

קבוצת המתמטיקה, הוראת המדעים, מכון ויצמן למדע רחובות

## מבוא

אחת הבעיות הקשות בהוראת מתמטיקה היא הבעיה של רכישת מיומנויות (פעולות חשבון במספרי הזזה, מציאת קבוצת האמת של משוואה אלגברית וכד'). התלמיד החזק, המחפש לו אתגרים, ימצא לפעמים כי חלק זה של לימוד המתמטיקה משעמם. לתלמיד החלש או לתלמיד טעון הטיפוח דרושות לפעמים הן המוטיבציה לרכוש לו את המיומנות הנלמדת, והן גישות חדשות השונות מההוראה המקובלת.

מנסיוננו מצאנו כי משחק מתמטי יכול לשמש כדרך לא שגרתית ללימוד וחזרה על המיומנות המתמטית. המשחק שובר את החד-גוונות הכרוכה לרוב בשעורי תירגול; התירגול הופך כך ממטרה בפני עצמה, לאמצעי המאפשר למשתתף במשחק לנצח או ל"השלים" את המשחק.

## מהו אכזא משחק מתמטי?

למשחק המתמטי יש כמובן קשר למתמטיקה. כמו לכל משחק יש לו חוקים משלו המוגדרים היטב, אליהם חייב המשתתף במשחק להתאים עצמו; כך נוצרת סיטואציה מיוחדת, שונה מאלו הקיימות בפעילויות הוראה אחרות - הסיטואציה של המשחק וחוקיו.

בחלוקה גסה אפשר לחלק את המשחקים המתמטיים לשני סוגים עיקריים לפי קשריהם למתמטיקה. לסוג הראשון שייכים משחקים שמטרתם העיקרית היא פיתוח חשיבה מתמטית. משחקים אלה אינם מקנים דוקא "תוכן" מתמטי, אלא דרכי המשחק, והאסטרטגיות שיש לנקוט על מנת לנצח בהם, מבוססים על תורות מתמטיות שונות, כגון תורת הקבוצות, תורת המשחקים, תורת הגרפים ועוד... בימינו מצויים שפע של משחקים מסוג זה בחנויות, מהם משחקי יחיד, זוגות או קבוצות. לסוג השני שייכים משחקים המעוגנים בנושא המתמטי-לימודי עצמו; הידע והמיומנות אותם חייב התלמיד לרכוש לו בתהליך לימוד הנושא, הם חלק אינטגרלי מן המשחק.

## המשחק כדרך הוראה

המשחק מהווה דרך הוראה מיוחדת. נמנה אחדים ממאפייניו של המשחק כדרך הוראה:

- 1) המשחק מהווה גורם מוטבציוני בעל משקל רב:
- הרצון לנצח (במשחק קבוצתי) או להשלים את המשחק (במשחק ליחיד), קיים אצל כל אחד מהמשתתפים. הפעילות המתמטית שהנה חלק מתהליך המשחק וחוקיו, מתבצעת מתוך רצון זה לנצחין וכך נעשית למהנה.

(2) התלמיד המשתתף במשחק חייב לקחת בו חלק אקטיבי. כלומר, בניגוד לשעור הפרונטלי הרגיל, אין אפשרות לתלמיד להשאר פסיבי במשחק. כך באה אפוא לידי ביטוי גם רמת ידיעותיו של התלמיד החלש או התלמיד הביישן. תוכל אפוא בעזרת המשחק לגלות את ידיעותיו האינדיבידואליות של כל תלמיד, השגיאות האופייניות לו וכד'. ...

(3) המשחק מגביר את גמישות המורה ומגדיל את אפשרויות גיוון תהליך ההוראה שלו.

## כיצד תשלב את המשחק בתהליך ההוראה?

קיימות דרכים שונות; ככולן יש לקחת בחשבון את העיתוי הנכון של המשחק מבחינת השימוש המתמטי בו. נמנה אחדות מן הדרכים:

(א) שעור שכולו מוקדש למשחקים: כאשר תמצא לנכון לתרגל עם הכיתה כולה מיומנות אחת או אחדות הקשורות כולן לאותו נושא, תוכל לעשות זאת בעזרת משחקים. באפשרותך לתת לכל הכיתה המסודרת לקבוצות-משחק, את אותו משחק בדיוק. באפשרותך להכין משחק אחד במספר עותקים השונים זה מזה בדרגת הקושי של המתמטיקה הכלולה בהם; ולחלקו לקבוצות השונות של תלמידים לפי מידת שליטתם בנושא.

