שבבי שבבים

בניה של תלמיד *

עבוד: עדנה אטקין

מזה שנים רבות נהוג ללמד בנית ישר מקביל לישר נתון העובר דרך נקודה שמחוצה לו בדרך המקובלת מאז ימי אוקלידס(300-). למרות עתיקותה של הבעיה צצות ועולות אף בימינו דרכים נוספות לבניה זו.

הרי לפניכם הצעה של תלמיד לבניית ישר המקביל לישר נתון, ℓ, דרך נקודה נתונה , P. הדרך מהירה ומדויקת ואין צורך בשרטוט ישר חותך או בהעתקת זוית.

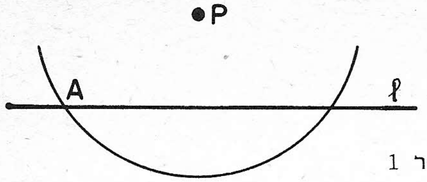
---

* הצעה זו מבוססת על המאמר:

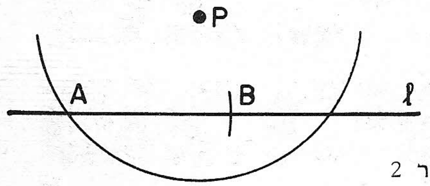
Stover, D.W. "A Student's Construction". Mathematics Teacher , February 1973 (Vol. 66, pp. 172)

שים את חוד המחוגה ב-P,
וברדיוס הגדול מהמרחק
מ-P לישר הנתון, ℓ,
חוג קשת גדולה החותכת
את ℓ בנקודה A (ציור 1)
והמשך אותה סביב P. עם
המרכז ב-A ובאותו הרדיוס,
קבע על ℓ את B (ציור 2). עם
המרכז ב-B ועדיין באותו הרדיוס
קבע את C על הקשת סביב P.

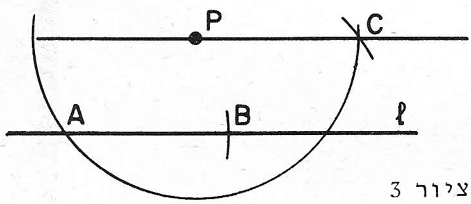
$\overline{PC}$ הינו המקביל הנדרש
(ציור 3).



ציור 1



ציור 2



ציור 3

בדרך זו בנינו למעשה מעויין ABCP ולכן תקפות הבנייה ברורה.

אפשרות אחרת להוכחה היא בעזרת חפיפת משולשים.מאחר והמשולשים ABP ו CPB חופפים לפי צ.צ.צ. הרי הזויות ABP ו CPB חופפות

מחוץ לשעת ההוראה

מאת: מרדכי שורק
סמינר לוינסקי

אחת הבעיות "המטרידות" מדי פעם את המורים היא השאלה: כיצד להעביר שעת "מלוי מקום"? ההצעה המובאת כאן מבוססת על שעשוע ידוע של בניית מספר על ידי צרוף של כמה ספרות נתונות ופעולות חשבון.

הבעיה היא:
מהו המספר הגדול ביותר, ומהו המספר הקטן ביותר שאפשר לבנות בעזרת ארבע ספרות של 2 ובעזרת פעולת החזקה?

הידע המתמטי היחיד הדרוש לצורך פתרון הבעיה הוא החוק: $(a^m)^n = a^{m\cdot n}$

לצורך הפתרון נראה תחילה מהם המספרים המתאימים לתנאי השאלה:

$A=2222$ $B=222^2$ $C=22^{22}$

$D=2^{222}$ $E=22^{2^2}$ $F=2^{22^2}$

$G=2^{2^{22}}$ $H=2^{2^{2^2}}$

תחילה רצוי לנסות ולסדר את שמונת המספרים (או את חלקם) לפי גדלם תוך מבט ושקול בע"פ בלבד. את הגדול ביותר (G) ואת הקטן ביותר (A) אפשר למצוא על נקלה. יותר מזאת, ניתן אחר-כך להשוות זוגות של מספרים ולבנות את הסדר בין כל שמונת המספרים.

