסף לגזור 4 קטעים כאלה ולהדק.

ניתן לראות כי זוויות המרובע ניתנות לשינוי ואילו זוויות המשולש לא. כעת ניתן להזכיר ולהסביר זאת בעזרת משפט החפיפה הקובע "שכל המשולשים הנבנים על פי 3 צלעות חופפים זה לזה".

אפשר גם להיעזר במקבילית שנבנתה בעמוד 61 ולהדגים בעזרתה את ההבדל בין מרובע שצלעותיו קבועות למשולש שצלעותיו קבועות.

שוויון היחסים מתקבל במשולשים א' ו ד' ולא מתקיים במשולשים ב' וג'.

בסוף תרגיל 2 כדאי לסכם את שני המשפטים כפי שזה מופיע בסיכום בספר. הערה: מדובר כאן בשניים ממשפטי הדמיון. משפט דמיון נוסף מסתתר למעשה בפעילות ההגדלה/הקטנה באמצעות הקרנים. הגדלה/הקטנה זו מתבצעת על ידי שימוש במשפט הקובע כי "שני משולשים דומים אם היחס בין זוג צלעות במשולש אחד שווה ליחס בין זוג צלעות במשולש השני והזווית שבין הצלעות בשני המשולשים שווה". (במקרה של מוקד משותף וקרניים, היחס הקבוע בין הצלעות המתאימות מבטיח את ההקבלה של הצלע השלישית, ההקבלה יוצרת דמיון על פי שלוש זוויות בהתאמה.)

כדאי לציין שצריך להתייחס לחפיפה כמקרה פרטי של יחס דמיון 1.

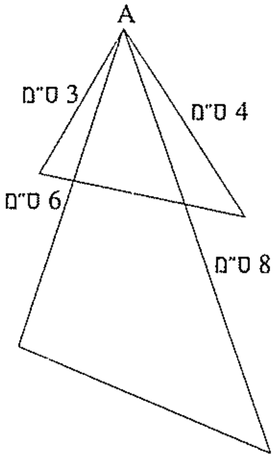
## תרגיל 3

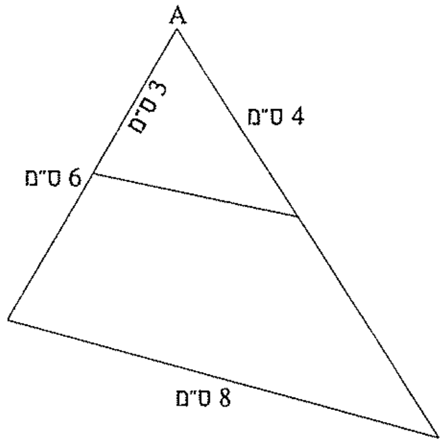
בסיכום של תרגיל 1 מגיעים למסקנה שכדי לקבוע אם משולשים דומים, מספיק לבדוק אם יש שתי זוויות שוות.

המטרה של תרגיל זה להראות שאין להסיק מקיום התנאי המספיק לדמיון על פי זוויות (2 זוויות בלבד) לגבי תנאי מספיק לדמיון על פי יחסי צלעות כלומר, אם

קיימת פרופורציה בין שתי צלעות של משולש אחד לשתי צלעות המתאימות להן במשולש שני אז המשולשים לא בהכרח דומים, כי מספיק לשנות את אחת הזוויות כדי שלא יהיו דומים.

בכיתות הניסוי קיבלנו מגוון של תשובות למשולשים ששתיים מצלעותיהם 6 ס״מ ו-8 ס״מ ואינם דומים למשולש הנתון. להלן דוגמאות של שרטוטים כאלה:

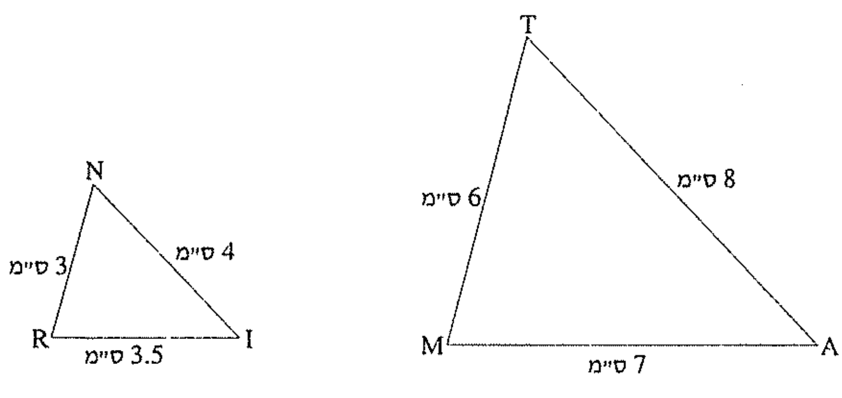



גם במקרה זה כדאי להיעזר ברצועות שקפים כדי לראות ששתי צלעות בלבד אינן קובעות משולש יחיד.

## תרגיל 4

$\Delta MIR \sim \Delta TAM$



## תרגילים

### תרגיל 5

בתרגיל זה קובעים אם המשולשים דומים לפי אורכי הצלעות. קביעה זו קשה יותר מאשר לפי הזוויות כי יש לבדוק שוויון יחסים.

כדי להקל על התלמידים נרשמו הצלעות בהתאמה - מהצלע הקטנה אל הגדולה.

אפשר להציע לתלמידים לרשום על פי סדר גודל גם כאשר הנתונים אינם רשומים כך, כלומר הצלע הקטנה במשולש האחד ליד הצלע הקטנה במשולש האחר וכך הלאה.

התלמידים משתמשים במחשבון ומבצעים חילוק של כל זוג צלעות מתאימות.

א) המשולשים דומים ויחס הדמיון הוא 1.5.

ב) המשולשים לא דומים כי $\frac{DE}{AB} = \frac{EF}{BC} = 2.5$ ויחס זה שונה מהיחס $\frac{FD}{CA} = 2.4$.

ג) המשולשים דומים ויחס הדמיון 1.2.

ד) המשולשים לא דומים כי היחס בין הצלעות המתאימות שונה. טעות נפוצה היא בדיקת הפרש קבוע במקום יחס קבוע, ולכן התלמידים עשויים לשגות ולחשוב שהם כן דומים. (כל צלע במשולש ABC ארוכה ב-4 ס"מ מהצלע במשולש DEF.) באחת מכיתות הניסוי היו תלמידים שאמרו ש-BC גדולה פי 2 מ-EF ולעומתה CA אינה גדלה פי 2 מ- FD לכן היחס שונה.

### תרגיל 6

בתרגיל זה יש לבדוק אם יש שתי זוויות שוות בהתאמה בשני המשולשים. אנו ממליצים להיעזר בשקפים כי אז ניתן לסובב ולהניח את המשולשים בהתאמה ותוך כדי כך גם "לראות" את הדמיון אם הוא קיים.

א) המשולשים דומים. כדי לראות זאת יש לחשב את הזווית השלישית בכל משולש), ההתאמה: $\Delta ABC \sim \Delta EFD$.

ב) הזווית M משותפת לשני המשולשים וכן יש להם זווית ישרה, לכן המשולשים דומים, $\Delta MKL \sim \Delta MNO$.

ג) לשני המשולשים יש אמנם צלע משותפת (AB) וזווית שווה (ישרה), אך אין מספיק נתונים לקבוע שהמשולשים דומים.

(לתלמידים יש נטיה לטעות ולקבוע שאם לשני משולשים יש צלע משותפת נוסף לזווית הישרה אז הם דומים ואפילו חופפים.)

ד) המשולשים דומים $\Delta OMK \sim \Delta ONL$.

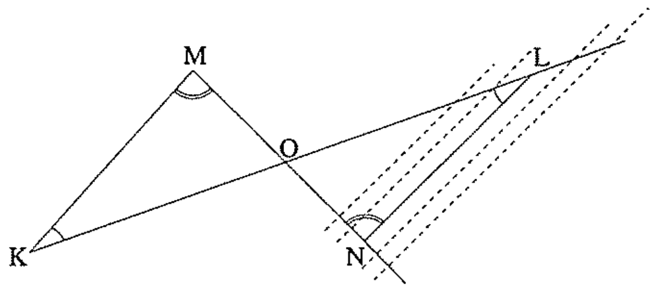
(יתכן שבסעיף זה יהיה צורך להזכיר שוויון של זווית מתחלפות בין מקבילים.)
הזוויות M ו N שוות כיוון שהן מתחלפות בין מקבילים, והזוויות ליד O שוות כי הן קודקודיות, לכן המשולשים דומים.

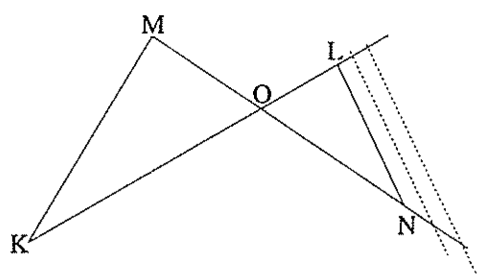
באחת מכיתות הניסוי שאלה המורה האם גם הזוויות L ו K שוות?

הנימוקים שהתקבלו היו:

1. כן, כי הן זוויות מתחלפות כמו M ו N.
2. כן, כי במשולשים דומים הזוויות שוות בהתאמה.

אפשר גם להזיז את NL במקביל על שקף או על שרטוט שעל הלוח ולשאול האם המשולשים המתקבלים דומים למשולש MOK, ואחד לשני?




אפשר גם לשנות את מצב הישר כלומר לסובב את NL (בדומה לציור להלן), ולשאול איך להניח את NL כך שיתקבלו משולשים דומים. ולאחר שמתקבלים משולשים דומים, להזיז את NL במקביל ושוב לשאול האם המשולשים המתקבלים דומים ל-MOK ואחד לשני.

אפשר להציג את השאלה אחרת: אם הישרים מקבילים קל לראות שאכן המשולשים דומים, אך אם הישרים אינם מקבילים האם המשולשים אינם דומים? ולנהל את הדיון בעזרת שקפים. המטרה של שינוי מקומה של הצלע NL ובחינת הדמיון בין המשולשים הינה דיון בטרנזיטיביות יחס הדמיון מבלי להזכיר זאת במפורש. כל הזזה של NL במקביל יוצרת משולש הדומה למשולש המקורי LON ובהכרח דומה למשולש MOK.

## תרגיל 7

בתחילת התרגיל או בסופו כדאי לדון עם התלמידים בכיתה בשאלה: כיצד היינו בודקים אם שני משולשים דומים? אם שני משולשים חופפים?

בכל מקרה חשוב לשים לב להתאמה כדי לקבוע את מה שנדרש. במקרה שהתלמידים קבעו שהמשולשים דומים כדאי לשאול:

- האם ניתן לחשב את יחס הדמיון, ואם כן, מהו יחס זה? אם לא, מדוע?
- לאחר שקבעו שהמשולשים דומים לשאול איזה תנאי נוסף נדרש כדי לקבוע אם הם חופפים?
- אם המשולשים לא דומים, האם יתכן שהם חופפים?

