

מבוא לאנליזה

מהדורת עיצוב מורחבת

המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע



מבוא לאנליזה

מהדורת עיצוב מורחבת



המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע

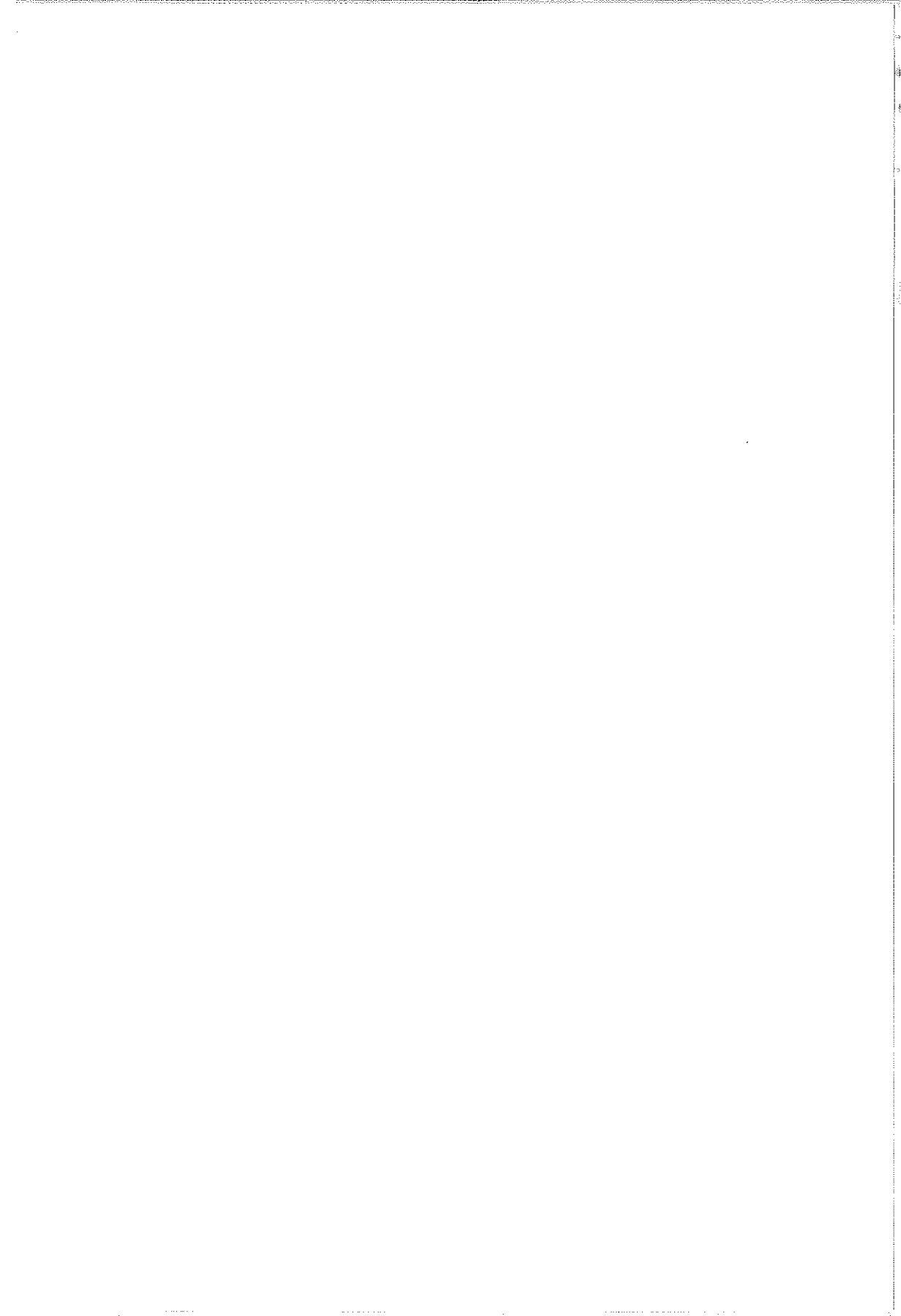


יצא לאור ביוזמתו ופיקוחו

של המרכז הישראלי להוראת המדעים ע"ש עמוס דה-שליט:

משרד החינוך, התרבות והספורט, האוניברסיטה העברית בירושלים ומכון ויצמן למדע ברחובות

ואוניברסיטת תל-אביב



חובר על-ידי:
עידית כהן
אורלי גוטליב

ייעוץ:
אברהם הרכבי
נורית הדס
מקסים ברוקהיימר
מיכאל קורן

עריכה לשונית:
נגה ואן דורמולן-אברהמי

הדפסה ועריכה במחשב:
אבי טל
יעל עמנואל-אדרי

שרטוטים:
שולי זהרוני
אבי טל
חגית עפרוני

עצוב גרפי ואיורים:
אגי (רחל) בוקשפן

אין לשכפל, להעתיק, לצלם, להקליט, לתרגם, לאכסן במאגר מידע, לשדר או לקלוט בכל דרך או אמצעי אלקטרוני, אופטי או מכני או אחר כל חלק שהוא מהחומר שבספר זה שימוש מסחרי מכל סוג שהוא בחומר הכלול בספר זה אסור בהחלט אלא ברשות מפורשת בכתב מהמוציא

©

כל הזכויות שמורות
מכון ויצמן למדע
ומשרד החינוך התרבות והספורט

מהדורה מתוקנת תשנ"ח - 1998
דפוס ניידט

לתלמיד

במהלך לימוד חוברת זו, תפתח כלים שישמשו אותך לחקירת פונקציות. בסיומה של החוברת, תהיה מסוגל לשרטט גרף של פונקציה, כאשר היא תנתן לך בצורתה האלגברית. (כיום אתה יודע לעשות זאת לגבי פונקציה קווית וריבועית). בחלק הראשון של כל סעיף, תכיר תוך התנסות, את הנושא והמושגים החדשים המופיעים בו. בחלק השני תפתור תרגילים, לביסוס החומר שנלמד בסעיף עצמו, ובסעיפים קודמים.

במהדורה מוכתבת זו נוסף הפיק מספר אנליזה שסוסק בפונקציה זאגיא ואי-זאגיא ופונקציות הצקה (עם מעריך טבעי) כמו כן נוספו פעילויות המשב ומשבון גרפי עם הצעות היכן אלב פעילויות אלה במקומות המתאימים בספר. כל העמודים הראשונים עד עמוד 132 נותרו אלא שינויים אמצע גיקוני דפוס.


אנו מקווים שתהנה ותפיק תועלת מלימודיך בחוברת זו.

מופצן (מנהל) מודיע מכתב ו-3 ו 5-22 הספר זניב זאגיא-זניב (1991), זל
שיתל הפעולה והיכונות אהמחפצות שזילו, נאשר אלמו מגרסת ניסוי אל האוברת .
אזובותהם והערוגותהם עצמו אנו רבות בזיצוב הזיטה הנכתב .


תוכן העניינים

7	שרטוט גרף על פי נקודות
17	שרטוט גרף על פי תכונות
27	מציאת נקודות חיתוך עם צירים
38	עוד כלים לחקירה
48	סימון השיפוע של פונקציה בנקודה
55	עליה וירידה בנקודה
61	זיהוי נקודות קיצון
68	הפונקציה הנגזרת
78	שרטוט פונקציה בעזרת הפונקציה הנגזרת
85	הפונקציה הנגזרת של $f(x) = x^n$
93	פונקציה נגזרת של קו ישר
98	כיצד תשתנה הפונקציה הנגזרת?
103	נגזרת של סכום
108	שיפוע, משיק ומשוואת משיק
115	שאלות חקירה
124	עוד תרגילים
133	עוד תכונה של פונקציות: זוגיות
147	עוד תכונה של פונקציות: אי-זוגיות
165	פעילויות במחשב
195	פעילויות במחשבון גרפי


באור סמלים:

תרגיל "מפתח" לדיון בכיתה 

עבודה עצמית 

תרגיל אתגר 

הכנה 

שים לב 

סיכום 

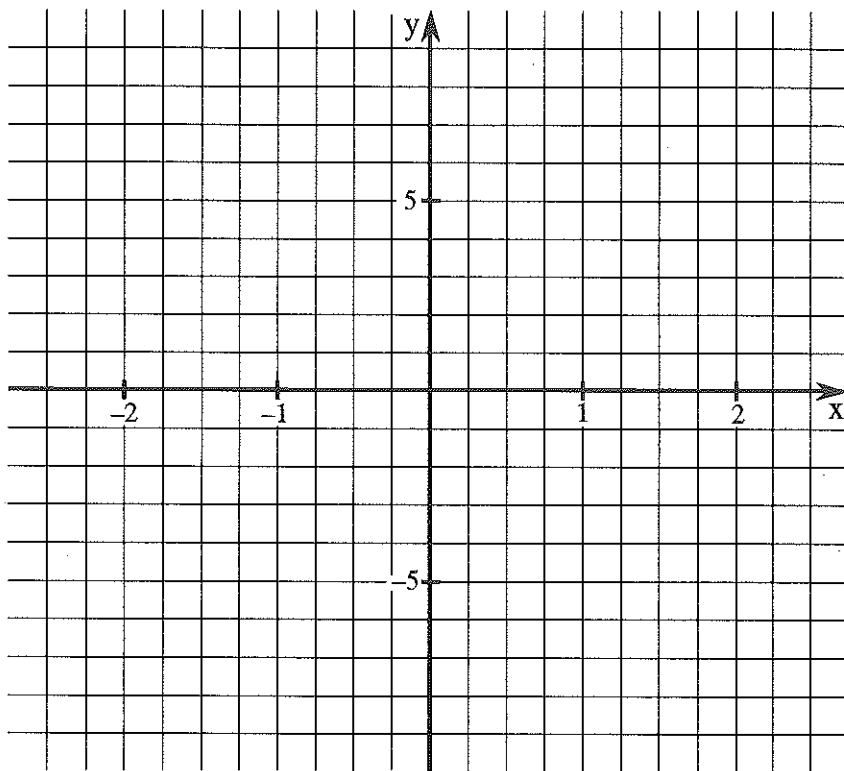
תזכורת 

שרטוט גרף על פי נקודות

1. נתונה הפונקציה $f(x) = 4x^3 - 3x$. נתונה הטבלה. (א) השלם את הטבלה.

x	-1	0	1
f(x)			

(ב) סמן את הנקודות שמצאת במערכת הצירים שלפניך. חבר אותן.



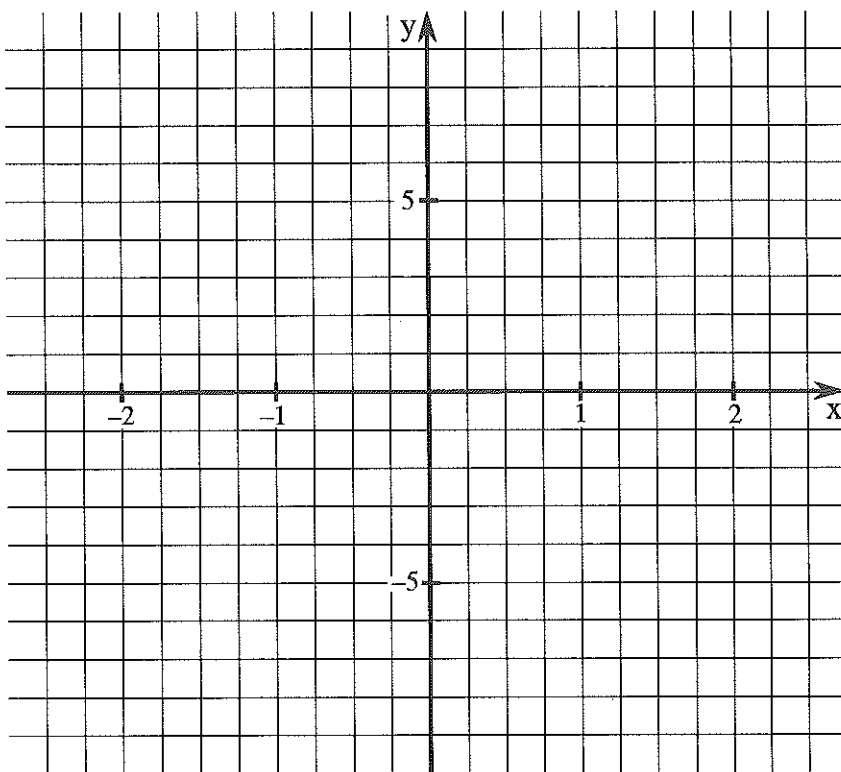
(ג) על פי הגרף המשורטט $f(1\frac{1}{2}) \approx$ _____

על פי התבנית $f(1\frac{1}{2}) =$ _____

האם אתה משוכנע שזו צורת הגרף?

ד) הוסף נקודות לטבלה ושרטט מחדש את גרף הפונקציה במערכת הצירים שלפניך.

x	$-1\frac{1}{2}$	-1	0	1	$1\frac{1}{2}$
f(x)		-1	0	1	



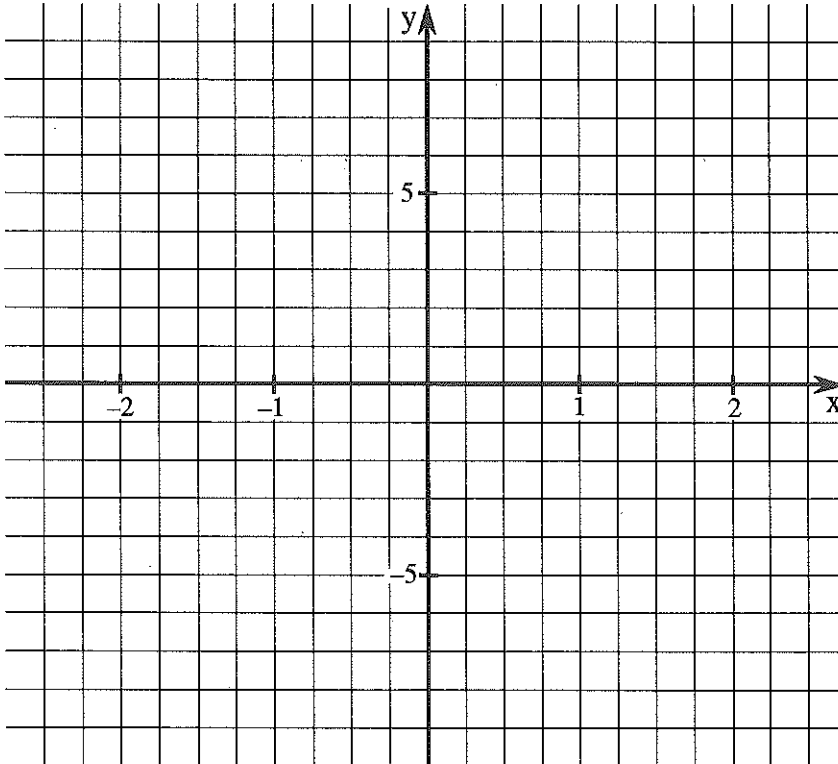
ה) על פי הגרף החדש $f(\frac{1}{2}) \approx$ _____

על פי התבנית $f(\frac{1}{2}) =$ _____

האם הפעם אתה משוכנע שזו צורת הגרף?

ו) הוסף נקודות לטבלה ושרטט את גרף הפונקציה במערכת הצירים שלפניך.

x	$-1\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$
f(x)	-9	-1		0		1	9




ז) האם הפעם אתה משוכנע שזו צורת הגרף?

כשלב זה גופאו אבצע פעילות ראשונה באמצעות המשב / המשבון גרפי.

הפעילות במשלב מופיעה בשמונים 167 - 165.

הפעילות במשלבון מופיעה בשמונים 197 - 193.

2. נתונה הפונקציה הריבועית $h(x) = x^2 - 18x + 80$ 

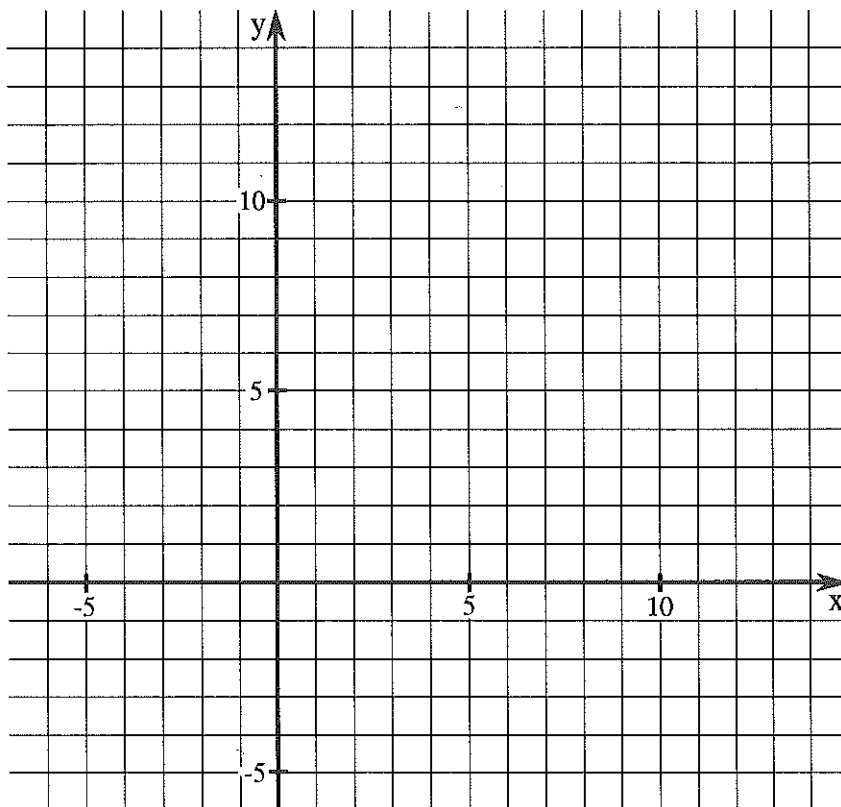
בעבר למדת לשרטט פונקציה ריבועית.

א. מצא קודקוד (תזכורת) $x_p = -\frac{b}{2a}$

ב. מלא את הטבלה ושרטט את הגרף.

קודקוד


x							
h(x)							



ג. על פי הגרף המשורטט $f(10.5) \approx$ _____

על פי התבנית $f(10.5) =$ _____

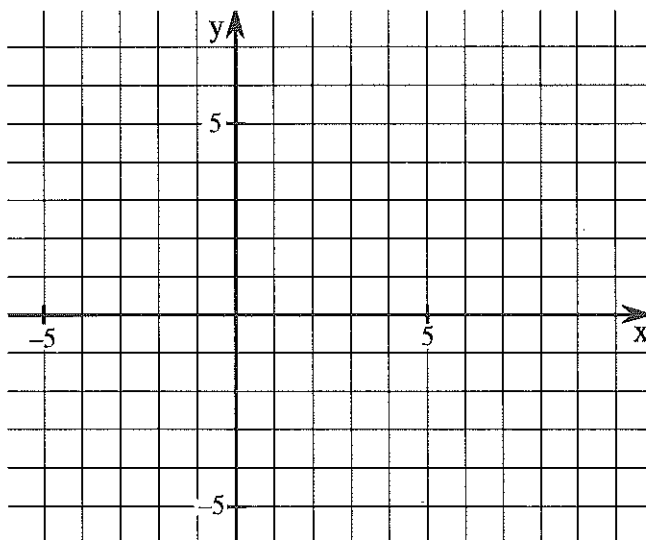
ד. האם אתה משוכנע שזו צורת הגרף? **נמק!**

3. נתונה הפונקציה $p(x) = 3x + 5$ 

(א) מלא את הטבלה ושרטט את הגרף

x							
p(x)							

(ב) האם אתה משוכנע שזו צורת הגרף? **נמק!**



בתרגיל 3, בשרטוט הגרף של $p(x) = 3x + 5$, נעזרנו בידיעה, שגרף של פונקציה מהצורה $y = ax + b$ הוא קו ישר, ולכן שתי נקודות כלשהן על הגרף, מספיקות כדי לשרטט אותו.

בתרגיל 2, בשרטוט הגרף של $h(x) = x^2 - 18x + 80$ הסתמכנו על חקירה שביצענו בעבר: לגרף של פונקציה ריבועית יש ציר סימטריה וקודקוד. צורתו פרבולה כזו או כזו.

כאשר ניסינו לשרטט על פי טבלה, גרף של $f(x) = 4x^3 - 3x$ נאלצנו כל פעם לתקן את צורת הגרף, ולמעשה גם לאחר שני תיקונים לא ברור לנו אם הגענו לצורתו הנכונה של הגרף.

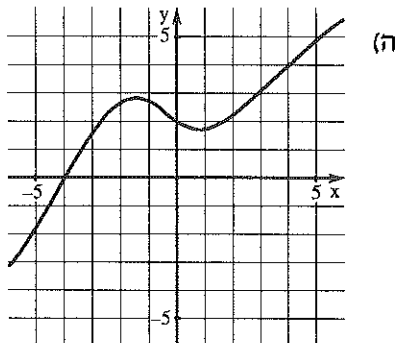
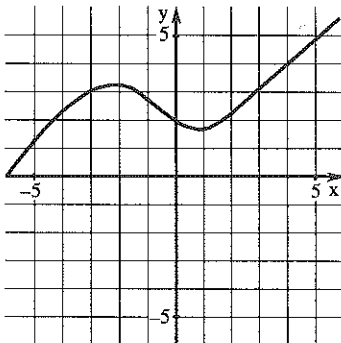
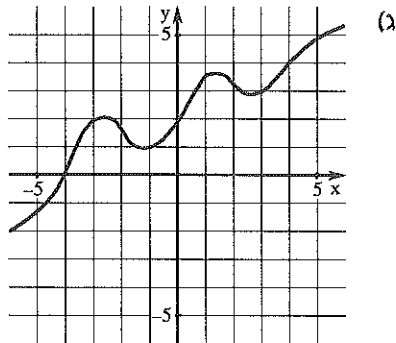
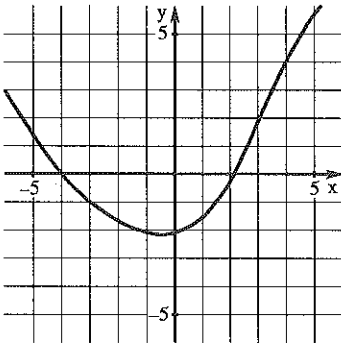
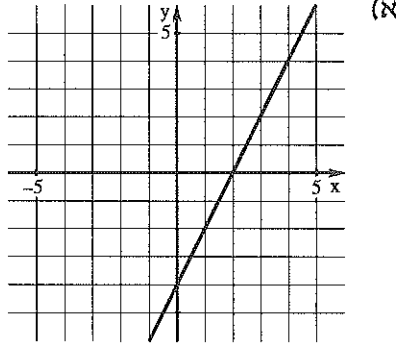
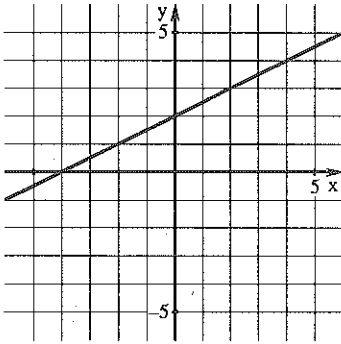
מסקנה: עדיין אין בידינו מספיק כלים, בכדי לשרטט גרפים של פונקציות שאינן קוויות או ריבועיות.

גרפיק

x	-4	0	4
t(x)	0	2	4

4. דני קיבל תבנית של פונקציה t. לפי התבנית מילא את הטבלה הבאה.

אילו מהגרפים הבאים יכולים להיות גרף הפונקציה t ?



5. חמישה ילדים הכינו טבלאות, על מנת לשרטט את גרף הפונקציה $t(x) = x^2 - 12x + 37$.

מי מהם הכין טבלה הגיונית? נמק: (אף ילד לא טעה בחישוב)

x	1	2	3	4	5
t(x)	26	17	10	5	2

רוני

x	7	8	9	10	11
t(x)	2	5	10	17	26

דני

x	4	5	6	7	8
t(x)	5	2	1	2	5

חן

x	4	5	$5\frac{1}{2}$	6	$6\frac{1}{2}$	7	8
t(x)	5	2	$1\frac{1}{4}$	1	$1\frac{1}{4}$	2	5

גיל

x	-12	-10	-8	-6	-4	-2	0
t(x)	325	257	197	145	101	65	37

מיה

6. שלושה ילדים הכינו טבלאות על מנת לשרטט את גרף הפונקציה $k(x) = 2x + 5$. מי מהם יקבל את "ההתנהגות המלאה" של גרף הפונקציה? נמק! (אף ילד לא טעה בחישוב).

x	-3	0	3
k(x)	-1	5	11

נועם

x	1	2	3	4
k(x)	7	9	11	13

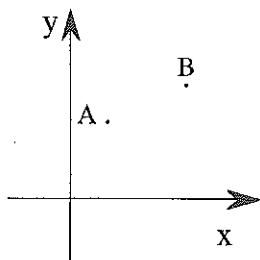
אוריאל

x	3	7
k(x)	11	19

אלה

7. נתונות שתי נקודות $A(1, 2)$, $B(3, 3)$.

I. (א) כמה פונקציות קוויות עוברות דרך A ו- B ? שרטט! (אם יש יותר מאחת שרטט שתיים).



(ב) האם לדעתך יש פונקציה ריבועית העוברת דרך A ו- B ? שרטט! (אם יש יותר מאחת שרטט שתיים).

(ג) כמה פונקציות שונות מאלו ששרטטת עוברות דרך A ו- B ? שרטט! (אם יש יותר מאחת שרטט שתיים).

II. בדוק אלו מהפונקציות הבאות עוברות דרך A ו- B .

$$m(x) = x + 1$$

$$(א) t(x) = x^2 - 3.5x + 4.5$$

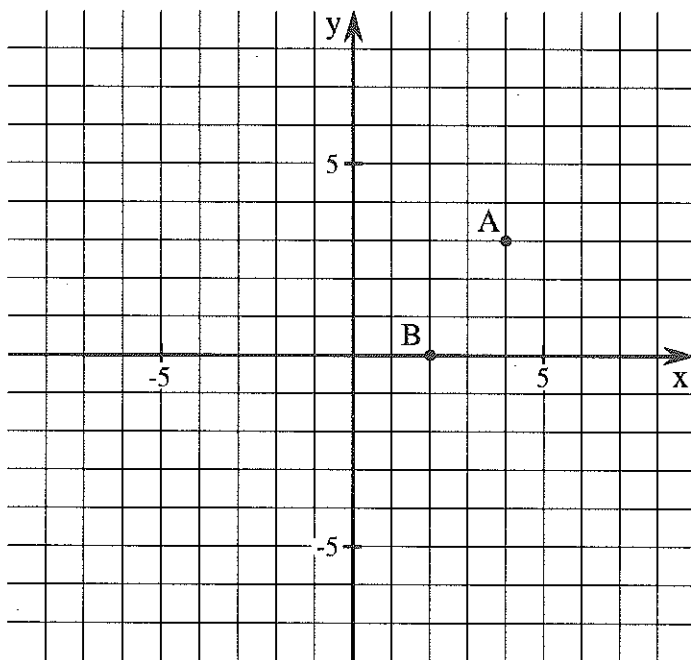
$$p(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2\frac{1}{2}x$$

$$(ב) f(x) = \frac{1}{2}x + 1\frac{1}{2}$$

$$(ג) s(x) = x^3 + x^2 - 16.5x + 16.5$$

$$(ד) r(x) = 2x^3$$

8. $f(x)$ היא פונקציה ריבועית.
נתון כי A הוא קודקוד הפונקציה ו-B היא נקודת חיתוך עם ציר ה-x.



(א) מצא נקודת חיתוך נוספת עם ציר ה-x.

(ב) שרטט סקיצה (גרף לא מדויק) של הפונקציה.

(ג) השלם.

הפונקציה עולה כאשר _____

הפונקציה יורדת כאשר _____

$f(x) = 0$ כאשר $x = \underline{\quad}$ או $x = \underline{\quad}$

$f(x) > 0$ בין _____

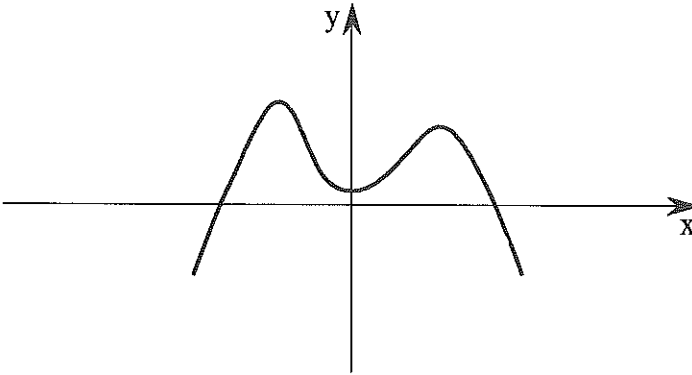
מתי $f(x) = 5$?

שרטוט גרף על פי תכונות

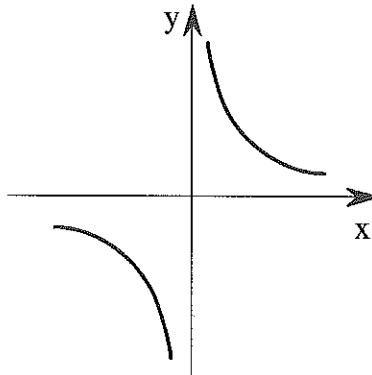
עד עתה עסקת בחוברת זו, בפונקציות שניתן, לשרטט את הגרף שלהן "בלי להרים את העט מהדף" כלומר, פונקציות רציפות. גם בהמשך חוברת זו תעסוק בפונקציות רציפות, מלבד במקרים בודדים אותם נציין במפורש.

דוגמאות:

פונקציה רציפה

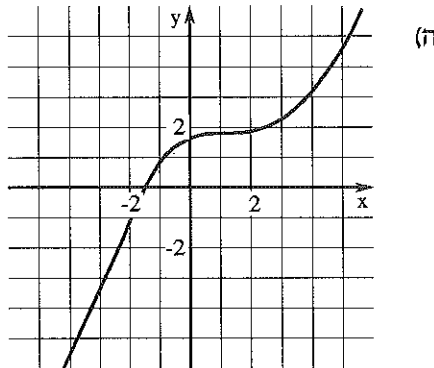
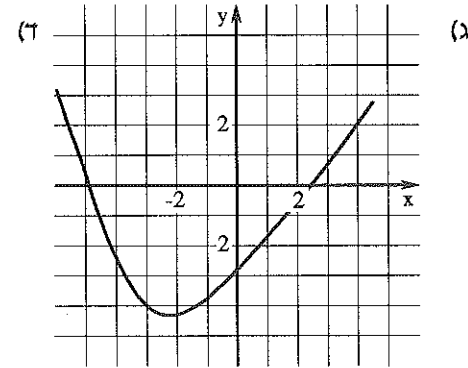
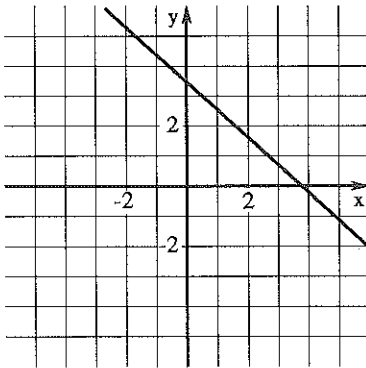
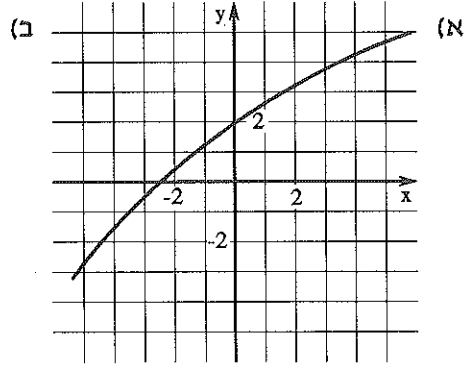
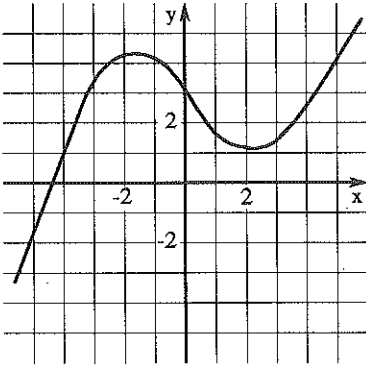


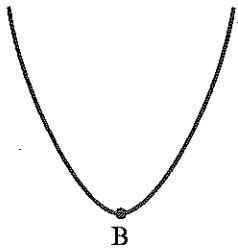
פונקציה שאינה רציפה



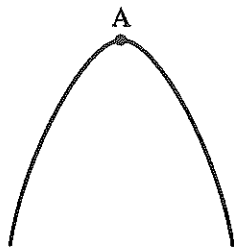


- I. 1. צבע בכל גרף חלקים מהגרף בהם הפונקציה עולה.
צבע בצבע אחר, חלקים מהגרף בהם הפונקציה יורדת.
II. לאילו מן הגרפים יש נקודות מעבר מעלייה לירידה? או נקודות מעבר מירידה לעלייה? סמן נקודות אלה.



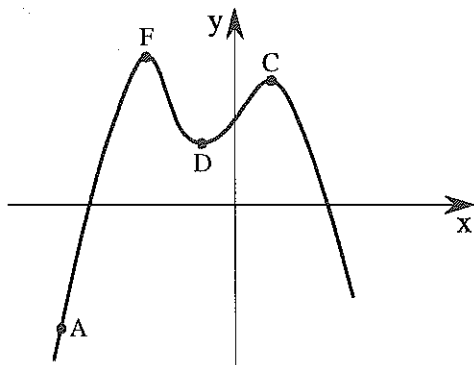



B נקודת מעבר מירידה לעליה
נקודת מינימום (שפל)



A נקודת מעבר מעליה לירידה
נקודת מקסימום (שיא)

נקודות מקסימום ונקודות מינימום נקראות בשם כולל נקודות קיצון.



2. נכון או לא נכון? 

א) C אינה נקודת מקסימום כי F גבוהה ממנה.

ב) C היא נקודת מקסימום כי היא נקודת מעבר מעלייה לירידה.

ג) D אינה נקודת מינימום כי A נמוכה ממנה.

ד) תיתכן פונקציה עם שתי נקודות מקסימום.

ה) הנקודות F, C שתיהן נקודות מקסימום כי הן נקודות מעבר מעלייה לירידה.

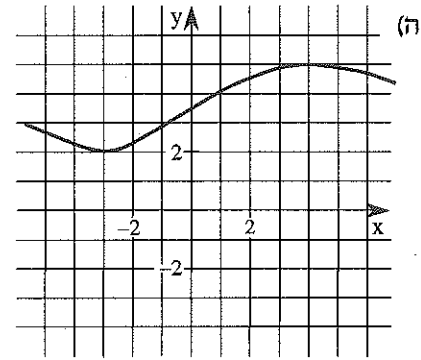
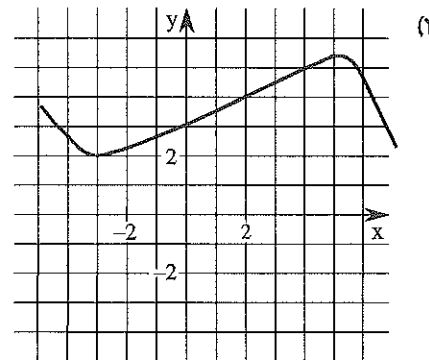
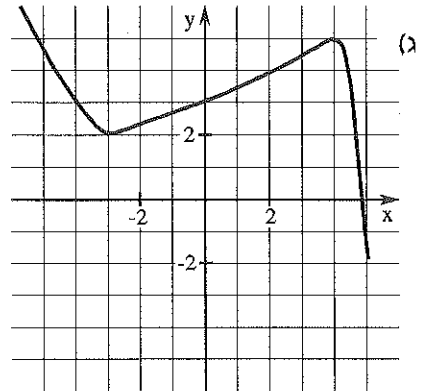
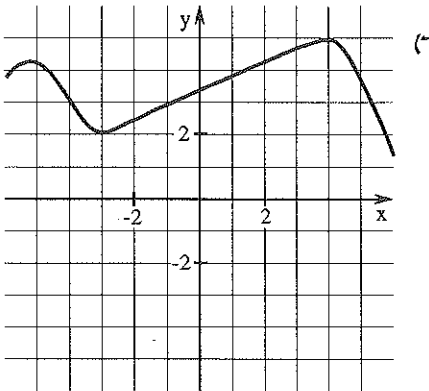
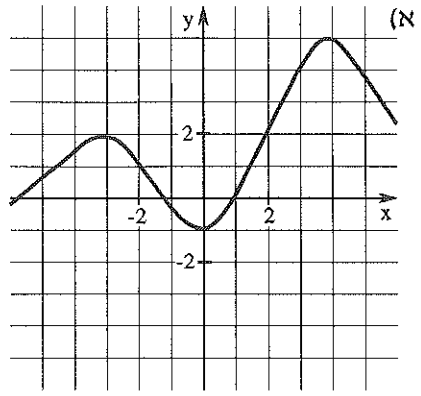
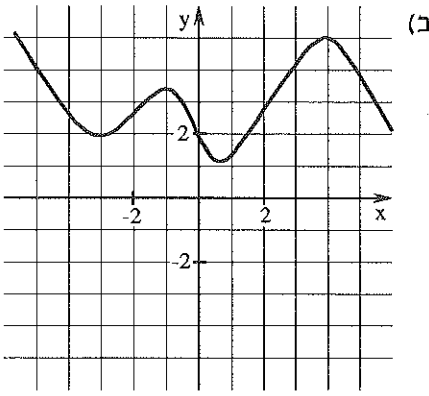
ו) בפונקציה הזאת יש שלוש נקודות קיצון.

ז) תיתכן פונקציה עם שתי נקודות מקסימום ובלי מינימום.

נקודת מקסימום היא לא בהכרח הנקודה ה"גבוהה" ביותר על גרף הפונקציה.
נקודת מינימום היא לא בהכרח הנקודה ה"נמוכה" ביותר על גרף הפונקציה.

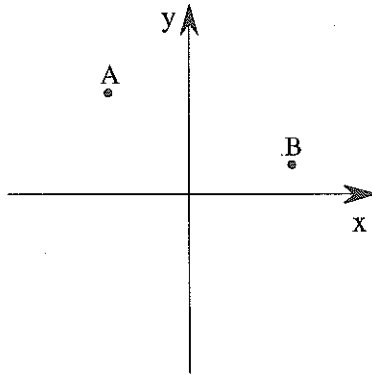


3. ידוע כי לפונקציה m שתי נקודות קיצון בלבד: מינימום ב- $(-3, 2)$ ומכסימום ב- $(4, 5)$. אילו מן הגרפים הבאים יכולים להיות גרף הפונקציה m ?

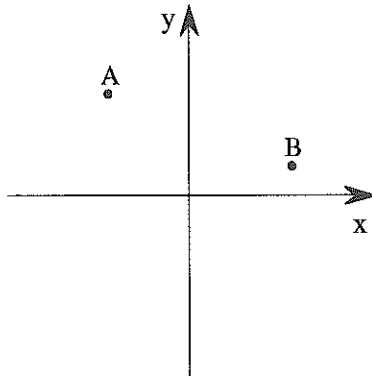




4. א) שרטט סקיצה של פונקציה, כך ש-A תהיה נקודת מכסימום ו-B נקודת מינימום.



ב) שרטט סקיצה של פונקציה, כך ש-A תהיה נקודת מינימום ו-B נקודת מכסימום.



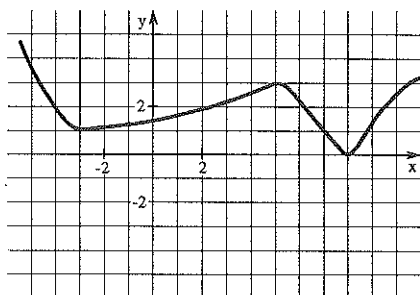
5. א) שרטט סקיצה של פונקציה, כך ש-A(-2, 3) נקודת מכסימום ו-B(3, 2) נקודת מינימום, ואלו הן נקודות הקיצון היחידות.

ב) רשום את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה ששרטטת.

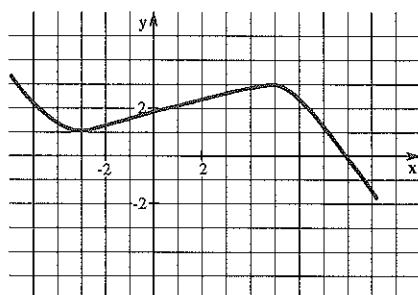


6. נתונה פונקציה f , ידוע כי נקודות הקיצון היחידות שלה הן: **מינימום** ב- $A(-3,1)$ ו-**מכסימום** ב- $B(5,3)$. $C(8,0)$ היא נקודת החיתוך (היחידה) עם ציר ה- x . סמן $\sqrt{\quad}$ ליד כל גרף היכול להיות גרף הפונקציה. אם לא סימנת $\sqrt{\quad}$, ציין מה הבעיה.

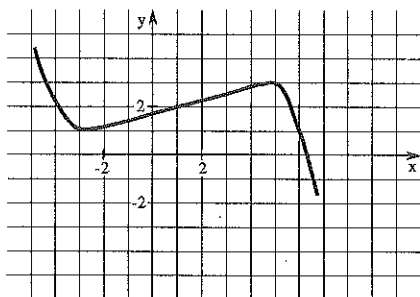
(ב)



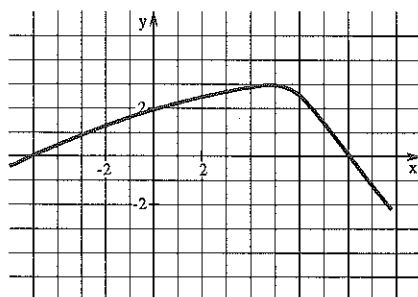
(א)



(ד)



(ג)

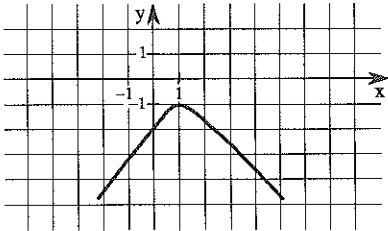


7. שרטט סקיצה של פונקציה, לפונקציה שתי נקודות קיצון: **מכסימום** ב- $A(-4, 5)$ ו**מינימום** ב- $B(4, 2)$, ונקודת חיתוך אחת עם ציר ה- x : $C(-9, 0)$.

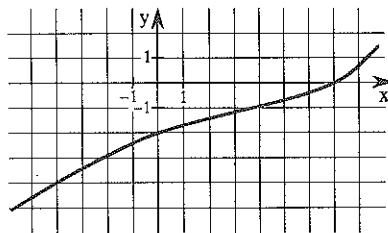


היגיון

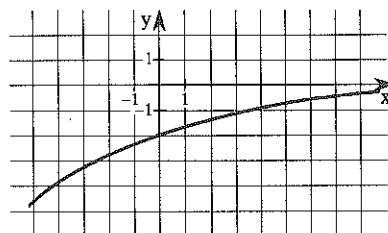
8. בטור ימין נתונות לך כל נקודות הקיצון וכל נקודות החיתוך עם הצירים של מספר פונקציות. התאם לכל אוסף נתונים בטור ימין את השרטוט המתאים.



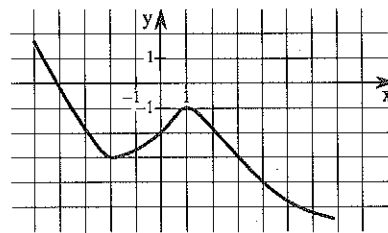
- (f) א) מכסימום: $(1, -1)$
 מינימום: $(-2, -3)$ $(3, -2)$
 חיתוך עם ציר x : $(4, 0)$ $(-4, 0)$
 חיתוך עם ציר y : $(0, -2)$



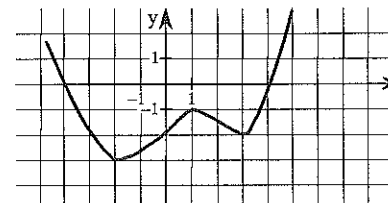
- (g) א) מכסימום: $(1, -1)$
 מינימום: אין
 חיתוך עם ציר x : אין
 חיתוך עם ציר y : $(0, -2)$



- (h) א) מכסימום: $(1, -1)$
 מינימום: $(-2, -3)$
 חיתוך עם ציר x : $(-4, 0)$
 חיתוך עם ציר y : $(0, -2)$



- (k) ד) מכסימום: אין
 מינימום: אין
 חיתוך עם ציר x : $(7, 0)$
 חיתוך עם ציר y : $(0, -2)$



- (m) ה) מכסימום: אין
 מינימום: אין
 חיתוך עם ציר x : אין בתחום המשרטט
 חיתוך עם ציר y : $(0, -2)$

9. בכל אחד מהסעיפים הבאים, נתונות לך כל נקודות הקיצון, וכל נקודות החיתוך עם הצירים, של פונקציה. שרטט סקיצה על פי הנתונים.