<u>הפתרון</u>: $A < B < H < E < C < D < F < G$

את הפתרון אפשר להוכיח גם בשלבים בעזרת חשוב:

א) $A = 2222 = 222\cdot10 + 2 < 222\cdot11 < 222\cdot222 = 222^2=B$

כלומר: $A < B$

ב) $B = 222^2 < 256^2 = (2^8)^2 = 2^{8\cdot2} = 2^{16} = 2^{2^4} = 2^{2^{2^2}} = H$

לכן: $B < H$

ג) $H = 2^{2^{2^2}} = 2^{16} = (2^4)^4 = 16^4 < 22^4 = 22^{2^2} = E$

לכן: $H < E$

ד) $E = 22^{2^2} = 22^4 < 22^{22} = C$

ומכאן: $E < C$

ה) $C = 22^{22} < 22^{37} < 64^{37} = (2^6)^{37} = 2^{6\cdot37} = 2^{222}=D$

לכן: $C < D$

ו) $D = 2^{222} < 2^{484} = 2^{22^2} = F$

לכן: $D < F$

ז) $F = 2^{22^2} < 2^{2048^2} = 2^{(2^{11})^2} = 2^{2^{22}} = G$

לכן: $F < G$

ברור כי סדר זה נמצא לאחר מספר רב של נסיונות. כשיעשו זאת התלמידים - יתרגלו, מתוך משחק, את אחד מחוקי החזקה. כן יביא אותם הדבר לעסוק קצת באמדנים ובהערכות, שטח אשר אין מרבים לעסוק בו.

משחק המתרגל קריאת נקודות במישור

מאת; דנה בן - זאב

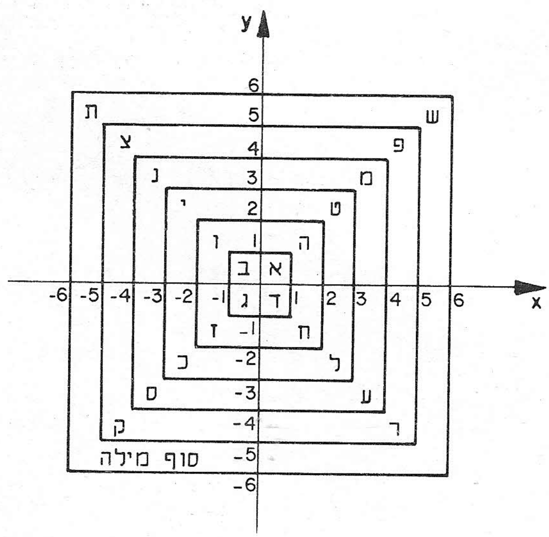
עקרון המשחק

הצפנת אותיות הא"ב העברי. בעזרת צופן זה יצפינו התלמידים משפטים שיבחרו בעצמם ואחרים ינסו לפענח מהם משפטים אלה.

אופן המשחק

כל תלמיד יבנה את הלוח הבא:

ישרטט רבועים קונצנטריים במרחק יחידה זה מזה, יסמן את אותיות הא"ב בניגוד לכוון השעון, החל מהרביע הראשון. השטח הכולל את האות והגבול החיצוני שלו מייצגים את האות, כך שכל נקודה הנבחרת בתוך השטח או על הגבול החיצוני - שמה ישמש במקום כתיבת האות. לצורך הצפנת משפט שלם, קיים גם שטח המשמש לסימון סוף מילה.



עד כה לא שותפו הנקודות על הצירים, אך קיימות גם אפשרויות להביאן בחשבון:

א. מאחר שלנקודה על הצירים (מלבד הראשית) ישנה דו משמעות, ניתן להרשות במשפט רק אפשרות אחת כזו, כך שהמפענח יאלץ לשקול את שתי האפשרויות על-פי התוכן.
למשל - (0,2) היא ה' או ו' ו-(3,0) היא ט' או ל'.

ב. אפשר לשייך נקודה על הצירים לאות ממנה מגיעים אל הנקודה תוך הסבוב נגד כוון השעון, כשהנקודה היא על הגבול החיצוני של שטח אותה אות.
למשל - (0,4) היא מ' או (5,0) היא ר'

דוגמא:

הצפנת המשפט "שלום לך": ש = (5.5,4) (אפשרויות אחרות ל - "ש" הן (6,1) (5.1,2) וכו')
ל - (2.5,-2) ; ו - (-2,1.5) ; ם = (3.3,3.5) ; סוף מילה = (-5.5,-6)
ל = (2.8,-2.2) ; ך = (-3,-2)

"צוללות"

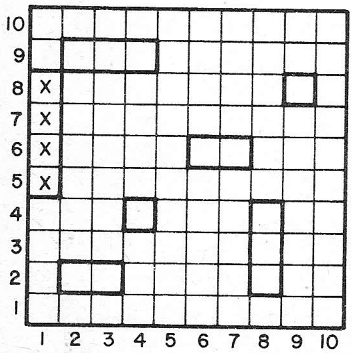
מאת; מיכאל חפרי
קיבוץ המעפיל

ההצעה המובאת כאן היא שימוש במשחק ידוע ואהוב על הילדים, ללמידה ראשונית של נושא מערכת הצירים.