אפשרות נוספת היא שימוש במספר משחקים שונים המכוונים כולם לאותו נושא מתמטי, החלפת המשחקים בין הקבוצות השונות בכיתה.

(ב) משחקים ליחידים בכיתה. תמצא סיטואציות בהן המשחק המתמטי עוזר לצרכיהם האינדיבידואליים של תלמיד או תלמידים אחדים בכיתה. (1) התלמיד החלש שעדיין אינו שולט במיומנות מתמטית כלשהי, אותה הוא אמור לדעת.

(2) תלמידים מתקדמים וזריזים המשתעממים בשעה שהכיתה כולה עדיין עסוקה בלימוד החומר השוטף.

במקרים אלו תוכל לתת את המשחק לתלמיד או לתלמידים במהלך השעור, לכוונם לפינת המשחקים כאשר יש להם שעה חופשית או לתת לתלמידים את המשחק לבינתם.

אנו ממליצים על ארגון פינת משחקים ("משחקה") בכיתה או טוב יותר בבית-הספר. אפשר לצרף זאת לספריה, לחדר העיון, או למעבדה מתמטית. פינה כזו מאפשרת לתלמידים לשחק גם שלא במסגרת הרגילה של הכיתה.

בחרנו להביא כאן ארבעה משחקים אשר נראו לנו כבעלי ערך כללי במתמטיקה, שלושה מהם "המרוץ הגדול", "הפוך בה" ו"תבניתוגרף", מתאימים לתלמידי תיכון וכך לתלמידי חטיבות הביניים. המשחק "התאמה" מתאים בעיקר לתלמידי חטיבות הביניים, ולתלמידי הכיתות הגבוהות בביה"ס היסודי. שניים מהמשחקים, "המרוץ הגדול" ו"תבניתוגרף" יכולים לשמש כמשחק לכל בני המשפחה בתנאי כמוכך שלכולם ידע כלשהו בנושא המתמטי.

ארבעת המשחקים נוסו, יחד עם משחקים נוספים, בכיתות ונמצאו מוצלחים.

אם ברצונך במספר עותקים גדול יותר של אותם המשחקים תוכל להזמין בכמויות הרצויות לך (כל משחק בנפרד), במחלקה להוראת המדעים במכון ויצמן בעזרת טופס ההזמנה המצ"ב.

להלן הוראות והצעות בדבר שילובם של המשחקים בתהליך ההוראות: שים לב! הוראות אלו עליך לקרוא רק אחרי שהתבוננת במשחק וקראת היטב את הוראות המשחק הכלולות בו.

## התאמה

המשחק מכיל שני משחקים שונים זה מזה בתוכנם: תוכנו של המשחק האחד הוא שמות שונים של מספרים ושמו שם מספר. במשחק זה, בכל רביעיה של כרטיסים המתחברת לריבוע (ראה הוראות המשחק) רשום אותו מספר בשמות שונים; שם אחד כשבר פשוט, שם שני כשבר פשוט שמכנהו מאה, שם שלישי כאחוז, ושם רביעי כשבר עשרוני.

תוכנו של המשחק השני הוא צורות שוות שטח ומכאן שמו שטח. בכל רביעיה של כרטיסים במשחק זה 4 צורות הנדסיות ששטחן שווה.

כל אחד מהמשחקים אפשר לשחק בשני אופנים; כמשחק ליחיד וכמשחק לשלושה משתתפים (ראה הוראות המשחק הכלולות במשחק). דבר זה מגוון את אפשרויות השימוש במשחק. במשחק ליחיד אין חוקים מסובכים ואין תפקיד למזל, ואילו במשחק לשלושה משתתפים תפקיד רב למזל.

נראה לנו כי שם מספר מתאים יותר למשחק יחיד כיון שצירוף 4 כרטיסים לריבוע במקרה זה ("הפזל") מדגיש כי לפנינו "ארבעה שהם אחד", כלומר ארבעה שמות מספר לאותו מספר.

המשחק שטח מומלץ יותר כמשחק לשלושה משתתפים.