א) המשולשים דומים כי הם שווים בזוויותיהם. בשלב זה לא ניתן לחשב את יחס הדמיון כי חסרים לנו נתונים. האורכים הנתונים אינם של צלעות מתאימות.

המשולשים אינם חופפים כי הניצב במשולש SMI שווה ל 5 ס"מ, ומכאן אורך היתר SI גדול מ 5, ואילו במשולש השני אורך **היתר** הוא 5 ס"מ. אפשר להסיק שיחס הדמיון בין $\Delta SMI$ ל- $\Delta ABC$ הוא מספר הגדול ב"מקצת" מ- 1, כלומר צלעות המשולש SMI גדולות מהצלעות המתאימות במשולש השני.

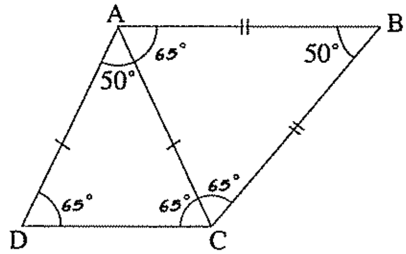
בשרטוט הימני נפלה טעות יש להחליף את אחד הקודקודים "B" בקודקוד "C".

ב) לאחר חישוב הזווית השלישית נראה שהמשולשים דומים לפי שוויון הזוויות. האורכים הנתונים הם של צלעות מתאימות (מול הזווית הגדולה במשולש), לכן יחס הדמיון הוא 1 והמשולשים חופפים. המשמעות היא שאם נעתיק את המשולשים, נגזור וננסה להניח אותם זה על זה אז הם יכסו האחד את השני. מומלץ לקיים דיון בכיתה כדי לבדוק מדוע פה ניתן לקבוע מהו יחס הדמיון ובסעיף הקודם לא ניתן.

ג) כמו בסעיף א' המשולשים דומים (לפי שוויון הזוויות), אך אינם חופפים (הניצב במשולש האחד הוא היתר במשולש השני), ולא ניתן לקבוע את היחס הדמיון.

ד) לאחר חישוב הזוויות רואים שהמשולשים המשורטטים הם למעשה שווי צלעות כלומר דומים, ובנוסף יש להם צלע אחת משותפת לכן הם גם חופפים.

ה) בספר לתלמיד חסרות האותיות בשרטוט. להלן השרטוט המעודכן:




השאלה נראית דומה לקודמת, ואכן מחישוב הזוויות נראה כי המשולשים דומים אך במקרה זה הם אינם חופפים למרות קיום צלע משותפת, מאחר והצלע הזו אינה מול זוויות מתאימות בשני המשולשים. (ב-$\Delta ABC$ מול זווית הראש וב- $\Delta ACD$ מול זווית הבסיס).

(אפשר לשגות ולחשוב שמשורטטת מקבילית ABCD כי "כך זה נראה", אך מחישוב הזוויות נקבל שהמרובע אינו מקבילית.)

## תרגיל 8

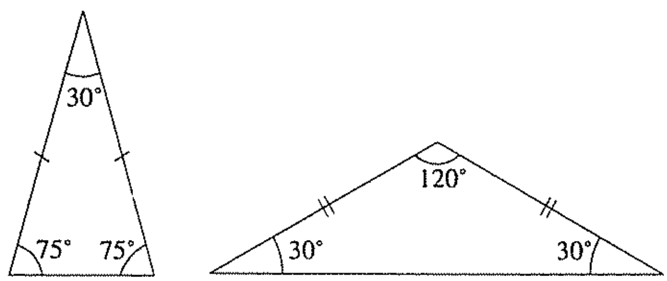
תרגיל זה מתאים לדיון כיתתי כיון שהוא דן במקרים כלליים. גם כאן מומלץ להיות מצויידים במשולשים המשורטטים על שקפים, ולנסות להניחם כך שיהיה להם קודקוד משותף ושתי צלעות על אותם ישרים, כלומר לבדוק אם הם הגדלה/הקטנה אחד של השני. ניסוח כללי כפי שהוא מופיע בשאלה דורש לקבוע תחילה מה נתון ומה צריך לבדוק.

חלק מן הסעיפים בתרגיל זה הופיעו כבר בתרגיל 13 עמ' 71, לכן ניתן לדלג עליהם כאן.

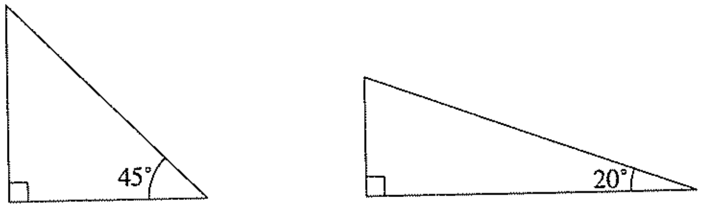
א) הטענה נכונה, כי חפיפה היא מקרה פרטי של דמיון - יחס הדמיון הוא 1.

ב) הטענה אינה נכונה. דוגמה נגדית: סעיף א' בתרגיל 7.

ג) הטענה אינה נכונה. דוגמה נגדית:



ד) הטענה אינה נכונה. דוגמה נגדית:

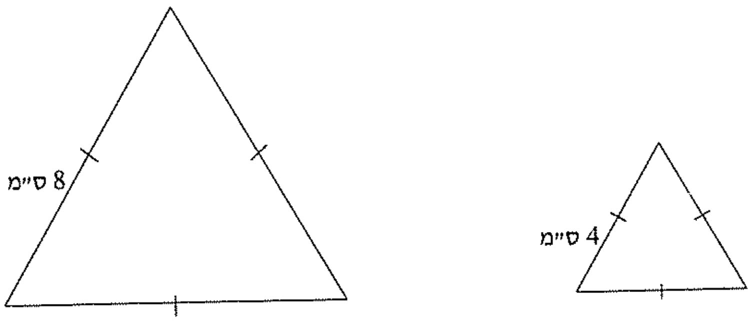



ה) הטענה נכונה. קיום שני התנאים ביחד - גם ישר זווית וגם שווה שוקיים, מבטיח גודלן של הזוויות בכל אחד מהמשולשים: $90°$ , $45°$ , $45°$ , לכן המשולשים דומים על פי שוויון הזוויות.

(כשנתון רק תנאי אחד (ישר זווית או שווי שוקיים) אי אפשר לדעת גודלן של שתי זוויות ולכן אי אפשר לקבוע אם המשולשים דומים).

ו) הטענה נכונה. המשולשים שווי צלעות לכן כל אחת מהזוויות בת $60°$, ומכאן שהם דומים על פי שוויון הזוויות. (דומה לתרגיל 13ב' בעמוד 71).

ז) הטענה אינה נכונה. המשולשים אינם חופפים, דוגמה נגדית:




## תרגיל 9

א) הדמיון: $\Delta MCD \sim \Delta MBA$

צלעות משולש MBA גדולות פי 1.5 מצלעות משולש MCD, לכן:

$AB = 1.5 \cdot 2.5 =$ 3.75 ס"מ , $AM = 1.5 \cdot 1 =$ 1.5 ס"מ , $MB = 1.5 \cdot 3 =$ 4.5 ס"מ

ב) הדמיון: $\Delta KDC \sim \Delta KAB$

צלעות משולש KDC קטנות פי 4 מצלעות משולש KAB. לכן:

$CD = \frac{5}{4} =$ 1.25 ס"מ , $KC = \frac{4}{4} =$ 1 ס"מ , $KD = \frac{6}{4} =$ 1.5 ס"מ

## תרגיל 10

תרגיל זה מזכיר שוב את הקשר בין דמיון והגדלה שהשתמשנו בו כל הזמן.

העברת מקביל לאחת מצלעות המשולש היא למעשה שיטת הגדלה/הקטנה של צורות דרך מוקד וקרניים, כאשר אחד הקודקודים של המשולש (במקרה זה A) הוא המוקד. לכן אפשר להסביר את הדמיון בשתי צורות:

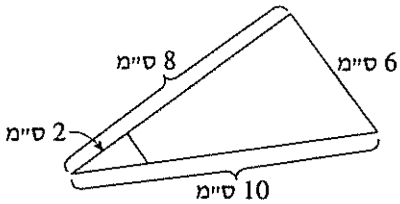
האחת היא שיטת ההגדלה/הקטנה בעזרת קרניים המבטיחה את דמיון המשולשים, השניה היא שוויון הזוויות של שני המשולשים.

כלומר $\sphericalangle A$ משותפת, $\sphericalangle M = \sphericalangle B$ , $\sphericalangle N = \sphericalangle C$

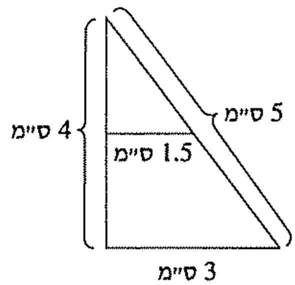
ומכאן: $\Delta AMN \sim \Delta ABC$

## תרגיל 11

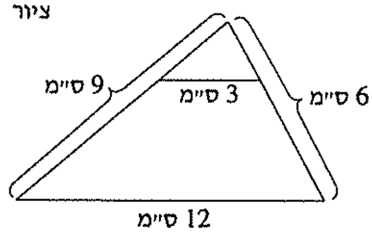
בתרגיל קודם ראינו כי מקביל לאחת מצלעות המשולש חותך ממנו משולש דומה, לכן עם הנתונים בשרטוטים אפשר לחשב את ההגדלה או ההקטנה (כלומר את יחס הדמיון) ואז את הצלעות החסרות.




ציור ב׳




ציור א׳




ציור ג׳

בציור א׳ אורכי הצלעות של המשולש הקטן הן חצי מאורכי צלעות המשולש הגדול ולכן אורכיהן: 1.5 ס״מ, 2 ס״מ, 2.5 ס״מ.

בציור ב׳ אורכי הצלעות של המשולש הגדול גדולות פי 4 מאורכי צלעות המשולש הקטן, ולכן אורכי צלעות המשולש הם: 1.5 ס״מ, 2 ס״מ, 2.5 ס״מ.

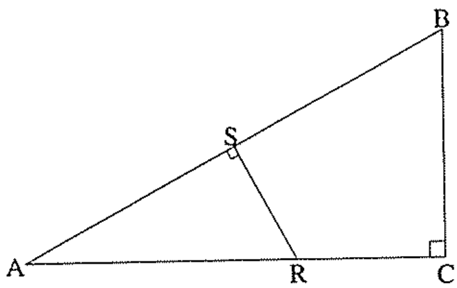
בציור ג׳ אורכי צלעות המשולש הגדול גדולות פי 4 מאורכי צלעות המשולש הקטן, ולכן אורכי צלעות המשולש הקטן הם: 1.5 ס״מ, 3 ס״מ, 2.25 ס״מ.

## תרגיל 12

בסעיפים א׳ וב׳ הדמיון נובע משוויון הזוויות, ואילו בסעיף ג׳ אפשר להיעזר בשוויון הזוויות או ביחס בין הצלעות (המשולשים שווי שוקיים עם אותה זווית בסיס B).