(א) מכסימום: $(-2, 8)$ מינימום: $(4, 2)$
חיתוך עם ציר x : $(-10, 0)$ חיתוך עם ציר y : $(0, 7)$

(ב) מכסימום: $(2, 0)$ מינימום: אין
חיתוך עם ציר y : $(0, -6)$

(ג) מכסימום: אין מינימום: אין
חיתוך עם ציר x : אין חיתוך עם ציר y : $(0, 2)$

(ד) מכסימום: $(4, 8)$ מינימום: $(-5, 3)$ $(10, -4)$
חיתוך עם ציר x : $(7, 0)$ $(15, 0)$ חיתוך עם ציר y : $(0, 5)$

10. ידוע כי לפונקציה f נקודת קיצון אחת בלבד $A(7, 8)$. כמו כן נתון כי

הנקודות $(8, 10)$ ו- $(5, 12)$ נמצאות על גרף הפונקציה.

סמן נכון, לא נכון, או אי אפשר לדעת על סמך הנתונים.

(א) הנקודה A היא נקודת מכסימום.

(ב) הנקודה A היא נקודת מינימום.

(ג) לפונקציה f יש שתי נקודות חיתוך עם ציר x .

(ד) לפונקציה f אין נקודות חיתוך עם ציר x .

(ה) f עולה בתחום $x > 7$ ויורדת בתחום $x < 7$.

(ו) f עולה בכל התחום.

(ז) f יורדת בכל התחום.

(ח) f עולה בתחום $x < 7$ ויורדת בתחום $x > 7$.

(ט) f חותכת את ציר y פעם אחת.


(י) f חותכת את ציר y יותר מפעם אחת.

(יא) f לא חותכת את ציר y .

(יב) הנקודה $(6, 10)$ נמצאת על הגרף.

(יג) הנקודה $(9, 9)$ נמצאת על הגרף.

11. ידוע כי לפונקציה g נקודת קיצון אחת בלבד $A(-3, 5)$. כמו כן נתון כי הנקודה $(0, 3)$ נמצאת על גרף הפונקציה.
- סמן נכון, לא נכון, או אי אפשר לדעת על סמך הנתונים.
- (א) הנקודה A היא נקודת מקסימום.
 (ב) הנקודה A היא נקודת מינימום.
 (ג) לפונקציה g יש שתי נקודות חיתוך עם ציר x .
 (ד) לפונקציה g אין נקודות חיתוך עם ציר x .
 (ה) g עולה בתחום $x > -3$ ויורדת בתחום $x < -3$.
 (ו) g עולה בתחום $x < -3$ ויורדת בתחום $x > -3$.
 (ז) g עולה בכל התחום.
 (ח) g יורדת בכל התחום.
 (ט) g לא חותכת את ציר y .
 (י) הנקודה $(-2, 4)$ נמצאת על הגרף.
 (יא) הנקודה $(-1, 2)$ נמצאת על הגרף.

12.  בתרגיל זה נעסוק בפונקציה שאינה רציפה כלומר יש "להרים את העט מהדף" כדי לשרטטה. הפונקציה g מוגדרת עבור כל המספרים פרט ל-3. נקודות הקיצון היחידות שלה הן: מקסימום ב- $A(5, -3)$ ומינימום ב- $B(0, 4)$. אין לה נקודות חיתוך עם ציר x . שרטט סקיצה של גרף הפונקציה g .

13. עבור כל אחד מהסעיפים הבאים, שרטט סקיצה של גרף המתאים לפונקציה. אם לדעתך אין פונקציה המקיימת את התנאי הסבר מדוע!
- לפונקציה רק נקודת קיצון אחת.
 - לפונקציה רק שתי נקודות קיצון.
 - לפונקציה רק שלוש נקודות קיצון.
 - לפונקציה רק עשר נקודות קיצון.
 - לפונקציה אין נקודות קיצון.
 - לפונקציה שתי נקודות מינימום, ונקודת מקסימום אחת.
 - לפונקציה שתי נקודות מקסימום, ונקודת מינימום אחת.
 - לפונקציה שלוש נקודות מקסימום, ונקודת מינימום אחת.

14. א) כמה נקודות קיצון יש לפונקציה קווית, ומאיזה סוג?
ב) כמה נקודות קיצון יש לפונקציה ריבועית, ומאיזה סוג?

15. תרגיל בקומפוזיטציה - התרגיל הבא ייעשה בשלשות.

I. כל תלמיד משרטט לעצמו (חשוב שהאחרים לא יראו) גרף כלשהו.
יש להקפיד על הכללים הבאים:
א) הגרף יהיה גרף של פונקציה.
ב) השרטוט ייעשה "בלי להרים את העט מהדף".

II. לאחר שכל הגרפים מוכנים (ואף תלמיד לא רואה את הגרף של חברו) כל אחד בתורו, נותן הוראות לשני חבריו, כדי שהם יוכלו לשרטט את הגרף הסמוי ששרטט. (דמיינו שההוראות ניתנות בטלפון).

מכיוון שמדובר בשיחת טלפון, ולא ניתן לראות את הגרף, על בעל הגרף לתת הוראות, כמה שיותר מדויקות, תוך שמוש במושגים כמו: עליה, ירידה, מינימום, מקסימום, חיתוך עם צירים, חיובי, שלילי.

לאחר סיום "שיחת הטלפון", נפגשים השלושה ומשווים את הגרפים.

III. חוזרים על "שיחת הטלפון", כל פעם תלמיד אחר מכתוב את הגרף שלו.

כשב צה גוכאו אכצס פפולות שניה באמצעות המשב / המשבון זרפי:

הפפולות בממשב מופיעה בשמונים 171 - 168.

הפפולות בממשבון מופיעה בשמונים 201 - 198.

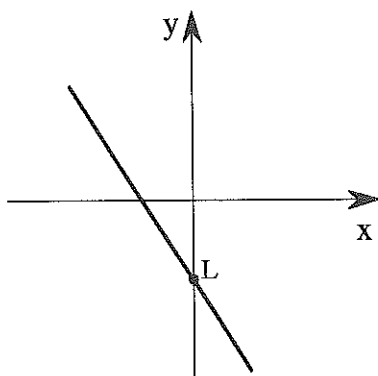
מציאת נקודות חיתוך עם צירים

עד כה שרטטת גרפים של פונקציות, לפי נקודות חיתוך וקיצון נתונות. בסעיף זה, נמצא בעצמנו את נקודות החיתוך עם הצירים.

1. (א) רשום שיעורים של שלוש נקודות הנמצאות על ציר y .

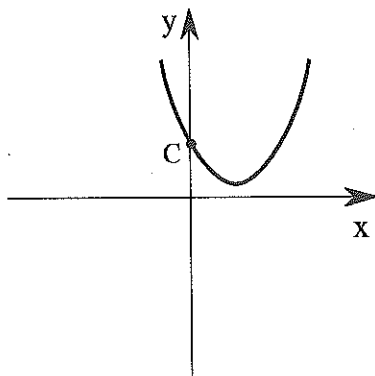
(ג) מצא את שיעורי הנקודה L.

$$g(x) = -2x - 4$$



(ב) מצא את שיעורי הנקודה C.

$$p(x) = x^2 - 2x + 3$$



בכל תרגיל, מצאת את נקודת החיתוך עם ציר y .

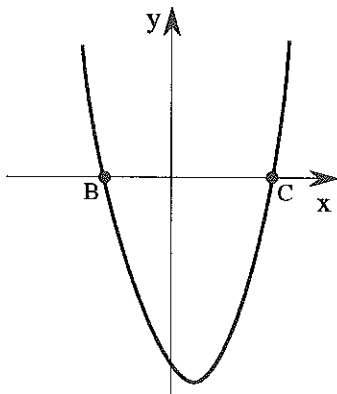
2. (א) רשום חוק התאמה של פונקציה קווית, החותכת את ציר y בנקודה $(0, 5)$.

(ב) רשום חוק התאמה של פונקציה ריבועית, החותכת את ציר y בנקודה $(0, -1)$.

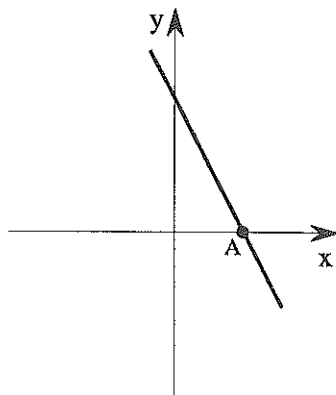
3. כיצד מוצאים נקודת חיתוך עם ציר y של פונקציה כלשהי?

4. (א) רשום שיעורים של שלוש נקודות הנמצאות על ציר x .
 (ב) מצא את שיעורי הנקודה A. (ג) מצא את שיעורי הנקודות B ו C.

$$k(x) = x^2 - x - 6$$



$$m(x) = -2x + 4$$



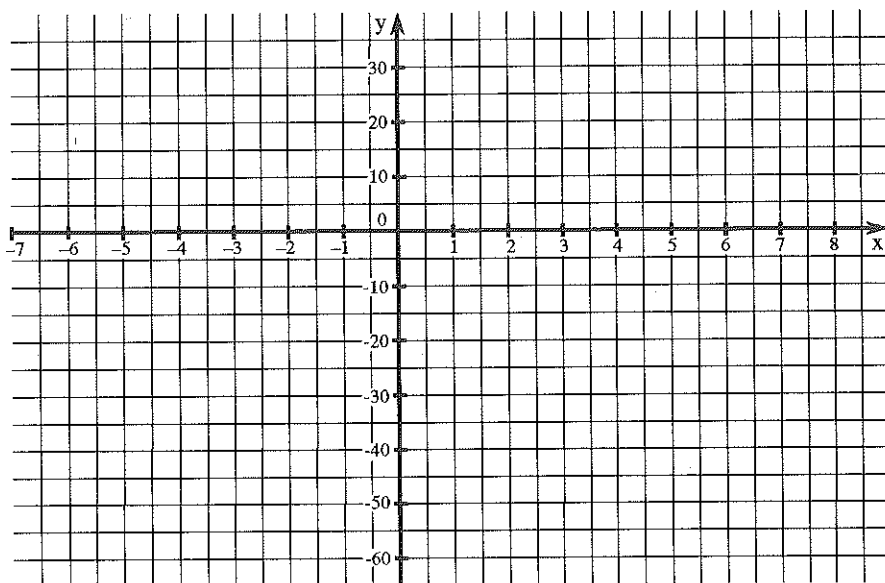
בכל תרגיל, מצאת נקודות חיתוך עם ציר x .

5. כיצד מוצאים נקודות חיתוך עם ציר x של פונקציה כלשהי?

כהכנה להמשך פגור גיליה אל גרביטוס 12-13.

6. נתונה פונקציה $y(x) = x^3 - 3x^2 - 18x$. נקודות הקיצון היחידות הן:
 מכסימום ב- $(-1.6, 17)$, מינימום ב- $(3.6, -57)$.

- (א) סמן את הנקודות במערכת הצירים שבעמוד הבא:
 (ב) מצא נקודת חיתוך עם ציר y וסמן במערכת הצירים.
 (ג) מצא נקודות חיתוך עם ציר x וסמן במערכת הצירים.
 נקודות החיתוך הן: $(,)$ $(,)$ $(,)$
 (ד) סמן את כל נקודות החיתוך במערכת הצירים.
 (ה) שרטט סקיצה.



7. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 3x^2$ וידוע כי נקודות הקיצון היחידות הן מכסימום ב- $(0, 0)$ ומינימום ב- $(2, -4)$.



(א) מצא נקודות חיתוך עם ציר x .

(ב) מצא נקודת חיתוך עם ציר y .

(ג) שרטט סקיצה.

(ד) מצא תחומי עליה וירידה.

(ה) עבור איזה תחום הפונקציה חיובית? ועבור איזה תחום הפונקציה שלילית?

8. האם גרף הפונקציה $p(x) = \frac{3}{x-1}$ חותך את הצירים?



אם כן, מצא את נקודות החיתוך. אם לא, הסבר.

9. האם גרף הפונקציה $g(x) = \frac{x-9}{3}$ חותך את הצירים?
 אם כן, מצא את נקודות החיתוך. אם לא, הסבר.



לצורך מציאת נקודת החיתוך עם ציר y נציב $x = 0$
 לצורך מציאת נקודות החיתוך עם ציר x נציב $f(x) = 0$
 לאחר ההצבה עלינו לפתור משוואה.
 לשם כך, נחזור על פתרון משוואות מסוגים שונים.

משוואות מסוגים שונים

10. משוואות לינאריות



$$19 - x = -9 \quad (\text{א})$$

$$\frac{x}{5} = 6 \quad (\text{ב})$$

$$17 + x = 5 + 4x \quad (\text{ג})$$

$$4 - 5x = 5x + 4 \quad (\text{ד})$$

$$-1 + (9 - x)^2 = (9+x)(x - 8) \quad (\text{ה})$$

אם פתרת נכון, סכום הפתרונות הוא 70.

11. משוואות בהן המכפלה שווה אפס 

(א) $(x - 1)(x + 2) = 0$

(ב) $x(x + 2.5) = 0$


(ג) $x(x + 3) + 6 = 6$

אם פתרת נכון, לכל משוואה שני פתרונות וסכום כל הפתרונות הוא -6.5.

12. משוואות ריבועיות. 

התאם לכל משוואה את פתרונותיה.

<u>פתרונות</u>	<u>משוואות</u>
(א) 0, -1.5	$-3x^2 + 30 = 9x$
(ב) אין פתרון	$2x^2 - 18 = 0$
(ג) 2, -5	$2x^2 + 3x = 0$
(ד) 3, -3	$x^2 - 4x + 9 = 0$

13. את המשוואות הבאות ניתן לפתור בעזרת הוצאת גורם משותף. פתור כל משוואה וחבר אותה אל כל פתרונותיה. 

- 0 •
 - 1 •
 - 5 •
 - 1 •
 - 2 •
 - 5 •
- (א) $2x + x^2 = 0$
 - (ב) $x^3 - x = 0$
 - (ג) $x^5 - 3x^4 - 10x^3 = 0$
 - (ד) $x^3 + 4x^2 = 5x$



14. גלה את אשר כתבנו בכתב סתרים.


פתור כל משוואה ורשום ליד המשוואה את האות הרשומה ליד הפתרון.

אותיות הצופן	הפתרון
ד	$\{5\}$
ק	$\{0,5\}$
ו	$\left\{\frac{5}{8}\right\}$
י	$\{1, -1\}$
כ	$\{-5\}$
ת	$\left\{-5, \frac{1}{2}\right\}$
נ	$\{1\}$
ו	$\left\{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right\}$
ח	$\left\{0, \frac{1}{2}\right\}$
ת	$\left\{-5, \frac{1}{2}\right\}$
ו	$\{2, 5\}$

האות	המשוואה
	$(x - 4)(5 + x) = (5 + x)^2$
	$2x - 2 = 10x - 7$
	$(x + 5)(2x - 1) = 0$
	$x^2 - 1 = 0$
	$x(2x - 1) = 0$
	$(x + 5)(2x - 1) + 3 = 3$
	$x^2 - 7x + 10 = 0$
	$x^2 + 25 = 10x$
	$4x^2 - 1 = 0$
	$x(x^2 - 10x + 25) = 0$
	$(x - 1)^2(x^2 + 1) = 0$

קרא מלמטה למעלה.

מה קיבלת?


15. משוואות בהן המנה שווה אפס. 
 התאם לכל משוואה את פתרונותיה.

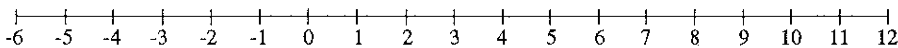
(א) $\frac{x+1}{3} = 0$ (I) $\{0, 1, -1\}$

(ב) $\frac{x^3 - x}{x + 5} = 0$ (II) אין פתרון

(ג) $\frac{x^3 - x}{x(x-1)} = 0$ (III) $\{-1\}$

(ד) $\frac{3}{x+1} = 0$

16. פתור את המשוואות וסדר את האותיות על ציר המספרים (ראה דוגמה). 



ל $x^2 + 4x - 5 = 0$

א $(x - 12)(x - 5) = 0$

ג $x^2 + 28 = 11x$

א $\frac{x-9}{3} = 0$

ק $\frac{3}{x-9} = 0$

י $x^6 - 5x^5 - 24x^4 = 0$

מ $(x + 2)(2x - 22) = 0$

י $\frac{x^2 + 3x - 18}{x + 4} = 0$

17. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x}{4}(12 - x^2)$. ידוע כי נקודות הקיצון היחידות

שלה הן: מכסימום ב- $(2, 4)$, מינימום ב- $(-2, -4)$.

(א) מצא נקודות חיתוך עם ציר x .

(ב) מצא נקודת חיתוך עם ציר y .

(ג) שרטט סקיצה.

(ד) מצא תחומי עליה וירידה.

(ה) עבור איזה תחום הפונקציה חיובית? עבור איזה תחום הפונקציה שלילית?

18. נתונה הפונקציה $p(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$. ידוע כי נקודות הקיצון

היחידות שלה הן: מכסימום ב- $(1, 4)$, מינימום ב- $(3, 0)$.

(א) מצא נקודות חיתוך עם ציר x .

(ב) מצא נקודת חיתוך עם ציר y .

(ג) שרטט סקיצה.

(ד) מצא תחומי עליה וירידה.

(ה) עבור איזה תחום הפונקציה חיובית? עבור איזה תחום הפונקציה שלילית?

19. נתונה הפונקציה $m(x) = (x + 2)^2(1 - x)$ וידוע כי נקודות הקיצון היחידות

שלה הן: מכסימום ב- $(0, 4)$, מינימום ב- $(-2, 0)$.

(א) מצא נקודות חיתוך עם ציר x .

(ב) מצא נקודת חיתוך עם ציר y .

(ג) שרטט סקיצה.

(ד) מצא תחומי עליה וירידה.

(ה) עבור איזה תחום הפונקציה חיובית? עבור איזה תחום הפונקציה שלילית?

20. (א) רשום חוק התאמה, של פונקציה החותכת את ציר y ב- $(0, 6)$.
 (ב) רשום חוק התאמה, של פונקציה החותכת את ציר x ב- $(3, 0)$.
 (ג) רשום חוק התאמה, של פונקציה החותכת את ציר x ב- $(5, 0)$ וב- $(-5, 0)$.
 (ד) רשום חוק התאמה, של פונקציה שאינה חותכת את ציר x .



21. במבחן ניתנה פונקציה p . התלמידים היו צריכים למצוא, את נקודות החיתוך עם הצירים.

- (א) נועם מצא תחילה כי נקודת החיתוך עם ציר x היא $(0, 0)$. האם עליו למצוא את נקודת החיתוך עם ציר y ? הסבר.
 (ב) אורי מצא תחילה כי נקודת החיתוך עם ציר y היא $(0, 0)$. האם עליו למצוא את נקודות החיתוך עם ציר x ? הסבר.

22. נתונה הפונקציה $t(x) = x^2(2 - x^2)$. ידוע כי נקודות הקיצון היחידות שלה הן: מכסימום ב- $(1, 1)$, מינימום ב- $(-1, 1)$, מינימום ב- $(0, 0)$.

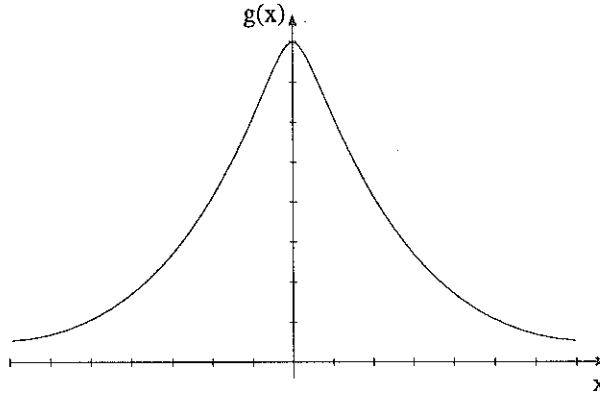
- (א) מצא נקודות חיתוך עם ציר x .
 (ב) מצא נקודת חיתוך עם ציר y .
 (ג) שרטט סקיצה.
 (ד) מצא תחומי עליה וירידה.
 (ה) עבור איזה תחום הפונקציה חיובית? עבור איזה תחום הפונקציה שלילית?

23. נתונה הפונקציה $r(x) = \frac{4(x+1)}{x^2+3}$ וידוע כי נקודות הקיצון היחידות שלה

הן: מכסימום ב- $(1, \quad)$, מינימום ב- $(-3, -\frac{2}{3})$.

- (א) מצא את שיעור y של נקודת המכסימום.
 (ב) מצא נקודות חיתוך עם ציר x .
 (ג) מצא נקודת חיתוך עם ציר y .
 (ד) שרטט סקיצה.
 (ה) מצא תחומי עליה וירידה.
 (ו) עבור איזה תחום הפונקציה חיובית? עבור איזה תחום הפונקציה שלילית?

24. לפניך הגרף של $g(x) = \frac{4}{x^2 + 1}$



בשרטוט שכחו לסמן את המספרים על הצירים.

- (א) האם כל סימן על הצירים מציין יחידה?
 (ב) מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר y , ורשום כשיעורי נקודה $(0, \quad)$. בדוק תשובתך לסעיף א'.
 (ג) רשום יחידות על הצירים.
 (ד) חשב $g(50)$, $g(-50)$
 (ה) האם יתכן שגרף הפונקציה חותך את ציר x ?

25. נתונה הפונקציה $n(x) = \frac{6x}{x^2 + 1}$. ידוע כי נקודות הקיצון היחידות שלה הן:

מכסימום ב- $(1, \quad)$, מינימום ב- $(-1, \quad)$.

- (א) מצא את שיעור y של נקודות הקיצון.
 (ב) מצא נקודות חיתוך עם ציר x .
 (ג) מצא נקודת חיתוך עם ציר y .
 (ד) שרטט סקיצה.
 (ה) מצא תחומי עליה וירידה.
 (ו) עבור איזה תחום הפונקציה חיובית? עבור איזה תחום הפונקציה שלילית?

26. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{3}{x^2 + 5}$. ידוע כי נקודת הקיצון היחידה שלה היא:

מכסימום ב- $(0, \frac{3}{5})$.

(א) מצא נקודות חיתוך עם ציר x.

(ב) מצא נקודת חיתוך עם ציר y.

(ג) שרטט סקיצה.

(ד) מצא תחומי עליה וירידה.

(ה) עבור איזה תחום הפונקציה חיובית? עבור איזה תחום הפונקציה שלילית?

27. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 1$. ידוע כי אין לה נקודות קיצון.



(א) מצא נקודת חיתוך עם ציר x.


(ב) מצא נקודת חיתוך עם ציר y.

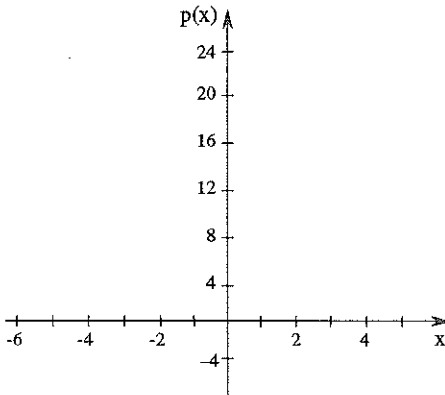
(ג) שרטט סקיצה.

(ד) מצא תחומי עליה וירידה.

(ה) עבור איזה תחום הפונקציה חיובית? עבור איזה תחום היא שלילית?

עוד כלים לחקירה

1. נתונה פונקציה $p(x) = (x + 2)^2 (x + 6)$ 



- א) מצא נקודת חיתוך עם ציר y .
- ב) מצא נקודות חיתוך עם ציר x .
- ג) סמן את הנקודות שמצאת, במערכת צירים.

איזה מידע נוסף נחוץ לנו, כדי לשרטט סקיצה של גרף?

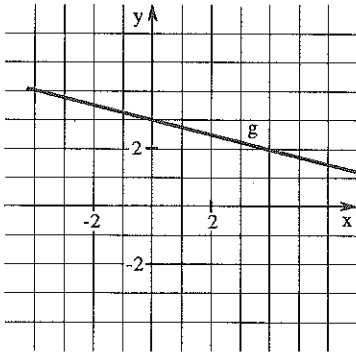
שרטטת גרפים של פונקציות לפי נקודות חיתוך שמצאת, ונקודות קיצון נתונות.

בשלב זה, חסרים לך כלים למציאת נקודות הקיצון. כדי שתוכל לשרטט גרף של פונקציה, הנתונה בצורתה האלגברית, תלמד למצוא נקודות קיצון של פונקציה כזו. בסעיפים הבאים תלמד על שיפוע של פונקציה בנקודה, והשתנות השיפוע לאורך גרף של פונקציה.

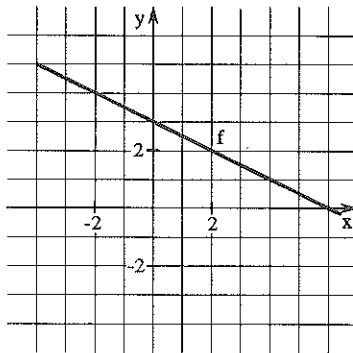
מושגים אלו יעזרו לך במציאת נקודות הקיצון ותכונות נוספות של הפונקציה.



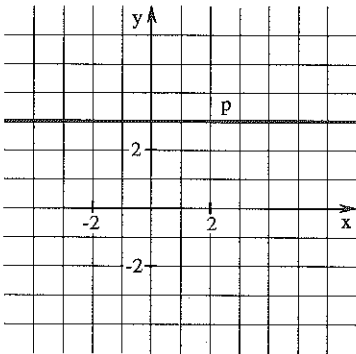
2. רשום את שיפועי הפונקציות הקוויות המשורטטות.
(קרא את השיפוע מתוך השרטוט)



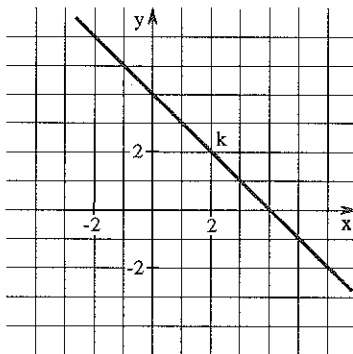
השיפוע של g: ___



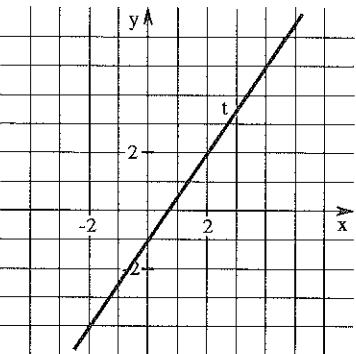
השיפוע של f: ___



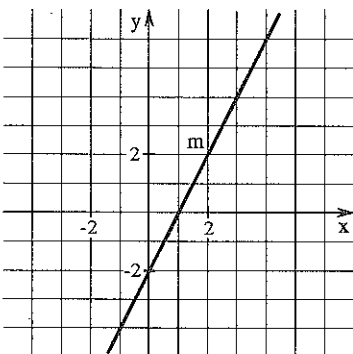
השיפוע של p: ___



השיפוע של k: ___



השיפוע של t: ___



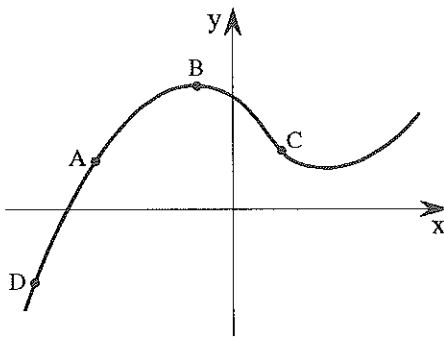
השיפוע של m: ___

3. (א) מה המשותף לכל הפונקציות הקוויות ששיפועיהן חיוביים?
 (ב) מה המשותף לכל הפונקציות הקוויות ששיפועיהן שליליים?
 (ג) מה המשותף לכל הפונקציות הקוויות ששיפועיהן אפס?

שיפוע של ישר הוא גודל קבוע, וניתן למדוד אותו בכל נקודה, ואילו שיפוע של כל עקומה אחרת, משתנה מנקודה לנקודה בגרף.

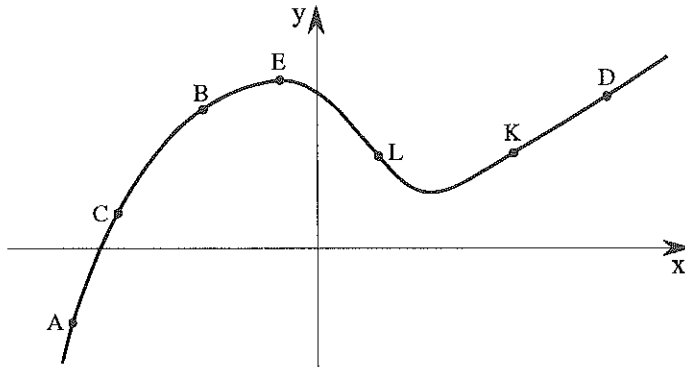
ננסה לגלות מהו שיפוע של פונקציה בנקודה.

4. נסה לקבוע אם השיפוע בנקודות המסומנות חיובי, שלילי או אפס.



- _____ השיפוע בנקודה A
 _____ השיפוע בנקודה B
 _____ השיפוע בנקודה C
 _____ השיפוע בנקודה D

5. הוסף סימן $<$, $>$ או $=$



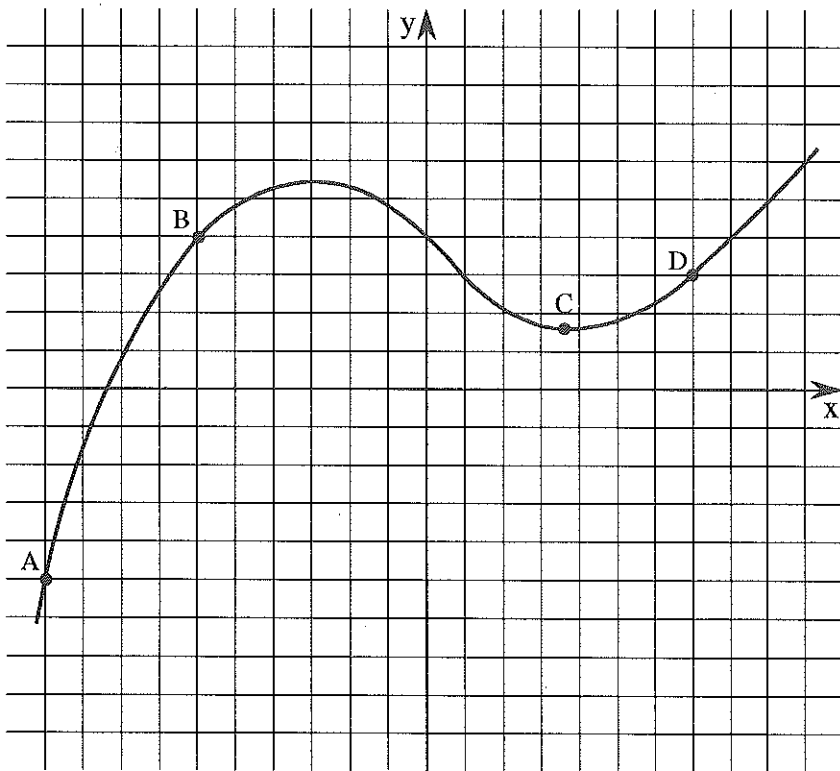
- (א) השיפוע ב B _____ השיפוע ב A
 (ב) השיפוע ב C _____ השיפוע ב B
 (ג) השיפוע ב C _____ השיפוע ב A
 (ד) השיפוע ב D _____ השיפוע ב K

בתרגילים 4 ו-5 עסקת בשיפוע של פונקציה בנקודה:
 קבעת את סימן השיפוע (חיובי, שלילי, אפס) והשווית בין שיפועים בנקודות שונות
 (גדול, קטן, שווה).

קיים מספר המייצג את שיפוע הפונקציה בנקודה.

לצורך פתרון התרגיל הבא (ורבים אחרים בהמשך) נעזר בישר המשורטט על שקף,
 או על הדף השקוף בסוף הספר, נכנה אותו "ישר".

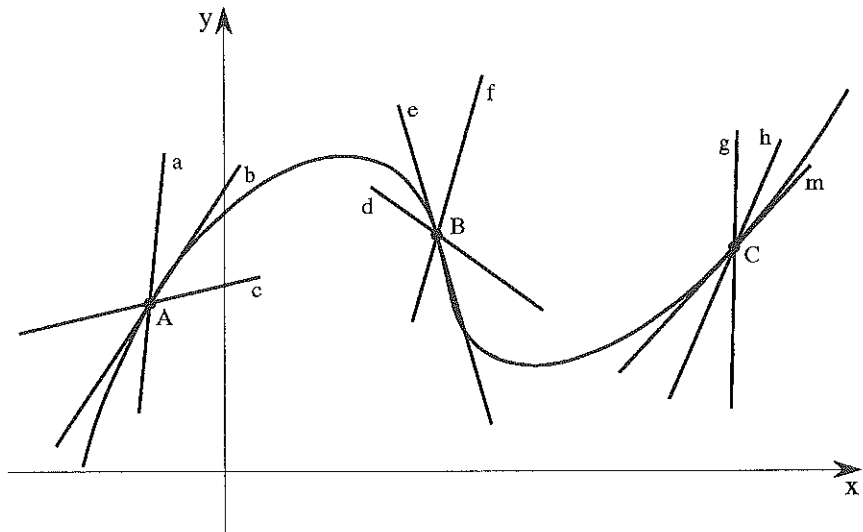
6. היעזר ב"ישר" ונסה למצוא בערך את השיפועים בנקודות המסומנות.



השיפוע ב-A: _____ השיפוע ב-B: _____
 השיפוע ב-C: _____ השיפוע ב-D: _____



7. בכל נקודה משורטטים שלושה ישרים. אחד מהישרים שיפועו כשיפוע הפונקציה בנקודה. בחר את הישר הנכון.

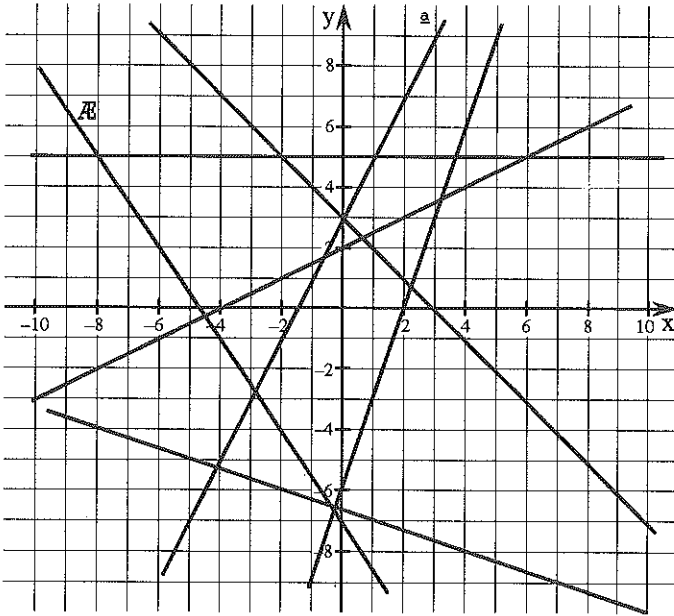


- _____ הישר :A בנקודה
- _____ הישר :B בנקודה
- _____ הישר :C בנקודה

כדי לקבוע שיפוע של פונקציה בנקודה, עלינו לשורטט "משיק" בנקודה המתאימה, ולקרוא את שיפועו.

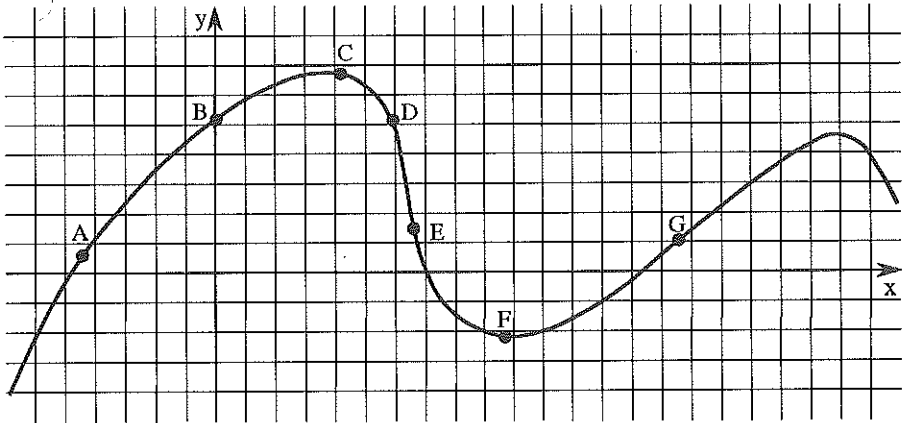
גרזיון

8. התאם לכל ישר את שיפועו.



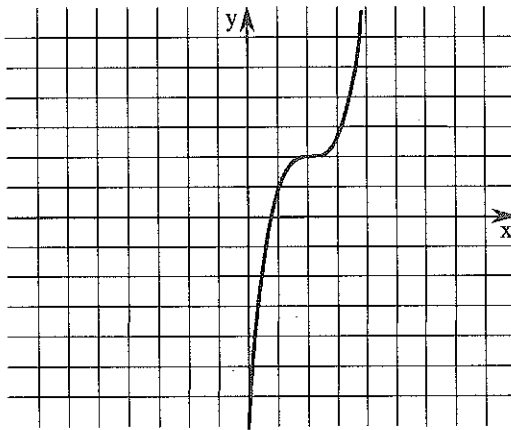
השיפוע	הישר
-1	א
2	ב
0	ג
$-\frac{1}{3}$	ד
$-1\frac{1}{2}$	ה
3	ו
$\frac{1}{2}$	ז

9. השתמש ב"ישרי", וקבע בקירוב את השיפועים בנקודות המסומנות.



- | | |
|-------------------|-------------------|
| _____ השיפוע ב A: | _____ השיפוע ב E: |
| _____ השיפוע ב B: | _____ השיפוע ב F: |
| _____ השיפוע ב C: | _____ השיפוע ב G: |
| _____ השיפוע ב D: | |

10. אם יש, מצא על גרף הפונקציה וסמן:

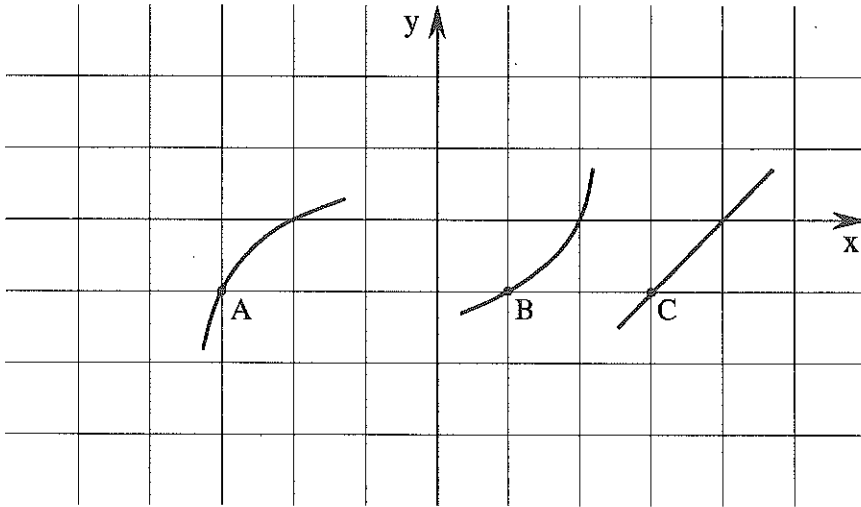


(א) נקודה אשר בה שיפוע הפונקציה חיובי.

(ב) נקודה אשר בה שיפוע הפונקציה שלילי.

(ג) נקודה אשר בה שיפוע הפונקציה אפס.

11. לפניך שרטוטים של פונקציות שונות:



(א) ענת טוענת: השיפועים של שלוש הפונקציות בנקודות A, B, ו-C שווים ל-1, כי "גובה המדרגה" בכולן הוא 1.

(ב) סיגל טוענת: השיפוע ב-A גדול מ-1.

השיפוע ב-B קטן מ-1.

והשיפוע ב-C שווה ל-1.

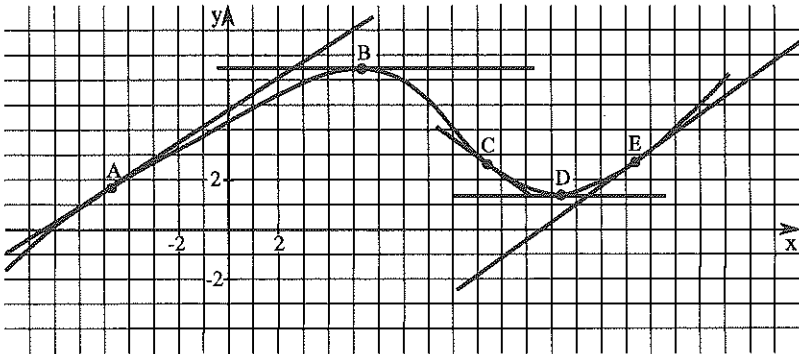
(ג) טלי טוענת: השיפוע ב-A קטן מ-1.

השיפוע ב-B גדול מ-1.

והשיפוע ב-C שווה ל-1.

מי לדעתך צודקת? ה ס ב ר !

12. לפניך פונקציה וישרים למדידת השיפוע בנקודות



בחר את התשובה הנכונה:

II השיפוע ב- A שווה ל:

(א) שיפוע ב- B

(ב) שיפוע ב- C

(ג) שיפוע ב- D

(ד) שיפוע ב- E

I השיפוע ב- A הוא:

(א) בין -1 ל- 0

(ב) בין 0 ל- 1

(ג) בין 1 ל- 2

(ד) בין 2 ל- 3

IV השיפוע ב- D שווה ל:

(א) שיפוע ב- A

(ב) שיפוע ב- B

(ג) שיפוע ב- C

(ד) שיפוע ב- E

III השיפוע ב- B הוא:

(א) חיובי

(ב) שלילי

(ג) אפס


(ד) לא ניתן לדעת

13. שרטט גרף של פונקציה העוברת דרך הנקודה $A(3, 7)$, עם שיפוע חיובי קטן מ 1 בנקודה A.

14. האם יתכן שבשתי נקודות על גרף הפונקציה יהיה אותו שיפוע ?

15. האם יתכן שלכל נקודות הגרף יהיה אותו שיפוע?

16. המורה שכחני שאל במבחן את השאלה הבאה.
 "התבונן בגרף שלפניך וענה מהו השפוע של הפונקציה f , בנקודת המכסימום $A(5,7)$?"
 שכחני שכח לשרטט את גרף הפונקציה.
 בכתה כמה סערה והתלמידים התלוננו כי אי אפשר לענות על השאלה.
 (שכחני חייך ואמר: "אני לא עונה בזמן מבחן")
 יוסי ענה ללא הגרף ומבלי לשרטט, האם יתכן כי ענה נכון? ואם כן - מה
 היתה תשובתו?


17.  נסה לשרטט פונקציה ובה נקודה A , אשר מקיימת את התנאים הבאים:
 (א) השיפוע ב A הוא אפס.
 (ב) A אינה נקודת קיצון.
 (ג) הפונקציה אינה קווית.