הערה: תלמידי חטיבות הביניים הלומדים לפי "תכנית רחובות" ברמות ב' וג' יוכלו להשתמש שימוש יעיל בצד עם המשחק שם מספר כאשר הם לומדים על אחוזים כשמות של מספרים באמצע כיתה ז'. כחזרה יוכלו להשתמש בצד זה גם מאוחר יותר בהתאם לרמתם.

בצד עם המשחק שטח יוכלו להשתמש בכיתות ז' ברמה א' וב' בכל זמן שהוא כרענון הידע, שהביאו עמם מבית הספר היסודי. ברמה ג' ישחקו במשחק בסוף כיתה ז' ותחילת ח' כלימוד ותרגול בחישוב שטחים הנדרש בתכנית. כן יוכלו כמובן להשתמש בזאת בכיתות גבוהות יותר.

## המרוץ הגדול

המרוץ הגדול הוא משחק מעניין אשר תכנו המתמטי הוא **הצבת מספרי-הזזה בתבניות מספר**. הוא מתאים לכן לכל מי שמיומנויות אלו כלולות פחות או יותר בידע המתמטי שלו. בנוסף להצבה רגילה של מספר בתבנית מספר, וקבלת התוצאה, על התלמיד כאן לשקול היטב איזה מספר; חיובי או שלילי כדאי לו להציב בתבנית המספר כך שהתוצאה תתקבל חיובית (ראה הוראות המשחק). אם שגה בשיקוליו הוא מפסיד מיד. כיוון שכל אחד מהמשתתפים במשחק מעוניין לנצח אין אפשרות כי תשאר שגיאה כלשהי שלא ישגיחו בה.

גם במשחק זה תפקיד רב למזל; - ההחלטה האם לבחור מספר חיובי, מספר שלילי או אפס, נתונה בידי התלמיד בהתאם לשיקוליו, אך אז הוא מעלה בגורלו מספר חיובי או שלילי מן הערמה המתאימה לפי מה ש"איתרע מזלו".

דוגמאות לצעדים מתוך המשחק ולשיקולים הנדרשים בהם:

התלמיד נוטה באופן טבעי להתחיל להציב מספרים חיוביים. ואמנם אם הציב בתבנית המספר שבנקודת הזינוק  $(x + 1)$  מספר חיובי התוצאה חיובית והוא מתקדם קדימה אך בהמשך המשחק עם עלה בגורלו למשל "לעמוד" על תבנית המספר  $a(-3+2)$  והמשך לבחור במספר חיובי, יקבל כמובן תוצאה שלילית ו... יתקדם לאחור.

תלמיד שכבר "החכים" מהמהלכים הקודמים וראה כי יש צורך להשתמש גם במספרים שליליים, מציב מספר שלילי בתבנית  $3(z - 4)$ . אין צורך לתאר את ה"שמחה" שתשרור בין המשתתפים כאשר יעלה בגורלו את -6 ויצטרך להתקדם 30 צעדים לאחור.

תלמיד ש"עומד" על התבנית  $\frac{b^2 - b}{b - 1}$  צפוי לקשיים; אם הוא יודע לפשט את התבנית יוכל לחשב ולמצוא כי:

$$b \neq 1 \quad \frac{b^2 - b}{b - 1} = \frac{b(b - 1)}{b - 1} = b$$

ואז הרי כדאי לבחור במספר חיובי. מצד שני יתכן ואז יעלה בגורלו הכרטיס עליו רשום 1 ואז יתקבל ביטוי חסר משמעות שפרושו חזרה לנקודת הזינוק. באיזה מספר כדאי לו לבחור אפוא?

משחק זה שהוא משחק ליחיד מתאים כחזרה לתלמיד הבודד הלומד מתמטיקה. כדי ל"שחק" במשחק זה, חייב התלמיד לדעת את הנושאים:

**תבניות פסוק לינאריות במשתנה אחד, מערכות "אוי" ו"גם" של תבניות פסוק לינאריות במשתנה אחד, ופתרון.**

יסודו המתמטי של משחק זה הוא ב"דרך לינארית" שתחילתה במילה "ה ת ח ל" וסופה במילה "ס י ל מ ת", והיא מובילה מתבנית פסוק או מערכת של תבנית פסוק, אל קבוצת האמת שלה וכן הלאה... (ראה הוראות המשחק).