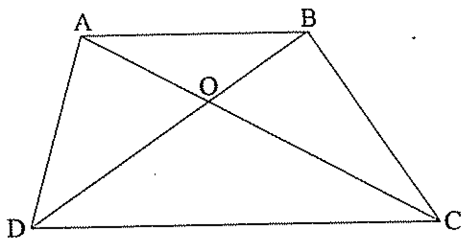
א) $\Delta ABC \sim \Delta ARS$

$$\frac{\Delta ABC}{\Delta ARS} \qquad \frac{AB}{AR} = \frac{AC}{AS} = \frac{BC}{RS}$$



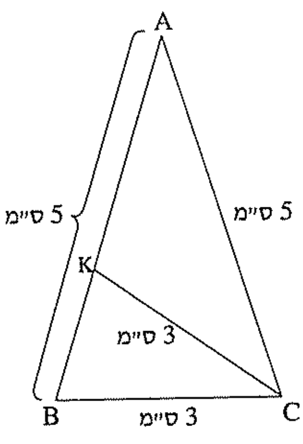

ב) $\Delta AOB \sim \Delta COD$

$$\frac{\Delta AOB}{\Delta COD} \qquad \frac{AB}{CD} = \frac{AO}{CO} = \frac{BO}{DO}$$




ג) $\Delta ABC \sim \Delta CBK$

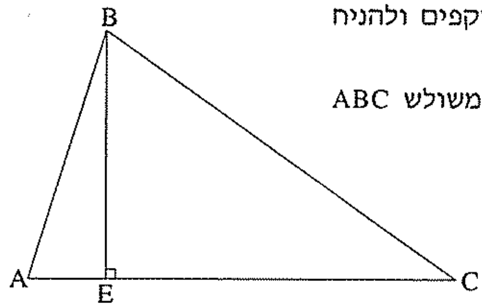
$$\frac{\Delta ABC}{\Delta CBK} \qquad \frac{AB}{CB} = \frac{BC}{BK} = \frac{AC}{CK}$$



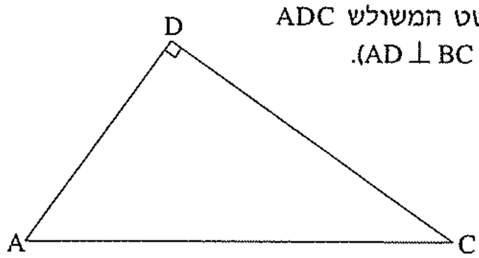
## תרגיל 13

בפתרון התרגיל מומלץ להיעזר בשקפים ולהניח אותם רבדים רבדים.

על רובד הבסיס משרטטים את המשולש ABC (ראה ציור):

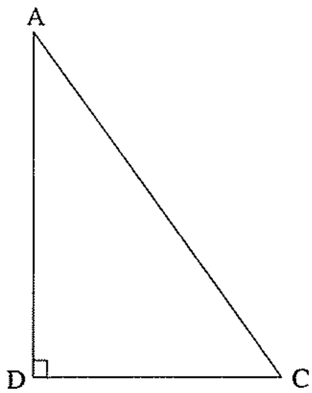



עליו מניחים רובד שני עליו משורטט המשולש ADC בצבע שונה. (יש להניח כך שיתקבל: $AD \perp BC$).



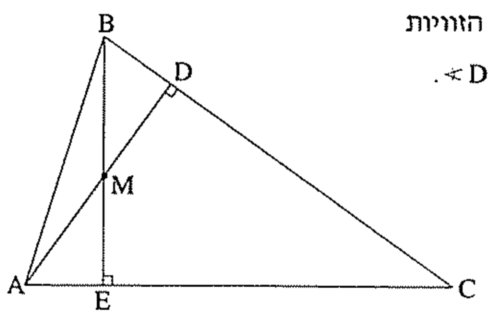

תחילה מראים בכיתה את שני הרבדים כפי שהם מונחים לפי השרטוט בתרגיל. אחר כך מזיזים ומסובבים את משולש ADC שצלעותיו יקבילו לצלעות משולש BEC, כך שניתן יהיה לראות את ההתאמה לפיה המשולשים דומים.

מתקבל: $\Delta BEC \sim \Delta ADC$.




זוג נוסף של משולשים דומים הם:

$\Delta AME \sim \Delta BMD$ לפי שוויון הזוויות: הזוויות ב- M קודקודיות וכן $\sphericalangle D = \sphericalangle E = 90^\circ$.



## תרגיל 14

המשולשים ABR ו- ACQ דומים כי $BR \parallel CQ$ לכן היחס בין הגבהים שווה ליחס בין אורכי הצל (ביום מסוים ובשעה קבועה), כך שכדי לחשב את גובה העץ צריך להיעזר ביחס הקבוע הזה שהוא יחס הדמיון.

בדרך כלל התלמידים מצאו קודם את ההגדלה ואז חישבו.

א) $\Delta ABR \sim \Delta ACQ$.

ב) אורכי צלעות משולש QCA גדולים פי 3 מאורכי צלעות משולש RBA, לכן גובה העץ הוא 4.5 מ' = $QC = 1.5 \cdot 3$.

## תרגיל 15

ההקטנה היא פי 0.8, לכן המשוואה שמתאימה לתרגיל זה היא:

$0.8 = \frac{x}{x + 1.5}$ ומכאן מתקבל 6 ס"מ = LO.

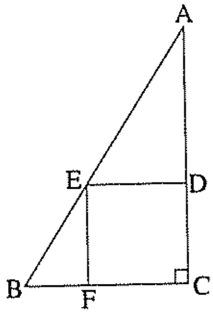
## תרגיל 16

הצרוף של שלושה משולשים דומים זה לזה, המשורטטים כתמונה בתוך תמונה, עשוי להוות קושי עבור התלמידים. קל לראות ש- $\Delta AED \sim \Delta EBF$, קשה יותר לראות כי שניהם דומים למשולש ABC.

א) אפשר להסתכל על משולש ABC כהגדלה של משולש AED כאשר A מוקד ההגדלה, או על משולש ABC כהגדלה של משולש EBF כאשר B מוקד ההגדלה.

סך הכל מתקיים:

$\Delta ABC \sim \Delta AED \sim \Delta EBF$




ב) $\Delta EBF$ הוא הקטנה פי 3 של $\Delta ABC$ לכן אם 3 ס"מ = BC מתקבל 1 ס"מ = BF ומכאן שצלע הריבוע שווה ל 2 ס"מ.

## תרגיל 17

המטרה בתרגיל זה שהתלמידים יבנו משולשים דומים גדולים יותר מהמשולש הנתון ויגיעו למסקנה לגבי הקשר בין יחס הצלעות (יחס הדמיון) לבין יחס השטחים, (ללא הוכחות או נוסחאות אלא רק על סמך ניסוי ובנייה). תוך כדי עשייה התלמידים מקבלים את התחושה כיצד לבנות משולש דומה גדול יותר. כמו כן הם מסיקים מהבנייה לגבי היחס בי השטחים:

כדי לבנות משולש שהצלע גדולה פי 2, יש להשתמש ב 4 משולשים כלומר **יחס השטחים** הוא 4.

כדי לבנות משולש שהצלע גדולה פי 3, יש להשתמש ב 9 משולשים כלומר **יחס השטחים** הוא 9, וכך הלאה. כלומר התחושה של היחס מתקבלת על ידי בנייה-עשייה ולא על ידי חישוב.

תרגיל זה ממחיש **שהשטח** הוא למעשה **מספר המשולשים**, ויש כאן חזרה לנושא בו דובר ביחידה "מסלולים שטחים והיקפים", שם השטח נמדד במספר משבצות ואחר כך גם במספר משולשים. במהלך העבודה כדאי לדון ולהגיע למסקנה שאם שטח של משולש אחד הוא 1 יחידת שטח אז 4 משולשים הם 4 יחידות שטח וכדי.

## תרגיל 18

משימוש במסקנה שהתקבלה בתרגיל 17 מתקבל:

צלעות המשולש ABC הוגדלו פי 6, לכן השטח גדל פי 36.

צלעות המשולש ABC הוגדלו פי 10, לכן השטח גדל פי 100.

צלעות המשולש ABC הוגדלו פי 1.5, לכן השטח גדל פי 2.25.

בדומה למסקנה שהוסקה כשעסקו בשטחי מלבנים, גם כאן רואים כי יחס השטחים של משולשים דומים שווה לריבוע יחס הדמיון.

(באופן כללי יחס השטחים של מצולעים דומים שווה לריבוע יחס הדמיון.)

# משולש ישר זווית (עמודים 93 - 101 בחוברת)

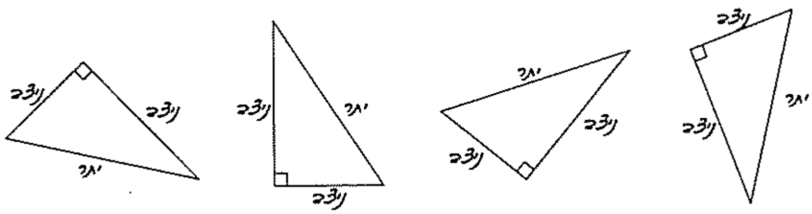
שני הסעיפים הבאים מכינים לקראת חישובים של צלעות וזוויות בעזרת הפונקציות הטריגונומטריות. הסעיף הראשון עוסק במשולש ישר זווית, והשני ביחסים בין הצלעות של משולש והשוואת היחסים האלה ליחסים בין הצלעות המתאימות במשולש דומה.

בשני התרגילים הראשונים יש תזכורת ותרגול של "שמות" הצלעות במשולש ישר זווית, בהמשך נזכרים ומשתמשים במשפט פיתגורס לחישוב צלעות חסרות, בודקים דמיון של משולשים ישרי זווית ומחשבים צלעות וזוויות על סמך דמיון נתון.

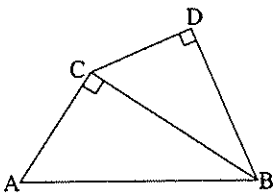
## תרגילים 1 - 2

בתרגילים אלה חוזרים על המושגים ניצב, יתר וכדי.

.1




.2 בתרגיל זה מודגש כי אותה צלע יכולה להיות ניצב במשולש אחד ויתר באחר.




א) AB יתר ב- $\Delta ABC$

CD ניצב ב- $\Delta CDB$

BC ניצב ב- $\Delta ABC$

BC יתר ב- $\Delta CDB$

ב) IM ניצב ב- $\Delta OMI$

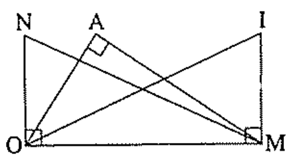
OI יתר ב- $\Delta OMI$

NO ניצב ב- $\Delta NOM$

OM יתר ב- $\Delta OAM$

OM ניצב ב- $\Delta ONM$

OM ניצב ב- $\Delta OMI$



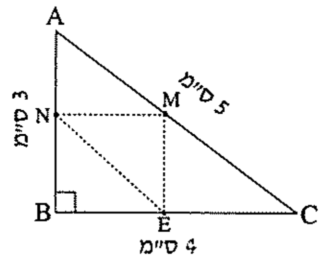
## תרגיל 3

תרגיל זה עוסק ביישום המשפטים העוסקים בתנאים מספיקים לדמיון, במשולשים ישרי זווית, שוויון הזוויות המתאימות או יחס שווה בין הצלעות. הבדיקה אילו מהתנאים מתקיימים מתבצעת מתוך הנתונים המספריים שבשרטוטים.

