

מכניקה ניוטונית מדריך למורה

הערות דידקטיות ופתרונות לתרגילים שבכרך ב



עדי רוזן



משרד החינוך
א-4345 ב-4314
אשר בתאריך 15.2.12-13.3.12

מינהלת מל"מ
המרכז הישראלי לחינוך מדעי טכנולוגי
על-שם עמוס דה-שליט



המחלקה להוראת המדעים

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
אגף מדעים



כתיבה ועריכה:

עדי רוזן

ראש הפרויקט:

פרופ' בת-שבע אלון

הגהה דידיקטית:

קורונה פולינגר

עריכה במחשב ועיצוב גרפי:

ציפי עובדיה

אין לשכפל, להעתיק, לצלם, להקליט, לתרגם, לאחסן במאגר מידע, לשדר או לקלוט בכל דרך או אמצעי אלקטרוני, אופטי או מכני או אחר כל חלק שהוא מהחומר שבספר זה. שימוש מסחרי מכל סוג שהוא בחומר הכלול בספר זה אסור בהחלט אלא ברשות מפורשת בכתב מהמוציא לאור.

פתח דבר

למורים,

הספר שלפניכם כולל:

- א. הערות דידקטיות כלליות להוראת המכניקה הניוטונית.
- ב. רשימת אתרי אינטרנט עם יישומונים בפיזיקה.
- ג. הערות דידקטיות לפרקים השונים.
- ד. פתרונות לכל התרגילים המופיעים בשני הכרכים, א ו- ב, של הספר "מכניקה ניוטונית". במהלך השנים השתנו פה ושם סעיפים של תרגילים. הפתרונות בספר זה מתאימים בצורה מלאה ומדויקת לניסוח של התרגילים במהדורות 2012 של שני הכרכים.
חלק מהפתרונות מלווים, תחת הכותרת "הערה והארה" בהערות משני סוגים:
(1) הערות דידקטיות ייעודיות; כל הערה מתייחסת לתרגיל שבו היא מופיעה.
(2) ציון שגיאות וקשיים אופייניים של תלמידים, כפי שעלו בכיתות שאותן לימדתי במהלך השנים, ואשר גם מוזכרות במחקרים בתחום הוראת המדעים.
ה. תקליטור הכולל את כל האיורים של שני הכרכים של המכניקה הניוטונית ואת כל איורי התשובות לשאלות המופיעות במדריך למורה שלפניך. באיורים אלה תוכל להשתמש כמצגת במהלך שיעורי הפיזיקה, ותוכל גם לשבץ אותם במסמכים שתכין לתלמידים, לדוגמה במבחנים.
כמו כן הוא כולל גם קובץ בשם connections עם רשימות אתרי האינטרנט לצורך חיבור נוח.

אני ממליץ שתכירו את ההערות לגבי קשיים של תלמידים (ד (2) לעיל), ואם תזהו אותם גם אצל תלמידים עצמי שלא תתעלמו מהן, אלא השתמשו בהן דווקא כמנוף לקידום כלל תלמידי הכיתה.
כל קובץ תרגילים בשני הכרכים של המכניקה הניוטונית מחולק לשלושה חלקים:

I. תרגילים מותאמים לסעיפי הפרק

II. תרגילי סיכום

III. תרגילי העמקה

תרגילים מותאמים לסעיפי הפרק: לאחר הוראה של כל יחידת לימוד (כגון סעיף) אני ממליץ לך להטיל על תלמידייך לפתור את התרגילים המתאימים מתוך הקובץ "תרגילים המותאמים לסעיפי הפרק". לדוגמה, ליחידת הלימוד "סעיף 6: תנועה שוות תאוצה" שבפרק א מותאמים תרגילים 33-51; את התרגילים האלה תוכל לתת כשיעורי בית במהלך לימוד היחידה.

תרגילי סיכום: תרגילים אלה נועדו להינתן בחלקם כשיעורי בית עם סיום הוראת כל פרק, ובחלקם לאחר עשויים לשמש את התלמידים כהכנה לקראת בחינות בבית הספר וכהכנה לבחינות הבגרות במכניקה. תרגילים נוספים שיוכלו לשמש לקראת בחינת הבגרות נמצאים בחוברת "מכניקה ניוטונית - תרגילי חזרה לכרכים א ו- ב".

תרגילי העמקה: תרגילים אלה נועדו בעיקרם לתלמידים אשר רוצים לשפר את הבנתם מעבר לנדרש בבחינת הבגרות.

בהכנתו של הספר נעזרנו בכמה אנשים, ואנו מבקשים להודות להם:

- **לקורינה פולינגר**, מהמרכז לחינוך מדעי חמד"ע בתל-אביב, על שקראה ביסודיות אופיינית את כל הספר, והעירה הערות רבות ומועילות.
- **לציפי עובדיה**, על המסירות בהקלדה של המלל והנוסחאות שבספר, עריכת הספר במחשב, והכנת האיורים המשובצים בספר.

עדי רוזן
המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע,
סיון תשע"ב יוני 2012



פרק ו: תנע ושימור.....231

1. הערות דידקטיות לפרק 231

3. פתרונות תרגילי הפרק עם הערות דידקטיות ייעודיות לתרגילים..... 232

פרק ז: אנרגיה מכנית ושימורה.....255

1. הערות דידקטיות לפרק 255

2. יישומונים בנושאי הפרק..... 257

3. פתרונות תרגילי הפרק עם הערות דידקטיות ייעודיות לתרגילים..... 258

פרק ח: תנועה הרמונית פשוטה.....295

1. הערות דידקטיות לפרק 295

2. יישומונים בנושאי הפרק..... 296

3. פתרונות תרגילי הפרק עם הערות דידקטיות ייעודיות לתרגילים..... 297

פרק ט: כבידה.....328

1. הערות דידקטיות לפרק 328

2. יישומונים בנושאי הפרק..... 329

3. פתרונות תרגילי הפרק עם הערות דידקטיות ייעודיות לתרגילים..... 330

מבוא כללי

1. הערות דידקטיות כלליות להוראת מכניקה ניוטונית

1.1 הקפדה על התבטאויות תלמידים:

תלמידים מתבטאים לעיתים בצורה לא מדויקת; אבל בגלל שהמורה מבין כוונתם (או חושב שהוא מבין), או בגלל שהוא אינו רוצה "לבזבז זמן יקר" הוא אינו מתייחס להתבטאויות אלה. חשוב שתקפיד על התבטאויות מדויקות של תלמידך. כאשר תלמיד מתבטא בצורה לא מדויקת בכיתה, תוכל לבקש ממנו לרשום את המשפט הפגום על הלוח, ולבקש משאר תלמידי הכיתה להתייחס לדיוק המשפט. פעילויות כאלה עשויות לשפר את יכולת ההתבטאות של התלמידים, לפחות בנוגע ללימודי הפיזיקה. כמובן, שלפני כן ראוי שתסביר לתלמידך היבט זה של שיטת ההוראה שלך, ותדגיש שאין הדבר נועד להשפיל אותם. התבטאויות ברורות ומדויקות משפרות את ההבנה, ומחדדות את התפיסה. תוכל לעקוב אחרי התבטאויות התלמידים כאשר הם מתבטאים בעל-פה במהלך השיעורים, וגם כאשר הם מתבטאים בכתב.

1.2 קישור בין תופעה לבין ייצוגה:

תלמידים רבים מתבלבלים בין מה שקורה במציאות לבין ייצוג של מה שקרה המציאות. לדוגמה, התבונן בתרגיל 25 בפרק א (עמוד 86). כתשובה לסעיף א של תרגיל זה מוצע שתבקש מאחד מתלמידך לסרטט על הלוח ציר מקום, ולאורכו לסרטט את מסלול התנועה של הגוף. בהקשר לנפילה חופשית לדוגמה, תלמידים לעיתים קרובות חושבים שאם בגרף של המקום y כפונקציה של הזמן t ציר המקום מצביע כלפי מעלה, אז בהכרח גם ציר המקום שלאורכו נע הגוף מצביע כלפי מעלה.

1.3 הבנה מושגית:

במכניקה הניוטונית מושגים מושגי יסוד רבים שנחוצים לא רק ללימודי המכניקה, אלא גם להבנת ענפי פיזיקה נוספים. לכן, בנוסף לפיתוח יכולת הפעלתם של כלים מתמטיים, חשוב שתלמידך ירכשו הבנה מושגית. כדי למנוע בלבול בין המושגים השונים, חשוב שתלמידך אכן יבינו את המושגים הקודמים, לפני הוראת מושג חדש. אין זאת אומרת שיש להמתין עד שתיבנה הבנה מעמיקה של כל המושגים הקודמים - הבנה זו עשויה להתרחש לאחר שהתלמידים יפגשו את המושגים הקודמים בהקשרים חדשים (לימוד "ספירלי"); הכוונה היא שהתלמידים יהיו מסוגלים להסביר את המושגים הקודמים במילים שלהם ולבצע שגרות (פרוצדורות) הקשורות בהם לפני שיתוודעו למושג חדש.

במסגרת הדגשת הבנה מושגית, מומלץ שתעמת את תלמידך עם שאלות כגון השאלות האלה:

מהי משמעות המשפט "מהירות הגוף היא 20 m/s "?

מהי משמעות המשפט "תאוצת הגוף היא 2 m/s^2 "?

מהי משמעות המשפט "העתק של גוף הנע לאורך ציר x הוא -40 m "?

מהי משמעות המשפט "קבוע הכוח של קפיץ הוא 30 N/m "?

1.4 תפיסות חלופיות:

כמורה הינך חייב להכיר **תפיסות חלופיות** (alternative frames) של תלמידים. התפיסות החלופיות שונות מהתפיסות המדעיות, והן נחלת בני אדם מכל הגילים ומכל רמות האינטליגנציה. הכוונה היא שתלמידים אינם מגיעים ללימוד מכניקה כדף חלק (טאבולה ראסה) אלא יש להם ידע קודם, שאותו הם מפתחים, לרוב, באופן לא מודע.

מערך התפיסות החלופיות של תלמיד לפני הגיעו ללימוד פורמלי של המכניקה הניוטונית הוא אחד המרכיבים החשובים המשפיעים על לימוד המכניקה.

שני כרכי המכניקה הניוטונית ייחודיים בכך שתפיסות חלופיות רווחות מצוינות בספר לתלמיד.

מקורות אפשריים לתפיסות חלופיות במכניקה:

א. **התנסות יום-יומית:** תפיסות הנבנות במהלך השנים כתוצאה מהתנסות **במציאות הגשמית**, בעוד שחוקי מכניקה מתייחסים לרוב למצבים **אידאליים**, השונים מן המצבים במציאות היום-יומית. דוגמאות למצבים אידאליים הם כאלה שאין בהם חיכוך, בעוד שבמציאות היום-יומית תמיד יש חיכוך. בהקשר זה התפיסות החלופיות מכונות תפיסות קדם מדעיות - pre-conceptions.

כיוון שתפיסות חלופיות אלה נבנו החל מגיל צעיר, **קשה מאוד לשרש אותן.**

דוגמה: תפיסות הקשורות לחוק הראשון של ניוטון.

ב. **פער בין השפה היום-יומית לבין השפה המדעית:** תפיסות הנובעות מ**פערים בין מונחים המשמשים בשפה היום-יומית לבין אותם מונחים שמשמעותם בשפה המדעית היא אחרת.**

דוגמה: פער בין המילה "מהירות" בשפה היום-יומית לבין המונח "מהירות" בשפה המדעית.

ג. **הסקה לוגית שגויה:** אם אפשר לראות שישות א גדולה מישות ב בתכונה מסוימת, נעשה שימוש לוגי שגוי האומר כי ישות א גדולה מישות ב גם בתכונה אחרת, שאי אפשר לראות אותה. כלומר יש השלכת היחס מהתכונה הראשונה לתכונה השנייה.

ד. **הוראה לא טובה** שהתלמידים היו חשופים לה. בהקשר זה התפיסות החלופיות מכונות תפיסות שגויות - mis conceptions.

1.5 פתרון תרגילים:

א. בקינמטיקה: חשוב להקנות לתלמידים הרגלים שבמהלך הפתרון הם ירשמו תחילה לאיזה קטע של תנועה הם מתייחסים, ואחר-כך ירשמו את הנוסחה הקינמטית המתאימה לקטע שהוגדר, מבלי להציב בה, בשלב זה, ערכים מספריים.

לדוגמה: בפתרון תרגיל העוסק בזריקת גוף כלפי מעלה, חשוב שתלמידים יתרגלו לכתוב כך: נתבונן בקטע התנועה מרגע שחרור הגוף על-ידי היד במהלך תנועת הגוף כלפי מעלה, עד לרגע שבו הגוף מגיע לשיא הגובה. עבור קטע תנועה זה ניישם את הנוסחה: $v = v_0 + at$.

ב. בדינמיקה: התלמידים ירשמו לאיזו מערכת הם מתייחסים ואחר-כך ירשמו את משוואת התנועה, מבלי להציב בה, בתחילה, ערכים מספריים.

לדוגמה: בתרגיל העוסק בשני גופים המונחים על משטח אופקי חלק, כאשר כוח אופקי F דוחף את הגוף שמסתו m_1 וגוף זה דוחף את הגוף השני שמסתו m_2 , יש לכתוב: ניישם את החוק השני של ניוטון עבור המערכת המורכבת משני הגופים:

$$\Sigma F = ma \Rightarrow F = (m_1 + m_2)a$$

1.6 איורים:

במהלך הוראת המכניקה מומלץ שתיעזר בהקרנת איורי הספר על מסך הכיתה, במקום לסרטט אותם על לוח הכיתה.

1.7 יחסי מורה-תלמיד:

מומלץ שתשרה בכיתה יחסים של **כבוד הדדי** בינך לבין התלמידים, ותיתן אמון בתלמידים. לאחר כחודשיים של הוראה בכיתה, חשוב שייווצרו **יחסי אימון** בינך לבין התלמידים, כך שהתלמידים ידווחו לך על תרגיל זה או אחר שהם לא הצליחו לפתור במסגרת שיעורי הבית, מבלי שתצטרך לבדוק מי מתלמידך הכין שיעורים.

2. רשימת אתרי אינטרנט עם יישומונים בפיזיקה

לפניך רשימה של אתרים באינטרנט הכוללים יישומונים (applets) בפיזיקה, ביניהם יישומונים במכניקה. למען הסדר הטוב, האתרים מסומנים במספרים 1, 2, ...; אין משמעות לסדר האתרים.

אתר 1:

PhET

Interactive Simulations

University of Colorado AT Boulder

<http://phet.colorado.edu/>

שם האתר:

הקישור:

כדי להגיע לרשימת הסימולציות יש להקיש פעמיים על "המילה החמה" research-based. בדף שנפתח יש לבחור בתפריט המופיע בצד שמאל של המסך את המילה Simulations. במסך החדש שנפתח יש להקיש על המילה Physics, ולאחר מכן יש לבחור תת-נושא, כגון Motion.

אתר 2:

שם האתר:

Physics (@ Grenfell Campus of Memorial University, Corner Brook, Newfoundland)

Interactive Physics

<http://www2.swgc.mun.ca/physics/physlets.html>

הקישור:

אתר 3:

Java Applets on Physics

שם האתר:

<http://www.walter-fendt.de/ph14e>

הקישור:

הסימולציות המתאימות להוראת המכניקה הניוטונית הן אלה הרשומות תחת הכותרת Mechanics, וכמה מאלה הרשומות תחת הכותרת Waves and Ocillations.

אתר 4:

The Applet Collection

שם האתר:

<http://www.lon-capa.org/~mmp/applist/applets.htm>

הקישור:

אתר 5:

General Physics Java Applets

שם האתר:

<http://surendranath.tripod.com/Applets.html>

הקישור:

כדי לבחור הדמיה יש להקיש תחילה על התיבה Applet Menu.

אתר 6:

MyPhysicsLab - Physics Simulations with Java

שם האתר:

<http://www.mypysicslab.com/index.html>

הקישור

אתר 7:

The Interactive Library

שם האתר:

http://www.edinformatics.com/il/il_physics.htm

הקישור:

אתר 8:

Physlets

שם האתר:

<http://webphysics.davidson.edu/applets/applets.html>

הקישור:

אתר 9:

Physics 2000

שם האתר:

<http://www.colorado.edu/physics/2000/index.pl>

הקישור:

אתר 10:

Upscale

שם האתר:

<http://www.upscale.utoronto.ca/>

הקישור:

אתר 11:

FisLab

שם האתר:

<http://www.fislab.net/>

הקישור:

אתר 12:

ASPIRE Astrophysics Science Project

שם האתר:

<http://aspire.cosmic-ray.org/>

הקישור:

פרק ו: התנע ושימורו

1. הערות דידקטיות לפרק

1.1 מומלץ לתרגל את האופי הווקטורי של המתקף ושל התנע

תרגיל לדוגמה: בספר לתלמיד כרך ב, מהדורת 2012, עמוד 39, תרגיל 6.

1.2 מומלץ לבצע פעולות חיסור וקטורים (למציאת שינוי בתנע, Δp) או חיבור וקטורים (לדוגמה מציאת תנע סופי, p_f כשידועים התנע ההתחלתי p_i והמתקף J) בשתי דרכים: גאומטרית ואלגברית. הדרך הגאומטרית מתאימה במיוחד לתלמידים שמתמצאים במשפטי קוסינוס וסינוס במשולשים.

1.3 המושגים "מתקף" ו"תנע" בעייתיים עבור התלמידים. הם מתבקשים לקבל גודל פיזיקלי המוגדר על-ידי כפל של שני גדלים פיזיקליים.

1.4 מומלץ ליישם את נוסחת מתקף-תנע בתרחישים איכותיים:

דוגמאות:

- נער קופץ לגובה ונוחת על משטח. מדוע מניחים מזרון על המשטח? השתמשו בתשובותיכם במונחים "מתקף" ו"תנע".
- תרגיל 8 בספר לתלמיד כרך ב, מהדורת 2012, עמוד 40.

1.5 מומלץ לעסוק גם בתרגילים שבהם התלמידים מתבקשים לתאר תופעות פשוטות במונחים של מתקף ותנע

תרגיל לדוגמה: אדם זורק כדור אל קיר; הכדור חוזר מן הקיר אל ידיו. מהם המתקפים הפועלים על הכדור בשלבי תנועתו השונים?

הערה: קישורים לאתרים הכוללים יישומונים בתנע ובאנרגיה מוצגים בהערות הדידקטיות לפרק ז (האנרגיה ושימורה).

2. פתרונות לתרגילי הפרק עם הערות דידקטיות ייעודיות לתרגילים

1. $J = F \cdot \Delta t = 3 \cdot 6 = 18 \text{ N}\cdot\text{s}$ גודל המתקף $18 \text{ N}\cdot\text{s}$ וכיוונו ימינה.

2. בכל האיורים המתקף שווה "לשטח" הכלוא בין העקומה לבין ציר הזמן.

א. גודל המתקף: $J = 5 \cdot 6 = 30 \text{ N}\cdot\text{s}$ כיוון המתקף ככיוון הכוח, כלומר ימינה.

ב. גודל המתקף: $J = \frac{5+3}{2} \cdot 6 = 24 \text{ N}\cdot\text{s}$ כיוון המתקף ככיוון הכוח, כלומר ימינה.

ג. גודל המתקף: $J = \frac{5+2}{2} \cdot 6 = 21 \text{ N}\cdot\text{s}$ כיוון המתקף ככיוון הכוח, כלומר ימינה.

ד. נחשב תחילה את המתקף מרגע $t = 0$ עד לרגע $t = 3 \text{ s}$:

גודל המתקף: $J_{0 \rightarrow 3\text{s}} = \frac{3}{2} \cdot 6 = 9 \text{ N}\cdot\text{s}$ כיוון המתקף ככיוון הכוח, כלומר ימינה.

המתקף מרגע $t = 3 \text{ s}$ עד לרגע $t = 5 \text{ s}$:

גודל המתקף: $J_{3\text{s} \rightarrow 5\text{s}} = \frac{2}{2} \cdot (-4) = -4 \text{ N}\cdot\text{s}$ כיוון המתקף ככיוון הכוח, כלומר שמאלה.

גודל המתקף מרגע $t = 0$ עד רגע $t = 5 \text{ s}$ הוא: $J_{0 \rightarrow 5\text{s}} = J_{0 \rightarrow 3\text{s}} + J_{3\text{s} \rightarrow 5\text{s}} = 9 - 4 = 5 \text{ N}\cdot\text{s}$ וכיוונו ימינה.

3. נחשב את גודל התנע p_1 של המכונית: $p_1 = m_1 v_1 = 1 \cdot 72 = 72 \text{ ton} \cdot \frac{\text{km}}{\text{h}}$

נחשב את גודל התנע p_2 של המשאית: $p_2 = m_2 v_2 = 4 \cdot 40 = 160 \text{ ton} \cdot \frac{\text{km}}{\text{h}}$
התנע של המשאית גדול יותר.

4. א. תנע הקרונית ברגע $t = 0$: $mv_1 = 1.5 \cdot 2 = 3 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$
כיוון התנע ימינה.

ב. בתנאי השאלה הכוח שמופעל על הקרונית מהווה את הכוח השקול הפועל על הקרונית. לכן מתקף הכוח השקול מרגע $t = 0$ עד רגע $t = 4 \text{ s}$: $J = \sum F \cdot \Delta t = 6 \cdot 4 = 24 \text{ N}\cdot\text{s}$
כיוון המתקף ימינה.

ג. (1) חישוב בעזרת חוקי ניוטון וקינמטיקה:
תאוצת הקרונית:

$$a = \frac{\sum F}{m} = \frac{6}{1.5} = 4 \text{ m/s}^2$$

מהירות הקרונית, v_2 , ברגע $t = 4 \text{ s}$: $v_2 = v_1 + at = 2 + 4 \cdot 4 = 18 \text{ m/s}$
כיוון המהירות ימינה.

(2) חישוב בעזרת נוסחת מתקף-תנע:

נבחר ציר מקום שכיוונו החיובי ימינה. ניישם את נוסחת מתקף-תנע עבור הקרונית מרגע $t = 0$ עד רגע $t = 4$ s:

$$\Sigma F \cdot \Delta t = mv_2 - mv_1 \Rightarrow 6 \cdot 4 = 1.5 \cdot v_2 - 1.5 \cdot 2 \Rightarrow v_2 = 18 \text{ m/s}$$

כיוון המהירות ימינה.

ד. נרשום את נוסחת מתקף תנע עבור פרק הזמן מ- $t = 4$ s עד $t = 6$ s:

$$\Sigma F \cdot \Delta t = mv_3 - mv_2 \Rightarrow (-3) \cdot 2 = 1.5 \cdot v_3 - 1.5 \cdot 18 \Rightarrow v_3 = 14 \text{ m/s}$$

כיוון המהירות ימינה.

5. נסמן: v_1 - מהירות הקרונית לפני פעולת הכוח,

v_2 - מהירות הקרונית ברגע $t = 6$ s.

ננישם את נוסחת מתקף-תנע עבור תנועת הקרונית. לשם כך נגדיר ציר x שכיוונו החיובי ימינה.

$$J = m \cdot v_2 - m \cdot v_1 \Rightarrow \frac{6 \cdot 1}{2} = 0.4 \cdot v_2 - 0.4 \cdot (-6) \Rightarrow v_2 = +1.5 \text{ m/s}$$

כלומר ברגע $t = 6$ s מהירות הקרונית היא 1.5 m/s ימינה.

6. הפתרונות בסעיפים א-ד שלהלן, הם פתרונות אלגבריים, ביחס לציר x שכיוונו החיובי הוא ימינה.

התנע ההתחלתי של הכדור ביחס לציר זה:

$$p_i = mv_i = 0.1 \cdot 10 = 1 \text{ N} \cdot \text{s}$$

א. התנע הסופי:

$$p_f = 0$$

המתקף שפעל על הכדור:

$$J = p_f - p_i = 0 - 1 = -1 \text{ N} \cdot \text{s}$$

כלומר הקיר הפעיל מתקף שגודלו 1 Ns וכיוונו שמאלה.

ב. התנע הסופי:

$$p_f = m \cdot v_f = 0.1 \cdot (-2) = -0.2 \text{ N} \cdot \text{s}$$

המתקף שפעל על הכדור:

$$J = p_f - p_i = -0.2 - 1 = -1.2 \text{ N} \cdot \text{s}$$

ג. התנע הסופי:

$$p_f = m \cdot v_f = 0.1 \cdot (-5) = -0.5 \text{ N} \cdot \text{s}$$

המתקף שפעל על הכדור:

$$J = p_f - p_i = -0.5 - 1 = -1.5 \text{ N} \cdot \text{s}$$

ד. התנע הסופי:

$$p_f = m \cdot v_f = 0.1 \cdot (-10) = -1 \text{ N} \cdot \text{s}$$

המתקף שפעל על הכדור:

$$J = p_f - p_i = -1 - 1 = -2 \text{ N} \cdot \text{s}$$

7. נבחר ציר x שכיוונו החיובי בכיוון מהירות הפטיש לפני פגיעתו במסמר.

משוואת מתקף-תנע עבור הפטיש:

$$\bar{F} \cdot \Delta t = mv_f - mv_i$$

$\bar{F}$ - הכוח הממוצע שהמסמר הפעיל על הפטיש.

נציב ערכים:

$$\bar{F} \cdot 0.02 = 0 - 0.5 \cdot 5 \Rightarrow \bar{F} = -125 \text{ N}$$

על-פי החוק השלישי של ניוטון, הכוח הממוצע שהפטיש הפעיל על המסמר הוא 125 N ניוטון.

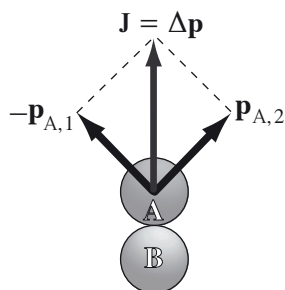
8. כאשר אדם קופץ מן השולחן אל הרצפה כמה פעמים, השינוי בתנע במהלך הבלימות קבוע, ואינו תלוי באופן הבלימות. לכן גם המתקף קבוע. אם משך הבלימה קצר - הכוח השקול הממוצע הפועל על הקופץ צריך להיות גדול. אם משך הבלימה גדול - הכוח השקול הממוצע יהיה קטן, כלומר הכוח הנורמלי הממוצע שהרצפה מפעילה על כפות רגליו של האדם יהיה גדול רק מעט מכוח הכובד הפועל עליו. **כיפוף הברכיים בעת הנחיתה מגדיל את משך הבלימה**, לכן הכוח הנורמלי הממוצע שהרצפה מפעילה אינו גדול, והבלימה אינה מכאיבה.

9. נניח כי בשני המקרים האבטיח אינו מנתר מהרצפה, כלומר נניח כי לאחר ההתנגשות, מהירותו אפס. בשני המקרים מהירויות האבטיח כהרף עין לפני ההתנגשויות ברצפה שוות. מכאן שבשני המקרים המתקף הכולל שפועל על האבטיח הוא שווה.

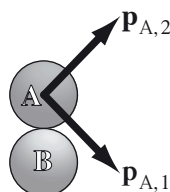
המקרה השני, כאשר האבטיח עטוף, בזכות הקרטון וצמר הגפן משך ההתנגשות ארוך יותר, לכן הכוח הממוצע שהרצפה מפעילה על האבטיח קטן יותר, לכן במקרה השני האבטיח אינו מתנפץ.

10. כאשר מטפס הרים עולה שלב אחד מעלה, בתום העלייה הוא דורך על החבל, אשר מקטין את מהירותו מערך מסוים כלפי מטה לאפס. כאשר החבל הוא חבל ניילון שעשוי להימתח - בגלל ההימתחות משך הבלימה ארוך יותר, לכן הכוח הממוצע שהחבל מפעיל על המטפס (כוח שפועל כלפי מעלה) קטן יותר.

11. א. התנעים $p_{A,1}$ של כדור A לפני ההתנגשות ו- $p_{A,2}$ לאחר ההתנגשות שווים בגודלם (איור א). השינוי בתנע של הכדור A הוא $p_{A,2} - p_{A,1}$, שייצוגו הגאומטרי הוא סכום שני הווקטורים המוצגים באיור ב:



איור ב: המתקף J ששינה את התנע של כדור A



איור א: התנע של כדור A לפני ההתנגשות ואחריה

תוצאת חיבור שני הווקטורים היא וקטור המכוון לאורך הקו המחבר את מרכזי הכדורים. מבין חמש האפשרויות הניתנות בשאלה, רק אפשרות מס' (5) עומדת בדרישה זו.

ב. כיוון המתקף הכולל שווה לכיוון השינוי בתנע. השינוי בתנע הוא בכיוון הקו המחבר את מרכזי הכדורים (על-פי התשובה לסעיף א), לכן גם המתקף שמופעל על כדור A צריך להיות בכיוון הקו המחבר את מרכזי הכדורים, ועל כן האפשרות הנכונה היא (5).

12. א. הסמל m_1 מייצג את המסה של אחד הגופים

הסמל m_2 מייצג את המסה של הגוף האחר

הסמל v_1 מייצג את המהירות של הגוף שמסתו m_1 רגע לפני ההתנגשות או ברגע מסוים במהלך ההתנגשות.

הסמל v_2 מייצג את המהירות של הגוף שמסתו m_2 ברגע שמהירות של הגוף m_1 הוא v_1 .

הסמל u_1 מייצג את המהירות של הגוף שמסתו m_1 רגע אחרי ההתנגשות או ברגע מסוים במהלך ההתנגשות.

הסמל u_2 מייצג את המהירות של הגוף שמסתו m_2 ברגע שמהירות של הגוף m_1 הוא u_1 .

ב. ביחידות S.I. המסות נמדדות בק"ג והמהירויות נמדדות במטר\שנייה.

ג. הנוסחה תקפה לכל אינטראקציה של שני גופים המהווים מערכת סגורה, כלומר מערכת שבה המתקף החיצוני הפועל על כל אחד משני הגופים הוא אפס (נעיר כי המתקף שמפעיל הגוף האחד על האחר בצמד שני הגופים הוא מתקף פנימי).

ד. החוק, הנקרא חוק שימור התנע, כפי שהוא מנוסח בשאלה אומר שבמערכת דו-גופית סגורה, התנע הכולל של המערכת (תנע כולל של מערכת דו-גופית הוא סכום התנעים של שני הגופים) אינו משתנה בעקבות האינטראקציה בין שני הגופים, ובמהלכה.

13. אין בכך סתירה לחוק שימור התנע - גוף הנופל חופשית אינו מהווה מערכת סגורה, כי פועל עליו מתקף חיצוני - המתקף של כוח הכובד.

אפשר לראות זאת אחרת: אם מתבוננים במערכת כדור הארץ והגוף, ואילו מערכת זו לא הייתה באינטראקציה עם גרמי שמיים, אז זו הייתה מערכת סגורה, והתנע הכולל שלה היה נשמר, אבל התנע של כל אחד משני הגופים ("הגוף הנופל" וכדור הארץ) לא היה נשמר.

14. הכוח השקול הפועל על כל כדור (מלבד הכוח שהכדור האחר מפעיל עליו) שווה לאפס. לכן התנע של מערכת שני הכדורים נשמר. נגדיר ציר x בכיוון תנועת הכדור.

הנוסחה המבטאת את שימור התנע:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u$$

$$0.9 \cdot 2 + 0 = (0.9 + 0.3)u \Rightarrow u = 1.5 \text{ m/s}$$

המהירות המשותפת של שני הגופים היא 1.5 מטר לשנייה.

15. נסמן: M - מסת קרון

m - מסת החיטה

u - המהירות המשותפת לאחר ההתנגשות

נגדיר ציר x בכיוון תנועת הקרונות.

מערכת שני הקרונות סגורה, לכן התנע שלה נשמר. נרשום את חוק שימור התנע להתנגשות פלסטית:

$$Mv_1 + (M + m)v_2 = (M + M + m)u \Rightarrow 10^4 \cdot 1 + (10^4 + m) \cdot 0 = (10^4 + 10^4 + m) \cdot 0.2$$

$$m = 3 \cdot 10^4 \text{ kg}$$

פתרון המשוואה:

מסת החיטה היא 30 טון.

16. נגדיר ציר x שכיוונו החיובי פונה ימינה.

בהנחה שלא פועל כוח חיכוך, התנע של מערכת האדם והקרונית כהרף עין לפני ההתנגשות שווה לזה שאחריה.

$$(א) \quad m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)u$$

א. נציב בנוסחה (א) ערכים לגבי המקרה שבו האדם רץ בכיוון תנועת הקרונית:

$$40 \cdot 5 + 60 \cdot 6 = (40 + 60)u \Rightarrow u = 5.6 \text{ m/s}$$

מהירות הקרונית היא 5.6 m/s בכיוון המקורי של תנועתה.

ב. נציב בנוסחה (א) ערכים עבור המקרה שהאדם רץ לקראת הקרונית:

$$40 \cdot 5 + 60 \cdot (-6) = (40 + 60)u \Rightarrow u = -1.6 \text{ m/s}$$

מהירות הקרונית היא 1.6 m/s בכיוון מנוגד לכיוון המקורי של תנועתה.

17. נגדיר ציר x שכיוונו החיובי מצביע ימינה. נבטא בנוסחה את חוק שימור התנע של מערכת שתי הקרונות:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)u$$

$$0.6 \cdot (-1.2) + 0.9 \cdot 0.8 = (0.6 + 0.9)u \Rightarrow u = 0$$

שתי הקרונות נעצרות לאחר ההתנגשות.

18. מחוק שימור התנע נובע כי בכל המקרים, כיוון התנע לאחר ההתנגשות, וכיוון התנועה המשותף לאחר ההתנגשות, שווים לכיוון התנע הכולל שהיה למערכת לפני ההתנגשות. לכן די למצוא את כיוון התנע הכולל לפני ההתנגשות.

(1) שני הכדורים נעים ימינה, לכן התנע הכולל מכוון ימינה.

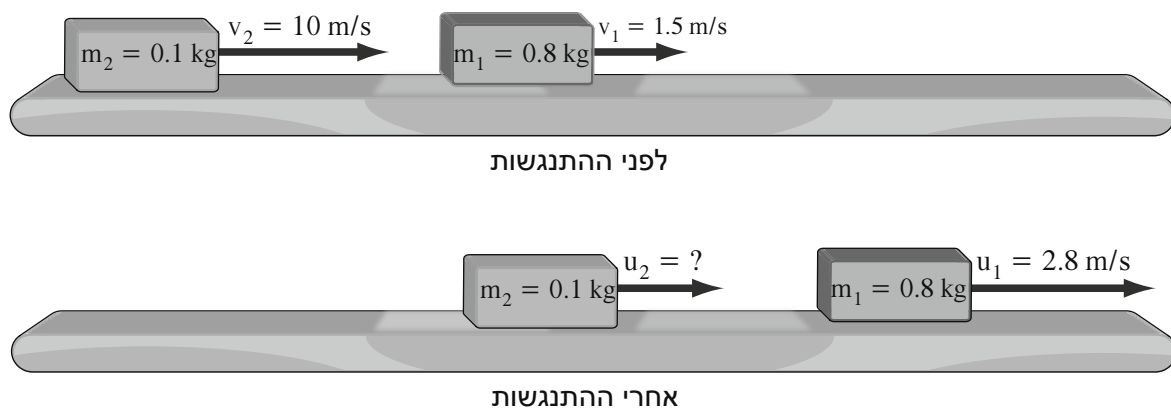
(2) לכדור הימני יש תנע שגודלו $8 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$ וכיוונו שמאלה, ולכדור השמאלי יש תנע שגודלו $6 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$ וכיוונו ימינה. לכן התנע הכולל מכוון שמאלה.

(3) לכדור הימני יש תנע שגודלו $8 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$ וכיוונו שמאלה, ולכדור השמאלי יש תנע שגודלו $12 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$ וכיוונו ימינה. לכן התנע הכולל מכוון ימינה.

(4) לכדור הימני יש תנע שגודלו $20 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$ וכיוונו שמאלה, ולכדור השמאלי יש תנע שגודלו $20 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$ וכיוונו ימינה, לכן התנע הכולל שווה לאפס.

(5) שני הכדורים נעים שמאלה, ומהירותו של הכדור הימני קטנה יותר, לכן לא תתרחש התנגשות.

19. תרשים הבעיה:



המתקף החיצוני הפועל על כל גוף שווה לאפס. חוק שימור התנע של הגופים ביחס לציר x שכיוונו החיובי פונה ימינה:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

$$0.8 \cdot 1.5 + 0.1 \cdot 10 = 0.8 \cdot 2.8 + 0.1 u_2$$

$$u_2 = -0.4 \text{ m/s}$$

לאחר ההתנגשות, הגוף השני נע במהירות שגודלה 0.4 מטר לשנייה, בכיוון מנוגד לכיוון תנועתו המקורית.

20. נסתכל על שני הכדורים כעל מערכת. זו מערכת סגורה, לכן התנע שלה קבוע. לפני ההתנגשות גודל התנע היה $10 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ וכיוונו היה ימינה, לכן זה יהיה גם התנע אחרי ההתנגשות.

21. לפני ההתפוצצות הגוף נע כלפי מעלה, לכן כיוון התנע שלו כלפי מעלה. לאחר ההתפוצצות **כיוון התנע הכולל חייב להיות כלפי מעלה**.

איור א בגוף השאלה מתאר כיוונים שבהם הרסיסים יכולים לנוע. מצב זה יכול להתממש כאשר הרכיבים האופקיים של תנעי שני הרסיסים יקזזו זה את זה.

איור ב בגוף השאלה מתאר כיוונים שבהם הרסיסים יכולים לנוע; מצב זה יכול להתממש כאשר רכיב התנע האופקי של הרסיס השמאלי מקזז את התנע של הרסיס שנרתע ימינה.

איור ג בגוף השאלה מתאר כיוונים שבהם הרסיסים **אינם** יכולים לנוע; השקול של תנעים בכיוונים המתוארים **לעולם** לא יהיה כלפי מעלה.

איור ד בגוף השאלה מתאר כיוונים שבהם הרסיסים יכולים לנוע; מצב זה יתממש כאשר התנע של הרסיס שנרתע כלפי מעלה גדול מהתנע של הרסיס שנרתע כלפי מטה.

22. לצורך הניתוח נחלק את התרחיש לשני ארועים: האחד - ההתנגשות של הקליע עם הכדור; את הארוע הזה ננתח בעזרת שימור התנע. הארוע השני הוא תנועת שני הגופים יחד מראש העמוד עד לקרקע - זריקה אופקית. נבחר ציר x שכיוונו החיובי ימינה, וראשיתו במקום שבו נמצא העמוד, וציר y שכיוונו החיובי כלפי מטה, וראשיתו במקום שבו היה הכדור במנוחה.

$$y = \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow 1.8 = \frac{10 \cdot t^2}{2} \Rightarrow t = \pm 0.6 \text{ s} \quad \text{עבור הרכיבים האנכיים של הזריקה האופקית:}$$

$$x = Vt \Rightarrow 1.5 = V \cdot 0.6 \Rightarrow V = 2.5 \text{ m/s} \quad \text{עבור הרכיבים האופקיים של הזריקה האופקית:}$$

כלומר מהירות הכדור עם הקליע בתוכו, מיד לאחר ההתנגשות, היתה 2.5 מטר לשנייה בכיוון אופקי.

נסמן: m - מסת הקליע;

v_1 - מהירות הקליע לפני ההתנגשות;

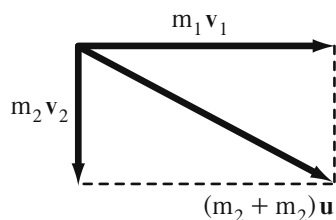
M - מסת הכדור.

$$mv_1 + 0 = (m + M) V \quad \text{שימור התנע עבור ההתנגשות:}$$

$$0.025 \cdot v_1 = (0.025 + 0.975) \cdot 2.5 \Rightarrow v_1 = 100 \text{ m/s}$$

23. בהנחה שלא פועלים על שני הגופים כוחות חיצוניים, התנע שלהם נשמר.

תרשים הבעיה:



פתרון אלגברי: נסמן ב- α את הזווית בין המהירות המשותפת לאחר ההתנגשות לבין הכיוון מזרח (כיוון התנועה של הגוף הראשון לפני ההתנגשות). נסמן ב- u את גודל המהירות המשותפת.

נבחר ציר x שכיוונו החיובי מזרחה, וציר y שכיוונו החיובי דרומה.

שימור תנע בכיוון הציר x : $m_1 v_{1,x} + m_2 v_{2,x} = (m_1 + m_2) \cdot u \cdot \cos \alpha$

(א) $20 \cdot 60 + 0 = (20 + 40) u \cos \alpha$

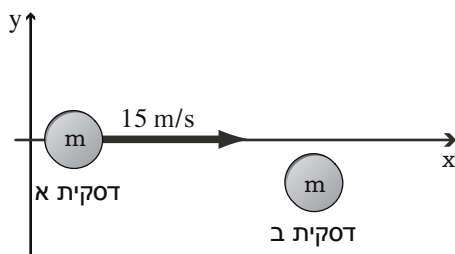
שימור תנע בכיוון הציר y : $m_1 v_{1,y} + m_2 v_{2,y} = (m_1 + m_2) \cdot u \cdot \sin \alpha$

(ב) $0 + 40 \cdot 40 = (20 + 40) u \sin \alpha$

מפתרון משוואות (א) ו- (ב) מקבלים: $u \approx 33.3 \text{ km/h}$; $\alpha \approx 53.1^\circ$

24. התנע הכולל של מערכת שתי הדסקיות נשמר.

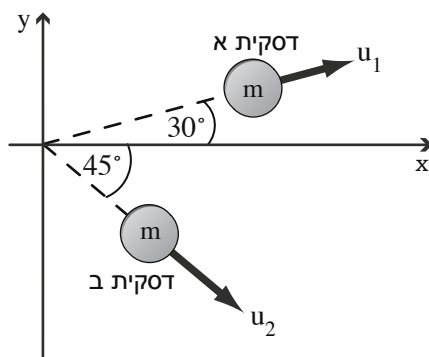
נגדיר ציר x בכיוון התנועה של דסקית א לפני ההתנגשות, וציר y , כך שלמהירות של דסקית א לאחר ההתנגשות יהיה רכיב חיובי בכיוון ציר x , כמתואר באיור:



איור א: לפני ההתנגשות

א. לא ייתכן ששתי הדסקיות פנו לאחר ההתנגשות לאותו צד של מסלול התנועה המקורי של דסקית א, כי רכיב התנע הכולל של המערכת בכיוון ציר y לפני ההתנגשות שווה לאפס. אילו שתי הדסקיות היו פונות לאחר ההתנגשות לאותו צד, הרכיב של התנע הכולל בכיוון ציר y לא היה 0, וזו היתה סתירה לחוק שימור התנע.

ב. נסרטט את מצב המערכת לאחר ההתנגשות:



איור ב: אחרי ההתנגשות

$$\begin{aligned} \text{(א)} \quad m \cdot 15 + 0 &= mu_1 \cos 30^\circ + mu_2 \cos 45^\circ && \text{שימור תנע בכיוון ציר x:} \\ \text{(ב)} \quad 0 + 0 &= mu_1 \sin 30^\circ - mu_2 \sin 45^\circ && \text{שימור תנע בכיוון ציר y:} \\ u_1 &\approx 11 \text{ m/s} \quad ; \quad u_2 \approx 7.8 \text{ m/s} && \text{משתי המשוואות נקבל:} \end{aligned}$$

לאחר ההתנגשות דסקית א נעה במהירות שגודלה 11 מטר לשנייה, ודסקית ב במהירות שגודלה 7.8 מטר לשנייה.

25. נחלק את הפתרון לשני שלבים: בשלב הראשון הקליע חודר לתוך גוף העץ ונעצר בתוכו. בשלב השני גוף העץ (עם הקליע בתוכו) נע עד שהוא נעצר.

כיוון שניתן להניח כי בקירוב גוף העץ החל לנוע רק לאחר שהקליע נעצר - **המתקף החיצוני הכולל במהלך ההתנגשות שווה לאפס**, והתנע של המערכת גוף עץ + קליע נשמר. אילו גוף העץ היה מחליק על המשטח עד עצירת הקליע - במהלך ההתנגשות היה פועל כוח חיצוני שונה מאפס (כוח החיכוך), והמתקף החיצוני לא היה שווה לאפס, והמערכת לא הייתה סגורה.

$$mv_1 + Mv_2 = (m + M)u \quad \text{משוואת שימור התנע:}$$

$$0.005 \cdot v_1 + 0 = (0.005 + 2)u \quad \text{נציב מספרים:}$$

$$\text{(א)} \quad u = 2.49 \cdot 10^{-3} v_1 \quad \text{מכאן:}$$

לגבי השלב השני: משוואת התנועה יחסית לציר x שכיוונו החיובי בכיוון תנועת גוף העץ:

$$sF_x = ma \Rightarrow -\mu N = (m + M)a$$

$$sF_y = 0 \Rightarrow N - (m + M)g = 0$$

$$\text{(ב)} \quad a = -\mu g = -0.3 \cdot 10 = -3 \text{ m/s}^2 \quad \text{משתי המשוואות האחרונות נקבל:}$$

$$v^2 = u^2 + 2a \Delta x$$

נציב בנוסחה האחרונה את הביטוי (א) עבור u ואת a מ- (ב):

$$0^2 = (2.49 \cdot 10^{-3} v_1)^2 + 2 \cdot (-3) \cdot 0.2$$

$$v_1 \approx 440 \text{ m/s}$$

פתרון המשוואה:

26. נחלק את הארוע לשני שלבים: בשלב ראשון הקליע עובר דרך גוש העץ, ובשלב השני גוש העץ מחליק על המשטח עד שהוא נעצר.