תלמיד שגה, "שובר" בשגיאתו מהלך זה ומגיע למילה "ס י ל מ ת" לפני הסוף, או מגיע למצב בו אין הוא מוצא קבוצת אמת מתאימה לתבנית הפסוק שבידו.

ביצוע מתמטי שאינו נכון גורר איפוא את ה"עונש" של חזרה לתחילת הדרך בעוד שה"פרס" של ביצוע נכון הוא השלמת המשחק.

במשחק זה אין מקום למזל, השלמת המשחק תלויה רק בידע של התלמיד.

במשחק, כבאמצעי לימוד יש להשתמש בהתאם לצרכיו המיוחדים של כל תלמיד. כלומר, התלמיד הטוב יוכל לשחק במשחק תוך כדי לימוד הנושאים המתמטיים הנ"ל, בעוד שהתלמיד הבינוני והחלש ישחקו במשחק בהשלים את לימוד הנושא.

אפשר כמובן לשחק במשחק גם שבועות, חודשים ושנים אחרי לימוד הנושא ואז הוא מהווה חזרה מהנה.

**הערה:** תלמידי חטיבות הביניים הלומדים לפי "תכנית רחובות" ברמות א' או ברמות ב' יוכלו לשחק במשחק תוך כדי לימודם את פרק ב', "תבניות פסוק מורכבות", בספר ג', אלגברה I.

## תבניתוגורף:

תכניו המתמטיים של המשחק הם: **תבניות פסוק לינאריות, תבנית פסוק חקשורות בערך המחולט, תבניות פסוק ריבועיות וחגרפים שלהן.** הוא מתאים לכן לכל אחד אשר נושאים מתמטיים אלו כלולים בידע שלו.

המשחק מכיל 18 "זוגות" של כרטיסים; כאשר על כרטיס אחד בזוג כתובה **תבנית פסוק** ועל הכרטיס השני בזוג משורטט **גרף קבוצת האמת של אותה תבנית פסוק**, ומכאן שמו של המשחק.

ב- 18 זוגות כרטיסים אלו אפשר לשחק בשני משחקים השונים לגמרי באסטרטגית המשחק שלהם אך מטרתם המתמטית אחת: מציאת הגרף המתאים לתבנית פסוק נתונה ולהיפך.

### תבנית או גרף

משחק קבוצתי אשר בו תפקיד רב למזל; הכרטיסים שכל משתתף מעלה בידו, ונפילת המטבע על צד אחד או משנהו.

הידע המתמטי נחוץ כמובן כדי להתאים את הגרף המתאים לתבנית הפסוק שעל השולחן או להיפך (ראה הוראות המשחק).

פרט לזה יש מקום גם לשיקולים; משתתף אשר בידיו "זוג" שלם, יניח בתורו ויפיי מה שעלה בגורלו, את אחד מבני הזוג הזה, כיוון שהוא יודע שרק הוא עצמו יוכל בהמשך להשלים את הזוג, וכך להבטיחו לעצמו ולא למשתתפים האחרים.

משחק זה קל יותר מן המשחק הבא.

### משחק הזכרון

המשחק בנוי על עקרון של משחק זכרון רגיל, (ראה הוראות המשחק), כלומר בנוסף לקושי המתמטי שבמציאת שני בני הזוג, קיים גם הקושי שבזכירת מקומם על השולחן. במשחק זה תפקיד מועט איפוא למזל בעוד שלזכרון החזותי תפקיד רב לא פחות מאשר למתמטיקה.

נראה לנו לכן כי קשה לשחק מיד בפעם הראשונה עם 18 הזוגות.

להלן מספר הצעות למשחקים מקדימים פרט למשחק תבנית או גרף. תוכל להציע לתלמידיך את כולן או חלק מהן לפי שיקולך:

(א) תן לתלמידיך את הקלפים כדי שיוכלו להתבונן בהם ולצרפם זוגות זוגות.

(ב) הפרד 7 זוגות (14 קלפים) העוסקים בתבניות פסוק ריבועיות בלבד, (תבניות פסוק שביסודן המעגל  $x^2 + y^2 = 4$ , או הפרבולה  $y = x^2$ ). תן לתלמידיך לשחק רק בשבעה זוגות אלו. הוסף אחר כך זוגות נוספים שלבים שלבים.