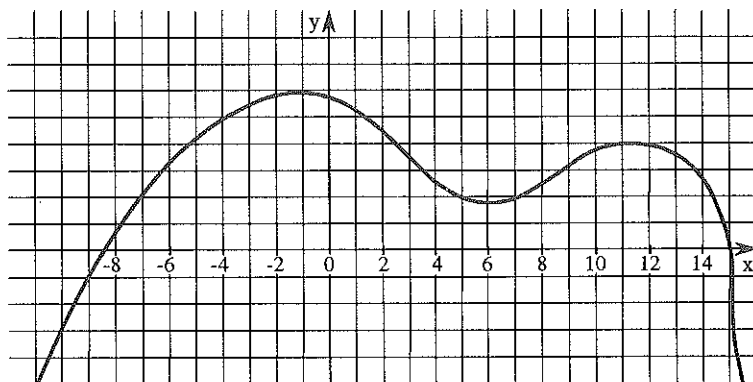
סימון השיפוע של פונקציה בנקודה

את שיפוע הפונקציה f בנקודה שבה $x = 2$, מסמנים בסימן $f'(2)$ לדוגמה:
 אם שיפוע הפונקציה f בנקודה שבה $x = 2$, הוא 5, נרשום:

$$f'(2) = 5$$

ונקרא: f תג של 2, שווה 5.

1. לפניך גרף של f 



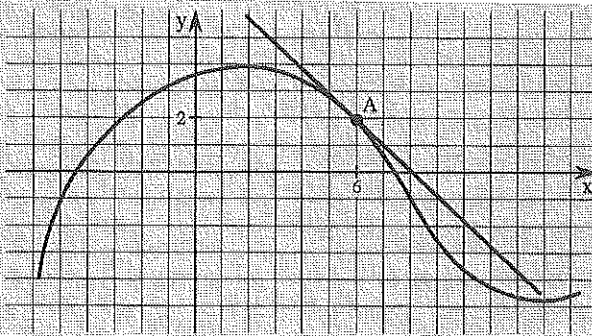
השתמש ב"ישר" השלם:

(השיפוע עבור $x = -4$) $f'(-4) =$

(השיפוע עבור $x = -2$) $f'(-2) =$

(השיפוע עבור $x = 2$) $f'(2) =$

(השיפוע עבור $x = 4$) $f'(4) =$



(השיפוע עבור $x = 6$) $f'(6) =$

שים לב! ערך הפונקציה בנקודה A הוא 2.

ובכתיב מתמטי:

$$f(6) = 2$$

שיפוע הפונקציה בנקודה A הוא -1.

ובכתיב מתמטי:

$$f'(6) = -1$$

2. נתייחס לנקודה $B(5, 3)$ ולנקודה $D(8, 1)$, הנמצאות על גרף של פונקציה g . כתוב בכתיב מתמטי.

(א) ערך הפונקציה בנקודה B הוא 3. _____

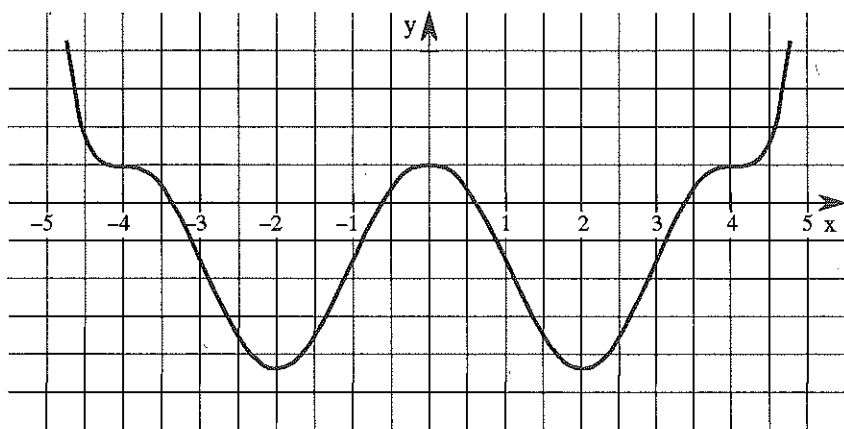
(ב) שיפוע הפונקציה בנקודה B הוא 2. _____

כתוב במלים:

_____ $g'(8) = -2$ (ג)

_____ $g(8) = 1$ (ד)

3. לפי גרף של פונקציה g .



רשום $<$, $>$ או $=$ (ראה דוגמה).

דוגמה: $g'(-4) = 0$ $g(-4) > 0$

(א) $g'(-3) > 0$ $g(-3) < 0$

(ב) $g'(-2) < 0$ $g(-2) < 0$

(ג) $g'(-1) < 0$ $g(-1) < 0$

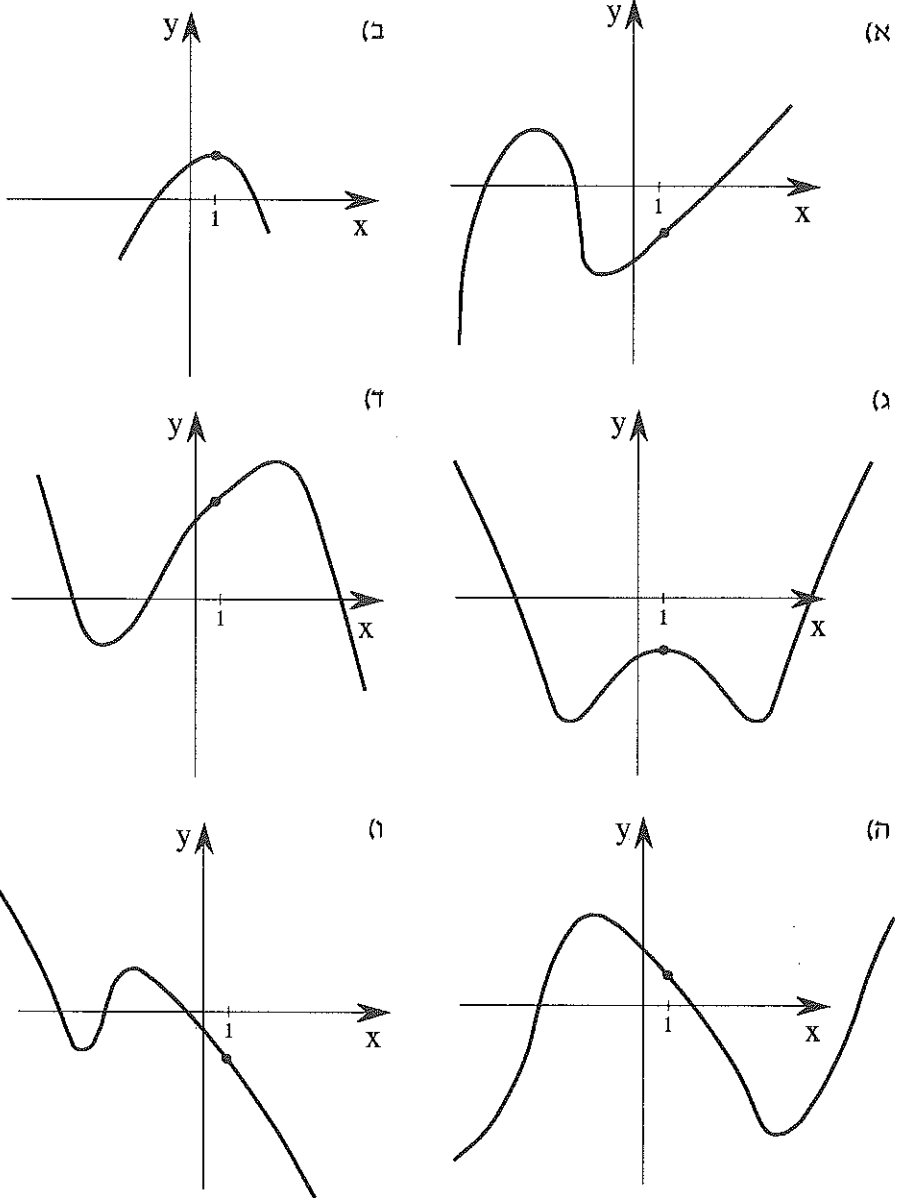
(ד) $g'(0) < 0$ $g(0) < 0$

(ה) $g'(4.5) > 0$ $g(4.5) < 0$



4. אחד מהגרפים הבאים הוא גרף של פונקציה f .

(I) נתון כי $f(1) > 0$. אלו גרפים יכולים להיות הגרף של f ?



(II) נתון גם כי $f'(1) < 0$. איזה גרף יכול לתאר את f ?

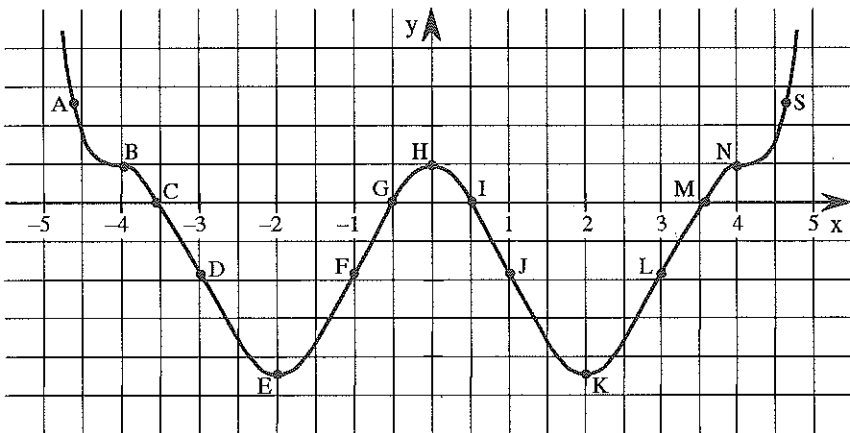
5. נתונה הפונקציה f והנקודה $A(5, 1)$ הנמצאת על גרף הפונקציה f . שיפוע הפונקציה בנקודה A הוא 0 . סמן: נכון, לא נכון או לא ניתן לדעת.

(א) $f(5) = 1$ (ד) $f'(1) = 5$

(ב) $f(1) = 5$ (ה) $f'(5) = 0$

(ג) $f'(5) = 1$

6. נתון גרף הפונקציה $f(x)$



מצא, מבין הנקודות המסומנות על גרף הפונקציה, את אלה המקיימות את התנאים הבאים:

- (א) $f(x)$ חיובי ו- $f'(x)$ חיובי _____
- (ב) $f(x)$ חיובי ו- $f'(x)$ שלילי _____
- (ג) $f(x)$ שלילי ו- $f'(x)$ שלילי _____
- (ד) $f(x)$ שלילי ו- $f'(x)$ חיובי _____
- (ה) $f(x)$ אפס ו- $f'(x)$ חיובי _____
- (ו) $f(x)$ אפס ו- $f'(x)$ שלילי _____
- (ז) $f(x)$ חיובי ו- $f'(x)$ אפס _____
- (ח) $f(x)$ שלילי ו- $f'(x)$ אפס _____

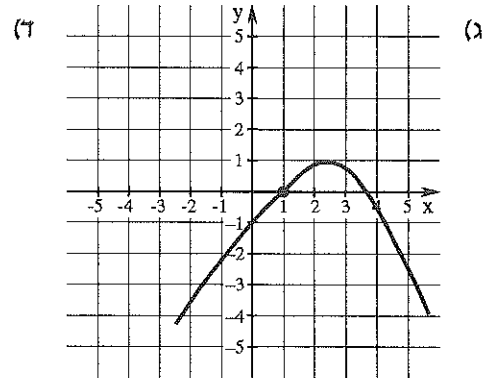
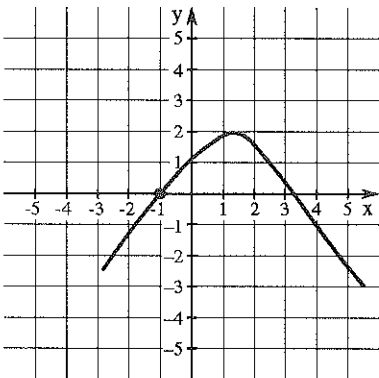
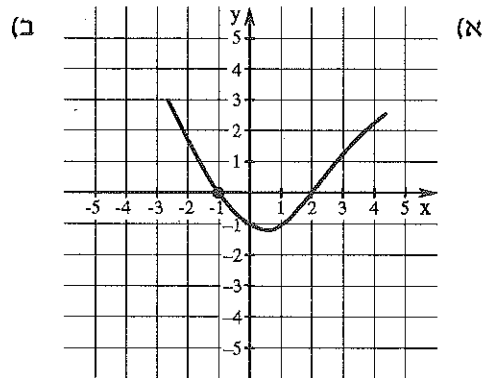
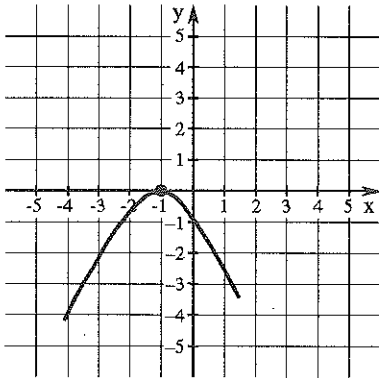
7. (א) שרטט גרף שבנו: $f(3) = 2$ ו- $f'(3) > 0$

(ב) שרטט גרף שבנו: $f(3) = 2$ ו- $f'(3) < 0$

(ג) שרטט גרף שבנו: $f(1) < 0$ ו- $f'(1) > 0$ ויש לו נקודת קיצון אחת.

(ד) שרטט גרף שבנו: $f(1) > 0$ ו- $f'(1) < 0$ ויש לו שתי נקודות קיצון.

8. נתון כי $f(-1) = 0$ ו- $f'(-1) < 0$. איזה גרף הוא הגרף של f ?




9. כשאתה מגיע למשבצת, קרא את ההוראות בחלקה התחתון והמשך על פיהן:

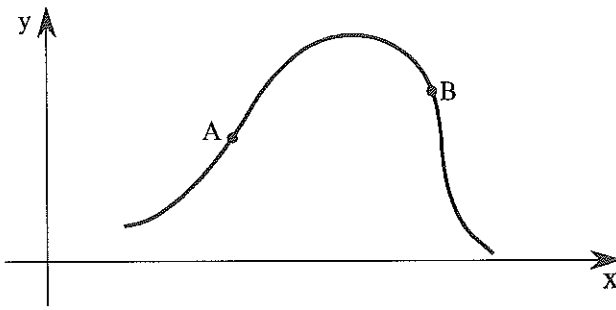
<input type="radio"/> $f'(1) = 0$	<input type="radio"/> $f(3) > 0$	<input checked="" type="radio"/> התחל כאן
<p>רשום 7 במשבצת בה רשום: שיפוע הפונקציה בנקודה $A(3,1)$ חיובי.</p>	<p>סיימת!</p>	<p>רשום 9 במשבצת בה רשום: שיפוע הפונקציה בנקודה $A(3,)$ הוא 2.</p>
<input type="radio"/> $f(3) = 2$	<input type="radio"/> $f(2) = 3$	<input type="radio"/> $f'(2) = 3$
<p>רשום 7 במשבצת בה רשום: הנקודה $B(2,3)$ נמצאת על גרף הפונקציה.</p>	<p>רשום 1 במשבצת בה רשום: שיפוע הפונקציה בנקודה $B(2,)$ הוא 3.</p>	<p>נתון כי $C(4,1)$ היא נקודת קיצון. רשום 8 במשבצת בה רשום, שיפוע הפונקציה בנקודה C.</p>
<input type="radio"/> $f'(4) = 0$	<input type="radio"/> $f'(3) > 0$	<input type="radio"/> $f'(3) = 2$
<p>נתון כי $D(1,4)$ היא נקודת קיצון. רשום 11 במשבצת בה רשום, שיפוע הפונקציה בנקודה D.</p>	<p>רשום 9 במשבצת בה רשום: ערך הפונקציה בנקודה $A(3,)$ חיובי.</p>	<p>רשום 1 במשבצת בה רשום: הנקודה $A(3,2)$ נמצאת על גרף הפונקציה.</p>

מה קיבלת?

עליה וירידה בנקודה

בעבר עסקת בעליה וירידה של פונקציה בתחום.
בעזרת המושג "השיפוע בנקודה", מדברים על עליה וירידה בנקודה.

1. (א) האם לדעתך, הפונקציה בנקודה A עולה או יורדת? 



_____ (ב) האם שיפוע הפונקציה בנקודה A חיובי או שלילי?

_____ (ג) האם לדעתך, הפונקציה בנקודה B עולה או יורדת?

_____ (ד) האם שיפוע הפונקציה בנקודה B חיובי או שלילי?

(ה) השלם (עולה או יורדת)

כאשר f' בנקודה חיובי, הפונקציה _____ בנקודה זו.

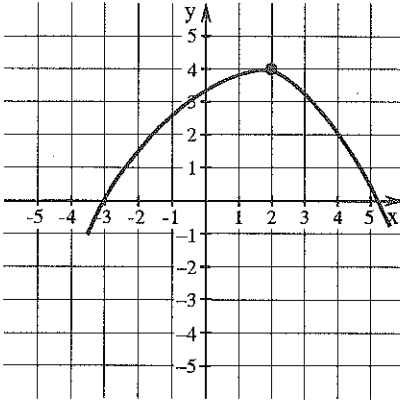
כאשר f' בנקודה שלילי, הפונקציה _____ בנקודה זו.



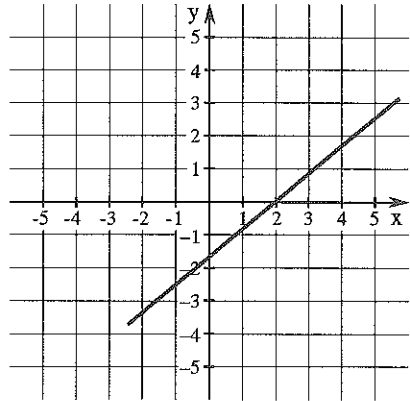
2. איזו מבין הפונקציות המשרטטות, מקיימת את כל התנאים:

$$f'(1) < 0 \quad f'(2) = 0 \quad f'(5) > 0$$

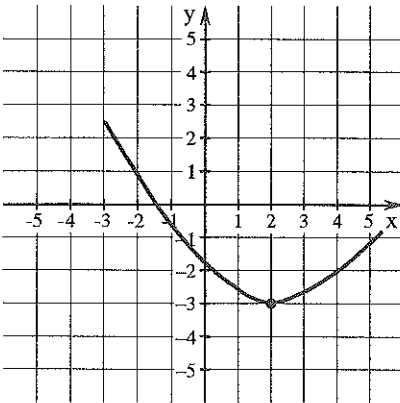
(ב)



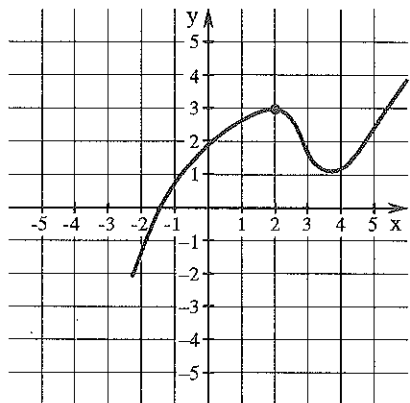
(א)



(ד)




(ג)



3. שרטט פונקציה המקיימת את כל התנאים הבאים:

$$f'(2) > 0 \quad f'(3) = 0 \quad f'(5) < 0$$



4. עי"ע  עבור הפונקציה t נתון:

$$t'(-1) = -2 \quad t'(1) = -\frac{1}{2} \quad t'(2) = 0 \quad t'(5) = \frac{1}{2} \quad t'(6) = 1$$

אחת מהנקודות היא נקודת קיצון.
 בחר אחת מבין האפשרויות: עליה, ירידה, קיצון.
 (אין אפשרות לחשב את שיעור y .)

_____ היא נקודת $(-1,)$

_____ היא נקודת $(1,)$


_____ היא נקודת $(2,)$

_____ היא נקודת $(5,)$

_____ היא נקודת $(6,)$

נסה לקבוע, אם נקודת הקיצון היא נקודת מכסימום או מינימום, **נמק!**

לשיפוע הפונקציה בנקודה, קוראים גם **נגזרת הפונקציה בנקודה**.

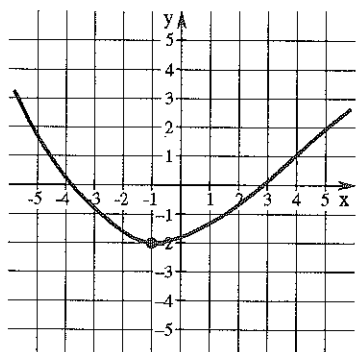
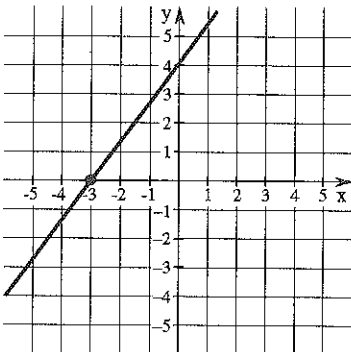
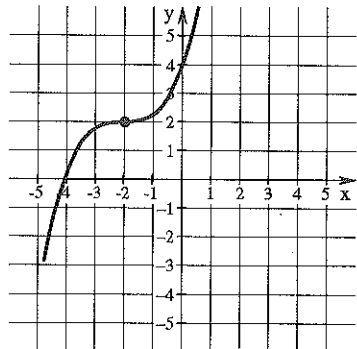
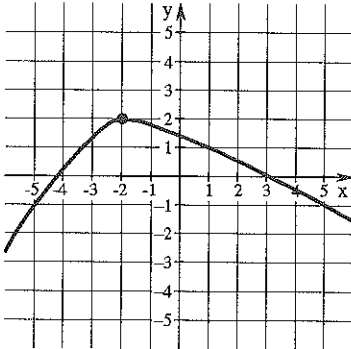
5. עי"ע  נתונה הפונקציה f והנקודות $A(2,3)$ ו- $B(5,0)$.
 נתון כי $f'(2) = -1$ ו- $f'(5) = 2$.

- (א) אם הנגזרת ב- A שלילית, רשום ת אחרת רשום פ.
 (ב) אם ערך הפונקציה ב- A שלילי, רשום ג אחרת רשום ה.
 (ג) אם הנגזרת ב- B שווה לאפס, רשום ק אחרת רשום ז.
 (ד) אם הפונקציה עולה בנקודה B , רשום ג אחרת רשום ל.
 (ה) אם הנגזרת ב- B גדולה מ- 1 , רשום נ אחרת רשום ח.
 קרא מלמטה למעלה. מה קבלת !

גרזיון

6. איזו מבין הפונקציות הבאות מקיימת את כל התנאים:

$$f'(-5) > 0 \quad f'(-2) = 0 \quad f'(1) > 0$$



7. שרטט פונקציה המקיימת את כל התנאים הבאים:

(א) הנגזרת בנקודה $(-4,)$ שלילית.

(ב) הנגזרת בנקודה $(-3,)$ שווה ל-0.

(ג) הנגזרת בנקודה $(-2,)$ חיובית.

8. עבור הפונקציה k נתון:

$$k'(5) = 2 \quad k'(6) = 0 \quad k'(7) = -1 \quad k'(8) = -2$$

אחת מהנקודות היא נקודת קיצון.

בחר אחת מבין האפשרויות: עליה, ירידה, קיצון

(אין אפשרות להשלים את שיעור y .)

(5,) היא נקודת _____

(6,) היא נקודת _____

(7,) היא נקודת _____

(8,) היא נקודת _____

נסה לקבוע אם נקודת הקיצון היא נקודת מכסימום או מינימום, נמק.

9. א) לפונקציה f יש נקודת קיצון יחידה $(4,10)$

$$f'(3) = -6 \quad f'(4) = 0 \quad f'(5) = 1$$

וכן נתון כי האם $(4,10)$ היא מינימום או מכסימום? נמק!

ב) לפונקציה g יש שתי נקודות קיצון $(1,)$ $(5,)$

$$g'(0) = 3 \quad g'(1) = 0$$

$$g'(2) = -1 \quad g'(5) = 0 \quad g'(6) = 2$$

מי מהשתיים היא נקודת המינימום ומי המכסימום? נמק!

10. לגבי הפונקציה g ידוע שאין לה נקודה בה השיפוע אפס.

$$g'(-5) = 5$$

בחר את הטענה הנכונה. נמק בחירתך!

א) הפונקציה g עולה בחלק מהתחום, ויורדת בחלק מהתחום.

ב) הפונקציה g יורדת בכל התחום.

ג) הפונקציה g עולה בכל התחום.

ד) אין מספיק נתונים, כדי לדעת אם הפונקציה עולה או יורדת.

11. לגבי הפונקציה g ידוע שאין לה נקודה בה השיפוע אפס.

$$g(-5) = 5$$

בחר את הטענה הנכונה. נמק בחירתך!


(א) הפונקציה g עולה בחלק מהתחום, ויורדת בחלק מהתחום.

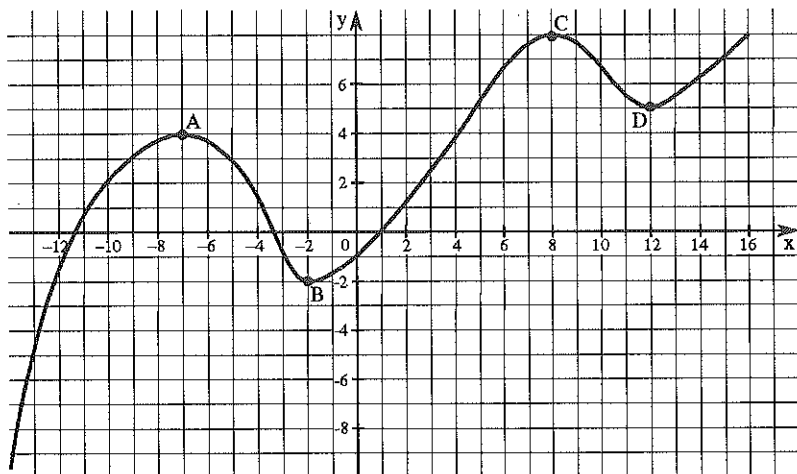
(ב) הפונקציה g יורדת בכל התחום.

(ג) הפונקציה g עולה בכל התחום.

(ד) אין מספיק נתונים, כדי לדעת אם הפונקציה עולה או יורדת.

זיהוי נקודות קיצון

1. לפונקציה המשורטטת ארבע נקודות קיצון 



(א) השלם על-פי הדוגמה:

שיעורי הנקודה A הם $(-7, 4)$ והיא נקודת מכילון . $f'(-7) = 0$

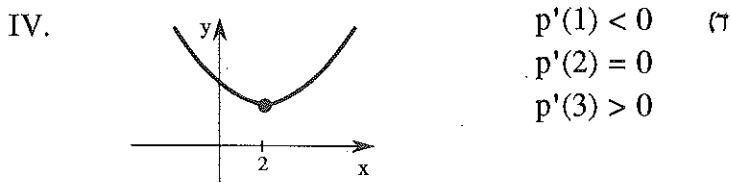
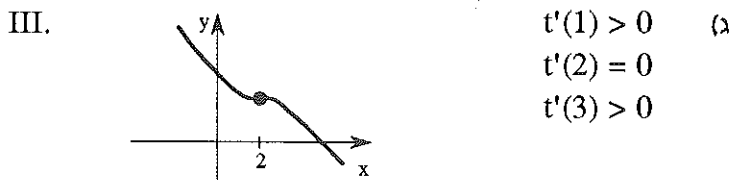
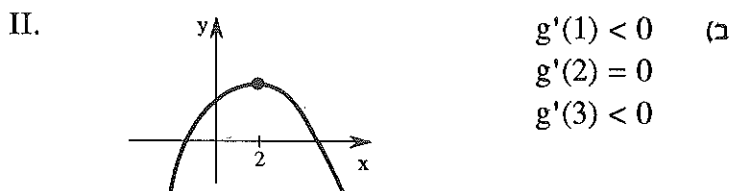
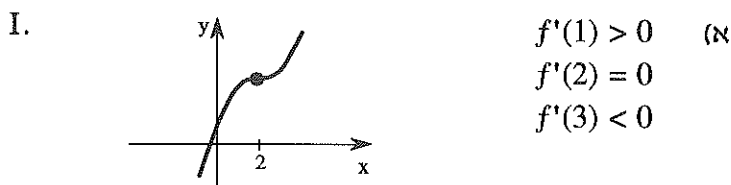
שיעורי הנקודה B הם $(_, _)$ והיא נקודת $f'(_) = _$

שיעורי הנקודה C הם $(_, _)$ והיא נקודת $f'(_) = _$

שיעורי הנקודה D הם $(_, _)$ והיא נקודת $f'(_) = _$

(ב) מה המשותף לכל נקודות הקיצון ?

2. לכל רשימת תנאים בצד ימין מצא פונקציה מתאימה בצד שמאל.



3. אם נקודה היא נקודת קיצון, אז השיפוע בנקודה זו הוא אפס.



(א) נסח משפט הפוך.

(ב) האם המשפט שנסחת נכון? נמק!

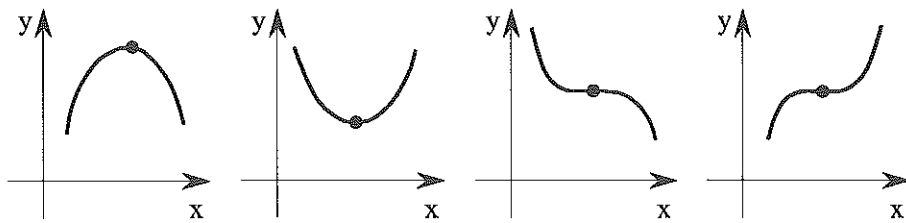
בכל נקודות הקיצון השיפוע הוא אפס, אך לא כל נקודה
 בה השיפוע אפס, היא נקודת קיצון.



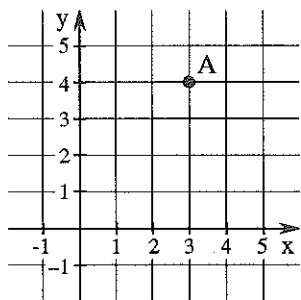
4. רשום נכון תמיד, יתכן או לא יתכן.

- א) אם השיפוע ב- A הוא אפס, אז A נקודת קיצון.
- ב) אם B נקודת קיצון, אז השיפוע ב- B הוא אפס.
- ג) אם השיפוע ב- C חיובי, אז C נקודת מכסימום.
- ד) אם E נקודת מכסימום, אז השיפוע ב- E הוא חיובי.
- ה) אם F נקודת מינימום, אז השיפוע ב- F הוא אפס.
- ו) אם השיפוע ב- G חיובי, אז G אינה נקודת קיצון.
- ז) אם השיפוע ב- D שלילי, אז D נקודת מינימום.

כיצד נמצא את נקודות הקיצון של פונקציה?
 אנו מחפשים נקודות בהן השיפוע הוא אפס, אך אין אנו בטוחים כי כל נקודה כזו היא נקודת קיצון.



נקרא לנקודה בה השיפוע הוא אפס "נקודה חשודה".
 כדי לבדוק אם היא באמת נקודת קיצון, אפשר לבדוק שיפוע לפניה ואחריה, אבל אפשר ואולי יותר נוח, לבדוק את ערכי הפונקציה לפניה ואחריה.



5. לפונקציה p רק נקודה אחת "חשודה" A(3, 4).
 א) השלם: $p'(3) = \underline{\hspace{2cm}}$.
 ב) נתון כי (2, 3) ו- (4, 2) על גרף הפונקציה. סמן במערכת הצירים, ושרטט סקיצה של p.

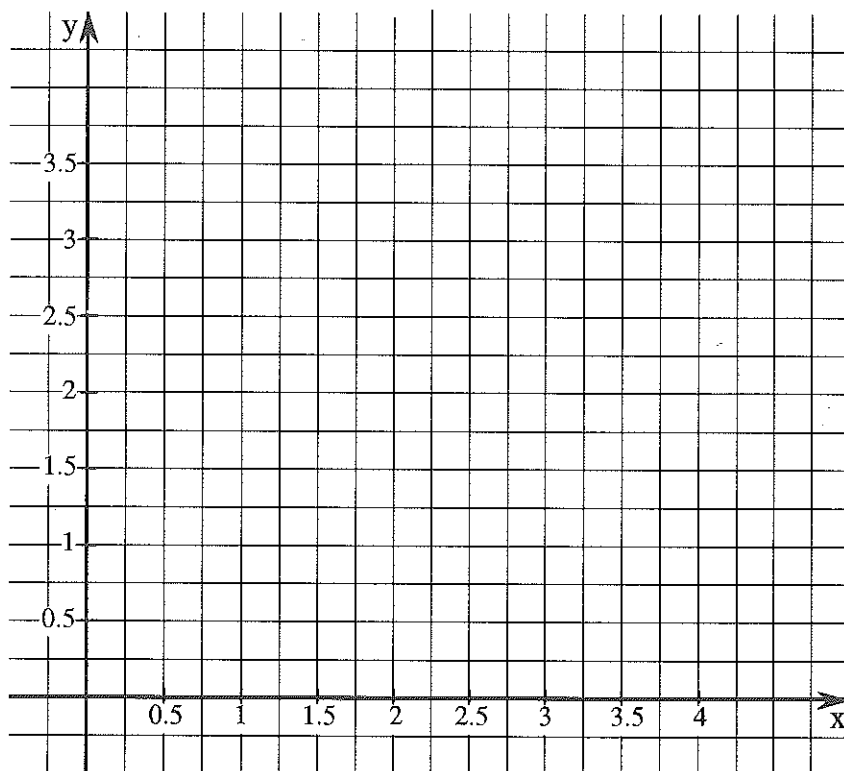
ג) האם A נקודת קיצון? אם כן, מאיזה סוג? נמק!



6. $A(2, 3)$ היא נקודה "חשודה" על גרף הפונקציה f ונתון כי $(1, 2)$ ו- $(3, 2)$ נמצאות על גרף הפונקציה.

(א) האם ניתן להסיק כי A נקודת קיצון? נמק!

(ב) לפניך נתונים נוספים, המתיחסים לפונקציה של הסעיף הקודם:
לפונקציה רק שתי נקודות "חשודות" A ו- $B(2.5, 3.5)$.
שרטט סקיצה (העזר בנתונים של שני הסעיפים).



(ג) האם A ו- B נקודות קיצון? אם כן, מאיזה סוג?

(ד) האם ענית נכון על סעיף א? אם לא, מה היתה הבעיה?

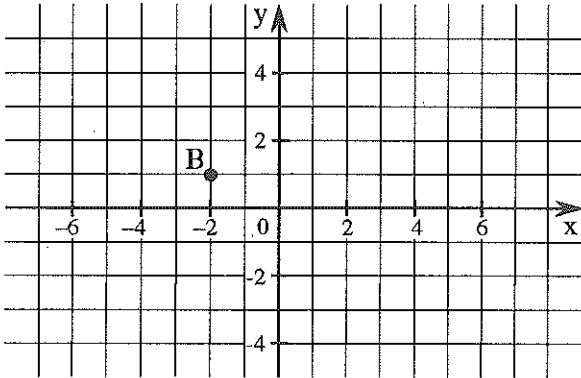


7. לפונקציה f רק נקודה אחת "חשודה" $B(-2, 1)$.

(א) השלם $f'(-2) = \underline{\hspace{2cm}}$

(ב) נתון כי $(-3, 5)$ ו- $(1, -2)$ נמצאות על גרף הפונקציה f .

שרטט סקיצה של גרף הפונקציה f .



(ג) האם B נקודת קיצון? אם כן, מאיזה סוג? נמק!

גרזולין

8. לפונקציה f רק נקודה אחת "חשודה" $C(6, -1)$.

(א) השלם: $f'(\underline{\hspace{2cm}}) = 0$

(ב) נתון כי $(5, 3)$ ו- $(7, 5)$

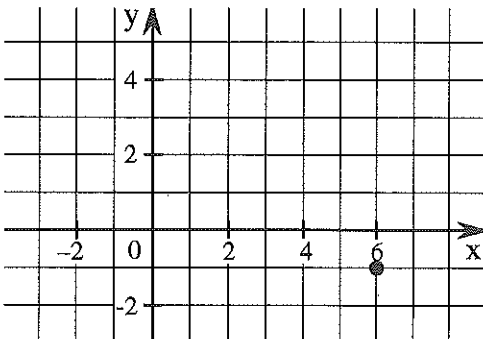
נמצאות על גרף הפונקציה.

שרטט סקיצה של f .

(ג) האם C נקודת קיצון?

אם כן, מאיזה סוג?

נמק!

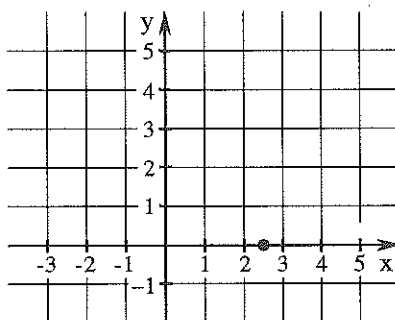


9. לפונקציה s רק נקודה אחת "חשודה" $D(2.5, 0)$.

(א) השלם: $s'(\underline{\quad}) = 0$

(ב) נתון כי $(2, 5)$ ו- $(5, 3)$ נמצאות על גרף הפונקציה s .

שרטט סקיצה של גרף הפונקציה s .



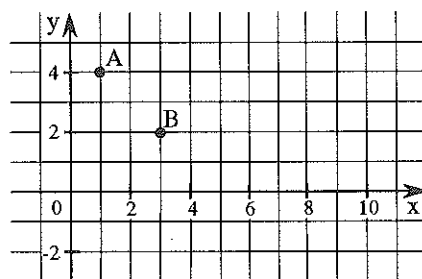
(ג) האם D נקודת קיצון? אם כן, מאיזה סוג? נמק!

10. לפונקציה m שתי נקודות "חשודות" בלבד: $A(1, 4)$ ו- $B(3, 2)$.

(א) השלם $m'(1) = \underline{\quad}$ $m'(3) = \underline{\quad}$

(ב) נתון כי $(0, 2)$, $(2, 3)$ ו- $(4, 5)$ נמצאות על גרף הפונקציה m .

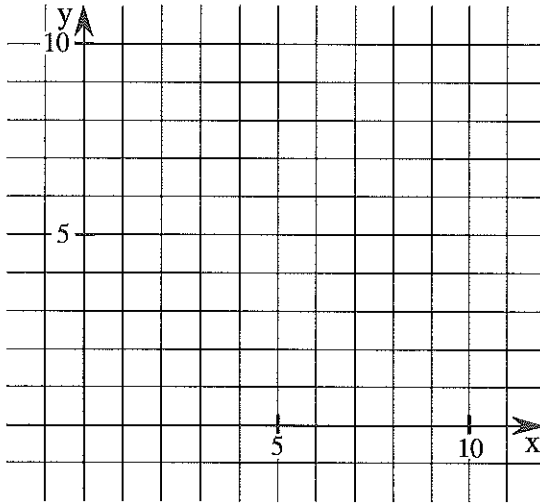
שרטט סקיצה של גרף הפונקציה m .



(ג) האם A נקודת קיצון? אם כן, מאיזה סוג? נמק!

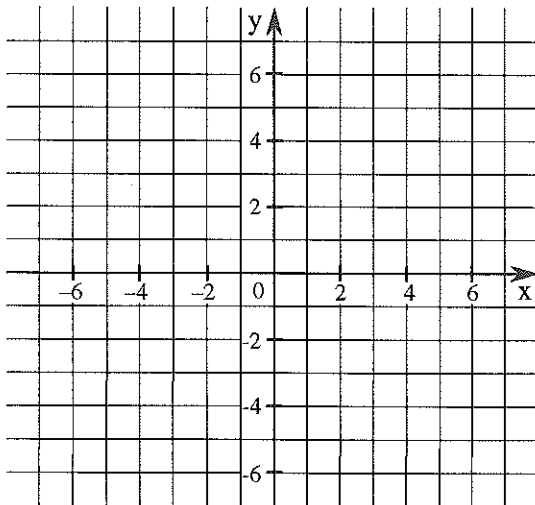
(ד) האם B נקודת קיצון? אם כן, מאיזה סוג? נמק!

11. לפונקציה k שתי נקודות "חשודות" בלבד: $C(5, 5)$, $D(10, 8)$.
 ונתון כי $(4, 3)$, $(6, 7)$ ו- $(11, 10)$ נמצאות על גרף הפונקציה k .



שרטט סקיצה של גרף
 הפונקציה k , ובדוק האם C
 ו- D הן נקודות קיצון. נמק!

12. לפונקציה t רק שלוש נקודות "חשודות" $A(-3, 2)$, $B(1, -3)$, $C(3, -2)$.
 נתון כי $(-4, 4)$, $(-2, 1)$, $(2, -2.5)$ ו- $(4, -6)$ נמצאות על גרף
 הפונקציה t .



שרטט סקיצה של גרף
 הפונקציה t ובדוק האם A ,
 B ו- C הן נקודות קיצון.
 אם כן, קבע מאיזה סוג.

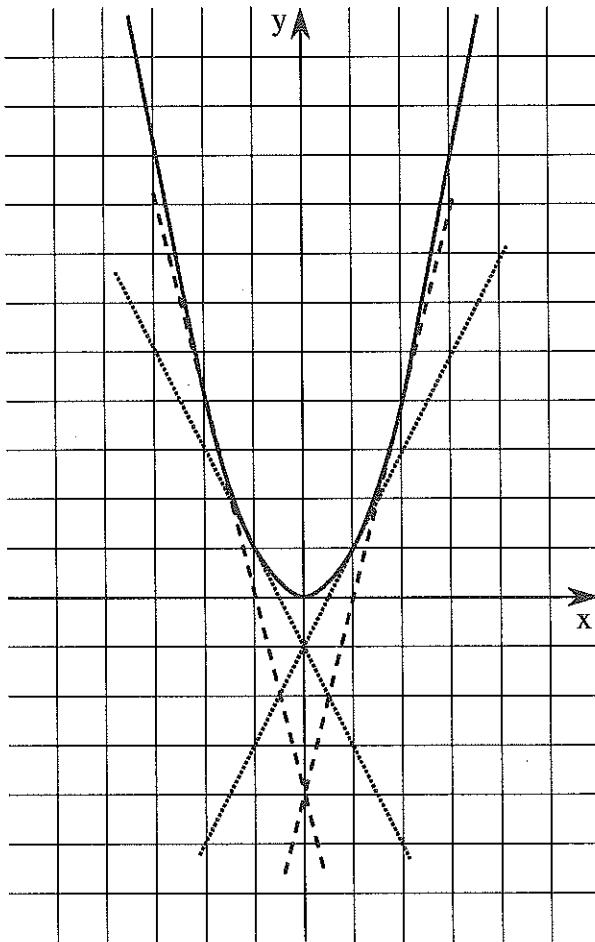
הפונקציה הנגזרת

כתיבת תרגילי ו תוכן לכתב פסולת שיטת כתיבה.

הפסולת כתיבה מופיעה בעמודים 176 - 172 .

1. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2$.

(א) השתמש בשרטוטים ורשום את השיפועים הבאים:



$$f'(-1) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$f'(1) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$f'(-2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$f'(0) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$f'(2) = \underline{\hspace{2cm}}$$


(ב) נסה לשער ולהשלים את השיפועים הבאים.

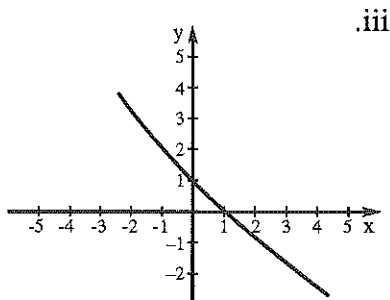
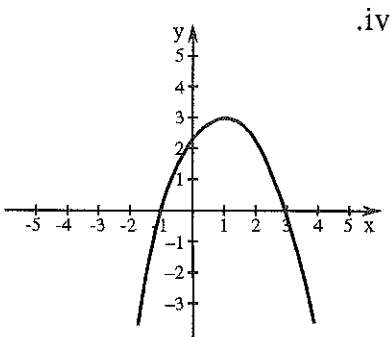
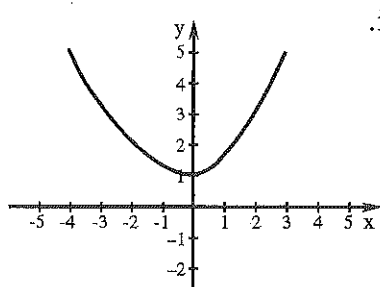
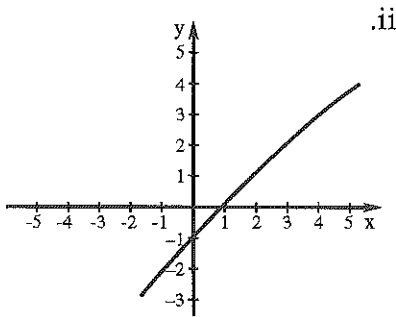
$$f'(5) = \underline{\hspace{2cm}} \quad f'(3.5) = \underline{\hspace{2cm}} \quad f'(-\frac{1}{2}) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$f'(x) = \underline{\hspace{2cm}} \quad f'(-150) = \underline{\hspace{2cm}} \quad f'(100) = \underline{\hspace{2cm}}$$

אם השלמת את החסר שיערת כי: אם $f(x) = x^2$ או $f'(x) = 2x$.
בעתיד נראה כי הניחוש אמנם נכון.