אפשר להיעזר בשקפים ולבדוק את תשובות התלמידים על ידי הנחת המשולשים בצורה מתאימה.

א) $\Delta ABC \sim \Delta MEN$ (שוויון הזוויות המתאימות).

ב) $\Delta ABC \sim \Delta EMN$ (יחס קבוע בין הצלעות המתאימות). בסעיף זה כדאי לשאול מהו יחס הדמיון ומה היחס בין השטחים - דבר שניתן לבדיקה על ידי חישוב מתאים, ומאפשר חזרה על חישוב שטח במשולש ישר זווית, או מבלי חישוב כלל, אלא על ידי שרטוט מדגים בו משולש EMN "נכנס" 4 פעמים במשולש ABC




ג) $\Delta ABC \sim \Delta MEN$ (שוויון הזוויות המתאימות).

ד) $\Delta ABC \sim \Delta NME$ (המשולשים שווי שוקיים וישרי זווית לכן זוויותיהם שוות $90^\circ$ , $45^\circ$ , $45^\circ$).

ה) לא ניתן להסיק דמיון בגלל מיעוט נתונים. בדיון בפתרון התרגיל בכיתה אפשר לבקש מהתלמידים לתת מידות לצלעות החסרות או לזוויות, כך שיתקבלו במקרה אחד משולשים דומים ובמקרה אחר משולשים שאינם דומים.

סעיף ב' בתרגיל זה יכול להיות דוגמה לכך שמתקבלים משולשים דומים, ושינוי אחד הניצבים והיתר באחד המשולשים מביא לכך שהמשולשים אינם דומים.

**תרגיל 4**

א) אורך היתר במשולש הימני 5 ס״מ ובמשולש השמאלי 10 ס״מ. ואז רואים כי שני המשולשים דומים, גורם ההגדלה הוא 2.

בסעיף זה ניתן לקבוע שהמשולשים דומים גם ללא חישוב הצלע השלישית, כי לשני המשולשים זווית אחת ישרה כך שאם נקבע כמוקד את קודקוד הזווית הישרה נקבל שהצלעות המתאימות יהיו על הקרניים המתאימות. בשיטת ההגדלה/הקטנה שנלמדה בתחילת החוברת בה ״מסתתר״ למעשה משפט דמיון ראשון ⇐ שוויון הזוויות המתאימות במשולשים ⇐ שוויון זוג זוויות מתאימות ⇐ היתרים יקבילו.

ב) בשני המשולשים אורך הצלע החסרה הוא 4 ס״מ. המשולשים אינם דומים כי אין יחס קבוע בין הצלעות המתאימות. היחס בין היתרים של שני המשולשים $\frac{8.5}{5} = 1.7$ ואילו בין הניצבים הקטנים הוא $4:3 = 1.33$.

ג) אורך הניצב במשולש הימני 5 ס״מ ואורך היתר במשולש השמאלי 6.5 ס״מ. שני המשולשים דומים, גורם ההגדלה הוא 2.

בסעיף זה ניתן לקבוע דמיון רק לאחר חישוב הצלע החסרה בכל משולש.

**תרגיל 5**

אחרי שנבדקו מקרים פרטיים בתרגילים קודמים, מטפלים כאן במקרה הכללי.

הטענות בסעיפים א׳ ב׳ וג׳ נכונות - הדמיון נובע משוויון הזוויות בהתאמה. סעיפים ב׳ וג׳ מטפלים באותם משולשים מנקודות מבט שונות.

ד) הטענה אינה נכונה. משולשים דומים יהיו חופפים רק אם יחס הדמיון יהיה 1. דוגמה נגדית: המשולשים בתרגיל 4 סעיף א׳.

## תרגילים

### תרגיל 6

המטרה בתרגיל זה לשלב חישובים בעזרת משפט פיתגורס ויחס דמיון - כלומר ההגדלה/הקטנה המתאימה.

חשוב להדגיש כי השרטוטים אינם על פי המידות הרשומות, וחלק מהמשולשים משורטטים "לא בהתאמה". (כלומר צלעותיהם המתאימות אינן מקבילות).

א) יחס הדמיון 1, ומכאן שהמשולשים חופפים ומתקבל: 3 ס"מ = y. (השרטוט מטעה וכדאי לתקנו).

מחישוב בעזרת משפט פיתגורס מתקבל: 2.82 ס"מ = z = x

ב) צלעות המשולש השמאלי גדולות פי 2 מצלעות המשולש הימני ולכן

10 ס"מ = y, מחישוב על פי משפט פיתגורס מתקבל: 4.89 ס"מ = x, ואז

9.79 ס"מ = $z = 2 \cdot 4.89$, (או לפי משפט פיתגורס במשולש הגדול).

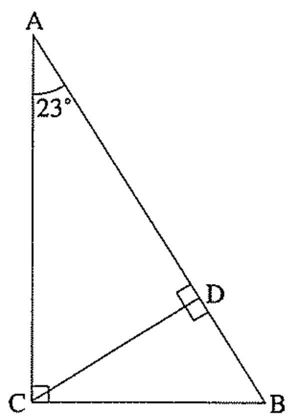
ג) צלעות המשולש השמאלי גדולות פי 3 מצלעות המשולש הימני, ומכאן

12 ס"מ = z, מחישוב על פי משפט פיתגורס מתקבל: 5 ס"מ = x,

15 ס"מ = $y = 5 \cdot 3$ (או לפי משפט פיתגורס במשולש הגדול).

### תרגיל 7

לאחר חישוב הזוויות מתקבלים שלושה זוגות של משולשים דומים:




$\Delta ABC \sim \Delta ACD$

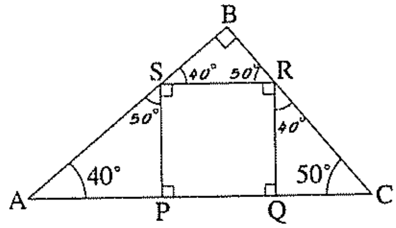
$\Delta ABC \sim \Delta CBD$

$\Delta ACD \sim \Delta CBD$

למעשה אפשר כאן לסכם: אם המשולשים א' וב' דומים ומשולשים ב' וג' דומים אז גם משולשים א' וג' דומים. (ההסבר הנוח הוא באמצעות שוויון הזוויות).

## תרגיל 8

א)




ב) המשולשים ישרי הזווית שבשרטוט הם:

$\Delta ABC$ , $\Delta APS$ , $\Delta SBR$ , $\Delta RQC$.

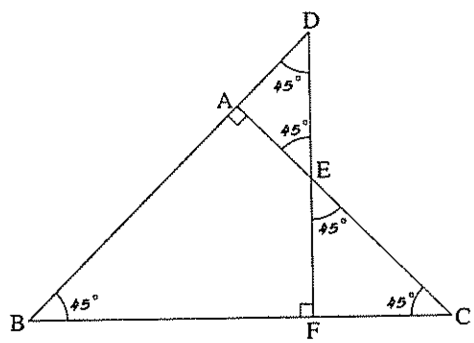
ג) מחישוב הזוויות מתקבל כי כל ארבעת המשולשים הנ"ל דומים לזה לזה.

ד) מבין המשולשים האלה אין משולשים חופפים, כי מיקום הזוויות במשולש קובע למעשה את מיקום הצלעות.

אמנם במשולשים BSR ו ASP מתקיים $SR = SP$, אך SR היא יתר במשולש BSR ואילו SP היא ניצב במשולש ASP.

כמו כן במשולשים APS ו RQC מתקיים $RQ = SP$, אך RQ היא ניצב מול זווית בת $50^\circ$ במשולש RQC ואילו SP היא ניצב מול זווית בת $40^\circ$ במשולש SAP.

## תרגיל 9




המשולשים ישרי הזווית ושווי השוקיים הם:

$\Delta ABC$ , $\Delta BFD$ , $\Delta AED$ , $\Delta FEC$.

כל המשולשים הנ"ל דומים זה לזה בגלל שוויון הזוויות.

## תרגיל 10

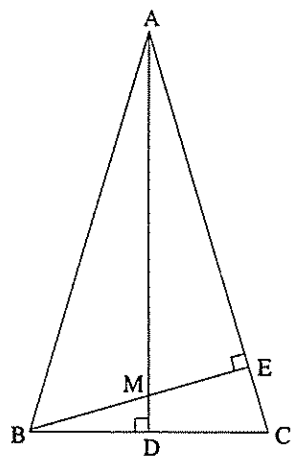
א) סעיף שגוי, לא ניתן לחשב את הזוויות אך ניתן לקבוע, בעזרת שיקולים, אלו זוויות שוות.

אפשר לבקש מהתלמידים להציע מספר שיהיה גודל של אחת הזוויות (למשל הזווית C), ובעזרתה לחשב את כל יתר הזוויות.

ב) בשני המשולשים יש זווית ישרה, וזווית C משותפת לשניהם, ומכאן מתקיים $\Delta BEC \sim \Delta ADC$, לפי שוויון זוויות.

ג) המשולשים ABD ו BCE דומים, כי בשניהם יש זווית ישרה, וזווית C במשולש BCE שווה לזווית B במשולש ABD (כי המשולש ABC שווה שוקיים).

ד) המשולשים ABD ו ACD חופפים.

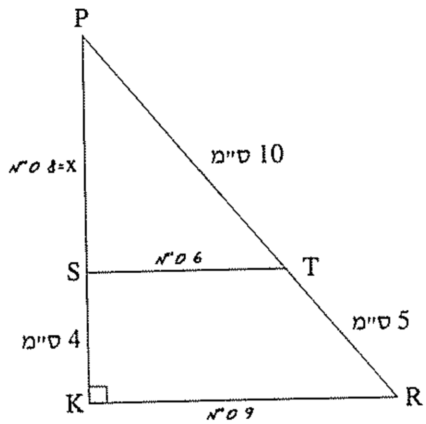



הערה: למעשה בשרטוט ישנם משולשים נוספים דומים: אם נסמן את נקודת מפגש הגבהים ב-M אז מתקיים גם $\Delta BDM \sim \Delta AEM$ (ושניהם דומים למשולשים בהם דובר בסעיפים הקודמים $\Delta BEC$ ושני המשולשים ABD ו ACD.

## תרגיל 11

כדאי מאד להקפיד על רישום נכון של ההתאמה כי הדבר מקל על מציאת יחס הדמיון ועל חישובי הצלעות המתאימות, במידת האפשר.

א) מהנתונים מתקבל כי ST ∥ KR ולכן $\Delta PST \sim \Delta PKR$, צלעות המשולש PKR גדולות פי 1.5 מהצלעות של משולש PST כלומר יחס הדמיון הוא 1.5.