הנחת הקירוב שגוש העץ לא הספיק לזוז מרגע שהקליע פגע בו עד שהוא יצא ממנו מצידו השני, מאפשרת להניח כי בפרק זמן זה המתקף החיצוני הכולל שפעל על מערכת שני הגופים היה שווה לאפס (ללא ההנחה, היה פועל חיכוך מרגע הפגיעה ועד יציאת הקליע). לכן ניתן להשתמש בחוק שימור התנע (חוק שימור התנע תקף לא רק לגבי התנגשויות).

$$mv_1 + Mv_2 = mu_1 + Mu_2$$

$$0.005 \cdot 600 + 0 = 0.005 \cdot 200 + 2u_2$$

$$u_2 = 1 \text{ m/s} \quad \text{לכן:}$$

$$(א) \quad \Sigma F_x = ma \Rightarrow -\mu N = ma \quad \text{החוק השני של ניוטון לגבי הרכיבים האופקיים:}$$

$$(ב) \quad \Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - mg = 0 \quad \text{החוק השני של ניוטון לגבי הרכיבים האנכיים:}$$

$$a = -\mu g \quad \text{מקשרים (א) ו-(ב) נובע כי:}$$

עתה נסתכל על תנועת גוש העץ מרגע תחילת תנועתו (במהירות $u_2 = 1 \text{ m/s}$) עד לעצירתו.

$$u^2 = u_2^2 + 2a\Delta x \Rightarrow 0^2 = 1^2 + 2 \cdot (-\mu g) \cdot 0.15 \Rightarrow \mu \approx 0.33$$

מקדם החיכוך בין גוש העץ לבין המשטח הוא בקירוב 0.33.

27. נבחר ציר x שכיוונו החיובי בכיוון תנועת הקרונית שמסתה 400 גרם. חוק שימור התנע:

$$0 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

$$0 = 0.4 \cdot 0.32 + m_2 (-0.5)$$

$$m_2 = 0.256 \text{ kg}$$

28. נסמן: M - מסות הרקדן והרקדנית בהתאמה m -

v - מהירותם המשותפת (לפני ההדיפה)

u_1 - מהירות הרקדן אחרי ההדיפה

u_2 - מהירות הרקדנית אחרי ההדיפה

א. הרקדן והרקדנית הם מערכת סגורה, והתנע הכולל של המערכת נשמר. נרשום את חוק השימור:

$$(M + m)v = Mu_1 + mu_2 \Rightarrow (70 + 50)3 = 70u_1 + 50 \cdot 7.2 \Rightarrow u_1 = 0$$

כלומר הרקדן נעצר בתום ההדיפה.

ב. על פי נוסחת מתקף-תנע המתקף, J , שהרקדן הפעיל על הרקדנית שווה לשינוי בתנע של הרקדנית. בניסוח מתמטי:

$$J = mu_2 - mv = 50 \cdot 7.2 - 50 \cdot 3 = 210 \text{ N} \cdot \text{s}$$

כיוון המתקף בכיוון תנועתם לפני ההדיפה.

ג. על-פי החוק השלישי של ניוטון גם הרקדנית הפעילה מתקף על הרקדן. גודלם של שני המתקפים שווים, כלומר הרקדנית הפעילה מתקף שגודלו $210 \text{ N} \cdot \text{s}$ בכיוון מנוגד לכיוון תנועתם לפני ההדיפה.

29. ניתוח איכותי: ניתן לחלק את הארוע לשלושה שלבים: בשלב הראשון, הפגז נע ומגיע לשיא הגובה. כיוון שנתונה מהירות השיגור, ניתן לחשב כל גודל קינמטי של התנועה. בשלב השני מתרחשת התפוצצות. בהנחה שמשך ההתפוצצות קצר מאוד, ניתן להזניח את המתקף שכוח הכובד הפעיל על הרסיסים בשעת ההתפוצצות (ביחס למתקפים שהרסיסים הפעילו האחד על משנהו) ואז בקירוב המערכת סגורה, ואנו רשאים להשתמש בחוק שימור התנע. בשלב השלישי, שני הרסיסים נעים לעבר הקרקע.

א. לגבי תנועת הפגז מרגע הירי ($t = 0$) עד לרגע t_1 שבו הפגז מגיע לשיא הגובה. נבחר מערכת צירים שראשיתה בנקודת הירי, הכיוון החיובי של הציר y מצביע כלפי מעלה, והכיוון החיובי של הציר x בכיוון תנועתו האופקית של הפגז.

$$v_y = v_{0,y} + at$$

$$0 = 200 \cdot \sin 60^\circ + (-10)t_1 \Rightarrow t_1 \approx 17.32 \text{ s}$$

$$y = y_0 + v_{0,y} \cdot t + \frac{at^2}{2} \quad \text{שיעור שיא הגובה:}$$

$$y = 0 + 200 \cdot \sin 60^\circ \cdot 17.32 + \frac{(-10) \cdot (17.32)^2}{2} = 1,500 \text{ m}$$

$$v_x = v_{0,x} = 200 \cdot \cos 60^\circ = 100 \text{ m/s} \quad \text{מהירות הפגז בשיא הגובה (לפני ההתפוצצות):}$$

התנע כהרף עין לפני ההתפוצצות שווה (בקירוב) לתנע של הרסיסים כהרף עין לאחר ההתפוצצות.

$$mv_x = \frac{m}{2} \cdot 0 + \frac{m}{2} v_2 \quad \text{נסמן: } -v_2 \text{ מהירות הרסיס השני לאחר ההתפוצצות.}$$

$$m \cdot 100 = \frac{m}{2} v_2 \Rightarrow v_2 = 200 \text{ m/s}$$

נבחר עתה מערכת צירים אחרת, שראשיתה בנקודת ההתפוצצות, הכיוון החיובי של ציר ה- y כלפי מטה, והכיוון החיובי של הציר x בכיוון זריקתו של הרסיס השני. הקרקע נמצאת ב- $y = 1,500 \text{ m}$. הרסיס הראשון נופל בכיוון אנכי, כך שהוא פוגע בקרקע בנקודה בה $x = 0$. נחשב את משך תנועתו של הרסיס שמהירותו התאפסה אחרי ההתפוצצות:

$$y = y_0 + v_{0,y} t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow 1,500 = 0 + 0 + \frac{(-10)t_2^2}{2} \Rightarrow t_2 = 17.32 \text{ s}$$

שיעור הנקודה x שבה פוגע הרסיס השני בקרקע:

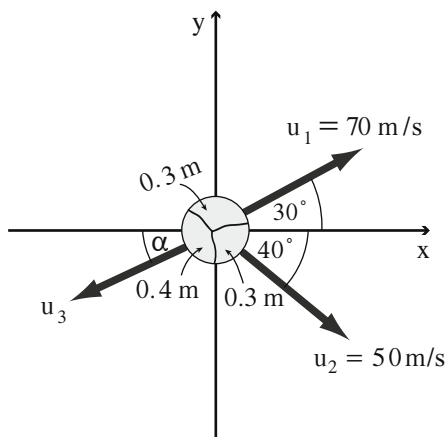
$$v_x = v_2 \cdot t_2 \Rightarrow x = 200 \cdot 17.32 = 3,464 \text{ m}$$

זהו גם המרחק בין נקודות הפגיעה בקרקע של שני הרסיסים.

ב. לפני הפיצוץ הרסיס הראשון נע בכיוון אופקי, נניח ימינה. לאחר ההתפוצצות מהירותו היתה שווה לאפס. לכן השינוי בתנע היה שמאלה. מכאן שפעל עליו מתקף שמאלה, לכן הכוח פעל עליו בכיוון שמאלה.

30. לא, כי מהירות הרובה תהיה גדולה פי עשרה ממהירות הקליע, והרובה עלול לפצוע את היורה.

31. תרשים הבעיה:



א. התנע של הפצצה לפני ההתפוצצות שווה לתנע הכולל של הפצצה מיד בתום ההתפוצצות, בתנאי שלא פעל מתקף חיצוני על אף אחד מן הרסיסים.

ב. שימור תנע בכיוון הציר x:

$$(א) \quad 0 = 0.3 \text{ m} \cdot 70 \cdot \cos 30^\circ + 0.3 \text{ m} \cdot 50 \cdot \cos 40^\circ - 0.4 \text{ m} \cdot u_3 \cdot \cos a$$

שימור תנע בכיוון הציר y:

$$(ב) \quad 0 = 0.3 \text{ m} \cdot 70 \sin 30^\circ - 0.3 \text{ m} \cdot 50 \cdot \sin 40^\circ - 0.4 \text{ m} \cdot u_3 \sin a$$

$$u_3 \approx 74.2 \text{ m/s} \quad : \quad a = 1.66^\circ \quad \text{פתרון משוואות (א) ו-(ב):}$$

32. האוויר שבתוך הבלון מפעיל כוח על האוויר שבפית הבלון; האוויר שפורץ מפית הבלון מפעיל כוח על האוויר שבתוך הבלון (שני כוחות אלה הם כוחות "פעולה" ו"תגובה"). הכוח שפועל על האוויר שבתוך הבלון מאיץ את הבלון בכיוון מנוגד לכיוון פריצת האוויר מן הבלון.

33. א. הנעה רקטית יכולה להאיץ רקטה גם בחלל הריק; ההנעה הרקטית אינה קשורה לאוויר האטמוספירה. גז נפלט מן הרקטה כתוצאה מכך שמופעל עליו כוח, וכתגובה הוא מפעיל כוח על הרקטה. אוויר האטמוספירה מקטין את תאוצת הרקטה.

ב. כאשר רוצים להאיץ את החללית בכיוון תנועתה - מנועי הרקטה פולטים גז בכיוון מנוגד לכיוון התנועה. כאשר רוצים לבלום את החללית - מנועי הרקטה פולטים גז בכיוון תנועת החללית. כאשר רוצים שהחללית תפנה ימינה - מנועי הרקטה פולטים גז בכיוון שמאלה.

34. להפעיל עליה כוח קטן מאוד למשך זמן ארוך מאוד.

35. נבחר ציר x שכיוונו החיובי בכיוון תנועת גרעין הליתיום, וציר y שכיוונו החיובי נבחר כך שלחלקיק ה- α יש רכיב חיובי לאורך הציר y .

$$\text{שימור רכיבי ה-} x \text{ של תנע המערכת: } M_L \cdot v_L = M_a \cdot v_a \cdot \cos 33^\circ + M_H \cdot v_H \cdot \cos b$$

כאשר: b - הזווית בין כיוון תנועת הפרוטון לבין הציר x .

$$\text{נציב מספרים: } 5 \cdot 1.6 \cdot 10^6 = 4 \cdot 1.4 \cdot 10^6 \cdot \cos 33^\circ + 1 \cdot v_H \cos b$$

$$\text{שימור רכיבי ה-} y \text{ של תנע המערכת: } 0 = M_a \cdot v_a \cdot \sin 33^\circ - M_H \cdot v_H \cdot \sin b$$

$$\text{נציב מספרים: } 0 = 4 \cdot 1.4 \cdot 10^6 \cdot \sin 33^\circ - 1 \cdot v_H \sin b$$

$$\text{מהתרת מערכת משוואות (א) ו-(ב) נקבל: } b = 42.7^\circ ; \quad v_H \approx 4.5 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

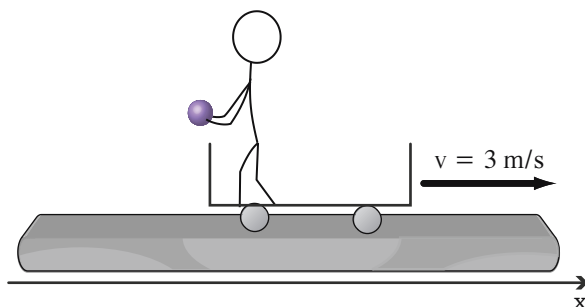
36. נבחר ציר x הצמוד לקרקע, שכיוונו החיובי בכיוון תנועת הקרונית, ונבחר ציר x' הצמוד לקרונית, שכיוונו החיובי זהה לכיוון ציר x .

נסמן: $v = 3 \text{ m/s}$ - מהירות הקרונית, הנער והכדור (ביחס לקרקע) לפני הזריקה.

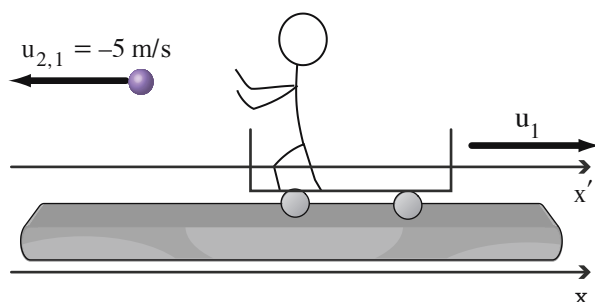
u_1 - מהירות הקרונית (ביחס לקרקע) לאחר הזריקה.

u_2 - מהירות הכדור ביחס לקרקע לאחר הזריקה.

$u_{2,1}$ - מהירות הכדור ביחס לקרונית לאחר הזריקה.



א. (1) $u_{2,1} = -5 \text{ m/s}$ (ראה איור).



(א) $u_{2,1} = u_2 - u_1 \Rightarrow u_2 = u_1 + (-5)$

טרנספורמציית גלילאו למהירות:

(ב) $125 \cdot 3 = 120u_1 + 5u_2$

שימור תנע:

$u_1 = 3.2 \text{ m/s}$

ממשוואות (א) ו-(ב):

הערה (אנדרה): לפני הפגיון הכאוב, מומלץ לבחון את השאלה, האם מפילוג הקלוניג לאחר הצריקה
 לדואל מ-3 מ' לשי או קטנה מעדף זה.



(2) במקרה זה $u_{2,1} = +7.5 \text{ m/s}$ והפתרון דומה לזה שב-(1) לעיל.

(3) במקרה זה מהירות הקרונית נשארת 3 מ'ש.

הסבר על-פי חוקי ניוטון: כאשר הנער משחרר את הכדור הוא אינו מפעיל עליו כוח, לכן גם הכדור אינו מפעיל כוח על הנער. ולכן מהירות הנער עם הקרונית אינה משתנה.

הסבר על-פי שימור התנע: על הכדור לא פעל כוח אופקי, לכן מהירותו האופקית אינה משתנה.

$u_2 = v$

$125v = 120u_1 + 5v \Rightarrow u_1 = 3 \text{ m/s}$

חוק שימור התנע בכיוון אופקי:

ב. (1) מנקודת ראות של צופה על הקרקע, תנועת הכדור היא "זריקה אופקית", לכן מסלול תנועתו הוא פרבולה.

(2) מנקודת ראות של הנער, הכדור נופל כלפי מטה בקו ישר, כי אין תנועה יחסית אופקית בין הכדור והנער.

ג. (1) המרחק הוא אפס, כי המהירות האופקית של הכדור שווה למהירות הקרונית.

(2) ו-(3): מהירות הקרונית היא 3 מ'ש בכל רגע ורגע, כי על המערכת קרונית + כדור לא פעל כוח חיצוני אופקי.

אפשר לראות זאת גם כך: בעקבות זריקת הכדור כלפי מעלה מהירות הקרונית אינה משתנה (ההסבר דומה להסבר לגבי הכדור המשוחרר מנקב בקרקעית הקרונית, כמתואר בסעיף א(3)), והיא נשארת 3 מ'ש. גם לאחר נחיתת הכדור, מהירות הקרונית אינה משתנה, כי המהירות

האופקית של הכדור שווה למהירות הקרונית.

(4) מנקודת ראות של צופה על הקרקע, הכדור נע במסלול פרבולי (זריקה משופעת). מנקודת ראות של הנער הכדור נע לאורך קו ישר אנכי.

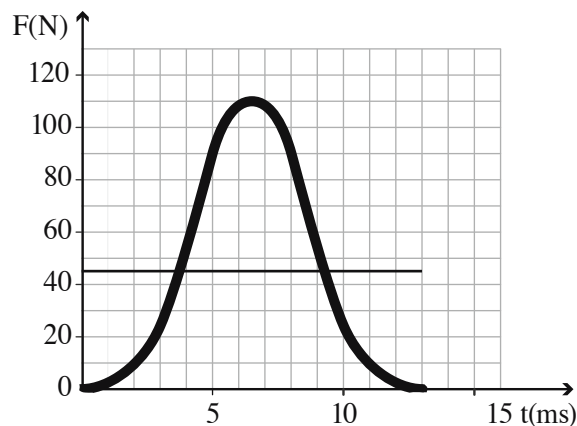
37. כאשר הפלסטלינה מונחת על הקרקע, הכוח השקול הפועל עליה שווה אמנם לאפס. אולם, בחלק ממהלך ההתנגשות - הכוח הנורמלי הפועל עליה **גדול** מכוח הכובד הפועל עליה. מכאן שפועל עליה מתקף כולל שכיוונו כלפי מעלה. מתקף זה משנה את התנע ההתחלתי של הפלסטלינה שכיוונו לפני ההתנגשות כלפי מטה, לתנע סופי שערכו אפס.

נפרט: ברגע שבו הפלסטלינה נוגעת לראשונה בקרקע פועל עליה רק כוח הכובד. המתקף של כוח הכובד מגדיל את התנע, הפלסטלינה ממשיכה לנוע לעבר הקרקע, ומתחיל לפעול עליה כוח נורמלי. כל עוד הכוח הנורמלי קטן מכוח הכובד - התנע של הפלסטלינה (שכיוונו כלפי מטה) גדל. אולם, במקביל הולך וגדל גם הכוח הנורמלי. מרגע שבו הכוח הנורמלי נעשה גדול מכוח הכובד - התנע מתחיל לקטון (כי פועל עליה מתקף בכיוון מנוגד לכיוון התנע), אך הכוח הנורמלי ממשיך לגדול (כי הפלסטלינה עדיין נעה לעבר הקרקע). כאשר מהירות הפלסטלינה יורדת לאפס - הכוח הנורמלי קטן עד שגודלו משתווה לכוח הכובד. מרגע זה ואילך המתקף הכולל והשינוי בתנע של הפלסטלינה שווים לאפס.

38. א. גודל המתקף שפעל על הכדור שווה ל"שטח" ש"מתחת" לעקומה. את ה"שטח" ניתן לחשב על-פי המשבצות. מספר המשבצות שמתחת לעקומה הוא בקירוב 58. ה"שטח" של כל משבצת מייצג מתקף של 0.01 ניוטון $\times$ שנייה. מכאן שגודלו של המתקף שפעל על הכדור הוא $0.58 \text{ N} \cdot \text{s}$ ($= 58 \cdot 0.01$).

ב. על פי הגרף, הכוח פעל מרגע $t_1 = 2 \text{ ms}$ עד רגע $t_2 = 15 \text{ ms}$, כלומר במשך $\Delta t = 13 \text{ ms}$. הכוח הממוצע הוא $45 \text{ N} \approx 0.58 \text{ N} \cdot \text{s} / 13 \cdot 10^{-3} \text{ s}$. אילו פעל על הכדור כוח קבוע בן 45 N במשך 13 ms , אזי המתקף שלו היה שווה לזה שהפעיל הכוח המוצג על-ידי העקומה.

ג. גרף הכוח הממוצע הוא הקו האופקי באיור:



$$a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{6}{2} = 3 \text{ m/s}^2$$

39. גודל התאוצה ברגע $t = 4 \text{ s}$:

$$J = \frac{4 \cdot 6}{2} = 12 \text{ N} \cdot \text{s}$$

גודל המתקף שווה ל"שטח" שמתחת לגרף:

נגדיר ציר x שכיוונו החיובי בכיוון המהירות v_0 .

$$(N) \quad J = mv - mv_0$$

נוסחת מתקף תנע:

א. כיוון המתקף בכיוון v_0 , כך שהמצב הוא חד-ממדי.

נציב ערכים בנוסחה (א) יחסית לציר x הנבחר, ונחשב מתוכה את המהירות ברגע $t = 4 \text{ s}$:

$$12 = 2v - 2 \cdot 3 \Rightarrow v = 9 \text{ m/s}$$

כלומר ברגע $t = 4 \text{ s}$ הגוף נע במהירות שגודלה 9 m/s בכיוון v_0 .

ב. כיוון המתקף מנוגד ל- v_0 .

נציב ערכים בנוסחה (א) (הפעם המתקף הוא $-12 \text{ N} \cdot \text{s}$):

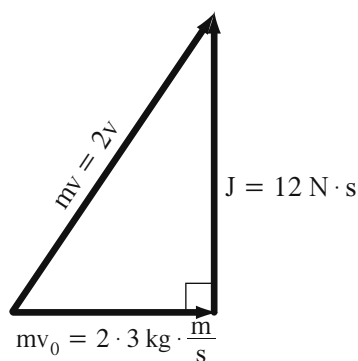
$$-12 = 2v - 2 \cdot 3 \Rightarrow v = -3 \text{ m/s}$$

כלומר ברגע $t = 4 \text{ s}$ הגוף נע במהירות שגודלה 3 m/s בכיוון מנוגד ל- v_0 .

ג. כיוון המתקף מאונך ל- v_0 .

נייצג את משוואת מתקף - תנע באופן גאומטרי. לשם כך נכתוב את הנוסחה (א) בצורה:

$$mv = mv_0 + J$$



$$(mv)^2 = (mv_0)^2 + J^2 \quad \text{לכן:}$$

$$(2 \cdot v)^2 = (2 \cdot 3)^2 + 12^2 \Rightarrow v \approx 6.7 \text{ m/s}$$

$$\tan \alpha = \frac{J}{mv_0} = \frac{12}{2 \cdot 3} = 2 \Rightarrow \alpha = 63.4^\circ$$

כלומר ב- $t = 4 \text{ s}$ הגוף נע במהירות שגודלה 6.7 m/s בזווית 63.4° עם הכיוון של v_0 .

40. המערכת סגורה, לכן נוכל להשתמש בחוק שימור התנע. נבחר מערכת צירים שבה ציר x בכיוון תנועתו של הכדור שמסתו m לפני ההתנגשות, וציר y ניצב לו, כך שכיוונו החיובי בכיוון "מעלה".

א. שימור רכיבי ה- x של התנעים:

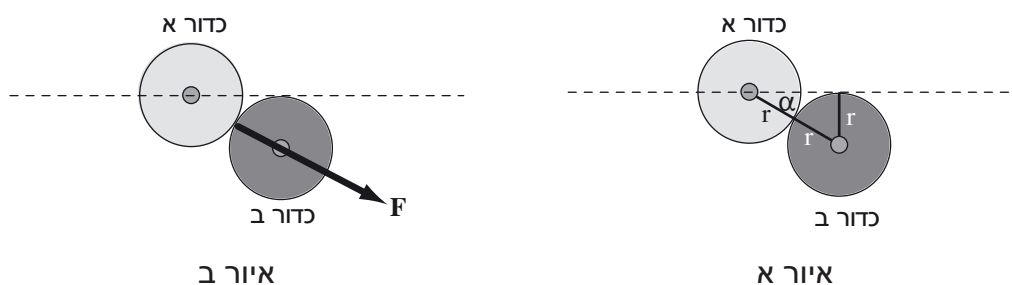
$$(א) \quad mv + 0 = -m \cdot \frac{1}{12}v + m \cdot \frac{1}{3}v \cdot \cos 30^\circ + mv_2 + mv_1 \cos 60^\circ$$

$$(ב) \quad 0 = m \cdot \frac{1}{3}v \cdot \sin 30^\circ - mv_1 \sin 60^\circ \quad \text{שימור רכיבי ה-} y \text{ של התנעים:}$$

$$\text{פתרון מערכת משוואות (א) ו-(ב):} \quad v_1 = 0.192 v \quad ; \quad v_2 = 0.699 v$$

ב. התנע הכולל של המערכת לאחר ההתנגשות הוא ימינה, כי על פי חוק שימור התנע הוא שווה לתנע הכולל של המערכת לפני ההתנגשות, והתנע הכולל לפני ההתנגשות הוא ימינה.

41. א. נסרטט את הכדורים ברגע ההתנגשות (איור א להלן).



$$\text{מן האיור עולה כי:} \quad \sin \alpha = \frac{r}{2r} = \frac{1}{2} \quad \text{לכן } \alpha = 30^\circ$$

הכדורים אינם מפעילים זה על זה כוחות חיכוך, לכן הכוח היחיד שכדור א מפעיל על כדור ב הוא

נורמלי, וכיוונו יוצר זווית 30° מתחת לכיוון התנועה של כדור א (ראה איור ב).

ב. בעקבות ההתנגשות, כדור ב שהיה במנוחה לפני ההתנגשות ינוע בכיוון הכוח F שמופעל עליו על ידי כדור א. כלומר כיוון המהירות של כדור ב הוא בזווית 30° מתחת לכיוון תנועתו המקורית של כדור א. מיישום חוק שימור התנע אפשר למצוא כי כדור א נע במהירות שגודלה כ- 2.34 מ'ש' בזווית 9.8° מעל הכיוון המקורי של תנועתו.

ג. לא, על פי החוק השלישי של ניוטון הכוח שכדור ב מפעיל על כדור א שווה בגודלו והפוך בכיוונו לכוח שכדור א מפעיל על כדור ב.

פֶּלֶרֶה ופֶּאָרֶה: סֶלֶף ג' נֶאֱלֶד "לִפְנֵי כֵּן" אֶלֶּל אֶלֶּל שֶׁפִּיִּסְגָּה פִּיִּא לְדִיִּין: "כִּיּוֹן גִּלְעָד שֶׁל גִּלְעָד שׁוּפֶה גִּמְיֵד לְכִיּוֹן כֹּחַ פֶּסֶלֶל לְלִיּוֹן".



42. א. ניתוח על פי חוקי ניוטון:

איור 1: הכדור מפעיל על הקרונית כוח בכיוון מנוגד לכיוון תנועתה, לכן אם הקרונית תמשיך לנוע ימינה לאחר ההתנגשות - גודל מהירותה יקטן.

איור 2: הכדור מפעיל על הקרונית כוח בכיוון התנועה, לכן מהירות הקרונית תגדל.

איור 3: הרכיב האופקי של מהירות הכדור קטן ממהירות הקרונית. שני הגופים נצמדים - הדבר אפשרי אם הקרונית מפעילה על הכדור כוח ימינה, ומגדילה את מהירותו. מכאן שהכדור מפעיל על הקרונית כוח שמאלה, ומקטין את מהירותה.

איור 4: הרכיב האופקי של מהירות הכדור שווה למהירות הקרונית. לכן, לשם הצמדות לא נדרש שהגופים יפעילו זה על זה כוחות אופקיים, לכן מהירות הקרונית לא תשתנה.

איור 5: הרכיב האופקי של מהירות הכדור גדול ממהירות הקרונית. לכן במהלך ההצמדות הקרונית מפעילה על הכדור כוח שמאלה, והכדור מפעיל על הקרונית כוח ימינה, אשר מגדיל את מהירות הקרונית.

איור 6: הרכיב האופקי של מהירות הכדור שווה לאפס, לכן במהלך ההצמדות הקרונית מפעילה על הכדור כוח ימינה, והכדור מפעיל על הקרונית כוח שמאלה, אשר מקטין את מהירות הקרונית.

ב. עבור כל ששת המקרים נשתמש בחוק שימור התנע עבור הרכיבים האופקיים, יחסית לציר שכיוונו החיובי פונה ימינה.

נסמן: M - m - מסות הקרונית והכדור בהתאמה.

v_1 - v_2 - מהירויות הקרונית והכדור בהתאמה לפני ההתנגשות.

u - המהירות המשותפת לאחר ההתנגשות.

$$Mv_1 + mv_2 = (M + m)u \Rightarrow 20 \cdot 4 + 4 \cdot (-8) = (20 + 4)u \Rightarrow u = 2 \text{ m/s} \quad \text{איור 1:}$$

גודל המהירות הסופית של הקרונית היא 2 m/s, בכיוון המקורי של תנועתה.

$$Mv_1 + mv_2 = (M + m)u \Rightarrow 20 \cdot 4 + 4 \cdot 8 = (20 + 4)u \Rightarrow u \approx 4.7 \text{ m/s} \quad \text{איור 2:}$$

גודל המהירות הסופית של הקרונית היא כ-4.7 m/s, בכיוון המקורי של תנועתה.

איור 3:

$$Mv_1 + mv_2 \cos 70^\circ = (M + m)u \Rightarrow 20 \cdot 4 + 4 \cdot 8 \cdot \cos 70^\circ = (20 + 4)u \Rightarrow u = 3.8 \text{ m/s}$$

גודל המהירות הסופית של הקרונית היא כ-3.8 m/s, בכיוון המקורי של תנועתה.

איור 4:

$$Mv_1 + mv_2 \cos 60^\circ = (M + m)u \Rightarrow 20 \cdot 4 + 4 \cdot 8 \cdot \cos 60^\circ = (20 + 4)u \Rightarrow u = 4 \text{ m/s}$$

גודל המהירות הסופית של הקרונית היא 4 m/s, בכיוון המקורי של תנועתה.

איור 5:

$$Mv_1 + mv_2 \cos 50^\circ = (M + m)u \Rightarrow 20 \cdot 4 + 4 \cdot 8 \cdot \cos 50^\circ = (20 + 4)u \Rightarrow u \approx 4.2 \text{ m/s}$$

גודל המהירות הסופית של הקרונית היא כ-4.2 m/s, בכיוון המקורי של תנועתה.

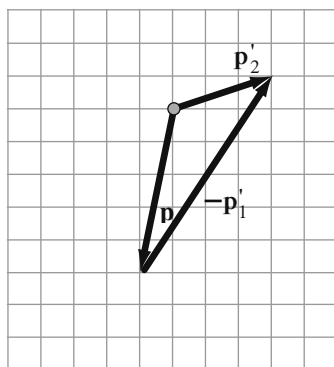
$$Mv_1 + 0 = (M + m)u \Rightarrow 20 \cdot 4 = (20 + 4)u \Rightarrow u \approx 3.3 \text{ m/s} \quad \text{איור 6:}$$

גודל המהירות הסופית של הקרונית היא כ-3.3 m/s, בכיוון המקורי של תנועתה.

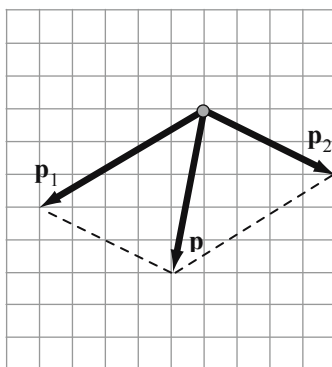
43. הכריות מאריכות את משך האינטראקציה, ובכך מקטינות את הכוח הממוצע המופעל על ידי המכונית על הנהג.

44. א. נעתיק את הווקטור p_1' מאיור ב שבגוף השאלה לאיור א שבגוף השאלה, ונמצא את וקטור המתקף J שפעל על גוף 1, על פי $J = p_1' - p_1$, כמתואר באיור א להלן.

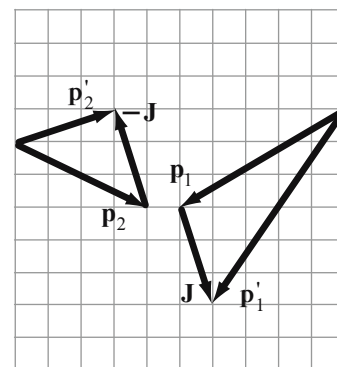
מאחר שלגבי גוף 2 מתקיים $-J = p_2' - p_2$ נמצא את הווקטור p_2' על-פי: $p_2' = p_2 - J$ כמתואר באיור א להלן.



איור א



איור ב

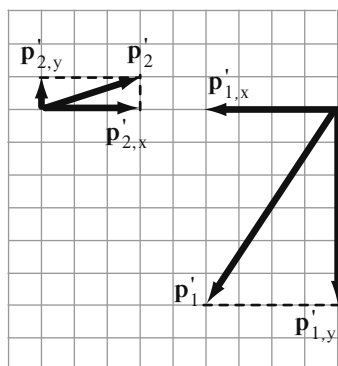


איור א

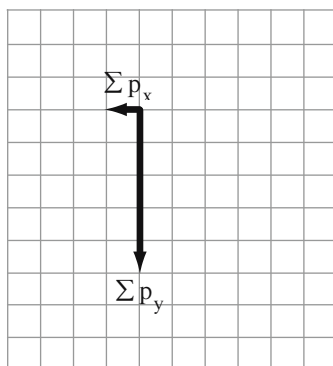
ב. נמצא את התנע הכולל $\mathbf{p}$ של 2 הגופים על-פי: $\mathbf{p} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2$, כמתואר באיור ב לעיל.
את הווקטור $\mathbf{p}'_2$ נמצא על-פי: $\mathbf{p}'_2 = \mathbf{p} - \mathbf{p}'_1$ כמתואר באיור ג לעיל.

ג. באיור ד שבהמשך סרטטנו את רכיבי התנעים של שני הגופים לפני ההתנגשות.

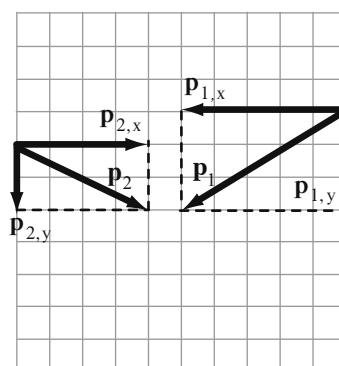
באיור ה סרטטנו את סכום התנעים בכיוון הציר y ואת סכום התנעים בכיוון הציר x כלומר את רכיבי התנע הכולל. רכיבים אלה צריכים להיות שווים לסכום רכיבי התנעים לאחר ההתנגשות. באיור ו סרטטנו את רכיבי $\mathbf{p}_1$ הנתון. על פי רכיבים אלה, ועל-פי הרכיבים באיור ה סרטטנו את הרכיבים $\mathbf{p}'_{1,x}$ ו- $\mathbf{p}'_{1,y}$, ולאחר מכן סרטטנו את הווקטור $\mathbf{p}'_2$.



איור ו



איור ה



איור ד

45. א. נסמן: v_1 ו- v_2 - מהירויות הסב והנכד לפני ההתנגשות

u - המהירות המשותפת של הסב והנכד לאחר ההתנגשות

α - הזווית בין כיוון תנועתם המשותף של הסב והנכד עם כיוון תנועתו המקורי של הסב.

נבחר מערכת צירים x, y שבה הכיוון החיובי של ציר ה- x הוא בכיוון תנועת הסב כפי שהיה לפני ההתנגשות, והכיוון החיובי של ציר ה- y הוא בכיוון תנועת הנכד כפי שהיה לפני ההתנגשות.

חוק שימור התנע עבור רכיבי ה- x של התנעים:

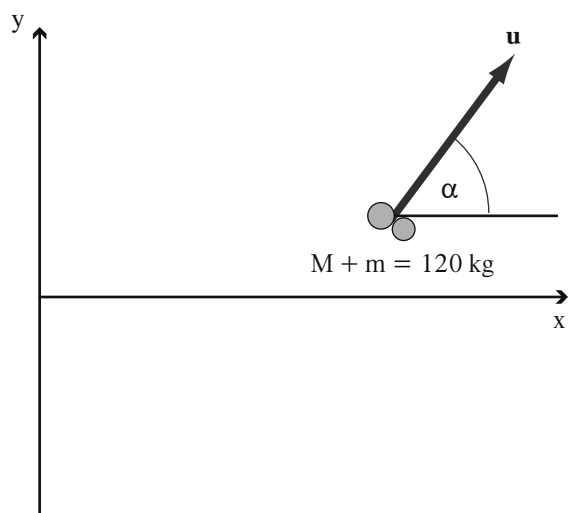
$$(א) \quad Mv_1 + 0 = (M + m)u \cdot \cos \alpha \Rightarrow 80 \cdot 6 = (80 + 40)u \cdot \cos \alpha$$

תרשימי הבעיה לפני ההתנגשות ואחריה מוצגים להלן באיורים א ו- ב בהתאמה.

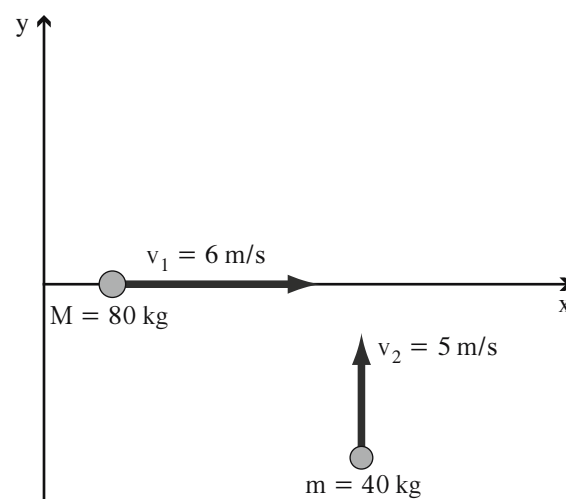
חוק שימור התנע עבור רכיבי ה- y של התנעים:

$$(ב) \quad 0 + mv_2 = (M + m)u \cdot \sin \alpha \Rightarrow 40 \cdot 5 = (80 + 40)u \cdot \sin \alpha$$

מפתרון מערכת משוואות (א) ו-(ב) נקבל: $\alpha = 22.62^\circ$; $u = 4.33 \text{ m/s}$



איור ב: אחרי ההתנגשות



איור א: לפני ההתנגשות

ב. כדי לחשב את המתקף שהנכד הפעיל על הסב נשתמש בנוסחת מתקף-תנע עבור הסב.

נפרק את התנע של הסב שאחרי ההתנגשות לרכיב בכיוון הציר x ולרכיב בכיוון הציר y .

$$Mu \cos \alpha = 80 \cdot 4.33 \cdot \cos 22.62^\circ = 319.75 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{התנע בציר } x$$

$$Mu \sin \alpha = 80 \cdot 4.33 \cdot \sin 22.62^\circ = 133.23 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{התנע בציר } y$$

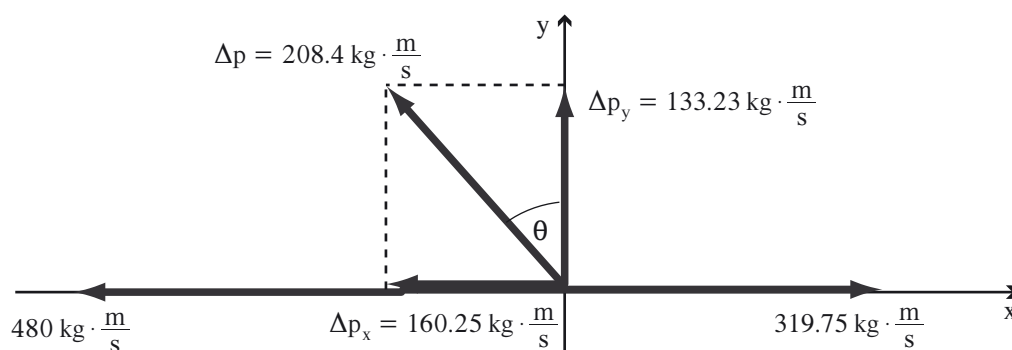
השינוי ברכיב התנע של הסב בכיוון הציר x :

$$\Delta p_x = 319.75 - 80 \cdot 6 = -160.25 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

השינוי ברכיב התנע של הסב בכיוון הציר y :

$$\Delta p_y = 133.23 - 0 = 133.23 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

להמחשה נסרטט באיור ג את רכיבי השינוי בתנע של הסב בציר x ובציר y -



איור ג

גודל השינוי בתנע של הסב:

$$\Delta p = \sqrt{\Delta p_x^2 + \Delta p_y^2} = \sqrt{(-160.25)^2 + 133.23^2} = 208.4 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

כפי שאפשר לראות מאיור ג, וקטור השינוי בתנע של הסב נמצא ברביע השני. נחשב את הזווית בינו לבין כיוון התנועה המקורי של הסב, כלומר לבין ציר ה- x החיובי.

$$\tan \theta = \frac{|\Delta p_x|}{|\Delta p_y|} = \frac{|-160.25|}{133.23} \Rightarrow \theta = 50.2^\circ$$

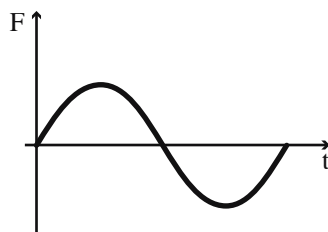
$90^\circ + 50.2^\circ = 140.2^\circ$ עם הכיוון החיובי של הציר x .

ג. הכוח הממוצע $\bar{F}$ הוא כוח קבוע, כך שאילו הוא היה פועל במשך אותו פרק זמן כמו הכוח האמיתי - שני הכוחות היו מפעילים אותו מתקף. כלומר גודל הכוח הממוצע מקיים:

$$\bar{F} \cdot \Delta t = J \Rightarrow \bar{F} \cdot 0.4 = 208.4 \Rightarrow \bar{F} = 521 \text{ N}$$

כיוון הכוח הממוצע שהסב הפעיל על הנכד זהה לכיוון המתקף שהסב הפעיל על הנכד כלומר כיוון מנוגד למתקף שפעל על הסב (ראה סעיף ב לעיל).

46. א. דוגמה לכוח המקיים תנאים אלה מוצגת באיור שלפניך:

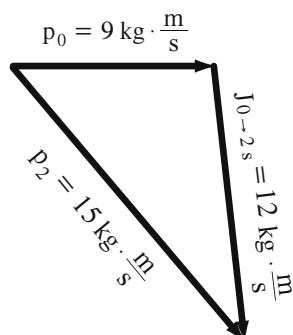


ב. תרחיש המתאים לגרף שסרטטנו: אדם דוחף חפץ ימינה (בכיוון החיובי של ציר המקום) ולאחר מכן מושך אותו שמאלה במשך אותו פרק זמן, כך שבזמנים התואמים גדלי הכוחות שווים.

47. א. גודלו של המתקף שפעל מרגע $t = 0$ עד רגע $t = 2$ שווה ל"שטח" המתאים ש"מתחת" לגרף

$$J_{0 \rightarrow 2s} = \frac{(8+4) \cdot 2}{2} = 12 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (\text{שטח של טרפז}):$$

כדי למצוא את כיוון המתקף, נייצג את משוואת מתקף-תנע באופן גאומטרי $(\mathbf{p}_0 + \mathbf{J} = \mathbf{p}_2)$:

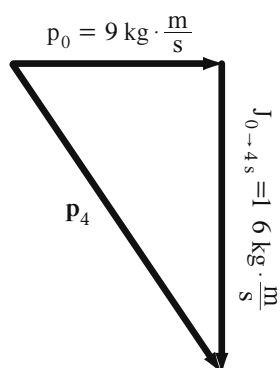


צלעות המשולש מקיימות את משפט פיתגורס $(15^2 = 12^2 + 9^2)$, לכן המתקף ניצב לציר ה-x (אפשר להסיק זאת גם בעזרת משפט הקוסינוסים).

ב. כדי למצוא את התנע של החלקיק ברגע $t = 4$ s, נייצג את משוואת מתקף-תנע באופן גאומטרי. קודם לכן נחשב את גודל המתקף שפעל מרגע $t = 0$ עד רגע $t = 4$ s. גודל זה שווה ל"שטח"

$$J_{0 \rightarrow 4s} = \frac{4 \cdot 8}{2} = 16 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{המשולש שמתחת לגרף:}$$

הייצוג הגאומטרי של משוואת מתקף-תנע:



מן האיור אפשר לחשב את גודלו של $\mathbf{p}_4$. הערך המתקבל הוא $18.4 \text{ N} \cdot \text{s}$ בזווית 60.6° עם הציר x.

פרק ז: אנרגיה ושימורה

1. הערות דידקטיות לפרק

1.1 קשיי תלמידים והצעות לטיפול בקשיים

א. אחד הקשיים המרכזיים בפרק "אנרגיה ושימורה" הוא הריבוי במונחים ובכללים תלמידים טובעים בים המונחים והכללים, ולעתים אינם מבחינים בין המשמעויות של מושגים שונים.

דרכים לטפל בקושי:

1. ללמד את הפרק בקצב איטי, ולהגדיר מונחים חדשים רק לאחר שהתלמידים הפנימו ברמה מסוימת את המונחים הקודמים. אין הכוונה שלא תלמד חומר חדש עד שתהיה לתלמידים שליטה מלאה במונחים הקודמים, אלא הכוונה שתלמד חומר חדש אחרי הפנמה "סבירה" של המונחים הקודמים.
2. תטיל על התלמידים לבנות מפות מושגים בנושא "אנרגיה ושימורה".

ב. תלמידים נוטים לחשוב כי אם האנרגיה נשמרת לאורך מסלול מסוים אז תנועה לאורך מסלול זה אפשרית

כידוע, שימור אנרגיה הוא תנאי הכרחי אך לא מספיק (ראו בספר לתלמיד, כרך ב עמוד 89).