$f'(x)$ היא פונקציה חדשה, היא נקראת **הפונקציה הנגזרת**.
הפונקציה הנגזרת מתאימה לכל מקור (x) את שיפוע
הפונקציה (המקורית) בנקודה.

2.  לא ידוע החוק של g , ידוע רק כי הפונקציה הנגזרת היא $g'(x) = -2x + 2$
(א) הצב וחשב $g'(1) = \underline{\hspace{2cm}}$
(ב) על פי התוצאה ב- א, איזה גרף הוא הגרף של g ?



ג) הצב וחשב: $g'(2) = \underline{\hspace{2cm}}$. בדוק אם התוצאה שהתקבלה, מתאימה לגרף שבחרת.

בכל אחד מהסעיפים הבאים, בדוק על ידי הסתכלות בגרף, ואשר על ידי הצבה בפונקציה הנגזרת, (שים לב: תוכל לענות גם בלי לדעת את שיעור ה-y של הנקודה).

ד) האם הנקודה (4,) היא נקודת עליה או ירידה ? $g'(4) = \underline{\hspace{2cm}}$: הצב וחשב.

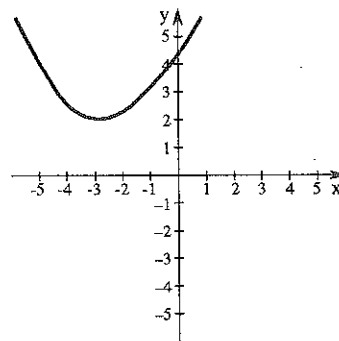
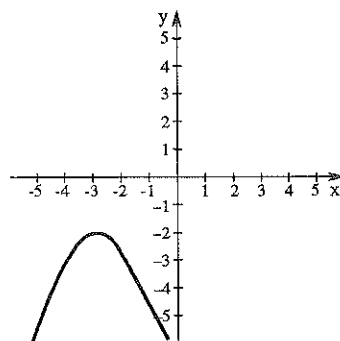
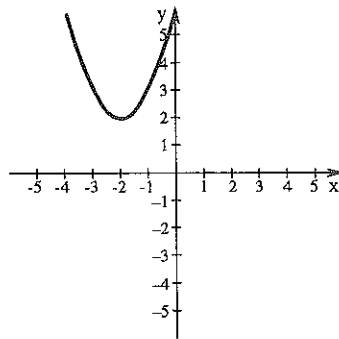
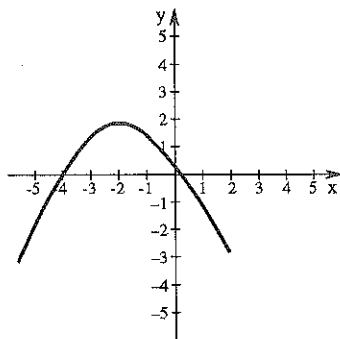
ה) האם הנקודה (3,) היא נקודת עליה או ירידה ? $g'(3) = \underline{\hspace{2cm}}$: הצב וחשב.

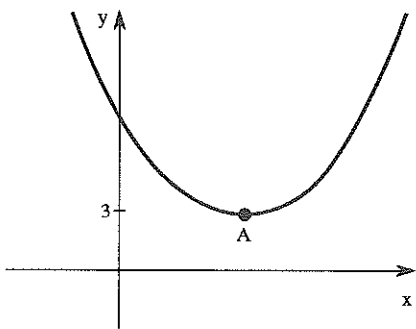
ו) האם הנקודה (0,) היא נקודת עליה או ירידה ? $g'(0) = \underline{\hspace{2cm}}$: הצב וחשב.

3. לא ידוע החוק של g , ידוע רק כי הפונקציה הנגזרת היא $g'(x) = 2x + 4$.

א) הצב וחשב: $g'(-2) = \underline{\hspace{2cm}}$, $g'(0) = \underline{\hspace{2cm}}$

ב) על פי התוצאה ב-א מצא מבין הסקיצות הבאות את הסקיצה של g .



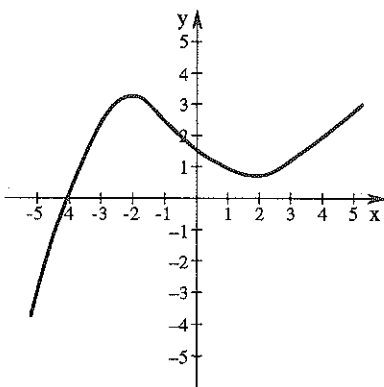


4. לפניך גרף הפונקציה m .



(א) לא ידוע חוק ההתאמה של m
 וידוע כי $m'(x) = 5x - 50$.
 מצא את שיעורי הנקודה A .

(ב) האם יכולת למצוא את שיעורי הנקודה A , אילו לא ניתן השרטוט, אך נאמר ש- A נקודת קיצון?



5. לפניך גרף של פונקציה p .



להלן רשימה של שש פונקציות, אחת מהן היא הפונקציה הנגזרת של p .
 נסה לזהות אותה.

$p'(x) = 2 - x^2$ (II)

$p'(x) = x + 2$ (I)

$p'(x) = 2 - x$ (IV)

$p'(x) = x - 2$ (III)

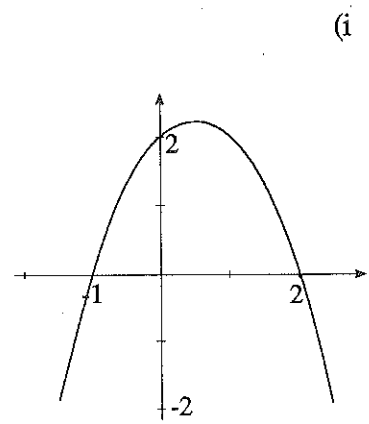
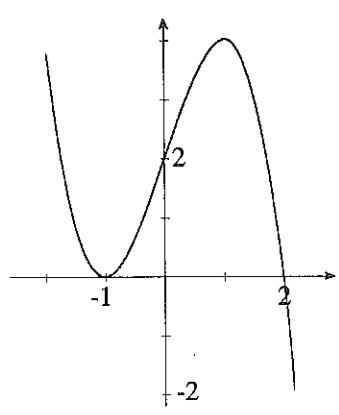
$p'(x) = -2 - x$ (VI)

$p'(x) = x^2 - 4$ (V)



6. לפניך גרפים של הפונקציות:

$$g(x) = -(x-2)(x+1) \quad , \quad f(x) = (x+1)^2(2-x)$$



(א) נסה להתאים חוק לגרף. נמק!

(ב) מצא נקודות חיתוך של כל פונקציה עם הצירים. האם זה עוזר להחלטתך ב-א'?

(ג) נתונות נגזרות הפונקציות:

$$g'(x) = 1 - 2x \quad , \quad f'(x) = 3(1 - x^2)$$

מצא נקודות בהן שיפוע הפונקציה הוא אפס.

(ד) האם זה עוזר להחלטתך ב-א'?



7. נתון: $f(x) = 3x^4 - 2x^3 + 7x$ $f'(x) = 12x^3 - 6x^2 + 7$
 כל הסעיפים הבאים מתייחסים לפונקציה f הרשומה למעלה ולפונקציה הנגזרת שלה f' . רשום רק את ה"תרגום למתמטיקה", אל תפתור עד הסוף.

לדוגמה: בנקודה A השיפוע הוא 3. מצא את שיעור ה-x של A.

פתרון: $3 = 12x^3 - 6x^2 + 7$

(א) בנקודה B $y = 2$. מצא את שיעור x של הנקודה B. _____

(ב) מצא את שיפוע הפונקציה בנקודה בה $x = 3$. _____

(ג) מהו שיעור x של הנקודה בה שווה השיפוע ל -2? _____

(ד) מהו ערך הפונקציה בנקודה בה $x = -2$? _____

(ה) מהו שיעור x של הנקודה בה ערך הפונקציה שווה ל -2? _____



8. התאם בין הטורים

- | | |
|-------------------|---|
| • $g(3)$ (א) | • 1. מהו שיפוע הפונקציה בנקודה בה $x = 3$? |
| • $g'(3)$ (ב) | • 2. מצא את נקודת החיתוך עם ציר y. |
| • $g(x) = 3$ (ג) | • 3. מהי נגזרת הפונקציה בנקודה $(0,)$? |
| • $g'(x) = 3$ (ד) | • 4. באיזו נקודה שווה הנגזרת לאפס ? |
| • $g(0) =$ (ה) | • 5. מהו ערך הפונקציה בנקודה בה $x = 3$? |
| • $g(x) = 0$ (ו) | • 6. מצא נקודה עבורה ערך הפונקציה הוא 3. |
| • $g'(0) =$ (ז) | • 7. באיזו נקודה שווה השיפוע ל 3 ? |
| • $g'(x) = 0$ (ח) | • 8. מצא את נקודת החיתוך עם ציר x. |

9. לא ידוע החוק של m , אך ידוע כי הפונקציה הנגזרת היא $m'(x) = x^2 - 10$.

(א) השלם, (רשום עליה או ירידה).

_____ הנקודה ששיעור x שלה 2 היא נקודת

_____ הנקודה ששיעור x שלה 3 היא נקודת

_____ הנקודה ששיעור x שלה 4 היא נקודת

_____ הנקודה ששיעור x שלה 5 היא נקודת

(ב) האם לדעתך, יש לפונקציה נקודות קיצון? **נמק!**

10. לא ידוע החוק של t , אך ידוע כי הפונקציה הנגזרת היא $t'(x) = x^2 - x - \frac{3}{4}$.

(א) השלם, (רשום עליה או ירידה).

_____ הנקודה ששיעור x שלה -2 היא נקודת

_____ הנקודה ששיעור x שלה -1 היא נקודת

_____ הנקודה ששיעור x שלה 0 היא נקודת

_____ הנקודה ששיעור x שלה 1 היא נקודת

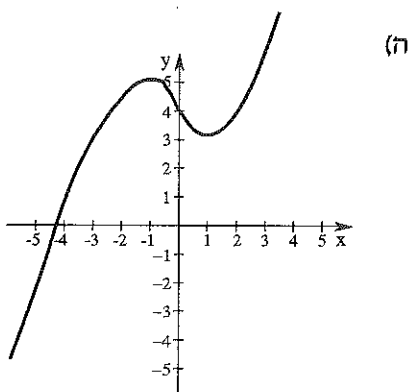
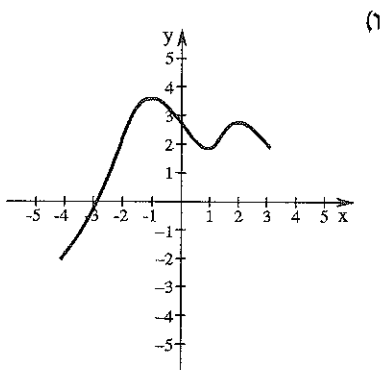
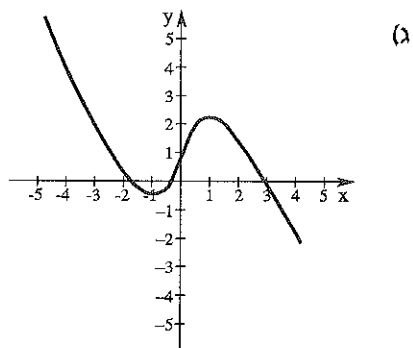
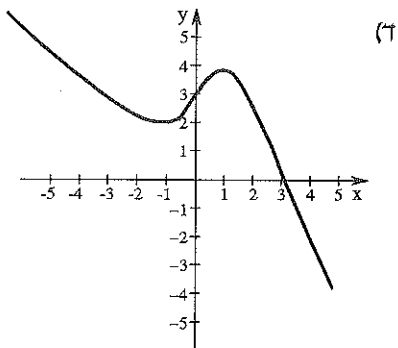
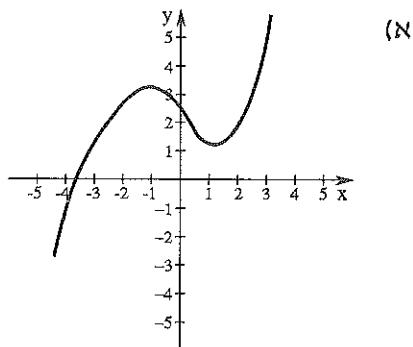
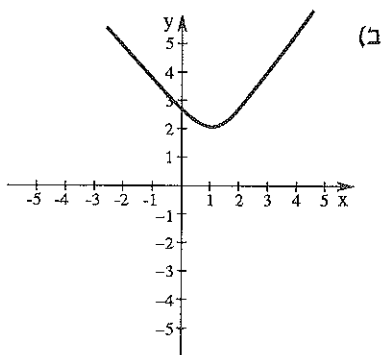
_____ הנקודה ששיעור x שלה 2 היא נקודת


(ב) האם לדעתך, יש לפונקציה נקודות קיצון? **נמק!**

11. לא ידוע החוק של g , אך ידוע כי הפונקציה הנגזרת היא $g'(x) = x^2 - 1$.

I הצב וחשב: $g'(-1) =$ $g'(1) =$ $g'(2) =$

II אלו גרפים יכולים להיות הגרף של g ?



12. פתור את המשוואות 


$$(x - 2)(x + 1) = 0 \quad (\text{ד})$$

$$2x^2 - 12x - 14 = 0 \quad (\text{א})$$

$$\frac{2x - 6}{x^2 + 1} = 0 \quad (\text{ה})$$

$$x^3 - 4x^2 = 0 \quad (\text{ב})$$

$$x^3 - x = 0 \quad (\text{ג})$$

13. לפניך 20 משוואות. 

סמן $\sqrt{\quad}$ ליד כל משוואה שאתה יודע לפתור. סמן \times ליד אלה שאינך יודע לפתור.

$$x^2 + 20 = 0 \quad (\text{יא})$$

$$(x + 2)(x - 5) = 0 \quad (\text{א})$$

$$x^2 - 20 = 0 \quad (\text{יב})$$

$$(x + 2)(x - 5) = 60 \quad (\text{ב})$$

$$x^5 - x^4 = 0 \quad (\text{יג})$$

$$(x + 3)(x - 4)(x + 1) = 0 \quad (\text{ג})$$

$$x^4 - 3x^3 - 4x^2 = 5 \quad (\text{יד})$$

$$(x + 3)(x - 4)(x + 1) = 17 \quad (\text{ד})$$

$$x^4 - 3x^3 - 4x^2 = 0 \quad (\text{טו})$$

$$x^2 - 16 = 0 \quad (\text{ה})$$

$$\frac{(x + 2)(x - 5)}{17} = 0 \quad (\text{טז})$$

$$x^3 - 3x^2 - 4x = 2 \quad (\text{ו})$$

$$x^7 + x^6 = 12 \quad (\text{יז})$$

$$x^2 - 3x = 0 \quad (\text{ז})$$

$$(x \neq -1) \quad \frac{x^2 - 3x - 4}{x + 1} = 0 \quad (\text{יח})$$


$$x^2 = 7x \quad (\text{ח})$$

$$(x \neq 2) \quad \frac{8}{x - 2} = 0 \quad (\text{יט})$$

$$x^3 - 3x^2 - 4x = 0 \quad (\text{ט})$$


$$\frac{x - 2}{8} = 0 \quad (\text{כ})$$

$$x^4 - 3x^3 - 4x - 3 = 0 \quad (\text{י})$$

14. פתור את המשוואות של הסעיף הקודם, (אלו שסימנת ב $\sqrt{\quad}$). 

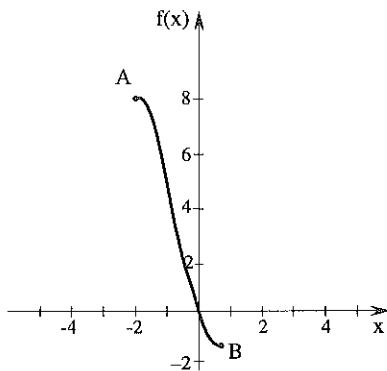
שרטוט פונקציה בעזרת הפונקציה הנגזרת

בסעיפים הקודמים למדת לשרטט פונקציה. כאשר נקודות קיצון נתונות. בסעיף האחרון, ראית שבנקודות ה"חשודות" הנגזרת אפס. כדי לקבוע, מי מהנקודות ה"חשודות" אכן נקודת קיצון, ומאיזה סוג היא (מכסימום או מינימום), בדקת ערכים של הפונקציה, לפני הנקודה ה"חשודה" ואחריה. בסעיף זה תעסוק במציאת הנקודות ה"חשודות" ובבדיקתן.

1.  לפונקציה $f(x) = x^3 + 2x^2 - 4x$

יש רק שתי נקודות "חשודות" A ו-B.

במערכת הצירים מסומנות הנקודות ה"חשודות", ומשורטט חלק הגרף של f המחבר אותן.



(א) חשב שיעורי נקודה הנמצאת על גרף הפונקציה f משמאל לחלק הגרף המשורטט וסמן אותה במערכת הצירים. האם A היא נקודת קיצון? אם כן, מאיזה סוג?

(ב) חשב שיעורי נקודה הנמצאת על גרף הפונקציה f מימין לחלק הגרף המשורטט וסמן אותה במערכת הצירים. האם B היא נקודת קיצון? אם כן, מאיזה סוג?



2. נתונה הפונקציה $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x$ והפונקציה הנגזרת שלה $f'(x) = 6x^2 - 18x + 12$

נמצא את נקודות הקיצון.

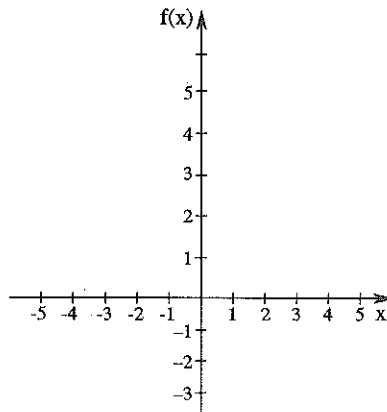
א) נחפש נקודות "חשודות": נקודות בהן השיפוע הוא אפס. השלם:

$$f'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$6x^2 - 18x + 12 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x = \underline{\hspace{1cm}} \quad \text{או} \quad x = \underline{\hspace{1cm}}$$

ב) הנקודות "חשודות" הן (\quad , \quad) ו (\quad , \quad) . סמן אותן במערכת הצירים וחבר אותן.



ג) מצא שיעורי נקודה, הנמצאת על גרף הפונקציה משמאל לחלק ששרטטת וסמן אותה במערכת הצירים.

ד) מצא שיעורי נקודה, הנמצאת על גרף הפונקציה מימין לחלק ששרטטת וסמן אותה במערכת הצירים.

ה) האם הנקודות "חשודות" הן נקודות קיצון? אם כן, מאיזה סוג? – השלם סקיצה של גרף הפונקציה.



3. נתונה הפונקציה $p(x) = 3x^4 - 4x^3$ והפונקציה הנגזרת שלה $p'(x) = 12x^3 - 12x^2$.

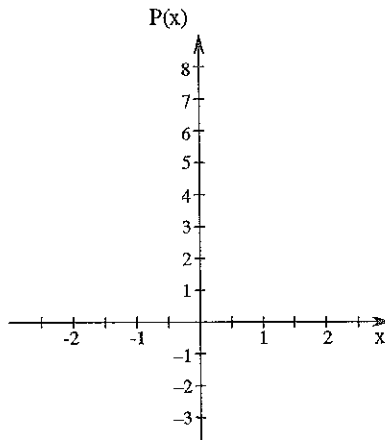
(א) רשום משוואה, בעזרתה תמצא נקודות "חשודות".

פתור: $12x^2(-) = 0$

$x = \underline{\hspace{2cm}}$ או $x = \underline{\hspace{2cm}}$

הנקודות ה"חשודות" הן (\quad , \quad) ו- (\quad , \quad) . סמן אותן במערכת הצירים.

(ב) הנקודות $(0, 0)$ ו- $(1\frac{1}{3}, 0)$ הן נקודות החיתוך עם הצירים סמן גם אותן במערכת הצירים.



(ג) כמה נקודות נוספות זרושות כדי לאפיין את הנקודות ה"חשודות"? מצא וסמן במערכת הצירים.

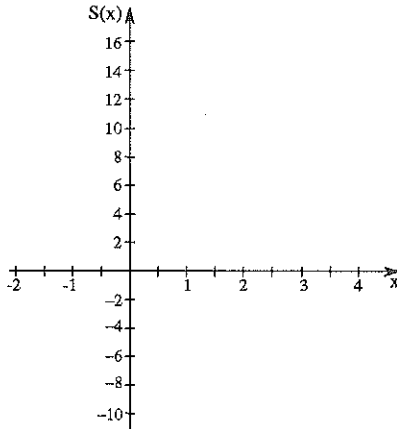
(ד) השלם סקיצה של גרף הפונקציה.



4. נתונה הפונקציה $s(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x$

והפונקציה הנגזרת שלה $s'(x) = -3x^2 + 12x - 9$

א) מצא נקודות "חשודות" וסמן אותן במערכת הצירים.



ב) הנקודות $(0, 0)$ ו- $(3, 0)$ הן נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים. סמן אותן במערכת הצירים.

ג) אם יש צורך, חשב שיעורי נקודות נוספות כדי לקבוע אם הנקודות ה"חשודות" הן נקודות קיצון ומאיה סוג הן. סמן גם אותן במערכת הצירים. השלם סקיצה של גרף הפונקציה.

גרפיק

5. הנקודות $A(-1, 3)$ ו- $B(4, -2)$ הן נקודות "חשודות" יחידות הנמצאות על גרף של פונקציה.

א) כמה נקודות נוספות יש למצוא כדי להחליט אם הנקודות ה"חשודות" הן נקודות קיצון?

ב) רשום שיעורים של נקודות נוספות כך ש-A תהיה נקודת מכסימום ו-B לא תהיה נקודת קיצון.

6. נתונה הפונקציה $t(x) = -x^3 + 3x$.
 והפונקציה הנגזרת שלה $t'(x) = -3x^2 + 3$.

(א) מצא נקודות "חשודות" וסמן אותן במערכת צירים.

(ב) חשב שיעורי נקודות נוספות, כדי לאפיין את הנקודות ה"חשודות". סמן אותן במערכת הצירים.

(ג) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

(ד) קרא, בערך, מתוך הגרף את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר x ורשום אותן: $(\quad, 0)$ $(\quad, 0)$ $(\quad, 0)$.

(ה) בדוק תשובתך על-ידי הצבה בתבנית הפונקציה.

7. נתונה הפונקציה $m(x) = x^2 + 10x$.
 והפונקציה הנגזרת שלה $m'(x) = 2x + 10$.

(א) מצא נקודה "חשודה".

(ב) מיכל ודני בחרו, כל אחד, שתי נקודות, כדי לאפיין את הנקודה ה"חשודה".

– מיכל בחרה את הנקודות $(-6, -24)$, $(-2, -16)$

– דני בחר את הנקודות $(-3, -21)$, $(-4, -24)$

מי מהם יכול לקבוע, מאיזה סוג היא הנקודה ה"חשודה"?

(ג) האם נקודת הקיצון היא מכסימום או מינימום?

8. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 1}$.

והפונקציה הנגזרת שלה $f'(x) = \frac{4 - 4x^2}{(x^2 + 1)^2}$

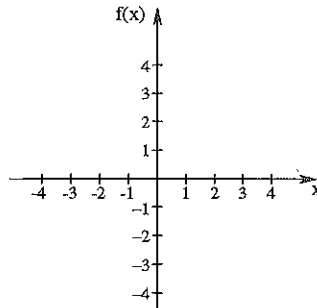
(א) רשום משוואה למציאת הנקודות היחשודות.

כדי שהמנה תשווה לאפס, המונה חייב להיות שווה לאפס כלומר:

$$4 - 4x^2 = 0$$

$x = \underline{\hspace{2cm}}$ או $x = \underline{\hspace{2cm}}$

הנקודות היחשודות הן: (\quad, \quad) (\quad, \quad) . סמן אותן במערכת הצירים.



(ב) מצא את נקודת החיתוך עם הצירים וסמן אותה במערכת הצירים.

(ג) חשב שיעורי נקודות נוספות כדי לאפיין את הנקודות היחשודות.

(ד) נסה לשרטט סקיצה של גרף הפונקציה.



(שים לב שאין נקודות חיתוך עם הצירים פרט ל- $(0, 0)$).

בהמשך לימודיך גלוסוק גם בזרימים של פונקציות נאלה.

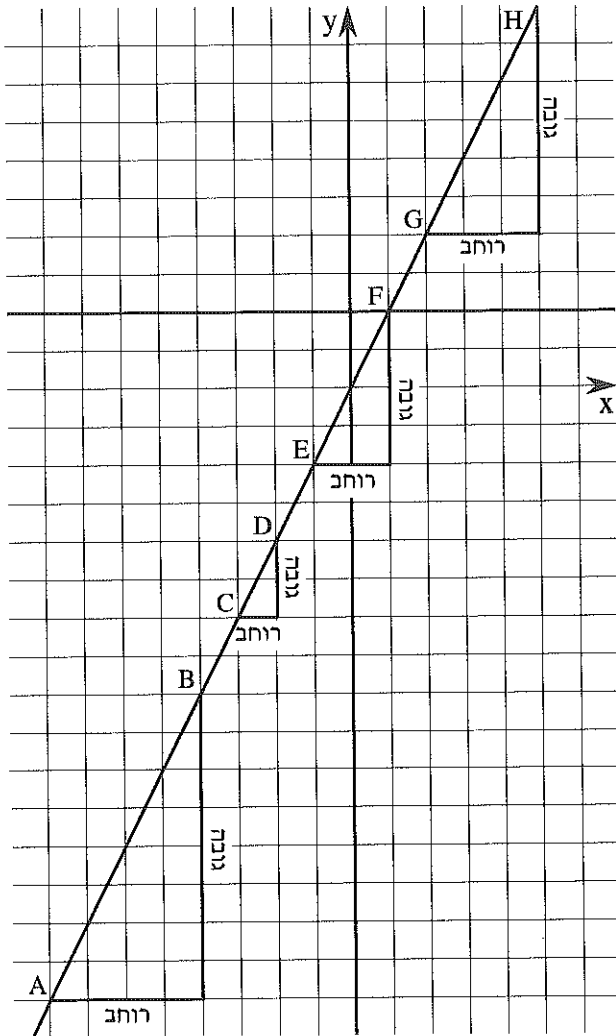
9. לפונקציה g יש רק שלוש נקודות קיצון.
לפניך טבלת ערכים של הפונקציה, המכילה את שלוש נקודות הקיצון.

x	-2	-0.5	0	1.5	3	4	5
$g(x)$	1	0	3	4.5	4	-1	0

מצא ורשום מהן נקודות הקיצון ומאיזה סוג הן, (אם יש צורך, סמן במערכת צירים).

הפונקציה הנגזרת של $f(x) = x^n$

1. (א) מהו שיפוע הישר שלפניך?
 (ב) על הישר משורטטות 4 "מדרגות".



לכל "מדרגה", רשום בטבלה הבאה, את גובהה, רוחבה, ואת היחס בין גובהה לרוחבה.


גובה רוחב	גובה	רוחב	
$\frac{8}{4} = 2$	8	4	I. ה"מדרגה" בין A ל B
			II. ה"מדרגה" בין C ל D
			III. ה"מדרגה" בין E ל F
			IV. ה"מדרגה" בין G ל H

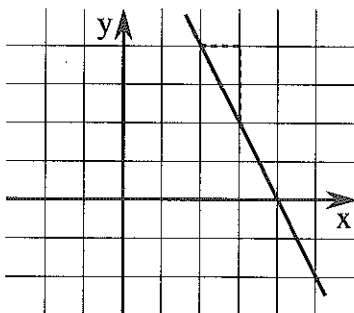
ג) מה תוכל לומר על כל המשולשים המשורטטים:


מה המשמעות של $\frac{\text{גובה}}{\text{רוחב}}$?

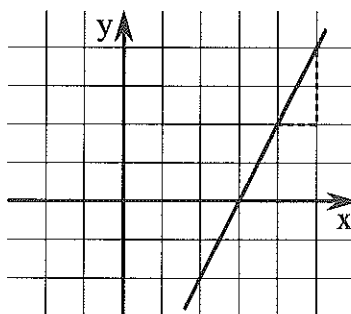
מסקנה: ניתן לחשב את השיפוע ע"י היחס בין גובה המדרגה לרוחבה.

$$\frac{\text{גובה}}{\text{רוחב}} = \frac{\text{עליה}}{\text{התקדמות}}$$

ירידה: שיפוע שלילי
(בגרף זה השיפוע -2) 



עליה: שיפוע חיובי.
(בגרף זה השיפוע 2) 





2. (א) מה גובה ה"מדרגה" בין A ל B?

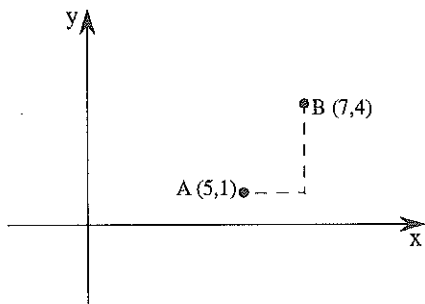
(ב) מה רוחב ה"מדרגה" בין A ל B?

(ג) מה שיפוע הישר, העובר דרך A ו-B?

(ד) שרטט ישר במערכת צירים

משובצת, הישר יעבור דרך $A(5, 1)$

ו- $B(7, 4)$. קרא את שיפועו.

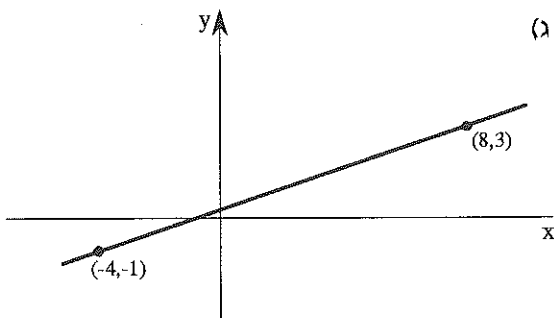
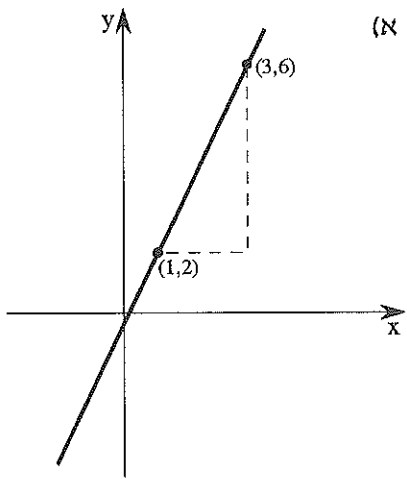
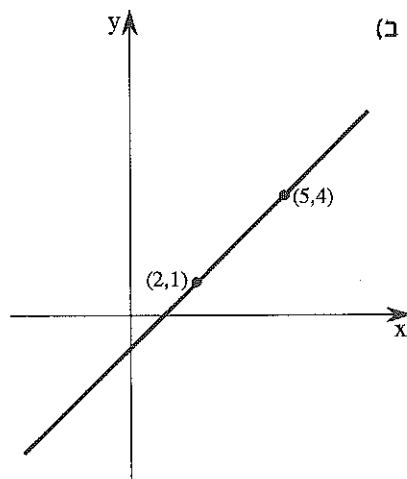


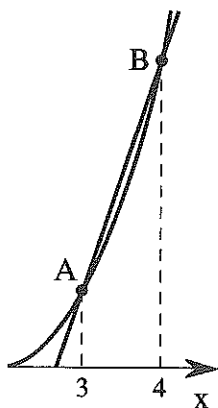
האם התוצאה זהה לתוצאה בסעיף ג'?



3. חשב את השיפוע של כל אחד מהישרים הבאים:

$$\text{שיפוע} = \frac{\text{גובה}}{\text{רוחב}}$$





4. בשאלה זו נחשב שיפוע של ישר המחבר שתי נקודות על גרף הפונקציה.

A, B הן שתי נקודות על גרף הפונקציה $f(x) = x^2$.

א) השלם: A(3,) B(4,)

(גודל היחידות על הצירים שונה).

ב) חשב את שיפוע המיתר AB.

5. I) בכל שורה של הטבלה ניתנות לך שתי נקודות על $f(x) = x^2$, (אם יש צורך השלם את החסר).
עליך לחשב את שיפוע הישר העובר ביניהן.

A	B	גובה ה"מדרגה"	רוחב ה"מדרגה"	שיפוע הישר
א) (3, 9)	(4, 16)			
ב) (3, 9)	(3.5,)			
ג) (3, 9)	(3.1,)			
ד) (3, 9)	(2.9,)			
ה) (x,)	[x+h,]			2x + h

– מה קורה לשיפועי הישרים כש B מתקרבת ל A?


II) נבדוק את הקשר בין שיפוע המשיק ב-A, לשיפועי הישרים, שמצאת.

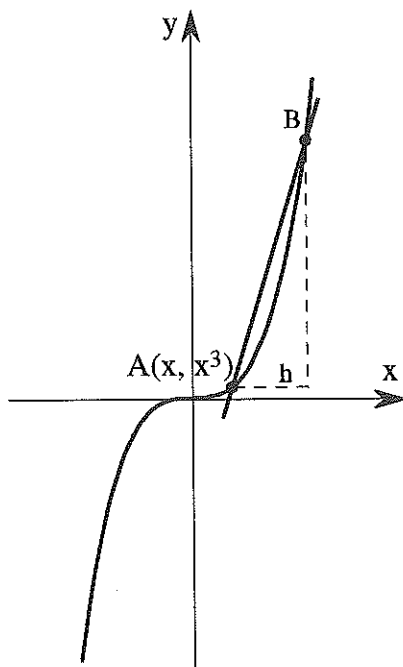
– הנח "ישר" דרך A ו B בשרטוט שבתרגיל 4.

– הזז את הישר כך ש-A תשאר במקומה, ונקודת החיתוך השניה B של הישר עם הפונקציה, תתקרב ל-A.

– מה קורה לישר הזה, כש B מתלכדת עם A?

– מה לדעתך, שיפוע המשיק לפונקציה $f(x) = x^2$, בנקודה A כלשהי? (התבונן בתבנית שקבלת בסעיף ה' בטבלה).

6. $f(x) = x^3$ - מציאת הפונקציה הנגזרת של $f(x) = x^3$. 




I) בכל שורה של הטבלה ניתנים לך שיעורי x של שתי נקודות על $f(x) = x^3$, השלם את שיעורי y .
עליך לחשב את שיפוע הישר העובר דרך A ו B .

A	B	גובה "המדרגה"	רוחב "המדרגה"	שיפוע הישר
א) (2,)	(2.5,)			
ב) (2,)	(2.1,)			
ג) (2,)	(1.9,)			
ד) (x,)	[x+h,]			$3x^2+3xh+h^2$

(II) נבדוק את הקשר בין שיפוע המשיק ב-A לשיפועי הישרים שמצאת.

- הנח "ישר" וקרוב את B ל-A על גבי הפונקציה.
- מה קורה לגודלו של h ?
- מה קורה לישר כש-B מתלכדת עם A?
- מהו שיפוע המשיק לפונקציה $f(x) = x^3$ בנקודה A כלשהי? (העזר בסעיף די בטבלה).

קיבלנו כי אם $f(x) = x^3$, הפונקציה הנגזרת היא $f'(x) = 3x^2$.
 באופן דומה ניתן להראות, שאם $f(x) = x^4$, הפונקציה הנגזרת היא $f'(x) = 4x^3$.

7.  ננסה להכליל כעת, לכל פונקציות החזקה. השלם:

הפונקציה	הפונקציה הנגזרת
$f(x) = x^2$	$f'(x) = 2x$
$f(x) = x^3$	$f'(x) = 3x^2$
$f(x) = x^4$	$f'(x) = 4x^3$
$f(x) = x^5$	
$f(x) = x^6$	
$f(x) = x^{27}$	
$f(x) = x^n$	

גנוליוס

8. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2$. מצא:

- (א) מהו שיפוע הפונקציה בנקודה $(3, 9)$?
- (ב) מהו ערך הנגזרת של הפונקציה בנקודה $(-1, 1)$?
- (ג) באיזו נקודה על גרף הפונקציה, שווה השיפוע ל-10 ?
- (ד) באיזו נקודה על גרף הפונקציה, שווה הנגזרת ל-5- ?

9. התאם לכל פונקציה, בטור ימין, את הפונקציה הנגזרת שלה, בטור שמאל. השלם את הפונקציות הנגזרות החסרות.

$f'(x) = 7x^6$ (א) • $f(x) = x^2$ (1)

$f'(x) = 11x^{10}$ (ב) • $f(x) = x^5$ (2)

$f'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ (ג) • $f(x) = x^7$ (3)

$f'(x) = 2x$ (ד) • $f(x) = x^{10}$ (4)

$f'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ (ה) • $f(x) = x^{12}$ (5)

$f'(x) = 17x^{16}$ (ו) • $f(x) = x^{11}$ (6)

$f'(x) = 5x^4$ (ז) • $f(x) = x^{20}$ (7)

$f'(x) = 10x^9$ (ח) • $f(x) = x^{17}$ (8)

10. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3$.

(א) מהי הפונקציה הנגזרת?


(ב) מהו שיפוע הפונקציה בנקודה $(2, 8)$?

(ג) מהו ערך הנגזרת של הפונקציה בנקודה $(-1, -1)$?

(ד) מהו שיפוע הפונקציה בנקודה בה $x = 1.5$?

(ה) באילו נקודות על גרף הפונקציה השיפוע שווה ל-12 ?

(ו) באילו נקודות על גרף הפונקציה הנגזרת שווה ל-0.75 ?

(ז) מהי נגזרת הפונקציה בנקודה בה $y = 125$? $(f(x) = 125)$ 

11. מצא את שיפוע הפונקציה $f(x) = x^5$ בנקודה בה $x = 3$.

12. (א) מצא את שיפוע הפונקציה $p(x) = x^6$ בנקודה $(-1, 1)$.

(ב) האם הפונקציה $p(x) = x^6$, עולה או יורדת בנקודה $(-1, 1)$?

13. באיזו נקודה על גרף הפונקציה $f(x) = x^4$ השיפוע שווה ל-32 ?

14. נתונה הפונקציה $f(x) = x^4$.

מצא:

(א) נקודות חיתוך עם הצירים.

(ב) נקודות קיצון.

(ג) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

15. נתונה הפונקציה $g(x) = x^5$.

מצא:

(א) נקודות חיתוך עם הצירים.

(ב) נקודות קיצון.

(ג) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

שובו אלף ההגיון

8. (א) 6 (ב) -2 (ג) (5, 25) (ד) (-2.5, 6.25)

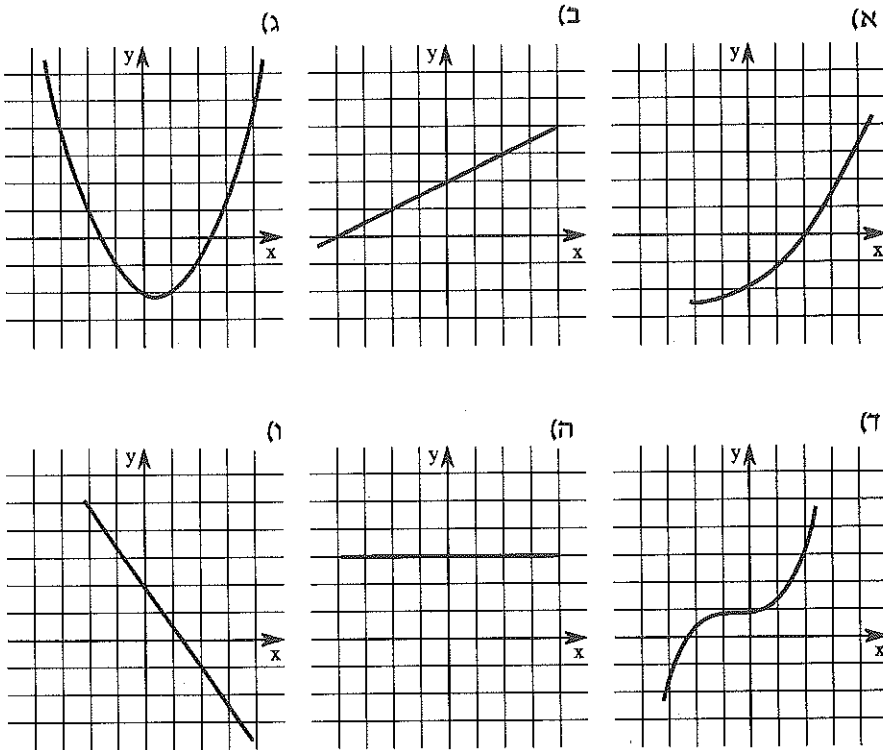
10. (א) $3x^2$ (ב) 12 (ג) 3 (ד) 6.75 (ה) (2, 8) (-2, -8)

(ו) (0.5, 0.125) (-0.5, -0.125)

פונקציה נגזרת של קו ישר

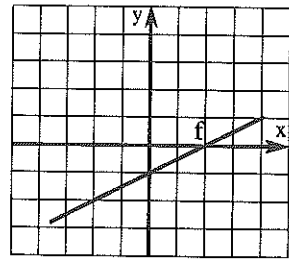
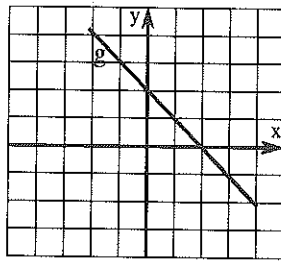
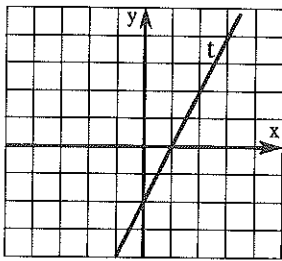
1. נסה לשרטט גרף של פונקציה $f(x)$, שבכל נקודה עליו שיפוע הפונקציה שווה ל-2 ($f'(x) = 2$).

2. (I) סמן מתוך הגרפים הבאים את אלו שהשיפוע בכל נקודה עליהם קבוע (אותו מספר בכל נקודה).



(II) רשום את הפונקציה הנגזרת של כל פונקציה שסמנת.

3. בכל סעיף רשום מתחת לשרטוט מהי הפונקציה ומהי הפונקציה הנגזרת.



$t(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ $g(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

$t'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ $g'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ $f'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

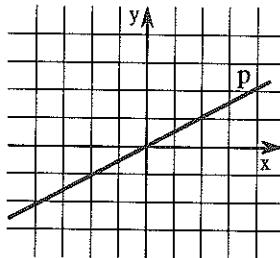
4. (א) מהי הנגזרת של $p(x) = 3x + 2$?

(ב) מהי הנגזרת של $g(x) = -2x + 1$?

(ג) רשום עוד פונקציה, שיש לה אותה פונקציה נגזרת כמו ל p .

(ד) רשום עוד פונקציה, שיש לה אותה פונקציה נגזרת כמו ל g .

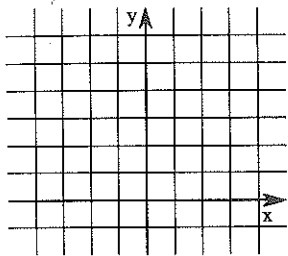
5. (א) שרטט פונקציה g שונה מ- p , כך שנגזרותיהן יהיו שוות.