ב) $PK = 1.5 \cdot PS$ לכן $x + 4 = 1.5x$ ⇐ 8 ס״מ = x כלומר 8 ס״מ = PS.

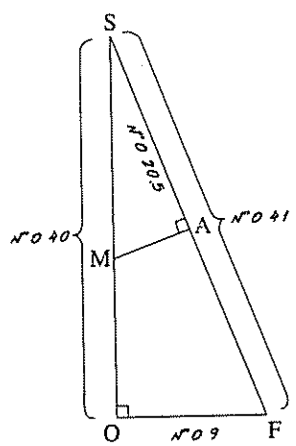
מחישובים בעזרת משפט פיתגורס מתקבל 6 ס״מ = ST,

9 ס״מ = $KR = 1.5 \cdot 6$ (או לפי משפט פיתגורס במשולש PKR).

יהיו תלמידים שיפתרו זאת כך:

PT הוא פי 2 מ- TR לכן PS צריך להיות פי 2 מ SR כלומר 8 ס״מ = PS.

## תרגיל 12




א) $\Delta SAM \sim \Delta SOF$

כי $\sphericalangle S$ משותפת

וכן $\sphericalangle A = \sphericalangle O = 90^\circ$.

ב) מחישובים בעזרת משפט פיתגורס

מתקבל 40 ס״מ = SO.

אם נתון גם 20.5 ס״מ = SA

נקבל $\frac{SO}{SA} = \frac{OF}{AM} = \frac{SF}{SM} = 1.95$

כלומר יחס הדימיון 1.95 ומכאן

4.61 ס״מ = $MA = \frac{9}{1.95}$.

בכיתות הניסוי ראינו שתלמידים טעו ורשמו שיחס הדמיון הוא 2 בגלל הנתונים שבשאלה ובגלל האופן בו מופיעים המשולשים בשרטוט.

על פי משפט פיתגורס ניתן להשלים ולחשב אורך SM (21.01 ס״מ = SM) ושוב להיווכח שיחס הדמיון אינו 2, (SM הוא היתר במשולש SMA ו SF הוא היתר במשולש SFO).

# יחסים בתוך משולש (עמודים 102 - 106 בחוברת)

בסעיפים קודמים עסקו התלמידים בשוויון יחסים בין צלעות מתאימות של משולשים דומים כאן עוסקים בשוויון היחסים בין זוג צלעות של משולש אחד לזוג צלעות מתאימות של משולש דומה. תחילה בודקים דוגמאות פרטיות ומהן מגיעים למסקנה בדבר שוויון היחסים הנ"ל.

נושא זה משמש כהכנה ללימודי הטריגונומטריה וגם לסעיף הבא (על דמיון ושיפוע). כמו בכל הסעיפים הקודמים, אין צורך בהוכחות פורמליות ומסתפקים בתחושה ובהסברים הנמצאים בספר.

### תרגיל 1

א) אורכי הצלעות במשולש המוגדל הן: 6 ס"מ, 8 ס"מ, 12 ס"מ.

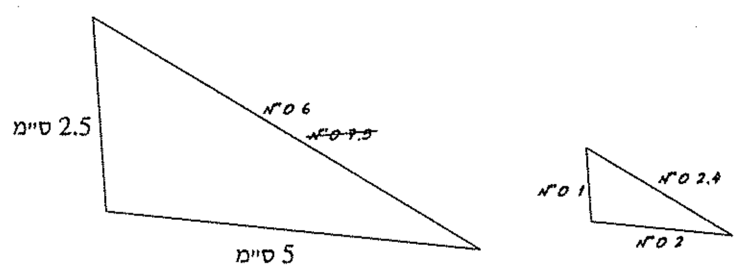
ב) במשולש השמאלי היחס הוא $\frac{3}{6}$ ובמשולש הימני, (המוגדל) היחס הוא $\frac{6}{12}$ כלומר היחסים שווים, $\left(\frac{1}{2}\right)$.

### תרגיל 2

תיקון טעות בנתונים שבשאלה: במשולש השמאלי אורך הצלע הארוכה צריך להיות 6 ס"מ במקום 7.5 ס"מ.

א) אורכי הצלעות במשולש המוקטן הם: 1 ס"מ, 2 ס"מ, 2.4 ס"מ.

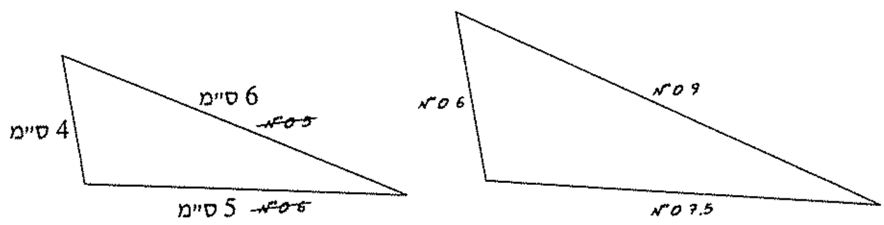
ב) בשני המשולשים מתקבל יחס הצלעות $\frac{1}{2}$.



## תרגיל 3

תיקון טעות בנתונים שבשרטוט: במשולש השמאלי הצלע הארוכה 6 ס"מ והצלע השניה בגודלה 5 ס"מ, יש למקם את המספרים בהתאם.

א) אורכי הצלעות במשולש המוגדל הם: 6 ס"מ, 9 ס"מ, 7.5 ס"מ.

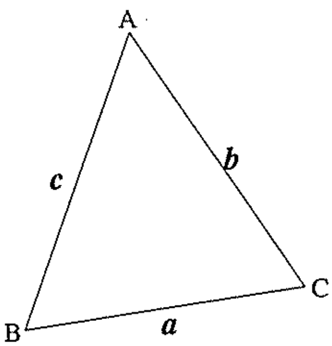



ב) גם בתרגיל זה מתקבלים יחסים שווים.

מתרגילים קודמים מתקבלת המסקנה כי היחס בין שתי צלעות של משולש שווה ליחס בין שתי הצלעות המתאימות במשולש הדומה לו.

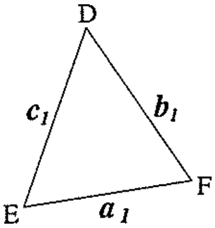
הוכחת המסקנה בדרך אלגברית מיותרת עבור התלמידים, אין צורך ולא כדאי להראות הוכחה זו בכיתה, היא בגדר רשות למתקדמים.

ההוכחה: המשולשים דומים: $\Delta ABC \sim \Delta DEF$.




לכן: $\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1}$

נכפול את שני האגפים ב- $\frac{a_1}{b}$




ונקבל: $\frac{a}{a_1} \cdot \frac{a_1}{b} = \frac{b}{b_1} \cdot \frac{a_1}{b}$ ומכאן: $\frac{a}{b} = \frac{a_1}{b_1}$.

### תרגיל 4

בתרגילים הקודמים יצאנו ממשולשים דומים ובדקנו את היחס בין הצלעות בתוך כל אחד מהמשולשים.

בתרגיל זה המעבר הפוך, כלומר יוצאים ממשולשים ישרי זווית שהיחס בתוך המשולשים נתון ובודקים אם המשולשים אכן דומים.

הבחירה החופשית שניתנת לתלמידים לקביעת אורכי הניצבים של משולש ישר זווית, (עם מגבלה אחת שהיחס ביניהם הוא 2), מביאה למעין הכללה של מה שנעשה קודם - בבת אחת בודקים מספר רב של דוגמאות. אפשר גם לבקש מהתלמידים לקבוע יחס בין הניצבים כרצונם, ואחר-כך לענות על הסעיפים שבשאלה.

## תרגילים

### תרגילים 5 - 6

בתרגילים אלו חוזרים, מחשבים ובודקים את המסקנה שהגיעו אליה בתרגילים קודמים.

5. מאיסוף התוצאות השונות מתלמידי הכיתה, מקבלים מספר רב של דוגמאות ומאמתים שוב את המסקנה שהתקבלה בתרגילים קודמים.

6. א) בתרגיל זה התלמידים לא יודעים שמשולשים ישרי זווית שניצבי האחד הם הגדלה של ניצבי השני, דומים, כי לא עסקנו במשפט דמיון ראשון.

   הם צריכים לחשב את אורך היתר ואז לשרטט משולשים דומים.

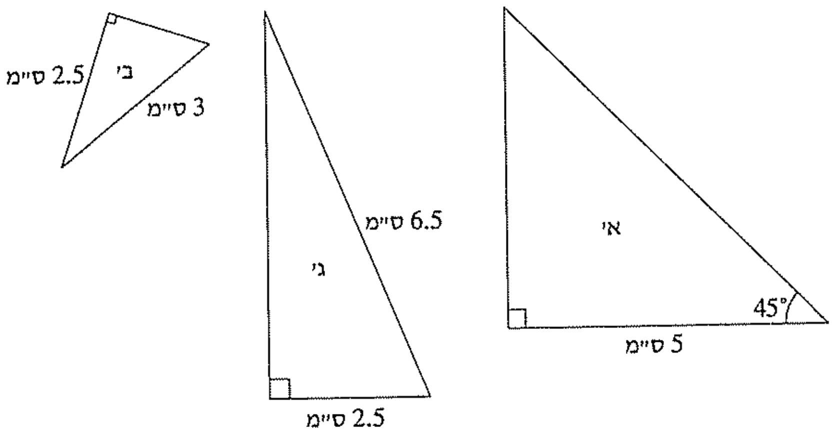
   ב) בכל המשולשים המתקבלים בכיתה היחס בין הניצבים הוא 3:4.

   ג) אורך היתר במשולש הנתון 5 ס"מ, לכן אורך היתר של כל אחד מהמשולשים האחרים הוא 5k ‏(k הוא יחס הדמיון).

   בכל המשולשים היחס בין הניצב הקטן ליתר הוא 3:5.

## תרגיל 7

בתרגיל זה מחשבים יחס בין הניצבים במשולש ישר זווית, ויש בכך הכנה לסעיף הבא העוסק בשיפוע (המבוטא בעזרת יחס בין ניצבים), והכנה לטריגונומטריה.




משולש א׳ – הוא ישר זווית ושווה שוקיים לכן אורך הניצב השני 5 ס״מ והיחס בין הניצבים הוא 1.

במשולש ב׳ – אורך הניצב החסר הוא בערך 1.65 ס״מ והיחס בין הניצבים הוא 1.5 (או 2:3).

במשולש ג׳ – אורך הניצב החסר הוא 6 ס״מ והיחס בין הניצבים הוא 2.4 (או 0.4).