דרך לטפל בקושי:

לפתור תרגיל כדוגמת התרגיל הזה: כדור נמצא בנקודה הנמוכה של חישוק מעגלי שרדיוסו 1.6 m . מקנים לכדור מהירות התחלתית אופקית שגודלה 8.5 m/s . מהו גודל מהירות הכדור בהגיעו לשיא הגובה של החישוק?

משימוש בחוק שימור האנרגיה מתקבל כי גודל מהירות הכדור הוא כ- 2.87 m/s . אולם מהירות זו קטנה מגודל המהירות הקריטית בשיא הגובה, שהוא 4 m/s , לכן הכדור לא יגיע לשיא הגובה, למרות ששימוש תמים מראה כי הוא יגיע לשיא הגובה.

ג. תלמידים נוטים לחשוב כי כל התנגשות היא אלסטית או פלסטית

כידוע, התנגשות אלסטית והתנגשות פלסטית הם שני המצבים הקיצוניים של רצף סוגי התנגשויות. ההתנגשות האלסטית מאופיינת בכך שאנרגיה קינטית של מערכת שני הגופים המתנגשים כלל אינה "הולכת לאיבוד". ההתנגשות הפלסטית מאופיינת בכך שמרב האנרגיה הקינטית של מערכת שני הגופים "הולכת לאיבוד".

דרך לטפל בקושי:

הדגמה פשוטה בה משחררים כדור מגובה כלשהו מעל לרצפה (או מעל השולחן) ורואים שהגובה המרבי אליו הוא מגיע אחרי ההתנגשות קטן מהגובה שממנו הכדור שוחרר. ברור שההתנגשות אינה אלסטית וגם אינה פלסטית.

ד. תלמידים מתקשים להבין למה נשמרים האנרגיה והתנע של המערכת כדור וקיר בהתנגשות כדור עם קיר

על פי תפיסתם של רבים מהתלמידים - אם הקיר אינו זז כתוצאה מההתנגשות אז לא הועברו אליו אנרגיה ולא הועבר אליו תנע, וזה עומד לכאורה בסתירה לשימור התנע ולשימור האנרגיה.

דרך לטפל בקושי:

לנתח את הבעיה שהוצגה בכרך ב, עמוד 98. להתייחס תחילה לקיר כאל דופן של קרונית שמסתה m , כך שאין חיכוך בינה לבין הרצפה. לפתור בתנאים אלה את התרגיל. ולאחר מכן לומר שמסת הקרונית שואפת לאינסוף.

ה. תלמידים מתקשים עם הגדרת המושג "אנרגיה פוטנציאלית".

דרך לטפל בקושי:

להגדיר את המושג כך שלהגדרה תהיה משמעות לתלמיד, והיא תהיה הגיונית. אם מדברים על האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית (אנרגיית הכובד) של כדור שמסתו m , הנמצא בגובה h מעל הרצפה, אזי יש להגדיר את אנרגיית הכובד שלו כאנרגיה שיש לכדור בפוטנציה. כלומר להגדיר את האנרגיה הכובדית שלו כאנרגיה הקינטית שאיתה הכדור יגיע לרצפה לאחר שהוא ישוחרר ממנוחה מהנקודה שבה הוא נמצא. את האנרגיה הקינטית הזו אפשר לחשב בעזרת נוסחת עבודה-אנרגיה, כמכפלת כוח הכובד בגובה, דהיינו mgh .

2. יישומונים בנושאי הפרק

א. היישומון **שימור אנרגיה מכנית** מאתר 1 (פרטי האתר מופיעים ברשימת האתרים במבוא הכללי לספר).

תיאור: איש גולש על משטח שצורתו ניתנת לשינוי. גוררים את האיש לנקודה הרצויה ומשחררים. אפשר להציג גרף עמודות של האנרגיות הקינטית, הפוטנציאלית הכובדית, התרמית והכוללת, כאשר גובה העמודות משתנה תוך כדי תנועת הגולש.

קישור ישיר ליישומון:

<http://phet.colorado.edu/en/simulation/energy-skate-park-basics>

דירוג: ★★★★★

ב. היישומון **עבודה ואנרגיה** מאתר 8 (פרטי האתר מופיעים ברשימת האתרים במבוא הכללי לספר).

תיאור: כוחות זחים דוחפים שני גופים בעלי מסות שונות. מה קובע את השינוי באנרגיה הקינטית של הגוף?

קישור ישיר ליישומון:

http://webphysics.davidson.edu/physletprob/ch7_in_class/in_class7_1/mechanics7_1_3.html

דירוג: ☆★★★★

3. פתרונות לתרגילי הפרק עם הערות דידקטיות ייעודיות לתרגילים

1. האנרגיה הקינטית של הכדור: $E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{6 \cdot 6^2}{2} = 108 \text{ J}$

2. האנרגיה הקינטית של גוף אינה תלויה בכיוון תנועתו, כי v^2 המופיע בביטוי לאנרגיה הקינטית הוא גודל סקלרי (ריבוע גודל של וקטור המהירות v). האנרגיה הקינטית אינה יכולה להיות שלילית, כי מסה, m , היא גודל חיובי וריבוע מהירות, v^2 , הוא אי-שלילי.

הערך (וארה): $\dot{\text{}}$ or scalar product) הסקלרי:

המכפלה הסקלרית של שני וקטורים A ו- B מוגדרת כך: $A \cdot B = AB \cos \theta$ (א)

כאשר θ היא זווית בין שני הווקטורים A ו- B המקיימת: $0 \leq \theta \leq \pi$

כאשר: $\cdot$ סימן הכפל של מכפלה סקלרית (אם אגף שמאל של קשר נא קרא משמאל לימין $(A \cdot B)$).

כאשר שני הווקטורים A ו- B נתונים בהצגה קרטזית במערכת צירים x, y , כאלו נתונים פריכים A_x ו- A_y וכן B_x ו- B_y אזי ניתן לבטא את המכפלה הסקלרית של הווקטור A ב- B באופן:

$$A \cdot B = A_x B_x + A_y B_y$$

הגזאה של המכפלה הסקלרית היא גודל סקלרי.



גודל סקלרי הוא גודל שפאז איננו וריאנטלי גחם סיבוב מערכת הצירים.

כאשר מסובבים את מערכת הצירים x, y אזי הצירים של הווקטורים A ו- B אינם משתנים, וגם הצירים q בין הווקטורים אינם משתנים. אכן גזאה ביטוי נא אף אינה משתנה, אכן הגזאה היא גודל סקלרי.

אפשר לנסח את הביטוי לעבודה באמצעות המכפלה הסקלרית: העבודה W_F הנעשית על ידי

כוח קבוע F , כאשר העק נקודה פאחיצה של הכוח היא Δr , מוגדרת על ידי: $W_F = F \cdot \Delta r$

על פי ביטוי נא אף $W_F = F \cdot \Delta r = |F| |\Delta r| \cos \theta$

זה הביטוי שלשימוש אולגו אלה העבודה במכניקה ניוטונית כרך ב העמוד 54.

3. כאשר מכונת מגבירה את מהירותה פי 2, האנרגיה הקינטית גדלה פי 4 כי המהירות מופיעה בחזקה שנייה בנוסחה שבה מוגדרת האנרגיה הקינטית. התנע גדל פי 2, כי המהירות מופיעה נוסחה שבה מוגדר התנע בחזקה ראשונה.

4. דוגמה: האנרגיה הקינטית של הנוהג במכונית שווה לאפס ביחס למערכת ייחוס הצמודה למכונית, אך היא שונה מאפס ביחס למערכת ייחוס הצמודה לכביש.

5. נחשב תחילה את גודל מהירות הגוף:

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 0.5}{1} = \pi \text{ m/s}$$

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{0.4 \cdot \pi^2}{2} = 0.2\pi^2 \text{ J} \approx 1.97 \text{ J}$$

האנרגיה הקינטית של הגוף היא: $0.2\pi^2$ ג'אול.

6. נסמן: N - הכוח שהיד מפעילה על הכדור כאשר הכדור נמצא על כף היד. כיוון שהכדור עולה במהירות קבועה, מתקיים:

$$W = F \cdot \cos \theta \cdot |\Delta x| = N \cdot \cos \theta \cdot |\Delta x| = mg \cdot \cos 0^\circ \cdot |\Delta x|$$

העבודה:

$$W = 6 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 1 = 60 \text{ J}$$

7. מילים שיש להן בחיי היום יום משמעות שונה ממשמעותן במדע: מהירות, תאוצה, כוח.

8.

$$W = F \cdot \cos q \cdot |dx| = 300 \cdot (\cos 0^\circ) \cdot 5 = 1,500 \text{ J}$$

9. העבודה שנעשית על-ידי אדם אחד:

$$W = F \cdot \cos q \cdot |dx| = 320 \cdot \cos 25^\circ \cdot 7 \approx 2,030 \text{ J}$$

10. א. הנתון אינו מיותר. ייתכן ולקרונית ניתנה מהירות התחלתית ימינה, ולמרות שהכוח השקול לאחר הדיפת הקרונית פועל שמאלה - הקרונית עשויה עדיין לנוע ימינה.

ב. הכוחות הפועלים על קרונית A:

הכוח F - שמאלה;

כוח המתיחות T - ימינה;

כוח הכובד Mg - כלפי מטה;

הכוח הנורמלי N - כלפי מעלה.

ג. נחשב את העבודות על-פי הנוסחה:

$$W = F \cdot \cos q \cdot |dx|$$

עבודת הכוח F :

$$W_F = 34 \cdot \cos 0^\circ \cdot 0.4 = 13.6 \text{ J}$$

נחשב את גודלו של T :

יישום החוק השני של ניוטון לגבי גוף A: (א) $F - T = Ma \Rightarrow 34 - T = 3a$

יישום החוק השני של ניוטון לגבי גוף B: (ב) $T - Mg = ma \Rightarrow T - 1 \cdot 10 = 1 \cdot a$

ממשוואות (א) ו-(ב) אפשר לקבל כי: $T = 16 \text{ N}$

עבודת הכוח T: $W_T = 16 \cdot \cos 180^\circ \cdot 0.4 = -6.4 \text{ J}$

עבודת כוח הכובד: $W_{Mg} = 30 \cdot \cos 90^\circ \cdot 0.4 = 0$

עבודת הכוח הנורמלי: $W_N = 30 \cdot \cos 90^\circ \cdot 0.4 = 0$

ד. נחשב את עבודת הכוח השקול הנעשית על הקרונית בשתי דרכים.

דרך א: נחשב תחילה את הכוח השקול: $\Sigma F = F - T = 34 - 16 = 18 \text{ N}$

עבודת הכוח השקול: $W_{\Sigma F} = \Sigma F \cdot \cos \theta \cdot |\Delta x| = 18 \cdot \cos 0^\circ \cdot 0.4 = 7.2 \text{ J}$

דרך ב: עבודה הכוח השקול שווה לסכום העבודות של הכוחות הפועלים:

$$W_{\Sigma F} = W_F + W_T + W_{Mg} + W_N = 13.6 + (-6.4) + 0 + 0 = 7.2 \text{ J}$$

11. א. הסמל $|F|$ מייצג את גודלו של כוח קבוע.

הסמל $|\Delta x|$ מייצג את גודל ההעתק.

הסמל θ מייצג את הזווית (הקבועה) בין הכוח לבין ההעתק של נקודת האחיזה של הכוח.

הסמל W מייצג את עבודת הכוח לאורך ההעתק.

ב. ביחידות S.I. $|F|$ נמדד בניוטון; $|\Delta x|$ נמדד במטרים; θ נמדדת במעלות או ברדיאנים; W נמדדת בג'אולים.

ג. הנוסחה תקפה לכוח קבוע הפועל על גוף שכיוון תנועתו אינו משתנה.

ד. (1) התנאי $W > 0$ מתקיים כאשר הזווית θ חדה.

(2) התנאי $W < 0$ מתקיים כאשר הזווית θ כהה.

(3) התנאי $W = 0$ מתקיים כאשר $\theta = 90^\circ$.

ה. כאשר הופכים את כיוון ציר ה-x הערך של W אינו משתנה, כי אף אחד משלושת הגדלים המופיעים בנוסחה אינו משתנה.

ו. **תרגיל:** מהי העבודה שעושה אדם בהרימו תיק שמסתו $m = 2 \text{ kg}$ במהירות קבועה לגובה $h = 0.3 \text{ m}$?

פתרון: אם האדם מרים את התיק במהירות קבועה סימן שהכוח השקול הפועל על התיק הוא אפס. הכוחות הפועלים על התיק הם הכוח הנורמלי שיד האדם מפעילה על התיק כלפי מעלה, וכוח הכובד

mg שהארץ מפעילה על התיק כלפי מטה. מכאן שכוח הנורמלי שהאדם מפעיל על התיק כלפי מעלה הוא קבוע, וגודלו mg . לכן הנוסחה המופיעה בראש תרגיל 11 מתאימה לחישוב העבודה הנעשית על ידי הכוח הנורמלי. הזווית בין כיוון הכוח הנורמלי לבין ההעתק היא 0° .

$$W_N = F \cdot \cos \theta \cdot |\Delta x| = N \cdot \cos 0^\circ \cdot h = mg \cdot \cos 0^\circ \cdot h = 2 \cdot 10 \cdot \cos 0^\circ \cdot 0.3 = 6 \text{ J}$$

האדם עושה על התיק עבודה בת 6 ג'אול.

12. הגוף נופל חופשית, מכאן שהכוח היחיד הפועל עליו הוא כוח הכובד. עבודת כוח הכובד, שהיא העבודה הכוללת הנעשית על הגוף, שווה לשינוי באנרגיה הקינטית של הגוף (משפט עבודה-אנרגיה).

$$W = \Delta E_k \Rightarrow mgh = E_{k,f} - E_{k,i} \Rightarrow mgh = \frac{mv_f^2}{2}$$

$$v_f = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1.8} = 6 \text{ m/s}$$

גודל מהירות הגוף כהרף עין לפני פגיעתו ברצפה הוא 6 m/s.

13. בהנחה שהכוח היחיד שפועל על הגוף הוא כוח הכובד, אזי לפי נוסחת עבודה אנרגיה עבודת כוח הכובד שווה לשינוי באנרגיה הקינטית של הגוף:

$$W = \Delta E_k \Rightarrow mg \cdot \cos 180^\circ h = 0 - \frac{mv_i^2}{2} \Rightarrow h = \frac{v_i^2}{2g} = \frac{30^2}{2 \cdot 10} = 45 \text{ m}$$

כלומר הגוף עולה לגובה מרבי של 45 מטר מעל נקודת המוצא שלו.

14. א. כוח הכובד עושה עבודה חיובית על התפוח. כיוון שכוחות אחרים אינם פועלים על תפוח - עבודת כוח הכובד היא העבודה הכוללת הנעשית על התפוח. העבודה הכוללת החיובית גורמת לגידול באנרגיה הקינטית של התפוח. ככל שהתפוח יורד - העבודה הכוללת הנעשית עליו הולכת וגדלה, לכן התוספת באנרגיה הקינטית של התפוח הולכת וגדלה.

ב. נחלק את התנועה לשני שלבים: בשלב הראשון הילד דוחף את הכדור כלפי מעלה. בשלב זה הכוח הנורמלי שהיד מפעילה על הכדור עושה עבודה חיובית, וכוח הכובד עושה על הכדור עבודה שלילית. הכוח הנורמלי (של היד) גדול מכוח הכובד, לכן העבודה הכוללת הנעשית על הכדור היא חיובית. עבודה זו גורמת להגדלת האנרגיה הקינטית של הכדור.

השלב השני מתחיל ברגע שבו הכדור ניתק מן היד, ונמשך עד שהכדור מגיע לשיא הגובה. בשלב זה העבודה הכוללת (עבודת כוח הכובד) הנעשית על הכדור היא שלילית. זה גורם להקטנת האנרגיה הקינטית של הכדור. ככל שהכדור עולה - העבודה הולכת וקטנה (ערכה המוחלט הולך וגדל) לכן האנרגיה הקינטית הולכת וקטנה, עד שהיא מתאפסת בשיא המסלול.

ג. הגז הנוצר בקנה עקב פיצוץ אבק השריפה מתפשט, ועושה עבודה חיובית על הקליע. כוח החיכוך שדפנות הקנה מפעילות על הקליע עושה עבודה שלילית על הקליע. כיוון שהכוח שמפעיל הגז גדול מכוח החיכוך, העבודה הכוללת הנעשית על הקליע היא חיובית, וגורמת להגדלת האנרגיה הקינטית של הקליע, עד צאתו מן הקנה.

ד. נחלק את התנועה לשני שלבים: בשלב הראשון הרגל דוחפת את הקופסה. הכוח הנורמלי שהיא מפעילה על הקופסה עושה עבודה חיובית, וכוח החיכוך שהרצפה מפעילה על הקופסה עושה עבודה שלילית. העבודה הכוללת בשלב זה היא חיובית, לפיכך האנרגיה הקינטית של הקופסה הולכת וגדלה. מרגע שבו הרגל כבר אינה דוחפת את הקופסה - נעשית על הקופסה רק עבודה שלילית על-ידי כוח החיכוך, והיא גורמת להקטנת האנרגיה הקינטית של הקופסה, עד שהאנרגיה הקינטית מתאפסת. זה הרגע שבו הקופסה נעצרת.

15. א. הסמל ΔE_k מייצג את השינוי, באנרגיה הקינטית E_k , של גוף.

הסמל $W_{\text{כוללת}}$ מייצג את העבודה הכוללת הנעשית על הגוף. העבודה הכוללת היא סכום העבודות הנעשות על הגוף. סכום זה שווה לעבודת הכוח השקול.

ב. הנוסחה מתאימה לכל המצבים.

ג. **ניסוח במילים:** העבודה הכוללת הנעשית על גוף שווה לשינוי באנרגיה הקינטית של הגוף. העבודה הכוללת מוגדרת כסכום של העבודות הנעשות על ידי כל הכוחות הפועלים על הגוף. משפט זה נקרא "משפט עבודה - אנרגיה".

16. א. בכל נקודה לאורך מסלול התנועה, גודל המהירות במהלך העליה שווה לגודל המהירות במהלך הירידה.

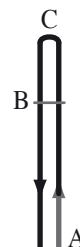
הסבר: נסמן ב-B (איור א) נקודה כלשהי לאורך מסלול תנועת הכדור.



איור ג: בירידה



איור ב: בעלייה



איור א

העבודה הכוללת בעליית הכדור מ-B ל-C שווה בגודלה והפוכה בסימנה לעבודה הכוללת בירידת הכדור מ-C ל-B (בעליה - עבודת כוח הכובד שלילית, ובירידה - היא חיובית). לכן סך כל

העבודה בתנועה מ-B ל-C וחזרה ל-B שווה לאפס. לכן, האנרגיות הקינטיות ב-B בעליה ובירידה שוות. מכאן נובע כי גדלי המהירויות ב-B בעליה ובירידה שווים. בפרט, הכדור חוזר לידי הזורק במהירות השווה בגודלה לגודל מהירות הזריקה.

ב. בכל נקודה לאורך מסלול התנועה המהירות בירידה קטנה מן המהירות בעליה. הסבר: נראה כי המהירות ב-B בירידה קטנה מן המהירות ב-B בעליה.

בעליה (איור ב) גם כוח הכובד וגם התנגדות האוויר, R , פועלים כלפי מטה. בירידה (איור ג) כוח הכובד פועל כלפי מטה והתנגדות האוויר פועלת כלפי מעלה. לכן, בכל נקודה בעליה הכוח השקול גדול מ- mg , ובכל נקודה בירידה הכוח השקול קטן מ- mg . לכן העבודה הכוללת בעליה מ-B ל-C גדולה בערכה המוחלט מהעבודה הכוללת בירידה מ-C ל-B. בעליה - העבודה הכוללת שלילית, ובירידה היא חיובית. לכן סך העבודה מ-B ל-C וחזרה ל-B היא שלילית. לפיכך האנרגיה הקינטית קטנה, לכן המהירות ב-B בירידה קטנה מן המהירות ב-B בשלב העליה.

$$p_i = mv_i = 2 \cdot 3 = 6 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{17. א. התנע לפני ההתנגשות:}$$

$$p_f = mv_f = 2(-3) = -6 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{התנע לאחר ההתנגשות:}$$

$$\Delta p = p_f - p_i = -6 - 6 = -12 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{השינוי בתנע:}$$

$$E_{k,i} = \frac{mv_i^2}{2} = \frac{2 \cdot 3^2}{2} \quad \text{ב. האנרגיה בהתחלה:}$$

$$E_{k,f} = \frac{mv_f^2}{2} = \frac{2 \cdot (-3)^2}{2} \quad \text{האנרגיה בסוף:}$$

$$\Delta E_k = E_{k,f} - E_{k,i} = \frac{2 \cdot (-3)^2}{2} - \frac{2 \cdot 3^2}{2} = 0 \quad \text{השינוי באנרגיה הקינטית:}$$

ג. לא.

הסבר בדרך א: בכל מהלך האינטראקציה - הכוח אינו משנה סימן (הוא שלילי) לכן הגרף המתאר את הכוח כפונקציה של הזמן נמצא רק ברביע הרביעי. המתקף שווה ל"שטח" ש"מתחת" לגרף, ו"שטח" זה אינו יכול להיות שווה לאפס.

הסבר בדרך ב: המתקף שהקפיץ מפעיל שווה למתקף הכולל הפועל על הגוף. המתקף הכולל שווה לשינוי בתנע. השינוי בתנע שונה מאפס (סעיף א) לכן גם המתקף שונה מאפס.

ד. כן.

הסבר בדרך א: עבודת הכוח שהקפיץ מפעיל על הגוף במהלך הכיווץ שווה בערכה המוחלט לעבודת הכוח במהלך התפשטות הקפיץ (כשהגוף נע שמאלה), והפוכה לה בסימן (כי הכוח פועל שמאלה בשני השלבים, אבל בכיווץ ההעתק ימינה, בכיוון ושמאלה בהתפשטות). לכן העבודה הכוללת שהקפיץ עשה על הגוף שווה לאפס.

הסבר בדרך ב: העבודה שהקפיץ עושה על הגוף שווה לעבודה הכוללת הנעשית על הגוף. עבודה כוללת שווה לשינוי באנרגיה הקינטית. האנרגיה הקינטית של הגוף אינה משתנה (סעיף ב), לכן העבודה שווה לאפס.

18. א. מהירות הגוף היתה מרבית בנקודה ששיעורה $x = 30 \text{ m}$. הסבר: הגוף מתחיל לנוע ממנוחה, ולכל אורך מסלול תנועתו פועל עליו כוח שקול **באותו כיוון** - בכיוון החיובי, העושה עבודה חיובית על הגוף. לכן לכל אורך מסלול התנועה מהירות הגוף הולכת וגדלה; אמנם לא בכל מקום באותו קצב, אבל היא גדלה. לכן בקצה מסלול תנועתו, בנקודה ששיעורה $x = 30 \text{ m}$, מהירות הגוף מרבית.

ב. נשתמש במשפט עבודה-אנרגיה: $W = E_{k,2} - E_{k,1}$ כוללת העבודה הכוללת שווה לשטח התחום

בין העקומה לציר האופקי, כלומר: $W = \frac{30 + 15}{2} \cdot 10 = 225 \text{ J}$ כוללת

האנרגיה הקינטית ההתחלתית שווה לאפס, כלומר $E_{k,1} = 0$. מכאן שהאנרגיה הקינטית ב- $x = 30 \text{ m}$ שווה ל- 225 ג'אול.

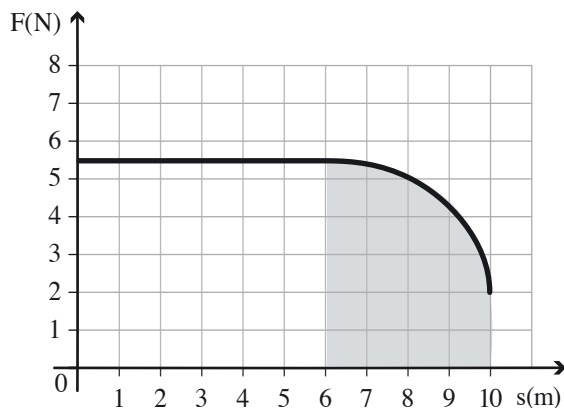
$$E_{k,2} = 225 \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = 225 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot v^2 = 225 \Rightarrow v = \pm 15 \text{ m/s}$$

רק הפתרון החיובי - $v = 15 \text{ m/s}$ מתאים לנתוני השאלה, כי כוח בכיוון החיובי יגרום לגוף הנמצא תחילה במנוחה לנוע בכיוון החיובי.

19. א. כיוון הכוח בכל נקודה זהה לכיוון תנועת החלקיק, לכן העבודה שווה למכפלת גודל הכוח, במרחק שלאורכו פעל הכוח.

(1) גודל הכוח הוא 5.5 N והדרך היא 6 m, לכן העבודה: $W_{0 \rightarrow 6 \text{ m}} = 5.5 \cdot 6 = 33 \text{ J}$

(2) לאורך ארבעת המטרים האחרונים גודל הכוח משתנה; נחשב את העבודה בקטע זה של התנועה על-פי ה"שטח" שמתחת לעקומה:



מספר המשבצות הוא בערך 18.5 (בדוק!).

$W_{6 \rightarrow 10 \text{ m}} = 18.5 \text{ J}$ שטח של כל משבצת מייצג עבודה בת 1 J, לכן:

$W_{0 \rightarrow 10 \text{ m}} = W_{0 \rightarrow 6 \text{ m}} + W_{6 \rightarrow 10 \text{ m}} \approx 33 + 18.5 \approx 51.5 \text{ J}$ העבודה ב 10 המטרים הראשונים:

ב. במקרה זה סימן העבודה שלילי. הערך המוחלט של העבודה שווה לעבודה שחושבה בסעיף

$W_{0 \rightarrow 10 \text{ m}} = -51.5 \text{ J}$ (א). לכן:

ג. הכוח ניצב בכל נקודה לכיוון תנועת החלקיק, לכן: $W_{0 \rightarrow 10 \text{ m}} = 0$

$$U_G = mgh = 600 \cdot 10 \cdot 70 = 420,000 \text{ J} \quad 20.$$

$$\Delta U_G = mg\Delta h = 30 \cdot 10 \cdot 10 = 3,000 \text{ J} \quad 21.$$

22. כוח הכובד הוא כוח משמר. משמעות המשפט: עבודת כוח הכובד על גוף הנע בין שתי נקודות, אינה תלויה במסלול התנועה שבין שתי הנקודות.

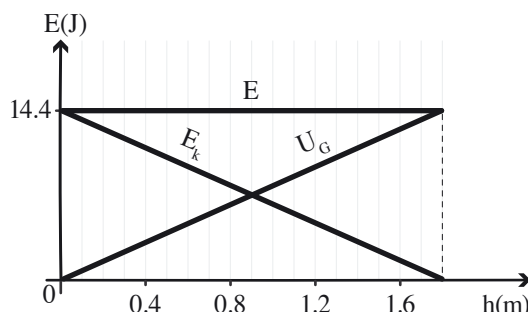
פרוש אחר: עבודת כוח הכובד לאורך כל מסלול סגור שווה לאפס.

23. א. אם בוחרים את מישור הייחוס בקרקע, אזי בנקודה A יש לגוף רק אנרגיה פוטנציאלית כובדית. ככל שהגוף יורד, האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית קטנה, ובמקביל גדלה האנרגיה הקינטית, כך שהאנרגיה המכנית הכוללת (פוטנציאלית כובדית + קינטית) נשארת קבועה. מכאן שבמהלך הירידה מ-A ל-C האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית מומרת בהדרגה לאנרגיה קינטית.

ב. טבלה עם ערכי האנרגיה:

נקודה	$U_G(J)$	$E_k(J)$	$E(J)$
A	14.4	0	14.4
B	8	6.4	14.4
C	0	14.4	14.4

ג. גרפים המייצגים את האנרגיות כפונקציה של גובה הגוף מעל הקרקע:



24. האפשרות הנכונה היא (5), כי בתנועה מראש משטחי ההחלקה אל התחתית, אנרגיה פוטנציאלית כובדית מומרת באנרגיה קינטית. בכל המשטחים אותה אנרגיה פוטנציאלית כובדית התחלתית.

25. נבחר במישור האופקי אשר כולל את הישר AB, כמישור ייחוס לאנרגיה הפוטנציאלית הכובדית.

האנרגיה המכנית הכוללת של הכדור בתנועתו לאורך AB היא קינטית בלבד, וגודלה:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{m \cdot 1^2}{2} = \frac{m}{2}$$

האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית בשיא המסלול: $U_G = mgh = m \cdot 10 \cdot 0.3 = 3 \text{ m}$

הכדור לא יעבור את ה"גבעה", כי אין לו די אנרגיה לשם כך.

26. א. האנרגיה המכנית הכוללת נשמרת במהלך התנועה, כי לא נעשית על הכדור עבודה על-ידי כוחות שאינם משמרים: הכוחות הפועלים הם כוח הכובד שהוא משמר, וכוח נורמלי שעבודתו שווה לאפס (כי כיוונו מאונך לכיוון המהירות בכל נקודות המסלול).

ב. הטבלה עם הערכים המספריים:

נקודה	אנרגיה מכנית כוללת (J)	אנרגיה קינטית (J)	אנרגיה כובד (J)	מהירות (m/s)	גובה (m)
A	36	16	20	4	1
B	36	26	10	≈ 5.1	0.5
C	36	36	0	6	0
D	36	0	36	0	1.8

ג. הערכים שהיו משתנים הם: האנרגיה המכנית הכוללת, אנרגיית הכובד והגובה.

ד. (1) הכדור היה מתנוודד הלוך ושוב. הוא היה עולה לגובה 0.5 מטר במעלה השיפוע הימני, כי האנרגיה המכנית הכוללת נשמרת.

(2) האנרגיה המכנית הכוללת בתוך הבור היא 10 ג'אול. האנרגיה הפוטנציאלית מחוץ לבור היא 20 ג'אול. לכן האנרגיה שהיה צריך להוסיף לכדור (המכונה גם "אנרגיית הקשר") היא 10 ג'אול ($20 - 10 = 10$).

27. עבודת כוח הכובד היא אפס, כי כוח הכובד משמר, ועבודתו של כוח משמר לאורך מסלול סגור שווה לאפס.

28. לא ניתן להגדיר אנרגיה פוטנציאלית הקשורה עם כוח החיכוך, כי עבודתו בין שתי נקודות תלויה במסלול. במילים אחרות כוח החיכוך אינו משמר.

29. א. השטח שמתחת לעקומה מן הנקודה ששיעורה $x = 0$ עד $x = 20$ cm מבטא את שינוי האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית כאשר הקפיץ נמתח בין שתי הנקודות. כדי לחשב זאת, נחשב את שטח המשולש:

$$\Delta U_{sp} = \frac{0.2 \cdot 0.6}{2} = 0.06 \text{ J}$$

ב. השטח שמתחת לגרף, מן הנקודה $x_1 = 30$ cm עד $x_2 = 50$ cm, מבטא את העבודה הדרושה להגדלת התארכות הקפיץ בין שתי נקודות אלה. כדי לחשב את העבודה נחשב את שטח

$$W = \frac{(0.9 + 1.5)0.2}{2} = 0.24 \text{ J} \quad \text{הטרפז:}$$

אפשר לחשב את העבודה גם כהפרש האנרגיות הפוטנציאליות האלסטיות:

$$W = \frac{1}{2} kx_2^2 - \frac{1}{2} kx_1^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1.8}{0.6} \cdot 0.5^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1.8}{0.6} \cdot 0.3^2$$

$$W = 0.24 \text{ J}$$

30. א. הסימון E_A מייצג את האנרגיה המכנית הכוללת בנקודה A, המוגדרת כסכום של האנרגיה הקינטית ושל האנרגיות הפוטנציאליות לסוגיהן. E_B מייצג את הסכום של אותם גדלים בנקודה B.

ב. הנוסחה תקפה כאשר על המערכת אין פועלים כוחות לא משמרים, או שפועלים כוחות כאלה, אבל עבודתם בין הנקודות A ו-B שווה לאפס.

ג. זהו חוק שימור האנרגיה המכנית, שאומר שכאשר מערכת עוברת מנקודה A לנקודה B, ולא פועלים עליה כוחות שאינם משמרים, או שעבודתם של כוחות כאלה שווה לאפס, אז האנרגיות המכניות של המערכת בשתי הנקודות שוות.

31. האפשרות הנכונה היא (1). הסבר: במעבר משלב ב לשלב ג פועלים על החץ רק כוחות משמרים (כוח הכובד וכוח אלסטי), לכן האנרגיה הכוללת שלו נשמרת. האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית של הקשת במהלך הירי הולכת וקטנה. האנרגיה הקינטית של החץ לעומת זאת הולכת וגדלה מאפס לערך מסוים. לכן האפשרות הנכונה היא (1).

32. א. כיוון שהקשת פועלת כקפיץ קווי, כאשר מיתר הקשת נמשך לאחר בשיעור x , האנרגיה האלסטית מבטאת באמצעות $\frac{1}{2}kx^2$.
שימור אנרגיה עבור חץ שנורה מן הקשת:
$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{k}{m}}x$$

מהקשר האחרון רואים כי מהירות החץ נמצאת ביחס ישר לשיעור שבו החץ נמשך לאחר. לכן, מהירותו של חץ שנמשך לאחר בשיעור 20 ס"מ, תהיה **כפולה** מזו של חץ שנמשך לאחר בשיעור 10 ס"מ.

ב. כאשר החץ נורה כלפי מעלה אזי על-פי חוק שימור האנרגיה:
כאשר h - הגובה המרבי של החץ מעל נקודת שיגורו. לכן:
$$\frac{1}{2}kx^2 = mgh$$

$$h = \frac{k}{2mg}x^2$$

כלומר הגובה h קשור בקשר ריבועי ל- x . לכן, אם החץ נמשך לאחר בשיעור 20 ס"מ, הוא יעלה לגובה **הגדול פי 4** מחץ שנמשך לאחר בשיעור 10 ס"מ.

33. הילד מפעיל כוח (מרבי) של 3 ניוטון כדי לכווץ את הקפיץ בשיעור 0.06 m. לכן, על פי חוק הוק, קבוע הכוח הוא:
$$k = \frac{F}{\Delta\ell} = \frac{3}{0.06} = 50 \text{ N/m}$$

משוואה המבטאת שהאנרגיה הכוללת של החץ באקדח הדרך שווה לאנרגיית החץ ברגע פגיעתו בקרקע (מישור הייחוס הכובד הוא הקרקע) היא:
$$\frac{1}{2}k\Delta\ell^2 + mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

נציב מספרים:
$$\frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 0.06^2 + 0.02 \cdot 10 \cdot 1 = \frac{1}{2} \cdot 0.02 \cdot v^2$$

פתרון המשוואה:
$$v \approx 5.4 \text{ m/s}$$

34. א. הפגזים אינם נפגשים בנקודה B. הסבר: הרכיב האופקי של המהירות ההתחלתית של פגז א, שנורה בזווית הקטנה, גדול מזה של פגז ב, שנורה בזווית הגדולה. לכן, כל עוד הפגזים באוויר - פגז א נמצא מימין לפגז ב, והם אינם יכולים להיפגש.

ב. כן. נימוק: הפגזים נורו עם אותה אנרגיה מכנית כוללת. לכן, כאשר הם חולפים ב-B (על-פי סעיף א זה אינו מתרחש באותו רגע) יש להם אותה אנרגיה מכנית כוללת. כיוון שהאנרגיות הפוטנציאליות הכובדיות של שני הפגזים שוות - יש להם ב-B אנרגיות קינטיות שוות, לכן יש להם ב-B אותו גודל מהירות.

ג. מהירויות הפגזים ב-B שונות, כי כיווניהן שונים.

35. א. האנרגיה המכנית של הגוף כאשר הוא נע על המישור המשופע נשמרת כי אין כוחות לא משמרים שעושים עבודה על הגוף: כוח הכובד משמר, והכוח הנורמלי ניצב למסלול התנועה, לכן עבודתו שווה לאפס.

ב. כאשר הגוף נע על המישור המשופע - הוא מגיע **לגובה רב יותר**. נסביר זאת:

(1) בשני המקרים לגוף יש אותה אנרגיה התחלתית.

(2) מ-(1) נובע כי בשני שיאי הגובה יש לגוף אותה אנרגיה כוללת.

(3) האנרגיה הכוללת בשיא הגובה בזריקה המשופעת היא פוטנציאלית כובדית וקינטית (הגוף נע במסלול פרבולי ואינו נעצר בשיא הגובה). לעומת זאת, האנרגיה הכוללת על המישור המשופע בשיא הגובה היא אך ורק פוטנציאלית כובדית (הגוף נע לאורך קו ישר ונעצר בשיא הגובה).

(4) מ-(2) ומ-(3) נובע כי האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית בשיא הגובה בתנועה על המישור המשופע גדולה מן האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית בשיא הגובה בזריקה המשופעת.

(5) מ-(4) נובע כי בתנועה על המישור המשופע הגוף מגיע **לגובה רב יותר** מאשר בזריקה המשופעת.

36. א. $W_{A \rightarrow B}$ לא משמרים מייצג את העבודה הכוללת של הכוחות הלא משמרים הפועלים על הגוף במהלך

תנועתו מהנקודה A לנקודה B. העבודה הכוללת היא סכום העבודות.

E_A ו- E_B מייצגים את האנרגיות המכניות הכוללות בנקודות A ו- B בהתאמה.

ב. העבודה של כוח הכובד המופיעה בנוסחת עבודה-אנרגיה הועברה לאגף האחר, והיא קיבלה שם משמעות של אנרגיה פוטנציאלית כובדית. היא מופיעה ב- E_A וב- E_B שבנוסחה הרשומה בתרגיל הנוכחי.

ג. ניסוח החוק: כאשר גוף עובר מנקודה A לנקודה B אזי עבודת כל הכוחות הלא משמרים שווה לשינוי באנרגיה המכנית הכוללת.

ד. **תרגיל:** ילד בועט בתיבה. התיבה מחליקה על הרצפה לאורך דרך $s = 2 \text{ m}$. עד לעצירתה. מקדם החיכוך הקינטי בין התיבה לרצפה הוא 0.25. חשב את מהירות התיבה מיד בתום הבעיטה.

פתרון: אחרי הבעיטה, על התיבה פעלו במהלך תנועתה שלושה כוחות: כוח הכובד, הכוח הנורמלי וכוח החיכוך. הכוח הלא משמר היחיד שעשה עבודה על התיבה הוא כוח החיכוך. נרשום במפורט את הנוסחה המופיעה בתרגיל, כך שהיא תתאים לתרחיש:

$$-\mu mgs = 0 - \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2\mu gs} = \sqrt{2 \cdot 0.25 \cdot 10 \cdot 2} \approx \pm 3.16 \text{ m/s}$$

בתום הבעיטה מהירות התיבה היתה כ- 3.16 מטר לשנייה.

37. בתנועת הגוף מ-B ל-C, עבודת כוח החיכוך שהמשטח מפעיל על הגוף שווה לשינוי באנרגיה המכנית הכוללת של הגוף:

$$W = E_C - E_B$$

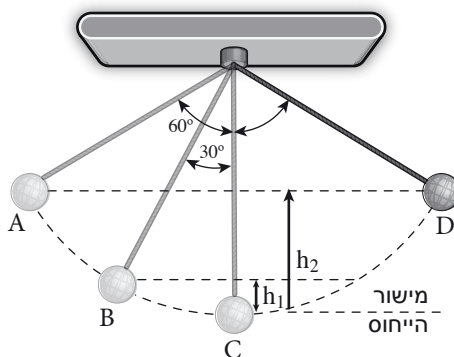
כוחות לא משמרים

$$-\mu mg\Delta s = 0 - \frac{1}{2}k\Delta\ell^2 \Rightarrow -\mu \cdot 0.05 \cdot 10 \cdot 0.4 = -\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot (0.1)^2$$

$$\mu = 0.25$$

פתרון המשוואה:

38. א. האיור מתאר את תנועת המטוטלת - המשקולת משוחררת מנקודה A, ונקודה D היא מגיעה לשיא הגובה מהעבר השני.



בתנועה מנקודה A לנקודה D האנרגיה המכנית הכוללת נשמרת, כי כוח המתיחות אינו עושה עבודה על המשקולת. כלומר:

$$E(A) = E(D)$$

האנרגיה בכל אחת משתי הנקודות A ו-D היא פוטנציאלית כובדית בלבד, לכן:

$$U_G(A) = U_G(B) \Rightarrow mgh_A = mgh_B \Rightarrow h_A = h_B$$

(הגבהים נמדדים ביחס למישור ייחוס כלשהו).

לכן זווית הפרישה המרבית מצידו השני של האנך שווה גם היא ל-60°.

ב. (1) נבחר מישור אופקי העובר בנקודה C כמישור ייחוס עבור האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית (ראה איור לעיל).

האנרגיה המכנית הכוללת בנקודות A ו- C שוות.

$$(א) \quad mgh_2 = \frac{mv_c^2}{2} \quad \text{לכן:}$$

נסמן: ℓ - אורך החוט.

$$(ב) \quad h_2 = \ell - \ell \cos 60^\circ = \ell/2 = 0.25 \text{ m} \quad \text{על פי האיור לעיל:}$$

$$g \cdot 0.25 = \frac{v_c^2}{2} \Rightarrow v_c \approx 2.2 \text{ m/s} \quad \text{נציב את (ב) ב-(א), ונצמצם ב-m:}$$

(2) שימור אנרגיה מכנית כוללת (ראה איור לעיל):

$$(א) \quad mgh_2 = mgh_1 + \frac{mv_B^2}{2} \quad \text{לכן:}$$

$$(ד) \quad h_1 = \ell - \ell \cos 30^\circ = 0.5(1 - \cos 30^\circ) \approx 0.067 \text{ m}$$

$$g \cdot 0.25 = g \cdot 0.067 + \frac{v_B^2}{2} \quad \text{נציב את קשרים (ב) ו-(ד) במשוואה (ג), ונצמצם ב-m:}$$

$$v_B \approx 1.9 \text{ m/s} \quad \text{פתרון המשוואה:}$$

ג. בזווית הפרישה מרבית המהירות אמנם שווה לאפס, אך התאוצה אינה אפס. הרכיב הרדיאלי של התאוצה שווה לאפס (כי המהירות שווה לאפס).

$$\Sigma F_T = ma_T \Rightarrow mg \sin 60^\circ = ma_T \quad \text{נחשב את הרכיב המשיקי, } a_T, \text{ של התאוצה:}$$

$$a = a_T = g \sin 60^\circ \approx 8.66 \text{ m/s}^2 \quad \text{מכאן:}$$

39. א. כדי שהמכונת לא תתנתק מן המסילה, גודל מהירותה המינימלי בנקודה D צריך להיות:

$$(א) \quad v_D = \sqrt{rg}$$

נחשב מהו הגובה h שעבורו (א) מתקיים.

האנרגיה המכנית הכוללת של המכונת נשמרת, לכן בנקודת השחרור היא שווה לזו שבנקודה D:

$$(ב) \quad mgh = m \frac{v_D^2}{2} + mg2r$$

$$h = 2.5 r \quad \text{מ-(א) ו-(ב) נובע כי:}$$

$$mg3r = m \frac{v_D^2}{2} + mg2r \quad \text{ב. (1) נציב בקשר (ב) } h = 3r:$$

$$(ג) \quad v_D = \sqrt{2gr} \quad \text{פתרון המשוואה:}$$

כיוון המהירות הוא אופקי שמאלה (משיק למסלול).

(2) הכוחות הפועלים על המכונית בנקודה D הם: כוח הכובד mg כלפי מטה, והכוח הנורמלי N_D כלפי מטה.

על-פי החוק השני של ניוטון לגבי המכונית בעוברת בנקודה D:

$$(D) \quad mg + N_D = m \frac{v_D^2}{r}$$

נציב את (ג) ב-(ד):

$$mg + N_D = m \frac{2rg}{r}$$

פתרון המשוואה:

$$N_D = mg$$

על פי החוק השלישי של ניוטון, המכונית מפעילה על המסילה כוח שגודלו mg , וכיוונו כלפי מעלה.

(3) נחשב את גודל מהירות המכונית בנקודה E, בעזרת נוסחה המבטאת את שוויון האנרגיות

המכניות הכוללות בנקודות A ו-E:

$$mg \cdot 3r = m \frac{v_E^2}{2} + mgr$$

פתרון המשוואה:

$$v_E = 2\sqrt{gr}$$

התאוצה הרדיאלית ב-E:

$$a_R = \frac{v_E^2}{r} = \frac{4gr}{r} = 4g$$

כיוון התאוצה ימינה (לעבר מרכז המעגל).

נחשב את התאוצה המשיקית, a_T , ב-E בעזרת החוק השני של ניוטון לגבי הרכיבים המשיקים:

$$mg = ma_T \Rightarrow a_T = g$$

כיוון התאוצה כלפי מטה.

גודל התאוצה השקולה:

$$a = \sqrt{a_R^2 + a_T^2} = \sqrt{(4g)^2 + g^2} = g\sqrt{17}$$

כיוון התאוצה השקולה:

$$\tan \alpha = \frac{a_T}{a_R} = \frac{g}{4g} \Rightarrow \alpha \approx 14^\circ$$

a - הזווית מתחת לכיוון האופקי ימינה.