(ב) השלם $g(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ $p(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

(ג) השלם $g'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ $p'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

(ד) רשום שלוש פונקציות שונות, בעלות אותה פונקציה נגזרת כמו של p .



6. (א) שרטט את גרף הפונקציה $g(x) = 6$.

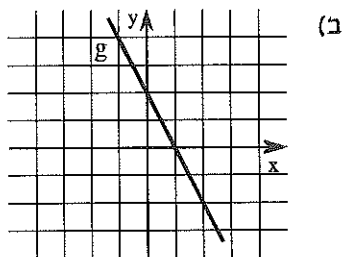
(ב) השלם $g'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

(ג) שרטט גרף של פונקציה נוספת, בעלת אותה פונקציה נגזרת.

(ד) רשום שלוש פונקציות שונות, בעלות פונקציה נגזרת השווה לאפס.

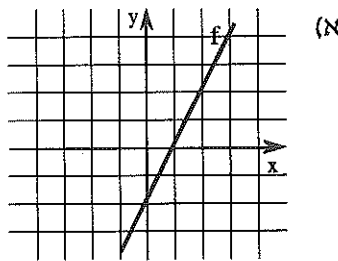
גרזונים

7. מהי הפונקציה, ומהי הפונקציה הנגזרת, של כל אחת מהפונקציות הבאות? (רשום מתחת לשרטוט).



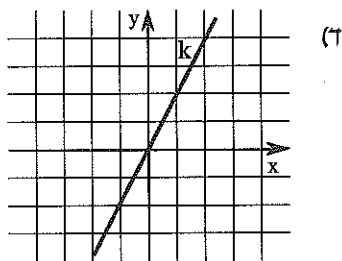
$g(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

$g'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$



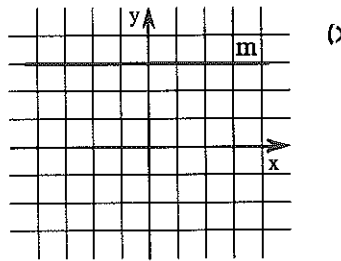
$f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

$f'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$



$k(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

$k'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$



$m(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

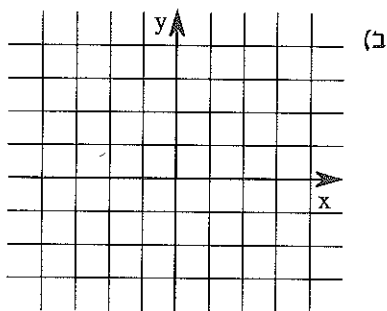
$m'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

8. מצא את הפונקציה הנגזרת של כל אחת מהפונקציות הבאות.

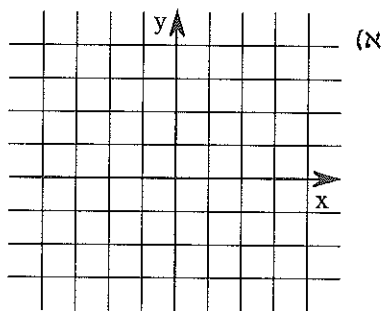
$f(x) = 3x + 7$ (א) $g(x) = 3x$ (ב) $k(x) = 7$ (ג)

$m(x) = 2x + 3x$ (ה) $t(x) = 3$ (ד)

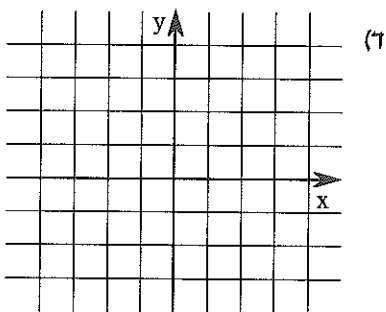
9. בכל אחד מהסעיפים הבאים נתונה הפונקציה הנגזרת. שרטט גרפים של שתי פונקציות (בכל מערכת צירים) שזוהי הפונקציה הנגזרת שלהן.



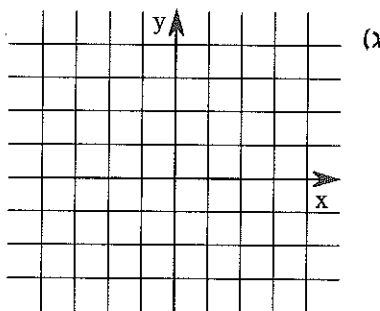
$g'(x) = 1$



$f'(x) = \frac{1}{2}$



$h'(x) = -2$



$m'(x) = 0$

10. רשום חמש פונקציות שונות, שהפונקציה הנגזרת שלהן היא $f'(x) = 3$.

הערה: לשם הקיצור נשתמש לעיתים במילה נגזרת במקום בפונקציה נגזרת. לדוגמה: במקום לומר הפונקציה היא $f(x) = x^2$ והפונקציה הנגזרת שלה היא $f'(x) = 2x$, אפשר לומר בקיצור הנגזרת של x^2 היא $2x$, ונסמן זאת כך: $(x^2)' = 2x$. כמו כן נשתמש גם במושג לגזור, שפרושו למצוא את הנגזרת.

11. גזור את הפונקציות הבאות, (מצא את הפונקציות הנגזרות שלהן).

א) $f(x) = x^7$ $f'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

ב) $g(x) = 7x$ $g'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

ג) הנגזרת של x^8 היא $\underline{\hspace{2cm}}$.

ד) $(8x)' = \underline{\hspace{2cm}}$

ה) $(3x + 5)' = \underline{\hspace{2cm}}$

ו) $(3x)' = \underline{\hspace{2cm}}$

ז) $p(x) = 3$ $p'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

כיצד תשתנה הפונקציה הנגזרת?

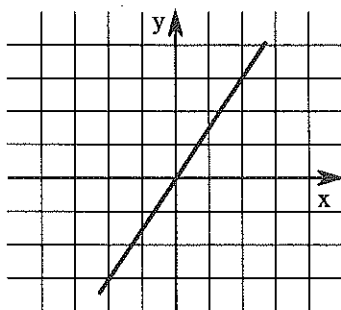
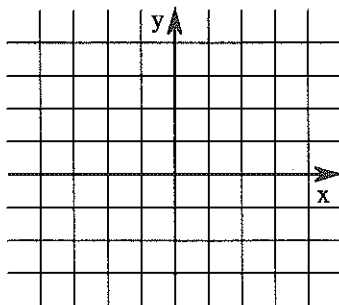
במקום גרפיקים 1-8 תוכלו לבצע פעילות רביעית במחשב.

הפעילות במחשב מופיעה במסמכים 182 - 177 .

1. שרטט שלושה גרפים של פונקציות, שהנגזרת של כל אחת מהן שווה ל -2 ,



$(f'(x) = -2)$

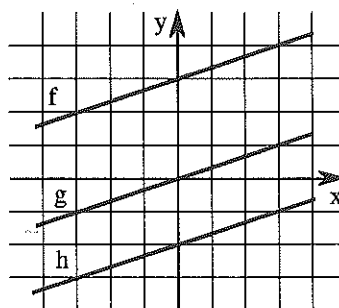


2. לפניך גרף של $f(x) = \frac{1}{2}x$, מהי הנגזרת?



הזז את הגרף ב-3 יחידות למעלה, במקביל לציר y .

מה חוק הפונקציה?
מהי הנגזרת?



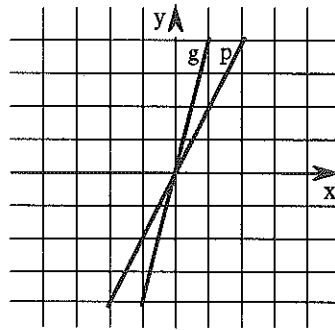
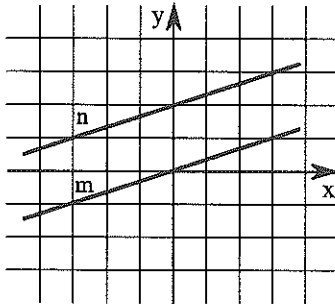
3. השלם:



$f(x) =$ $g(x) =$ $h(x) =$ $f'(x) =$ $g'(x) =$ $h'(x) =$



4. בכל מערכת צירים משורטטים גרפים של שתי פונקציות קוויות. התיחס לשרטוטים המתאימים, וענה על השאלות שמתחתיהם.



א) $m(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ $n(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ ג) $p(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ $g(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

ב) $m'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ $n'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ ד) $p'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ $g'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$



5. מה יקרה לפונקציה הנגזרת כאשר:


א) נוסיף לפונקציה הקווית מספר כלשהו? הסבר.

ב) נכפול את הפונקציה הקווית במספר כלשהו? הסבר.

מסקנה: נוכחת כי אם נוסיף לפונקציה קווית מספר כלשהו, הפונקציה הנגזרת לא תשתנה, ואילו אם נכפול את הפונקציה הקווית במספר כלשהו, הפונקציה הנגזרת תוכפל פי אותו מספר.

בגראף הבא גיאה שמשקנה זו נכונה גם לגבי פונקציות שאינן קוויות.

$$f(x) = x^2$$

6. השלם: 

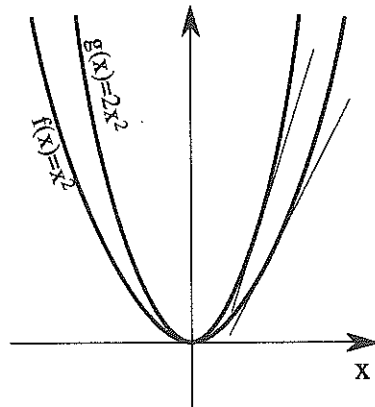
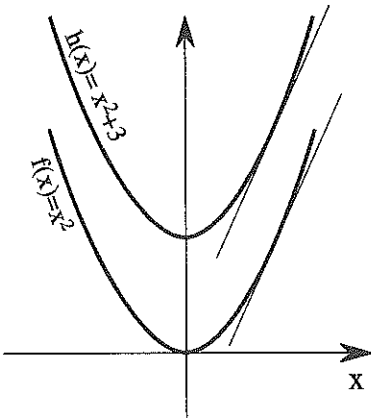
$$f'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$


$$h(x) = x^2 + 3$$

$$g(x) = 2x^2$$

$$h'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$g'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$




7. השלם: 

$$f'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$f(x) = x^3$$

$$g'(x) = 5 \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$$

$$g(x) = 5x^3$$

8. השלם: 

$$p'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$p(x) = \frac{1}{2}x^4$$

$$h'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$h(x) = \frac{1}{2}x^4 + 10$$

גרזונים

9. גזור את הפונקציות הבאות, (מצא את הפונקציות הנגזרות שלהן).

$f'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ $f(x) = 10x$ (א)

$p'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ $p(x) = 3x^8$ (ב)

_____ היא $\frac{x^8}{2}$ (ג)

$(-7x^3)' = \underline{\hspace{2cm}}$ (ד)

$g'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ $g(x) = x^5$ (ה)

$h'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ $h(x) = x + 13$ (ו)

_____ היא $\frac{x^5}{5} + 13$ (ז)

10. התאם לכל פונקציה בטור ימין, את הפונקציה הנגזרת שלה, בטור שמאל. השלם את הפונקציות הנגזרות החסרות.

$f'(x) = -40x^4$ (א) •

• $f(x) = 10x^2$ (1)

$f'(x) = 8$ (ב) •

• $f(x) = -8x^5$ (2)

$f'(x) = 20x$ (ג) •

• $f(x) = 0.5x^6$ (3)

$f'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ (ד) •

• $f(x) = 8x$ (4)

$f'(x) = x^9$ (ה) •

• $f(x) = \frac{x^{10}}{10}$ (5)

$f'(x) = -15x^4$ (ו) •

• $f(x) = 4x^2$ (6)

$f'(x) = 3x^5$ (ז) •

• $f(x) = -3x^5$ (7)

$f'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ (ח) •

• $f(x) = \frac{x^6}{3}$ (8)

11. לכל שאלה בטור ימין, מצא תשובה מתאימה, בטור שמאל.
השלם את התשובה החסרה.

- 5 • א) מהו שיפוע הפונקציה $f(x) = 3x^4$, בנקודה בה $x = 2$?
- 4x • ב) מהי נגזרת הפונקציה $p(x) = \frac{1}{2}x^{10}$, בנקודה בה $x = 1$?
- $\frac{1}{2}$ • ג) מהי נגזרת הפונקציה $p(x) = 2x^2$?
- 96 • ד) מהי נגזרת הפונקציה $t(x) = 2x^4$, בנקודה בה $x = -2$?
- _____ • ה) מהו ערך הפונקציה $m(x) = \frac{1}{2}x^{10}$, בנקודה בה $x = 1$?

12. התאם לכל פונקציה בטור ימין, את הפונקציה הנגזרת שלה, בטור שמאל.

- א) $x^2 + 10$
- 2x • ב) $10x^2$
- 20x • ג) x^2
- ד) $10x^2 + 10$
- ה) $10(x^2 + 10)$


13. נתונה הפונקציה $f(x) = x^4 - 5$.

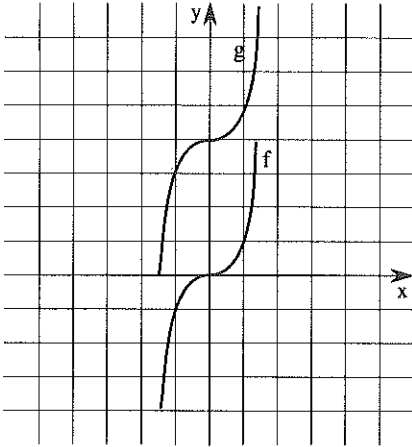
- א) רשום את הפונקציה הנגזרת של $f(x)$.
- ב) מצא את שיפוע הפונקציה בנקודה $(1, -4)$.

14. נתונה הפונקציה $g(x) = 2x^3 + 4$.

- א) רשום את הפונקציה הנגזרת של $g(x)$.
- ב) מצא את שיפוע הפונקציה בנקודה בה $x = -1$.

נגזרת של סכום


1. השלים: 




$$f(x) = x^3 \quad f'(x) =$$

$$g(x) = \quad g'(x) =$$

בסעיף הקודם מצאת נגזרת של סכום של פונקציה ומספר כלשהו. למעשה עסקת במציאת נגזרת של סכום של שתי פונקציות, כאשר אחת מהן היא פונקציה קבועה.

2.  נתונה הפונקציה $h(x) = 2x^2 + 10x^3$, היא סכום של שתי פונקציות. רשום אותן.
 נתונה הפונקציה $k(x) = 7x^5 - 3x + x^4$, היא סכום של שלוש פונקציות. רשום אותן.

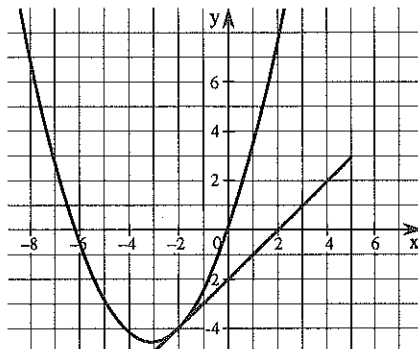
בתרגיל הבא תלמד למצוא נגזרות של פונקציות כמו $h(x)$ ו- $k(x)$.

3.  נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 3x$.
 נסה לשער מהי הנגזרת של הפונקציה $f(x)$.
 $f'(x) =$ _____

(ב) בדוק עבור נקודה מסוימת:

(i) לשם כך הצב בנגזרת שמצאת $f'(-2) =$ _____

- (ii) הפרבולה בשרטוט היא הגרף של $f(x)$.
 השלם: הישר הוא משיק ל- $f(x)$ בנקודה $(,)$.
 קרא מתוך השרטוט את השיפוע בנקודה $(-2, -4)$.
 השווה עם התוצאה ב-i.



ג) נסה לשער מהן הפונקציות הנגזרות של הפונקציות הבאות:

$$f'(x) = \quad \quad \quad f(x) = 2x^2 + 4x \quad \quad \quad \text{(i)}$$

$$g'(x) = \quad \quad \quad g(x) = 4x^5 - 3x^2 \quad \quad \quad \text{(ii)}$$

$$m'(x) = \quad \quad \quad m(x) = \frac{1}{2}x^4 - 5 \quad \quad \quad \text{(iii)}$$

הפונקציה הנגזרת של סכום פונקציות היא סכום נגזרותיהן.

$$y = f(x) + g(x)$$

$$y' = f'(x) + g'(x)$$

ד) רשום את הפונקציה הנגזרת של כל אחת מהפונקציות הבאות:
 (פשט תחילה את חוק הפונקציה).



$$y = 2x - x(x + 4) \quad \text{(iii)} \quad \quad \quad y = x(x - 7) + 15 \quad \text{(i)}$$

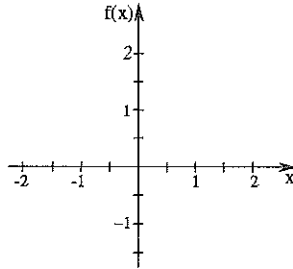
$$y = x^3 + (x - 3)^2 \quad \text{(iv)} \quad \quad \quad y = (x + 2)^2 \quad \text{(ii)}$$

4. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$.

(א) רשום את הפונקציה הנגזרת.

$$f'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

(ב) מצא נקודות "חשודות". סמן אותן במערכת הצירים.



(ג) חשב שיעורי נקודות נוספות, כדי לקבוע אלו מהנקודות ה"חשודות" הן נקודות קיצון, ומאיזה סוג הן. סמן אותן במערכת הצירים, והשלם סקיצה של גרף הפונקציה.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 + 3x$.

(א) רשום את הפונקציה הנגזרת.

(ב) מצא נקודות "חשודות" אם יש כאלה.

(ג) מצא נקודת חיתוך עם הצירים, סמן במערכת צירים.

(ד) מצא שיעורי נקודות נוספות, סמן אותן במערכת הצירים, והשלם סקיצה של גרף הפונקציה.

גרזורים

6. רשום מהי הפונקציה הנגזרת, של כל אחת מהפונקציות הבאות (פשט תחילה אם יש צורך).

(א) $y = 3x^2 + 7x$ (ה) $y = -8$

(ב) $y = \frac{1}{2}x^3 - 8x$ (ו) $y = \frac{2}{3}x^7 - 10$

(ג) $y = -x^4 + 7$ (ז) $y = (x + 2)(x - 3)$

(ד) $y = \frac{x^3}{4} + 8x - 5$ (ח) $y = (2x + 3) \cdot 2x$

7. חשב את שיפוע הפונקציה $f(x) = 3x^2 - 7x$ בנקודה שבה $x = 2$.

8. מצא את ערך הנגזרת של $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x$ בנקודה בה $x = -1$.

9. הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה של $p(x) = 4x^2 - 4x$.
ידוע כי שיעור x של הנקודה הוא 2.

(א) האם הפונקציה עולה או יורדת בנקודה A? הסבר.

(ב) האם הנקודה נמצאת מעל או מתחת לציר x? הסבר.

10. נתונה הפונקציה $y = 2x^4 - x^2$

(א) רשום את הפונקציה הנגזרת y' .

(ב) מצא את שיעורי הנקודות ה"חשודות". סמן אותן במערכת צירים.

(ג) נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים הן: $(0, 0)$, $(0.7, 0)$ ו- $(-0.7, 0)$.

סמן נקודות אלה במערכת הצירים.

(ד) אפיין את הנקודות ה"חשודות" בעזרת הנקודות המסומנות. השלם סקיצה של גרף הפונקציה.

11. נתונה הפונקציה $g(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x$

- (א) רשום את הפונקציה הנגזרת $g'(x)$.
 (ב) מצא נקודות "חשודות". סמן אותן במערכת צירים.
 (ג) נקודות החיתוך של גרף הפונקציה g עם הצירים הן: $(1.7, 0)$, $(0, 0)$, $(-1.7, 0)$. סמן אותן במערכת הצירים.
 (ד) אם יש צורך, חשב שיעורי נקודות נוספות ואפיין את הנקודות ה"חשודות". השלם סקיצה של גרף הפונקציה.

12. נתונה הפונקציה $k(x) = x\left(\frac{x}{2} + 1\right) + 1$

- (א) רשום את הפונקציה הנגזרת. (פשט תחילה את חוק הפונקציה).
 (ב) מצא את הנקודה ה"חשודה" וסמן אותה במערכת צירים.
 (ג) מצא נקודות נוספות, כדי לאפיין את הנקודה ה"חשודה".
 סמן אותן במערכת הצירים.
 (ד) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

13. נתונה הפונקציה $f(x) = (x^2 - 1)^3$


- (א) השלם את הנקודות הבאות על גרף הפונקציה
- | | |
|-----------|----------|
| (2, ___) | (0, ___) |
| (-2, ___) | (1, ___) |
| (-1, ___) | |

- (ב) סמן את הנקודות במערכת צירים.
 (ג) הפונקציה הנגזרת היא $f'(x) = 6x(x^2 - 1)^2$. מצא נקודות "חשודות".
 (ד) היעזר בנקודות שסימנת בסעיף א', כדי לברר מאיזה סוג הן הנקודות ה"חשודות".
 (ה) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

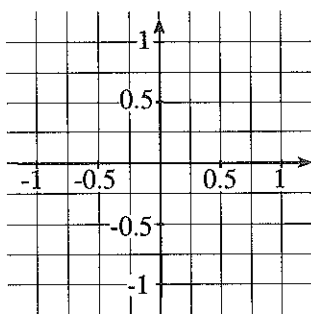
כאלב זה גוללו לביצע פעולות בסיסיות באמצעות מחשבון גרפי ופעולות בסיסיות
 וביסיות במחשב. הפעולות הבסיסיות במחשב מופיעה בסמוכים 183 - 188.
 הפעולות הביסיות במחשב מופיעה בסמוכים 189 - 190.
 הפעולות במחשבון מופיעה בסמוכים 202 - 204.

שיפוע, משיק ומשוואת משיק

בעבר למדת על הקו הישר. בחוברת זו למדת להשתמש בקו ישר "המשיק" כדי להגדיר שיפוע של פונקציה. בסעיף זה נלך בין שני הנושאים.

1.  גרף הפונקציה $g(x) = x^3 - x$ חותך את ציר x בנקודות A, B, ו-C.

(א) מצא את שיעורי הנקודות A, B, ו-C וסמן אותן במערכת הצירים.

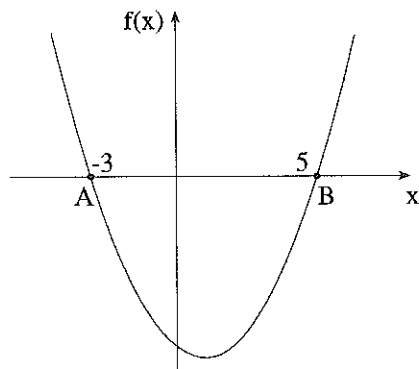



(ב) לפונקציה שתי נקודות קיצון יחידות: מכסימום בנקודה $(-0.58, 0.38)$ ומינימום בנקודה $(0.58, -0.38)$.

סמן את נקודות הקיצון במערכת הצירים והשלם סקיצה של הגרף.

(ג) שרטט משיק לפונקציה בנקודה $(-1, 0)$ ורשום בערך את שיפועו.

(ד) מצא, בעזרת הפונקציה הנגזרת, את שיפוע המשיק לפונקציה בנקודה ששיעור x שלה -1 והשווה עם התוצאה בסעיף ג.

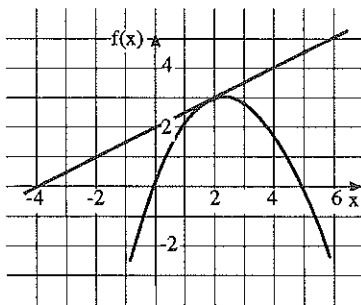


2.  הפרבולה $f(x) = x^2 - 2x - 15$ חותכת את ציר x בנקודות A ו-B.

(א) שרטט משיקים לפונקציה בנקודות A ו-B.

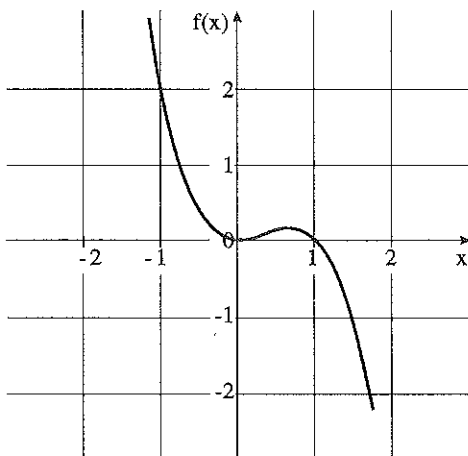
(ב) היעור בנגזרת ומצא את שיפועי המשיקים ששרטטת.

3. לפניך גרף הפונקציה $f(x) = -0.5x^2 + 2.5x$ וישר משיק לפונקציה בנקודה $(2, 3)$.



(א) רשום את משוואת המשיק המשורטט.
 (ב) גזור את הפונקציה $f(x)$, ובדוק אם בנקודה $(2, 3)$, השיפוע הוא אכן שיפוע הישר המשורטט.

4. לפניך שרטוט גרף הפונקציה $f(x) = -x^3 + x^2$.



(א) רשום את הפונקציה הנגזרת של f .
 (ב) מצא את שיפוע הפונקציה בנקודה $(1, 0)$ הנמצאת על גרף הפונקציה.
 (ג) – שרטט במערכת הצירים ישר דרך $(1, 0)$ ששיפועו הוא זה שמצאת בסעיף ב'.
 – בדוק האם הישר אכן משיק לפונקציה.
 – רשום את משוואת המשיק.



5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - x^2 + 3$

(א) הנקודה $A(1, \underline{\quad})$ נמצאת על גרף f . השלם את שיעור y .

(ב) מצא את נגזרת הפונקציה ומצא את שיפוע הפונקציה בנקודה A . הראה שהשיפוע בנקודה A הוא -0.5 .

(ג) שרטט במערכת צירים ישר דרך A ששיפועו -0.5 . מה משוואתו?

בגיאומטריה 3-5 מצא את שיפוע החסיק בזכריה הנצריה ואם זריכו של b

(בלשוואה $y = ax + b$) למק שיטוט.

בגיאומטריה הזא גפני כוזב למצוא את זריכו של b אם שיטוט.



6. (א) ישר ששיפועו 2 עובר דרך $(0, 3)$. מה משוואתו?

(ב) ישר ששיפועו -2 עובר דרך $(1, 4)$. מה משוואתו?

(ג) ישר ששיפועו $-\frac{1}{2}$ עובר דרך $(4, 3)$ מה משוואתו?

השלם מספר במשבצת $y = -\frac{1}{2}x + \square$ כך ש- $(4, 3)$ תהיה על

הישר.

(בדוק על-ידי הנחת ישר).

(ד) ישר ששיפועו -3 עובר דרך $(5, 5)$ מה משוואתו?



7. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 + x$

(א) השלם את שיעורי הנקודה $A(1, \underline{\quad})$ הנמצאת על גרף הפונקציה.

(ב) מצא את נגזרת הפונקציה, ומצא את שיפוע המשיק לפונקציה בנקודה A .

מה ערכו של a במשוואת המשיק $y = ax + \square$?

(ג) מצא את המספר החסר במשבצת (על ידי חישוב או על ידי הנחת "ישר").

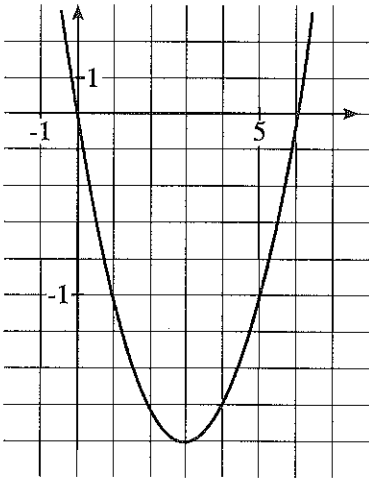


8. נתונה הפונקציה $m(x) = -2x^2 + 8$

(א) השלם את שיעורי הנקודה $B(2, \underline{\quad})$ הנמצאת על גרף הפונקציה.

(ב) מצא את נגזרת הפונקציה ואת שיפוע המשיק לפונקציה בנקודה B.

(ג) מה משוואת המשיק בנקודה B? (מצא על ידי חישוב או על ידי הנחת "ישר").



9. נתונה הפונקציה $y = x^2 - 6x$

(א) רשום את נגזרת הפונקציה.

(ב) לפניך גרף הפונקציה הנתונה.

הנח ישר ונסה למצוא נקודה בה שיפוע המשיק הוא 2. רשום את שיעורי הנקודה (בערך).

(ג) בנקודה שמצאת $y' = 2x - 6 = \boxed{2}$

פתור. מה שיעורי הנקודה? השווה עם סעיף ב'.

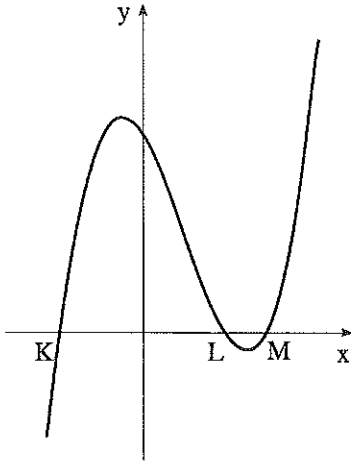


10. נתונה הפונקציה $g(x) = x^2 + 4x$

(א) מצא על הפונקציה נקודה בה שיפוע הפונקציה הוא 0.

(ב) מצא את משוואת המשיק בנקודה שמצאת בסעיף ב'.

11. הפונקציה $y = (x^2 - 4)(x - 3)$ חותכת את ציר x בשלוש נקודות L, K, M .



(א) מצא את שיעורי הנקודות L, K, M .

(ב) שרטט משיקים לפונקציה בנקודות הנ"ל.

(ג) רשום את נגזרת הפונקציה. (פשט תחילה את הפונקציה).

(ד) היעזר בנגזרת הפונקציה ומצא את שיפועי המשיקים ששרטטת.

12. נתונה הפונקציה $f(x) = -x^2 + 4x$.

(א) איזה מהנקודות $A(1, 3)$, $B(2, 12)$, $C(0, 4)$ נמצאת על גרף הפונקציה.

(ב) מצא את שיפוע הפונקציה בנקודה שמצאת בסעיף א'.

13. נתונה הפונקציה $y = x^4 - 3x$.

(א) רשום את הפונקציה הנגזרת.

(ב) מצא את שיפוע הפונקציה בנקודה $(1, -2)$ הנמצאת על גרף הפונקציה.

(ג) שרטט במערכת צירים ישר דרך $(1, -2)$ ששיפועו הוא זה שמצאת ב- ב' ורשום את משוואתו (זהו המשיק לפונקציה בנקודה $(1, -2)$).

14. נתונה הפונקציה $g(x) = x^5 - 3x^2$

(א) הנקודה $C(1, \underline{\quad})$ נמצאת על גרף g . השלם את שיעור y .

(ב) מצא את הפונקציה הנגזרת, והראה ששיפוע הפונקציה בנקודה C הוא -1 .

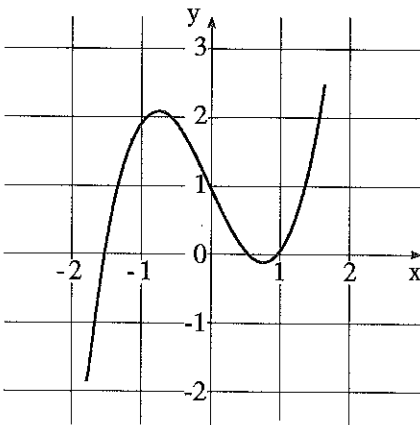
(ג) שרטט במערכת צירים ישר דרך C ששיפועו -1 . מה משוואתו?

15. נתונה הפונקציה $y = x^2 - 2x + 7$

(א) השלם את שיעורי הנקודה $B(0, \underline{\quad})$ הנמצאת על גרף הפונקציה.

(ב) מצא את הפונקציה הנגזרת, ומצא את שיפוע המשיק לפונקציה בנקודה B .

(ג) מה משוואת המשיק בנקודה B ?



16. נתונה הפונקציה $y = x^3 - 2x + 1$


(א) רשום את נגזרת הפונקציה.

(ב) לפניך גרף הפונקציה הנתונה


הנח "ישר" ומצא נקודות

בהן שיפוע המשיק הוא 1 .

סמן אותן ורשום את שיעוריהן.

(ג) בנקודות שמצאת $3x^2 - 2 = \boxed{1}$ 

פתור. מהם שיעורי הנקודות? השווה עם סעיף ב'.

17. נתונה הפונקציה $k(x) = x^2 - x$ 

(א) מצא על הפונקציה נקודה, בה שיפוע הפונקציה הוא 5.

(ב) מצא את משוואת המשיק, בנקודה שמצאת בסעיף א.

כאלב זה נאכלו אבצט פסולת שביעית במשלב ופסולת רביעית באמצעות
משלבן גרפי.

הפסולת במשלב מופיעה בשמורים 191 - 192 .

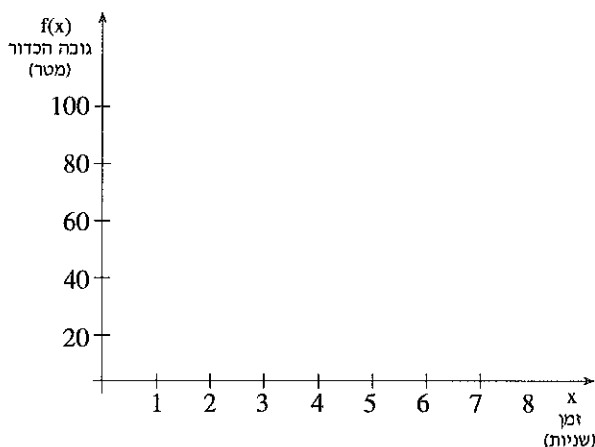
הפסולת במשלבן מופיעה בשמורים 205 - 208 .

שאלות חקירה



1. כדור נורק כלפי מעלה.
 הפונקציה $f(x) = -5x^2 + 40x$ מתארת את הגובה (במטר) של הכדור מהקרקע כעבור x שניות.

(א) באיזה גובה ימצא הכדור כעבור 3 שניות? כעבור 6 שניות?
 סמן את הנקודות במערכת הצירים. דייק עד כמה שניתן.



(ב) כעבור כמה שניות יהיה הכדור בגובה של 35 מ'?
 – סמן נקודות במערכת הצירים.

(ג) מתי יחזור הכדור לגובה ממנו נורק?
 – סמן במערכת הצירים.

(ד) מצא את נקודת המכסימום של הפונקציה.
 – רשום, מה משמעות שיעורי הנקודה שמצאת בהתייחס לכדור.

(ה) השלם את גרף הפונקציה.

(ו) – בין אילו ערכים יכול להמצא הזמן?
 – בין אילו ערכים יכול להמצא גובה הכדור?

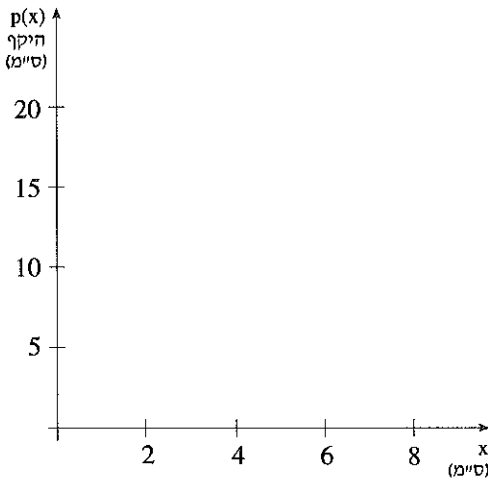
א) אורך אחת הצלעות 2 ס"מ. חשב את אורך הצלע השניה ואת היקף המלבן.

ב) סמן את אורך אחת הצלעות ב- x .
בטא את אורך הצלע השניה.

ג) הראה כי הפונקציה המתאימה ל- x את היקף המלבן היא

$$p(x) = 2 \cdot \left(\frac{9}{x} + x\right)$$

ד) מצא בעזרת הפונקציה את ההיקף עבור $x = 2$.
השווה עם התשובה לסעיף א'. סמן את הנקודה במערכת הצירים.



ה) מצא את ההיקף עבור

$$x = 1, \quad x = 6$$

- סמן את הנקודות במערכת הצירים.

ו) הפונקציה הנגזרת היא

$$p'(x) = \frac{2x^2 - 18}{x^2}$$

מצא נקודות "חשודות".

- איזו מהן מתאימה לסיפור?

- סמן אותה במערכת הצירים.

- מאיזה סוג היא?

- רשום מה מתארים שיעורי הנקודה מבחינת המלבן והיקפו?

ז) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

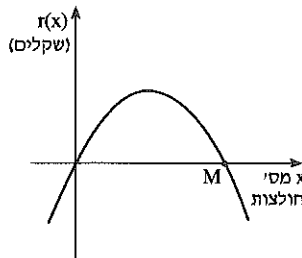
בהמשך (מטקסט) בפונקציות כלולו צו שהתקבלה כאן.



מפעל מייצר חולצות. x הוא מספר החולצות, שהמפעל מייצר ביום. הפונקציה $r(x) = -0.01x^2 + 36x$ מתארת את ההכנסה בשקלים של המפעל, ליום אחד.

(א) מה הכנסת המפעל, מייצור של 100 חולצות?

(ב) לפניך גרף הפונקציה $r(x)$.



מצא את שיעורי הנקודה M .

– רשום מה המשמעות של הנקודה M בהתייחס לסיפור.

(ג) מצא את שיעורי קודקוד הפונקציה. רשום מה המשמעות של שיעורי הנקודה בהתייחס לסיפור.

(ד) רשום נכון או לא נכון ונמק.

– הנקודה $(100, 3500)$ על הגרף מתארת את הכנסת המפעל מייצור של 100 חולצות ביום.

– ככל שהמפעל ייצר יותר חולצות, ההכנסה במפעל תגדל.

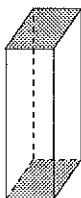
– ככל שהמפעל ייצר יותר חולצות, ההכנסה במפעל תקטן.

– לא כדאי למפעל ליצר, מעל 3,600 חולצות ליום.

(ה) בין אילו ערכים יכול להיות מספר החולצות?

בין אילו ערכים יכולה להיות הכנסת המפעל?

מחוט באורך 60 ס"מ, יוצרים מסגרות של תיבות ריבועיות.



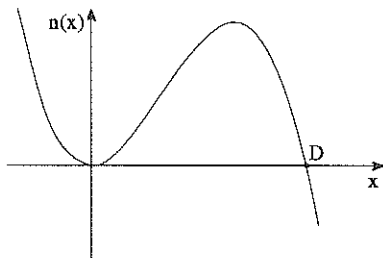
- (א) נניח שצלע הריבוע 2 ס"מ.
- חשב מה הגובה של התיבה במקרה זה.
 - (שים לב למספר הקטעים באורך 2 ס"מ בשרטוט).
 - חשב את נפח התיבה במקרה זה.
 - (שטח הבסיס \times הגובה = נפח התיבה).

- (ב) הפונקציה $n(x) = 15x^2 - 2x^3$, מבטאת את נפח התיבה בסמ"ק, כאשר x הוא אורך צלע הבסיס.
- מצא את נפח התיבה, כאשר $x = 2$. השווה עם התוצאה בסעיף א.

נחפש את מידותיה של התיבה בעלת הנפח המכסימלי.

- (ג) מה הנפח, אם אורך צלע הבסיס 6 ס"מ?
מה הנפח, אם אורך צלע הבסיס 3 ס"מ?

- (ד) לפניך גרף הפונקציה $n(x)$.
גזור ומצא את נקודת המינימום והמכסימום.
- סמן אותן בגרף.



- (ה) סמן, בערך, את הנקודות שמצאת בסעיף ג.

- (ו) רשום את שיעורי הנקודה D.
- בין אילו ערכים יכול להיות אורך צלע הריבוע?
 - בין אלו ערכים יכול להיות נפח התיבה?

5. מחוט באורך 40 ס"מ יוצרים מסגרות מלבניות.

(א) אורך אחת הצלעות 7 ס"מ. חשב את אורך הצלע השניה, ואת שטח המלבן.

(ב) סמן את אורך אחת הצלעות ב- x .

– בטא את אורך הצלע השניה.

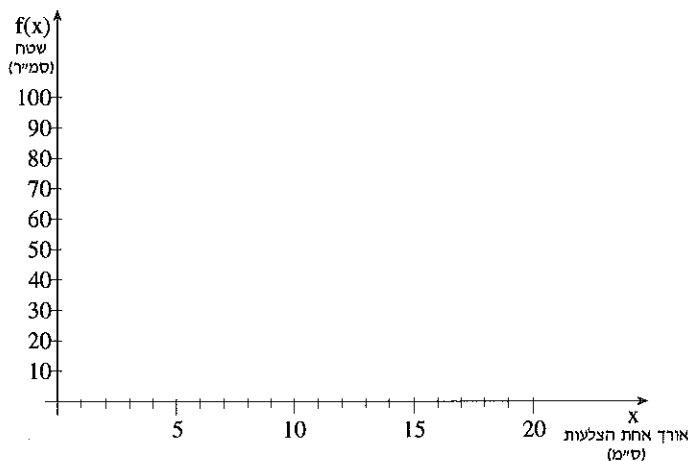
(ג) הראה כי הפונקציה המתאימה ל- x , את שטח המלבן, היא

$$f(x) = 20x - x^2$$

(ד) מצא בעזרת הפונקציה את השטח עבור $x = 7$.

השווה עם התשובה לסעיף א'.

– סמן נקודה מתאימה במערכת הצירים.



(ה) מצא את השטח עבור $x = 5$, $x = 12$, וסמן את הנקודות במערכת הצירים.

(ו) מצא את נקודת המכסימום של הפונקציה.

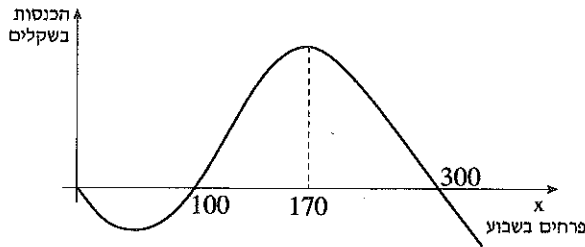
– סמן אותה במערכת הצירים.

– השלם סקיצה של גרף הפונקציה.

– מה מתארים שיעורי הקודקוד מבחינת המלבן ושטחו?

- ז) – בין אילו ערכים יכול להמצא אורך המלבן?
 – בין אילו ערכים יכול להמצא שטח המלבן?

6. הגרף הבא מתאר את ההכנסות של משתלה בשקלים ממכירת x פרחים בשבוע.

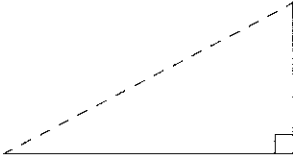


תאר במילים:

- א) אלו כמויות של פרחים לא כדאי למכור בשבוע?
 ב) אלו כמויות של פרחים כדאי למכור בשבוע?
 ג) איזו כמות של פרחים "משתלם" ביותר למכור בשבוע? סמן בגרף.

7. מחוט באורך 20 ס"מ יוצרים צלעות של זווית ישרה.

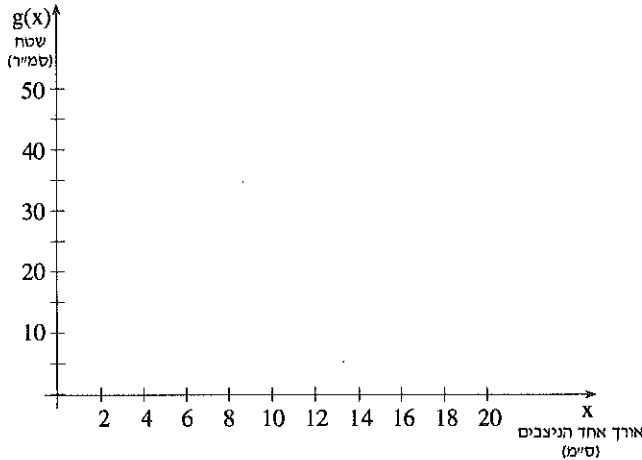
(א) אורך ניצב אחד הוא 12 ס"מ.
חשב את אורך הניצב השני, ואת שטח המשולש הנוצר.



(ב) סמן את אורך אחד הניצבים ב- x .
- בטא את אורך הניצב השני.