## תרגיל 8

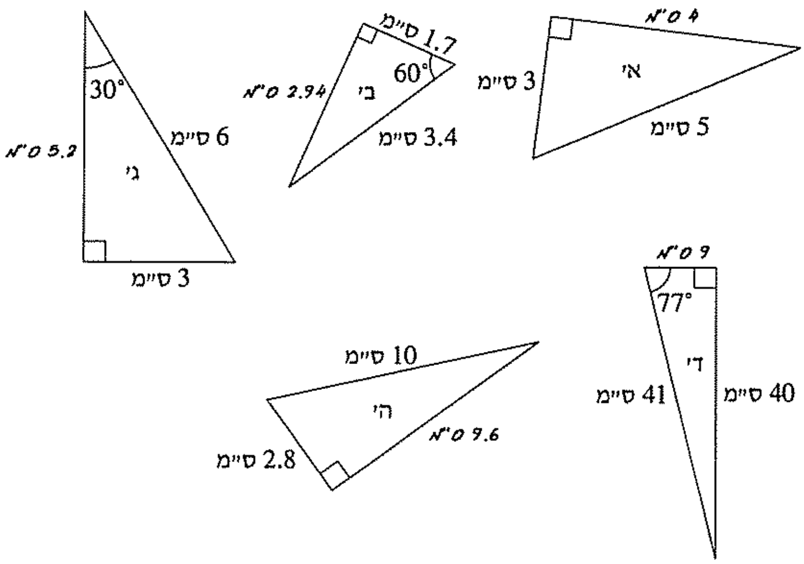
תרגיל זה מטפל בשגיאה נפוצה אצל התלמידים - החלפת המונה והמכנה זה בזה בהחלפה כזו מתקבלים שני מספרים הופכיים. חשוב לדון בכך בכיתה.

תלמידים הקוראים משפט הדן ב״יחס בין אורך היתר לאורך הניצב הגדול״ אינם יודעים האם במכנה יהיה אורכו של היתר או אורכו של הניצב הגדול. חשוב לטפל בתרגום הנכון של היחס ולעזור לתלמידים לבקר עצמם במקרה שבו הם עשויים לטעות. ההדגשה של התוצאה הצפויה, האם מעריכים שהיחס יהיה גדול או קטן מ-1 עוזרת לבנות תחושה של בקרת התוצאה ומסייעת מאד בחישובים טריגונומטריים.

היחס בין הניצב ליתר צריך להיות קטן מ-1. חשוב לתלמיד להרגיש שלו היה מחשב בטעות ומקבל מספר גדול מ-1, כנראה שחישב את היחס בין אורך היתר לאורכו של הניצב שכן היחס בין b ו a אינו שווה ליחס בין a ל b אלא אם a = b.

## תרגיל 9

גם תרגיל זה עוסק בחישוב המכין לקראת השימוש ביחס בין צלעות של משולש ישר זווית כהכנה לטריגונומטריה.



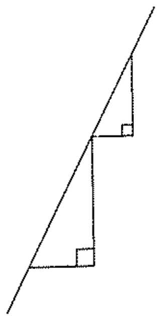

היחס בין הניצב הקטן ליתר הוא:

במשולש א׳ - 0.6 , במשולש ב׳ - 0.5, במשולש ג׳ - 0.5, במשולש ד׳ - 0.2, במשולש ה׳ - 0.28.

בסיום התרגיל כדאי לבקש התלמידים למצוא זוג משולשים דומים (המשולשים הדומים הם ב׳ ג׳).

## דמיון ושיפוע (עמודים 107 - 109 בחוברת)

במסגרת לימודי האלגברה בכיתה ט', והגיאומטריה האנליטית בכיתה י', הכירו התלמידים את הנושא "שיפוע של ישר". תחילה בדקו כמה יחידות עולים או יורדים על כל צעד של התקדמות במקביל לציר x, ובשלב מאוחר יותר הכלילו וחישבו את השיפוע באמצעות מדרגה מתאימה.



(כאשר חלק מהתלמידים ממשיכים לבדוק בשיטה הראשונה שנלמדה).

נושא השיפוע מופיע בסוף המבוא לאנליזה כשלומדים את המושג "שיפוע של פונקציה בנקודה", וכשעוסקים במשוואת המשיק לפונקציה בנקודה, כמו כן במקומות נוספים בהמשך, במסגרת השימושים בטריגונומטריה, יגדירו את פונקצית הטנגנס באמצעות המדרגה ושיפוע הישר. בסעיף זה התלמידים עוסקים בחישוב השיפוע של ישר באמצעות "מדרגה" מתאימה, כלומר באמצעות משולש ישר זווית:

$$\text{השיפוע} = \frac{\text{אורך הניצב המקביל לציר } y}{\text{אורך הניצב המקביל לציר } x}$$

אחר כך מסבירים באמצעות דמיון משולשים, מדוע "לא חשוב" היכן משרטטים את המדרגה, ומדוע השיפוע לאורך הישר קבוע.

### תרגיל 1

בתרגיל זה חוזרים על הגדרת השיפוע "כמספר היחידות שעולים/יורדים על כל צעד של "התקדמות" וקוראים אותו מתוך השרטוט.

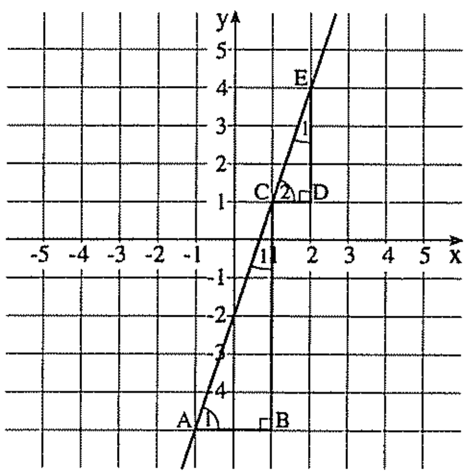
השיפועים המתקבלים הם: 2, 0.5, 1, $-2$ .

### תרגיל 2

בתרגיל זה התלמידים מתבקשים לשרטט ישרים על פי שיפוע נתון. התלמידים יודעים, מתוך לימודי הגיאומטריה האנליטית, כי יש למעשה ישרים רבים בעלי אותו שיפוע וכולם מקבילים זה לזה (כי לא נתונה נקודה שדרכה עובר הישר). כעזרה, אפשר להציע לתלמידים לבחור נקודה מסויימת ולבקש שישרטטו ישר העובר דרך הנקודה עם השיפוע הנדרש.

## תרגילים 3 - 4

בתרגילים אלה מגיעים למסקנה שהשיפוע לאורך הישר קבוע. המסקנה נובעת מכך שאם משרטטים "מדרגות", מתקבלים משולשים ישרי זווית דומים, לכן היחס בין הניצב המקביל לציר y לבין הניצב המקביל לציר x שווה, ויחס זה הוא השיפוע.




$ED \parallel BC$ (ניצבים המקבילים לציר y)

$CD \parallel AB$ (ניצבים המקבילים לציר x)

לכן הזוויות המתאימות בין המקבילים

שוות כלומר $\measuredangle C_1 = \measuredangle E_1$

$\measuredangle A_1 = \measuredangle C_2$

מכאן נובע שוויון הזוויות בין המשולשים ולכן המשולשים דומים.

אפשרות נוספת היא לחשב את אורך היתר בשני המשולשים ABC ו CDE, ואז לבדוק ולראות שהיחס בין כל זוג צלעות מתאימות שווה. אך חישוב היתר ובדיקת היחסים, מהווים מקרה פרטי לדמיון זה, בעוד שבאפשרות הראשונה, שוויון הזוויות המתאימות, הוא למעשה הסבר כללי שלא שייך דוקא למקרה המשורטט.

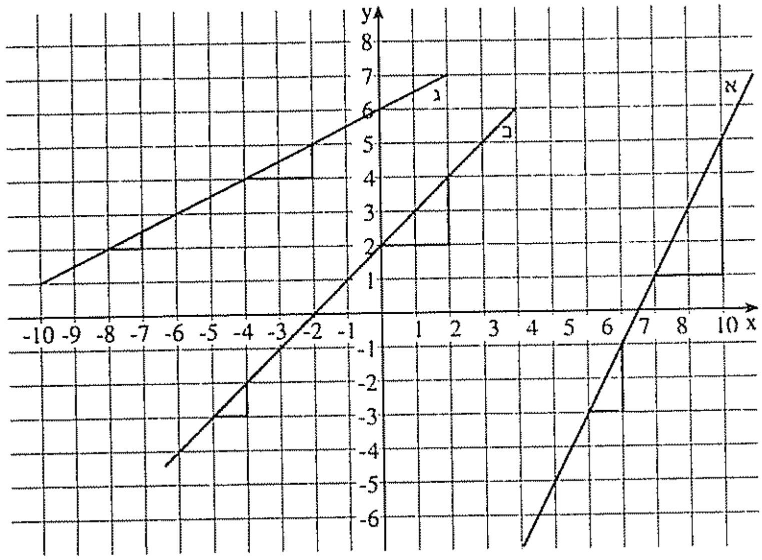
3. א) שיפוע הישר המשורטט 3.

ב) המשולשים דומים בגלל שוויון הזוויות (זוויות מתאימות בין ישרים מקבילים).

ג) היחס בין הניצבים הוא 3 וזה למעשה שיפוע הישר.

4. א) שיפוע ישר א' הוא 2.
שיפוע ישר ב' הוא 1.
שיפוע ישר ג' הוא 0.5.

ב)

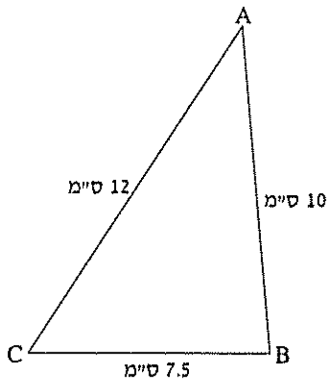



ג) היחס:

$$\frac{\text{אורך הניצב המקביל לציר } y}{\text{אורך הניצב המקביל לציר } x} = \text{שיפוע הישר}$$

# קובץ תרגילים - לחזרה ולמבחן

1. בשרטוט נתונים אורכי צלעות משולש ABC.



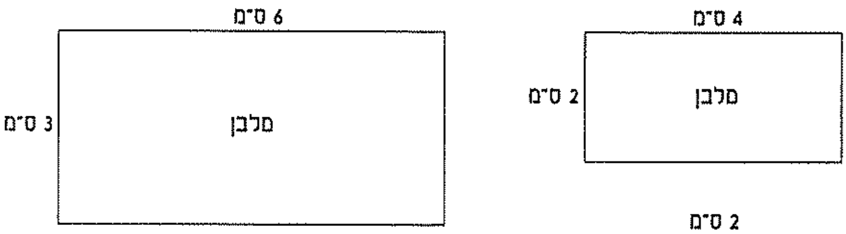

א) מה יהיו אורכי צלעות משולש חדש שנוצר על ידי הגדלה פי 2 של צלעות משולש ABC?

ב) מה יהיו אורכי צלעות משולש אחר שנוצר על ידי הקטנה פי 2 של צלעות משולש ABC?

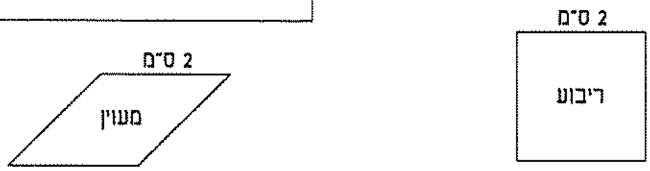
ג) האם המשולשים שהתקבלו בסעיפים א' וב' דומים? אם כן, מהו יחס הדמיון?