(4) המכונית תגיע לגובה $h = 3r$, כי האנרגיה הכוללת בנקודה זו שווה לאנרגיה הכוללת בנקודה A.

ג. לא, כי הכוח השקול שונה מאפס.

ד. לא, הוא ניצב לכיוון התנועה בכל נקודה.

40. א. האנרגיה המכנית נשמרת כי רק כוחות משמרים עושים עבודה על הכדור: כוח הכובד הוא משמר, והכוח הנורמלי הפועל על הכדור אינו עושה עבודה (הוא ניצב לכיוון התנועה בכל נקודה).

ב. בתנועת הכדור מ-A ל-C:

(1) האנרגיה המכנית הכוללת, שהיא סכום של האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית והאנרגיה

הקינטית, נשאר קבועה (על-פי סעיף א).

(2) האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית הולכת וגדלה (כי הגובה הולך וגדל).

(3) מ-(1) ומ-(2) נובע כי האנרגיה הקינטית הולכת וקטנה.

(4) מ-(3) נובע כי המהירות הולכת וקטנה.

בתנועת הכדור מ-C ל-A מתרחש תהליך דומה, בסדר הפוך - האנרגיה הפוטנציאלית קטנה והקינטית גדלה.

ג. (1) האנרגיה המכנית הכוללת, שהיא סכום האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית והאנרגיה הקינטית, שווה בשתי הנקודות B ו-D (על-פי סעיף א).

(2) האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית שווה בשתי הנקודות (כי שתי הנקודות נמצאות באותו גובה).

(3) מ-(1) ומ-(2) נובע כי האנרגיה הקינטית שווה בשתי הנקודות.

(4) מ-(3) נובע כי גדלי המהירות שווים בשתי הנקודות.

מהירות הכדור בשתי הנקודות B ו-D שונות כי הן מנוגדות בכיוון.

ד. (1) נמצא את המהירות ב-B בעזרת המשוואה המבטאת שוויון של האנרגיה המכנית הכוללת

בנקודות A ו-B: $E_A = E_B$ (א)

נבחר במישור האופקי העובר בנקודה A כמישור ייחוס, ונרשום בפרוט את משוואה (א):

$$(ב) \quad \frac{mv_A^2}{2} = \frac{mv_B^2}{2} + mgr$$

$$v_B = \sqrt{v_A^2 - 2gr} = \sqrt{5^2 - 2 \cdot 10 \cdot 0.4} \approx 4.1 \text{ m/s}$$

לכן:

כיוון המהירות כלפי מעלה.

באופן דומה מחשבים את גודל המהירות בנקודה C, שכיוונה אופקי ימינה. מתקבל $v_C = 3 \text{ m/s}$. המהירות בנקודה D שווה בגודלה למהירות בנקודה B (ראה סעיף ג) וכיוונה כלפי מטה.

(2) נחשב את הכוח שהמסילה מפעילה על הכדור בנקודה A.

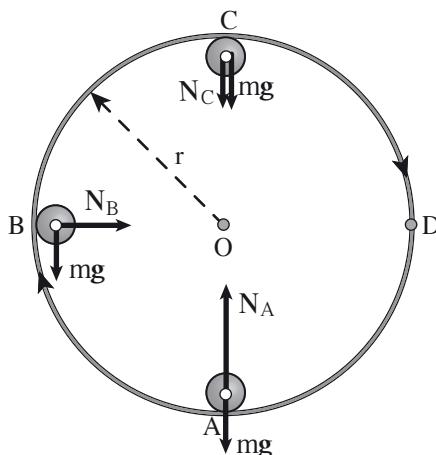
$$N_A - mg = \frac{mv_A^2}{r} \Rightarrow N_A = m \left(g + \frac{v_A^2}{r} \right)$$

על-פי החוק השני של ניוטון:

$$N_A = 1 \left(10 + \frac{5^2}{0.4} \right) = 72.5 \text{ N}$$

נציב ערכים:

כלומר: המסילה מפעילה על הכדור כוח שגודלו 72.5 ניוטון כלפי מעלה. על-פי החוק השלישי של ניוטון הכדור מפעיל על המסילה כוח בן 72.5 N כלפי מטה.



לגבי הנקודה B: באיור לעיל מסורטטים הכוחות הפועלים על הכדור בנקודה זו. החוק השני של

$$N_B = \frac{mv_B^2}{r} \quad \text{ניוטון לגבי הציר הרדיאלי:}$$

לאחר הצבה וחישוב, מקבלים כי $N_B = 42.5 \text{ N}$. כוח זה פועל ימינה. לכן הכוח שהכדור מפעיל על המסילה פועל שמאלה, וגודלו 42.5 N .

לגבי הנקודה C: באיור מסורטטים הכוחות הפועלים על הכדור בנקודה זו. החוק השני של

$$N_C + mg = \frac{mv_C^2}{r} \quad \text{ניוטון לגבי הכדור ב-C:}$$

$$N_C = 12.5 \text{ N} \quad \text{לאחר הצבה וחישוב, מקבלים:}$$

הכדור מפעיל על המסילה כוח שגודלו 12.5 N ניוטון, וכיוונו כלפי מעלה.

41. א. האבן נופלת חופשית מגובה H. ביחס לציר y שכיוונו החיובי כלפי מטה, וראשיתו בנקודה A:

$$H = \frac{gt^2}{2} = \frac{10 \cdot 3^2}{2} = 45 \text{ m}$$

ב. נבחר מישור ייחוס לאנרגיה הפוטנציאלית הכובדית בקרקע. האנרגיה המכנית, E, של הקרונית

$$E(A) = E(C) \Rightarrow mgH = \frac{mv_C^2}{2} \quad \text{נשמרת, לכן:}$$

$$v_c = 30 \text{ m/s} \quad \text{אחרי הצבת מספרים, והתרת המשוואה, מתקבל:}$$

ג. על-פי החוק השני של ניוטון לגבי תנועת התלמיד, כאשר הקרונית חולפת בנקודה C:

$$N - mg = m \frac{v_C^2}{r_1}$$

$$5mg - mg = m \frac{v_C^2}{r_1}$$

$$r_1 = 22.5 \text{ m}$$

אחרי הצבת מספרים ופתרון המשוואה מתקבל:

ד. מנקודת ראות של צופה על הקרקע, האבן נזרקת אופקית. לגבי הרכיבים האנכיים:

$$h = \frac{gt^2}{2} = \frac{10 \cdot 2.7^2}{2} = 36.45 \text{ m}$$

ה. המהירות ההתחלתית של האבן ברגע שחרורה מ-F היתה שווה למהירות הקרונית ב-F.

נחשב מהירות זו על סמך שימור האנרגיה המכנית, E, של הקרונית:

$$E(A) = E(F) \Rightarrow mgh = mgh + \frac{mv_F^2}{2}$$

לאחרי הצבת מספרים, ופתרון המשוואה מתקבל:

$$v_F \approx 13.1 \text{ m/s}$$

כיוון המהירות אופקית ימינה.

ו. על-פי החוק השני של ניוטון לגבי תנועת התלמיד, כאשר הקרונית חולפת בנקודה F:

$$mg - N = \frac{mv_F^2}{r_2} \Rightarrow mg = \frac{mv_F^2}{r_2}$$

לאחר הצבת מספרים, ופתרון המשוואה מתקבל:

$$r_2 = 17.1 \text{ m}$$

42. נסמן: u_1 - מהירות הגוף שמסתו 3 kg לאחר ההתנגשות;

u_2 - מהירות הגוף שמסתו 2 kg לאחר ההתנגשות.

התנע נשמר בהתנגשות, לכן:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

נציב מספרים:

$$(א) \quad 3 \cdot 4 + 0 = 3u_1 + 2u_2$$

ההתנגשות אלסטית, לכן המהירות היחסית לאחר ההתנגשות מחליפה סימן:

$$v_1 - v_2 = -(u_1 - u_2)$$

נציב מספרים:

$$(ב) \quad 4 - 0 = u_2 - u_1$$

פתרון מערכת משוואות (א) ו-(ב):

$$u_1 = -0.8 \text{ m/s} ; u_2 = 4.8 \text{ m/s}$$

43. נסמן: u_1 - מהירות גוף A לאחר ההתנגשות;

u_2 - מהירות גוף B לאחר ההתנגשות.

נגדיר ציר x שכיוונו החיובי פונה ימינה.

על-פי חוק שימור התנע:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

נציב מספרים:

$$(א) \quad 0.3 \cdot 0.1 + 0.1 \cdot (-0.2) = 0.3 \cdot u_1 + 0.1 \cdot u_2$$

ההתנגשות היא אלסטית, לכן המהירות היחסית מחליפה סימן:

$$v_1 - v_2 = -(u_1 - u_2)$$

נציב מספרים:

$$(ב) \quad 0.1 - (-0.2) = -(u_1 - u_2)$$

פתרון מערכת משוואות (א) ו-(ב):

$$u_1 = -0.05 \text{ m/s} ; u_2 = 0.25 \text{ m/s}$$

כלומר: גוף A נע לאחר ההתנגשות במהירות 5 cm/s שמאלה, וגוף B נע לאחר ההתנגשות במהירות 25 cm/s ימינה.

44. נסמן: u_1 - מהירות הגוף הפוגע לאחר ההתנגשות.

u_2 - מהירות הגוף הנפגע לאחר ההתנגשות.

א. שימור תנע: $mv = mu_1 + mu_2$ (א)

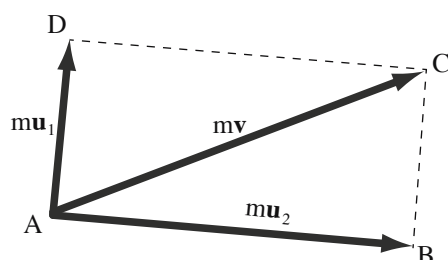
בהתנגשות אלסטית חד-ממדית מתקיים הקשר: $v - 0 = u_2 - u_1$ (ב)

נציב את הביטוי ל- u_1 המתקבל מ-(ב) ב-(א) ונקבל: $u_2 = v$ (ג)

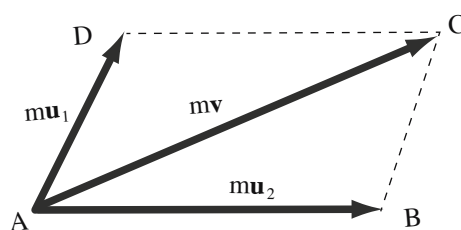
נציב את (ג) ב-(א) [או ב-(ב)] ונקבל: $u_1 = 0$ (ד)

קשר (ד) אומר כי הגוף הפוגע נעצר לאחר ההתנגשות, וקשר (ג) אומר כי הגוף שנח לפני ההתנגשות ינוע לאחר ההתנגשות במהירות המקורית של הגוף הפוגע.

ב. נייצג את חוק שימור התנע בעזרת וקטורים: הצורה הגאומטרית היא מקבילית (איור א).



איור ב



איור א

ההתנגשות אלסטית, כלומר האנרגיה הקינטית נשמרת: $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mu_1^2 + \frac{1}{2}mu_2^2$

נכפול את שני האגפים ב- $2m$ ונקבל: $(mv)^2 = (mu_1)^2 + (mu_2)^2$

המשמעות הגאומטרית של השוויון האחרון היא שהמשולש ABC הוא למעשה ישר זווית (כי צלעותיו מקיימות את משפט פיתגורס). לכן המקבילית המתוארת באיור א צריכה להיות מלבן (איור ב). הזווית בין וקטורי התנע של שני הגופים לאחר ההתנגשות היא ישרה, כלומר הזווית בין מסלולי הגופים לאחר ההתנגשות היא ישרה.

45. בשאלה הנחנו כי ניתן להזניח את משך חדירת הקליע לגוש העץ ביחס לזמן עליית גוש העץ. ללא הנחה זו, במהלך ההתנגשות היה פועל מתקף חיצוני של כוח הכובד, ולא ניתן היה להניח שהתנע לפני ההתנגשות שווה לתנע בסוף ההתנגשות (כאשר הקליע נעצר ביחס לגוף העץ).

א. לא. במהלך ההתנגשות, חלק מן האנרגיה הקינטית של הקליע הפך לאנרגיה פנימית של

הקליע וגוש העץ, כתוצאה מהחיכוך בין הקליע לגוש העץ. אנרגיה פנימית זו מתבטאת בעליית טמפרטורה.

ב. לא. נימוק: הכוח שמפעיל החוט על גוש העץ במהלך עלייתו מאונך בכל נקודה ונקודה לכיוון התנועה של גוש העץ, לכן עבודתו של כוח זה שווה לאפס.

ג. נרשום משוואה, המבטאת את העובדה שהתנע של מערכת גוש העץ והקליע לפני ההתנגשות שווה לתנע שלהם בסוף ההתנגשות.

$$(א) \quad mv + 0 = (m + M)u$$

כאשר: u - המהירות המשותפת מיד לאחר ההתנגשות;

m - מסת הקליע;

M - מסת גוש העץ;

v - מהירות הקליע לפני ההתנגשות.

נרשום משוואה, המבטאת את העובדה שהאנרגיה המכנית הכוללת של מערכת גוש העץ

והקליע מיד לאחר ההתנגשות שווה לזו שבשיא הגובה:

$$(ב) \quad \frac{(m + M)u^2}{2} = (m + M)gh$$

כאשר: h - הגובה המרבי שאליו עלה מרכז המסה של גוש העץ ושל הקליע.

$$v = \frac{m + M}{m} \sqrt{2gh} \quad \text{ממשוואות (א) ו-(ב) נקבל:}$$

$$v = \frac{0.015 + 9.985}{0.015} \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0.05} \approx 667 \text{ m/s} \quad \text{נציב מספרים:}$$

46. א. נחשב תחילה את המהירות v_1 , בה הכדור פגע ברצפה. לשם כך נגדיר ציר y שכיוונו החיובי כלפי

מטה. נרשום את חוק שימור האנרגיה המכנית לגבי תנועת הכדור מנקודת שחרורו, A, עד כהרף עין לפני פגיעתו ברצפה - נקודה B:

$$E(A) = E(B)$$

$$mgh_A = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{2gh_A} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 2.45} = \pm 7 \text{ m/s} \quad \text{כלומר:}$$

$$v_1 = 7 \text{ m/s} \quad \text{הפתרון המתאים לבחירה של ציר ה- y הוא רק הפתרון החיובי:}$$

$$p_1 = mv_1 = 0.2 \cdot 7 = 1.4 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{התנע לפני ההתנגשות:}$$

נערוך חישוב דומה לגבי תנועת כדור מהנקודה B עד לנקודה C הנמצאת בגובה 1.8 m מעל הרצפה:

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh_C \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gh_C} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1.8} = \pm 6 \text{ m/s} \quad E(B) = E(C)$$

$$v_2 = -6 \text{ m/s} \quad \text{הפתרון המתאים לציר ה- y הנבחר הוא רק הפתרון השלילי:}$$

$$p_2 = mv_2 = 0.2 \cdot (-6) = -1.2 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{התנע לאחר ההתנגשות:}$$

$$\Delta p = p_2 - p_1 = -1.2 - 1.4 = -2.6 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{השינוי בתנע:}$$

כלומר גודל השינוי בתנע הוא $2.6 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ וכיוון השינוי הוא כלפי מעלה.

$$\Delta E_k = E_{k,f} - E_{k,i} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \frac{0.2 \cdot (-6)^2}{2} - \frac{0.2 \cdot 7^2}{2} = -1.3 \text{ J}$$

הָעֵרָה וְהַאֲרָה: כְּבִיצָאָה מִהֶהֱגֵל שֶׁל אֲנֵרְיָה קִינִטִּי הַמֵּרָה בְּאִמּוֹר אֲנֵרְיָה פְּנִימִי, וְלֹא אִחּוּם, אִמּוֹר שֶׁרַבִּים מִכְּנִים אֵם הַאֲנֵרְיָה כְּחֹם. נִסְבֵּיר זֶה: חֲלִיִּי הַאֲנֵרְיָה הַפְּנִימִי שֶׁל הַכְּדוּר וְשֶׁל הַרְצָפָה גְּרָמָה אֶחָיִי הַטֵּמְפֵּרָטוּרָה שֶׁל הַכְּדוּר וְהַרְצָפָה. בְּתֻקְבּוֹת חֲלִיִּי הַטֵּמְפֵּרָטוּרָה עֲבֵרָה אֲנֵרְיָה מִהַכְּדוּר וְהַרְצָפָה אֶל־אֶלֶּיךָ שֶׁבְּסִיבָהּ. אֲנֵרְיָה זֶה, שֶׁעֲבֵרָה מִהַכְּדוּר וְהַרְצָפָה אֶל־אֶלֶּיךָ קוֹרְאִים "חֹם". חֹם הוּא אֲנֵרְיָה שֶׁעֲבֵרָה מִחֲלִי חֹם יוֹגֵר אֶחָד חֹם פְּחוֹל.



(X) $mv \sin a = mu \sin b$

b - הזווית בין האנך לקיר לבין מסלול התנועה שאחרי ההתנגשות.

התנגשות הכדור בקיר היא אלסטית, לכן:

כיוון השינוי בתנע הוא ככיוון המתקף (כיוון הכוח) שהקיר מפעיל על הכדור.

48. ההספק הממוצע הוא: $P = \frac{W}{t}$

עבודת מרים המשקולות שווה לשינוי באנרגיה פוטנציאלית הכובדית,

$$P = \frac{mg\Delta h}{t} = \frac{200 \cdot 10 \cdot 1.5}{1} = 3,000 \text{ W} \quad \text{:לכ}$$

$$W = P \cdot t = 1 \text{ kW} \cdot 6 \text{ h} = 6 \text{ kW} \cdot \text{h} \quad .49$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{\Delta U_G}{t} = \frac{mg\Delta h}{t} \quad .\mathbf{x} \quad .50$$

$$P = \frac{150 \cdot 10 \cdot 20}{1} = 30 \text{ kW}$$

$$\eta = \frac{p_{\text{eff}}}{p_{\text{in}}} 100 \Rightarrow 60 = \frac{30,000}{p_{\text{in}}} 100 \Rightarrow p_{\text{in}} = 50 \text{ kW}$$

51. א. המתקף שווה ל"שטח" הכלוא בין העקומה לבין ציר הזמן; השטח של כל משבצת הוא $2 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{s}$ ומספר המשבצות הוא 138, לכן גודל המתקף שהקרונית הפעילה על חיישן הכוח הוא:

$$J = 138 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 0.276 \text{ N} \cdot \text{s}$$

גודל זה הוא גם המתקף שהחיישן הפעיל על הקרונית.

ב. גודל מהירות הקרונית זמן קצר לפני ההתנגשות:

$$v_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0.03}{0.09} = \frac{1}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

גודל התנע של הקרונית לפני ההתנגשות:

$$p_1 = mv_1 = 0.46 \cdot \frac{1}{3} = 0.153 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

גודל מהירות הקרונית זמן קצר אחרי ההתנגשות:

$$v_2 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0.03}{0.102} \approx 0.294 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

גודל התנע לאחר ההתנגשות:

$$p_2 = mv_2 = 0.46 \cdot 0.294 = 0.135 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

נבחר בכיוון התנועה הסופי ככיוון החיובי.

השינוי בתנע:

$$\Delta p = 0.135 - (-0.153) = 0.288 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ג. קיבלנו כי:

• המתקף שפעל על הקרונית:

$$J = +0.276 \text{ N} \cdot \text{s}$$

• השינוי בתנע הקרונית:

$$\Delta p = 0.288 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

גורמים אפשריים לאי דיוק של הערכים שהתקבלו בניסוי:

- i התוצאה המתקבלת מספירת המשבצות אינה מדויקת.
- ii המהירויות שחושבו הן ממוצעות, והן שוות רק בקירוב למהירויות הרגעיות ברגעים הראשון והאחרון של ההתנגשות.

iii המערכת אינה סגורה במלוא מובן המילה - יש חיכוך מסוים.

ד. כן, כי לפני ההתנגשות הקרונית נעה ימינה, ולאחריה היא נעה שמאלה.

52. א. $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F \cos 30^\circ - \mu N = 0$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - mg - F \sin 30^\circ = 0$

אחרי הצבת הנתונים המספריים בשתי המשוואות נקבל:

$$F \approx 167.6 \text{ N}$$

העבודה הנעשית על-ידי הכוח F:

$$W_F = F \cos 30^\circ \cdot s = 167.6 \cdot \cos 30^\circ \cdot 5 = 725.7 \text{ J}$$

ב. אילו האדם היה מושך את התיבה - הכוח הנורמלי היה קטן מאשר במקרה של הדחיפה, לכן כוח החיכוך היה יותר קטן, לכן היתה נדרשת עבודה קטנה מאשר במקרה הקודם.

53. א. האפשרות הנכונה היא (3): העבודות הכוללות הנעשות על שני הגופים שוות. לכן התוספות באנרגיות הקינטיות שוות. בתחילת התנועה שתי האנרגיות הקינטיות היו שוות לאפס, לכן בקו הסיום האנרגיות הקינטיות שוות.

ב. האפשרות הנכונה היא (1): תאוצת גוף א גדולה מתאוצת גוף ב (על שני הגופים פועלים כוחות שווים, אך מסתו של גוף א קטנה יותר). שני הגופים עוברים העתקים שווים, לכן גוף א יגיע ראשון לקו הסיום.

ג. האפשרות הנכונה היא (2): לשני הגופים תנע התחלתי השווה לאפס, לכן התנע הסופי של כל גוף שווה למתקף שפעל עליו. על שני הגופים פעל אותו כוח שקול, אך גוף ב נע פרק זמן ארוך מאשר גוף א (עד קו הסיום), לכן על גוף ב פעל מתקף גדול ביותר, לכן בקו הסיום לגוף ב היה תנע גדול יותר.

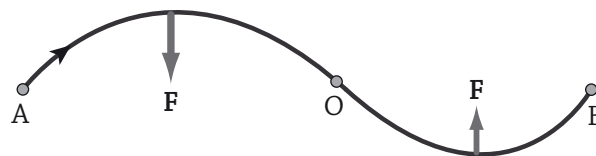
54. א. כאשר גוף נע על מסלול עקום בתנועה קצובה (כלומר המהירות קבועה בגודלה) אזי:

$$E_k = \text{const} \Rightarrow W_{\text{כוללת}} = 0 \Rightarrow |sF| \cdot \cos q \cdot |dx| = 0$$

$|dx| \neq 0$ כי יש תנועה;

$$|sF| \neq 0 \text{ אחרת התנועה היתה מתנהלת לאורך קו ישר; לכן: } \cos q = 0 \Rightarrow q = 90^\circ$$

ב. תיתכן נקודה שבה הכוח השקול שווה לאפס. לדוגמה הנקודה O במסלול:



משמאל ל-O התאוצה היא לעבר הצד הקעור (אם לדוגמה קטע המסלול שמשמאל ל-O היה קשת מעגלית, אזי התאוצה היתה מכוונת לעבר מרכז המעגל). גם מימין ל-O התאוצה לעבר הצד הקעור של המסלול. כיוון שהתאוצה משתנה ברציפות - בנקודה O התאוצה חייבת להתאפס. מכאן שהכוח השקול מתאפס ב-O.

באופן כללי: בתנועה קצובה על מסלול עקום הכוח השקול ניצב למסלול, ובנקודות הפיתול הכוח השקול מתאפס.

55. א. נבחר ציר x שכיוונו החיובי ככיוון שבו נזרק הכדור.

$$0 = MV + mv$$

התנע הכולל של הנער והכדור נשמר בכיוון ציר x, לכן:

כאשר V - מהירות הנער לאחר זריקת הכדור.

$$(א) \quad V = -\frac{m}{M}v$$

כלומר הנער נע במהירות שגודלה mv/M , בכיוון מנוגד לכיוון שבו נזרק הכדור.

ב. מאחר והתנגשות הכדור בקיר היא אלסטית, הכדור מוחזר מהקיר במהירות שגודלה גם v , כלומר יחסית לציר הנבחר מהירות זו היא $-v$. הרכיב האופקי של התנע הכולל לפני שהנער תפס את הכדור שווה לזה שאחרי תפיסת הכדור:

$$(b) \quad MV + (-v)m = (M + m) U$$

$$U = -\frac{2m}{M+m}v$$

נציב את ביטוי (א) ב-(ב), ולאחר מעט פעולות אלגבריות

ג. אחרת מהירות הנער עקב זריקת הכדור היתה גדולה ממהירות הכדור, והכדור לא היה חוזר לידי של הנער.

ד. נסמן ב-D את המרחק שעבר הנער.

$$t_1 = \frac{D}{|V|} = \frac{DM}{mv}$$

משך הזמן שהנער נע מרגע זריקת הכדור עד תפיסתו:

$$t_2 = \frac{2d + D}{v}$$

משך הזמן שהכדור נע מרגע שהוא נזרק עד שהנער תפס אותו:

$$\frac{DM}{mv} = \frac{2d + D}{v}$$

לכן $t_1 = t_2$:

$$D = \frac{2m}{M-m}d$$

פתרון המשוואה:

ה. אין בעובדה זו סתירה לחוק שימור התנע, כי על מערכת הנער והכדור פעל מתקף חיצוני - המתקף שהקיר הפעיל על הכדור.

56. א. נרשום משוואה המבטאת כי האנרגיה המכנית הכוללת בנקודה ההתחלתית (נסמן אותה

ב-A) שווה לאנרגיה המכנית הכוללת בנקודה אחרת לאורך מסלול התנועה (נסמן אותה ב-B)

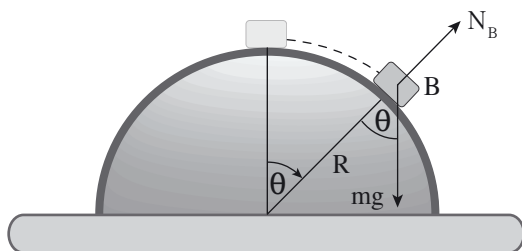
$$(a) \quad mgR = \frac{mv_B^2}{2} + mgh$$

(מישור הייחוס נבחר בתחתית חצי הכדור):

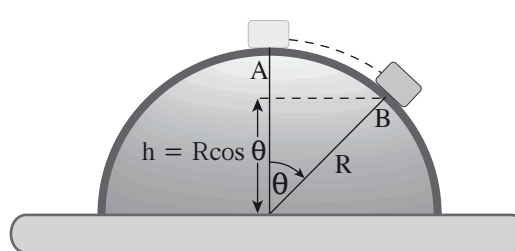
כאשר: h - גובה הנקודה B מעל מישור הייחוס.

$$(b) \quad h = R \cos \theta$$

על-פי איור א:



איור ב



איור א

$$(a) \quad v_B = \sqrt{2gR(1 - \cos \theta)}$$

נציב את (ב) ב-(א), ולאחר כמה פעולות אלגבריות נקבל:

ב. נסמן את הכוחות הפועלים על הגוף בנקודה B (איור ב).

החוק השני של ניוטון לגבי הכיוון הרדיאלי, כאשר הגוף בנקודה B:

$$mg \cos \theta - N_B = \frac{mv_B^2}{R}$$

לכן: (ד) $N_B = mg \cos \theta - \frac{mv_B^2}{R}$

נראה כי ככל ש- q גדלה - N_B קטן:

באגף ימין של משוואה (ד) יש שני מחוברים. במחובר הראשון m ו- g קבועים. המחובר קטן כאשר q גדלה (כי כאשר q גדלה - $\cos q$ קטן). במחובר השני - m ו- R קבועים, ו- v_B גדל כאשר q גדלה (אפשר לראות זאת מביטוי (ג)).

לסיכום: כאשר q גדלה $mg \cos q$ קטן ו- $\frac{mv_B^2}{R}$ גדל. לכן בביטוי (ד) אגף ימין קטן, כלומר N_B קטן. מצאנו אפוא, כי ככל ש- q גדלה - קטנים הכוחות שהגוף והמשטח מפעילים זה על זה.

ג. ברגע שבו הגוף ניתק מן המסילה - הכוח הנורמלי הפועל עליו מתאפס. נציב במשוואה (ד)

$$0 = mg \cos \theta - \frac{mv_B^2}{R} \quad N_B = 0 \text{ ונקבל:}$$

במקום v_B במשוואה האחרונה נציב את הביטוי שקיבלנו במשוואה (ג), נצמצם ב- m , ונקבל:

$$0 = g \cos \theta - \frac{2gR(1 - \cos \theta)}{R}$$

$$\cos \theta = \frac{2}{3} \Rightarrow \theta = 48.2^\circ$$

פתרון המשוואה:

57. א. מרגע $t = 0$ עד רגע $t = 0.6$ s מופעל על הגלשן מתקף שכיוונו ככיוון המהירות ההתחלתית, לכן

התנע שלו הולך וגדל.

או: מרגע $t = 0$ עד רגע $t = 0.6$ s נעשית על הגלשן עבודה חיובית שהולכת וגדלה, לכן האנרגיה הקינטית שלו הולכת וגדלה.

$$p_i = mv_i = 0.85 \cdot 0.15 = 0.1275 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{ב.}$$

ג. הכוח הפועל על הגלשן משתנה. נמצא את המתקף על-ידי חישוב ה"שטח" שמתחת לגרף:

$$J = \frac{0.6 \cdot 3}{2} = 0.9 \text{ N} \cdot \text{s}$$

ד. השינוי בתנע שווה למתקף (שחושב בסעיף ג) לכן השינוי בתנע:

$$\Delta p = 0.9 \text{ Ns}$$

$$\Delta p = p_f - p_i \quad \text{ה.}$$

$$0.9 = p_f - 0.1275$$

$$p_f = 1.0275 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$p_f = mv_f \quad \text{ו.}$$

$$1.0275 = 0.85 \cdot v_f$$

$$v_f \approx 1.21 \text{ m/s}$$

$$E_{k,f} = \frac{mv_f^2}{2} = \frac{0.85 \cdot (1.21)^2}{2} \approx 0.62 \text{ J} \quad \text{ז.}$$

$$E_{k,i} = \frac{mv_i^2}{2} = \frac{0.85 \cdot (0.15)^2}{2} \approx 0.01 \text{ J}$$

$$\Delta E_k = E_{k,f} - E_{k,i} = 0.62 - 0.01 = 0.61 \text{ J} \quad \text{ח.}$$

ט. העבודה שווה לשינוי באנרגיה הקינטית, לכן ערכה 0.61 J .

58. א. כי העתק נקודת האחיזה של הכוח הנורמלי שווה לאפס.

ב. (1) במהלך עליית המעלית הכוח הנורמלי עושה עבודה, השווה למכפלת גודל הכוח הנורמלי בדרך שלאורכה נעה המעלית.

(2) לא חל שינוי באנרגיה הקינטית של הארגז, כי מהירותו קבועה. לכן העבודה הכוללת שווה לאפס. עבודת הכוח הנורמלי אינה העבודה הכוללת, כי גם כוח הכובד עושה עבודה על הארגז. עבודת הכוח הנורמלי מתקזזת עם עבודת כוח הכובד, לכן העבודה הכוללת שווה לאפס, ולכן אין שינוי באנרגיה הקינטית של הארגז.

59. א. הגוף שמסתו $3m$ נמצא במנוחה. לכן המתיחות T_1 בחוט הקשור אליו מקיימת: $T_1 = 3mg$

הגוף שמסתו m נמצא בתאוצה כהרף עין לפני ההתנגשות. המתיחות T_2 בחוט הקשור אליו מקיימת:

$$(א) \quad T_2 - mg = m \frac{v^2}{\ell}$$

כאשר ℓ - אורך החוט.

כאשר הגוף m נע מנקודת שחרורו עד המצב שלפני ההתנגשות, האנרגיה המכנית שלו נשמרת. נבחר מישור אופקי העובר בנקודה הנמוכה ביותר שאליה מגיע הגוף m כמישור ייחוס עבור

אנרגיית הכובד. גובה הגוף מעל מישור הייחוס ברגע השחרור:

$$(ב) \quad h = \ell - \ell \cos 60^\circ = \ell/2$$

$$(ג) \quad mgh = \frac{mv^2}{\ell} \quad \text{על-פי חוק שימור האנרגיה המכנית:}$$

$$(ד) \quad v^2 = \ell g \quad \text{נציב (ב) ונקבל:}$$

$$T_2 = 2mg \quad \text{נציב את (ד) ונקבל:}$$

ב. נסמן: U - המהירות המשותפת של שני הגופים מיד לאחר ההתנגשות. על-פי חוק שימור

$$mv + 0 = (m + 3m)U \quad \text{התנע:}$$

$$m\sqrt{\ell g} = 4mU \quad \text{נציב במקום } v \text{ את ביטוי (ד) (סעיף א):}$$

לכן: (ה) $U = \sqrt{\ell g}/4$

מרגע סיום ההתנגשות עד הגעת שני הגופים לשיא הגובה, האנרגיה המכנית נשמרת,

לכן: (ו) $\frac{(m+3m)U^2}{2} = (m+3m)gh$

הגובה מעל מישור הייחוס: (ז) $h = \ell - \ell \cos \alpha$

כאשר α היא הזווית בין החוטים לכיוון האנכי בשיא הגובה.

נציב את (ה) ואת (ז) ב-(ו), ונקבל לאחר כמה פעולות אלגבריות:

$$\cos \alpha = \frac{31}{32}$$

60. אפשרות (4). הסבר: בתנועת הגוף מ-A ל-B, האנרגיה ב-A היתה שווה ל-mgh. אנרגיה זו הפכה

לאנרגיה פנימית של הגוף והמשטח, השווה לערך המוחלט של עבודת כוח החיכוך:

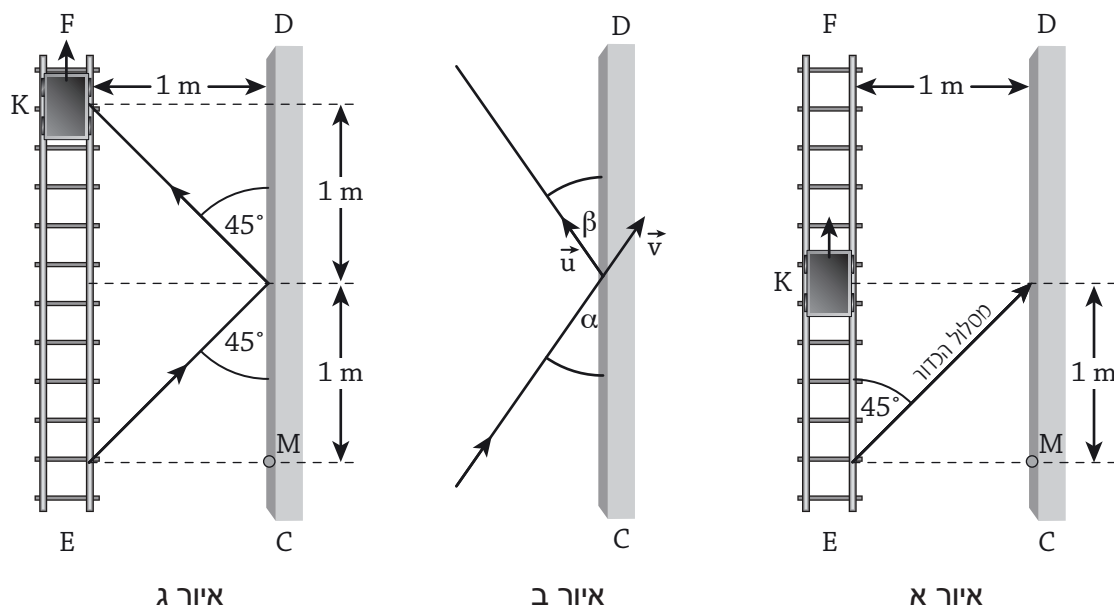
(א) $mgh = |W_{A \rightarrow B}|$

העבודה, W, הדרושה כדי לגרור את הגוף מ-B ל-A: (ב) $W = |W_{B \rightarrow A}| + mgh$

אך (ג) $W_{A \rightarrow B} = W_{B \rightarrow A}$

מ-(א), (ב) ו-(ג): $W = 2 mgh$

61. א. מסלול התנועה של הכדור מוצג באיור א.



המסלול הוא ישר (היוצר זווית בת 45° עם המסילה). הסבר: מיד לאחר הזריקה, ברגע $t = 0$

למהירות הכדור רכיב ניצב למסילה, שגודלו 0.5 m/s , ורכיב מקביל למסילה שגם גודלו 0.5 m/s . מרגע $t = 0$ ועד פגיעת הכדור בקיר CD שקול הכוחות הפועלים על הכדור הוא אפס, לכן וקטור המהירות אינו משתנה והמסלול ישר (איור א).

ב. הזווית בין המסלול לבין המסילה היא 45° , לכן הכדור יפגע בקיר במרחק 1 מטר מהנקודה M.

ג. מהירות הקרונית אינה משתנה, כי הכדור לא הפעיל על הקרונית כוח בכיוון תנועתה. הסבר אחר: בכיוון המסילה המערכת קרונית וכדור היא מערכת סגורה, לכן תנע המערכת בכיוון זה נשמר.

ד. הכדור פוגע בקיר במהירות שגודלה: $v = \sqrt{0.5^2 + 0.5^2} \approx 0.71 \text{ m/s}$, בזווית $\alpha = 45^\circ$ עם הקיר (איור ב).

נוכח שהכדור יחזור במהירות שגודלה $u = 0.28 \text{ m/s}$ בזווית $\beta = 45^\circ$ עם הקיר. ההתנגשות היא אלסטית, לכן $u = v$. מצד אחד, במשך המגע בין הכדור לקיר, הקיר מפעיל על הכדור כוח הניצב לקיר, לכן בכיוון מקביל לקיר התנע של הכדור נשמר, ולפיכך:

$$v \cdot \cos 45^\circ = u \cdot \cos \beta \Rightarrow \beta = 45^\circ$$

ה. כן, הכדור והקרונית ייפגשו לאחר שהקרונית תעבור 2 מטר . איור ג לעיל הוא תרשים הבעיה. הכדור בכל רגע נמצא בדיוק מימין לקרונית (אותה מהירות בכיוון מקביל למסילה). ברגע שהכדור יגיע למסילה לאחר שיירתע מהקיר בזווית 45° , הקרונית תימצא שם.

62. א. נסמן את המתיחות בנקודה L ב- T_L , ואת המתיחות ב- H נסמן ב- T_H .

$$T_L - T_H = 2mg \quad \text{יש להוכיח כי:}$$

(א) $T_L - mg = \frac{mv_L^2}{R}$ החוק השני של ניוטון לגבי הכדור כשהוא חולף ב-L במהלך תנועתו:

(ב) $T_H + mg = \frac{mv_H^2}{R}$ החוק השני של ניוטון לגבי הכדור בנקודה H:

(ג) $T_L - T_H - 2mg = 0$ נחסיר את משוואה (ב) ממשוואה (א) ונקבל:

$$T_L - T_H = 2mg \quad \text{כלומר:}$$

ב. נסמן את המתיחות בנקודה L ב- T_L . נסמן ב- T_H את המתיחות בנקודה H בהתאמה.

$$T_L - T_H = 6mg \quad \text{יש להוכיח כי:}$$

(ד) $T_L - mg = \frac{mv_L^2}{R}$ החוק השני של ניוטון לגבי הכדור כשהוא חולף ב-L במהלך תנועתו:

(ה) $T_H + mg = \frac{mv_H^2}{R}$ החוק השני של ניוטון לגבי הכדור בנקודה H:

(ו) $T_L - T_H - 2mg = \frac{m}{R}(v_L^2 - v_H^2)$ נחסיר את משוואה (ה) ממשוואה (ד) ונקבל:

נרשום משוואה המבטאת כי האנרגיה המכנית הכוללת בנקודה L שווה לאנרגיה המכנית

הכוללת בנקודה H (מישור הייחוס יבחר בנקודה L):

$$(r) \quad \frac{mv_L^2}{2} = \frac{mv_H^2}{2} + mg(2R)$$

ממשוואה (r) נקבל כי:

$$(ח) \quad v_L^2 - v_H^2 = 4gR$$

נציב את אגף ימין של משוואה (ח) במקום המתאים במשוואה (ו) ונקבל:

$$(ט) \quad T_L - T_H - 2mg = \frac{m}{R} \cdot 4gR$$

$$T_L - T_H = 6mg$$

לאחר פעולות אלגבריות פשוטות נקבל:

63. א. נחשב תחילה את מהירות הכדור ברגע שהחוט אנכי. נשתמש לשם כך בשימור האנרגיה המכנית. האנרגיה המכנית של הכדור נשמרת כי הכוח היחיד שעושה עבודה על הכדור הוא כוח הכובד, וכוח זה משמר.

נבחר כמישור ייחוס עבור האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית את המישור האופקי העובר בנקודה הנמוכה ביותר של מסלול תנועת הכדור - הנקודה A (ראה איור א להלן).

חוק שימור האנרגיה המכנית בין נקודת השחרור ל-A:

$$(א) \quad mgL = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v^2 = 2gL$$

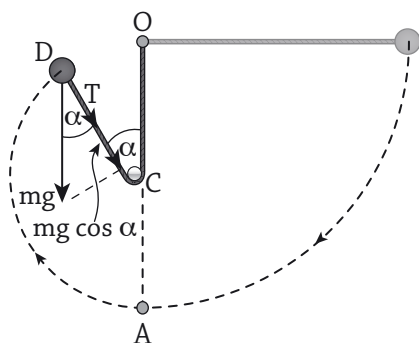
עתה ניישם את החוק השני של ניוטון עבור הכדור בחולפו בנקודה A.

$$(ב) \quad \Sigma F_R = \frac{mv^2}{L} \Rightarrow T - mg = \frac{mv^2}{L} \Rightarrow T = m\left(g + \frac{v^2}{L}\right)$$

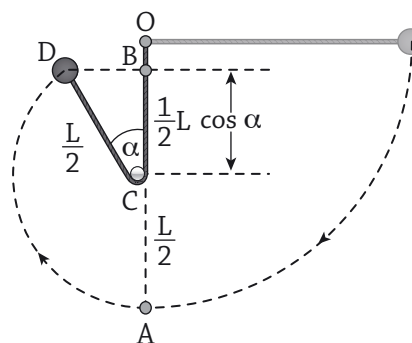
נציב את הביטוי ל- v^2 מקשר (א) בקשר (ב):

$$T = m\left(g + \frac{v^2}{L}\right) = m\left(g + \frac{2gL}{L}\right) = 3mg$$

ב. איור א הוא תרשים הבעיה.



איור ב



איור א

$$BC = \frac{L}{2} \cos \alpha$$

על פי משולש BCD (איור א):

במהלך תנועת הכדור מהמצב ההתחלתי עד הנקודה D האנרגיה המכנית הכוללת נשמרת, כי הכוחות הפועלים עליו הם כוח הכובד שהוא משמר, וכוח המתיחות בחוט שאינו מבצע עבודה כי בכל נקודה הוא מאונך לכיוון התנועה. נבחר כמישור ייחוס עבור האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית את המישור האופקי העובר בנקודה A. נרשום, אם כן, את חוק שימור האנרגיה המכנית בין נקודת

השחרור לנקודה D:

$$mgL = mg\left(\frac{L}{2} + \frac{L}{2} \cos \alpha\right) + \frac{mv_D^2}{2}$$

$$(א) \quad v_D = \sqrt{gL(1 - \cos \alpha)} \quad \text{פתרון המשוואה:}$$

ג. איור ב הוא תרשים הכוחות הפועלים על הכדור בנקודה כלשהי לאורך מסלולו המעגלי ברדיוס $L/2$. ניישם את החוק השני של ניוטון עבור הכדור ביחס לרכיבים הרדיאליים. נעיר כי המתיחות יכולה להתאפס רק בחלק המעגל הנמצא מעל הקוטר האופקי של המעגל, לכן רכיב כוח הכובד פונה אל תוך המעגל.

$$\Sigma F_R = \frac{mv^2}{L/2} \Rightarrow mg \cos \alpha + T = \frac{2mv^2}{L}$$

עבור הנקודה לאורך המסלול המעגלי שבה המתיחות מתאפסת נציב במשוואה האחרונה $T = 0$

$$(ב) \quad g \cos \alpha = \frac{2v^2}{L} \quad \text{ונקבל לאחר צמצום ב-m:}$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3} \quad \text{נציב בביטוי (ב) את המהירות מביטוי (א) ולאחר כמה פעולות נקבל:}$$

ד. לאחר שהכדור מתנתק מהתנועה המעגלית, הוא נע בהשפעת כוח הכובד בלבד. התנועה היא "זריקה משופעת", שהמסלול שלה הוא, כידוע, פרבולה.

64. נחשב את האנרגיה הקינטית שאיתה מגיע הגוף לראשונה למשטח המחוּספס:

$$E_k = \Delta U_G \Rightarrow E_k = mg\Delta h = m \cdot 10 \cdot 0.12 \Rightarrow E_k = 1.2 \cdot m$$

בתנועה לאורך קטעי המסלול החלקים של הקערה הגוף אינו מאבד אנרגיה. לכן, נניח שהגוף מחליק לאורך משטח מחוספס ארוך, שמקדם החיכוך בינו לבין הגוף הוא 0.86. נסמן ב- ds את המרחק מתחילת המשטח המחוּספס עד נקודה העצירה של הגוף. בתנועה זו:

$$W = \sigma E \quad \text{כוחות לא משמרים}$$

$$-mNds = 0 - E_k$$

$$-mmgds = -E_k$$

$$-0.86 \cdot m \cdot 10 \cdot ds = -1.2 \cdot m \quad \text{נציב ערכים מספריים ידועים ונצמצם במסה m.}$$

$$ds \approx 0.14 \text{ m}$$

$$\frac{0.14}{0.015} \approx 9.3 \quad \text{מספר הפעמים שהגוף עובר על פני הקטע המחוּספס:}$$

כלומר הגוף עובר 10 פעמים על פני הקצה הימני של הקטע המחוּספס, ונעצר על פני המשטח המחוּספס בדרכו שמאלה, לאחר שעבר על פני הקצה הימני בפעם העשירית.