(ג) הפונקציה המתאימה ל- x את שטח המשולש, היא: $g(x) = \frac{1}{2}x(20 - x)$.

- מצא את שטח המשולש עבור $x = 12$.
- השווה עם התשובה לסעיף א'.
- סמן את הנקודה במערכת הצירים.



(ד) מצא את השטח עבור $x = 1$, $x = 4$.
- סמן את הנקודות במערכת הצירים.

(ה) מצא את נקודת המכסימום.

- סמן אותה במערכת הצירים.

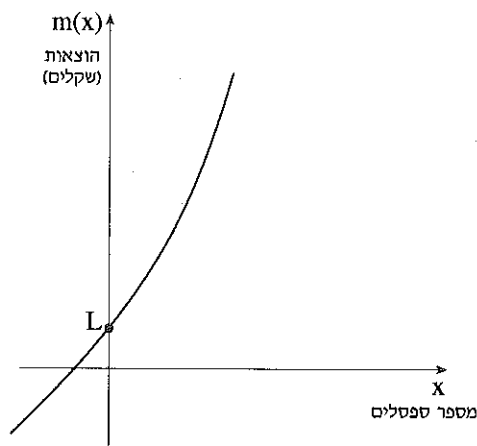
- רשום מה מתארים שיעורי נקודת המכסימום מבחינת המשולש ושטחו.

(ו) השלם את גרף הפונקציה.

8. נגר מייצר x ספסלים ליום. הפונקציה $m(x) = 0.01x^2 + 6x + 150$, מתארת את ההוצאות בשקלים של הנגר, ליום אחד.

(א) חשב את ההוצאות של הנגר ליום, אם הוא מייצר 100 ספסלים.


(ב) לפניך גרף הפונקציה $m(x)$.



– רשום מה המשמעות של הנקודה L בהתייחס לסיפור.

(ג) רשום נכון, או לא נכון, ונמק.

- ככל שהנגר מייצר יותר ספסלים ההוצאות יקטנו.
- $m(20) = 274$, מתאר את הוצאות הנגר מייצור של 20 ספסלים.
- הנקודה $(10, 20)$ נמצאת על גרף הפונקציה.
- x יכול לקבל כל ערך הגדול או שווה לאפס.

(ד) מהי מינימום ההכנסה שעל הנגר לקבל כדי ש"ישתלם" לו לייצר 20 ספסלים? 

9. מחוט באורך 24 ס"מ יוצרים מסגרות מלבניות.

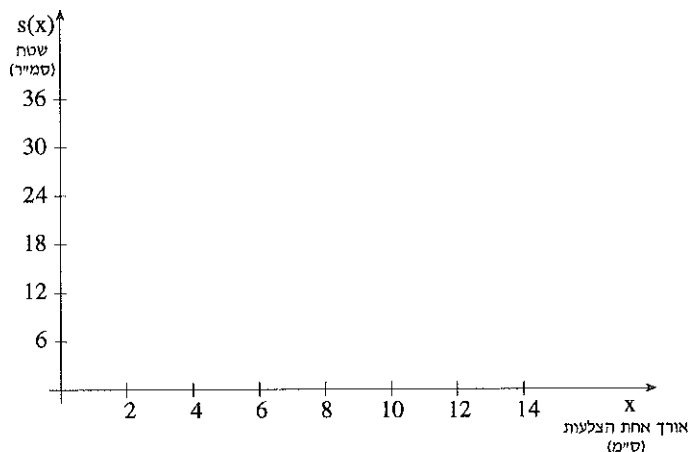
(א) רשום מידות של שני מלבנים שונים, שהיקף כל אחד מהם 24 ס"מ.
- חשב את שטח כל אחד מהמלבנים.



(ב) סמן אורך אחת הצלעות ב- x .
- בטא את אורך הצלע השניה.

(ג) הראה כי הפונקציה המתאימה ל- x את שטח המלבן היא: $s(x) = 12x - x^2$.

(ד) בדוק את תשובתך בסעיף א', עם תבנית השטח $s(x)$, וסמן את הנקודות במערכת הצירים.



(ה) מצא את השטח עבור $x = 1$, $x = 8$, וסמן את הנקודות במערכת הצירים.

- (ו) - מצא את נקודת המכסימום של הפונקציה.
- סמן אותה במערכת הצירים.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- מה מתארים שיעורי הקודקוד, מבחינת המלבן ושטחו?

- (ז) - האם יתכן שאורך אחת הצלעות 13 ס"מ? נמק!
- בין אילו ערכים יכול להמצא אורך צלע המלבן?

עוד תרגילים

תרגילי גזירה

מצא את הפונקציה הנגזרת.

$$f(x) = \frac{x^2}{2} \quad .1$$

$$f(x) = x^2 + 3x \quad .2$$

$$f(x) = x(x + 3) + 5 \quad .3$$

$$f(x) = (x + 4)(2x - 8) \quad .4$$

$$f(x) = (x + 3)^2 \quad .5$$

$$f(x) = -x^4 + 8x + 2 \quad .6$$

$$f(x) = \frac{2}{3}x^6 - \frac{1}{2}x^4 - \frac{1}{2}x^2 \quad .7$$

$$f(x) = \frac{4x^2 + 8x}{2} \quad .8$$

$$f(x) = 8x + 5 \quad .9$$

$$f(x) = 8 \quad .10$$

$$f(x) = 8x + 5x \quad .11$$

$$f(x) = x^3 + 12 \quad .12$$

$$f(x) = \frac{x^6}{3} \quad .13$$

$$f(x) = x(x - 2)^2 \quad .14$$

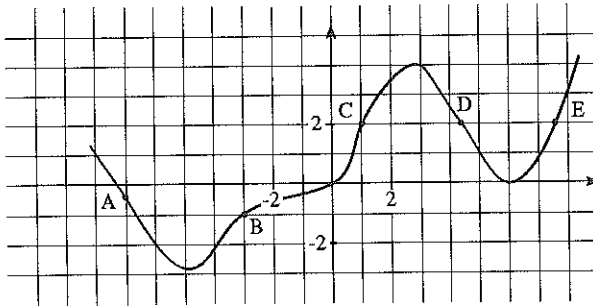


אזכור

- $f'(x) = 2x + 6$ (5) $f'(x) = 4x$ (4) $f'(x) = 2x + 3$ (2,3) $f'(x) = x$ (1)
 $f'(x) = 4x + 4$ (8) $f'(x) = 4x^5 - 2x^3 - x$ (7) $f'(x) = -4x^3 + 8$ (6)
 $f'(x) = 3x^2$ (12) $f'(x) = 13$ (11) $f'(x) = 0$ (10) $f'(x) = 8$ (9)
 $f'(x) = 3x^2 - 8x + 4$ (14) $f'(x) = 2x^5$ (13)

עליה וירידה

1. לפי גרף של פונקציה ונקודות על הגרף.



- (א) רשום באלו מהנקודות המסומנות הפונקציה עולה, ובאלו הפונקציה יורדת.
 (ב) רשום את התחומים בהם הפונקציה עולה, ואת התחומים בהם הפונקציה יורדת.

2. (א) שרטט גרף של פונקציה g המקיימת את התכונות הבאות:

– עוברת דרך הנקודות $(-1, -2)$ ו- $(2, -1)$.

– עולה רק בתחום $x < 0$.

- (ב) אם לפונקציה ששרטטת יש נקודות חיתוך עם ציר x , רשום בערך את שיעוריהן.

3. נתונה הפונקציה $y = x^4 - 5x$

(א) רשום את הפונקציה הנגזרת.

(ב) האם הפונקציה עולה או יורדת בנקודה $(1, \quad)$?

4. (א) שרטט סקיצה של הפונקציה $f(x) = x^2 + 31$.

(ב) רשום באיזה תחום הפונקציה עולה, ובאיזה תחום היא יורדת.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 + 8x$

(א) רשום את הפונקציה הנגזרת $f'(x)$.

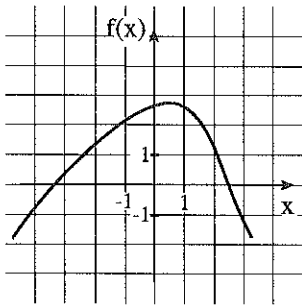
(ב) מצא את שיפוע הפונקציה בנקודות בהן $x = 3$, $x = 0$, $x = -1$.

(ג) קבע אם הפונקציה עולה או יורדת, בנקודות הנ"ל.

(ד) נסה להסביר, מדוע הפונקציה עולה לכל x .



6. לפניך גרף הפונקציה $f(x)$



(א) רשום את התחום בו שיפוע הפונקציה הוא חיובי.

(ב) רשום את התחום בו שיפוע הפונקציה הוא שלילי.

(ג) רשום $>$, $<$, $=$

$f'(-4)$ _____ $f'(-1)$

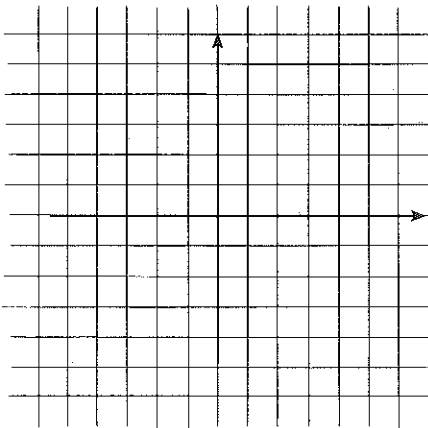
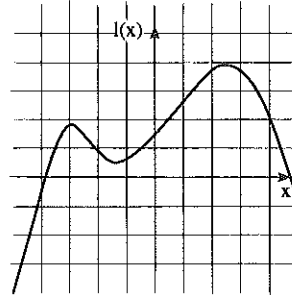
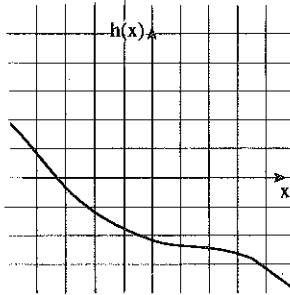
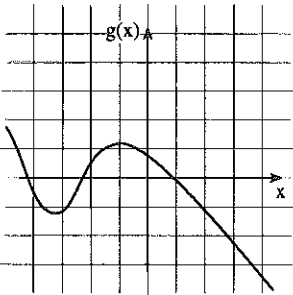
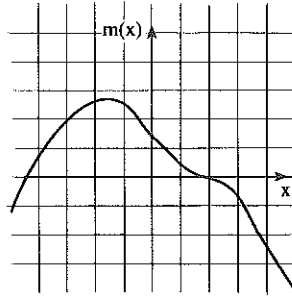
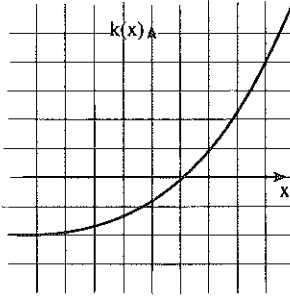
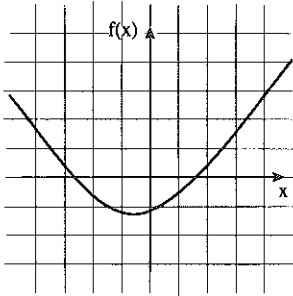
$f'(1)$ _____ $f'(2)$

$f'(1)$ _____ $f'(-2)$

נקודות קיצון וחקירה

1. לפניך גרפים של פונקציות.

סמן על הגרפים נקודות קיצון (אם יש) וציין אם הן נקודות מינימום או מקסימום.



2. שרטט גרף של פונקציה g ,

המקיימת את כל התכונות הבאות:

- לפונקציה רק שתי נקודות

מקסימום $(-2, 3)$, $(3, -2)$.

- לפונקציה רק נקודת מינימום

אחת $(2, -5)$.

- גרף הפונקציה עובר דרך ראשית

הצירים.

3. נתונה הפונקציה $y = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 2x$

(א) רשום את הפונקציה הנגזרת.

(ב) מצא נקודות "חשודות" וסמן אותן במערכת צירים.

(ג) אפיין את הנקודות ה"חשודות".

(ד) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

4. נתונה הפונקציה $g(x) = x(2 - x) + 7$

(א) רשום את הפונקציה הנגזרת.

(פשט תחילה את חוק הפונקציה).

(ב) מצא נקודה "חשודה", וסמן אותה במערכת צירים.

(ג) מצא נקודות חיתוך של הפונקציה עם הצירים, וסמן אותן במערכת הצירים.

(ד) אם יש צורך, חשב שיעורי נקודות נוספות ואפיין את הנקודה ה"חשודה".

(ה) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

5. לפניך שלוש פונקציות

$$g(x) = \frac{3x^2 + 3x}{x^2 + 1}$$

$$h(x) = x^3 - 3x^2$$

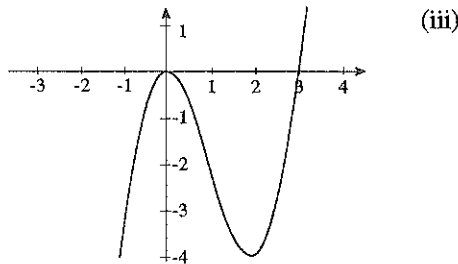
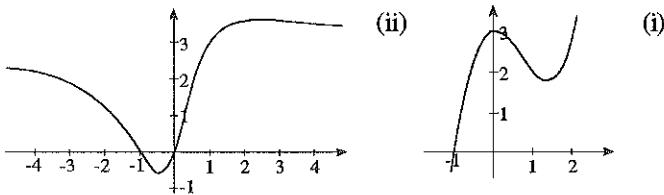
$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 3$$

(א) מצא נקודות חיתוך של כל אחת מהפונקציות עם ציר y .

(ב) לפניך 3 גרפים של שלוש הפונקציות לעיל.

האם אתה יכול להתאים גרף לחוק?

התאם במידת האפשר.

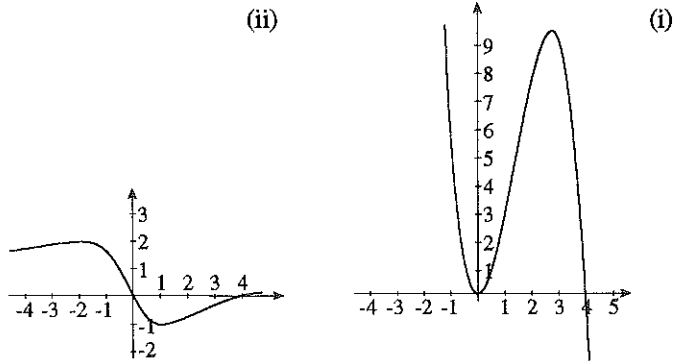


(ג) מצא נקודות חיתוך של $h(x)$ ו- $g(x)$ עם ציר x .

(ד) השלם התאמה של גרף לחוק.

6. לפיך גרפים של הפונקציות

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x}{x^2 + 2}, \quad g(x) = -x^3 + 4x^2$$



התאם חוק לגרף. נמק.

שיפוע ומשיק

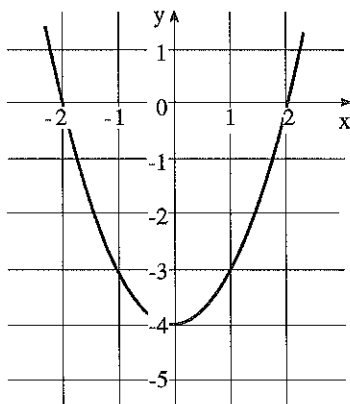
1. נתונה הפונקציה $f(x) = x^4 - 2$

(א) השלם את שיעורי הנקודה $M(1, \underline{\quad})$ הנמצאת על גרף הפונקציה.

(ב) גזור ומצא את שיפוע המשיק לפונקציה בנקודה M .

(ג) מצא את משוואת המשיק בנקודה M .

2. נתונה הפונקציה $y = x^2 - 4$

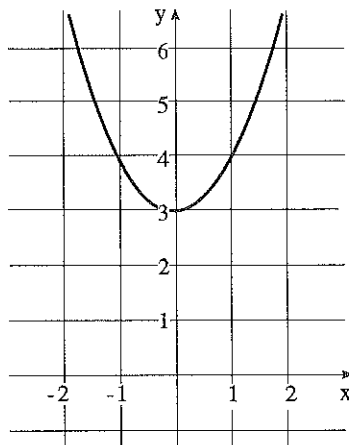


(א) מצא את הפונקציה הנגזרת ומצא את שיפוע המשיק בנקודה $A(1, \underline{\quad})$.

(ב) מצא את משוואת המשיק ב- A .

(ג) שרטט את המשיק לפונקציה בנקודה A , ובדוק אם המשוואה שרשמת בסעיף ב' המתאימה לו.

3. נתונה הפונקציה $y = x^2 + 3$



(א) הנח "ישר" ומצא נקודה בה שיפוע המשיק הוא 2. רשום שיעוריה.

(ב) גזור את הפונקציה.

(ג) בנקודה שמצאת $2x = \boxed{2}$.

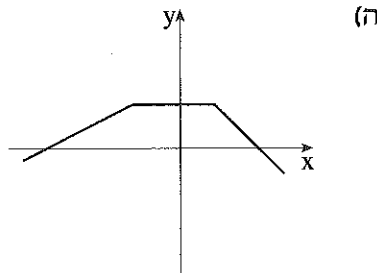
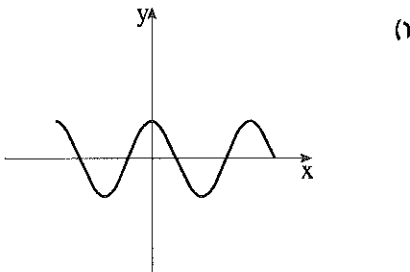
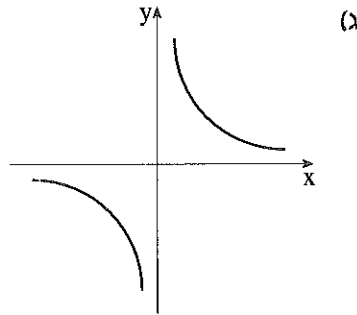
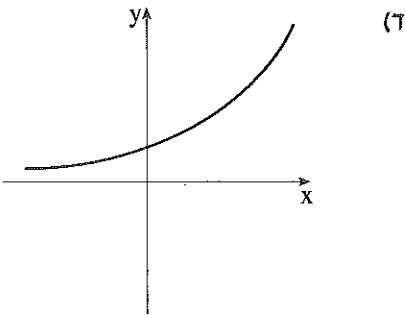
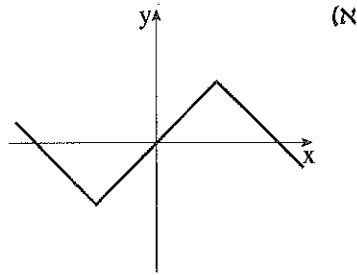
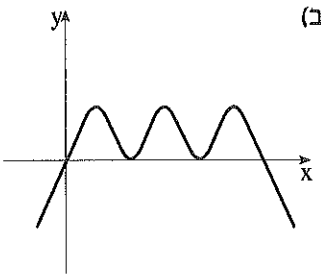


מה שיעורי הנקודה? השווה עם סעיף א'.

עוד תכונה של פונקציות – זוגיות

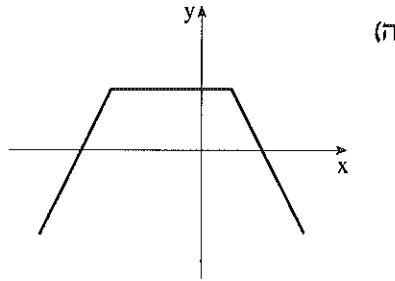
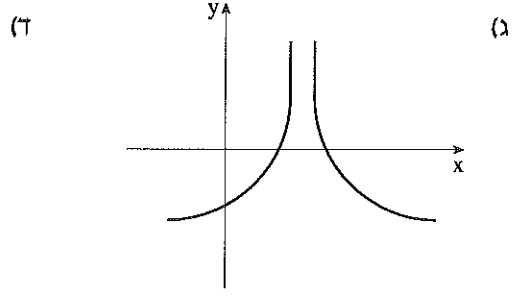
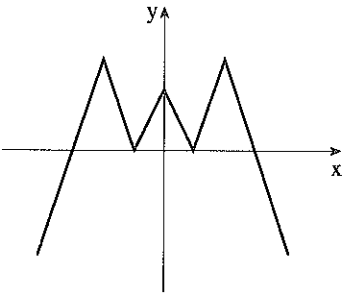
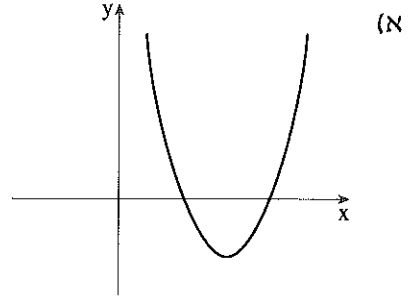
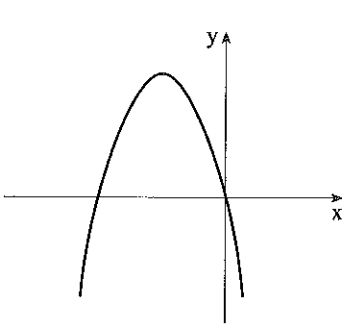
עד כה למדנו למצוא את נקודות הקיצון, שאפשרות לשרטט את המונח מייצג
 של גרף של פונקציה, וכן את נקודות האותק עם הצירים.
 בסעיפים הבאים נכיר את פונקציות הגזקה, ואכונות הקשורות בעיקר בהן,
 אשר ציהוי קיומן מקל על שרטוט הגרף של פונקציה.


1. לאילו מהפונקציות המפורטות ציר סימטריה? – שרטט אותן.

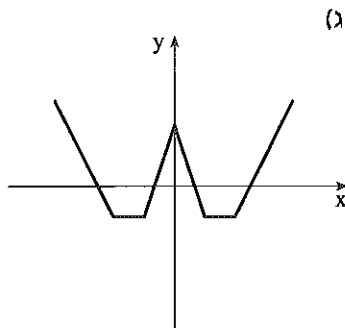
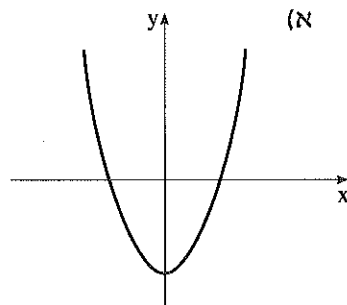
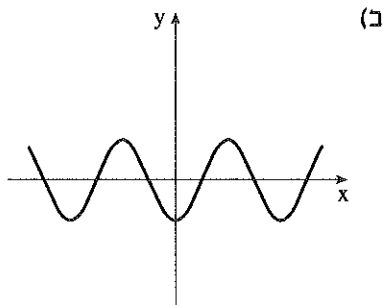




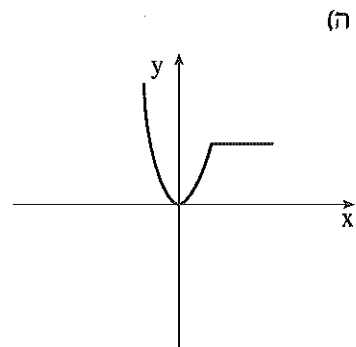
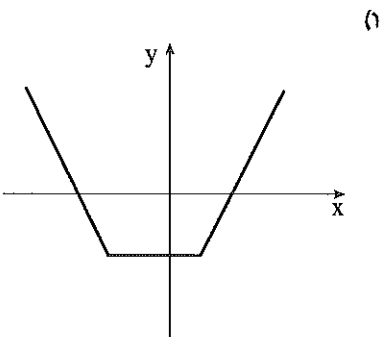
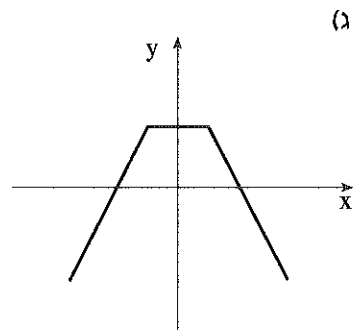
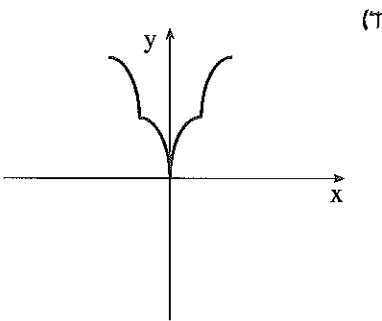
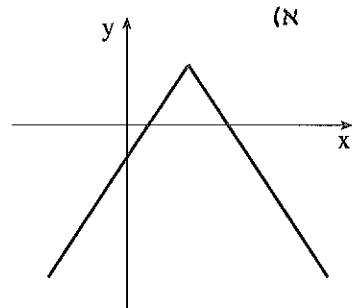
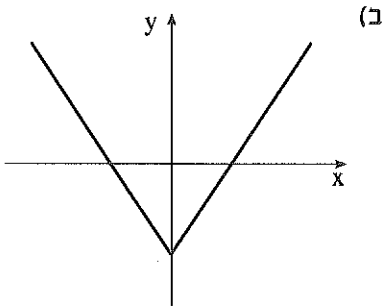
2. לכל אחת מהפונקציות המשורטטות יש ציר סימטריה, שרטט אותו.



3. מהו ציר הסימטריה של הפונקציות הבאות? 

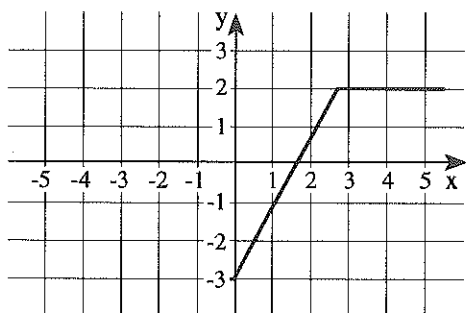


פונקציה, אשר הגרף שלה סימטרי לגבי ציר y , נקראת פונקציה זוגית.





5. השלם את הגרף, כך שתתקבל פונקציה זוגית. (כלומר, כך שציר y יהיה ציר הסימטריה שלה).



6. השלם על פי הגרף.

$$f(5) =$$

$$f(2) =$$

$$f(-5) =$$

$$f(-2) =$$

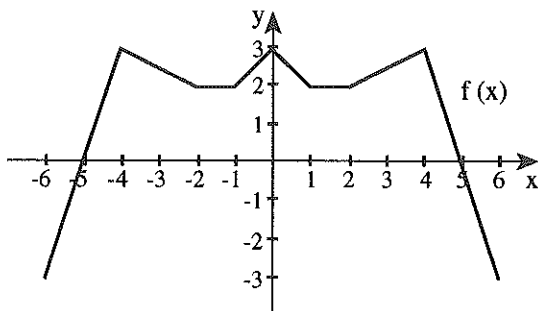
$$f(6) =$$

$$f(4) =$$

$$f(-6) =$$

$$f(-4) =$$

$$f(0) =$$



ב) השלם.

$$f(-3) = 2.5$$

$$f(-10) = -15$$

$$f(3) = \underline{\quad}$$

$$f(10) = \underline{\quad}$$

$$f(4.5) = 1.5$$

$$f(8) = -7.5$$


$$f(-4.5) = \underline{\quad}$$

$$f(\underline{\quad}) = -7.5$$

$$f(-5.5) = -1.5$$

$$f(\underline{\quad}) = -1.5$$

כשמציבים בפונקציה זוגית מספרים
נגדיים, מתקבלת אותה תוצאה.

7.  פונקציה זוגית, וידוע כי:

$$g(-4) = 1, \quad g(3) = 6, \quad g(5) = 10$$

השלם, או רשום שאי אפשר לדעת.

$$g(-5) = \underline{\quad}, \quad g(4) = \underline{\quad}, \quad g(-1) = \underline{\quad},$$

$$g(10) = \underline{\quad}, \quad g(\underline{\quad}) = 6$$

8.  נתונה הפונקציה $g(x) = x^3 - x$

(א) חשב: $g(1) =$

$g(-1) =$

(ב) האם, לדעתך, הפונקציה $g(x)$ זוגית?

(ג) השלם: $g(2) =$, $g(-2) =$. בדוק את תשובתך ל ב'.

$$h(x) = -x^2$$

$$h(2) =$$

$$h(-2) =$$

$$k(x) = x^2 - 3$$

$$k(5) =$$

$$k(-5) =$$

$$g(x) = 2x$$

$$g(3) =$$

$$g(-3) =$$

$$n(x) = x^3 + x^2 - x$$

$$n(1) =$$

$$n(-1) =$$

$$f(x) = x^2$$

$$f(2) =$$

$$f(-2) =$$

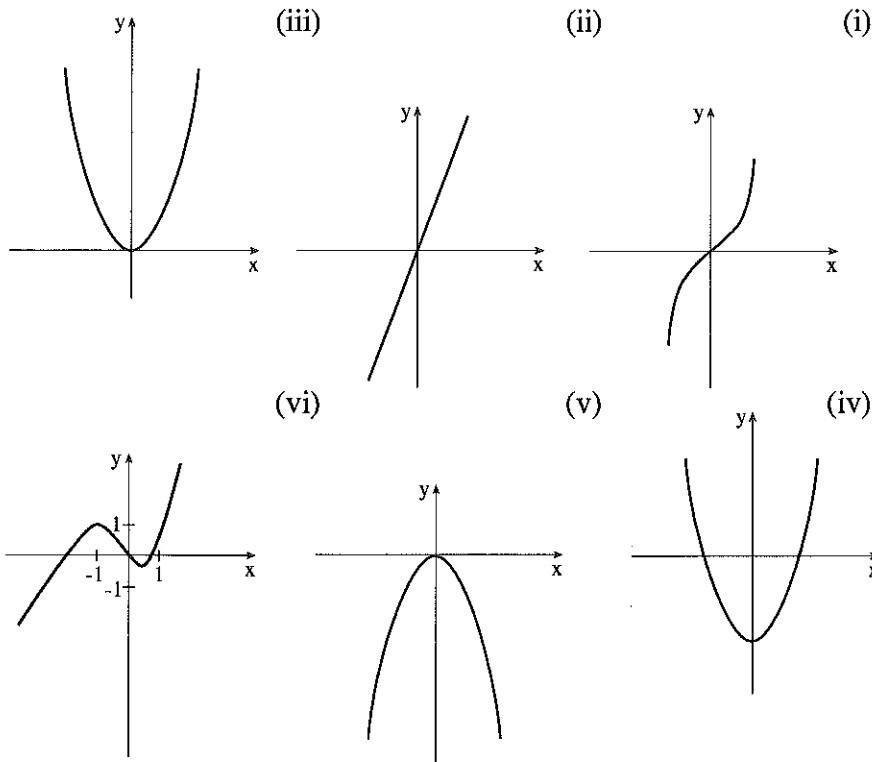
$$m(x) = x^3$$

$$m(2) =$$

$$m(-2) =$$

ב) קבע על סמך החישובים אילו מבין שש הפונקציות אינן זוגיות.

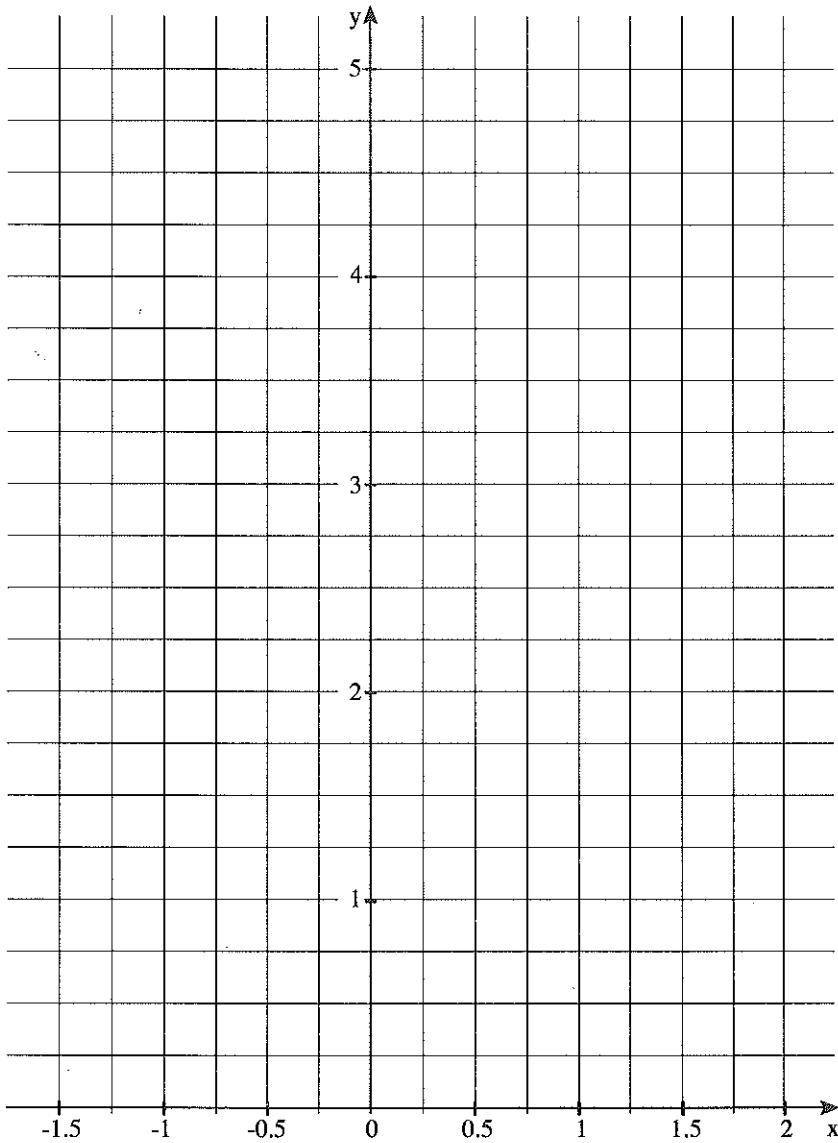
ג) התאם לכל אחת משש הפונקציות את הגרף המפורט למטה. רשום ליד הגרף את החוק. קבע אילו מהפונקציות זוגיות.



10. (א) השלם את טבלת הערכים עבור $y = x^2$.

x	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5
x^2				0			

(ב) סמן את הנקודות במערכת הצירים הנתונה, ושרטט את הגרף.



ג) השלם את טבלת הערכים עבור $y = x^4$.

x			
	x^y	4	=

סדרת הלחיצות המתאימה:

x	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5
x^4				0			

ד) סמן את הנקודות באותה מערכת צירים, ושרטט את הגרף בצבע שונה.

ה) במה דומות הפונקציות ששרטטת, ובמה הן שונות?

ו) האם הפונקציות $y = x^2$, $y = x^4$ הן זוגיות?

11. נתונות הפונקציות $f(x) = x^6$, $g(x) = x^8$.



א) השלם ערכים של הפונקציות

$$g(-1) = \quad f(-1) =$$

$$g(1) = \quad f(1) =$$

$$g(-2) = \quad f(-2) =$$

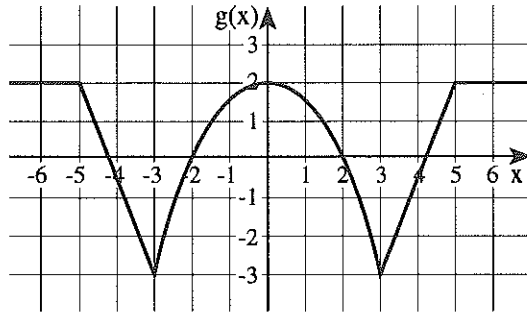
$$g(2) = \quad f(2) =$$

ב) האם אתה בטוח שהפונקציה זוגית? הסבר.

*השם פונקציה באות נובע מהצגות של המעריך.
אך יש פונקציות אחרות שגם הן באות ראית אמלא בשאר 135.*



12. א) האם הפונקציה המשורטטת זוגית?



ב) גזור את השרטוט השקוף, המתאים לפונקציה g , מהדף השקוף בסוף הספר.

הנח את השרטוט, כך שיתלכד עם הגרף המשורטט.

הזו את השרטוט 2 יחידות ימינה.

– האם יש לפונקציה המוזזת ציר סימטריה? אם כן, מהו?

– האם הפונקציה המוזזת זוגית?

ג) הנח את השרטוט השקוף, כך שיתלכד עם הגרף המשורטט.

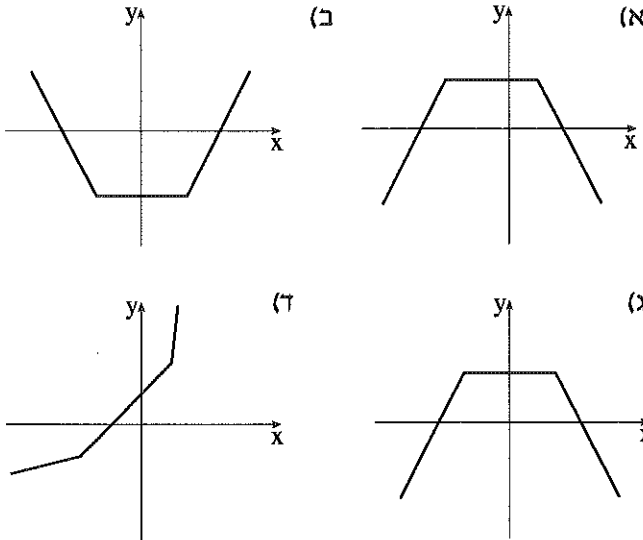
הזו את השרטוט השקוף 3 יחידות למעלה.

– האם יש לפונקציה המוזזת ציר סימטריה? אם כן, מהו?

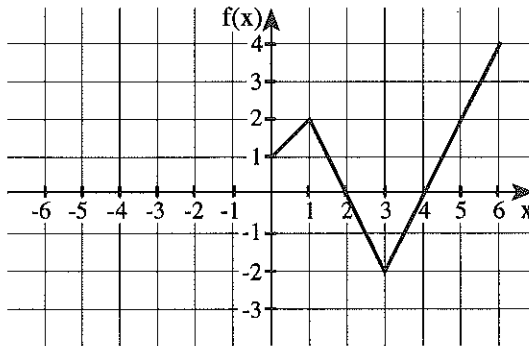
– האם הפונקציה המוזזת זוגית?

גרזון

13. אילו מבין הגרפים הבאים מתארים פונקציות זוגיות?



14. א. השלם את גרף הפונקציה $f(x)$, כך שתקבל פונקציה זוגית.



- ב. השלם לפי הגרף:
- | | |
|-----------|----------|
| $f(-3) =$ | $f(3) =$ |
| $f(-6) =$ | $f(6) =$ |
| $f(-2) =$ | $f(2) =$ |
| $f(-4) =$ | $f(4) =$ |

אם לא טעית בשרטוט או בקריאה, קיבלת אותן תוצאות בטור הימני והשמאלי.

15. א) האם תיתכן פונקציה זוגית, שיש לה שתי נקודות חיתוך עם ציר x ?
אם כן, שרטט.

ב) האם תיתכן פונקציה זוגית, שיש לה שלוש נקודות חיתוך עם ציר x ?
אם כן, שרטט.

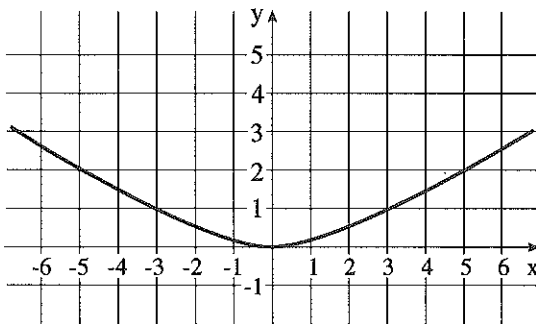
ג) האם תיתכן פונקציה זוגית, שיש לה חמש נקודות חיתוך עם ציר x ,
והיא אינה עוברת דרך $(0, 0)$? אם כן, שרטט.

ד) האם תיתכן פונקציה זוגית שקבועה לכל x ? אם כן, שרטט.

ה) האם תיתכן פונקציה זוגית שעולה לכל x ? אם כן, שרטט.

ו) האם תיתכן פונקציה זוגית שיורדת לכל x ? אם כן, שרטט.

16. א) השלם על פי הגרף.



$$f(3) =$$

$$f(-3) =$$

$$f(5) =$$

$$f(-5) =$$

ב) האם הפונקציה זוגית?

17. שרטט גרף של פונקציה זוגית המקיימת: $f(2) = f(-2) = -1$,
ויש לה ארבע נקודות חיתוך עם ציר x .

18. נתונות ארבע פונקציות ריבועיות.

$$f(x) = 2x^2$$

$$h(x) = 2(x + 2)^2$$

$$g(x) = 2x^2 + 1$$

$$k(x) = -2x^2$$

$$f(3) =$$

$$h(3) = \quad \text{א) השלם:}$$

$$f(-3) =$$

$$h(-3) =$$

$$g(3) =$$

$$k(3) =$$

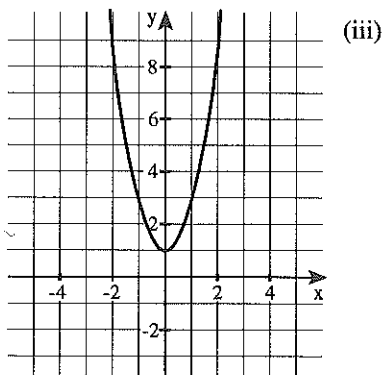
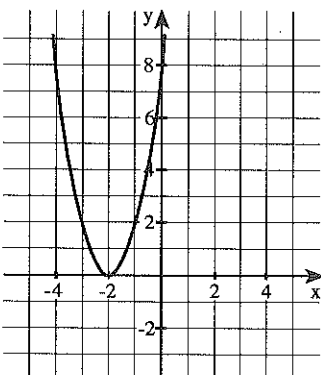
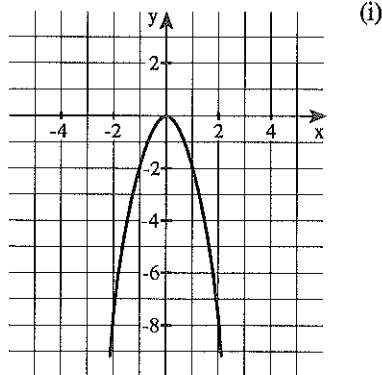
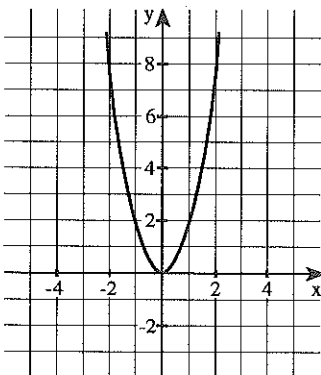
$$g(-3) =$$

$$k(-3) =$$

(ב) לגבי איזו מהפונקציות הנ"ל ניתן להסיק שהיא אינה פונקציה זוגית?

(ג) לפניך גרפים של ארבע הפונקציות הנ"ל. רשום ליד כל גרף את החוק

המתאים, וקבע אילו מהן זוגיות.



19. הגרפים מתאימים לפונקציות:

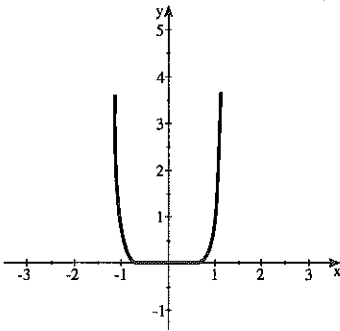
$$y = x^{10}$$

$$y = x^4$$

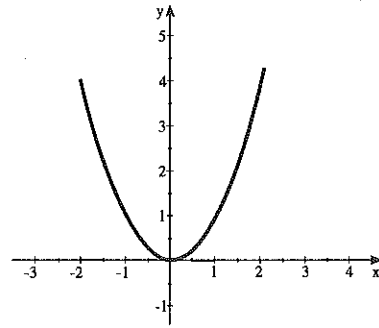
$$y = x^2$$

רשום על כל גרף את החוק המתאים.