2. קבע אם המרובעים בכל זוג דומים. אם כן, רשום מהו יחס הדמיון, אם לא, נמק.

א)

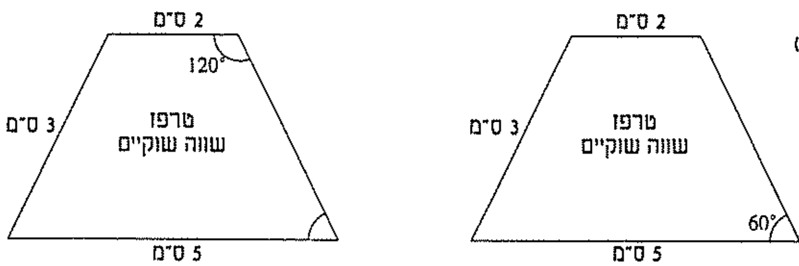



ב)



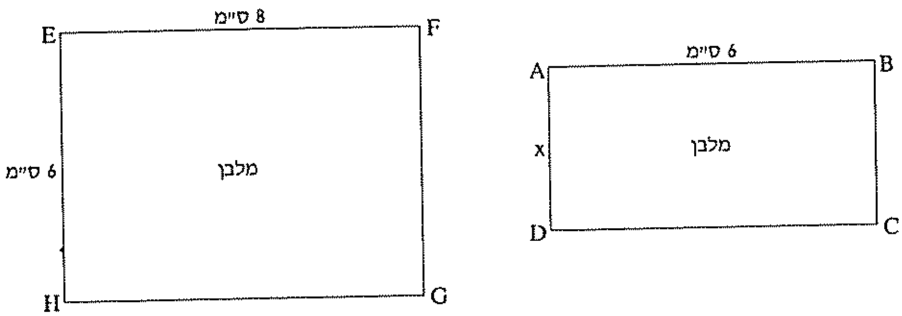

ג)


ד)

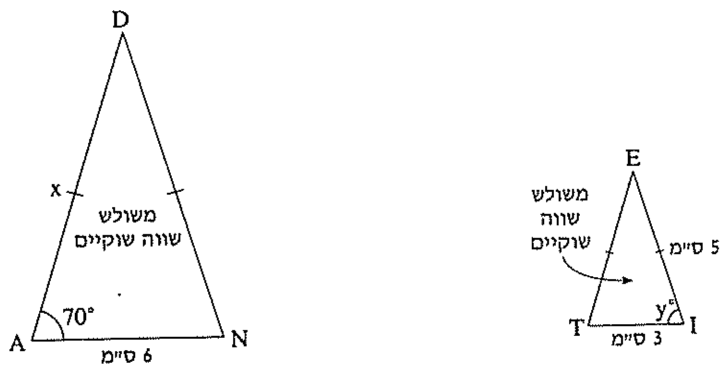


3. על סמך הנתונים והדמיון, רשום בשרטוטים את הגדלים של המסומנים ב- $x$ , $y$.

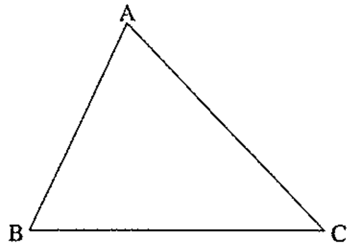
א) $ABCD \sim EFGH$

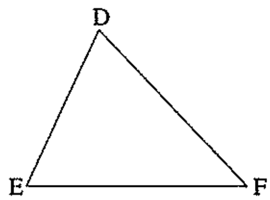



ב) $\Delta DAN \sim \Delta ETI$



4. א) נתון $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ .




השלם:

$\sphericalangle A =$ _______

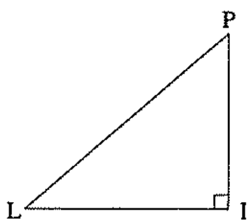
$\sphericalangle$ __ = _______

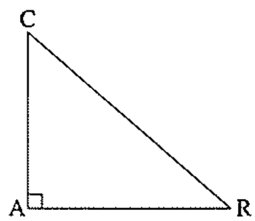
$\sphericalangle$ __ = _______

$\frac{AB}{DE} =$ _______ = _______

ב) נתון $\Delta CAR \sim \Delta PIL$ .

השלם:



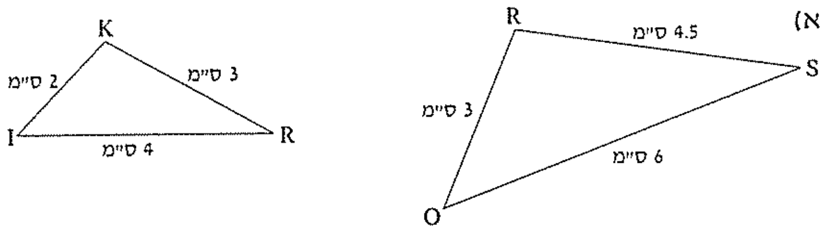

השלם:

$\frac{CA}{PI} =$ _______ = _______

$\sphericalangle P =$ ___ , $\sphericalangle L =$ ___ , $\sphericalangle I =$ ___

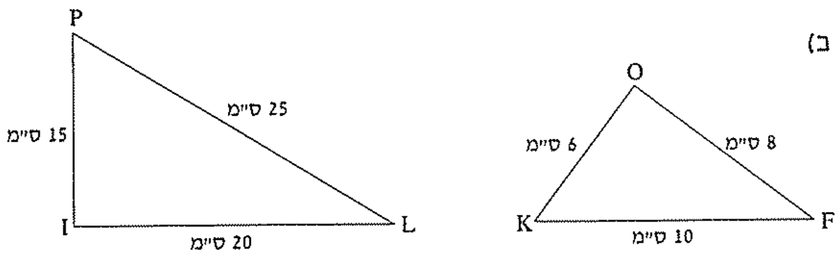
5. בכל סעיף נתונים שני משולשים דומים, כמו כן נתונים אורכי הצלעות של המשולשים. קבע את יחס הדמיון ורשום את דמיון המשולשים. (שמור על ההתאמה בין הקודקודים).

א)



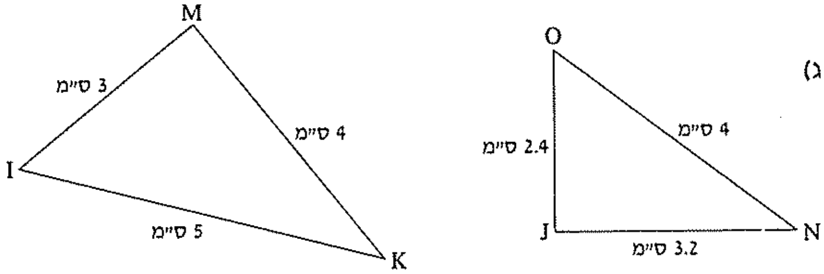

יחס הדמיון: ____________ $\Delta KIR \sim \Delta$ ____________

ב)




יחס הדמיון: ____________ $\Delta KOF \sim \Delta$ ____________

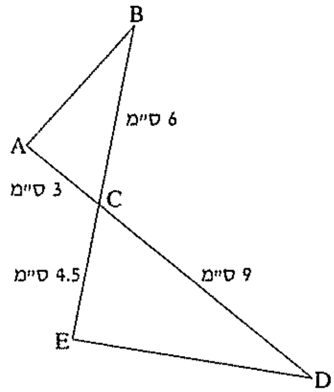
ג)



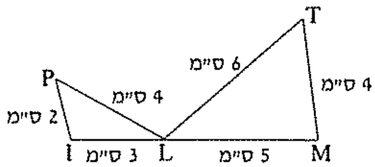

יחס הדמיון: ____________ $\Delta MIK \sim \Delta$ ____________

6. קבע, על סמך הנתונים המסומנים, האם המשולשים דומים. נמק.

א)




ב)




7. קבע בכל מקרה האם $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ אם כן, רשום את יחס הדמיון.

(תוכל לשרטט משולשים מדגימים).

א) CA = 6 ס"מ    BC = 5 ס"מ    AB = 4 ס"מ

FD = 9 ס"מ    EF = 7.5 ס"מ    DE = 6 ס"מ

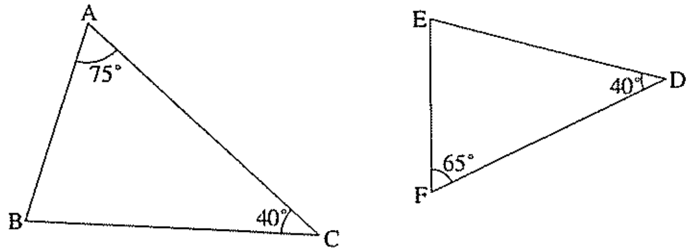
ב) CA = 5 ס"מ    BC = 4 ס"מ    AB = 2 ס"מ

FD = 12 ס"מ    EF = 10 ס"מ    DE = 5 ס"מ

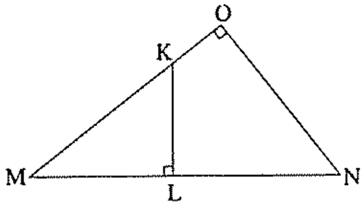
ג) CA = 8 ס"מ    BC = 5 ס"מ    AB = 5 ס"מ

FD = 9.6 ס"מ    EF = 6 ס"מ    DE = 6 ס"מ

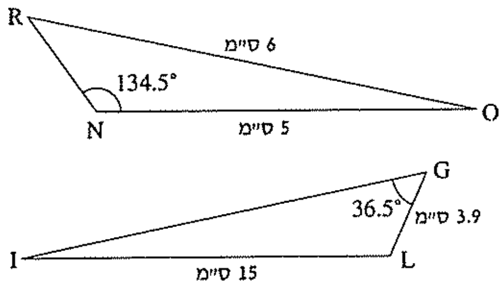
8. בדוק, האם ניתן להסיק על סמך הנתונים, שהמשולשים דומים.
אם כן, רשום את הדמיון.
א) $\Delta ABC$ ו $\Delta DEF$




ב) משולש MKL ומשולש MON

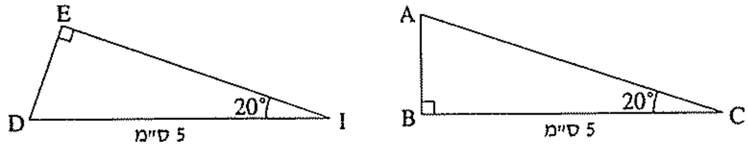



9. נתון: $\Delta GIL \sim \Delta RON$ .
א) מצא מהו יחס הדמיון.




ב) השלם את הגדלים החסרים של הצלעות והזוויות.

10. נתונים שני משולשים.




א) האם המשולשים דומים? נמק.
ב) האם המשולשים חופפים? נמק.

11. סמן את הטענות הנכונות ונמק.

א) כל שני משולשים שווי צלעות דומים.

ב) כל שני משולשים שווי שוקיים דומים.