65. א. האנרגיה המכנית של מערכת שני הגופים לפני ההתנגשות: $E_i = \frac{1}{2} Mv^2$ (א)

כאשר v - מהירות הגוף שמסתו M (לפני ההתנגשות) על-פי חוק שימור התנע:

$$(ב) \quad Mv + 0 = (M + m) U$$

כאשר U - המהירות המשותפת של שני הגופים אחרי ההתנגשות.

$$(ג) \quad U = \frac{M}{M + m} v \quad \text{מ-(ב) נובע כי:}$$

$$(ד) \quad E_f = \frac{1}{2} (M + m) U^2 \quad \text{האנרגיה המכנית של המערכת לאחר ההתנגשות:}$$

$$(ה) \quad E_f = \frac{M^2}{2(M + m)} v^2 \quad \text{מ-(ג) ו-(ד):}$$

נבטא את היחס הנדרש בשאלה בעזרת ביטויים (א) ו-(ה) ונקבל:

$$(ו) \quad \frac{E_i - E_f}{E_i} = 1 - \frac{M}{M + m} = \frac{m}{M + m}$$

$$\frac{E_i - E_f}{E_i} \approx 0 \quad \text{ב. (1) כאשר } m \ll M \text{ ונוכל להזניח בביטוי (ו) את } m \text{ ביחס ל-} M \text{ ונקבל:}$$

כלומר אנרגיה מכנית כמעט ואינה 'אובדת'.

$$\frac{E_i - E_f}{E_i} \approx \frac{1}{2} \quad \text{(2) נציב בביטוי (ו) } m = M \text{ ונקבל:}$$

כלומר 'אובדת' מחצית מן האנרגיה המכנית.

$$\frac{E_i - E_f}{E_i} \approx \frac{m}{m} = 1 \quad \text{(3) כאשר } m \gg M \text{ נוכל להזניח בסעיף (ו) את } M \text{ ביחס ל-} m \text{ ונקבל:}$$

$$\frac{E_i - E_f}{E_i} \approx 1 \quad \text{עתה נוכל להזניח בביטוי האחרון את } M/m \text{ ביחס ל-1, ונקבל:}$$

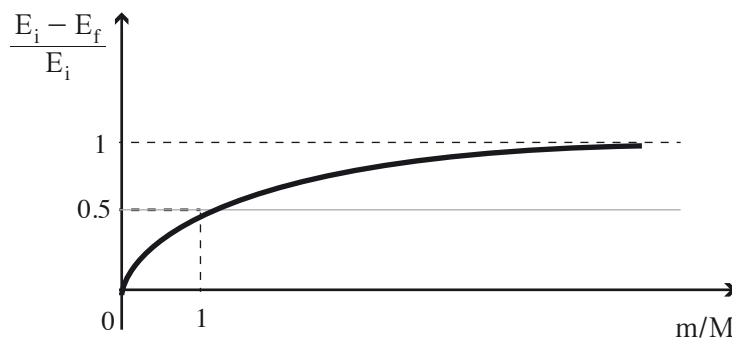
כלומר רוב האנרגיה המכנית 'אובדת'.

ג. על פי סעיף ב-(1), כאשר m/M חיובי אך קרוב לאפס, האנרגיה ה'אובדת' חיובית, אך קרובה

לאפס. על-פי סעיף ב-(2), כאשר $m/M = 1$ אזי החלק שמהווה האנרגיה ה'אובדת' שווה ל-1/2.

על-פי סעיף ב-(3), כאשר $m \gg M$, החלק שמהווה האנרגיה ה'אובדת' קרוב מאוד ל-1. לכן,

קרוב לוודאי שהגרף נראה כך:



$$\frac{E_i - E_f}{E_i} = 1 - \frac{1}{1 + m/M}$$

ד. את קשר (ו) נרשום כך:

את אגף שמאל נסמן ב- y ואת m/M נסמן ב- x . את הקשר האחרון נרשום כך:

$$y = 1 - \frac{1}{1 + x}$$

נעצב גיליון אלקטרוני כך:

D	C	B	A	
y	x			1
	0			2
		פרמטרים	רשימת	3
		dx	1	4

נכנה את תוכן תא A4 ב- dx .

לתאים C1 ו-D1 הקלדנו כותרות x ו- y עבור הטבלה.

לתא C2 הקלדנו 0 (הערך ההתחלתי של x).

$$= 1 - 1/(1 + C2)$$

לתא D2 הקלדנו את הנוסחה:

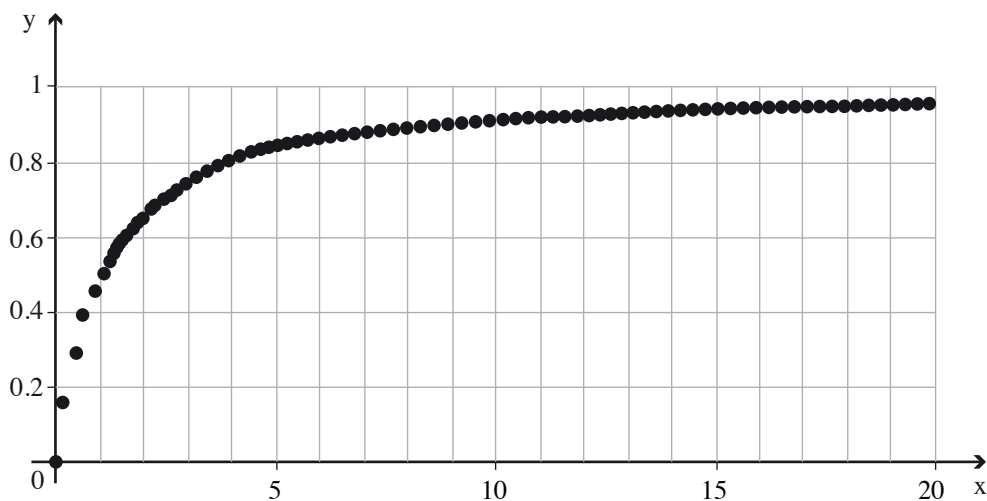
$$= C2 + dx$$

לתא C3 הקלדנו את הנוסחה:

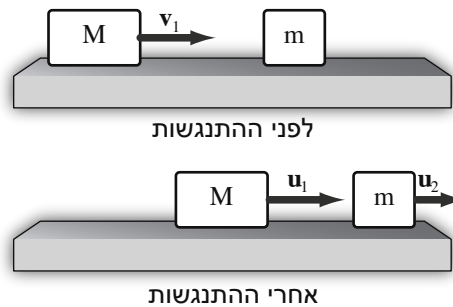
את תוכן תא D2 שכפלנו לתא D3.

סימנו (השחרנו) את תאים C3 ו-D3, ושכפלנו אותם עד שערכו של x היה שווה בערך ל-20.

הגרף שלהלן מתאר את ערכו של y כפונקציה של x :



66. א. תרשים הבעיה:



$$(א) \quad Mv_1 + 0 = Mu_1 + mu_2$$

על-פי שימור התנע:

$$v_1 - v_2 = -(u_1 - u_2)$$

בהתנגשות אלסטית:

$$(ב) \quad v_1 = -(u_1 - u_2)$$

$$נציב \quad v_2 = 0$$

$$(ג) \quad \frac{v_1}{u_1} = \frac{M+m}{M-m}$$

ממשוואות (א) ו-(ב) מקבלים:

ב. (1) כאשר $m \ll M$, נוכל להזניח במונה ובמכנה של אגף ימין של קשר (ג) את m ביחס ל- M ,

$$\frac{v_1}{u_1} \approx 1$$

ונקבל:

כלומר $v_1 \approx u_1$; מהירות הגוף הפוגע כמעט ואינה משתנה כתוצאה מההתנגשות.

(2) כאשר $m < M$ אגף ימין של קשר (ג) הוא חיובי, לכן ל- v_1 ול- u_1 יש אותו סימן אלגברי (שניהם חיוביים או שניהם שליליים), כלומר כיוון תנועתו של הגוף הפוגע אינו משתנה.

(3) כאשר $m = M$ המכנה באגף ימין של משוואה (ג) מתאפס, לכן גם המכנה של אגף שמאל צריך להתאפס דהיינו $u_1 = 0$, כלומר הגוף הפוגע נעצר לאחר ההתנגשות.

(4) כאשר $m > M$ אגף ימין של קשר (ג) הוא שלילי, לכן ל- v_1 ול- u_1 סימנים אלגבריים מנוגדים, כלומר כיוון תנועתו של הגוף אחרי ההתנגשות מנוגד לכיוון תנועתו לפני ההתנגשות.

(5) $m \gg M$ נוכל להזניח במונה ובמכנה של אגף ימין של קשר (ג) את M ביחס ל- m , ואז:

$$\frac{v_1}{u_1} \approx -1$$

מהירות הגוף הפוגע לאחר ההתנגשות שווה בגודלה והפוכה בכיוונה למהירות הגוף הפוגע לפני ההתנגשות.

$$\frac{v_1}{u_1} = \frac{1 + m/M}{1 - m/M}$$

ג ו-ד: את קשר (ג) נרשום כך:

את אגף שמאל נסמן ב- y ואת m/M נסמן ב- x . את הקשר האחרון נרשום כך: $y = \frac{1+x}{1-x}$

נעצב גיליון אלקטרוני כך:

D	C	B	A	
y	x			1
	0			2
		פרמטרים	רשימת	3
		dx	0.2	4

נכנה את תוכן תא A4 ב- dx.

לתאים C1 ו- D1 הקלדנו כותרות x ו- y עבור טבלה.

לתא C2 הקלדנו 0 (הערך ההתחלתי של x).

$$=(1 + C2)/(1 - C2)$$

לתא D2 הקלדנו את הנוסחה:

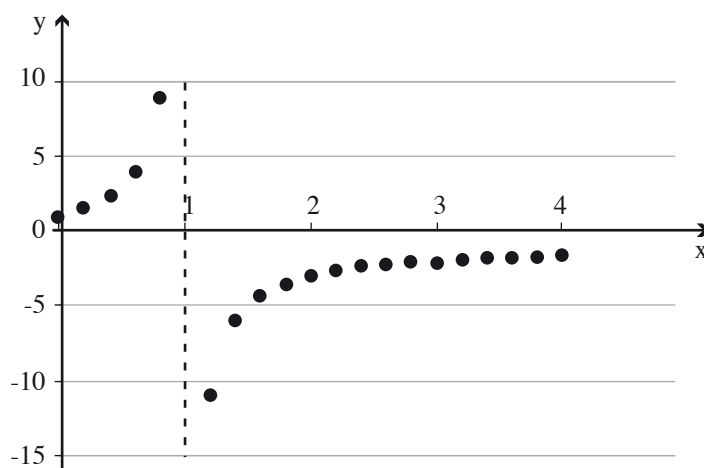
$$= C2 + dx$$

לתא C3 הקלדנו את הנוסחה:

את תוכן תא D2 שכפלנו לתא D3.

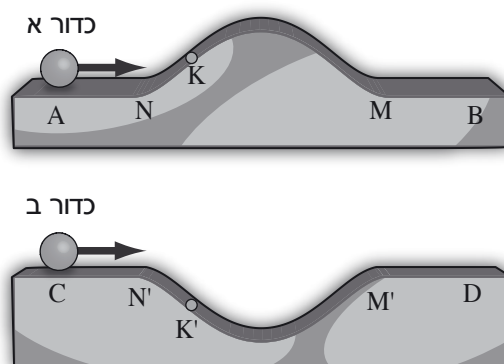
סימנו (השחרנו) את תאים C3 ו- D3, ושכפלנו אותם עד שערכו של x היה שווה בערך 4.

הגרף שלהלן מתאר את ערכו של y כפונקציה x:



הגרף מרמז על כך שיש אסימפטוטה אנכית ב- $x = 1$, דבר שמתאים לביטוי הפונקציה $y(x)$ שרשמנו.

67. תנועת הכדור א מ-A ל-N (ראה איור) זהה לתנועת הכדור ב מ-C ל-N' - שני הכדורים עוברים מרווחים שווים במהירויות שוות. לכן זמני התנועות בשני קטעים אלה שווים. כך גם לגבי התנועות מ-M ל-B ומ-M' ל-D: בקטעים אלה מהירויות הכדורים שוות (על-פי שימור האנרגיה המהירויות שוות למהירויות ההתחלתיות). אורכי הקטעים שווים, לכן זמני התנועה שווים.



לכן, כדי להשוות בין משכי התנועה של הכדורים, די להשוות בין משך התנועה במסלול מ-N ל-M לבין משך התנועה לאורך המסלול מ-N' ל-M'. כיוון שאורכי המסלולים האלה שווים, די להשוות בין המהירויות בקטעים אלה. בכל נקודה K על המסלול NM המהירות קטנה מן המהירות ההתחלתית (על-פי שימור האנרגיה). מצד שני, בכל נקודה K' על המסלול N'M' המהירות גבוהה מהמהירות ההתחלתית. לכן הכדור ב עובר את הקטע N'M' בזמן קצר מהזמן הדרוש לכדור א לעבור את הקטע NM.

מכאן - הכדור ב יעבור את כל המסלול בזמן קצר מהזמן שדרוש לכדור א לעבור את כל המסלול.

הצגה ופארה: אפנין קישור אפדמייה של הרצאה:

<http://www.upscale.utoronto.ca/GeneralInterest/Harrison/Flash/ClassMechanics/RacingBalls/RacingBalls.html>



68. א. ננתח את המצב היחסי בין שני הגופים: החל מרגע שבו המרחק בין הגופים שווה ל-1 מטר - מהירות הגוף m_1 קטנה, וזו של m_2 גדלה. כל עוד המהירות של m_1 גדולה מזו של m_2 - המרחק בין הגופים קטן. ברגע מסוים מהירויות שני הגופים משתוות. מרגע זה ואילך מהירותו של m_2 גדולה מזו של m_1 (כי תאוצת m_2 גדולה מזו של m_1), והמרחק בין הגופים גדל. מצאנו אפוא כי המרחק בין הגופים הוא מינימלי כאשר מהירויותיהם שוות. בהמשך נתייחס לציר מקום שכיוונו חיובי בכיוון v_1 .

$$a_1 = \frac{\Sigma F}{m_1} = \frac{-10}{2} = -5 \text{ m/s}^2 \quad \text{תאוצת } m_1:$$

$$a_2 = \frac{\Sigma F}{m_2} = \frac{10}{1} = 10 \text{ m/s}^2 \quad \text{תאוצת } m_2:$$

נגדיר את $t = 0$ ברגע שבו המרחק בין הגופים 1 מטר. מהירות הגוף m_1 כפונקציה של הזמן

$$v = v_0 + at \Rightarrow v_1 = 3 + (-5)t \quad \text{במהלך האינטראקציה:}$$

$$v = v_0 + at \Rightarrow v_2 = 0 + 10t \quad \text{מהירות הגוף } m_2 \text{ כפונקציה של הזמן במהלך האינטראקציה:}$$

ברגע t שבו מהירויות שני הגופים שוות - האגפים הימניים של שתי המשוואות האחרונות שווים:

$$3 - 5t = 10t \Rightarrow t = 0.2 \text{ s}$$

ב. נניח שראשית ציר x הוא במקום בו היה הגוף שמסתו m_1 ברגע תחילת האינטראקציה.

$$x_1 = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} = 0 + 3t - \frac{5t^2}{2} \quad \text{מקום } x_1 \text{ כפונקציה של הזמן (במהלך האינטראקציה):}$$

$$x_1 = 3 \cdot 0.2 - \frac{5 \cdot (0.2)^2}{2} = 0.5 \text{ m} \quad \text{מקום הגוף ברגע } t = 0.2 \text{ s:}$$

מקום הגוף שמסתו m_2 כפונקציה של הזמן (במהלך האינטראקציה):

$$x_2 = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} = 1 + 0 + \frac{10t^2}{2}$$

$$x_2 = 1 + \frac{10 \cdot (0.2)^2}{2} = 1.2 \text{ m} \quad \text{מקום הגוף ברגע } t = 0.2 \text{ s:}$$

$$x_2 - x_1 = 1.2 - 0.5 = 0.7 \text{ m} \quad \text{המרחק המינימלי בין הגופים:}$$

ג. שני הגופים מהווים מערכת דו-גופית סגורה, לכן התנע שלה נשמר במשך האינטראקציה.

$$m_1 v_1 + 0 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

$$(א) \quad 2 \cdot 3 = 2u_1 + 1u_2 \quad \text{ולאחר הצבת מספרים:}$$

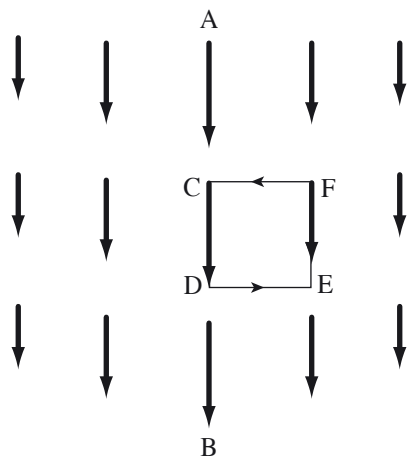
האנרגיה הקינטית הכוללת של המערכת לפני ההתנגשות שווה לזו שאחריה. כלומר ניתן לראות

$$v_1 - 0 = -(u_1 - u_2) \quad \text{את ההתנגשות כאלסטית:}$$

$$(ב) \quad 3 = u_2 - u_1 \quad \text{נציב מספרים:}$$

$$u_1 = 1 \text{ m/s} ; u_2 = 4 \text{ m/s} \quad \text{ממשוואות (א) ו-(ב) מקבלים:}$$

69. הכוח אינו משמר. כדי להראות זאת נתבונן בתנועה לאורך מסלול סגור $C \leftarrow F \leftarrow E \leftarrow D \leftarrow C$.



העבודות לאורך כל אחד מהקטעים DE ו-FC שוות לאפס (כי הכוח ניצב לתנועה). העבודה לאורך CD גדולה מהערכך המוחלט של העבודה לאורך EF (כי אורכי המסלולים שווים, והכוחות שונים). לכן העבודה לאורך המסלול הסגור אינה שווה לאפס, לכן הכוח אינו משמר.

70. א. $v_{AB} = v_A - v_B = 10 - 4 = 6 \text{ m/s}$

ב. מאחר שהאינטראקציה בין שני הגופים נעשית באמצעות קפיץ, היא יכולה להיחשב כהתנגשות אלסטית. בהתנגשות אלסטית המהירות היחסית מחליפה סימן, לכן לאחר ההתנגשות:

$$v_{AB} = -6 \text{ m/s}$$

ג. ברגע שבו התכווצות הקפיץ מרבית, המהירות היחסית שווה לאפס. הסבר: בתחילת ההתנגשות מהירות הגוף A היא 10 מ'ש' ושל גוף B 4 מ'ש' בלבד. לכן בהמשך הקפיץ מתכווץ, כך שהוא מפעיל על A כוח שמאלה ועל B כוח ימינה ולכן הוא מקטין את מהירות הגוף A ומגדיל את מהירות הגוף B. הדבר נמשך עד שמהירויות הגופים משתוות. ברגע זה המערכת נעה כגוף אחד באותה מהירות, אך הקפיץ מתכווץ, ומרגע זה מתרחשת "התפוצצות" - מהירות הגוף A ממשיכה לקטון ומהירות הגוף B ממשיכה לגדול, עד שהמהירות היחסית היא (-6) מ'ש' (ראה סעיף ב).

ד. ברגע שבו התכווצות הקפיץ מרבית - כל חלקי המערכת נעים באותה מהירות. נחשב מהירות זו בעזרת חוק שימור התנע. התנע הכולל לפני ההתנגשות שווה לתנע ברגע שבו התכווצות הקפיץ היא מרבית:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)u$$

$$2 \cdot 10 + 6 \cdot 4 = (2 + 6)u \Rightarrow u = 5.5 \text{ m/s}$$

משוואת שימור האנרגיה המכנית הכוללת: $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) u^2 + \frac{1}{2} k (\Delta \ell)^2$

$$\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^2 + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4^2 = \frac{1}{2} (2 + 6) \cdot (5.5)^2 + \frac{1}{2} \cdot 800 \cdot (\Delta \ell)^2 \Rightarrow \Delta \ell \approx 0.26 \text{ m}$$

פרק ח: תנועה הרמונית פשוטה

1. הערות דידקטיות לפרק

1.1 שתי דרכים לפיתוח משוואות התנועה ההרמונית

את הפרק אפשר לפתח בשתי גישות:

א. פתרון משוואה דיפרנציאלית, כפי שמופיע בגוף הפרק בסעיף 3.1 (ספר לתלמיד).

ב. בעזרת תנועה מעגלית, כפי שמפורט בנספח ד (ספר לתלמיד, כרך ב).

בשתי הדרכים אפשר להגיע לנוסחאות המבוקשות. עם זה, הפיתוח בדרך א מהווה במובן מסוים "דרך המלך", משום שהוא מתאר שיטה כללית לפתרון בעיות במכניקה. מוצע להשתמש בדרך א בכיתות שבהן לתלמידים יש בסיס מתאים במתמטיקה. בכיתות אחרות מוצע להשתמש בדרך ב.

1.2 תלות נוסחאות המקום, המהירות והתאוצה כפונקציה של הזמן בתנאי ההתחלה

במהלך הפרק מרבים להשתמש בנוסחאות כגון הנוסחה $x = A \cos \omega t$, עד כי התלמידים שוכחים לעתים שנוסחה זו מתאימה רק לתנאי התחלה שבהם הגוף שוחרר ממנוחה, מנקודה ששיעורה $x = A$, כאשר נקודת שווי המשקל נמצאת ב- $x = 0$. יש תלמידים שממשיכים להשתמש בנוסחה זו בתנועה הרמונית גם עם תנאי התחלה אחרים.

1.3 הארגומנט של הפונקציות סינוס וקוסינוס אינו בהכרח זווית

נוסחאות בפרק תנועה הרמונית פשוטה כוללות את הפונקציות סינוס וקוסינוס. התלמידים רגילים מלימודי המתמטיקה שפונקציות אלה מוגדרות עבור זוויות. תלמידים רבים שואלים "אבל איפה הזווית ωt ?" חשוב להתייחס לעובדה שהפונקציות מוגדרות עבור כל מספר חסר יחידות.

1.4 קשיי תלמידים והצעות לטיפול בקשיים

א. המושגים "מהירות זוויתית" ו"תדירות זוויתית"

תלמידים נוטים לזהות בין שני המושגים "מהירות זוויתית" ו"תדירות זוויתית". על משמעותם השונה נכתב בכרך ב של המכניקה הניוטונית, בראש עמוד 142.

דרך לטיפול בקושי:

תחילה לחשב את התדירות הזוויתית ואת המהירות הזוויתית בתנועה מעגלית קצובה,

ולראות שהתוצאות זהות. ואחר-כך לחשב את התדירות הזוויתית של מטוטלת מתמטית, ואת המהירות הזוויתית הרגעית באחת הנקודות של תנועת המטוטלת (בעזרת הקשר עם המהירות הקווית $v = \omega r$).

ב. חישובי אנרגיה בתנודות משקולת על קפיץ אנכי

תלמידים מתקשים בחישובי עבודה ואנרגיה במערכת של משקולת התלויה על קפיץ.

דרך לטפול בקושי:

הוראת סעיף 5.2 - המרות אנרגיה בתנודות משקולת התלויה על קפיץ אנכי שבעמוד 148 בספר לתלמיד.

2. יישומונים בנושאי הפרק

א. היישומון **תנועה הרמונית - מטוטלת** מאתר 3 (פרטי האתר מופיעים ברשימת האתרים במבוא הכללי לספר).

תיאור: המחשה של תנועה הרמונית של מטוטלת. ניתן לשנות את אורך החוט, תאוצת הנפילה החופשית, מסת המשקולת, משרעת התנודות.

ניתן להציג את הגרפים: מקום (אורך החוט), מהירות קווית, תאוצה משיקית, כוח בכיוון משיקי, אנרגיות - כולם כפונקציה של הזמן.

קישור ישיר ליישומון:

<http://www.walter-fendt.de/ph14e/pendulum.htm>

דירוג: ★★★★★☆

ב. היישומון **תנועה הרמונית - קפיץ** מאתר 3 (פרטי האתר מופיעים ברשימת האתרים במבוא הכללי לספר).

תיאור: המחשה של תנועה הרמונית של משקולת תלויה על קפיץ. ניתן לשנות את: קבוע הקפיץ, מסת המשקולת, תאוצת הנפילה החופשית, משרעת התנודות.

ניתן להציג את הגרפים: מקום, מהירות, תאוצה, כוח שקול, אנרגיות - כולם כפונקציה של הזמן. קישור ישיר ליישומון:

<http://www.walter-fendt.de/ph14e/springpendulum.htm>

דירוג: ★★★★★☆

3. פתרונות לתרגילי הפרק עם הערות דידקטיות ייעודיות לתרגילים

1. א. תנועת הכדור היא מחזורית. זמן המחזור הוא הזמן שעובר מרגע שחרור הכדור עד שהכדור מגיע בפעם הבאה לאותו גובה. התנועה במחזור השני זהה לזו שבמחזור הראשון, וכך הלאה.
ב. תנועת הכדור אינה הרמונית, כי הכוח השקול הפועל עליו הוא כוח הכובד, וגודלו אינו משתנה ביחס ישר למרחק מנקודת שיווי המשקל.

2. א. A - מייצג את משרעת התנועה.

ω - מייצג את התדירות הזוויתית של התנועה.

t - מייצג את הזמן כאשר $t_0 = 0$ הוא תחילת התנועה.

x - מייצג את המקום הרגעי של הגוף הנע, ביחס לציר מקום שנבחר.

ב. יחידות S.I.: המשרעת A נמדדת במטרים, ω ב- s^{-1} , t בשניות, x במטרים.

ג. הגודל ωt הוא מספר טהור, כלומר חסר יחידות.

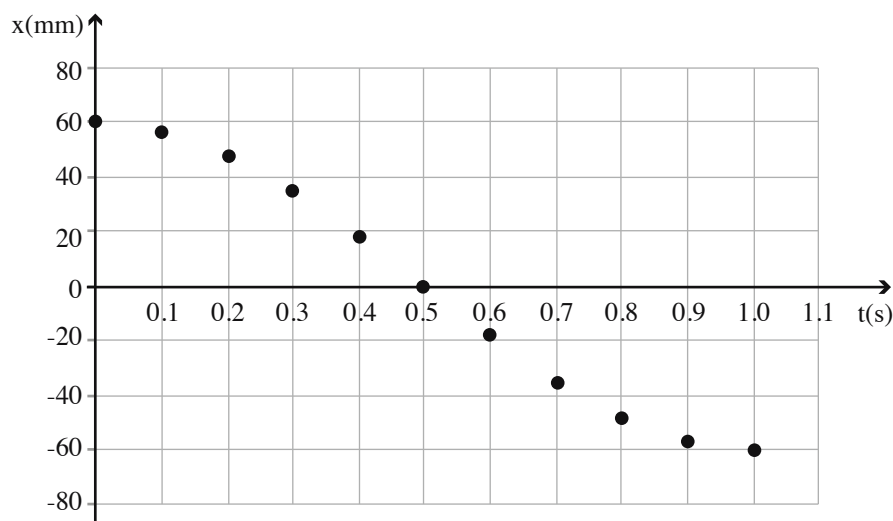
ד. הנוסחה תקפה לגוף המתנווד בתנועה הרמונית, ותנאי ההתחלה הם: ב- $t_0 = 0$ מתקיים $x = A$ ו- $v_0 = 0$.

3. א. A_6 היא נקודת שיווי המשקל, כי בה המהירות היא מרבית.

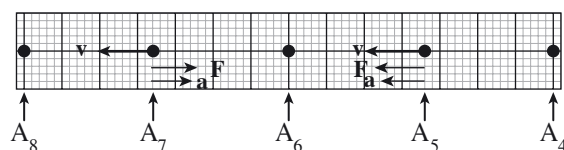
ב. טבלת מקום-זמן:

מקום - x (cm)	זמן - t (s)	הנקודה
6	0.0	A_1
5.7	0.1	A_2
4.85	0.2	A_3
3.5	0.3	A_4
1.8	0.4	A_5
0	0.5	A_6
-1.8	0.6	A_7
-3.5	0.7	A_8
-4.85	0.8	A_9
-5.7	0.9	A_{10}
-6	1.0	A_{11}

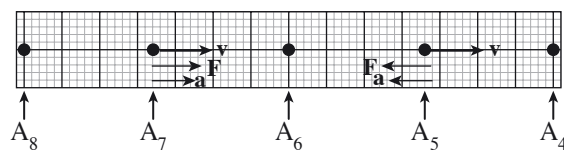
גרף מקום-זמן:



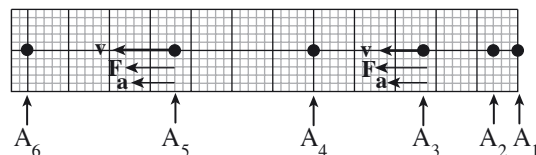
4. א. וקטורי הכוח, המהירות והתאוצה בנקודות A_5 ו- A_7 בתנועת הגוף שמאלה:



ב. וקטורי הכוח, המהירות והתאוצה בנקודות A_5 ו- A_7 בתנועת הגוף ימינה:



ג. וקטורי הכוח, המהירות והתאוצה בנקודות A_3 ו- A_5 בתנועת הגוף שמאלה:



הכוח ב- A_5 קטן מזה שב- A_3 ; התאוצה ב- A_5 קטנה מזו שב- A_3 ; המהירות ב- A_5 גדולה מזו שב- A_3 .

ד. גודל הכוח וגודל התאוצה מגיעים לערכם המרבי בנקודות A_1 ו- A_{11} , ולערכם המזערי (אפס) ב- A_6 כי גדלים אלה נמצאים ביחס ישר למרחק מנקודת שיווי המשקל. גודל המהירות מגיע לערכו המרבי ב- A_6 ולערכו המזערי (אפס) ב- A_1 וב- A_{11} , כי בקצוות המהירות היא אפס, והיא הולכת וגדלה ככל שהגוף מתקרב לנקודת שיווי המשקל.

ה. ב- A_1 מהירות החלקיק שווה לאפס, אך פועל עליו כוח שמאלה. במהלך תנועתו שמאלה הכוח הולך וקטן, לכן התאוצה הולכת וקטנה, אך המהירות הולכת וגדלה. בנקודה A_6 הכוח והתאוצה מתאפסים, והמהירות מגיעה לערכה המרבי. מ- A_6 ל- A_{11} הכוח פועל ימינה, והוא גורם לתאוצה ימינה, לכן גודל המהירות הולך וקטן, עד שהוא מתאפס בנקודה A_{11} .
התנועה מ- A_{11} ל- A_1 דומה לתנועה מ- A_1 ל- A_{11} .

5. א. השיעור של נקודת שיווי המשקל הוא $x = 0$. הגוף עובר לראשונה בנקודת שיווי המשקל ברגע $t = 0.1$ s, ובפעם השנייה ברגע $t = 0.3$ s.

ב. משרעת התנודות שווה לערך המרבי של x , לכן ערכה $A = 2$ cm.
זמן המחזור הוא הזמן שבו הגוף מבצע תנודה שלמה, לכן $T = 0.4$ s.
התדירות:
$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.4} = 2.5 \text{ Hz}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{c}} \Rightarrow 0.4 = 2\pi \sqrt{\frac{0.05}{c}} \Rightarrow c = 12.34 \text{ N/m}$$

ברגע $t = 0.6$ s הגוף נמצא בקצה המסלול, בנקודה ששיעורה $x = -2$ cm.

$$F = -cx \Rightarrow F = -12.34 \cdot (-0.02) \approx 0.247 \text{ N}$$

6. א. נוסחת תאוצה-זמן בתנועה הרמונית פשוטה היא:

$$a = -Aw^2 \cos wt$$

הערך המקסימלי של גודל התאוצה הוא:

$$a_{\max} = Aw^2$$

בתנועה מחזורית:

$$w = 2\pi f$$

$$a_{\max} = A \cdot 4\pi^2 f^2 = 10^{-3} \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot (256)^2 \approx 2,590 \text{ m/s}^2$$

לכן:

ב. גודל התאוצה הוא מרבי בקצות המסלול, כיוון שבקצות המסלול גודל הכוח הוא מרבי. בנקודות אלה גודל המהירות אפס.

7. א. תנועת הגוף היא הרמונית כי פונקציית תאוצה-מקום של הגוף היא:

$$a = -60x$$

כלומר התאוצה מכוונת לנקודת שיווי המשקל, וגודלה פרופורציוני למרחק מנקודת שיווי המשקל.

ב. על-פי הגרף, בנקודה ששיעורה $x = -0.1$ m התאוצה היא $a = 6 \text{ m/s}^2$.

$$sF = ma \Rightarrow sF = 0.2 \cdot 6 = 1.2 \text{ N}$$

גודל הכוח השקול הוא 1.2 ניוטון, וכיוונו מצביע לעבר נקודת שיווי המשקל.

ג. הזמן שחולף מרגע שהגוף יצא לדרכו מהנקודה ששיעורה $x = 0.1$ m עד שהוא מגיע לראשונה

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{c}} \Rightarrow \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m}{c}}$$

לנקודה ששיעורה $x = 0$ הוא רבע זמן מחזור.

$$a = -60x$$

בסעיף א רשמנו כי:

$$sF = ma = 0.2 \cdot (-60)x = -12x \quad \text{לקן:}$$

$$c = 12 \text{ N/m} \quad \text{בתנועה הרמונית פשוטה ה-} \Sigma F = -cx \text{, לקן:}$$

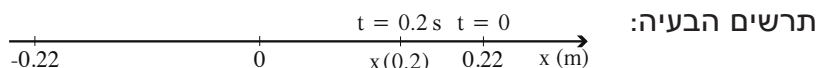
$$\frac{T}{4} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{0.2}{12}} \approx 0.2 \text{ s}$$

$$v = -Aw \sin wt \Rightarrow v_{\max} = \pm Aw \quad \text{ד. בנקודה ששיעורה 0 מהירות הגוף היא מרבית.}$$

$$v_{\max} = \pm A \sqrt{\frac{c}{m}} = \pm 0.1 \sqrt{\frac{12}{0.2}} \approx \pm 0.77 \text{ m/s}$$

8. משפט (3) אינו נכון; ברגע $t = 0.2 \text{ s}$ מהירות הגוף שווה לאפס, כלומר הגוף נמצא באחד הקצוות של מסלול התנועה. בקצוות מסלול התנועה הכוח הוא מרבי, לכן התאוצה מרבית.

9. א. נגדיר ציר x שכיוונו החיובי ימינה, וראשיתו בנקודת שיווי המשקל.



$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ s}^{-1} \quad \text{התדירות הזוויתית של התנודות:}$$

$$x = A \cdot \cos \omega t = 0.22 \cdot \cos \pi t \quad \text{נוסחת מקום-זמן:}$$

כאשר t ו- x ביחידות SI.

$$x(0.2) = 0.22 \cdot \cos(\pi \cdot 0.2) \approx 0.178 \text{ m} \quad \text{ב.}$$

הערה (אנא): חילבנו את הקסיןאס כאשר האספר $3.14 \cdot 0.2$ מאטא ביחידה רדיאן. אפאר אלחא
אג הקסיןאס אא האספר ביחידאג אא מאאא, ואז יא אלחא קסיןאס אא $180^\circ \cdot 0.2$.

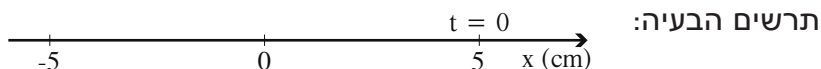


ג. ברגע $t = 0$ הגוף היה בנקודה ששיעורה $x(0) = 22 \text{ cm}$, וברגע $t = 0.2 \text{ s}$ הגוף היה בנקודה

$$|x(0.2) - x(0)| = |17.8 - 22| = 4.2 \text{ cm} \quad \text{ששיעורה } x(2) \approx 0.178 \text{ m. לכן המרחק שהגוף עבר:}$$

$$v = -Aw \sin wt \Rightarrow v(0.2) = -0.22 \cdot \pi \cdot \sin(\pi \cdot 0.2) \approx -0.41 \text{ m/s} \quad \text{ד.}$$

10. א. נגדיר ציר x שכיוונו החיובי ימינה, וראשיתו בנקודת שיווי המשקל.



זמן המחזור הוא $T = 0.4 \text{ s}$. תנועת הגוף מקצה אחד של מסלול התנועה עד הקצה האחר היא חצי מחזור. לכן הזמן הדרוש הוא מחצית זמן המחזור, דהיינו 0.2 s .

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.4} = 5\pi \text{ s}^{-1} \quad \text{ב. התדירות הזוויתית של התנודות:}$$

$$v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2} = \pm 5\pi \sqrt{(0.05)^2 - (0.02)^2} = \pm 0.72 \text{ m/s} \quad \text{חישוב המהירות בדרך א:}$$

גודל מהירות הגוף הוא 0.72 מ'ש', וכיוונה שמאלה.

חישוב המהירות בדרך ב: נתייחס תחילה לרגע שבו הגוף עובר לראשונה בנקודה ששיעורה

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow -2 = 5 \cos(5 \text{ pt}) \quad x = -2 \text{ cm}$$

$$\cos(5 \text{ pt}) = -0.4 \Rightarrow 5 \text{ pt} = 2 \text{ pk} \pm 1.98$$

הזמן המינימלי הדרוש כדי שהגוף יגיע לראשונה לנקודה ששיעורה $x = -2 \text{ cm}$ מקיים: $5 \text{ pt} = 1.98$

$$v = -\omega A \sin \omega t = -5\pi \cdot 0.05 \sin 1.98 \approx -0.72 \text{ m/s} \quad \text{המהירות באותו רגע:}$$

$$a = -\omega^2 x = -(5\pi)^2 \cdot (-0.02) \approx 4.9 \text{ m/s}^2 \quad \text{חישוב התאוצה:}$$

$$a = -\omega^2 A \cos \omega t \quad \text{שים לב, אפשר לפתור גם בעזרת הנוסחה:}$$

(חישבנו לעיל שעבור $x = -2 \text{ cm}$ מתקיים $\omega t = 1.98$).

$$sF = ma = 0.01 \cdot 4.9 \approx 0.049 \text{ N} \quad \text{חישוב הכוח:}$$

$$v = -\omega A \sin \omega t \quad \text{ג. המהירות מקיימת:}$$

$$-\sin \omega t = 1 \quad \text{לכן הגודל המרבי של המהירות מתקבל כאשר } \omega t = 1$$

$$v_{\max} = \omega A = 5\pi \cdot 0.05 \approx 0.79 \text{ m/s}$$

כאמור, גודל המהירות הוא מרבי בנקודת שיווי המשקל. בנקודה זו הכוח השקול שווה לאפס,

$$a = 0 \quad \text{לכן התאוצה בנקודה זו:}$$

11. החלקיק נע מ- $x = 1 \text{ cm}$ עד לנקודת שיווי המשקל בפרק זמן קצר יותר מפרק הזמן הנדרש לו לנוע

מ- $x = 10 \text{ cm}$ ל- $x = 9 \text{ cm}$. נימוק: המהירות המינימלית בקטע הראשון מתקבלת בנקודה $x = 1 \text{ cm}$,

והיא גדולה מן המהירות המקסימלית בקטע השני (המתקבלת בנקודה $x = 9 \text{ cm}$).

12. גודל התאוצה בנקודה המרוחקת 5 ס"מ מנקודת שיווי המשקל:

$$a = \omega^2 x = (2\pi f)^2 x = (2 \cdot \pi \cdot 10)^2 \cdot 0.05 = 20\pi^2 \approx 197.4 \text{ m/s}^2$$

$$|sF| = ma = 0.5 \cdot 20\pi^2 = 10\pi^2 \approx 98.7 \text{ N} \quad \text{גודל הכוח:}$$

$$c = \frac{\Sigma F}{x} = \frac{10\pi^2}{0.05} = 200\pi^2 \text{ N/m}$$

$$U_{sp} = \frac{1}{2} cx^2 = \frac{1}{2} \cdot 200\pi^2 \cdot (0.05)^2 = 0.25 \pi^2 \approx 2.47 \text{ J} \quad \text{האנרגיה הפוטנציאלית:}$$

$$E = \frac{1}{2} \cdot c \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot 200\pi^2 \cdot (0.1)^2 = \pi^2 \quad \text{האנרגיה המכנית הכוללת:}$$

$$E_k = E - U_{sp} = \pi^2 - 0.25\pi^2 = 0.75\pi^2 \approx 7.4 \text{ J} \quad \text{האנרגיה הקינטית:}$$

13. א. על-פי נוסחת מקום-זמן הנתונה בשאלה, התדירות הזוויתית היא $\omega = 10 \text{ s}^{-1}$.

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{m}} \quad \text{מצד שני:}$$

$$10 = \sqrt{\frac{c}{0.05}} \quad \text{נציב נתונים במשוואה האחרונה:}$$

$$c = 5 \text{ N/m} \quad \text{פתרון המשוואה:}$$

$$F = -5x \quad \text{לכן הביטוי לכוח המחזיר:}$$

ב. האנרגיה הקינטית המרבית מתקבלת כאשר המהירות היא מרבית:

$$v = -A\omega \sin(\omega t) \Rightarrow v_{\max} = A\omega$$

$$A = 4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m} \quad \text{על-פי נוסחת מקום-זמן הנתונה:}$$

$$v_{\max} = 0.04 \cdot 10 = 0.4 \text{ m/s}$$

$$E_{k, \max} = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = \frac{1}{2} \cdot 0.05 \cdot (0.4)^2 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ J} \quad \text{לכן:}$$

ג. בנקודת שיווי המשקל יש לחלקיק רק אנרגיה קינטית. ככל שהוא מתרחק מנקודת שיווי המשקל ומתקרב לנקודת קצה של המסלול - יותר ויותר אנרגיה קינטית מומרת באנרגיה פוטנציאלית, ובקצה המסלול כל האנרגיה היא פוטנציאלית. מאחר והאנרגיה הכוללת נשמרת, האנרגיה הפוטנציאלית המקסימלית שווה לאנרגיה הקינטית המקסימלית ושווה גם לאנרגיה המכנית הכוללת.

$$E = \frac{cA^2}{2} = \frac{5 \cdot 0.04^2}{2} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ J} \quad \text{בדיקה:}$$

$$E_k = U_{sp} \quad 14.$$

$$(א) \quad \frac{1}{2} m (\omega \sqrt{A^2 - x^2})^2 = \frac{1}{2} \cdot c \cdot x^2$$

$$(ב) \quad m\omega^2 = c$$

$$A^2 - x^2 = x^2 \Rightarrow x = A / \sqrt{2} \quad \text{מ- (א) ו- (ב) נקבל:}$$

15. א. בנקודת שיווי המשקל מתקיים:

$$mg = kD\ell_0 \Rightarrow 0.4 \cdot 10 = 40D\ell_0 \Rightarrow D\ell_0 = 0.1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

התארכות מן המצב הרפוי עד נקודת שיווי המשקל היא 10 ס"מ.

ב.

הכוח					h (ס"מ)
9	6	3	0		
0.4	1.6	2.8	4	גודל (ניוטון)	F ₁
מעלה	מעלה	מעלה	מעלה	כיוון	
4	4	4	4	גודל (ניוטון)	F ₂
מטה	מטה	מטה	מטה	כיוון	
3.6	2.4	1.2	0	גודל (ניוטון)	sF
מטה	מטה	מטה	-----	כיוון	

ג. בנקודת שיווי המשקל הכוח השקול שווה לאפס, ובנקודות האחרות, שהן מעל נקודת שיווי המשקל, הוא מכיוון מטה, כלומר לעבר נקודת שיווי המשקל. גודל הכוח השקול נמצא ביחס ישר למרחק מנקודת שיווי המשקל. תבנית הכוח, ביחס לציר מקום שראשיתו בנקודת שיווי המשקל היא:

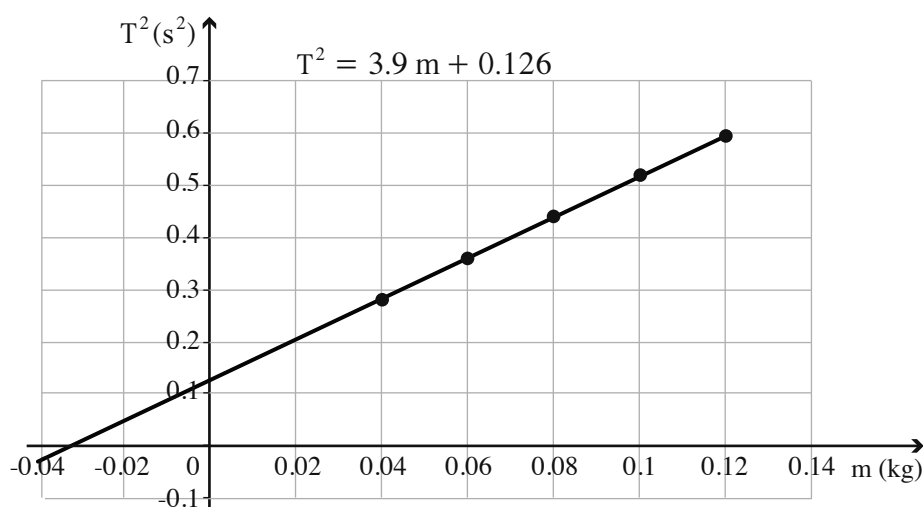
$$F = -40x$$

16. א. אמנם השעון מודד מאיות השנייה, אולם יש שגיאות מדידה הנובעות מזיהוי הרגע המדויק שבו מסתיימת תנודה, ומזמן התגובה של המודד. גודל השגיאה אינו תלוי במספר המחזורים, אולם השגיאה היחסית קטנה יותר ככל שמספר המחזורים גדל.