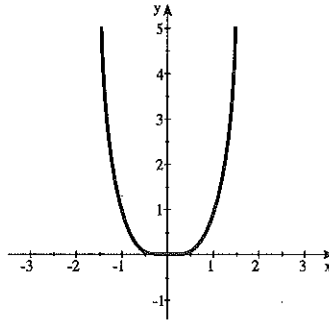
(ב)




(א)

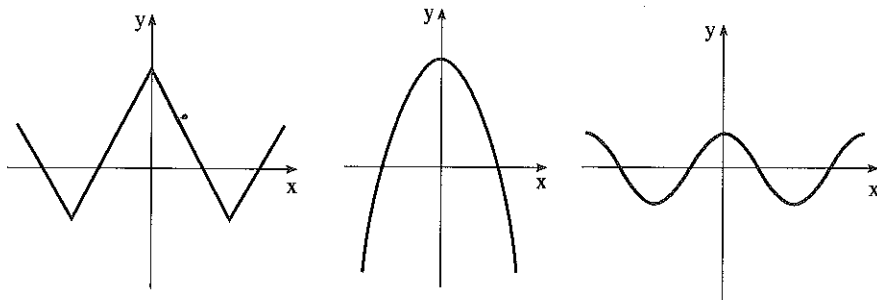



(ג)

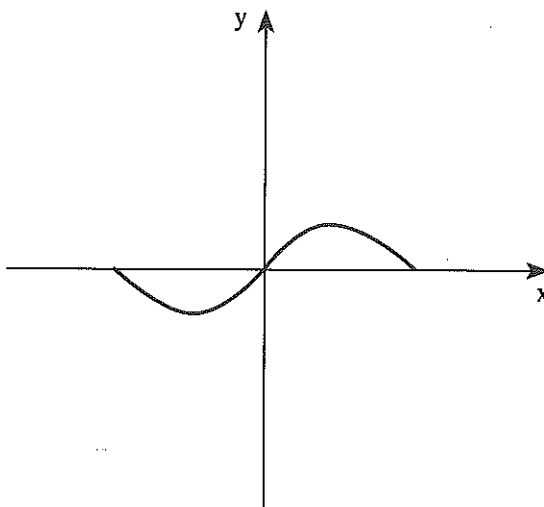


עוד תכונה של פונקציות: אי-זוגיות

1.  לפניך גרפים של פונקציות זוגיות. מה יקרה לגרף של כל פונקציה, אם תבצע שיקוף של הגרף בציר y ?



2.  נסה לשרטט את הגרף המתקבל לאחר שיקוף בציר y .



הפונקציה המשורטטת היא אי-זוגית.

בסעיף זה נחקור את תכונותיה.

3. א) השלם מתוך הגרף.



$$k(-2) =$$

$$k(2) =$$

$$k(-5) =$$

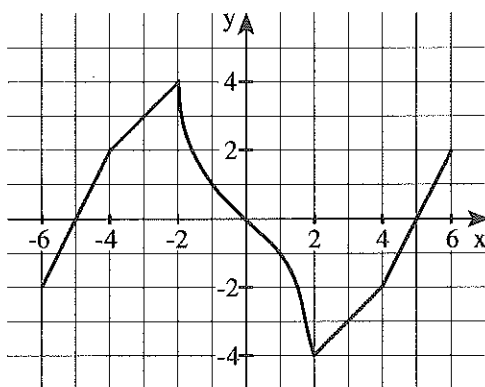
$$k(5) =$$

$$k(4) =$$

$$k(-4) =$$

$$k(6) =$$

$$k(-6) =$$



כשמציבים בפונקציה אי-זוגית מספרים נגדיים, מתקבלות תוצאות נגדיות.

ב) השלם.

$$k(-5.5) = -1$$

$$k(\underline{\quad}) = 1$$

$$k(20) = -3$$

$$k(-20) = \underline{\quad}$$

$$k(3.5) = -2.5$$

$$k(-3.5) = \underline{\quad}$$

$$k(8) = 6$$

$$k(\underline{\quad}) = -6$$

$$k(0) =$$

פונקציה f אי-זוגית, המוגדרת ב 0 , מקיימת $f(0) = 0$.



4. פונקציה אי-זוגית וידוע כי:

$$g(-10) = 2 \quad g(-3) = -1 \quad g(-1) = -4 \quad g(5) = 10$$

השלם את החסר או רשום שאי אפשר לדעת.

$$g(-5) = \quad g(-2) = \quad g(0) = \quad g(1) =$$

$$g(2) = \quad g(3) = \quad g(4) = \quad g(10) =$$

$$g(_) = -2$$

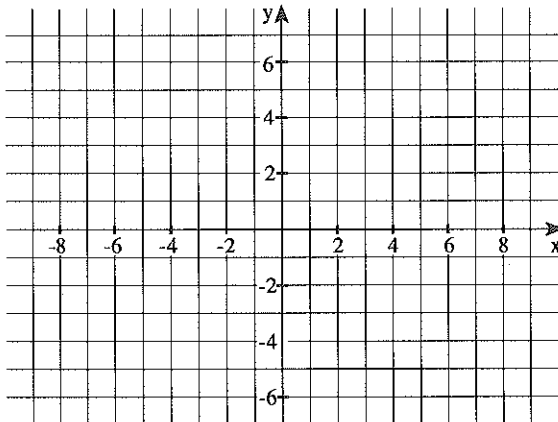


5. פונקציה f אי-זוגית. השלם וסמן את הנקודות במערכת הצירים.

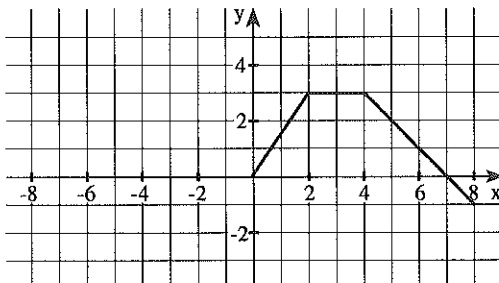
$$f(6) = \quad f(-5) = 0 \quad f(1) = 4 \quad f(3) = 1$$

$$f(-6) = -1 \quad f(5) = \quad f(-1) = \quad f(-3) =$$

$$f(0) =$$



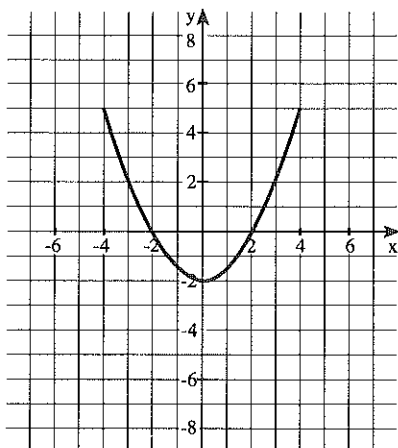
6. השלם את הגרף, כך שתתקבל פונקציה אי-זוגית.



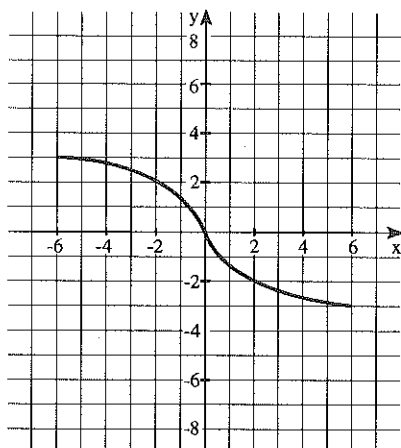


7. (א) אילו מהפונקציות המשוורטטות הן פונקציות אי-זוגיות? (כלומר, כשמציבים מספרים נגדיים מתקבלות תוצאות נגדיות).

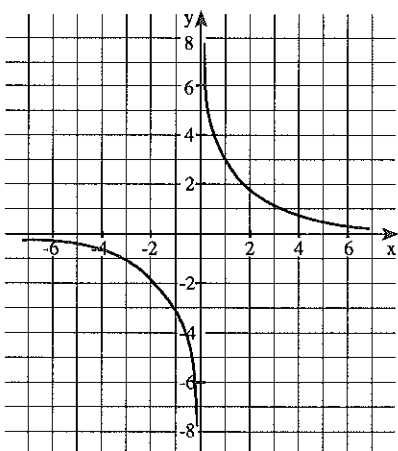
(i)



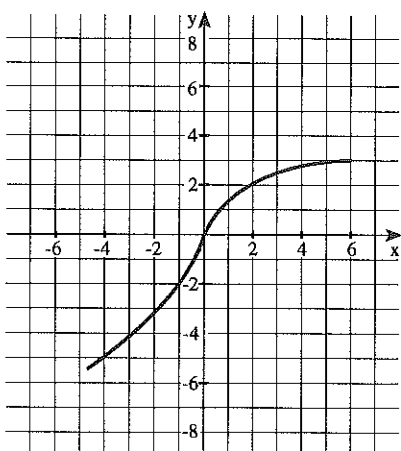
(ii)



(iii)



(iv)

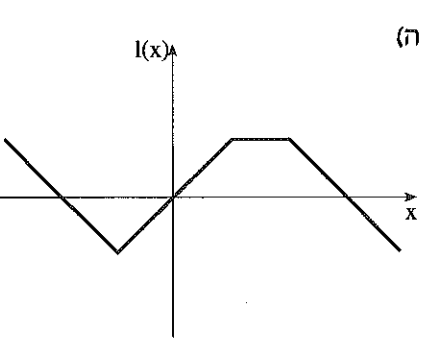
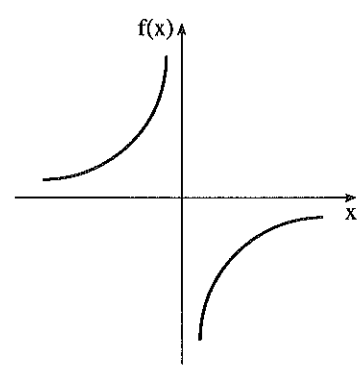
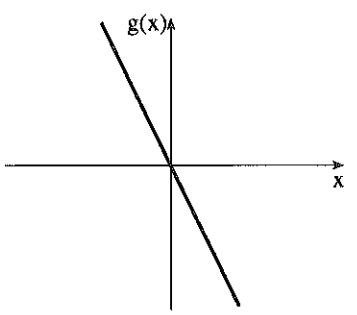
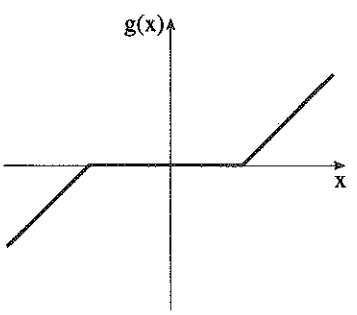
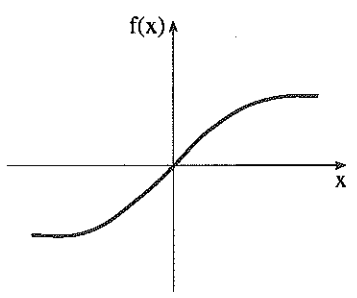
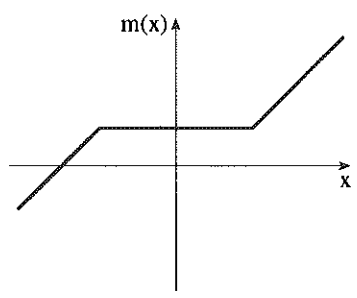


(ב) נסה לתאר את התכונה המאפיינת גרף של פונקציה אי-זוגית.

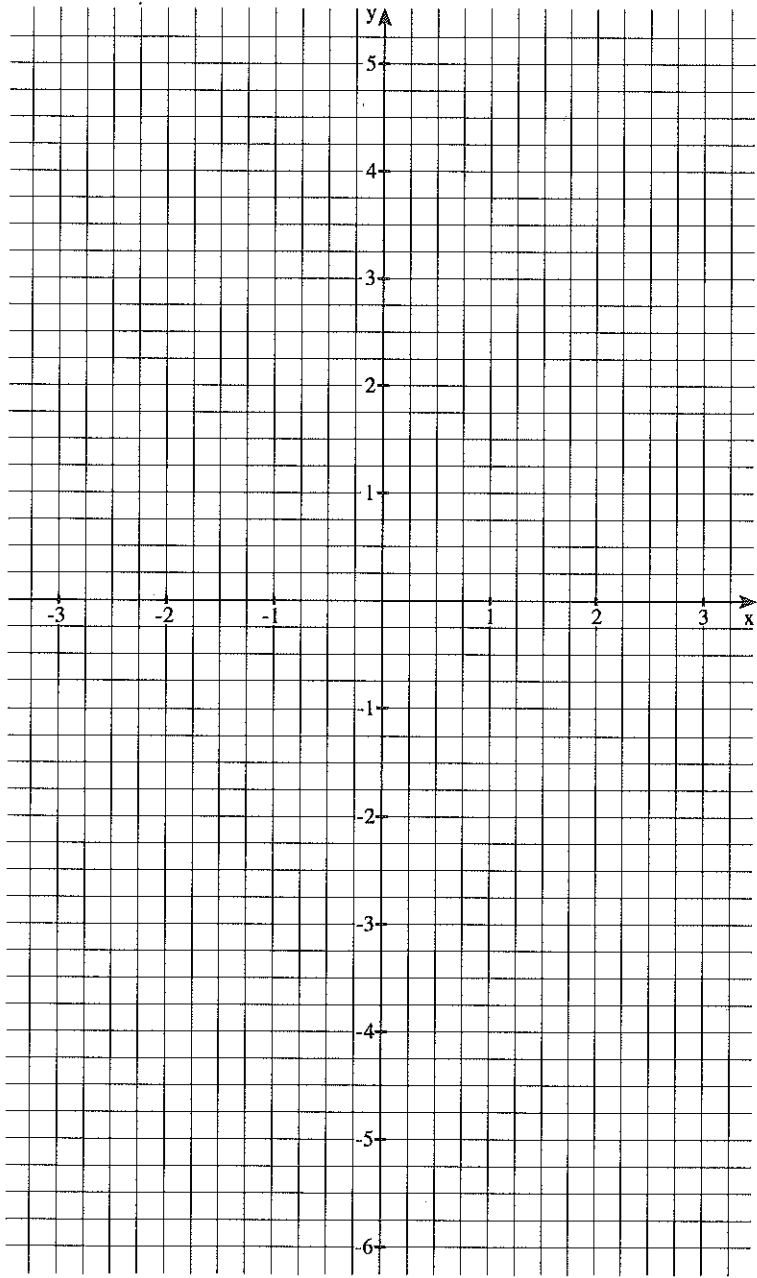




8. קבע לגבי כל פונקציה אם היא אי-זוגית.



9. א) שרטט במערכת הצירים את גרף הפונקציה $y = x$.



(ב) השלם את טבלת הערכים עבור $y = x^3$

x
↓

	x^y	3	=

סדרת הלחיצות המתאימה:

x	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5
x^3				0			

(ג) סמן את הנקודות במערכת הצירים בה משורטט הישר $y = x$, ושרטט את הגרף.

(ד) צבע את הגרף שהתקבל.

(ה) השלם את טבלת הערכים עבור $y = x^5$

x
↓

	x^y	5	=

סדרת הלחיצות המתאימה:

x	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5
x^5				0			

(ו) סמן את הנקודות במערכת הצירים הנייל, ושרטט את הגרף.

(ז) במה דומות הפונקציות ששרטטת ובמה הן שונות?

(ח) האם הפונקציות $y = x^5$, $y = x^3$, $y = x$ הן אי-זוגיות?

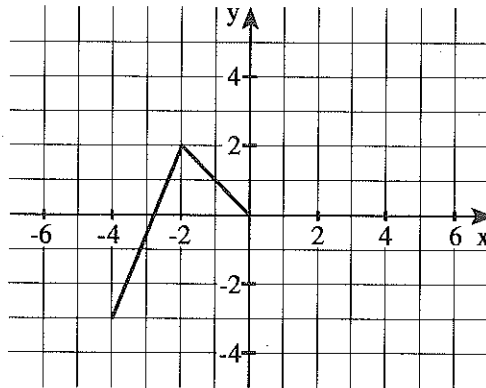
הפונקציות:
 $y = x$, $y = x^2$, $y = x^3$, $y = x^4$, $y = x^5$...
 נקראות פונקציות חזקה.

(ט) רשום ארבע פונקציות חזקה זוגיות.

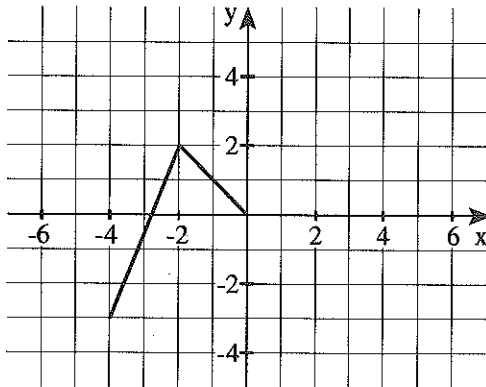
(י) רשום ארבע פונקציות חזקה אי-זוגיות.



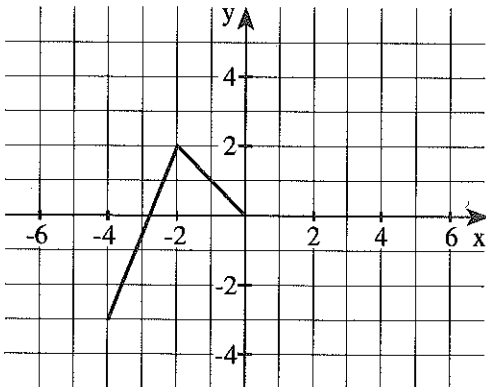
10. א) השלם את הגרף כך שתתקבל פונקציה אי-זוגית.



ב) השלם את הגרף כך שתתקבל פונקציה זוגית.

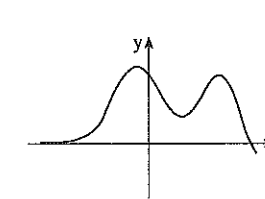
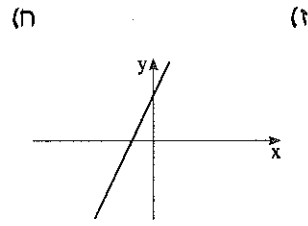
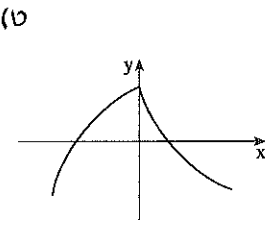
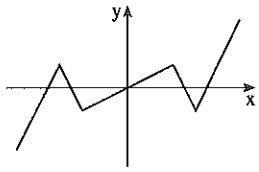
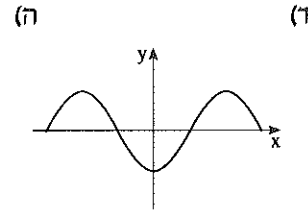
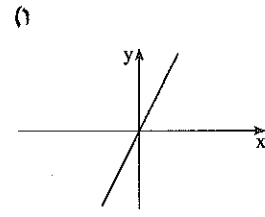
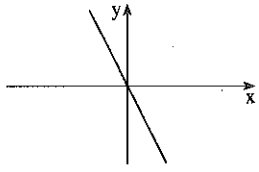
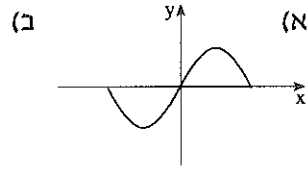
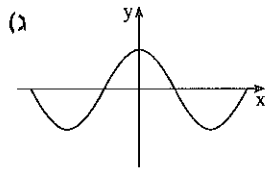
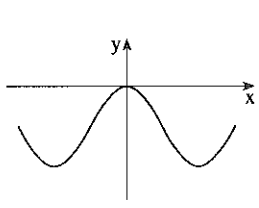



ג) השלם את הגרף כך שתתקבל פונקציה אחרת (לא זוגית ולא אי-זוגית).



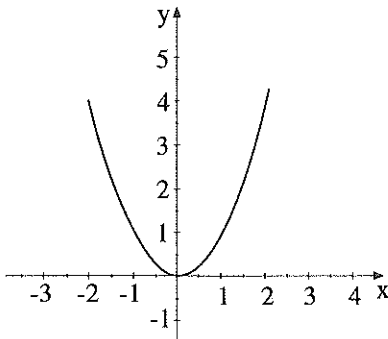


11. רשום ליד כל גרף של פונקציה אם היא זוגית, אי-זוגית או אחרת.



יש פונקציות זוגיות, אי-זוגיות, ויש פונקציות אחרות. 

12. נתייחס לפונקציה $y = x^2$.



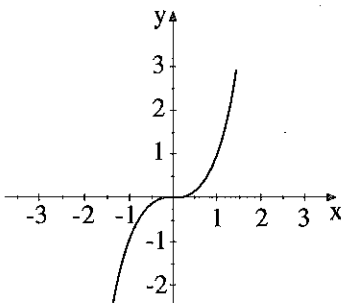
(א) מה שיפוע הפונקציה בנקודה בה $x = -3$.

מצא על הפונקציה נקודה בה השיפוע נגדי לשיפוע שמצאת.

(ב) מצא שתי נקודות נוספות על הפונקציה ששיפועי המשיקים נגדיים.

(ג) אפיין זוגות של ערכי x עבורם שיפועי המשיקים נגדיים.
- האם הפונקציה הנגזרת של $y = x^2$ היא פונקציה זוגית או אי-זוגית?

13. נתייחס לפונקציה $y = x^3$.



(א) מה שיפוע הפונקציה בנקודה בה $x = -1$.

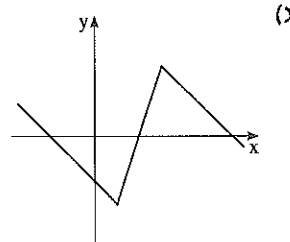
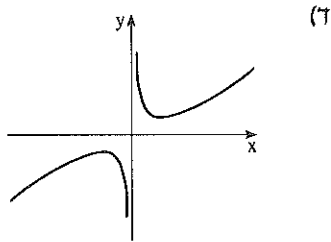
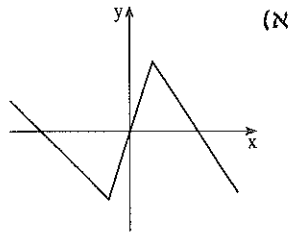
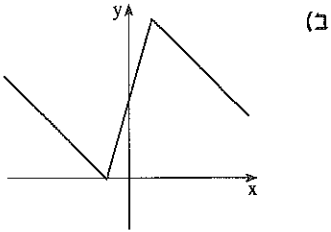
מצא על הפונקציה נקודה בה השיפוע זהה לשיפוע שמצאת.

(ב) מצא שתי נקודות נוספות על הפונקציה ששיפועי המשיקים זהים.

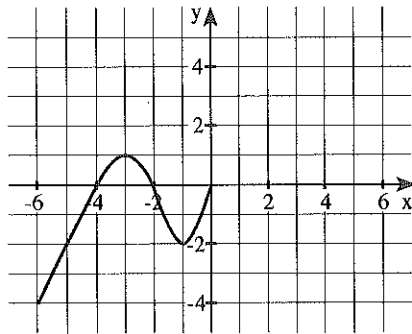
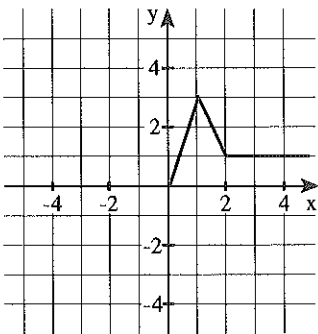
(ג) אפיין זוגות של ערכי x עבורם שיפועי המשיקים נגדיים.
- האם הפונקציה הנגזרת של $y = x^3$ היא פונקציה זוגית או אי-זוגית?

גרזיון

14. לפניך גרפים של פונקציות.
קבע לגבי כל פונקציה אם היא אי-זוגית.



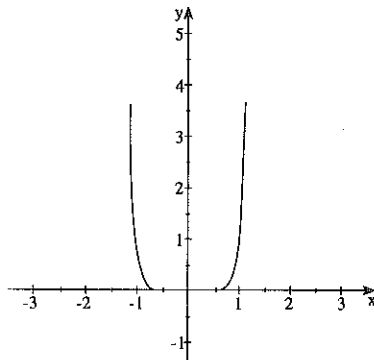
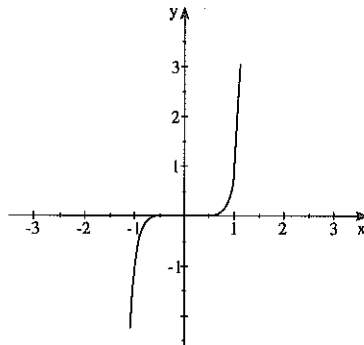
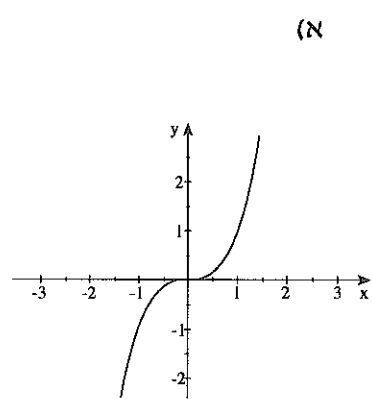
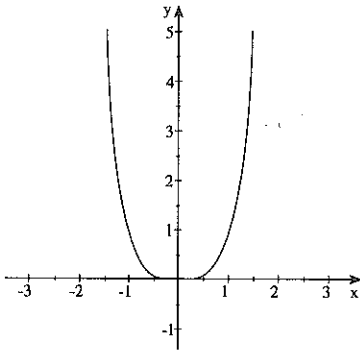
15. השלם את הגרפים הבאים כך שבכל גרף תתקבל פונקציה אי-זוגית.



16. הגרפים מתארים את הפונקציות:

$$y = x^9 \quad y = x^3 \quad y = x^4 \quad y = x^{10}$$

רשום ליד כל גרף את החוק המתאים.



17. נתונות חמש פונקציות.

$$f(x) = -x^3$$

$$k(x) = 0.5x^3$$

$$g(x) = (x-1)^3$$

$$h(x) = x^3$$

$$m(x) = x^2 - 4$$

א) השלם:

$$f(2) =$$

$$k(2) =$$

$$f(-2) =$$

$$k(-2) =$$

$$g(2) =$$

$$h(2) =$$

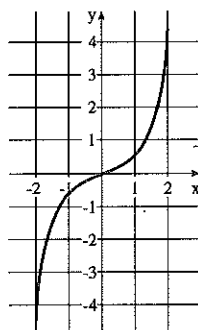
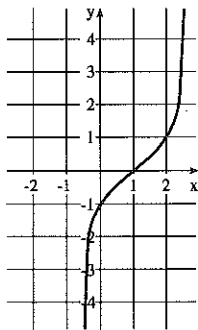
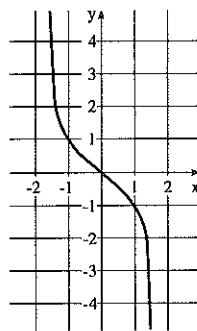
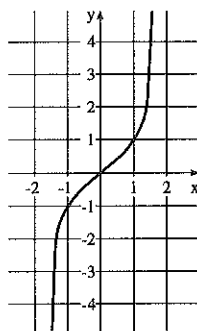
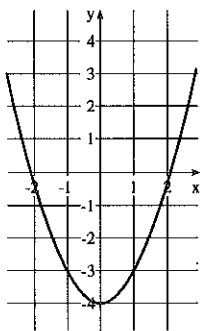
$$g(-2) =$$

$$h(-2) =$$

$$m(2) =$$

$$m(-2) =$$

- ב) קבע על סמך החישובים איזו מבין הפונקציות אינה אי-זוגית.
 ג) לפי גרפים של חמש הפונקציות הנ"ל, רשום ליד כל גרף את החוק המתאים, וקבע אילו מהן אי-זוגיות.



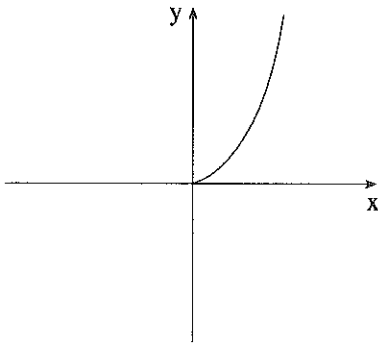


18. א) האם תיתכן פונקציה אי-זוגית, שיש לה מספר זוגי של נקודות חיתוך עם ציר x ?

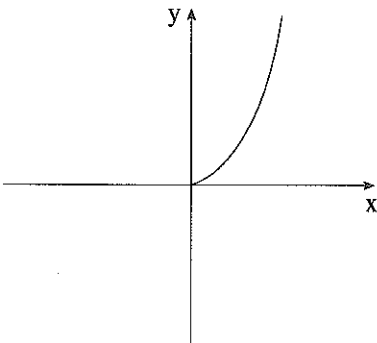
ב) האם תיתכן פונקציה אי-זוגית עולה לכל x ?

ג) האם תיתכן פונקציה אי-זוגית יורדת לכל x ?

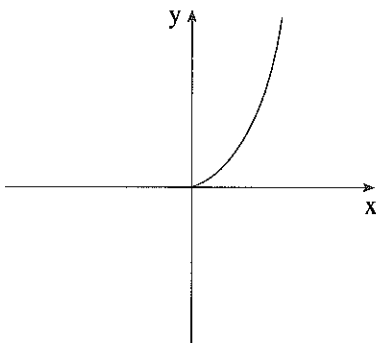
19. א) השלם את הגרף לפונקציה זוגית.



ב) השלם את הגרף לפונקציה אי-זוגית.



ג) השלם את הגרף לפונקציה אחרת (לא זוגית ולא אי-זוגית).



20. א) מיין את פונקציות החזקה הבאות לפונקציות זוגיות ולפונקציות אי-זוגיות.

$$\begin{array}{cccc} y = x^2 & y = x^{10} & y = x^6 & y = x^5 \\ y = x^1 & y = x^{12} & y = x^{17} & y = x^{50} \end{array}$$

ב) רשום שתי פונקציות חזקה זוגיות נוספות ושתי פונקציות חזקה אי-זוגיות נוספות.

21. שרטט פונקציה המוגדרת לכל x והמקיימת את כל התנאים הבאים:

א) הפונקציה יורדת כאשר x בין 0 ל-3.

ב) הפונקציה עולה כאשר x גדול מ-3.

ג) הפונקציה זוגית.

22. שרטט פונקציה המוגדרת לכל x , והמקיימת את כל התנאים הבאים:

א) הפונקציה עוברת דרך ראשית הצירים ודרך הנקודה $(1, 0)$.

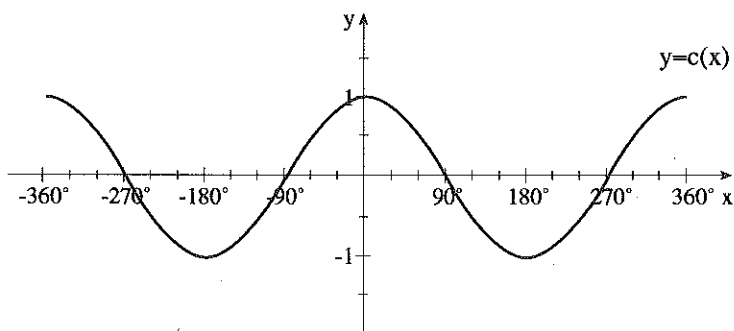
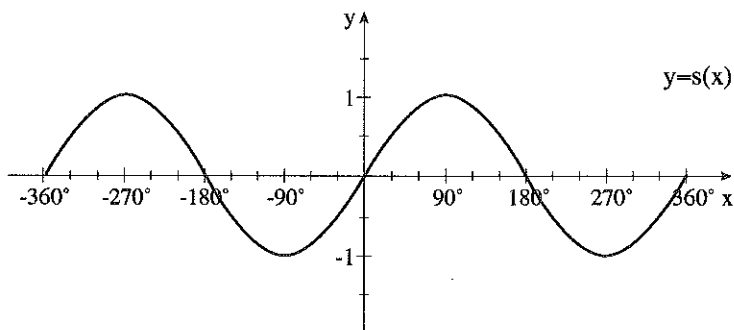
ב) הפונקציה חיובית כאשר x בין 0 ל-1.

ג) הפונקציה שלילית כאשר x גדול מ-1.

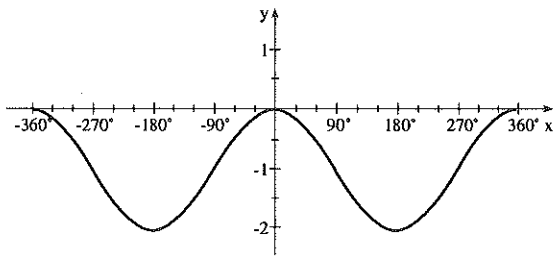
ד) הפונקציה אי-זוגית.

23. משורטטות שתי פונקציות $y = s(x)$ ו- $y = c(x)$.

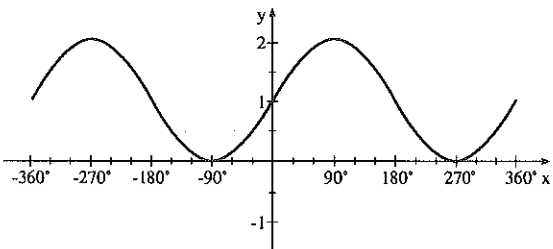
איזו פונקציה זוגית ואיזו אי-זוגית?



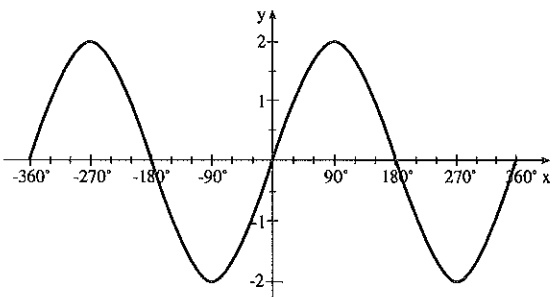
24. קבע לגבי כל פונקציה אם היא זוגית, אי-זוגית, או אחרת.



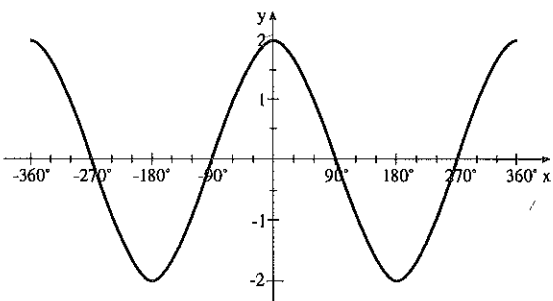
(i)



(ii)



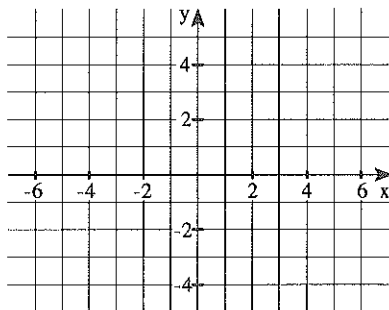
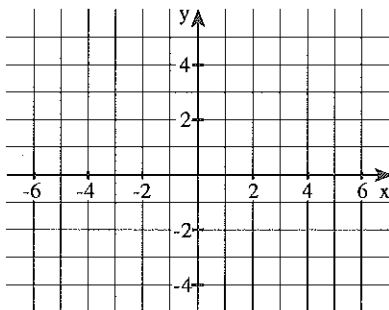
(iii)



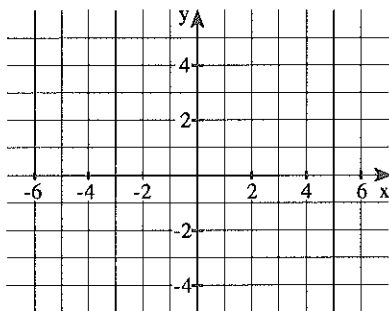
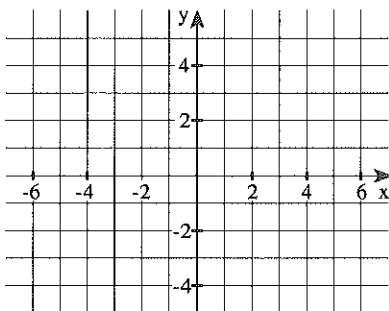
(iv)

25. (א) שרטט פונקציה קווית זוגית.

(ב) שרטט פונקציה קווית אי-זוגית.



26. (א) שרטט פונקציה מחזורית זוגית. (ב) שרטט פונקציה מחזורית אי-זוגית.



26. האם יש פונקציה קווית, שהיא גם זוגית וגם אי-זוגית?



פעילויות למחשב

ההוראות לשימוש במחשב מתאימות לתוכנה מתמטיא.

פעילות ראשונה במחשב - על גרף אייז

המקום לשילוב הפעילות: אחרי תרגיל 1, עמודים 7-9 בספר, במקום תרגילים 2 ו-3 עמודים 10-11 בספר.

רשום את הפונקציה לפי סדרת

ההקשות:

0.1	(x	-	2)	(x	-	1)	(...
-----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	-----

הקש \heartsuit ALT (ביחוד) לשינוי סקלות, ורשום גבולות מתאימים.

הקש F10 לאישור השינויים, ו-F2 לשרטוט.

הקש \heartsuit ALT (ביחוד), ושנה על פי בחירתך.

1. א) שרטט את גרף הפונקציה

$$f(x) = 0.1(x-2)(x-1)(x+12)$$

בגבולות

$$-1 \leq x \leq 3$$

$$-5 \leq y \leq 5$$

- רשום מה ראית.

- כמה נקודות חיתוך עם ציר x ?

- כמה נקודות שפלי?

ב) האם אתה משוכנע שזו צורת

הגרף?

שנה את הגבולות של x ו-y.

- האם יש עוד נקודות חיתוך עם

ציר x?

- האם יש עוד נקודות שפלי?

- האם יש נקודות שיא?

ג) האם כעת אתה בטוח שזו צורת

הגרף?

הקש F3 למחיקת הפונקציה הקודמת.
 רשום את הפונקציה לפי סדרת
 ההקשות:

$$-2x / (x^2 + 4)$$

הקש F2 לשרטוט.

הקש ALT (ביחד), ושנה לפי בחירתך.
 הקש F10 לאישור השינויים.

הקש F7 להילוך על פונקציות, והלך
 בעזרת החיצים $\leftarrow \rightarrow$ עד שהסמן
 יגיע לנקודה הרצויה. שיעורי הנקודה
 רשומים מצד ימין של המסך.

הקש F3 למחיקת הפונקציה הקודמת.
 רשום את הפונקציה לפי סדרת
 ההקשות:

$$0.1(x - 10)^2 - 5$$

הקש F2 לשרטוט.

2. א) שרטט את גרף הפונקציה

$$y = \frac{-2x}{(x^2 + 4)}$$

- רשום מה ראית.

ב) שנה את הגבולות של x ו- y .
 בדוק האם ניתן לקבל תמונה
 מייצגת יותר של גרף הפונקציה.

ג) כמה נקודות שיא ושפל ראית?
 - רשום, בקירוב, את שיעורי
 נקודות השיא והשפל שראית.

- האם אתה בטוח שאין נקודות
 שיא ושפל נוספות?

3. א) שרטט את גרף הפונקציה

$$y = 0.1(x - 10)^2 - 5$$

- רשום מה ראית.

ב) פשט את תבנית הפונקציה.
 - האם יש התאמה בין הגרף
 שקיבלת לתבנית? נמק.

הקש $\text{ALT} + \text{F10}$, שנה בהתאם, והקש F10 לאישור.

הקש F7 להילוך על הפונקציה, והלך בעזרת החיצים $\rightarrow \leftarrow$ עד שהסמן יגיע לנקודה הרצויה. שיעורי הנקודה רשומים מצד ימין של המסך.

הקש F3 למחיקת הפונקציה הקודמת. רשום את הפונקציה לפי סדרת ההקשות:

12	x	+	20
----	---	---	----

הקש F2 לשרטוט.

הקש $\text{ALT} + \text{F10}$, שנה בהתאם, והקש F10 לאישור.

הקש F7 להילוך על הפונקציה, והלך בעזרת החיצים $\rightarrow \leftarrow$ עד שהסמן יגיע לנקודה הרצויה. שיעורי הנקודה רשומים מצד ימין של המסך.

- שנה את גבולות מערכת הצירים כך שתתקבל תמונה מייצגת של גרף הפונקציה.

- ג) רשום, בקירוב, את שיעורי נקודת המקסימום/מינימום.
- מצא את נקודת המקסימום/מינימום מהתבנית, והשווה עם התוצאות מהגרף.
- האם אתה בטוח שאין נקודות מקסימום/מינימום נוספות? נמק.

4. א) שרטט את גרף הפונקציה $y = 12x + 20$.

- רשום מה ראית.

ב) שנה את מערכת הצירים כך שתתקבל תמונה מייצגת של גרף הפונקציה.

- האם אתה בטוח שקיבלת תמונה מייצגת? נמק.

- ג) רשום, בקירוב, את נקודות החיתוך עם הצירים.
- מצא את נקודות החיתוך עם הצירים בעזרת התבנית, והשווה עם התוצאות מהגרף.

פעילות שנייה במחשב - עזייה ויזדה של פונקציה ומכונת נוסחה

המקום לשילוב הפעילות: כתרגול הסעיף - שרטוט גרף על פי תכונות, עמודים 26-23 בספר.

רשום את הפונקציה לפי סדרת ההקשות:

0.2	(x	-	3)	(x	...
-----	---	---	---	---	---	---	---	-----

הקש σ ALT (ביחד) לשינוי סקלות, ורשום גבולות מתאימים.
הקש F10 לאישור השינויים, ו-F2 לשרטוט.

הקש F7 להילוך על פונקציות, והלך בעזרת החיצים \rightarrow \leftarrow עד שהסמן יגיע לנקודה הרצויה.
שיעורי הנקודה רשומים מצד ימין של המסך.

1. א) שרטט את גרף הפונקציה

$$y = 0.2(x - 3)(x - 1)(x - 4)(x + 2)$$

גבולות:

$$\begin{aligned} -5 &\leq x \leq 5 \\ -10 &\leq y \leq 5 \end{aligned}$$

הערה:

גבולות אלה נמנים תמונה מייצגת של גרף הפונקציה.

ב) רשום, בקירוב, את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

- רשום, בקירוב, את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר x ועם ציר y.
- בדוק את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים על-ידי הצבה בתבנית הפונקציה.

2. נתונות ארבע פונקציות. הגבולות הרשומים ליד כל פונקציה נותנים תמונה מייצגת של גרף הפונקציה. (בצע את ההוראות הבאות על כל פונקציה בנפרד).
- רשום כל אחת מהפונקציות במחשב.
 - שרטט כל אחת מהפונקציות במחשב, בגבולות המוצעים.
 - רשום את שיעורי נקודות הקיצון של כל אחת מהפונקציות, ורשום מאיזה סוג הנקודות.
 - רשום תחומי עלייה וירידה של כל אחת מהפונקציות.

$$y = 2 \quad (\text{ב})$$

בגבולות:

$$-5 < x < 5$$

$$-5 \leq y \leq 5$$

$$y = x^3 + 2x^2 + 1 \quad (\text{א})$$

בגבולות:

$$-5 \leq x \leq 5$$

$$-5 \leq y \leq 5$$

$$y = x + \frac{8}{(x^2 + 1)} \quad (\text{ד})$$

בגבולות:

$$-5 \leq x \leq 8$$

$$-3 \leq y \leq 9$$

$$y = \frac{(x^2 + 2)}{(x^2 + 1)} \quad (\text{ג})$$

בגבולות:

$$-5 < x < 5$$

$$-1 \leq y \leq 3$$

הערה:

הפונקציות ג' ו-ד' נרשמו עם סוגריים, כדי להזכיר שכך יש לכתוב פונקציות אלה במחשב.

3. א) שרטט את גרף הפונקציה

$$y = 0.5x^3 - 2x^2$$

בגבולות:

$$-3 \leq x \leq 5$$

$$-8 \leq y \leq 5$$

הערה:

שבואו אלה נותנים תמונה מייצגת של
גרף הפונקציה.

ב) השלם, בקירוב, את שיעור x של

הנקודה $(3,)$, הנמצאת על

גרף הפונקציה.

- כמה נקודות, ששיעור y שלהן

הוא -2.3 יש על גרף

הפונקציה?

- רשום את שיעוריהן, בקירוב.

4. א) שרטט את גרף הפונקציה

$$y = x^4 - 4x^2$$

בגבולות:

$$-3 \leq x \leq 3$$

$$-6 \leq y \leq 6$$

הערה:

גבולות אלה נותנים תמונה מייצגת של
גוף הפונקציה.

ב) כמה נקודות, ששיעור y שלהן הוא

5.1, יש על גרף הפונקציה?

