

גאומטריה חנייה

מאת: ג'. הול, מ.ה. הול (George G. Hall, M. Honor Hall)

תרגום: חנה פרל

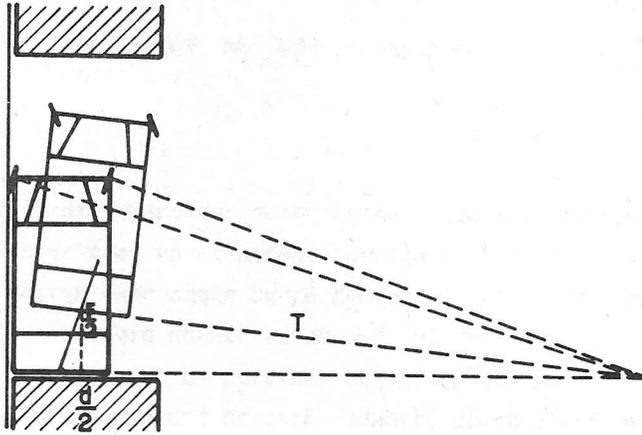
בודאי השתוממתם מדוע לא הופיע המתמטיקאי הנודע פרופסור אפסילון להרצאתו הפומבית בקיץ האחרון. עתה כבר מותר לספר את כל המעשה. הפרופסור ואני עמדנו באחת הצמתים בעיר ועסקנו בחקר זרם התנועה לאחר התקנת מערכת הרמזורים החדשה. ההרצאה נועדה להתקיים במרחק של כ- 15 ק"מ ממקום המצאנו ונותרנו כ- 20 דקות לתחילתה. אולם, כאשר הגענו למקום חניית הרכב התברר כי מכוניתנו תקועה בין שני כלי רכב גדולים. מלפנים, במרחק של כ- 60 ס"מ חנה מוביל מכוניות, ומאחור, במרחק של 30 ס"מ חנתה משאית אשפה.

כל מבצע חילוץ היה בעיני חסר תקוה, מכוניתנו, אשר רוחבה הוא 1.80 מ' בלבד נראתה "קבורה" בין שני גושי הרכב בעלי הרוחב של 2.70 מ'. הפרופסור נהנה מאוד מכל המצב ומיד הבטיח לי כי יש צורך רק במעט סבלנות. חיכתי כלא מאמין והפרופסור הטיב את משקפיו והחל בהרצאה מפורטת.

הדבר הראשון אשר עליך להבין הוא כיצד נעה מכונית. גלגליה האחוריים קבועים ויכולים לנוע רק בקו ישר, קדימה או אחורה. הגלגלים הקדמיים מסתובבים עם סיבוב ההגה וכך יכול החלק הקדמי לנוע בכיוונים שונים. התבונן בשרטוט 1 ושים לב כי כל גלגל קדמי משיק למסלול בו הוא נע. כאשר המכונית מסתובבת, מרכז המעגל עליו היא נעה נקבע על ידי נקודת החיתוך של שני הניצבים לגלגלים הקדמיים והמשך הציר האחורי (הערה: בעת הסיבוב שני הגלגלים הקדמיים אינם מקבילים זה לזה).

"ברור", המשיך הפרופסור (וידעתי כי אסור להפסיקו), "כי אם ארצה להחליץ מהר יותר עלי לסובב את הגלגל למצב הסיבוב המרבי, לחזור אחורה עד למשאית האשפה ומעתה יהיה מסלולנו מורכב מסידרת קשתות בעלות רדיוס קבוע הנקבע על ידי יכולת הסיבוב המירבית של המכונית. קוטר עיגול הסיבוב של מכונית זו הוא 10.80 מ' (על פי נתוני היצרן). התנועה היסודית תהיה איפוא תנועת החלצות המורכבת משני חלקים, נסיעה קדימה בקשת למרחק של 45 ס"מ, שהוא מחצית המרחק הפנוי, ונסיעה אחורה בקשת הפוכה גם כן למרחק של 45 ס"מ.

תנועת החלצות זו מביאה אותנו למצב מקביל למצב ההתחלתי אך במרחק גדול יותר מהמדרכה. עתה כל מה שעלי לעשות הוא לחזור על תנועה זו מספיק פעמים עד אשר נצא. אם תבונן בשרטוט שלפניך ותעקוב אחרי המסלול של מרכז הציר האחורי תוכל להבין כיצד פועלת השיטה".



שרטוט 1

התבוננתי היטב בשרטוטו של הפרופסור והתרשמתי מהפתרון האיטרטיבי שהציע. אולם, מנסיוני נזכרתי כי לעיתים היה הפרופסור מוליכנו שולל עם פתרונות אשר היו מאלפים על גבי הנייר אך בלתי אפשריים במציאות. במקרה זה הפריע לי רק פרט אחד ולכן שאלתי אותו. אם יוכל לנקוב במספר תנועות ההחלצות אשר יש לבצע כדי לצאת ממקום החנייה. הפרופסור הקשיב לשאלתי והמשיך את הרצאתו בכטחון רב. "אם נסמן את כל הרווח ב-F ואת רדיוס העיגול ממרכז הסיבוב ועד מרכז הציר האחורי ב-T, נוכל לחשב את המרחק d שבו זזנו הצידה בתנועת החלצות אחת.