ב. הטבלה:

מספר הדסקיות	זמן מחזור T(s)	מסת הדסקיות m(kg)	T ² (s ²)
2	0.53	0.04	0.28
3	0.60	0.06	0.36
4	0.66	0.08	0.44
5	0.72	0.10	0.52
6	0.77	0.12	0.59

הגרף:



$$(א) \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m_0 + m}{k}}$$

ג. הנוסחה לזמן המחזור:

כאשר: m - מסת הדסקיות; m_0 - מסת הסל; k - קבוע הקפיץ; T - זמן המחזור של התנודות.

$$(ב) \quad T^2 = \frac{4\pi^2}{k}m + \frac{4\pi^2}{k}m_0$$

נעלה את הנוסחה (א) בריבוע, ונפתח סוגריים:

$$T^2 = am + b$$

התבנית המתמטית שהתקבלה היא:

כאשר a ו- b הם קבועים. תבנית מתמטית זו מייצגת קשר לינארי בין T^2 ל- m , שייצוגו הגרפי הוא קו ישר.

ד. **הסבר מילולי:** נקודת החיתוך עם ציר האנכי (T^2) מייצגת את ריבוע זמן המחזור כאשר אין דסקיות בסל, כלומר רק הסל הריק מתנודד. נקודת החיתוך עם הציר האופקי (m) מייצגת את המסה שיש להחסיר ממסת הסל כדי שזמן מחזור התנודות יהיה שווה לאפס, וזה בדיוק מסת הסל.

$$T_0^2 = \frac{4\pi^2}{k} m_0 \quad \text{הסבר מתמטי: על פי נוסחה (ב) נקודת החיתוך עם הציר האנכי } T^2 \text{ היא:}$$

נקודת החיתוך עם הציר האופקי (m) היא ערך m' שעבורו T^2 בנוסחה (ב) שווה לאפס, כלומר:

$$0 = \frac{4\pi^2}{k} m' + \frac{4\pi^2}{k} m_0 \Rightarrow m' = -m_0$$

ה. כפי שמוסבר בפתרון לסעיף ד נקודת חיתוך הגרף עם הציר האופקי m שווה למינוס מסת הסל. על פי הגרף המופיע בתשובה לסעיף ב נקודת החיתוך שווה בקירוב טוב ל-0.03 ק"ג. מכאן שמסת הסל שווה ל-0.03 ק"ג או 30 גרם.

16. על פי נוסחה (ב) בפתרון לסעיף (ג) שיפוע הגרף, S , שווה ל- $\frac{4\pi^2}{k}$. השיפוע S של הגרף המסורטט בסעיף (ב) הוא $3.9 \frac{s^2}{kg}$ (ראה משוואת הקו המופיעה באיור).

$$\frac{4\pi^2}{k} = 3.9 \Rightarrow k \approx 10 \text{ N/m} \quad \text{מכאן:}$$

17. א. לא. זמן המחזור נקבע על-ידי מסת המשקולות וקבוע הקפיץ בלבד, על-פי הקשר $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

ב. בתנודות על פני הירח נקודת שיווי המשקל תהיה גבוהה יותר. נסמן ב- $\Delta\ell_0$ את התארכות הקפיץ

$$mg = k\Delta\ell_0 \quad \text{ממצבו הרפוי עד נקודת שיווי המשקל:}$$

$$\Delta\ell_0 = \frac{mg}{k} \quad \text{לכן:}$$

על פני הירח g קטן יותר (פי שישה בערך) מאשר על פני הארץ לכן $\Delta\ell_0$ יהיה קטן יותר, כלומר נקודת שיווי המשקל תהיה גבוהה יותר. זמן המחזור לא משתנה, כי אינו תלוי ב- g .

$$mg = k\Delta\ell_0 \Rightarrow k = \frac{mg}{\Delta\ell_0} = \frac{1.6 \cdot 10}{0.08} = 200 \text{ N/m} \quad \text{18. א. נחשב תחילה את קבוע הקפיץ:}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{1.6}{200}} = 0.56 \text{ s} \quad \text{נחשב את זמן המחזור של התנודות:}$$

$$W = E_2 - E_1 \quad \text{ב.}$$

כאשר: W - העבודה דרושה למתיחת הקפיץ;

E_2 - אנרגיה מכנית כוללת בנקודה התחתונה;

E_1 - אנרגיה מכנית כוללת בנקודת שיווי המשקל.

(1) נבחר את המישור האופקי העובר בנקודה התחתונה כמישור ייחוס עבור האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית, ואת מישור הייחוס עבור האנרגיה האלסטית במצב שבו הקפיץ רפוי:

$$W = \left[\frac{1}{2}k(\Delta\ell)^2 \right] - \left[mgh + \frac{1}{2}k(\Delta\ell_0)^2 \right]$$

כאשר: $\Delta\ell$ - התארכות הקפיץ בנקודה הנמוכה מעבר למצבו הרפוי.

$\Delta\ell_0$ - התארכות הקפיץ בנקודת שיווי המשקל מעבר למצבו הרפוי.

$$W = \left[\frac{1}{2} \cdot 200(0.13)^2 \right] - \left[1.6 \cdot 10 \cdot 0.05 + \frac{1}{2} \cdot 200 \cdot (0.08)^2 \right] = 0.25 \text{ J}$$

$$W = \frac{1}{2}ky^2 - 0 \quad (2)$$

כאשר: y - התארכות הקפיץ בנקודה הנמוכה מעבר למצבו בנקודת שיווי המשקל.

$$W = \frac{1}{2} \cdot 200 \cdot (0.05)^2 = 0.25 \text{ J}$$

$$v_{\max} = \omega A = \sqrt{\frac{k}{m}} A = \sqrt{\frac{15}{0.3}} \cdot 0.1 = 0.71 \text{ m/s} \quad (1) \quad 19.$$

(2) נחשב תחילה את התארכות הקפיץ ממצבו הרפוי כאשר המשקולת בנקודת שיווי המשקל:

$$mg = k\Delta\ell_0 \Rightarrow 0.3 \cdot 10 = 15 \cdot \Delta\ell_0 \Rightarrow \Delta\ell_0 = 0.2 \text{ m}$$

בנקודת שחרור הגוף, התארכות הקפיץ היא $\Delta\ell_1 = 10 \text{ cm}$. נשווה את האנרגיה המכנית הכוללת בנקודת השחרור לזו שבנקודת שיווי המשקל. לשם כך נגדיר מישור אופקי העובר בנקודת שיווי המשקל כמישור ייחוס לאנרגיה הפוטנציאלית הכובדית.

$$mgh + \frac{1}{2}k(\Delta\ell_1)^2 = \frac{1}{2}k(\Delta\ell_0)^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

$$0.3 \cdot 10 \cdot 0.1 + \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot (0.1)^2 = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot (0.2)^2 + \frac{1}{2} \cdot 0.3 \cdot v^2$$

$$v \approx 0.7 \text{ m/s}$$

פתרון המשוואה:

(3) נסמן: y - הקואורדינטה של נקודת השחרור ביחס לציר מקום y שראשיתו בנקודת שיווי המשקל.

$$\frac{1}{2}ky^2 = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot (0.1)^2 = \frac{1}{2} \cdot 0.3 \cdot v^2 \Rightarrow v \approx 0.71 \text{ m/s}$$

20. השורות הראשונות של הטבלה שהתקבלה בגיליון אלקטרוני:

$\frac{(x \text{ (rad)}) - \sin x}{x \text{ (rad)}} \cdot 100$	$\sin x$	x (rad)	x (°)
	0	0	0
0.000203	0.003491	0.003491	0.2
0.000812	0.006981	0.006981	0.4
0.001828	0.010472	0.010472	0.6
0.003249	0.013962	0.013963	0.8
0.005077	0.017452	0.017453	1.0

א. כאשר הזוויות הולכות וקטנות, ההפרש בין הזווית x (ברדיאנים) לבין $\sin x$ הולך וקטן.

ב. תחום הזוויות x שבו ההפרש בין x (ברדיאנים) לבין $\sin x$ קטן מ-1% הוא: $0 \leq x \leq 14.0^\circ$.

ג. ההפרש באחוזים בין הזווית 15° כשהיא מבוטאת ברדיאנים, לבין סינוס הזווית, הוא כ-1.14%.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

21. זמן המחזור של מטוטלת מקיים:

$$(א) \quad T^2 = \frac{4\pi^2}{g} \ell$$

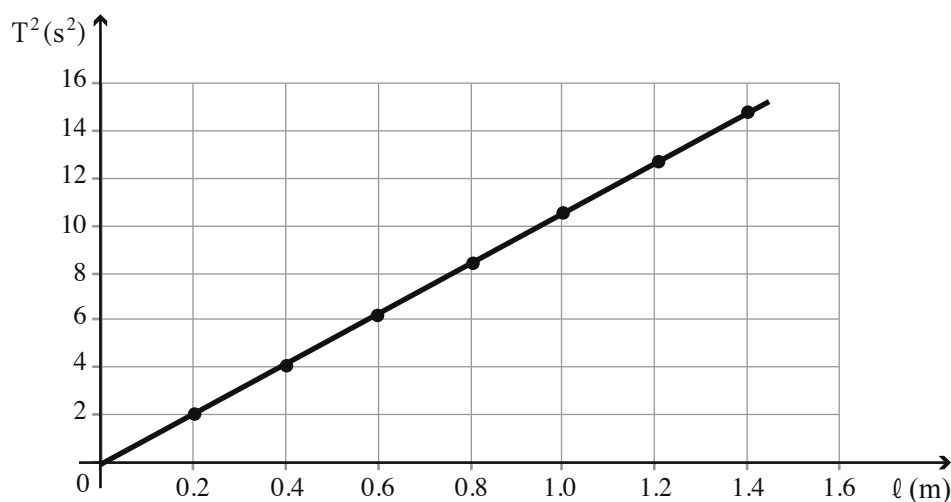
נעלה בריבוע את שני אגפי השוויון:

מכאן שהגרף של T^2 כפונקציה של ℓ צריך להיות קו ישר.

נוסיף לטבלה עמודה של ערכי T^2 :

$T^2(s^2)$	$T(s)$	$\ell(m)$
2.13	1.46	0.20
4.08	2.02	0.40
6.40	2.53	0.60
8.29	2.88	0.80
10.43	3.23	1.00
12.82	3.58	1.20
14.74	3.84	1.40

סרטטנו בעזרת גיליון אלקטרוני גרף של T^2 כפונקציה של ℓ . התקבל איור זה:



$$(ב) \quad T^2 = 10.6\ell - 0.063$$

הגרף הוא קו ישר שמשוואתו (על פי הגיליון האלקטרוני):

כאשר ℓ נמדד במטרים, ו- T נמדד בשניות.

$$\frac{4\pi^2}{g} = 10.6 \Rightarrow g \approx 3.7 \text{ m/s}^2$$

מהשוואה בין קשרים (א) ו-(ב) נובע:

22. התלמיד טעה. מותר לצמצם את הערך המספרי של התאוצה על פני הארץ (כאשר היא נתונה ביחידות S.I) עם π^2 ; התאוצה על הירח שונה משמעותית מ- π^2 .

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

23. א. שימור התנע:

$$(א) \quad 0.2 \cdot 0.6 + 0 = 0.2u_1 + 0.4u_2$$

נציב ערכים:

$$v_1 - v_2 = -(u_1 - u_2) \quad \text{מהירות יחסית בהתנגשות אלסטית:}$$

$$(ב) \quad 0.6 - 0 = -u_1 + u_2 \quad \text{נציב ערכים:}$$

$$u_2 = 0.4 \text{ m/s} ; u_1 = -0.2 \text{ m/s} \quad \text{מפתרון משוואות (א) ו-(ב) מקבלים:}$$

כלומר: כהרף עין לאחר ההתנגשות מהירות הקרונית הקשורה לקפיץ היא 0.4 מ'ש'.

ב. נחשב את המשרעת A מהשוואת האנרגיה המכנית בנקודת שיווי המשקל (כהרף עין לאחר

$$\frac{1}{2} m u_2^2 = \frac{1}{2} k A^2 \quad \text{ההתנגשות) לאנרגיה בנקודה שבה נעצרת הקרונית לראשונה:}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 0.4 \cdot (0.4)^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot A^2 \Rightarrow A = 0.08 \text{ m} \quad \text{נציב ערכים:}$$

$$(א) \quad x = A \cos(\omega t + \phi) \quad \text{נוסחת מקום-זמן כללית לתנועה הרמונית היא:}$$

$$(ב) \quad 0 = A \cos(0 + \phi) \quad \text{ב-} t = 0 \text{ ידוע כי } x = 0. \text{ נציב ערכים אלה בנוסחה (א):}$$

$$\phi = \pi/2 \quad \text{ערך } \phi \text{ במרווח } -\pi < \phi \leq \pi \text{ המקיים את (ב) הוא:}$$

$$x = A \cos(\omega t + \pi/2) \quad \text{לכן נוסחת מקום זמן (א) בתנאי התחלה של השאלה היא:}$$

$$(א) \quad x = A \sin(\omega t) \quad \text{או:}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{10}{0.4}} = 5 \text{ s}^{-1}$$

נציב את הערכים של A ו- ω במשוואה (א), ומקבל כי נוסחת מקום - זמן של הקרונית המתנוודדת:

$$x = 0.08 \sin 5 t$$

כאשר: x ו-t נמדדים ביחידות SI.

ד. נחשב את מקום הקרונית שאינה קשורה, ברגע שבו הקרונית הקשורה חוזרת לנקודת שיווי

המשקל שלה, כלומר כעבור מחצית זמן המחזור. נחשב תחילה את מחצית זמן המחזור:

$$\frac{T}{2} = \pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \pi \sqrt{\frac{0.4}{10}} \approx 0.628 \text{ s}$$

הקרונית שאינה קשורה נרתעת מן ההתנגשות במהירות $u_1 = -0.2 \text{ m/s}$ ונעה בתנועה קצובה.

$$\Delta x = u_1 t = -0.2 \cdot 0.628 \approx -0.13 \text{ m} \quad \text{לכן העתקה (ביחס לציר מקום שכיוונו ימינה):}$$

כלומר: הקרונית המתנוודדת יכולה להגיע למרחק מרבי של 0.08 m משמאל לנקודת שיווי

המשקל, אך כשהיא חולפת את נקודת שיווי המשקל בתנועתה שמאלה - הקרונית שאינה

קשורה נמצאת כבר במקום שהקרונית הקשורה אינה יכולה להגיע אליו. כלומר שתי הקרוניות

לא תתנגשנה שנית.

24. א. תחילה נמצא ביטוי לקבוע הכוח של הקפיץ:

$$(א) \quad k = \frac{mg}{\ell - \ell_0}$$

זמן המחזור של תנודות המשקולת התלויה בקצה הקפיץ:

$$(ב) \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

נציב את (א) ב-(ב):

$$(ג) \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell - \ell_0}{g}}$$

נסמן ב- d את אורך המטוטלת. זמן המחזור שלה:

$$(ד) \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{d}{g}}$$

מהשוואת ביטויים (ג) ו-(ד) נקבל:

$$d = \ell - \ell_0$$

ב. נסמן ב- M את מסת המשקולת הנוספת:

$$(ה) \quad 2T = 2\pi \sqrt{\frac{m+M}{k}}$$

מביטויים (ב) ו-(ה) נקבל:

$$M = 3m$$

25. א. מהירות הקרונית היא מרבית בנקודה A שהיא נקודת שיווי המשקל. כדי להוכיח זאת נבחר את השיעור של הנקודה A כאפס. עבור בחירה זו נוסחת מהירות זמן היא:

$$v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2}$$

מהנוסחה אפשר לראות כי לגודל המהירות (לערך המוחלט שלה) יש ערך מרבי כאשר $x = 0$. כלומר גודל המהירות של הקרונית הוא מרבי בנקודה A .

הערה והארה: הפסבר פרשום אלף פא קינמטי. אפטר אפסכיר בלגי דרכים נוספאג; דרך אחת בלזכר כח אלאזה, ודרך שנייה בלזכר שיקולי אנרגיה..



ב. אם מציבים בנוסחה הרשומה בתשובה א - $x = 0$ מקבלים כי $\omega A = |v_{\max}|$. מכאן:

$$|v_{\max}| = \sqrt{\frac{k}{m}} A = \sqrt{\frac{25}{2}} 0.06 \approx 0.212 \text{ m/s} = 21.2 \text{ cm/s}$$

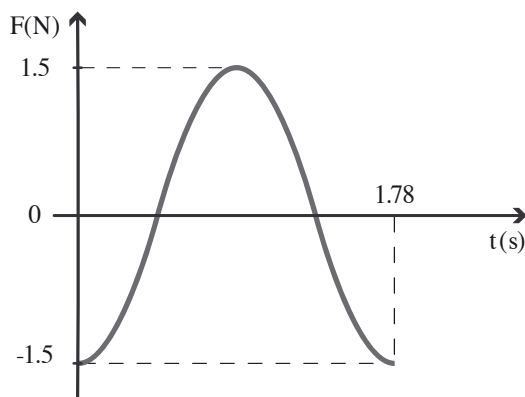
ג. נחשב את הערך המרבי של הכוח:

$$F_{\max} = kA = 25 \cdot 0.06 = 1.5 \text{ N}$$

נחשב את זמן המחזור של התנודות:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{2}{25}} \approx 1.78 \text{ s}$$

האיור שלהלן מציג את הכוח הפועל על הקרונית כפונקציה של הזמן, במהלך מחזור אחד של התנודות:



ד. נסמן ב- E את הקצה השמאלי של המסלול. כיוון המהירות זהה לכיוון הכוח בקטעים מ-D ל-C ומ-E ל-C, כי בכל נקודה (פרט לנקודה C) הכוח מכוון לעבר הנקודה C. בתנועת הגוף מ-D ל-C ומ-E ל-C, גם המהירות מכוונת לעבר C.

ה. לאחר שהקרונת עוברת דרך של 9 ס"מ היא מגיעה לנקודה ששיעורה הוא $x = -3 \text{ cm}$. נחשב מתי הקרונת מגיעה לראשונה לנקודה זו. נוסחת מקום זמן של גוף המתנווד בתנועה הרמונית עם תנאי התחלה כמו בתרגיל זה:

$$x = A \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t \Rightarrow -0.03 = 0.06 \cos \sqrt{\frac{25}{2}} t \Rightarrow \cos \sqrt{\frac{25}{2}} t = -0.5$$

$$\cos \sqrt{\frac{25}{2}} t = \cos \frac{2\pi}{3}$$

(א) $\sqrt{\frac{25}{2}} t = 2\pi n \pm \frac{2\pi}{3}$ התקבלה משוואה טריגונומטרית שפתרונותיה: כאשר: $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

אנו מחפשים את הערך החיובי הקטן ביותר של t . הוא מתקבל מ-(א) עבור $n = 0$,

$$t = \frac{\sqrt{2} \cdot 2\pi}{15} \approx 0.59 \text{ s}$$

כלומר $\sqrt{\frac{25}{2}} t = \frac{2\pi}{3}$, ואז:

כלומר הקרונת תעבור דרך של 9 ס"מ בפרק זמן של כ- 0.59 שניות לאחר שחרורה.

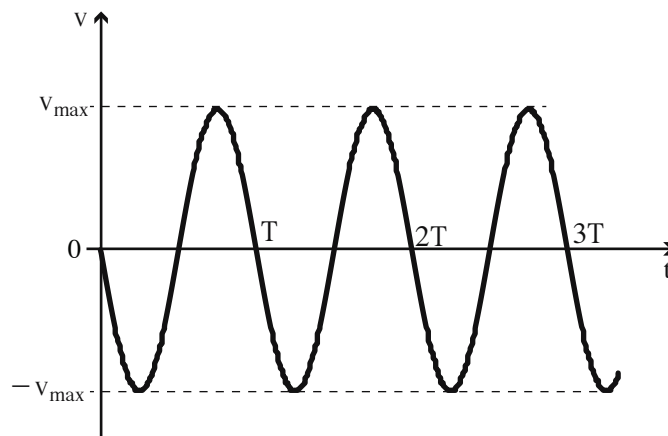
26. א. המטוטלת המקורית מקיימת: $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$ (א)

המטוטלת החדשה מקיימת: $T' = 2\pi \sqrt{\frac{9\ell}{g}} = 3 \cdot 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} = 3T$

ב. זמן המחזור יגדל: על-פי נוסחה (א) לעיל, אם g קטן אזי T גדל.

27. א. הביטוי למהירות הגוף כפונקציה של הזמן: $v = -A\omega \sin \omega t$

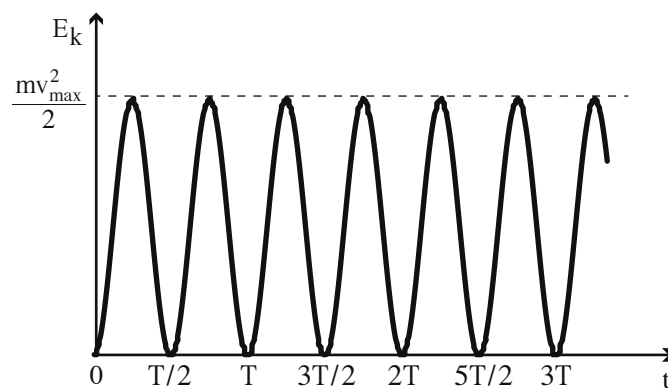
הגרף שלפניך מציג את מהירותו של הגוף כפונקציה של הזמן:



$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

הביטוי לאנרגיה הקינטית הוא:

האנרגיה הקינטית בכל רגע t שווה למכפלת ריבוע המהירות ב- $m/2$, לכן הגרף של האנרגיה הקינטית כפונקציה של הזמן הוא:



תשובה: מומנט אבנא אג תלרז באמצעלג עליון אלקטרוני.



ב. זמן מחזור העקומה של האנרגיה הקינטית כפונקציה של הזמן הוא $T/2$. אפשר לראות זאת מהשוואה של הגרפים המציגים את v ואת E_k כפונקציה של הזמן.

28. א. (1) כן; עד רגע $t = 0.44 \text{ s}$ הגוף נע לכיוון השלילי של ציר המקום, ברגע מסוים בין $t = 0.44 \text{ s}$ לבין $t = 0.46 \text{ s}$ הגוף שינה את כיוון תנועתו. מבינים זאת מכך שב- $t = 0.46 \text{ s}$ הגוף קרוב יותר לראשית ציר המקום ממה שהיה ב- $t = 0.44 \text{ s}$.

(2) משרעת התנודות היא 20 ס"מ , כי נקודת שיווי המשקל היא ב- $x = 0$, והגוף שוחרר מ- $x = 20 \text{ cm}$.

$$0.44 \text{ s} < \frac{T}{2} < 0.46 \text{ s}$$

(3) זמן המחזור מקיים:

כי לאחר מחצית זמן המחזור הגוף מגיע ל- $x = -20 \text{ cm}$.

ב- $t = 0.44 \text{ s}$ הגוף עדיין לא הגיע למקום זה, וב- $t = 0.46 \text{ s}$ הגוף חזר מנקודה זו.

$$\text{כלומר: } 0.88 \text{ s} < T < 0.92 \text{ s}$$

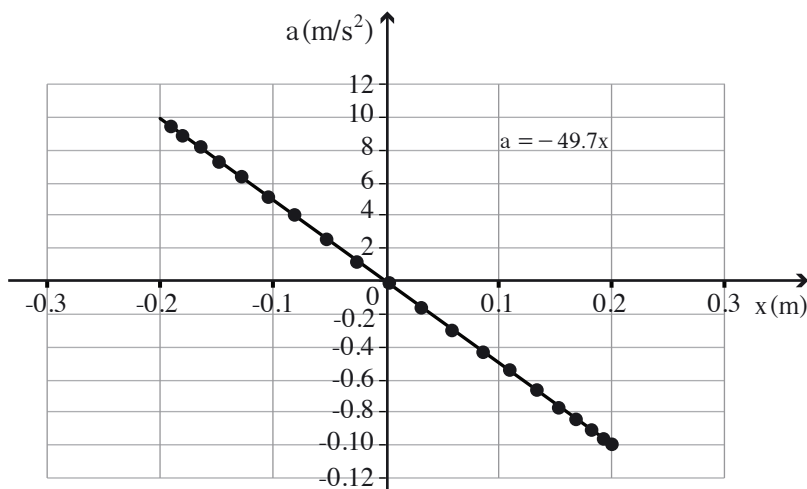
ב. (1) מקלידים ערך 0 עבור המהירות ברגע $t = 0$, ומחשבים את המהירות עבור רגעים

מ- $t = 0.02 \text{ s}$ עד $t = 0.42 \text{ s}$. לאחר מכן מחשבים בגיליון את התאוצות מרגע $t = 0.02 \text{ s}$ עד רגע

$t = 0.4 \text{ s}$, ומקבלים:

תאוצה - a (מ'ש ²)	מהירות - v (מ'ש')	מקום - x (מ')	זמן - t (ש')
	0	0.2	0
-9.8125	-0.1975	0.198	0.02
-9.625	-0.3925	0.1921	0.04
-9.0625	-0.5825	0.1823	0.06
-8.3125	-0.755	0.1688	0.08
-7.625	-0.915	0.1521	0.10
-6.5625	-1.06	0.1322	0.12
-5.375	-1.1775	0.1097	0.14
-4.25	-1.275	0.0851	0.16
-2.9375	-1.3475	0.0587	0.18
-1.5625	-1.3925	0.0312	0.20
-0.125	-1.41	0.003	0.22
1.25	-1.3975	-0.0252	0.24
2.625	-1.36	-0.0529	0.26
4	-1.2925	-0.0796	0.28
5.1875	-1.2	-0.1046	0.30
6.3125	-1.085	-0.1276	0.32
7.3125	-0.9475	-0.148	0.34
8.1875	-0.7925	-0.1655	0.36
8.9375	-0.62	-0.1797	0.38
9.5	-0.435	-0.1903	0.40
	-0.24	-0.1971	0.42
		-0.1999	0.44
		-0.1988	0.46

(1) מסרטטים את a כפונקציה של x ומקבלים:



הגרף מראה כי הקשר בין התאוצה a ובין המקום x הוא $a = -49.7x$, ולכן התנודות הן הרמוניות.

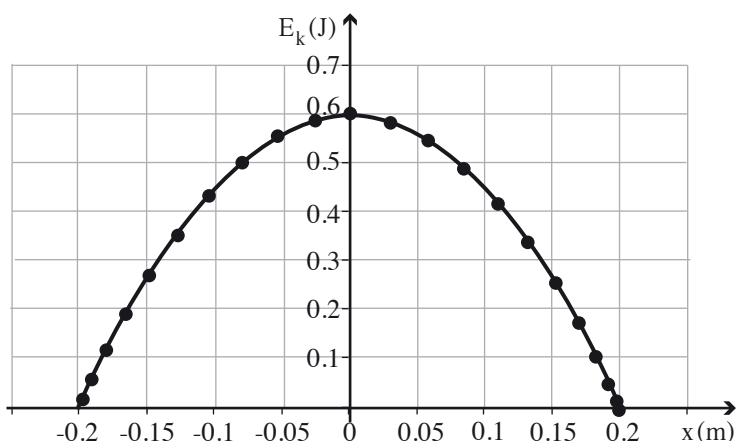
(2) מהגרף נובע כאמור כי:

$$a = -49.7x$$

נתון כי $m = 0.6\text{kg}$ לכן:

$$F = -29.8x$$

(3) ו- (4): הגרף שלפניך מתאר את האנרגיה הקינטית של המשקולת כפונקציה של המקום.



משוואת קו המגמה: $E_k = -14.9x^2 + 0.6$ וריבוע מקדם המתאם $R^2 = 1$.

הסבר לגרף: הגרף מתאים לביטוי המתמטי:

$$E_k = \frac{m}{2}\omega^2(A^2 - x^2)$$

לכן:

$$E_k = -\frac{m\omega^2}{2}x^2 + \frac{m\omega^2 A^2}{2}$$

בנקודת שיווי המשקל יש $E_{k, \max}$, ובקצוות המסלול $E_k = 0$.

29. א. ראשית חשוב להבין שמד הכוח מראה את הכוח שהקפיץ מפעיל עליו. ככל שהקפיץ מתארך יותר (כתוצאה מתנועת המשקולת) הוא מפעיל על החיפּשן כוח גדול יותר, והוראת החיפּשן גדולה יותר.

אנו רואים כי בתחילת הניסוי הכוח שמורה חיפּשן הכוח הולך וגדל. מכאן שהכוח שהקפיץ הפעיל על החיפּשן הלך וגדל. מכאן נובע כי הקפיץ הלך והתארך. מסקנה: התלמיד הסיט את מד המשקולת כלפי מעלה. כאשר הוא שחרר אותה היא ירדה וגרמה להתארכות הקפיץ לגדול, לכן הקפיץ הפעיל על חיפּשן הכוח כוח שהלך וגדל.

ב. בנקודה A הכוח הוא מרבי, מכאן שהתארכות הקפיץ היא מרבית - המשקולת הגיעה לנקודה הנמוכה ביותר של מסלול תנועתה, לכן היא נמצאת במנוחה רגעית.

בנקודה B המשקולת עוברת בנקודת שיווי המשקל שלה בתנועתה מעלה. רואים זאת מכך שהכוח הולך וקטן.

בנקודה C הכוח שהקפיץ מפעיל על החיפּשן הוא מינימלי, מכאן שאורך הקפיץ הוא מינימלי, והמשקולת הגיעה לנקודה הגבוהה ביותר של מסלול תנועתה, לכן היא נמצאת במנוחה רגעית.

ג. זמן המחזור הוא פרק הזמן מרגע $t = 0$ עד לרגע שבו נרשמה הנקודה C. משך זמן זה הוא 0.8 שנייה.

ד. הנקודה D נמצאת בין הנקודה הגבוהה ביותר שאליה מגיעה המשקולת (נקודה C), לבין נקודת שיווי המשקל שלה (נקודה B).

(1) גודל הכוח הוא 3 ניוטון (קריאה ישירה מהגרף), וכיוונו כלפי מעלה.

(2) על המשקולת פועל כוח הקפיץ (בן 3 ניוטון כלפי מעלה) וכוח הכובד בן 5 ניוטון כלפי מטה. מכאן שהכוח השקול הוא בן 2 ניוטון וכיוונו כלפי מטה.

(3) על פי החוק שני של ניוטון גודל תאוצת המשקולת: $a = \Sigma F/m = 2/0.5 = 4 \text{ m/s}^2$, וכיוונה ככיוון הכוח השקול, כלומר כלפי מטה.

ה. נחשב תחילה את התדירות הזוויתית ω :
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.8} = 7.85 \text{ s}^{-1}$$

נחשב את קבוע הקפיץ:
$$\omega = \frac{k}{m} \Rightarrow 7.85 = \sqrt{\frac{k}{0.5}} \Rightarrow k \approx 30.8 \text{ N/m}$$

ו. (1) על פי תבנית הכוח בתנועה הרמונית פשוטה:

$$\Sigma F_{\max} = -kA \Rightarrow -5 + 2 = -30.8 \cdot A \Rightarrow A = 9.74 \text{ cm}$$

(2) הנקודה B היא נקודת שיווי המשקל של המשקולת, והקואורדינטה שלה היא 0. הנקודה C היא הקצה העליון של התנודות, והקואורדינטה שלה היא 9.74 ס"מ (גודל המשרעת). בתנועה הרמונית גודל הכוח פרופורציוני לערך המוחלט של העתק הגוף. כיוון שבגרף המוצג בשאלה יש 3 משבצות בין הנקודות B ו-C, ומשבצת אחת בין הנקודות C ו-D, מכאן נובע כי הקואורדינטה של הנקודה D

מהווה $2/3$ ממשרעת התנודה:
$$x_c = \frac{2}{3}A = \frac{2}{3}9.74 \approx 6.49 \text{ cm}$$

ז. גודל המהירות:
$$v = \omega \sqrt{A^2 - x^2} = 7.85 \sqrt{9.74^2 - 6.49^2} \approx 57 \text{ cm/s} = 0.57 \text{ m/s}$$

30. א. התנועה היא מחזורית.

ב. התנועה היא מחזורית ותנודית.

ג. התנועה היא בקירוב הרמונית.

31. נתבונן בתנודה של אחד אטומי החמצן. זמן המחזור של תנועת אטום החמצן: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

כאשר k - קבוע הכוח האפקטיבי.

$$\frac{1}{f} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{1}{4 \cdot 10^{13}} = 2\pi\sqrt{\frac{2.66 \cdot 10^{-26}}{k}} \Rightarrow k \approx 1,680 \text{ N/m} \quad T = \frac{1}{f} \text{ לכן:}$$

32. א. נחשב תחילה בעזרת חוק שימור האנרגיה את מהירות הקרון הפוגע, לפני ההתנגשות, בתנועתו על

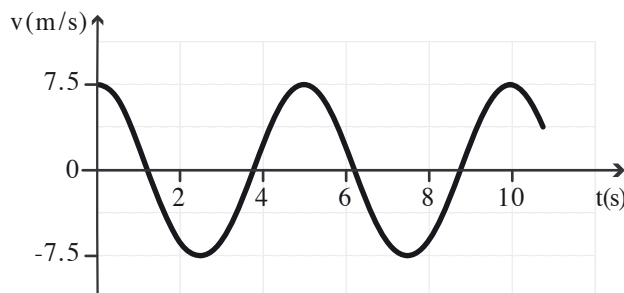
$$Mgh = \frac{1}{2}Mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 5} = 10 \text{ m/s} \quad \text{פני המשטח האופקי:}$$

כאשר M - מסת הקרון הפוגע.

נחשב בעזרת חוק שימור התנע, את המהירות המשותפת u , של שני הקרונות מיד לאחר

$$Mv + 0 = (M + m)u \Rightarrow 150 \cdot 10 = (150 + 50)u \Rightarrow u = 7.5 \text{ m/s} \quad \text{ההתנגשות:}$$

הערכים המספריים רשומים על הציר האנכי של הגרף שלפניך:



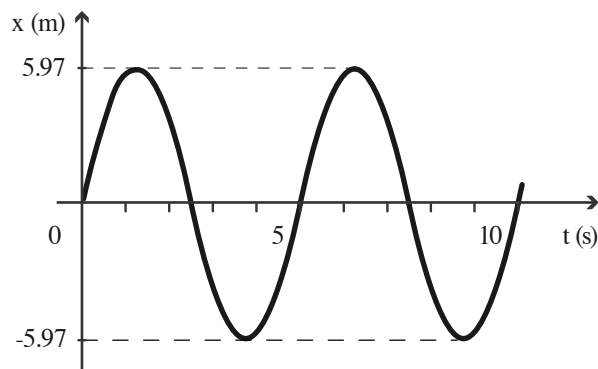
המהירות u שחושבה היא מהירות הגוף המורכב משני הקרונות (שמסתו $M+m$) במקום שבו הקפיץ רפוי, לכן, זאת המהירות המרבית שתהיה למערכת בזמן קיום התנודות ההרמוניות.

ב. נחשב את משרעת התנועה בעזרת הנוסחה: $v_{\max} = \omega A$ (א)

מהגרף שבאיור ב בגוף השאלה רואים כי זמן המחזור של תנודות שני הקרונות הוא $T = 5 \text{ s}$.

$$\text{לכן: } \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{5} \approx 1.257 \text{ s}^{-1} \quad \text{נציב שני ערכים אלה במשוואה (א), ונקבל: } 7.5 = 1.257A$$

ומכאן $A \approx 5.97 \text{ m}$. להלן הגרף המציג את המיקום של שני הקרונות מ- $t = 0$ עד $t = 10 \text{ s}$:



33. א. מאיור ב בגוף השאלה אפשר לראות כי זמן מחזור התנועה הוא $T = 1.2$ s.

לכן תדירות התנודות היא: $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1.2} \approx 0.83$ Hz

ב. חישוב קבוע הקפיץ: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow 1.2 = 2\pi\sqrt{\frac{0.2}{k}} \Rightarrow k \approx 5.48$ N/m

ג. (1) מהירות הקרונית אינה מתאפסת בפרק זמן זה, כי שיפוע המשיק בכל הנקודות שונה מאפס.

נימוק אחר: המהירות מתאפסת בקצות המסלול, אבל הקרונית לא נמצאת בקצות המסלול בפרק הזמן הנתון.

(2) תאוצת הקרונית מתאפסת ברגע $t = 0.3$ s; ברגע זה הקרונית חולפת בנקודת שיווי המשקל שבה שקול הכוחות שווה לאפס, ועל פי החוק השני של ניוטון גם התאוצה שווה לאפס.

ד. ברגע $t = 0.7$ s הקרונית נעה בכיוון השלילי של ציר ה-x כי בפרק זמן שסביב 0.7 שניות ערכי המקום, x, הולכים וקטנים.

34. א. הכוח בתנועה הרמונית פשוטה מכון בכל נקודה (פרט לנקודת שיווי המשקל) לעבר נקודת שיווי המשקל. כידוע, נקודה זאת היא ראשית ציר המקום, x. משתי עובדות אלה נובע שכאשר הגוף נמצא בנקודות ששיעוריהן חיוביים - הכוח שלילי, וכאשר הגוף נמצא בנקודות ששיעוריהן שליליים - הכוח חיובי. הסימן האלגברי - (מינוס) נדרש כי כאשר הוא מופיע בתבנית הכוח, הסימנים האלגברים הללו מוצגים מתמטית בתבנית הכוח.

ב. חישוב קבוע הקפיץ: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$ (א)

את זמן המחזור נמצא בעזרת הגרף שבאיור א בגוף השאלה: $T = 1$ s. נציב זאת בקשר (א) לעיל:

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 0.1}{1^2} = 3.95$$
 N/m

ג. (1) ברגע $t = 0.25$ s המשקולת נמצאת בנקודת שיווי המשקל של תנודתיה, לכן שקול הכוחות הוא

אפס. שקול הכוחות הוא הכוח שמפעיל הקפיץ על המשקולת כלפי מעלה מינוס כוח הכובד שפועל עליה כלפי מטה. מכאן שהכוח שהקפיץ מפעיל שווה לכוח הכובד, דהיינו ל- 1 ניוטון.

$$U_{sp} = \frac{1}{2}k\Delta\ell^2 \quad \text{(2) הביטוי המתמטי לאנרגיה הפוטנציאלית האלסטית האגורה בקפיץ הוא}$$

כאשר $\Delta\ell$ התארכות הקפיץ מעבר למצבו הרפוי.

$$mg = k\Delta\ell \Rightarrow 1 = 3.95\Delta\ell \Rightarrow \Delta\ell \approx 0.253 \text{ m}$$

נציב זאת בביטוי לאנרגיה הפוטנציאלית האלסטית האגורה בקפיץ:

$$U_{sp} = \frac{1}{2}k\Delta\ell^2 = \frac{1}{2} \cdot 3.95 \cdot 0.253^2 \approx 0.126 \text{ J}$$

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = 0 \quad \text{(3) האנרגיה הפוטנציאלית הכוללת:}$$

תרגיל: פאולט "אנרגיה פוטנציאלית כאלף" נזן בפרק 6 שבספר אלמנטר 5.2.



ד. (1) לאנרגיה הפוטנציאלית הכוללת מתאימה עקומה ב.

לאנרגיה הקינטית מתאימה עקומה א.

לאנרגיה הכוללת מתאימה עקומה ג.

$$t = 0.5 \text{ s} \quad \text{(2) ערך הזמן המתאים לנקודה B הוא:}$$

הסבר: עקומה א מתארת כאמור את האנרגיה הקינטית כפונקציה של הזמן. בנקודה שממנה המשקולת שוחררה ($x = 0.1 \text{ m}$) ברגע $t = 0$, האנרגיה הקינטית שווה לאפס. לאחר מכן האנרגיה הקינטית הולכת וגדלה עד שהיא מגיעה מערך מרבי בנקודת שיווי המשקל ($x = 0$), ולאחר שהיא עוברת את נקודת שיווי המשקל האנרגיה הקינטית הולכת וקטנה, עד שהיא מתאפסת שנית בנקודה הנמוכה ביותר ($x = -0.1 \text{ m}$) של המסלול. על פי עקומה א בגוף השאלה, המשקולת מגיעה לנקודה הנמוכה ביותר ברגע $t = 0.5 \text{ s}$.

(3) הנקודה A בגרף האנרגיות מתאימה לרגע $t = 0$ כאשר המשקולת נמצאת בנקודה הגבוהה ביותר. האנרגיה הכוללת היא:

$$E = U = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2} \cdot 3.95 \cdot 0.1^2 = 0.0197 \text{ J}$$

כיוון שהאנרגיה הקינטית בנקודה A היא 0.

35. האפשרות הנכונה היא (5). הכוח השקול הפועל על הגוף מכל צד של נקודת שיווי המשקל הוא קבוע, ואינו פרופורציוני להעתק מנקודת שיווי המשקל.

36. א. נחשב תחילה, בעזרת חוק הוק, את התארכות הקפיץ, $\Delta\ell$, מעבר למצבו הרפוי, עד לרגע $t = 0$. התארכות זו נגרמת על ידי משקל שתי המשקולות, לכן:

$$\Delta\ell = \frac{F}{k} = \frac{m_1g + m_2g}{k} = \frac{0.625 \cdot 10 + 1.25 \cdot 10}{25} = 0.75 \text{ m}$$

זאת תהיה ההתארכות המרבית אחרי שניתק הכדור בזמן תנודות המשקולת: $\Delta\ell_{\max}$
 בזמן התנודות הגודל המרבי של האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית האגורה בקפיץ:

$$U_{\text{sp, max}} = \frac{1}{2} k \Delta\ell_{\max}^2 = \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot 0.75^2 \approx 7.03 \text{ J}$$

ב. (1) חישוב האנרגיה הקינטית המרבית.

פתרון בדרך א:

נחשב תחילה את המהירות המרבית של המשקולת בעזרת הנוסחה (א) $v = \omega A = \sqrt{\frac{k}{m}} A$
 כדי לחשב את משרעת התנודות נחשב את התארכות הקפיץ, $\Delta\ell_0$, מעבר מצבו הרפוי, בנקודת שיווי המשקל החדשה (כלומר זו שמתקבלת לאחר ניתוק הכדור שמסתו m_2):

$$\Delta\ell_0 = \frac{F}{k} = \frac{m_1 g}{k} = \frac{0.625 \cdot 10}{25} = 0.25 \text{ m}$$

$$\Delta\ell_{\max} - \Delta\ell_0 = 0.75 - 0.25 = 0.5 \text{ m} \quad \text{מכאן שמשרעת התנודה היא:}$$

$$v = \sqrt{\frac{25}{0.625}} \cdot 0.5 \quad \text{נציב ערכים בנוסחה (א) לעיל:}$$

$$E_{k, \max} = \frac{mv^2}{2} = \frac{0.625}{2} \cdot \frac{25}{0.625} \cdot 0.5^2 = 3.125 \text{ J} \quad \text{האנרגיה הקינטית בנקודה זו:}$$

פתרון בדרך ב: שימוש בשימור אנרגיה מכנית

נבחר כמישור ייחוס במישור אופקי העובר בנקודה שבה הייתה המשקולת ברגע שבו ניתק הכדור. נסמן נקודה זו ב- M.