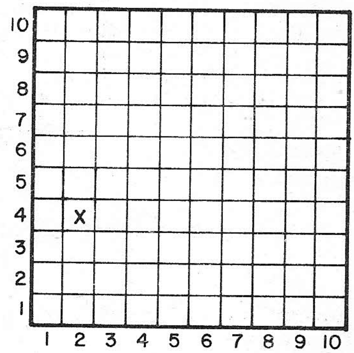
אחד המשחקים שילדים משחקים בו מבלי לדעת את המתמטיקה המסתתרת בהם הוא המכונה בפיהם "מלחמה ימית" או "צוללות".

משתתפים שני ילדים. כל אחד מצייר שתי רשתות שתי וערב מ-1 עד 10, אחת לצי הבית שלו ואחת עבור קליעותיו. ברשת צי הבית כל אחד מחביא מספר שווה של אוניות(בדוגמא- אוניה אחת של 4 משבצות,שתיים של 3 משבצות, שתיים של 2 משבצות ושתיים של משבצת אחת).

אחד השחקנים מתחיל "לירות" ע"י הכרזה של זוג סדור, לדוגמא (2,4)(נהוג במשחק המקורי לסמן ב,4).על יריבו להודיע"פגע" או"החטיא". אחרי פגיעה מותר לירות להמשיך עד להחטאה; החטיא - עוברת זכות ההכרזה ליריב. אוניה "טבועה" כאשר כל ה"צמתים" בתוכה נפגעו. (למשל -(1,8); (1,7); (1,6); (1,5) בצי הבית). השחקן שהצליח להטביע את כל אוניות יריבו - זוכה.



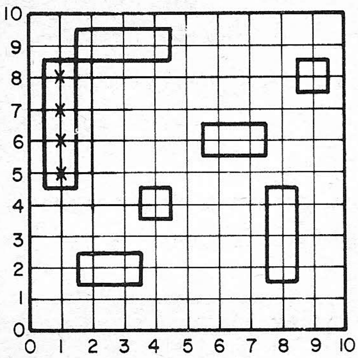
צי הבית



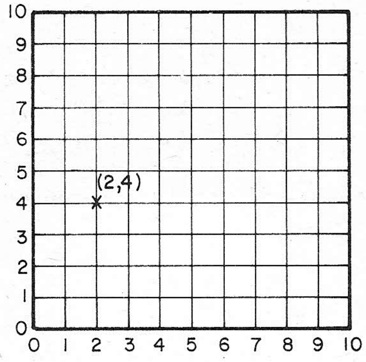
צי האויב

השנוי האפשרי לגבי המשחק המקובל הוא:
לצייר את האוניות סביב הצמתים ולא על הצמתים כפי שמקובל, כדי שידמה יותר לצרכינו בשמוש במערכת צירים.

במקרה זה תיראנה רשתות צי הבית וצי האוייב כך:



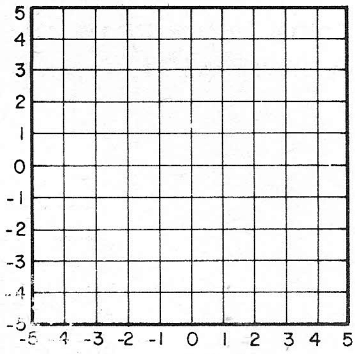
צי הבית



צי האוייב

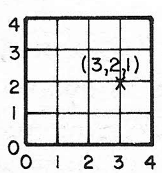
אפשר לפתח למשחק שתי וריאציות.

ראשית ניתן להזיז את מערכת הצירים ולסמן כך:

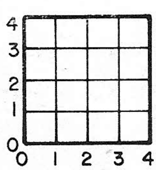


כאן גם (0,0) היא נקודה כשרה וכך גם משתמשים במספרים שליליים.

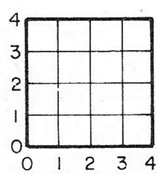
וריאציה שניה, יותר מתוחכמת, היא מלחמת צוללות תלת מימדית. ההצעה להשתמש ב-4 לוחות של 4×4 בעומקים שונים:



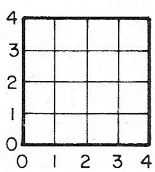
לוח 1



לוח 2



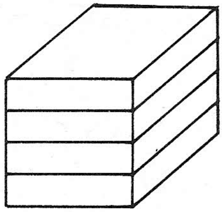
לוח 3



לוח 4

ההכרזה כאן, למשל, היא השלשה הסדורה (3,2,1) כלומר (3,2) בלוח הראשון.

אפשר בהזדמנות זו להראות לילדים קוביה של 4×4×4 המתפרקת לארבעה רבדים כשכל לוח מייצג רובד.



יתכן שלא כדאי לשחק את המשחק עם הוריאציות צמוד למשחק המקורי, כדי לא לעורר את התנגדות התלמידים.