- רשום את שיעוריהן, בקירוב.

- מה הקשר בין שיעורי x

שמצאת?

- נסה להסביר את מקור הקשר

שמצאת.

- כמה נקודות, ששיעור y שלהן

הוא -2.4, יש, בקירוב, על גרף

הפונקציה?

- רשום את שיעוריהן, בקירוב.

פעילות אישית במחשב - הפונקציה הנגזרת של $y = x^2$

המקום לשילוב הפעילות: בסעיף הפונקציה הנגזרת, במקום תרגיל 1, עמודים 68-69 בספר.

רשום את הפונקציה לפי סדרת
ההקשות:

x	^	2
---	---	---

הקש F2 לשרטוט.

הקש \mathcal{S} ALT (ביחד) ושנה בהתאם.
והקש F10 לאישר.

רד בעזרת החץ \downarrow עם החלון, רשום את
משוואת הישר, והקש F2 לשרטוט.

רד בעזרת החץ \downarrow , רשום את המשוואה
שבחרת, והקש F2.

לך בעזרת החיצים \uparrow \downarrow עם החלון,
ומחק את כל הישרים בעזרת תמקש F3.

רשום את המשוואה שבחרת, והקש F2.

1. א) שרטט את גרף הפונקציה
 $y = x^2$

בגבולות: $-5 \leq x \leq 5$
 $-5 \leq y \leq 10$

ב) שרטט את הישר שמשוואתו
 $y = 2x + 1$
ג) בכמה נקודות חותך הישר את
הפונקציה?

ד) שרטט ישר ששיפועו 2 ואינו חותך
את גרף הפונקציה.
רשום את המשוואה במחברתך.
במידה והישר חותך את גרף
הפונקציה, מחק ונסה שוב.

ה) מחק את כל הישרים.

ו) נסה לשרטט ישר ששיפועו 2 והוא
משיק לגרף הפונקציה.

רשום את המשוואה שקיבלת
במחברתך.

רשום את נקודת ההשקה
שקיבלת.

1) צא מהילוך.

מחק את המשיק.

2. שרטט ישר ששיפועו 4- והוא משיק

לגרף הפונקציה $y = x^2$.

רשום את שיעורי נקודת ההשקה.

- צא מהילוך.

- נקה את המסך.

3. יגויכנה אפניך ניגן ארטט

ישירא משיק אפני הפונקציה.

א) שרטט את גרף הפונקציה

$$y = x^2$$

בגבולות: $-3 \leq x \leq 3$

$$-1 \leq y \leq 10$$

ב) "הלך" עם המשיק על גרף

הפונקציה המשורטטת.

ג) רשום את שיפוע המשיק בנקודה

$$(2, 4).$$

הקש F7 להילוך על פונקציות והלך

בעזרת החיצים \rightarrow \leftarrow על הישר עד

שתגיע עם הסמן לנקודת ההשקה.

הקש ESC.

הקש F3.

הקש ESC.

הקש F3 ALT (ביחד) למחיקת כל

הפונקציות.

הקש F2

הקש ALT (ביחד), שנה בהתאם,

והקש F10 לאישור.

הקש F7 להילוך, והקש \rightarrow לשרטוט

המשיק.

הלך בעזרת החיצים \rightarrow \leftarrow .

השיעור של נקודת ההשקה ומשוואת

המשיק רשומים על המסך מצד ימין.

הערה: הקשה על a - מאפשרת להגדיל או להקטין את צמד ההילוק. כדי להגיש לשיעורי x המבוקשים.

ד) רשום לגבי נקודה אחרת את שיפוע המשיק ואת נקודת ההשקה.
ה) "הלך" עם המשיק על גרף הפונקציה המשורטטת, והשלם את הטבלה:

שיפוע המשיק	שיעור x של נקודת ההשקה
	-2.5
	-2
	-1
	0
	1
	2
	2.5

ו) התבונן בכל שורה בטבלה ורשום במילים את הקשר בין שיפוע המשיק בנקודת ההשקה לבין שיעור x של נקודת ההשקה.
ז) היעזר במה שרשמת בסעיף ו', והשלם את הטבלה:

שיפוע המשיק	שיעור x של נקודת ההשקה
	13
	20
	50
	100
	x

ראית כי השימוש אצלך של הפונקציה
 $y = x^2$ הוא מכפלה של המספר 2
 בשיעור x של נקודת ההשקה. אז כן
 הגבנית של הנגזרת היא $2x$.

כלומר, אם $f(x) = x^2$

אז $f'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

צא מהילוך.

מחק את המסך.

הקש ESC.

הקש ALT F3 (ביחד) למחיקת כל
 הפונקציות.

4. נבדוק את הקשר בין הפונקציה

$y = 3x^2$ לפונקציה הנגזרת שלה.

(א) שרטט את גרף הפונקציה

$$y = 3x^2$$

ישום את הפונקציה לפי סדרת
 ההקשות:

3	x	^	2
---	---	---	---

הקש F2 לשרטוט.

הקש ALT (ביחד), שנה בהתאם,
 והקש F10 לאישור.

בגבולות: $-3 \leq x \leq 3$

$-1 \leq y \leq 15$

ב. "הלך" עם המשיק על גרף הפונקציה המשורטטת והשלם את הטבלה הבאה:

שיפוע המשיק	שיעור x של נקודת ההשקה
	-2
	-1.5
	-1
	0
	1
	1.5
	2

התבונן בכל שורה בטבלה, ורשום במילים את הקשר בין שיפוע המשיק בנקודות ההשקה לבין שיעור x של נקודות ההשקה.

כלומר, קבלת אם $f(x) = 3x^2$

$f'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ אז

הקש F7 להילוך, והקש M לשרטוט המשיק. הלך בעזרת החיצים \leftarrow \rightarrow . משוואת המשיק רשומה על המסך מצד ימין.

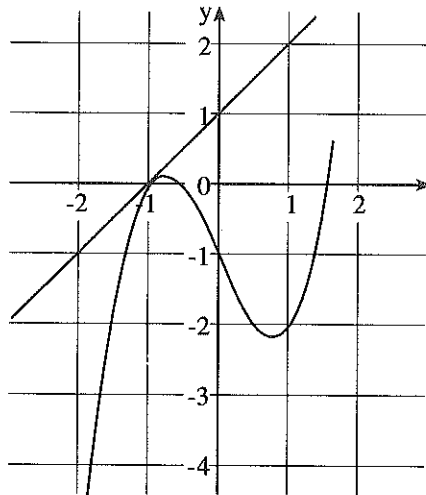
הקש על + או - להתאמת גודל הצעד בהילוך (אם יש צורך).

פעילות רביעית במגשש - כיצד לשנות הפונקציה הנמצאת?

המקום לשילוב הפעילות: במקום הסעיף כיצד תשתנה הפונקציה הנגזרת, בעמודים 98-100 בספר.

תוספת של מספר לחוק של פונקציה

1. משורטט גרף של פונקציה $f(x)$ עם משיק בנקודה $(-1, 0)$.



(א) קרא ורשום את שיפוע המשיק: $f'(-1) =$

(ב) הנח את הגרף השקוף (נמצא בסוף הספר) כך שיתלכד עם הגרף המשורטט, והזז אותו ב-2 יחידות כלפי מעלה (לאורך ציר y).

- רשום את חוק הפונקציה שהתקבלה.
- קרא את שיפוע הפונקציה המוזזת בנקודה שבה $x = -1$.
- מה תוכל לומר על שיפועי המשיקים לשתי הפונקציות, עבור אותם ערכי x? הסבר מדוע.

רשום את החוק, והקש F2 לשרטוט.

הקש ALT (ביחד) ושנה בהתאם.

רשום את החוק של g,
והקש F2 לשרטוט.

הקש F7 להילוך, הקש M למשיק.
השיעורים של נקודת ההשקה ומשוואת
המשיק מופיעים בצד ימין. קרא את
השיפוע.
אתה יכול לעבור מגרף לגרף בעזרת
החיצים $\downarrow \uparrow$

2. א) שרטט את גרף הפונקציה

$$f(x) = x^3$$

בגבולות: $-3 \leq x \leq 3$

$-4 \leq y \leq 6$

ב) הזו את הפונקציה ב-2 יחידות
כלפי מעלה.

נסמן את הפונקציה המוזזת ב-g.

שרטט את הפונקציה g.

רשום את החוק $g(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

ג) "הלך" עם המשיק על הגרפים של
שתי הפונקציות, קרא שיפועים
במשוואת המשיק ורשום את
השיפועים של משיקים בנקודות
ששיעור x שלהם נתון.

$$g'(-1\frac{1}{2}) = \quad -1 \quad f'(-1\frac{1}{2}) =$$

$$g'(-1) = \quad -1 \quad f'(-1) =$$

$$g'(0) = \quad -1 \quad f'(0) =$$

$$g'(1) = \quad -1 \quad f'(1) =$$

ד) נתון $f'(15) = 675$, רשום את $g'(15) = \underline{\hspace{2cm}}$.

ה) הסבר בעזרת הגרפים של f ושל g, מדוע לשתי הפונקציות אותו שיפוע עבור
כל ערך של x.

ו) הנגזרת של $f(x) = x^3$ היא: $f'(x) = 3x^2$.
השלם: $g'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. גזור את הפונקציות הבאות:

$$y = x^2 \quad \text{(i ב)}$$

$$y = x^2 + 1 \quad \text{(ii)}$$

$$y = x^3 \quad \text{(i א)}$$

$$y = x^3 + 3 \quad \text{(ii)}$$

$$y = x^5 \quad \text{(i ג)}$$

$$y = x^5 - 2 \quad \text{(ii)}$$

ומה יקרה אם ננסה לזרז את פונקציה. פונקציה אחרת שאינה קבועה?

סכום של שתי פונקציות

4. א) אבנר נתבקש לגזור את הפונקציה $f(x) = x^2 + x^3$. הוא גזר כל חלק בנפרד, את x^2 ואת x^3 , וקיבל: $f'(x) = 2x + 3x^2$. האם לדעתך אבנר צדק?

ב) על מנת לבדוק את תשובתך לסעיף א', נחשב שיפועים של הפונקציה, על-פי התבנית שהציע אבנר $(2x + 3x^2)$ ונשווה לשיפועי המשיק שנקבל מהילוך על גרף הפונקציה בעזרת המחשב.

י) הצב בתבנית $f'(x) = 2x + 3x^2$, שאבנר הציע, ורשום את שיפועי הפונקציות בנקודות ששיעורי x שלהן נתון:

$$f'(1) = \quad \quad \quad f'(-2) =$$

$$f'(1.5) = \quad \quad \quad f'(-1) =$$

$$f'(0) =$$

ii) שרטט את הפונקציה $g(x) = x^2 + x^3$ במחשב בגבולות: $-3 \leq x \leq 3$
 $-6 \leq y \leq 6$

"הלך" על גרף הפונקציה יחד עם המשיק, והשלים:

$$f'(1) = \quad \quad \quad f'(-2) =$$

$$f'(1.5) = \quad \quad \quad f'(-1) =$$

$$f'(0) =$$

השווה את התוצאות לסעיף i ובדוק תשובתך לסעיף א'.
 (אם יש צורך תוכל להיעזר בהוראות השרטוט שבתרגיל 2.)

5. א) בחר שתי פונקציות שאתה יודע לגזור, ורשום פונקציה חדשה שהיא סכום של שתי הפונקציות שבחרת.

$$g(x) = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$$

ב. רשום את הנגזרת

$$g'(x) = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$$

חשב:

$$g'(-1) =$$

$$g'(0) =$$

$$g'(1) =$$

ג. שרטט במחשב את הפונקציה $g(x)$, הלך בעזרת המשיק והשלם:

$$g'(-1) =$$

$$g'(0) =$$

$$g'(1) =$$

השווה את התוצאות לאילו שקיבלת בסעיף ב.

הפונקציה הנגזרת של סכום פונקציות

היא סכום נגזרותיהן.

$$y = f(x) + g(x)$$

$$y' = f'(x) + g'(x)$$

6. א) אבנר נתבקש לגזור את הפונקציה $f(x) = x^2 \cdot x^3$. גם הפעם החליט לגזור כל חלק בנפרד, ולהכפיל את הנגזרות: $f'(x) = 2x \cdot 3x^2$. האם צדק?

ב) נבדוק באותה דרך שבדקנו את התבנית שהציע אבנר לגבי נגזרת של סכום של פונקציות.
(i) ע"י הצבה:

$$f'(0) =$$

$$f'(1) =$$

$$f'(-1) =$$

(ii) ע"י הילוך: שרטט את גרף הפונקציה $f(x) = x^2 \cdot x^3$, הלך עם המשיק והשלם:

$$f'(0) =$$

$$f'(1) =$$

$$f'(-1) =$$

בדוק תשובתך לסעיף א' - האם נגזרת של מכפלה היא מכפלת הנגזרות?

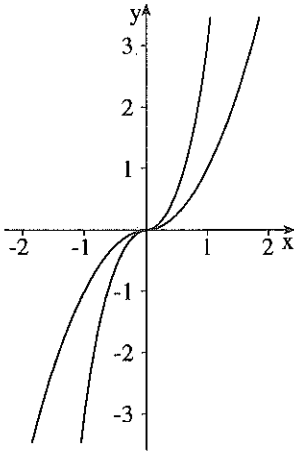
במקרה זה נוכל למצוא את הנגזרת של $f(x) = x^2 \cdot x^3 = x^5$. מצא את $f'(x)$.

ראית על ידי הצבת ערכים והשוואה עם המחשב, וגם על ידי חישוב הנגזרת בדוגמה זאת, שנגזרת של מכפלת פונקציות איננה מכפלת הנגזרות.

ומה יקרה אם נכפול פונקציה רק במספר?

כפל חוק של פונקציה במספר

7. משורטטים הגרפים של הפונקציות $f(x) = x^3$ ו- $g(x) = 2x^3$.



(א) מה תוכל לומר על שיפועי $g(x)$ בהשוואה לשיפועי $f(x)$, עבור אותם ערכי x ?

(ב) השלם $<$, $>$, $=$.

$$f'(0) \quad g'(0)$$

$$f'(1) \quad g'(1)$$

$$f'(1\frac{1}{2}) \quad g'(1\frac{1}{2})$$

$$f'(-1) \quad g'(-1)$$

בדוק את השערתך לסעיף א'.

(ג) ניעזר במחשב כדי למצוא קשר מדויק בין הנגזרות של שתי הפונקציות.

- שרטט במחשב את שתי הפונקציות.
 - שנה סקלות ל $-20 < y < 20$ (את שיעור x , אין צורך לשנות).
 - "הלך" על הפונקציות עם המשיק והשלם את הטבלה.
- כדי לעבור מפונקציה לפונקציה היעזר בחיצים.

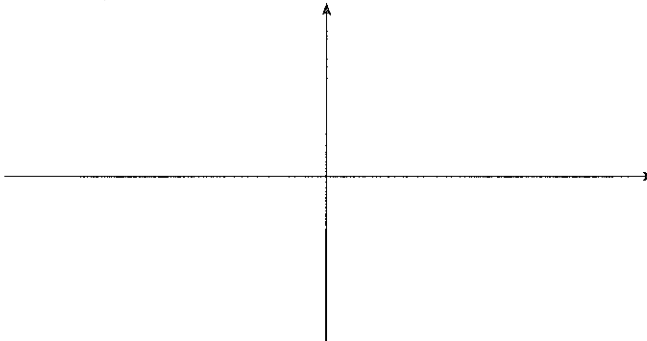
x	שיפוע המשיק של $f(x) = x^3$	שיפוע המשיק של $g(x) = 2x^3$
-3		
-1.5		
-1		
0		
1		
2		

(ד) נסח במילים את הקשר בין השיפוע של הפונקציה $g(x)$ לזה של $f(x)$, לגבי הנקודות שלהן אותו שיעור x .

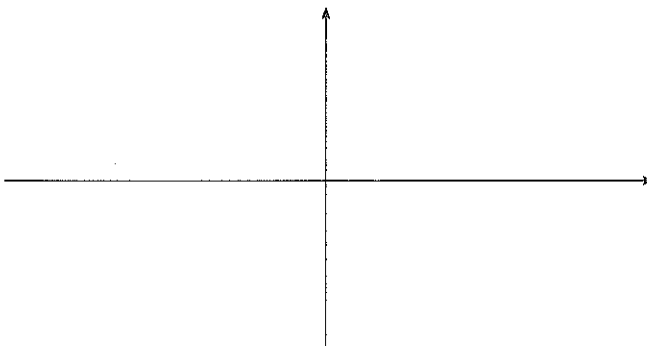
פסיולוג ואישיה כמגשכ - גרף של פונקציה נגזרת

המקום לשילוב הפעילות: החל מעמוד 107 בספר.

1. א) שרטט פונקציה שאם נעים על הגרף שלה משמאל לימין היא מקיימת:
בתחילה היא חיובית עד שהיא מתאפסת, אחר כך שלילית עד שהיא מתאפסת, ואחר כך היא חיובית.



ב) שרטט פונקציה שאם נעים על הגרף שלה משמאל לימין היא מקיימת:
בתחילה היא שלילית עד שהיא מתאפסת, אחר כך שלילית עד שהיא שוב מתאפסת ואחר כך היא חיובית.

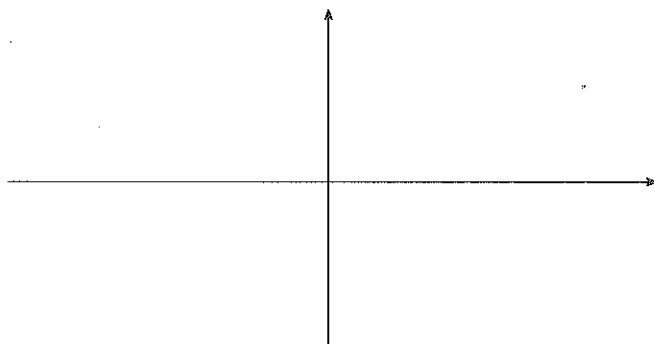


נרשום זאת בצורה סכמתית:

חיובית → מתאפסת → שלילית → מתאפסת → שלילית

ג) שרטט פונקציה שאם נעים על הגרף שלה משמאל לימין היא מקיימת:

חיובית → מתאפסת → חיובית → מתאפסת → חיובית



רשום את החוק.

הקש $\text{ALT} + \text{F7}$ ושנה את הסקלות, הקש F10 לאישור השינויים. הקש F2 לשרטוט.

הקש F7 להילוך ו מ למשיק.

(אם יש צורך היעזר בחיצים $\leftarrow \rightarrow$ להבאת הסמן למסך).

2. א) שרטט את גרף הפונקציה

$$y = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2$$

בגבולות: $-4 \leq x \leq 4$
 $-35 \leq y \leq 15$

ב) "הלך" עם משיק על גרף הפונקציה

ורשום שיעורי 4 נקודות בהן השיפוע שלילי.

ב- (,) השיפוע: _____

ב- (,) השיפוע: _____

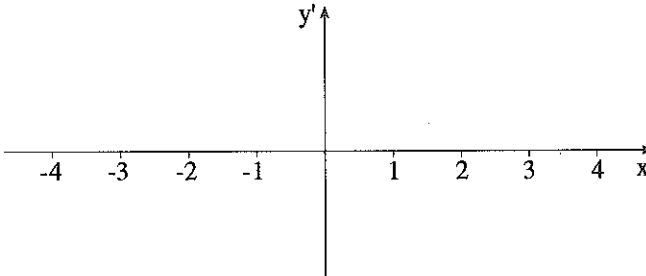
ב- (,) השיפוע: _____

ב- (,) השיפוע: _____

ג) "הלך" עם משיק על גרף הפונקציה משמאל לימין, ותאר את השתנות סימן השיפוע:

_____ \rightarrow אפס \rightarrow _____ \rightarrow _____ \rightarrow _____ \rightarrow אפס \rightarrow _____ \rightarrow שלילי

ד) שרטט גרף של פונקציה (y') המתארת את מה שרשמת לגבי השיפועים.



בדוק בה עבדנו אפשר לקבל את "301" הפרק אך לא את הפרק
 1.138

ה) נבדוק את צורת הגרף שקיבלת.

- מצא את הפונקציה הנגזרת
 y'

- שרטט את גרף הפונקציה
 הנגזרת.

- השווה את גרף הנגזרת
 שקיבלת במחשב עם הגרף
 ששרטטת בסעיף ד'.

3. נקה את המסך.

א) שרטט גרף של הפונקציה

$$y = x^4 - 2x^3$$

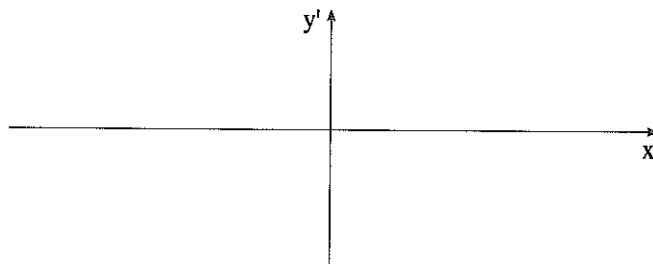
בגבולות: $-2 \leq x \leq 4$

$-2 \leq y \leq 1$

ב) "הלך" על גרף הפונקציה עם
 המשיק, משמאל לימין, ותאר את
 השתנות סימן השיפוע:

_____ → _____ → _____ → _____ → _____
שלילי

ג) שרטט גרף של פונקציה (y') המתאר את מה שרשמת לגבי השיפועים.



- (ד) נבדוק את צורת הגרף שקיבלת.
 - מצא את הפונקציה הנגזרת y' .
 - שרטט את גרף הפונקציה הנגזרת.

- השווה את גרף הנגזרת שקיבלת במחשב עם הגרף ששרטטת בסעיף ג'.

4. נקה את המסך.

(א) שרטט גרף של הפונקציה
 $y = 0.5x(x-3)(x+1)(x-1)(x+2)$

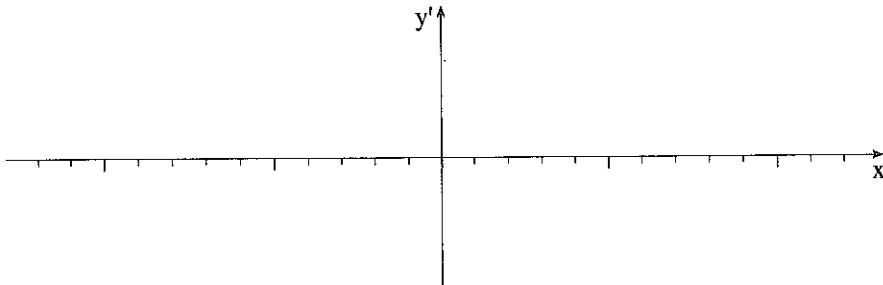
בגבולות: $-5 \leq x \leq 5$

$-15 \leq y \leq 10$

(ב) "הלך" על גרף הפונקציה יחד עם המשיק, משמאל לימין, ותאר את השתנות סימן השיפוע:

_____ → אפס → _____ → _____ → _____ → _____ → _____ → חיובי

(ג) שרטט גרף של פונקציה (y') המתאר את מה שרשמת לגבי השיפועים.



ז) אם ברשותך התוכנה MXH תוכל לבדוק את גרף הנגזרת באופן הבא:
 רשום את הפונקציה לפי סדרת ההקשות:

f	(x)	=	0.5	x	(x	-	3)	...
---	---	---	---	---	-----	---	---	---	---	---	---	-----

והקש F2 לשרטוט הפונקציה.
 עבור בעזרת ↓ לחלון נוסף, רשום:

g	(x)	=	f	'	(x)
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

והקש F2 לשרטוט הפונקציה הנגזרת.

- בדוק את הגרף שקיבלת בסעיף ג' עם גרף הנגזרת שקיבלת במחשב.

פעילות שישי במחשב - הפונקציה הנגזרת ואקזימה

המקום לשילוב הפעילות: כתרגול הסעיף - נגזרת של סכום, עמודים 106-107 בספר.

<p>הערה: בהקשר הנוק יש להוסיף את סימן הפעולה הכפול כפי שמופיע במוק.</p>	<p>1. נתונה הפונקציה</p> $y = \frac{x^5}{5} - \left(\frac{5}{3}\right) \cdot x^3 + 4 \cdot x$ <p>(א) רשום את הפונקציה הנגזרת. (ב) כמה נקודות קיצון יכולות, לדעתך, להיות לפונקציה? (עבור כמה ערכים, לכל היותר, יכולה הנגזרת לקבל ערך אפס?) - האם תוכל למצוא את שיעור x של נקודות "חשודות" על ידי פתרון המשוואה $y' = 0$? (ג) שרטט גרף של הפונקציה, בגבולות: $-5 \leq x \leq 5$ $-5 \leq y \leq 5$</p>
<p>הקש את החוק. הקש ה ALT ושנה סקלות בהתאם. הקש F10 לאישור, ו-F2 לשרטוט.</p>	<p>הערה: גבולות אלה נוגעים למחשב אייבמ של גרף הפונקציה.</p> <p>(ד) כמה נקודות קיצון יש לגרף המופיע על המצג? - רשום, את שיעוריהן בקירוב.</p>

הקש F7 ו"הלד".

ה) בלי לשרטט את הגרף,
 - רשום את נקודות הקיצון של
 הפונקציה

$$y = -\frac{x^5}{5} + \left(\frac{5}{3}\right)x^3 - 4x$$

וציין מאיזה סוג הן.

לבדיקה:
 שרטט את הפונקציה במחשב,
 ובדוק את תשובתך.

2. נתונה הפונקציה

$$y = (x^2 - 4)(x^2 + 3x)$$

א) פשט את חוק הפונקציה.
 ב) מצא את הפונקציה הנגזרת.
 - האם תוכל למצוא את שיעור x
 של נקודות "חשודות" על ידי
 פתרון המשוואה $y' = 0$?

ג) שרטט גרף של הפונקציה
 בגבולות: $-5 \leq x \leq 5$
 $-15 \leq y \leq 5$

הקש את החוק.
 הקש σ ALT ושנה סקלות
 בהתאם.
 הקש F10 לאישור, ו-F2 לשרטוט.

הערה:

גבולות אלה נותנים תמונה מייצגת של
 גרף הפונקציה.

ד) כמה נקודות קיצון יש לגרף המופיע
 על המצג?

- רשום את שיעוריהן, בקירוב.
 ה) בדוק על ידי הצבה ב- y' את ערך
 שיפוע הפונקציה בנקודות הקיצון
 שמצאת.

הקש F7 ו"הלך".

פעילות שכיחית במעבד -

מציאת נקודות הקצה לפונקציה על פי שיפוע המשיק

המקום לשילוב הפעילות: כתרגול הסעיף - שיפוע, משיק ומשוואת משיק, עמודים 114-112 בספר.

הקש את החוק.	1. א) שרטט גרף של הפונקציה
הקש ψ ALT ושנה סקלות בהתאם.	$y = 0.3x^4 - x^3$
הקש F10 לאישור, ו-F2 לשרטוט.	בגבולות: $-8 \leq x \leq 8$ $-7 \leq y \leq 7$
	ב) חפש נקודה על גרף הפונקציה בה שיפוע הפונקציה הוא 2. לשם כך,
הקש את החוק ו-F2 לשרטוט.	- שרטט (בנוסף לפונקציה הנייל) ישר כלשהו ששיפועו 2. - שנה את משוואת הישר עד שייראה משיק לפונקציה (שמור שהשיפוע ישאר 2).
	ג) כדי לבדוק ביתר דיוק שהישר אכן משיק לפונקציה, שנה גבולות לסביבת נקודת ההשקה, ובדוק אם הישר עדיין נראה משיק לפונקציה.
הקש F7 ל"הלך" על הפונקציה.	- רשום את נקודת ההשקה שקיבלת. - רשום את משוואת המשיק שקיבלת. - מצא את נגזרת הפונקציה הנתונה. - בדוק את שיפוע הפונקציה בנקודת ההשקה, שרשמת על-ידי הצבה בנגזרת. - האם קיבלת את הערך 2?

2. א) שרטט גרף של

$$y = 3x^2 - x^3$$

$$-4 \leq x \leq 14$$

$$-10 \leq y \leq 6$$

ב) היכן, בקירוב, שיפוע הפונקציה

הוא -3?

- רשום את שיעורי הנקודה.

- בדוק את תשובתך בעזרת

"הילוך" המשיק על הפונקציה.

רשום את החוק.

הקש \ominus ALT ושנה סקלות בהתאם.

הקש F10 לאישור ו-F2 לשרטוט.

הקש F7 להילוך על פונקציות, ו-M

לשרטוט המשיק.

הלך בעזרת החיצים $\leftarrow \rightarrow$.

משוואת המשיק רשומה על המסך

מצד ימין.

ג) האם יש נקודות נוספות על הגרף

בהן השיפוע הוא -3?

אם כן, רשום את שיעוריהן.

ד) רשום את הפונקציה הנגזרת y' ,

ובדוק את תשובתך על ידי פתרון

המשוואה $y' = -3$.

רשום את החוק.

הקש \ominus ALT ושנה סקלות.

הקש F10 לביצוע השינויים.

הקש F2 לשרטוט.

הקש F7 ל"הילוך" על פונקציות, ו-M

לשרטוט המשיק.

3. א) שרטט גרף של הפונקציה

$$f(x) = x^5 - x^2 + 5$$

$$-9 \leq x \leq 9$$

$$-5 \leq y \leq 10$$

ב) היכן, בקירוב, שיפוע הפונקציה

הוא 3?

- רשום את שיעורי הנקודות.

- בדוק את תשובתך בעזרת

"הילוך" המשיק על הפונקציה.

פעילויות במחשבון גרפי

פעילות להכנת המחשבון הגרפי

ON	RANGE
----	-------

.א

$$x_{\min} = (-)1$$

$$x_{\max} = 3$$

$$x_{\text{scl}} = 1$$

$$y_{\min} = (-)5$$

$$y_{\max} = 5$$

$$y_{\text{scl}} = 1$$

$$x_{\text{res}} = 1$$

y =

ב. הקש:

נתקבל המסך:

$y_1 =$
$y_2 =$
$y_3 =$
$y_4 =$

אם רשומות פונקציות על המסך הקש:

CLEAR	∇	CLEAR ...
-------	---	-----------

עד שיתקבל המסך הנקי המשורטט לעיל.

פעילות ראשונה במחשבון גרפי - נקודות או גבולות?

המקום לשילוב הפעילות: אחרי תרגיל 1, עמודים 7-9 בספר, במקום תרגילים 2 ו-3, עמודים 10-11 בספר.

1. נתונה הפונקציה $f(x) = 0.1(x - 2)(x - 1)(x + 12)$

y =

הקש:
ואחר-כך:

א) רשום את הפונקציה במחשבון,

$y_1 = 0.1 (x - 2) (\dots)$

GRAPH: הקש:

- שרטט את הפונקציה במחשבון.
- רשום מה ראית.
- כמה נקודות חיתוך יש לגרף עם ציר x ?
- כמה נקודות שפלי?

RANGE: הקש: ושנה.

- ב) האם אתה משוכנע שזו צורת הגרף?
שנה את הגבולות של x ו-y.
- האם יש עוד נקודות חיתוך עם ציר x ?
- האם יש עוד נקודות שפלי?
- האם יש נקודות שיא?

- ג) האם כעת אתה בטוח שזו צורת הגרף?

$$2. \text{ נתונה הפונקציה } y = \frac{-2x}{(x^2 + 4)}$$

(א) רשום את הפונקציה במחשבון.

הקש:

ואחר כך:

$y_1 =$

* **שים לב:** כאשר מתחילים במינוס
מתחילים בחק (-) ולא
בחק - **עולה** פדולר יוסי.
* **קו** **לבר** **על** **זק** **כסוגיית.**

הקש:

- שרטט את הפונקציה במחשבון.

- רשום מה ראית.

הקש: ושנה.

- שנה את הגבולות של x ו y כך

שתקבל תמונה מייצגת של

גרף הפונקציה.

(ב) כמה נקודות שיא ושפל ראית?

- רשום, בקירוב, את שיעורי

נקודות השיא והשפל.

הקש: לטיול על הפונקציה.

עד לקירבת נקודות הקיצון.

הבא, בעזרת החיצים את הסמן

לנקודות קיצון.

- האם אתה בטוח שאין

נקודות שיא/שפל נוספות?

3. נתונה הפונקציה $y = 0.1(x - 10)^2 - 5$.

y =

הקש: (א) רשום את הפונקציה במחשבון.
ואחר-כך:


$$y_1 = 0.1 (x - 10)^2 - 5$$

הקש: GRAPH - שרטט את הפונקציה במחשבון.
- רשום מה ראית.

(ב) פשט את תבנית הפונקציה.

- האם יש התאמה בין הגרף שקיבלת לתבנית? נמק.

הקש: RANGE, שנה בהתאם - שנה את גבולות מערכת הצירים
הקש: GRAPH כך שתקבל תמונה מייצגת של גרף הפונקציה.

הקש: TRACE (ג) רשום, בקירוב, את שיעורי נקודת המקסימום/מינימום.
הבא בעזרת החיצים  את הסמן לנקודת הקיצון. - מצא את נקודת המקסימום/

מינימום מהתבנית, והשווה עם התוצאות מהגרף.
- האם אתה בטוח שאין נקודות מקסימום/מינימום נוספות? נמק.

4. נתונה הפונקציה $y = 12x + 20$.

הקש: $y =$ CLEAR

(א) רשום את הפונקציה במחשבון.

ואחר כך: $y_1 =$ 12 x|T + 20


הקש: GRAPH

- שרטט את הפונקציה במחשבון.
- רשום מה ראית.

הקש: RANGE ושנה בהתאם.

(ב) שנה את מערכת הצירים כך שתתקבל תמונה מייצגת של גרף הפונקציה.

-האם אתה בטוח שקיבלת תמונה מייצגת? נמק.

הקש: TRACE ואחר כך 

(ג) רשום, בקירוב, את נקודות החיתוך עם הצירים.

עד לקירבת נקודות החיתוך. (אם הנקודות אינן על המצג שנה את ה-RANGE).

- מצא את נקודות החיתוך עם הצירים בעזרת התבנית, והשווה עם התוצאות מהגרף.

פעילות שנייה במחשבון גרפי - עיונה וירידה של פונקציה
 ומכונת אגרו

המקום לשילוב הפעילות: כתרגול הסעיף - שרטוט גרף על פי תכונות, עמודים 26-23 בספר.

1. נתונה הפונקציה $y = 0.2(x - 3)(x + 2)(x - 1)(x - 4)$

הקש:

y =	CLEAR
-----	-------

ואחר כך:

y1=	0.2	(x	+	2)	(x	-	3)	(x	-	1)	(x	-	4)	*
-----	-----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

הקש:

RANGE

 ושנה.

(א) רשום את הפונקציה במחשבון,

בגבולות: x בין 5(-) ל-5
 y בין 10(-) ל-5.

הערה:

זבואו אלה נוגעו גאונה חיונה של זה
 הפונקציה

הקש:

TRACE

 לטיוול על הפונקציה.

הבא בעזרת החיצים

(ב) רשום, בקירוב, את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

את הסמן לקצה השמאלי של הגרף, וטייל על הפונקציה.

- רשום, בקירוב, את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר x ועם ציר y.
- בדוק את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים, על-ידי הצבה בתבנית הפונקציה.

2. נתונות ארבע פונקציות. הגבולות הרשומים ליד כל פונקציה נותנים תמונה מייצגת של גרף הפונקציה.

- רשום כל אחת מהפונקציות במחשבון.
- שרטט כל אחת מהפונקציות במחשבון, בגבולות המוצעים.
- רשום את שיעורי נקודות הקיצון של כל אחת מהפונקציות, ורשום מאיזה סוג הנקודות.
- רשום תחומי עלייה וירידה של כל אחת מהפונקציות.

ב. $y = 2$

א. $y = x^3 + 2x^2 + 1$

Xmin = -5 :RANGE

Xmin = -5 :RANGE

Xmax = 5

Xmax = 5

Ymin = -1

Ymin = -5

Ymax = 10

Ymax = 5

ד. $y = x + \frac{8}{(x^2 + 1)}$

ג. $y = \frac{(x^2 + 2)}{(x^2 + 1)}$

Xmin = -5 :RANGE

Xmin = -5 :RANGE

Xmax = 8

Xmax = 5

Ymin = -3

Ymin = -1

Ymax = 9

Ymax = 3

הערה:

הפונקציות ג' ו-ד' ניתנו עם סוגריים, כדי להצביע על כך יש להכניס פונקציות אלה במחשבון.

3. נתונה הפונקציה $y = 0.5x^3 - 2x^2$.

$y =$ CLEAR

$y_1 =$ 0.5 x|T ^ 3 ...

הקש: RANGE ושנה.

הקש: TRACE וטייל על הפונקציה

בעזרת החיצים  .

(א) רשום את הפונקציה במחשבון,

בגבולות: x בין (-)3 ל-5
y בין (-)8 ל-5.

הערה:

גבולות אלה נבחרים מאותו הסיבה של זה הפונקציה.

(ב) השלם, בקירוב, שיעור x של הנקודה (3,) הנמצאת על גרף הפונקציה.
- כמה נקודות, ששיעור y שלהן הוא -2.3 יש על גרף הפונקציה?
- רשום את שיעוריהן, בקירוב.

4. נתונה הפונקציה $y = x^4 - 4x^2$.

א. רשום את הפונקציה במחשבון,

y = CLEAR

y 1 = x T ^ 4 ...

בגבולות: x בין 3(-) ל-3
y בין 6(-) ל-6.

הערה:

זכורו! אלה נתיבים גלויים לניצחון של זה!
הפונקציה

הקש: TRACE

ב. כמה נקודות, ששיעור y שלהן הוא 5.1, יש על גרף הפונקציה?
- רשום את שיעוריהן, בקירוב.
- מה הקשר בין שיעורי x שמצאת?
- נסה להסביר את מקור הקשר שמצאת.
- כמה נקודות, ששיעור y שלהן הוא -2.4, יש על גרף הפונקציה?
- רשום את שיעוריהן, בקירוב.

פעולות בסיסיות במחשבון גרפי - הפונקציה הנמצאת ואקזיבה

המקום לשילוב הפעילות: כתרגול הסעיף - נגזרת של סכום, בין עמודים 106-107 בספר.

1. נתונה הפונקציה $y = \frac{x^5}{5} - \left(\frac{5}{3}\right)x^3 + 4x$

- (א) מצא את הפונקציה הנגזרת.
- (ב) כמה נקודות קיצון יכולות, לדעתך, להיות לפונקציה? (עבור כמה ערכים, לכל היותר, יכולה הנגזרת לקבל ערך אפס?)
- האם תוכל למצוא את שיעור x של נקודות "חשודות" על ידי פתרון המשוואה $y' = 0$?

הקש:

y =	CLEAR
-----	-------

$y_1 =$

x		T	^	5		:	5	-	...
---	--	---	---	---	--	---	---	---	-----

הקש:

RANGE

 ושנה.

(ג) רשום את הפונקציה במחשבון,

בגבולות: x בין -5 ל- 5
 y בין -5 ל- 5

הערה:

זכורו אלה נותנים גאומטריה לזו הפונקציה

הקש:

TRACE

 וטייל על הפונקציה

בעזרת החיצים

◀▶

- (ד) כמה נקודות קיצון יש לגרף המופיע על המצג?
- רשום, בקירוב, את שיעוריהן.

ה) בלי לשרטט את הגרף,

- רשום את נקודות הקיצון של

הפונקציה

$$y = -\frac{x^5}{5} + \left(\frac{5}{3}\right)x^3 - 4x$$

וציין מאיזה סוג הן.

לבדיקה:

רשום את הפונקציה במחשבון,

ובדוק את תשובתך.

הקש:

y =	CLEAR
-----	-------

$y_1 =$

....

הקש:

TRACE

2. נתונה הפונקציה

$$y = (x^2 - 4)(x^2 + 3x)$$

(א) פשט את חוק הפונקציה.

(ב) מצא את הפונקציה הנגזרת.

- האם תוכל למצוא את שיעור

x של נקודות "חשודות" על

ידי פתרון המשוואה $y' = 0$?

ג) שרטט גרף של הפונקציה,

בגבולות: x בין 5(-) ל-5

y בין 15(-) ל-10

הערה:

זכורו אלה נותנים גאומטריה חזונית


ל זה הפונקציה

ד) כמה נקודות קיצון יש לגרף

המופיע על המצג?

הקש:

y =	CLEAR
-----	-------

- רשום, בקירוב, את שיעוריהן. הקש **TRACE** וטייל על הפונקציה בעזרת החיצים 

ה) בדוק על ידי הצבה ב- y^1 את
ערך שיפוע הפונקציה בנקודות
הקיצון שמצאת.

פעילות רביעית במחשבון גרפי - שיפוע, משיק ומשוואת משיק

המקום לשילוב הפעילות: כתרגול הסעיף - שיפוע, משיק ומשוואת משיק, עמודים 114-112 בספר.

1. נתונה הפונקציה $y = 0.3x^4 - x^3$.

y = CLEAR

הקש: (א) רשום את הפונקציה במחשבון,

$y_1 = 0.3 x^4 \dots$

הקש: RANGE ושנה בהתאם.

בגבולות: x בין (-)2 ל-4
y בין (-)10 ל-6.

ב) אפס נקודה של הפונקציה בה שיפוע הפונקציה הוא 2.
pel יק.

$y_2 = \dots$

הקש: - שרטט (בנוסף לפונקציה הנייל) ישר כלשהו ששיפועו 2.
- שנה את משוואת הישר y_2 עד שייראה משיק לפונקציה (שמור שהשיפוע ישאר 2).

הקש: RANGE ושנה בהתאם.


ג) כדי לבדוק ביתר דיוק שהישר אכן משיק לפונקציה, שנה גבולות לסביבת נקודת ההשקה, ובדוק אם הישר עדיין נראה משיק לפונקציה.
- רשום את נקודת ההשקה, בקירוב.

הקש: TRACE וטייל על הפונקציה

בעזרת החיצים

לבדיקה:

כני / אוויר שזאג אג נקוצג

ההשקה, היעזי 2- 

הערה:

בלעזיג האיזויס  הסמל עוזרי מפונקציה

אויס ולייפיק, אק שיעזי y אג הפונקציה אינא
משעניס (בהיזבה) בלעזיג מפונקציה אג
אשנייה, העזיג / נקוצג ההשקה (בקיזוב).

- רשום את משוואת המשיק המתאים y_2 , בקירוב.
- מצא את נגזרת הפונקציה הנתונה.
- בדוק את שיפוע הפונקציה בנקודת ההשקה על-ידי הצבה בנגזרת.
- האם קיבלת את הערך 2 ?

2. נתונה הפונקציה $y = 2x^2 + x - 2$.

(א) רשום את הפונקציה במחשבון,

הקש:


$y_1 =$

הקש: ושנה בהתאם.


הקש: $y_2 =$


הקש: ושנה בהתאם.

הקש: וטייל על הפונקציה.

בעזרת החיצים .

כדי לוודא שמצאת את נקודות ההשקה,

העזר ב- .

הערה: בלחיצה החיצים .

המחשבון יזכיר הפונקציה אישר ולהיפך אם
 שיעורי y של הפונקציה אינם להפנים
 (בהיפך) בלחיצה הפונקציה אחר לשנייה,
 המציג הפונקציה ההשקה (בקיוב).

בגבולות: x בין 4(-) ל-3
 y בין 10(-) ל-6.
 (ב) אפשר לקרוא לי זה הפונקציה בה
 שיפוע הפונקציה הוא -3.
 אל ת.

- שרטט (בנוסף לפונקציה הנייל)
 ישר כלשהו ששיפועו -3.

- שנה את משוואת הישר
 עד שייראה משיק לפונקציה
 (שמור שהשיפוע ישאר -3).

ג) כדי לבדוק ביתר דיוק שהישר
 אכן משיק לפונקציה, שנה
 גבולות לסביבת נקודת ההשקה,
 ובדוק אם הישר עדיין נראה
 משיק לפונקציה.

- רשום את נקודת ההשקה,
 בקירוב.

- רשום את משוואת המשיק
המתאים y_2 .

(ד) מצא את נגזרת הפונקציה
הנתונה.

- מצא בעזרת הנגזרת עבור איזה
ערך של x , שיפוע הפונקציה
הוא -3 .

- השווה עם נקודת החשקה
שמצאת בסעיף ג'.