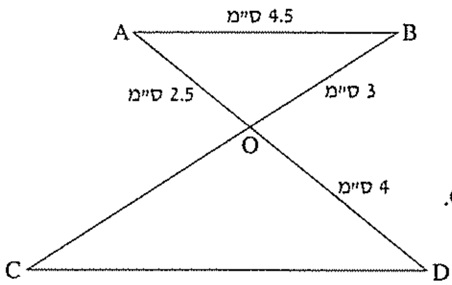
ג) כל שני משולשים ישרי זווית ושווי שוקיים דומים.

ד) אם שני משולשים שווי שוקיים דומים, אז הם חופפים.

12. נתונים משולשים דומים:

$\Delta AOB \sim \Delta DOC$

וכמו כן רשומים בשרטוט אורכי הקטעים.




א) חשב אורכי הקטעים OC ו-CD.

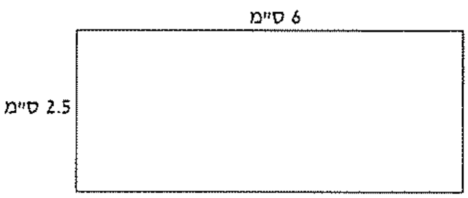
ב) מהו יחס ההיקפים של המשולשים?

13. לפניך מלבן.

א) מה יהיו אורכי הצלעות של מלבן מוגדל אם ההגדלה היא פי 3.

ב) פי כמה יגדל ההיקף?

ג) פי כמה יגדל השטח?




14. נכון או לא נכון? נמק.

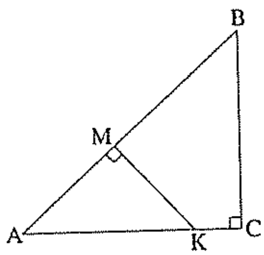
א) מקבילית שצלעותיה 6 ס"מ ו 5 ס"מ דומה למקבילית שצלעותיה 12 ס"מ ו 10 ס"מ.

ב) כל שני מלבנים דומים.

ג) כל שני ריבועים דומים.

ד) כל שני משולשים שווי שוקיים שזווית הראש שלהם $40^\circ$ דומים.

15. יוסי ואורי השקיעו בעיסקה. יוסי השקיע 20.000 ש"ח ואורי השקיע 30.000 ש"ח. הם הרוויחו בעיסקה 10.000 ש"ח.
איך יחלקו את הרווחים?

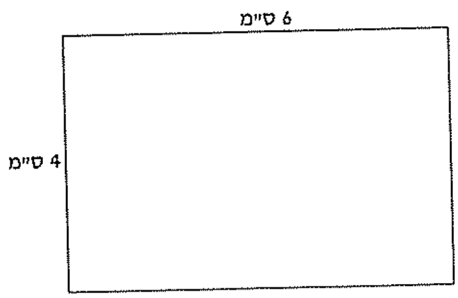



16. א) רשום זוויות שוות במשולשים ABC ו- AKM.
ב) המשולשים דומים.
השלם את הדמיון
$\Delta AKM \sim \Delta$__________.

ג) נתון: AK = 10 ס"מ , MK = 5 ס"מ , AM = 8.66 ס"מ
חשב את צלעות המשולש ABC אם נתון BC = 7.5 ס"מ.

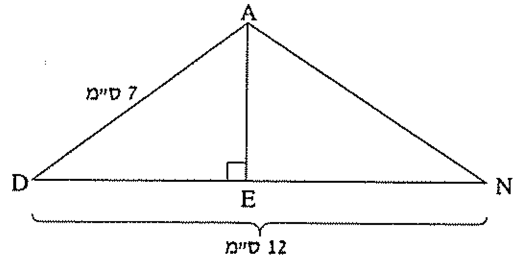
17. מחיר שטיח ריבועי שצלעו 1 מטר הוא 30 ש"ח.
א) מה יהיה מחיר שטיח ריבועי אם אורך צלעו 2 מטר?
ב) מה יהיה מחיר שטיח מלבני את אורכי צלעותיו 2 מטר ו 3 מטר?

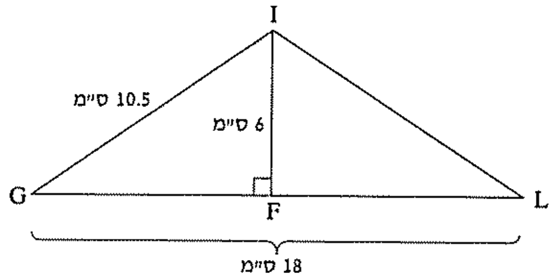
18. לפניך מלבן




א) מצא צלעות של מלבן דומה שהיקפו 40 ס"מ.
ב) מצא צלעות של מלבן דומה שהיקפו 30 ס"מ.

19. נתון: $\Delta DAN \sim \Delta GIL$
AE ו IF גבהים.




א) הסבר מדוע המשולשים ADE ו IGF דומים.

ב) מהו יחס הדמיון?

ג) מצא את AE.

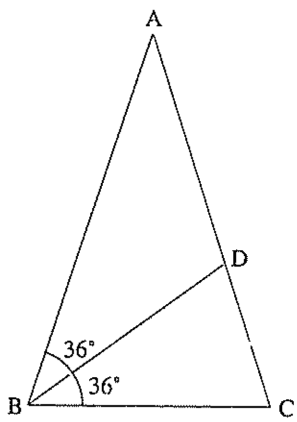
ד) חשב את שטח המשולש GIL ואת שטח המשולש DAN.

20. המשולש ABC שבשרטוט הוא שווה שוקיים AB = AC.

כמו כן נתונות זוויות בשרטוט.

א) חשב את יתר הזוויות ורשום את גודלן בשרטוט.

ב) האם המשולשים BDC ו ABC דומים? נמק.



## תשובות לתרגילים - לחזרה ולמבחן

1. א) 15 ס"מ, 20 ס"מ, 24 ס"מ    ב) 3.75 ס"מ, 5 ס"מ, 6 ס"מ
   ג) דומים, יחס הדמיון 4.

2. א) דומים. יחס הדמיון 1.5 (או $\frac{2}{3}$).    ב) לא דומים, אין שוויון בזוויות.
   ג) לא דומים. אין יחס שווה בין הצלעות המתאימות. $\frac{2}{1} \neq \frac{3}{2}$.
   ד) הטרפזים דומים ויחס הדמיון 1. (למעשה הטרפזים חופפים).

3. א) $x =$ 4.5 ס"מ    ב) $x =$ 10 ס"מ, $y = 70°$

4. א) $\sphericalangle A = \sphericalangle D$, $\sphericalangle B = \sphericalangle E$, $\sphericalangle C = \sphericalangle F$, $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$
   ב) $\sphericalangle P = \sphericalangle C$, $\sphericalangle L = \sphericalangle R$, $\sphericalangle I = \sphericalangle A$, $\frac{CA}{PI} = \frac{CR}{PL} = \frac{AR}{LI}$

5. א) יחס הדמיון: 1.5 (או $\frac{2}{3}$), $\Delta KIR \sim \Delta ROS$
   ב) יחס הדמיון: 2.5 (או 0.4), $\Delta KOF \sim \Delta PIL$
   ג) יחס הדמיון: 1.25 (או 0.8), $\Delta MIK \sim \Delta JON$

6. א) דומים ויחס הדמיון 1.5 (או $\frac{2}{3}$).
   ב) המשולשים לא דומים, אין יחס שווה בין הצלעות $\frac{6}{4} \neq \frac{5}{3} \neq \frac{4}{2}$.

7. א) דומים. יחס הדמיון 1.5 (או $\frac{2}{3}$).
   ב) לא דומים כי: $\frac{2}{5} = \frac{4}{10} \neq \frac{5}{12}$
   ג) דומים. יחס הדמיון 1.2 (או 0.833).

8. א) דומים בגלל שוויון בזוויות (40° , 65° , 75°), $\Delta ABC \sim \Delta EFD$
   ב) דומים בגלל שוויון בזוויות ($\sphericalangle L = \sphericalangle O$, $\sphericalangle M$ משותפת), $\Delta MKL \sim \Delta MNO$

9. א) יחס הדמיון 3, $\sphericalangle R = 36.5°$, $\sphericalangle L = 134.5°$, $\sphericalangle O = \sphericalangle I = 9°$
   $RN =$ 1.3 ס"מ, $IG =$ 18 ס"מ

10. א) המשולשים דומים בגלל שוויון בזוויות ($\sphericalangle E = \sphericalangle B = 90°$, $\sphericalangle I = \sphericalangle C = 20°$)
    ב) המשולשים אינם חופפים, אמנם $DI = BC =$ 5 ס"מ, אך DI הוא יתר ואילו BC הוא ניצב.

11.א) אמת, בגלל שוויון הזוויות (כל זווית בת $60^\circ$).
ב) שקר. דוגמא נגדית ראה בתרגיל 13 אי עמי 61.
ג) אמת. בגלל שוויון הזוויות ($45^\circ$ , $45^\circ$ , $90^\circ$)
ד) שקר. דוגמא נגדית למשל: אחד המשולשים ישר זווית ושווה שוקיים והמשולש האחר חד זווית ושווה שוקיים.

12.א) OC = 4.8 ס״מ     CD = 7.2 ס״מ
ב) יחס ההיקפים הוא יחס הדמיון כלומר 1.6.

13.א) 18 ס״מ, 7.5 ס״מ     ב) ההיקף יגדל פי 3.  ג) השטח יגדל פי 9.

14.א) לא נכון, אם הזוויות אינן שוות בהתאמה.
ב) לא נכון. למשל מלבן שצלעותיו 1 ס״מ ו- 2 ס״מ לעומת מלבן שצלעותיו 2 ס״מ ו 3 ס״מ.
ג) נכון. שוויון הזוויות ויחס שווה בין הצלעות.
ד) נכון. שוויון הזוויות ($40^\circ$ , $70^\circ$ , $70^\circ$).

15. הרווחים יחולקו לפי היחס בין ההשקעות. כלומר יוסי יקבל 4.000 ש״ח ואורי יקבל 6.000 ש״ח.

16. א) $\sphericalangle A$ משותפת, $\sphericalangle M = \sphericalangle C = 90^\circ$ , $\sphericalangle B = \sphericalangle K$
ב) $\Delta AKM \sim \Delta ABC$ ג) יחס הדמיון 1.5 לכן AC = 12.99 ס״מ , AB = 15 ס״מ

17.א) 120 ש״ח     ב) 180 ש״ח

18.א) 8 ס״מ ו 12 ס״מ     ב) 6 ס״מ ו 9 ס״מ

19.א) $\sphericalangle D = \sphericalangle G$ (בגלל דמיון המשולשים ה״גדולים״). $\sphericalangle E = \sphericalangle F = 90^\circ$
ב) יחס הדמיון 1.5     ג) AE = 4 ס״מ     ד) שטח המשולש GIL הוא $\frac{18 \cdot 6}{2} = 54$ סמ״ר שטח המשולש DAN הוא $\frac{12 \cdot 4}{2} = 24$ סמ״ר

20.א) $\sphericalangle BDC = \sphericalangle C = 72^\circ$ , $\sphericalangle A = 36^\circ$
ב) המשולשים דומים, בגלל שוויון הזויות.