נסמן את נקודת שיווי המשקל החדשה (ראה פתרון בדרך א) ב- N. על פי חוק שימור האנרגיה המכנית, האנרגיות המכניות הכוללות בשתי נקודות אלה שוות:

$$E(M) = E(N)$$

$$(ב) \quad U_{\text{sp}}(M) = U_{\text{sp}}(N) + U_G(N) + E_k(N)$$

הערך המרבי של האנרגיה הקינטית זו האנרגיה הקינטית שתהיה למשקולת כאשר היא תחלוף

$$7.03 = \frac{1}{2} k \Delta\ell_0^2 + mgh + E_k(N) \quad \text{בנקודת שיווי המשקל החדשה N.}$$

$$7.03 = \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot 0.25^2 + 0.625 \cdot 10 \cdot 0.5 + E_k(N)$$

$$7.03 = 0.78 + 3.125 + E_k(N) \Rightarrow E_k(N) = 3.125 \text{ J}$$

(2) הזמן שלוקח למשקולת לעבור מהמצב ההתחלתי (התארכות הקפיץ היא 0.75 מטר) עד לנקודת שיווי המשקל (התארכות הקפיץ היא 0.25 מטר, והאנרגיה הקינטית היא מרבית) הוא רבע זמן מחזור

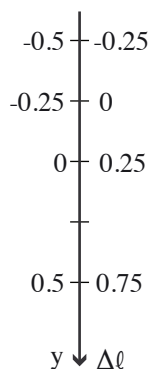
$$\frac{T}{4} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{0.625}{25}} \approx 0.248 \text{ s} \quad \text{של התנועה ההרמונית:}$$

ג. הגודל המרבי של הכוח שהקפיץ מפעיל על התקרה מתקבל כאשר המשקולת נמצאת במקום שבו היא היתה כאשר הכדור ניתק. התארכות הקפיץ מעבר למצבו הרפוי היתה 0.75 מטר. במצב זה

$$F_{\max} = k \Delta\ell_{\max} = 25 \cdot 0.75 = 18.75 \text{ N} \quad \text{הקפיץ מפעיל בכל קצה שלו כוח } F_{\max}.$$

ד. הכוח שהקפיץ מפעיל על התקרה מתאפס כאשר התארכות הקפיץ שווה לאפס. נבחר ציר y שכיוונו

החיובי כלפי מטה, וראשיתו בנקודת שיווי במשקל.



המשקולת שוחררה מנקודה ששיעורה $+0.5$ מטר, והיא מגיעה לנקודה שבה מתאפס הכוח שהקיפיץ מפעיל על התקרה ברגע שהיא מגיעה לנקודה ששיעורה -0.25 מטר. נחשב מהו פרק הזמן t

שנדרש לתנועה זו. נוסחת מקום-זמן של המשקולת:

$$y = A \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t \Rightarrow -0.25 = 0.5 \cos \sqrt{\frac{25}{0.625}} t \Rightarrow -0.5 = \cos \sqrt{\frac{25}{0.625}} t$$

$$\sqrt{\frac{25}{0.625}} t = 2.09 \text{ rad} \Rightarrow t \approx 0.33 \text{ s}$$

37. א. (1) נחלק את האירוע לשני שלבים:

שלב ראשון חדירת הקליע לתיבת העץ. בשלב זה מתקיים חוק שימור התנע, בהנחה שמשך החדירה קצר מאוד, כך שהמתקף שהקיפיץ מפעיל על התיבה הוא קטן. נדגיש כי בשלב זה לא מתקיים חוק שימור האנרגיה המכנית כי בעקבות החיכוך בין הקליע לתיבת העץ מתרחשת עליה באנרגיה הפנימית של הקליע ותיבת העץ. שלב שני מרגע שהקליע נעצר בתוך תיבת העץ והקיפיץ מתחיל להתכווץ עד שהוא מגיע לכיווץ מרבי. בשלב זה מתקיים חוק שימור האנרגיה המכנית.

(2) נפנה ליישום החוקים המתאימים לשני השלבים:

שלב א - שימור תנע בהתנגשות:

$$mv + 0 = (m + M)u \Rightarrow 0.01 \cdot 100 = (0.01 + 2)u \Rightarrow u = 0.4975 \text{ m/s}$$

שלב ב - שימור אנרגיה מכנית בהתכווצות הקפיץ:

$$\frac{(m + M)u^2}{2} = \frac{k\Delta\ell^2}{2} \Rightarrow \Delta\ell = u \sqrt{\frac{m + M}{k}} = 0.4975 \cdot \sqrt{\frac{0.01 + 2}{150}} = 0.0576 \text{ m} = 5.76 \text{ cm}$$

ב. ההתכווצות המרבית של הקפיץ, כאשר פוגע בתיבה קליע גומי, גדולה מהתכווצותו המרבית כאשר פוגע בתיבה קליע נחושת. הסבר: כאשר פוגע קליע גומי התיבה צריכה לא רק לעצור את כדור הגומי אלא גם "לזרוק" אותו לאחר העצירה לכיוון שממנו הוא הגיע. לכן רתיעת תיבת העץ תהיה גדולה יותר.

ג. נסמן ב- α את הזווית ביחס לאופק שבה על קליע הנחושת לפגוע בתיבה בתנאים הנדרשים. רכיבי התנעים בכיוון אנכי עלולים שלא להישמר, כי אם למהירות הקליע יש רכיב אנכי אזי במהלך ההתנגשות הכוח הנורמלי הפועל על התיבה לא יהיה שווה למשקל התיבה, לכן יפעל מתקף חיצוני בכיוון אנכי, והתנע בכיוון אנכי לא ישמר. אבל בכיוון אופקי מובטח שהתנע נשמר. חוק שימור הרכיב האופקי של התנע הכולל:

$$mv \cos \alpha + 0 = (m + M)u_2 \Rightarrow u_2 = \frac{mv \cos \alpha}{(m + M)}$$

$$\Delta \ell = \frac{\Delta \ell}{4} = \frac{0.0576}{4} = 0.0144 \text{ m}$$

ההתכווצות הנדרשת של הקפיץ:

שימור אנרגיה מכנית בהתכווצות הקפיץ:

$$\frac{(m + M)u_2^2}{2} = \frac{k\Delta \ell_2^2}{2} \Rightarrow (m + M)\left(\frac{mv \cos \alpha}{m + M}\right)^2 = k\Delta \ell_2^2 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\Delta \ell_2}{mv} \sqrt{(m + M)k}$$

$$\cos \alpha = \frac{0.0144}{0.01 \cdot 100} \sqrt{(0.01 + 2) \cdot 150} \Rightarrow \alpha = 75.5^\circ$$

על קליע הנחושת לפגוע בתיבה בזווית בת 75.5° ביחס לכיוון האופקי. ישר היוצר זווית מסוימת עם קו ישר אחר (במקרה שלנו הזווית עם הכיוון אופקי) יכולה להיות באינסוף כיוונים במרחב, אולם תוצאת החישוב שקיבלנו מתאימה לכל כיוונים אלה.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{k}} \quad \text{א. 38.} \quad (1)$$

(2) האנרגיה המכנית הכוללת האגורה במערכת שווה לאנרגיה הפוטנציאלית בקצות המסלול:

$$E = U_{sp}(B) = \frac{1}{2}k\left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{1}{8}kd^2$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2M}{k}} \quad \text{ב.} \quad (1)$$

(2) בעזרת השיקול האמור בסעיף א (2), נחשב את האנרגיה הפוטנציאלית בקצה המסלול:

$$E = \frac{1}{2}k\left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{1}{8}kd^2$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2M}{k}} \quad \text{ג.} \quad (1)$$

(2) במקרה זה אין כל ודאות שהגוף יגיע לנקודה B. נחשב את האנרגיה הכוללת על-פי האנרגיה הקינטית באמצע הדרך בין B ל-C, כלומר בנקודת שיווי משקל, בה הקפיץ רפוי.

נמצא תחילה את מהירות הגוף המתנווד באמצע הדרך בין B ל-C, לפני ההתנגשות. נרשום

$$\frac{1}{2}k\left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}Mv^2 \quad \text{משוואת שימור אנרגיה:}$$

$$(\text{א}) \quad v = \sqrt{\frac{kd^2}{4M}}$$

נרשום משוואה המבטאת שימור תנע המערכת (הגוף מחובר לקפיץ + גוש הפלסטלינה) בכיוון אופקי, בהתנגשות:

$$Mv + 0 = 2M \cdot u$$

u - המהירות המשותפת באמצע הקטע BC מיד לאחר ההתנגשות. (ב) $u = \frac{v}{2}$

נציב את (א) ב-(ב) (ג) $u = \frac{d}{4} \sqrt{\frac{k}{M}}$

האנרגיה המכנית הכוללת שווה לאנרגיה הקינטית באמצע הקטע BC מיד לאחר ההתנגשות:

$$(ד) E = E_k = \frac{1}{2} \cdot 2M \cdot u^2 = Mu^2$$

נציב את (ג) ב-(ד): $E = \frac{kd^2}{16}$

39. א. נתון: (א) $x(t) = 0.2 \cos(2t + 0.6)$

הצורה הכללית של נוסחת מקום-זמן בתנועה הרמונית: (ב) $x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$

מהמשוואת (א) ל- (ב): $A = 0.2 \text{ m}$

$$\omega = 2 \text{ s}^{-1}; \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \pi \text{ s}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{\pi} \text{ s}^{-1} \approx 0.32 \text{ Hz}$$

$$\phi = 0.6 \text{ rad}$$

ב. פונקציית מהירות-זמן מתקבלת מגזירה לפי הזמן של פונקציית מקום-זמן: $v(t) = \frac{dx(t)}{dt}$

$$(ג) v(t) = -0.4 \sin(2t + 0.6)$$

פונקציית תאוצה-זמן מתקבלת מגזירה לפי הזמן של פונקציית מהירות-זמן: $a(t) = \frac{dv(t)}{dt}$

שים לב, הביטויים $v(t) = \omega A \sin(\omega t + \phi)$ ו- $a(t) = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi)$ רשומים בדפי הנוסחאות, ואפשר להשתמש בהן ללא צורך בגזירה.

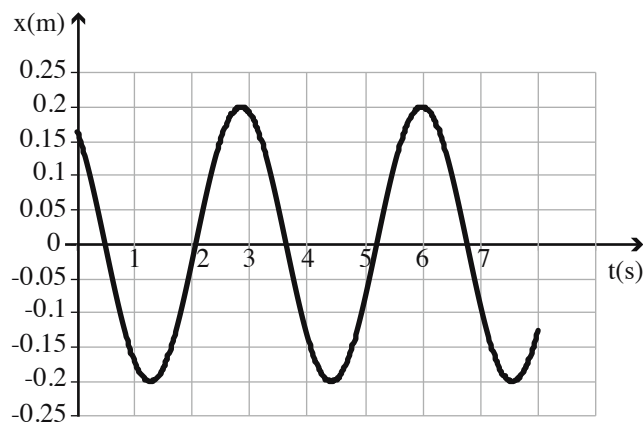
$$(ד) a(t) = -0.8 \cos(2t + 0.6)$$

$$x(0) = 0.2 \cos(2 \cdot 0 + 0.6) \approx 0.165 \text{ m} = 16.5 \text{ cm} \quad \text{ג. נציב בקשר (א): } t = 0$$

$$v(0) = -0.4 \sin(2 \cdot 0 + 0.6) \approx -0.226 \text{ m/s} = -22.6 \text{ cm/s} \quad \text{נציב בקשר (ג): } t = 0$$

שים לב, קבוע המופע $\phi = 0.6$ נמדד ברדיאנים.

ד. גרף של מקום האוסצילטור כפונקציה של הזמן:



40. א. זמן המחזור: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{0.8+1.2}{25}} \approx 1.78 \text{ s}$

ב. קו 1 בגרף מתאר את הכוח השקול הפועל על מערכת שני הגופים, וקו 2 מתאר את הכוח השקול (שהוא כוח החיכוך) הפועל על הגוף העליון.

המשוואה של גרף 1 היא $F = -kx$ או $F = -25x$. הערך המרבי של x הוא 25 cm. לכן הערך המרבי של גודל הכוח הוא:

$$F_{\max} = 25 \cdot 0.25 = 6.25 \text{ N}$$

התאוצה המרבית של המערכת:

$$a_{\max} = F_{\max} / (1.2 + 0.8) = 6.25 / 2 = 3.125 \text{ m/s}^2$$

לכן, הכוח המרבי שצריך לפעול על הגוף העליון כדי שינוע באותה תאוצה כמו הגוף התחתון הוא:

$$F_{\max} = m \cdot a_{\max} = 0.8 \cdot 3.125 = 2.5 \text{ N}$$

כוח החיכוך המרבי:

$$f_{s,\max} = mmg = 0.4 \cdot 0.8 \cdot 10 = 3.2 \text{ N}$$

לכן כוח החיכוך יכול להאיץ את הגוף העליון יחד עם הגוף התחתון.

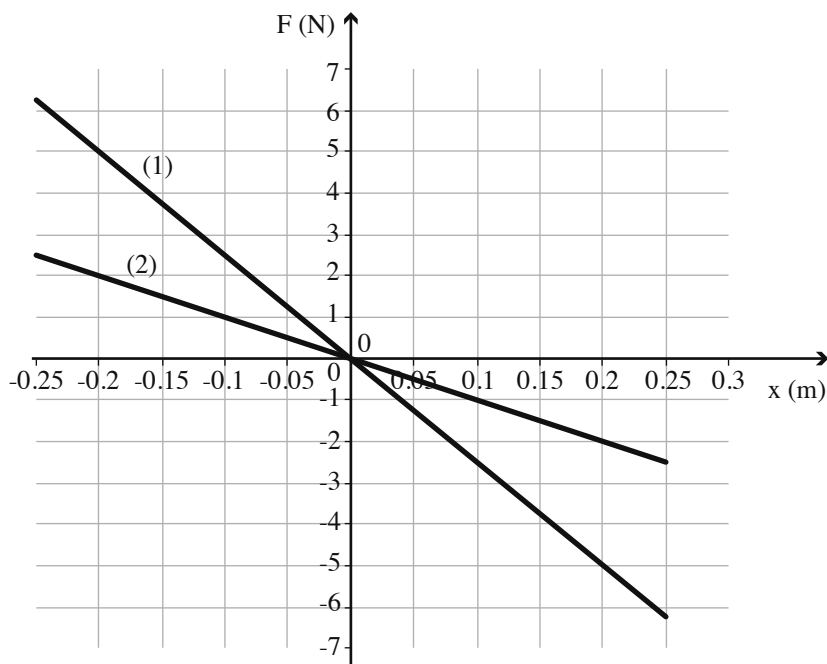
ג. נחשב את המשרעת, A , שבה כוח החיכוך שיפעל על הגוף העליון יהיה 3.2 ניוטון.

משוואת ישר 2:

$$F = -10x$$

לכן צריך להתקיים:

$$|f_{s,\max}| = 10 \cdot A \Rightarrow 3.2 = 10A \Rightarrow A = 0.32 \text{ m}$$



41. א. נניח שקבוע הכוח של הקפיץ שנקשר ל- P_1 הוא $k_1 = 30 \text{ N/m}$ והקפיץ התארך בשיעור $\Delta \ell_1$,

וקבוע הכוח של הקפיץ שנקשר ל- P_2 הוא $k_2 = 50 \text{ N/m}$, והוא התארך בשיעור $\Delta \ell_2$. הקרונית

במנוחה, לכן על-פי החוק השני של ניוטון: $k_1 \Delta \ell_1 = k_2 \Delta \ell_2 \Rightarrow 30 \cdot \Delta \ell_1 = 50 \cdot \Delta \ell_2$ (א)

מצד שני: $\Delta \ell_1 + \Delta \ell_2 = 0.2 \text{ m}$ (ב)

פתרון משוואות (א) ו-(ב) ומציאת האורך: $\Delta \ell_1 = 12.5 \text{ cm} \Rightarrow \ell_1 = 32.5 \text{ cm}$

$\Delta \ell_2 = 7.5 \text{ cm} \Rightarrow \ell_2 = 27.5 \text{ cm}$

ב. נניח שהסטנו את הקרונית שמאלה בשיעור d ממצב שיווי המשקל שלה.

הכוח שהקפיץ השמאלי מפעיל עליה: $F_1 = k \Delta \ell = 30(0.125 - d)$

כוח זה פועל שמאלה.

הכוח שהקפיץ הימני מפעיל עליה: $F_2 = k \Delta \ell = 50(0.075 + d)$

כוח זה פועל ימינה.

קבוע הכוח האפקטיבי: $k = \frac{F}{d} = \frac{F_2 - F_1}{d}$

$$k = \frac{50(0.075 + d) - 30(0.125 - d)}{d} = 80 \text{ N/m}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{0.1}{80}} = 0.22 \text{ s} \quad \text{ג.}$$

$$k = \frac{F}{\Delta \ell} = \frac{mg}{\Delta \ell} = \frac{0.8 \cdot 10}{0.08} = 100 \text{ N/m} \quad 42. \text{ נחשב את קבוע הכוח של הקפיץ (השלם):}$$

קבוע הכוח של מחצית הקפיץ שווה ל- $k_1 = 200 \text{ N/m}$.

הסבר בפרק א: כאשר הקפיץ השלם מתארך ב- $\Delta \ell$ בהשפעה כוח F כל מחצית של הקפיץ מתארכת

ב- $\Delta \ell/2$ בהשפעת כוח F המופעל עליה על ידי המחצית השנייה של אותו קפיץ, לכן $k_{1/2} = 2k$.

הסבר בדרך ב: אפשר להסתכל על הקפיץ המקורי כמורכב משני קפיצים (כל אחד חצי הקפיץ המקורי) המחוברים זה לזה בטור. הראינו בתרגיל 46 בפרק ג' כי כאשר מחברים שני קפיצים בעלי קבועים

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \quad \text{אזי מתקבל קפיץ שכוח הכוח שלו } k \text{ מקיים:}$$

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \Rightarrow \frac{1}{100} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_1} \Rightarrow k_1 = 200 \text{ N/m} \quad \text{במקרה שלנו:}$$

א. התארכות הקפיץ החדש (מחצית הקפיץ המקורי) כאשר תולים עליו את המשקולת:

$$\Delta \ell = \frac{F}{k_1} = \frac{mg}{k_1} = \frac{0.8 \cdot 10}{200} = 4 \text{ cm} \quad \square$$

הערה: התארכות של הקפיץ המקורי, 8 cm , התקבלה כסכום שתי התארכויות של שתי מחציותיו - כל מחצית 4 cm .

ב. זמן התנועה עד נקודת שיווי המשקל היא רבע זמן מחזור של התנועה ההרמונית:

$$\frac{T}{4} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{0.8}{200}} \approx 0.1 \text{ s}$$

פֶּלֶדֶר וֶאֶרֶב: פֶּלֶאֶבֶר שֶׁמִּמֶּנּוּ מִשְׁתַּחֲוֶה פֶּאֶלְקוֹלָא אִינוּ מִשְׁפִּיעַ עַל מִשְׁךְ כֶּזֶמֶן, כִּי זֶמֶן פֶּאֶחְזָר בְּגֹאֵלָה
כִּדְמוּיָא אִינוּ גִּלְוִי בְּמִשְׁלָחָה 

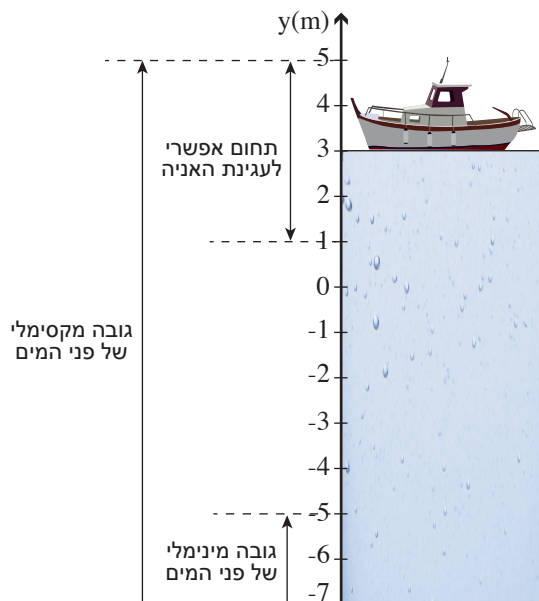
43. פני המים מבצעים תנודות הרמוניות סביב מישור שיווי משקל הנמצא בגובה 7 מטר מעל הקרקעית. נגדיר ציר y שראשיתו בגובה 7 מטר מעל הקרקעית, וכיוונו החיובי כלפי מעלה.

ביחס לציר ה- y , פני המים נעים מ- $y = -5\text{m}$ עד $y = +5\text{m}$, ולצורך עגינת האניה פני המים צריכים להיות בקואורדינטה $y \geq 1\text{m}$, כמתואר באיור המופיע בהמשך.

הזמן המרבי בו אניה יכולה לשהות בנמל הוא הזמן שעובר מהמצב שבו פני המים עולים מקואורדינטה $y = 1\text{m}$ עד קואורדינטה 5m , ולאחר מכן יורדים לקואורדינטה 1m . זמן זה הוא כפול מן הזמן הדרוש לירידת פני המים מ- $y = 5\text{m}$ ל- $y = 1\text{m}$.

$$y = A \cos \omega t \quad \text{נחשב זמן בהנחה ש- } t = 0 \text{ מתקיים } y = 5 \text{ m}$$

בין גאות לשפל חולפות 6 שעות , לכן זמן המחזור של תנודות פני המים הוא: $T = 12 \text{ h}$



התדירות הזוויתית של תנודות פני המים:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6} \text{ h}^{-1}$$

$$y = A \cos\left(\frac{\pi}{6} t\right)$$

$$1 = 5 \cos\left(\frac{\pi}{6} t\right) \Rightarrow t \approx 2.62 \text{ h}$$

זמן ירידת המים מ- $y = 5\text{m}$ עד קואורדינטה 1m :

כאמור, משך השהייה של האניה בנמל הוא כפול מזמן זה, כלומר הוא שווה בקירוב ל-5.24 שעות.

44. א. ההתנגשות בין המשקולת לבין הלוח היא אלסטית (כלומר האנרגיה הקינטית כהרף עין לפני ההתנגשות שווה לאנרגיה הקינטית כהרף עין לאחר ההתנגשות), למרות שהמשקולת נצמדת ללוח. הסיבה נובעת מכך שמסות הלוח והקפיץ ניתנות להזנחה, ולכן אין עליה באנרגיה הפנימית של הגופים.

מכאן שהאנרגיה הפוטנציאלית הכובדית לפני השחרור של המשקולת שווה לאנרגיה הפוטנציאלית האלסטית בשיא הכיווץ (עבור מישור ייחוס לאנרגיה הפוטנציאלית הכובדית העובר בנקודת שיא

$$mg(h+x) = \frac{1}{2} kx^2 \quad \text{הכיווץ}).$$

$$2 \cdot 10(2+x) = \frac{1}{2} \cdot 4000 \cdot x^2 \Rightarrow x \approx 14.7 \text{ cm}$$

$$f = \frac{1}{T} ; T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad \text{ב.}$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4000}{2}} \approx 7.1 \text{ Hz} \quad \text{משתי המשוואות האחרונות:}$$

ג. נסמן: $\Delta \ell$ - שיעור ההתכווצות של הקפיץ כאשר מניחים עליו את המשקולת במצב מנוחה:

$$\Delta \ell = \frac{F}{k} = \frac{mg}{k} = \frac{2 \cdot 10}{4000} = 0.005 \text{ m} = 0.5 \text{ cm}$$

כלומר נקודת שיווי המשקל נמצאת 0.5 ס"מ מתחת למצב שבו נמצא הלוח ללא המשקולת. בסעיף א מצאנו כי ההתכווצות המרבית של הקפיץ היא כ- 14.7 ס"מ. מכאן שמשרעת התנודות היא:

$$A \approx 14.7 - 0.5 = 14.2 \text{ cm}$$

45. א. V מבטא את מסת הנוזל השווה בנפחו לנפח חלק הגוף הטבול בנוזל. $\rho V g$ מבטא את המשקל הנוזל, ועל-פי חוק ארכימדס ביטוי זה שווה לכוח העילוי.

ב. (1) הכוחות הפועלים על המצוף: כוח הכובד mg כלפי מטה, וכוח העילוי F' כלפי מעלה.

(2) כאשר המצוף נמצא במנוחה (O בגובה פני המים) מתקיים הקשר: $F' = mg$

כאשר F' הוא כוח העילוי הפועל על חלק המצוף הטבול במים.

נגדיר ציר y שראשיתו בגובה פני המים, וכיוונו החיובי פונה כלפי מעלה. כאשר מורידים את המצוף כך שהנקודה P מגיעה לפני המים, הכוח הנוסף הפועל על המצוף הוא כוח העילוי על

החלק הנוסף ששקע במים: $sF = \rho V g$

כאשר הנפח הנוסף השקוע במים: $V = SA$

לכן: (א) $sF = -(\rho S g)y$

כלומר: $sF = -cy$ כאשר $c = \rho S g$

הסימן - (מינוס) נובע מכך שהנקודה O נמצאת בקואורדינטה שלילית, והכוח פועל בכיוון חיובי.

(3) מנוסחה (א) אפשר לראות כי התנועה היא הרמונית פשוטה. זמן המחזור של התנודות:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{c}} = 2\pi \sqrt{\frac{M}{\rho S g}}$$

46. **דרך א:** מחזיקים ביד את השרוך שבקצהו תלויה הנעל; מנדנדים את הנעל כך שהיא תנוע

כמטוטלת פשוטה. בעזרת השעון מודדים את זמן המחזור, ועל-פי הנוסחה: $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$

מחשבים את אורך השרוך ℓ . לאחר שאורך השרוך ידוע, מודדים כמה פעמים "נכנס" השרוך לאורך החדר, ועל-פי זה מחשבים את אורך החדר.

דרך ב: מחזיקים ביד את הנעל, כך שהשרוך קשור אליה בקצהו האחד, וקצהו האחר נוגע ברצפה. משחררים את הנעל, ומודדים את משך זמן הנפילה. מחשבים את אורך השרוך בעזרת הנוסחה:

$$\Delta x = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

בעזרת השרוך שאורכו ידוע מודדים את אורך החדר.

פרק ט: כבידה

1. הערות דידקטיות לפרק

1.1 דיוק של הקבועים הפיזיקליים בפתרון התרגילים

במהלך פתרון תרגילים משתמשים בפרק כבידה בדרך כלל בכמה קבועים פיזיקליים. אפשר לבחור את הקבועים ברמות דיוק שונות. כדי שתלמידים יוכלו לקבל עבור התרגילים שבספר תוצאות השוות לתוצאות הרשומות בסוף הפרק, וכך לדעת, ברמה גבוהה של ודאות, אם הפתרון שלהם נכון, מומלץ לקחת את הערכים בדיוק כפי שהן מופיעים בטבלאות 1 - 3 שבעמוד 180 בספר. כך לדוגמה, רדיוס הארץ יילקח כ- 6,370 ק"מ.

1.2 סקירה היסטורית

נספח ה של הספר - "המודל הגאוצנטרי והמודל ההליוצנטרי - סקירה היסטורית" מציג את הוויכוח בין שתי תפיסות עולם - האחת שהארץ נמצאת במרכז הנייח של היקום, והאחרת שהשמש במרכז. זו הזדמנות מצוינת ללמוד על תאוריה מדעית בהתפתחותה. מומלץ שרקע היסטורי זה יוצג על ידי אחד התלמידים בכיתה. אם אין פנאי לכך, מומלץ לפחות לדרוש מהתלמידים לקרוא את הנספח בבתיהם.

1.3 קשיים של תלמידים ודרכים להתגבר על הקשיים

א. שימוש במחשבון לביצוע פעולות חישוב עם מספרים הכוללים חזקות

נתונים מספריים רבים בפרק "כבידה" כוללים חזקות עם בסיס 10, כגון מסות ורדיוסים של גרמי שמיים, קבוע הכבידה העולמי ועוד. יש תלמידים אשר מתקשים בפעולות חישוב עם חזקות. לכן מומלץ:

- (1) ללמד את התלמידים להשתמש במחשבון לצורך חישוב עם מספרים כאלה.
- (2) ללמד את התלמידים לבצע פעולות חישוב עם חזקות של 10 ללא מחשבון, על סמך כללי החזקות.

2. יישומונים בנושאי הפרק

א. היישומון **חוקי קפלר** מאתר 8 (ראו רשימת אתרי האינטרנט במבוא הכללי לספר).
תיאור: האנימציה מציגה מודל של מערכת השמש. יש לזהות את כוכב הלכת שאינו מציית לחוקי קפלר.

קישור ישיר ליישומון:

http://webphysics.davidson.edu/physletprob/ch8_problems/ch8_4_gravity/gravity_1.html

דירוג: ★★★★★

ב. היישומון **חוקי קפלר** (Kepler's laws of Planetary Motion) מאתר 12 (ראו רשימת אתרי האינטרנט במבוא הכללי לספר).
תיאור: האנימציה מציגה את שלושת חוקי קפלר.

קישור ישיר ליישומון:

http://aspire.cosmic-ray.org/labs/scientific_method/kepler_3laws.swf

דירוג: ★★★★★

ג. היישומון **כוח הכובד** מאתר פרטי (שאינו מופיע ברשימת אתרי האינטרנט במבוא הכללי לספר).
תיאור: האנימציה מאפשרת לצפות בהבדלים של נפילות חופשיות של כדורים על פני כוכבי לכת שונים.

קישור ישיר ליישומון:

http://francois.schnell.free.fr/bazar/ballons/ballons_demo.swf

דירוג: ★★★★★

ד. היישומון **מערכת השמש** מאתר 1 (ראו רשימת אתרי האינטרנט במבוא הכללי לספר).
תיאור: הדמיה של תנועת כוכבי הלכת במערכות רב גופיות. אפשר לבחור את מספר כוכבי הלכת במערכת.

קישור ישיר ליישומון:

http://phet.colorado.edu/sims/my-solar-system/my-solar-system_en.html

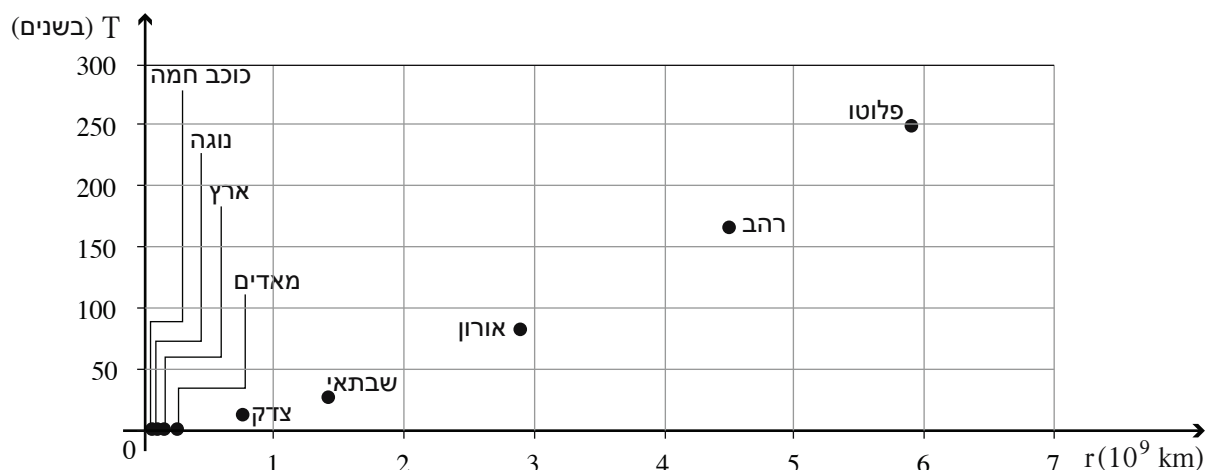
דירוג: ★★★★★

3. פתרונות לתרגילי הפרק עם הערות דידקטיות ייעודיות לתרגילים

1. זמני המחזור, T , של כוכבי הלכת והרדיוסים הממוצעים, $\bar{r}$, של מסלוליהם, רשומים בטבלה 1 שבפרק ט.

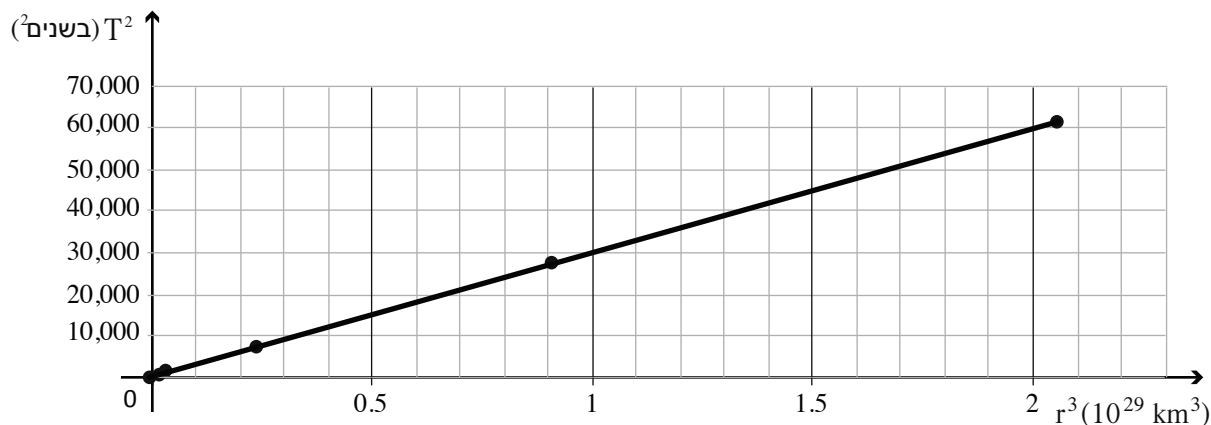
פתרון בדרך א:

באיור א מוצגים ערכי T כפונקציה של ערכי $\bar{r}$.



איור א

באיור ב מוצגים ערכי T^2 כפונקציה של ערכי $\bar{r}^3$.



איור ב

$$(א) \quad T^2 = 3 \cdot 10^{-25} \bar{r}^3$$

הנקודות באיור ב נמצאות על קו ישר שמשוואתו:

כאשר T נמדד בשנים ו- $\bar{r}$ נמדד בקילומטרים. ריבוע מקדם המיתאם $R^2 = 1$.

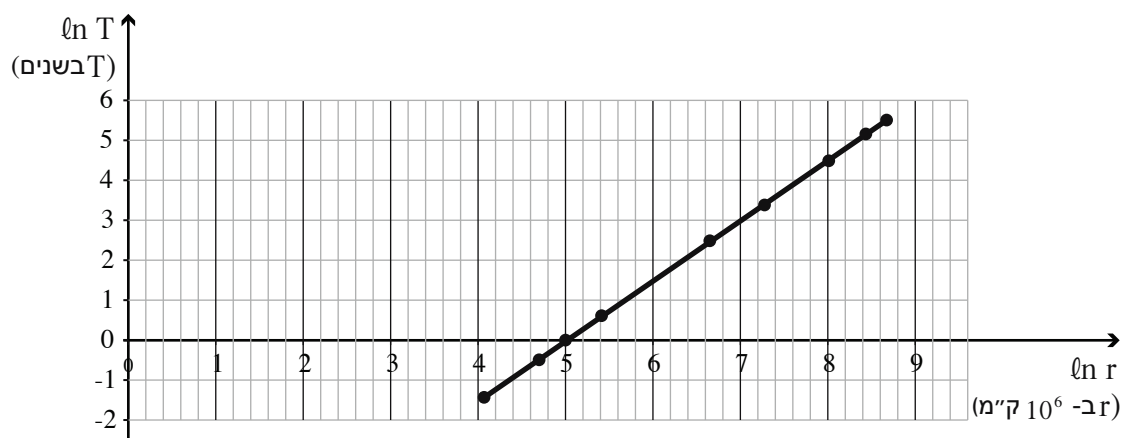
מכאן שכוכבי הלכת מקיימים את החוק השלישי של קפלר.

פתרון ב:

מחשבים תחילה את ערכי $\ln T$ ואת ערכי $\ln \bar{r}$:

$\ln T$	$\ln \bar{r}$	$T(\text{years})$	$\bar{r}(10^6 \text{ km})$
-1.4238	4.0587	0.2408	57.9
-0.4858	4.6840	0.6152	108.2
0	5.0080	1	149.6
0.6318	5.4289	1.881	227.9
2.4732	6.6571	11.86	778.3
3.3830	7.2633	29.46	1427
4.4309	7.9624	84.01	2871
5.1047	8.4112	164.8	4497.1
5.5150	8.6850	248.4	5913.5

מסרטטים גרף של ערכי $\ln T$ כפונקציה של $\ln \bar{r}$ (איור ג):



איור ג

(ב) $\ln T = 1.4999 \ln \bar{r} - 7.5112$

מתקבל קו ישר שמשוואתו:

כאשר T נמדד בשנים ו- $\bar{r}$ ב- 10^6 km . ריבוע מקדם המתאם: $R^2 = 1$.

$$\ln T = 1.5 \ln \bar{r} - 7.5112$$

את קשר (ב) נוכל לכתוב בקירוב כך:

$$\ln T = \ln \bar{r}^{3/2} - \ln 1828.4$$

או:

$$\ln T = \ln \frac{\bar{r}^{3/2}}{1828.4} \Rightarrow T = \frac{\bar{r}^{3/2}}{1828.4}$$

$$T^2 = 3 \cdot 10^{-7} \cdot \bar{r}^3$$

מכאן:

$$T^2 = 3 \cdot 10^{-25} \cdot \bar{r}^3$$

עבור $\bar{r}$ הנמדד בקילומטרים הקשר יבוטא כך:
זוהו בדיוק קשר (א) שמצאנו לעיל.

2. על-פי החוק השלישי של קפלר: $T^2 \propto \bar{r}^3 \Rightarrow T \propto \bar{r}^{3/2}$

לכן, אם $\bar{r}$ גדול פי 16 אזי $\bar{r}^{3/2}$ גדל פי 64. מכאן שזמן המחזור של כוכב הלכת היה 64 שנים (כאשר שנה היא זמן המחזור של הארץ בתנועתה סביב השמש).

3. על פי החוק השני של קפלר, כאשר מרחקו של כוכב לכת מהשמש הוא הקצר ביותר אז מהירותו היא הגדולה ביותר. לכן **מרחקה של הארץ מהשמש הוא הקצר ביותר בחודש ינואר**.

הערה (אנא): האינטואיציה והשלכיה של רבים אומרת שבחודש ינואר, באמצע החורף, מרחק הארץ מהשמש הוא המרחבי ובניגוד אגב, שרשמו לעיל. הם מסבירים זאת בכך שהארץ נעה במהירות גבוהה יותר בחורף מאשר בקיץ, ולכן היא מתרחקת מהשמש במהירות גבוהה יותר מאשר באמצע החורף. דבר נוסף המרחיק את השמש מהארץ הוא: כאשר בישראל והנמצא במחצית הצפונית של כדור הארץ שורר חורף, באוסטרליה ובמחצית הדרומית של כדור הארץ אמש, שורר קיץ.



4. א. הסמל m_1 מייצג את המסה של אחד מבין שני גופים.

הסמל m_2 מייצג את המסה של הגוף האחר.

הסמל r מייצג את המרחק בין המרכזים של שני הגופים.

הסמל G מייצג את קבוע הכבידה העולמי.

הסמל F מייצג את גודל הכוח שבו כל אחד מהגופים מושך את הגוף האחר.

ב. ביחידות S.I. המסות נמדדות בק"ג, המרחק במטרים, הכוח בניוטון, והקבוע G ב- Nm^2/kg^2 .

ג. הנוסחה תקפה עבור שני גופים נקודתיים. מזה אפשר להוכיח מתמטית כי הנוסחה תקפה גם עבור שני כדורים בעלי צפיפות אחידה (ואז r הוא המרחק בין מרכזי הכדורים) וגם בין שתי קליפות כדוריות הטעונות באופן אחיד (ואז r הוא המרחק בין מרכזי הקליפות).

ד. החוק אומר כי גודל כוח המשיכה הכובדי הפועל בין שני חלקיקים נקודתיים נמצא ביחס ישר למכפלת מסות החלקיקים וביחס הפוך לריבוע המרחק ביניהם.

ה. משמעות הדבר שגודל הכוח שבו גוף 1 מושך גוף 2, שווה לגודל הכוח שבו גוף 2 מושך את גוף 1. הדבר עומד בהתאמה לחוק השלישי של ניוטון.

$$F = G \frac{M_E \cdot M_M}{r^2} \approx 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{5.97 \cdot 10^{24} \cdot 7.3 \cdot 10^{22}}{(3.84 \cdot 10^8)^2} \approx 2 \cdot 10^{20} \text{ N} \quad \text{א. 5.}$$

ב. הירח מפעיל על כדור הארץ כוח השווה בגודלו לכוח שהארץ מפעילה על הירח.

6. בהתחלה הגוף נמצא במרחק R_E ממרכז הארץ, ובסוף הוא נמצא במרחק $3R_E$ ממרכז הארץ. כלומר המרחק ממרכז הארץ גדל פי 3. כוח המשיכה משתנה ביחס הפוך לריבוע המרחק ממרכז הארץ, לכן כוח הכובד קטן פי $3^2 = 9$.

$$G \frac{M_E m_G}{R_E^2} = m_I \cdot g \quad \text{על פי החוק השני של ניוטון גוף המואץ על-ידי הארץ מקיים:} \quad 7.$$

כאשר: m_G - המסה הכובדית של גוף.

m_I - המסה האינרציאלית של הגוף.

המסה האינרציאלית של גוף שווה למסה הכובדית שלו, לכן נוכל לצמצם את המסות ונקבל שתאוצת הגוף מקיימת:

$$g = G \frac{M_E}{R_E^2}$$

ומכאן נובע שכל הגופים נופלים בקרבת הארץ באותה תאוצה, ללא קשר למסתם.

$$(א) \quad mg = G \frac{M_E \cdot m}{R_E^2} \quad \text{על פני הארץ:} \quad 8.$$

$$(ב) \quad m \frac{g}{2} = G \frac{M_E m}{r^2} \quad \text{במרחק } r \text{ ממרכז הארץ, התאוצה היא } g/2 :$$

$$r = R_E \cdot \sqrt{2} \quad \text{מ-(א) ו-(ב) מתקבל הקשר:}$$

$$h = r - R_E = R_E \sqrt{2} - R_E = R_E (\sqrt{2} - 1) \quad \text{הגובה } h \text{ מעל פני הארץ:}$$

$$h = 6370 \cdot 0.414 \approx 2,640 \text{ km}$$

$$(א) \quad mg_M = G \frac{M_M \cdot m}{R_M^2} \quad \text{א. לגבי גוף שמסתו } m \text{ הנמצא על פני המאדים מתקיים:} \quad 9.$$

M_M - מסת מאדים

R_M - רדיוס מאדים

g_M - גודל תאוצת הנפילה החופשית על פני מאדים.

לגבי גוף הנמצא על פני הארץ מתקיים:

$$(ב) \quad mg_E = G \frac{M_E m}{R_E^2}$$

$$(א) \quad \frac{g_M}{g_E} = \frac{M_M}{M_E} \cdot \left(\frac{R_E}{R_M} \right)^2 \quad \text{מחילוק משוואה (א) ב-(ב) נקבל:}$$

נציב במשוואה (ג): $M_M = 0.11M_E$; $R_M = 0.53R_E$ ונקבל:

$$\frac{g_M}{g_E} = 0.11 \cdot \left(\frac{1}{0.53} \right)^2 \Rightarrow g_M = 0.39 g_E$$

$$\frac{w_M}{w_E} = \frac{mg_M}{mg_E} = 0.39 \Rightarrow w_M = 0.39 \cdot 800 = 312 \text{ N} \quad \text{ב.}$$

10. רדיוס התחלתי של הכוכב: $R_i = 7 \cdot 10^8 \text{ m}$ (ראה "רדיוס השמש" בטבלה 2 שבפרק ט). הרדיוס הסופי של הכוכב: $R_f = 7 \cdot 10^3 \text{ m}$.

$$\frac{R_i}{R_f} = \frac{7 \cdot 10^8}{7 \cdot 10^3} = 10^5 \quad \text{הרדיוס קטן פי:}$$

תאוצת הנפילה החופשית הנגרמת על-ידי גרם שמיים (פרק ט נוסחה (10)): $g^* = \frac{GM}{r^2}$
 התאוצה נמצאת ביחס הפוך לריבוע המרחק ממרכז הכוכב. לכן, אם מרחק פני הכוכב ממרכזו קטן פי 10^5 אזי התאוצה על פניו גדלה פי $10^{10} = (10^5)^2$.

11. כדי להשתמש בחוק הכבידה יש להציב בו את המרחק בין מרכזי המסה של שני הגופים. המרחק בין מרכז המסה של הארץ לבין מרכז המסה של העומד על פניה רחוק מלהיות אפס.

$$F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = G \frac{\left(\frac{4}{3}\pi R_1^3 \rho\right) \cdot \left(\frac{4}{3}\pi R_2^3 \rho\right)}{r^2} = G \frac{\left(\frac{4}{3}\pi \rho\right)^2}{r^2} \cdot (R_1 \cdot R_2)^3 \quad 12$$

$$F = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\left(\frac{4}{3}\pi \cdot 11300\right)^2}{0.3^2} (2.5 \cdot 10^{-2} \cdot 25 \cdot 10^{-2})^3 = 4.06 \cdot 10^{-7} \text{ N}$$

13. נמצא ביטוי לגודל הכוח, F_1 , שבו הכוכב השמאלי מושך את האסטרואיד:
 כוח זה פועל על האסטרואיד שמאלה.

גודל הכוח, F_2 , שבו הכוכב הימני מושך את האסטרואיד מקיים: $F_2 = 2F_1$, כי מסת הכוכב הימני כפולה

$$F_2 = 2G \frac{Mm}{(d/2)^2} \quad \text{ממסת הכוכב השמאלי. כלומר:}$$

כוח זה פועל על האסטרואיד ימינה.