למעשה המחצית הראשונה של תנועת ההחלצות היא קשת ברדיוס T היוצרת תזוזה קדימה במרחק של $\frac{1}{2}F$. אפילו אתה תוכל להראות בעזרת שרטוט 1 כי:

$$\frac{d}{2} = T - \sqrt{T^2 - \frac{1}{4}F^2}$$

נבצע קירוב פשוט (הזנחת הביטוי $\frac{d^2}{4}$)

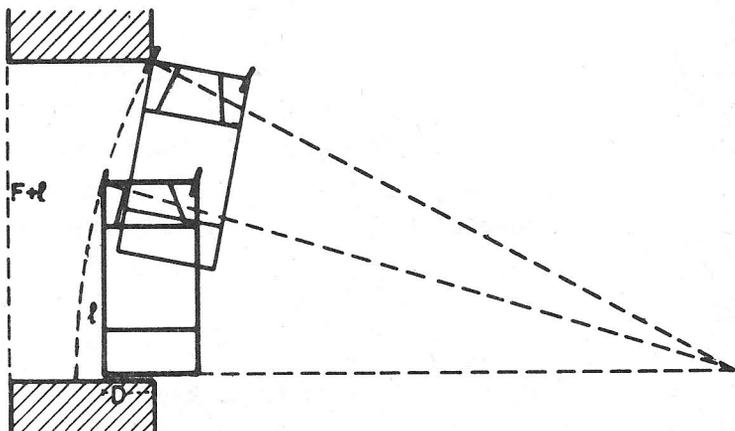
$$d \approx \frac{F^2}{4T}$$

ונקבל כי

עתה כבר היה ברור לי כי אוכל לערער את פתרוננו של "הזקן". הוצאתי את סרגל החישוב וחיילתי: "בודאי תסכים עמי כי כאשר F הוא 90 ס"מ ו T הוא 450 ס"מ = 90 - 540 נקבל, כי d הוא 4.5 ס"מ. ואז כמובן נעמול במשך מספר שעות כדי לעבור מרחק של 2.70 מ"

לרגע נדהם הפרופסור, אך במהירות השיב לי "אם תחשוב מעט, מר אוהר, בודאי תשים לב כי אין אנו צריכים להחלץ מכל המרחק שציינת. ברגע שנהיה מספיק קרובים לקצה מוביל המכוניות מטרתנו תהיה להביא את "אפה" של המכונית למצב בו נוכל לנהוג החוצה.

עתה שים לב לשרטוט השני, בקשת האחרונה נעה המכונית קדימה את מלוא המרחק F ואילו המרחק D אותו היא עוברת כלפי חוץ עולה בהרבה על d .



שרטוט 2: הקשת הסופית

אם תחשב את D כדיאגרמה זו באותו אופן כפי שחישבת את d קודם תגלה כי:

$$H \quad D \approx \frac{F^2 + 2F\ell}{2(T + \omega)}$$

כאשר ℓ הוא אורך המכונית ו- 2ω הוא רוחבה.

הביטוי המכיל את ℓ גורם לכך ש D יהיה גדול בהרבה מאשר d .

חישבתי מיד דוגמה מספרית בה $\ell = 4.10$ מ' $F = 0.9$ מ' $T + \omega = 5.40$ ו $D = 0.75$ מ'. הפרופסור בהחלט צודק! תנועת ההחלצות האחרונה עשויה להיות משמעותית ביותר. למרות זאת לא יכולתי להשתחרר מהרושם הראשון של המספר 4.5 ס"מ והמשכתי להתווכח: "נוותר לרגע על התנועה האחרונה, ונזכור כי בלי תנועה זו עלינו לעבור מרחק של 1.95 מ' כלפי חוץ בצעדים של 4.5 ס"מ. פירוש הדבר כי עלינו לבצע 44 תנועות החלצות".

הפרופסור נאלץ להסכים עמי ואמנם בצענו את כל התנועות הדרושות. כל תנועת החלצות ארכה כדקה ולכן עברו 45 דקות עד אשר הצלחנו להחלץ ממקום החנייה, אל נא תשכחו כי גם תהליך מציאת הפתרון לקח כ- 15 דקות ועתה האם עדיין הנכם מתפלאים מדוע כה אחרנו להרצאה?!

בתגובה למאמר זה הופיע בגליון מס' 70 של אותו העיתון מאמר נוסף הדין בנושא זה, המציע פתרון שונה לפניכם גם מאמר זה!