הכוח השקול פועל על האסטרואיד ימינה, וגודלו:

$$\Sigma F = F_2 - F_1 = 2G \frac{Mm}{(d/2)^2} - G \frac{Mm}{(d/2)^2} = 4G \frac{Mm}{d^2}$$

14. ב. (התשובה לסעיף א מופיעה אחרי התשובה לסעיף ב).

$$G \frac{M_E m}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

$$GM_E = gR_E^2 \quad \text{נציב:}$$

$$\frac{gR_E^2}{r^2} = \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = R_E \sqrt{\frac{g}{r}}$$

$$v = 6.37 \cdot 10^6 \sqrt{\frac{9.8}{3 \cdot 10^6 + 6.37 \cdot 10^6}} \approx 6,515 \text{ m/s}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2 \cdot \pi \cdot (3 \cdot 10^6 + 6.37 \cdot 10^6)}{6,515} = 9,037 \text{ s} \quad \text{א.}$$

ג. הלוויין משלים סיבוב אחד ב- $T_2 = T_{\text{לוויין}} = 9,037 \text{ s}$ וכדור הארץ משלים סיבוב אחד

ב- $T_1 = T_{\text{כדור הארץ}} = 24 \text{ h} = 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s}$. בזמן שכדור הארץ משלים סיבוב אחד, מספר

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{24 \cdot 60 \cdot 60}{9,037} \approx 9.56 \text{ הסיבובים שהלוויין ישלים}$$

15. אילו הטבעת היתה עשויה מחומר מוצק (אפשרות (1)) והיא היתה מסתובבת כגוף אחד, אזי כל הנקודות על הטבעת היו מסתובבות באותה מהירות זוויתית w . גודל המהירות הקווית של כל נקודה הוא $v = wr$, כאשר r - רדיוס הסיבוב. לכן, נקודה חיצונית של הטבעת היתה צריכה לנוע במהירות קווית גדולה מזו של נקודה פנימית (לשתייהן אותה מהירות זוויתית w , אך לנקודה החיצונית רדיוס סיבוב r גדול יותר). דבר זה עומד בניגוד לממצא כי לנקודה פנימית מהירות קווית גדולה יותר.

לעומת זאת, אם הטבעת מורכבת מאוסף לוויינים, אזי לגבי כל לוויין: $G \frac{Mm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$. לכן, ככל ש- r קטן יותר - המהירות v גדולה יותר, וזה עומד בהתאמה לממצא כי לנקודה פנימית מהירות קווית גדולה יותר.

16. א. החוק השני של ניוטון לגבי m_1 : $(א) \quad G \frac{M_1 m_1}{r^2} = m_1 \frac{v_1^2}{r}$

בתנועה מעגלית קצובה: $(ב) \quad v_1 = \frac{2\pi r}{T_1}$

אחרי הצבת (ב) ב-(א) וכמה פעולות אלגבריות מקבלים: $(ג) \quad \frac{GM_1}{r^3} = \frac{4\pi^2}{T_1^2}$

באופן דומה, ניתן לרשום לגבי תנועת m_2 : $(ד) \quad \frac{GM_2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{T_2^2}$

אחרי חילוק משוואה (ג) במשוואה (ד) מקבלים: $(ה) \quad \frac{M_1}{M_2} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2$

נתון כי: $(ו) \quad T_1 = 2T_2$

אחרי הצבת (ו) ב-(ה) מקבלים: $\frac{M_1}{M_2} = 0.25$

ב. נסמן את רדיוס המסלול של הלוויין החדש ב- R . על-פי החוק השלישי של קפלר:

(ז) $\left(\frac{R}{r}\right)^3 = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{R}{r} = 8^{\frac{2}{3}} \Rightarrow R = 4r$

17. מדדו את המרחק בין פלוטו לבין הירח כארון; מרחק זה שווה לרדיוס המסלול r של כארון בתנועתו סביב פלוטו (בקירוב שבו המסלול הוא מעגל). כמו כן, מדדו את זמן המחזור T של כארון סביב פלוטו. על-פי שני גדלים אלה אפשר לחשב את מסת פלוטו (ראה קשר (8) בפרק ט שבספר לתלמיד).

18. על פי החוק השני של ניוטון: $(א) \quad G \frac{Mm}{R^2} = \frac{mv^2}{R}$

כאשר: R - רדיוס כוכב הלכת.

בתנועה מעגלית קצובה: $(ב) \quad v = \frac{2\pi R}{T}$

מסת כוכב הלכת: $(ג) \quad M = \rho \frac{4}{3} \pi R^3$

מ- (א), (ב) ו- (ג): $\rho T^2 = \frac{3\pi}{G}$

19. האפשרות הנכונה היא (1). תאוצת הנפילה של הלוויין שווה לזו של האסטרונאוטים שבתוכה.

20. א. מרחק הנקודה ממרכז כדור הארץ: $r = R_E + h = 6.4 \cdot 10^6 + 6.6 \cdot 10^6 = 13 \cdot 10^6 \text{ m}$

לכן: $g = \frac{GM_E}{r^2} = \frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.97 \cdot 10^{24}}{(1.3 \cdot 10^7)^2} \approx 2.4 \text{ N/kg}$

ב. גוף שמסתו 1 ק"ג $F_g = mg = 1 \cdot 2.4 = 2.4 \text{ N}$

גוף שמסתו 2 ק"ג $F_g = mg = 2 \cdot 2.4 = 4.8 \text{ N}$

גוף שמסתו 3 ק"ג $F_g = mg = 3 \cdot 2.4 = 7.2 \text{ N}$

21. נבהיר תחילה את המושגים:

i. כוח הכובד שמקורו בכדור הארץ, הפועל על גוף שמסתו m בנקודה כלשהי A , ניתן לחישוב בשתי דרכים:

i. על ידי הביטוי: $(א) \quad F_g = G \frac{M_E m}{r^2}$

כאשר r מייצג את מרחק הנקודה A ממרכז הארץ, כל זה בהנחה שהארץ היא כדורית והומוגנית.

ii. על ידי הביטוי: $(ב) \quad F_g = mg_E$

כאשר g_E - גודל תאוצת הנפילה החופשית בנקודה A , ביחס לכדור הארץ.

ביטוי (ב) הוא מדויק כאשר g_E הוא גודל תאוצת הנפילה החופשית במצב שבו הארץ אינה

מסתובבת. תוצאת החישוב המתקבלת ממכפלת המסה בגודל תאוצת הנפילה החופשית הנמדדת על פניה המסתחררים של הארץ היא תוצאה מקורבת לכוח הכובד שמקורו בארץ, אם כי לרוב הצרכים הקירוב הוא מספיק טוב.

II. המשקל של גוף בהיותו בנקודה כלשהי A, ניתן גם הוא לקביעה בשתי דרכים:

i. על ידי שקילתו, כלומר על ידי תלייתו על מאזני קפיץ, מסוג המאזניים המיועדים לתלות עליהם גופים (דינמומטר) (ראה מכניקה ניוטונית כרך א עמוד 157 איור 9א), או הצבתו על מאזני קפיץ מסוג המאזניים המיועדים להציב עליהם גופים (ראה מכניקה ניוטונית כרך א עמוד 157 איור 9ב).

ii. על ידי הביטוי $w = mg$

כאשר g תאוצת הנפילה החופשית ביחס למערכת ייחוס הצמודה למאזני הקפיץ. כוח הכובד שמקורו בארץ הפועל על גוף אינו שווה בהכרח למשקל הגוף. אי השוויון מתקיים כאשר השקילה מתבצעת במערכת שמוצאת ביחס לכדור הארץ, למשל במעלית המואצת ביחס לארץ, או בלוויין (שהוא כמובן מואץ ביחס לארץ). כאשר המערכת בה מתבצעת השקילה אינה מואצת ביחס לארץ שני הגדלים - הוריית הדינמומטר (המשקל ביחס למערכת ייחוס הצמודה לדינמומטר) וכוח הכובד שמקורו בארץ הם שווים.

עתה נשיב על סעיפי השאלה.

א. (1) תאוצת הנפילה החופשית של האסטרונאוט ביחס לכדור הארץ היא 10 m/s^2 . לכן כוח

$$F_g = mg_E = 80 \cdot 10 = 800 \text{ N} \quad \text{הכובד הפועל על האסטרונאוט הוא:}$$

כדי לחשב את משקל האסטרונאוט ביחס לחללית נניח כי האסטרונאוט ניצב על מאזני קפיץ. המאזניים מפעילים עליו כוח נורמלי N (גודלו של N שווה למשקל האסטרונאוט ביחס לחללית) וכדור הארץ מפעיל עליו כוח כובד mg כלפי מטה. תאוצת האסטרונאוט היא 5 m/s^2 כלפי מעלה. נרשום את החוק השני של ניוטון לגבי האסטרונאוט יחסית לציר מקום שכיוונו החיובי כלפי מעלה:

$$\sum F = ma \Rightarrow N - mg = ma \Rightarrow N - 80 \cdot 10 = 80 \cdot 5 \Rightarrow N = 1,200 \text{ N}$$

כאשר החללית מואצת כלפי מעלה בתאוצה שגודלה 5 m/s^2 , אך נמצאת בגובה נמוך מעל פני כדור הארץ, גודלו של כוח הכבידה הוא 800 N ניוטון, ומשקל האסטרונאוט הוא $1,200 \text{ N}$ ניוטון.

$$F_g = \frac{GM_E m}{r^2} = \frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.97 \cdot 10^{24} \cdot 80}{(6.37 \cdot 10^6 + 3.6 \cdot 10^6)^2} = 320 \text{ N} \quad (2)$$

$$g = \frac{F_g}{m} \approx \frac{320}{80} \approx 4 \text{ m/s}^2 \quad \text{תאוצת הנפילה החופשית בגובה 3600 ק"מ:}$$

משקל האסטרונוט ביחס לחללית:

$$\Sigma F = ma \Rightarrow N - mg = ma \Rightarrow N - 80 \cdot 4 = 80 \cdot 5 \Rightarrow N \approx 720 \text{ N}$$

$$F_g = \frac{GM_E m}{r^2} = \frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.97 \cdot 10^{24} \cdot 80}{(6.37 \cdot 10^6 + 5.6 \cdot 10^6)^2} = 222 \text{ N} \quad \text{ב. כוח הכובד:}$$

משקל האסטרונוט ביחס לחללית:

$$\Sigma F = ma \Rightarrow N - mg = ma \Rightarrow N - mg = m(-g) \Rightarrow N = 0$$

כאשר: g מסמנת את גודלה של תאוצת הנפילה החופשית ביחס לארץ בגובה 5,600 ק"מ.

$$F_g = \frac{GM_E m}{r^2} = \frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.97 \cdot 10^{24} \cdot 80}{(1.64 \cdot 10^7)^2} = 114 \text{ N} \quad \text{ג.}$$

$$\Sigma F = ma \Rightarrow N - mg = ma \Rightarrow N - mg = m(-g) \Rightarrow N = 0$$

כאשר: g מסמנת את גודלה של תאוצת הנפילה החופשית ביחס לארץ בגובה 10,000 ק"מ.

ד. על-פי סעיף ב, כוח הכובד שווה ל- 222 N, והמשקל ביחס לחללית שווה לאפס.

$$F_g = \frac{GM_E m}{r^2} = \frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.97 \cdot 10^{24} \cdot 80}{(8 \cdot 10^6)^2} = 498 \text{ N} \quad \text{ה.}$$

$$\Sigma F = ma \Rightarrow N - mg = ma \Rightarrow N - mg = m(-g) \Rightarrow N = 0$$

כאשר g מסמנת את גודלה של תאוצת הנפילה החופשית ביחס לארץ בגובה 1,600 ק"מ.

ו. בדרך-כלל לא היתה לגופים שעסקנו בהם תאוצה ביחס לארץ, ואז כוח הכובד שפעל עליהם היה שווה למשקלם.

הדבר המאפיין את המצבים שבהם המשקל של גוף שונה מכוח הכובד שמפעילה עליו הארץ הוא שמדובר בגופים המואצים ביחס לארץ.

22. 2 ניוטונים, על פי החוק השלישי של ניוטון.

23. א. הסמל M_E מייצג את מסת הארץ.

הסמל m מייצג את המסה של גוף כלשהו.

הסמל r מייצג את המרחק בין מרכז הארץ לבין מרכז הגוף.

הסמל G מייצג את קבוע הכבידה העולמי.

הסמל U_G מייצג את האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית של מערכת הארץ והגוף.

ב. ביחידות S.I. המסות נמדדות בק"ג, המרחק במטרים, האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית בג'אול, והקבוע G ב- Nm^2/kg^2 .

ג. הנוסחה תקפה עבור הבחירה של רמת האפס של האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית באינסוף.

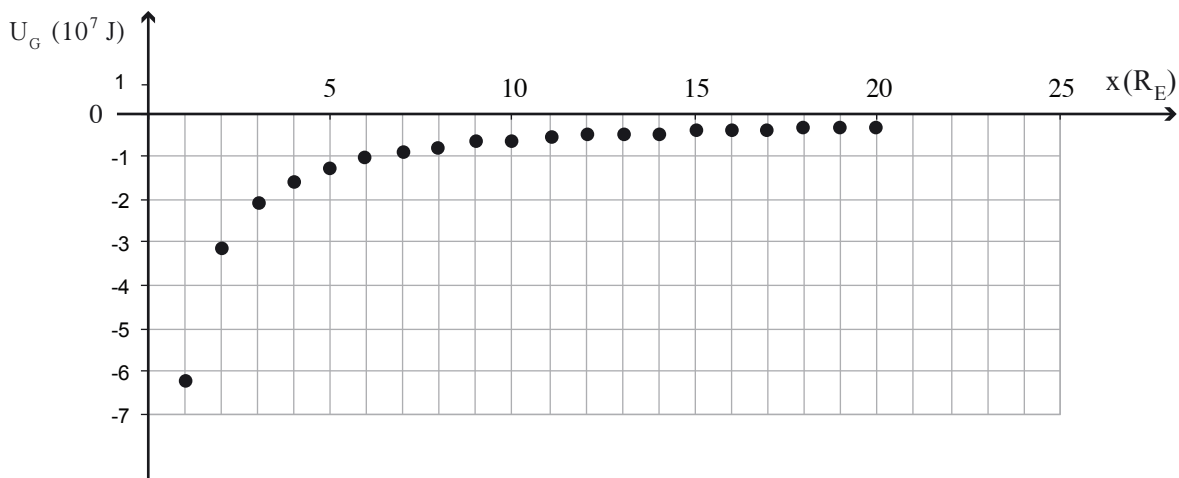
$$U_G = -\frac{GM_E m}{r} \quad .24 \text{ א.}$$

$$r = x \cdot R_E \quad \text{נסמן:}$$

x מבטא את המרחק ממרכז הארץ ביחידות של רדיוס הארץ.

$$U_G = -\frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.97 \cdot 10^{24} \cdot 1}{x \cdot 6.37 \cdot 10^6} \approx -\frac{6.25 \cdot 10^7}{x}$$

ב. האיור מתאר את האנרגיה הפוטנציאלית של גוף שמסתו 1 ק"ג כפונקציה של מרחקו מפני הארץ (x = 1) עד מרחק השווה לעשרים רדיוסי כדור הארץ.



.25 א. על הטיל פועלים רק כוחות משמרים, לכן האנרגיה המכנית שלו נשמרת. בפרט, האנרגיה ברגע

$$-\frac{GM_E m}{R_E} + \frac{mv^2}{2} = -\frac{GM_E m}{r} \quad \text{השיגור שווה לאנרגיה בשיא הגובה:}$$

$$GM_E = gR_E^2 \quad \text{נצמצם ב- m ונציב:}$$

$$-gR_E + \frac{v^2}{2} = -\frac{gR_E^2}{r} \quad \text{נקבל:}$$

$$r = \frac{2gR_E^2}{2gR_E - v^2}$$

$$r = \frac{2 \cdot 10 \cdot (6.37 \cdot 10^6)^2}{2 \cdot 10 \cdot 6.37 \cdot 10^6 - (4 \cdot 10^3)^2} \approx 7.3 \cdot 10^6 \text{ m} = 7,300 \text{ km} \quad \text{נציב מספרים:}$$

$$h = r - R_E = 7,300 - 6,370 = 930 \text{ km}$$

ב. נסמן את המהירות בגובה 300 ק"מ ב-u. נרשום משוואה שמשמעותה שהאנרגיה המכנית הכוללת ברגע השיגור שווה לאנרגיה המכנית הכוללת בגובה 300 ק"מ.

$$-G \frac{M_E m}{R_E} + \frac{mv^2}{2} = G \frac{M_E m}{r} + \frac{mu^2}{2}$$

$$GM_E = gR_E^2 \quad \text{נצמצם ב- } m \text{ ונציב:}$$

$$-gR_E + \frac{v^2}{2} = -\frac{gR_E^2}{r} + \frac{u^2}{2} \quad \text{ונקבל:}$$

$$u = \sqrt{v^2 + \frac{2gR_E^2}{r} - 2gR_E} \quad \text{מכאן:}$$

$$u = \sqrt{(4 \cdot 10^3)^2 + \frac{2 \cdot 10 \cdot (6.37 \cdot 10^6)^2}{6.37 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^5} - 2 \cdot 10 \cdot 6.37 \cdot 10^6} = 3.2 \cdot 10^3 \text{ m/s} \quad \text{נציב מספרים:}$$

$$u = 3.2 \text{ km/s}$$

מהירות הטיל בגובה 300 ק"מ מעל פני כדור הארץ תהיה 3.2 km/s.

$$\frac{GM_E m}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_E}{r}} = \sqrt{\frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.97 \cdot 10^{24}}{6.69 \cdot 10^6}} \approx 7.72 \cdot 10^3 \text{ m/s} = 7.72 \text{ km/s} \quad \text{א. 26}$$

$$E = -\frac{GM_E m}{2r} = -\frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.97 \cdot 10^{24} \cdot 4.725 \cdot 10^3}{2 \cdot 6.69 \cdot 10^6} \approx -1.4 \cdot 10^{11} \text{ J} \quad \text{ב.}$$

27. בכיוון ניצב לפני כוכב הלכת, כי אז כל האנרגיה המכנית מומרת בשיא הגובה לאנרגיה פוטנציאלית כבידתית בלבד.

$$E_1 = -\frac{GM_E m}{R_E} \quad \text{28. הביטוי לאנרגיה של החללית בכן השיגור:}$$

$$E_2 = -\frac{GM_E m}{2(R_E + h)} \quad \text{הביטוי לאנרגיה של החללית במסלול מעגלי:}$$

$$-\frac{GM_E m}{R_E} + E = -\frac{GM_E m}{2(R_E + h)} \quad \text{האנרגיה המינימלית, E, הדרושה כדי להעלות את החללית מקיימת:}$$

$$E = GM_E m \left(\frac{1}{R_E} - \frac{1}{2(R_E + h)} \right) \quad \text{או:}$$

$$E = 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.97 \cdot 10^{24} \cdot 10^3 \cdot \left(\frac{1}{6.37 \cdot 10^6} - \frac{1}{2(6.37 \cdot 10^6 + 0.3 \cdot 10^6)} \right) \quad \text{נציב מספרים:}$$

$$E = 3.25 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

$$(א) \quad \frac{GM_E m}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \quad \text{29. א. החוק השני של ניוטון לגבי החללית במסלול המעגלי:}$$

$$(ב) \quad v = \frac{2\pi r}{T} \quad \text{בתנועה מעגלית קצובה:}$$

$$(א) \quad r = \sqrt[3]{\frac{GM_E T^2}{4\pi^2}} \quad \text{משתי המשוואות (א) ו-(ב) נקבל:}$$

$$v = \sqrt[3]{\frac{2\pi GM_E}{T}} \quad \text{ב. נציב את משוואה (ג) ב-(ב) ונקבל:}$$

$$E = \left(-\frac{GM_E m}{2r}\right) - \left(-\frac{GM_E m}{R_E}\right) \quad \text{ג.}$$

נציב במקום r את ביטוי (ג), ולאחר כמה פעולות אלגבריות נקבל:

$$E = GM_E m \left(\frac{1}{R_E} - \sqrt[3]{\frac{\pi^2}{2GM_E T^2}} \right)$$

30. את האנרגיה הדרושה להעברה נוכל לבטא באמצעות האנרגיה המכנית הכוללת במסלול בעל הרדיוס

הגדול מינוס האנרגיה המכנית הכוללת במסלול בעל הרדיוס הקטן: $E = \left(-\frac{GM_E m}{2r_2}\right) - \left(-\frac{GM_E m}{2r_1}\right)$

$$GM_E = gR_E^2 \quad \text{נשתמש בקשר:}$$

$$E = \frac{gR_E^2 m}{2} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad \text{נקבל:}$$

$$\frac{GM_E m}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_E}{r}} \quad \text{31. א. על פי החוק השני של ניוטון:}$$

$$v = \sqrt{\frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.97 \cdot 10^{24}}{6.7 \cdot 10^6}} = 7,710 \text{ m/s}$$

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{7,710}{6.7 \cdot 10^6} = 1.15 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1} \quad \text{ב.}$$

$$a_R = \frac{v^2}{r} = \frac{(7,710)^2}{6.7 \cdot 10^6} = 8.87 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{ג.}$$

ד. תאוצת הנפילה החופשית בגובה בו נע הלוויין שווה לתאוצת הלוויין, כלומר לפי סעיף ג, היא שווה

$$g^* = \frac{GM_E}{r^2} = \frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.97 \cdot 10^{24}}{(6.7 \cdot 10^6)^2} = 8.87 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{ל- } 8.87 \text{ m/s}^2 \text{ אפשר לחשב אותה ישירות:}$$

$$F_g = G \frac{M_E m}{r^2} = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{5.97 \cdot 10^{24} \cdot 10^3}{(6.7 \cdot 10^6)^2} = 8,870 \text{ N} \quad \text{ה.}$$

ו. העבודה שמבצע כוח הכבידה על הלוויין שווה לאפס, כי בכל נקודה הכוח ניצב למסלול.

$$E = -\frac{GM_E m}{2r} = -\frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.97 \cdot 10^{24} \cdot 10^3}{2 \cdot 6.7 \cdot 10^6} = -2.97 \cdot 10^{10} \text{ J} \quad \text{ז.}$$

32. אנרגיית הקשר, E , היא האנרגיה המינימלית שיש להוסיף לגוף כדי שינוע למרחק גדול מאוד (אינסוף) מכדור הארץ, כלומר האנרגיה שיש להוסיף לגוף כדי שיגיע למרחק רב, עם אנרגיה קינטית השווה לאפס.

$$E_1 = -\frac{GM_E m}{R_E} \quad \text{האנרגיה על פני הארץ:}$$

$$E_2 = 0 \quad \text{האנרגיה באינסוף:}$$

$$-\frac{GM_E m}{R_E} + E = 0 \Rightarrow E = \frac{GM_E m}{R_E} \quad \text{לכן:}$$

$$GM_E = gR_E^2 \quad \text{נציב בקשר האחרון:}$$

$$E = mgR_E \quad \text{ונקבל:}$$

$$E = 70 \cdot 10 \cdot 6.37 \cdot 10^6 = 4.46 \cdot 10^9 \text{ J} \quad \text{נציב מספרים:}$$

33. א. נרשום נוסחאות קינמטיות לגבי תנועת החפץ מרגע זריקתו עד הגיעו לשיא הגובה, ביחס לציר מקום שיכונו החיובי כלפי מעלה, וראשיתו בנקודת הזריקה של החפץ:

$$(א) \quad y = y_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow 2.5 = v_0 \cdot 1 + \frac{a \cdot 1^2}{2}$$

$$(ב) \quad v = v_0 + at \Rightarrow 0 = v_0 + a \cdot 1$$

ממשוואות (א) ו-(ב) נקבל כי תאוצה הנפילה החופשית על פני כוכב הלכת היא 5 m/s^2 כלפי מטה.

ב. גודל מהירות המילוט מכוכב הלכת הוא $v_e = 10^4 \text{ m/s}$.

$$-\frac{GMm}{R} + \frac{mv_e^2}{2} = 0 \quad \text{נמצא ביטוי לגודל מהירות המילוט:}$$

$$GM = gR^2 \quad \text{אבל מתקיים:}$$

$$v_e = \sqrt{2gR} \Rightarrow 10^4 = \sqrt{2 \cdot 5 \cdot R} \Rightarrow R = 10^7 \text{ m} = 10^4 \text{ km} \quad \text{לכן:}$$

$$GM = gR^2 \Rightarrow M = \frac{gR^2}{G} \quad \text{ג.}$$

$$M = \frac{5 \cdot (10^7)^2}{6.67 \cdot 10^{-11}} = 7.5 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{7.5 \cdot 10^{24}}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (10^7)^3} = 1790 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1.79 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad \text{ד.}$$

34. א. מסת כוכב הנייטרונים: $M = 1.4 \cdot 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$

רדיוס כוכב הנייטרונים: $R = 15 \text{ km} = 1.5 \cdot 10^4 \text{ m}$

$$\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{1.4 \cdot 2 \cdot 10^{30}}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (1.5 \cdot 10^4)^3} = 2 \cdot 10^{17} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 2 \cdot 10^{14} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$m = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \quad \text{ב. מסת נויטרון:}$$

$$\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{1.67 \cdot 10^{-27}}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (10^{-15})^3} \quad \text{צפיפותו הממוצעת של נויטרון:}$$

$$\rho \approx 4 \cdot 10^{17} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 4 \cdot 10^{14} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

צפיפות נויטרון כפולה מצפיפות כוכב הנויטרונים.

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 1.4 \cdot 2 \cdot 10^{30}}{1.5 \cdot 10^4}} = 1.578 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{1.578 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^8} c = 0.526 c \quad \text{ג.}$$

$$g = \frac{GM_C}{R_C^2} = \frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 9.46 \cdot 10^{20}}{(4.875 \cdot 10^5)^2} \approx 0.266 \text{ m/s}^2 \quad \text{א. 35}$$

$$w = mg = 90 \cdot 0.266 = 24 \text{ N} \quad \text{ב. לשם דוגמה, משקלו של אדם שמסתו 90 ק"ג היא:}$$

36. פתרון של תלמיד ב הוא הנכון.

החוק השלישי של קפלר מתייחס לשני לוויינים הנעים בשדה הכבידה של אותו גרם שמיים.
שגיאיתו של תלמיד א: עצם הנח על קו המשוואה אינו לוויין של כדור הארץ.
שגיאיתו של תלמיד ג: מאדים אינו לוויין של כדור הארץ אלא של השמש.

37. א. (1) הגוף ינוע בתנועה שונת תאוצה, עם תאוצה הולכת וגדלה כי הכוח הולך וגדל.

(2) מאחר וכוח הכובד הוא משמר האנרגיה המכנית הכוללת, E_1 , בנקודת השחרור שווה לאנרגיה

$$E_1 = E_2 \quad \text{המכנית הכוללת, } E_2, \text{ כהרף עין לפני ההתנגשות בפני הכוכב:}$$

$$\text{(א)} \quad -\frac{GM_E m}{R+h} = -\frac{GMm}{R} + \frac{mv^2}{2}$$

$$\text{(ב)} \quad \frac{GMm}{R^2} = mg \Rightarrow GM = gR^2 \quad \text{על פני הכוכב:}$$

$$\text{(ג)} \quad v = \sqrt{\frac{2gRh}{R+h}} \quad \text{מ- (א) ו- (ב) מקבילים:}$$

ב. (1) במקרה זה התנועה היא שוות תאוצה, כי הכוח בקירוב קבוע.

$$v \approx \sqrt{\frac{2gRh}{R}} = \sqrt{2gh} \quad \text{(2) דנניח במכנה של משוואה (ג) את } h \text{ ביחס ל- } R, \text{ ונקבל}$$

38. א. על-פי החוק השני של ניוטון: $G \frac{M \cdot m}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{GM}{v^2}$ (א)

מנוסחה (א) אפשר לראות כי רדיוס המסלול המעגלי נמצא ביחס הפוך לריבוע המהירות. לכן ללוויין האיטי יש רדיוס גדול יותר, פי ארבעה.

ב. על-פי החוק השלישי של קפלר $T^2 \propto r^3$, כלומר זמן המחזור פרופורציוני ל $r^{3/2}$. על-פי סעיף א, ללוויין האיטי יש רדיוס מסלול גדול פי 4, ולכן זמן המחזור שלו גדול פי $4^{3/2} = 8$.

ג. לפני ההתנגשות, האנרגיה הקינטית של הלוויין קיימה: $E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{GMm}{2r}$

(על פי שוויון (א).

לאחר ההתנגשות המהירות הוכפלה, ולכן האנרגיה הקינטית (בנקודת ההתנגשות): $E_k = \frac{2GMm}{r}$

האנרגיה הפוטנציאלית בנקודת ההתנגשות: $U_G = -\frac{GMm}{r}$

לכן האנרגיה המכנית הכוללת $E_k + U_G = \frac{GMm}{r} > 0$, מכאן שהלוויין אינו קשור, והוא יתנתק מן הכוכב (אנרגיה מכנית כוללת של גוף קשור היא שלילית).

39. כי כדור הארץ מסתובב מזרחה, ומנצלים את מהירות הלוויין מזרחה עם סיבוב זה, בהיותו על כן השיגור.

40. א. נחשב תחילה באיזה מרחק ממרכז הארץ התרחשה ההתנגשות.

החוק השני של ניוטון לגבי הלוויין: $\frac{GM_E m}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{GM_E}{v^2}$

$$r = \frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.97 \cdot 10^{24}}{(7 \cdot 10^3)^2} = 8.13 \cdot 10^6 \text{ m}$$

כלל שימור האנרגיה המכנית בתנועת המטאוריט ממקום ההתנגשות עד כהרף עין לפני ההתנגשות

עם כדור הארץ: $-\frac{GM_E m}{r} = -\frac{GM_E m}{R_E} + \frac{mv^2}{r}$

$$v^2 = 2GM_E \left(\frac{1}{R_E} - \frac{1}{r} \right)$$

$$v^2 = 2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.97 \cdot 10^{24} \left(\frac{1}{6.37 \cdot 10^6} - \frac{1}{8.13 \cdot 10^6} \right) \Rightarrow v \approx 5.2 \text{ km/s}$$

ב. שימור תנע של מערכת הלוויין שמסתו M והמטאוריט שמסתו m: $Mv_1 + mv_2 = Mu_1 + mu_2$

$$1,000 \cdot 7 + 100 \cdot 20 = 1,000u_1 \Rightarrow u_1 = 9 \text{ km/s}$$

ג. נחשב את גודל מהירות המילוט של הלוויין מהמסלול שבו הוא נע: $-\frac{GM_E M_E}{r} + \frac{M_E v_e^2}{2} = 0$

$$v_e^2 = \frac{2GM_E}{r} = \frac{2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.97 \cdot 10^{24}}{8.13 \cdot 10^6}$$

$$v_e = 9.90 \text{ km/s}$$

$$u_1 < v_e$$

הלוויין לא יינתק כי:

ד. מסלול אליפטי.

41. א. על-פי החוק השני של ניוטון לגבי הלוויין:

$$(א) \quad G \frac{M_E m}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

בתנועה מעגלית קצובה:

$$(ב) \quad v = \frac{2\pi r}{T}$$

ממשוואות (א) ו-(ב) מקבלים:

$$(ג) \quad r = \sqrt[3]{\frac{GM_E T^2}{4\pi^2}}$$

תחנת החלל נשארת תמיד מעל אותה נקודה שעל פני הארץ, לכן זמן המחזור שלה הוא 24 שעות.

נציב ב-(ג):

$$T = 24h = 86,400 \text{ s} ; \quad M_E = 5.97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

ונקבל:

$$r = \sqrt[3]{\frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.97 \cdot 10^{24} \cdot (86,400)^2}{4\pi^2}} = 42,200,000 \text{ m} = 42,200 \text{ km}$$

גובה הלוויין מעל פני הארץ:

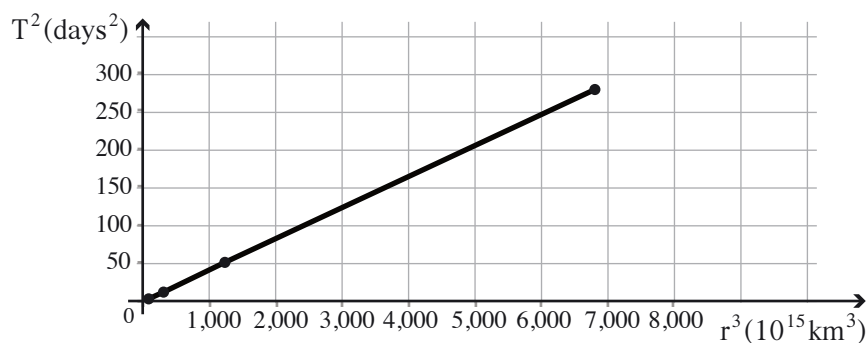
$$h = r - R_E = 42,200 - 6,370 = 3.58 \cdot 10^4 \text{ km}$$

ב. לא, כי הקוטב נמצא על ציר הסיבוב של כדור הארץ סביב עצמו, לכן אינו נע בתנועה מעגלית. לכן לוויין שאמור להימצא מעל הקוטב אמור לא לנוע ביחס לארץ, ומצב זה אינו אפשרי.

42. בטבלה שלהלן רשומים ערכי r ו- T של תנועות הירחים, וכן ערכי r^3 ו- T^2 .

מס' הירח	רדיוס מסלול r (10^5 km)	זמן מחזור T (days)	r^3 (10^{15} km^3)	T^2 (days ²)
1	4.22	1.77	75.2	3.1
2	6.71	3.55	302.1	12.6
3	10.71	7.16	1228.5	51.3
4	18.96	16.69	6815.8	278.6

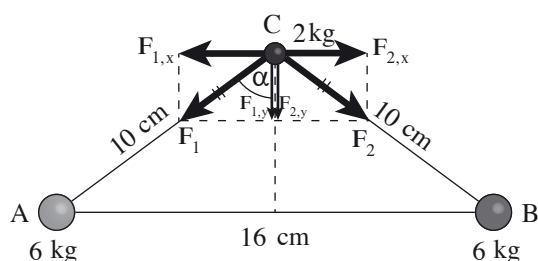
ערכי r^3 ו- T^2 הוקלדו לגליון אלקטרוני, והאיור מתאר גרף של T^2 כפונקציה של r^3 .



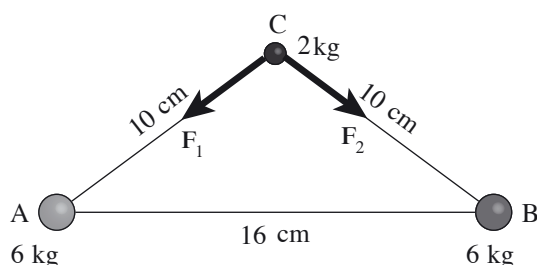
איור א

אפשר לראות מהאיור שהגרף הוא קו ישר, לכן ארבעת הירחים של כוכב הלכת צדק מקיימים: $T^2 \propto r^3$ (ריבוע מקדם המיתאם $R^2 = 1$). לכן הם מקיימים את החוק השלישי של קפלר.

43. הכוח השקול הפועל על הכדור ב-C הוא סופרפוזיציה של הכוח F_1 שמפעיל עליו הכדור ב-A, והכוח F_2 שמפעיל עליו הכדור ב-B (איור א). שני הכוחות שווים בגודלם.



איור ב



איור א

נפרק כל אחד משני הכוחות לרכיבים אופקיים $F_{1,x}$ ו- $F_{2,x}$, ולרכיבים אנכיים $F_{1,y}$ ו- $F_{2,y}$ (איור ב). הרכיבים האופקיים מקזזים זה את זה, והרכיבים האנכיים שווים בגודלם ובכיוונם.

נחשב את גודלו של רכיב אנכי:

$$(א) \quad F_{1,y} = F_1 \cos \alpha = G \frac{M_A \cdot M_C}{r^2} \cdot \cos \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{8}{10} \Rightarrow \alpha = 53.13^\circ$$

$$F_{1,y} = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{6 \cdot 2}{(0.1)^2} \cdot \cos 53.13^\circ \approx 4.8 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

נציב ערכים ב-(א):

הכוח השקול כפול בגודלו מ- $F_{1,y}$, כלומר גודלו שווה ל- $9.6 \cdot 10^{-8}$ ניוטון, וכיוונו לעבר מרכז בסיס המשולש.

44. א. הסיבה הפיזיקלית לכך שהלוויין אינו מקיים את החוק השלישי של קפלר היא שתנועתו מושפעת לא רק מהשמש, אלא גם מהכוח שהארץ מפעילה עליו, וכוח זה אינו זניח ביחס לכוח שהשמש מפעילה. החוק השלישי של קפלר דן בלוויינים (מלאכותיים או טבעיים) הנעים סביב מרכז כוח כבידה אחד.

ב. החוק השני של ניוטון עבור הלוויין:

$$\Sigma F = m\omega^2 r \Rightarrow G \frac{M_S m}{(r-x)^2} - G \frac{M_E m}{x^2} = m\omega^2 (r-x)$$

45. א. ניישם את החוק השלישי של קפלר עבור תנועות כדור הארץ והאסטרואיד:

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3 \Rightarrow \left(\frac{1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{150 \cdot 10^6 \text{ km}}{430 \cdot 10^6 \text{ km}}\right)^3 \Rightarrow \frac{1}{T_2^2} = \left(\frac{15}{43}\right)^3 \Rightarrow T_2 = \left(\frac{43}{15}\right)^{3/2} \approx 4.85 \text{ years}$$

ב. היגד (3) הוא הנכון.

46. א. את גודל מהירות המילוט ניתן לבטא כך:

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

(ראה נוסחה (20) בפרק ט בספר "מכניקה ניוטונית" כרך ב.)

נציב במקום v_e את מהירות האור c ואז הרדיוס של הכוכב יהיה רדיוס שוורצשילד:

$$c = \sqrt{\frac{2GM}{R_s}} \Rightarrow R_s = \frac{2GM}{c^2}$$

ב.

$$R_s = \frac{2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 10 \cdot 2 \cdot 10^{30}}{(3 \cdot 10^8)^2} = 2.96 \cdot 10^4 \text{ m} = 29.6 \text{ km}$$

ג.

$$\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}R_s^3} = \frac{10 \cdot 2 \cdot 10^{30}}{\frac{4}{3}\pi \cdot (2.96 \cdot 10^4)^3} \approx 1.84 \cdot 10^{17} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1.84 \cdot 10^{14} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

47. א. רדיוס מסלול תחנת החלל הוא:

$$h + R_E = 3R_E + R_E = 4R_E$$

נסמן: v - גודל מהירות תחנת החלל לאחר שיגור הטיל.

יישום החוק השני של ניוטון עבור תחנת החלל במסלולה המעגלי:

(א) $\Sigma F_R = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow G \frac{M_E m}{(4R_E)^2} = \frac{mv^2}{4R_E} \Rightarrow G \frac{M_E}{4R_E} = v^2$

(ב) $GM_E = R_E^2 g$ נציב בנוסחה (א) את נוסחה (ב):

$$v^2 = \frac{1}{4}gR_E = \frac{1}{4} \cdot 10 \cdot 6.37 \cdot 10^6 \Rightarrow v \approx 4,000 \text{ m/s}$$

ונקבל:

ב. חישוב זמן המחזור של תנועת תחנת החלל סביב הארץ:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \cdot 4R_E}{v} = \frac{2\pi \cdot 4 \cdot 6.37 \cdot 10^6}{4,000} = 40,003.6 \text{ s} \approx 11.11 \text{ h}$$

ג. יישום חוק שימור התנע עבור תחנת החלל והטיל B לפני שיגור הטיל B ואחרי השיגור:

$$0 = \frac{2m}{3}v - \frac{m}{3}u \Rightarrow u = 2v = 2 \cdot 4,000 = 8,000 \text{ m/s}$$

כיוון המהירות: מחברים בתרשים את תחנת החלל עם מרכז הארץ, ובנקודת החיתוך של קו זה עם כדור הארץ מעבירים משיק לארץ. כיוון המהירות של הטיל צריך להיות מקביל לקו זה.

ד. תחנת החלל והאסטרואיד נופלים בתאוצת הנפילה החופשית, וכאשר הם נמצאים באותו מרחק מהארץ - התאוצות שלהם שוות.

48. א. יישום החוק השני של ניוטון עבור כוכב הלכת:

$$(א) \quad \Sigma F_R = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow G \frac{Mm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

$$(ב) \quad v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$T = 2\pi r \sqrt{\frac{r}{GM}}$$

מ- (א) ו- (ב) נקבל:

$$T = 420 \text{ days} = 420 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s}$$

ב. נתון כי זמן המחזור של כוכב הלכת הוא:

מקשר (א) לעיל נובע כי:

$$r = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 2.4 \cdot 10^{30} \cdot (420 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60)^2}{4\pi^2}} \approx 1.75 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

$$M = \rho \frac{4}{3} \pi R^3 \Rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{3M}{4\pi\rho}} \quad (1) \quad ג.$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 2.4 \cdot 10^{27}}{4\pi \cdot 1250}} = 7.71 \cdot 10^7 \text{ m}$$

$$g = \frac{GM_E}{R^2} = \frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 2.4 \cdot 10^{27}}{(7.71 \cdot 10^7)^2} = 26.9 \text{ m/s}^2 \quad (2)$$

49. ההיגד הנכון הוא (3).

50. א. בתצלום מהקיץ השמש נראית קטנה יותר, מכאן אפשר להסיק כי בתקופה זו המרחק בין השמש לארץ הוא גדול מאשר בחורף.

ב. על פי החוק השני של קפלר בחורף מהירות הארץ גדולה יותר, בגלל מה שנאמר בתשובה לסעיף א. אם נתבונן בשטחים ש"מכסה" הקו המחבר את השמש עם הארץ בפרק זמן מסוים בקיץ ובחורף - נסיק כי מאחר שבחורף המרחק בין השמש והארץ קטן יותר - אורך הקשת צריך להיות גדול יותר.

$$51. \quad א. \quad \text{רדיוס מסלול הלוויין הוא:} \quad r = h + R_E = R_E + R_E = 2R_E$$

יישום החוק השני של ניוטון עבור הלוויין:

$$(א) \quad \Sigma F_R = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow G \frac{M_E m}{(2R_E)^2} = \frac{mv^2}{2R_E} \Rightarrow v^2 = G \frac{M_E}{2R_E}$$

נציב בנוסחה (א) את נוסחה (ב): $GM_E = R_E^2 g$ (ב)

$$v^2 = \frac{1}{2} g R_E = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 6.37 \cdot 10^6 \Rightarrow v \approx 5,640 \text{ m/s} = 5.64 \text{ km/s}$$

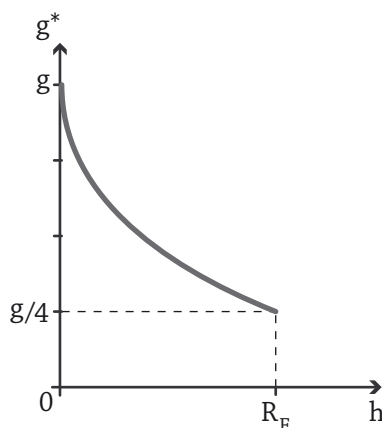
ונקבל:

ב. הנוסחה לחישוב זמן מחזור:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \cdot 2R_E}{v} = \frac{2\pi \cdot 2 \cdot 6.37 \cdot 10^6}{5,640} = 14,190 \text{ s} \approx 3.94 \text{ h}$$

ג. גודל תאוצת הנפילה החופשית על פני הארץ הוא g . גודל התאוצה קטן ביחס הפוך לריבוע המרחק ממרכז הארץ. לכן אם הלוויין נע במרחק כפליים רדיוס הארץ, גודל תאוצת הנפילה החופשית קטן פי ארבעה מגודל תאוצת הנפילה החופשית על פני הארץ, כלומר הוא $g/4 = 2.5 \text{ m/s}^2$.

ד. הגרף של גודל תאוצת הנפילה החופשית, g , כפונקציה של הגובה, h , מעל פני הארץ:



ה. (1) נסמן: T - הוריית הדינמומטר, g - תאוצת הנפילה החופשית יחסית לארץ.

נחשב את מסת הגוף על פי תוצאת שקילתו במנוחה על פני הארץ:

$$m = \frac{w}{g} = \frac{T}{g} = \frac{50}{10} = 5 \text{ kg}$$

ניישם את החוק השני של ניוטון לגבי הגוף במהלך השיגור ביחס לציר שכיוונו החיובי כלפי מעלה:

$$\sum F_R = ma \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow T = m(g + a) = 5 \cdot (10 + 2) = 60 \text{ N}$$

הוריית הדינמומטר תהיה 60 ניוטון.

(2) עתה g יהיה תאוצת הנפילה החופשית ביחס לארץ בגובה בו נע הלוויין:

$$\sum F_R = ma \Rightarrow T - mg = m(-g) \Rightarrow T = 0$$

הוריית הדינמומטר תהיה 0.

52. א. ניישם את החוק השלישי של קפלר עבור תנועות כדור הארץ והאסטרואיד:

$$\left(\frac{T_E}{T_{\text{ASTRO}}}\right)^2 = \left(\frac{r_E}{r_{\text{ASTRO}}}\right)^3 \Rightarrow \left(\frac{1}{T_{\text{ASTRO}}}\right)^2 = \left(\frac{1.5 \cdot 10^{11} \text{ m}}{4 \cdot 10^{11} \text{ m}}\right)^3 \Rightarrow T_{\text{ASTRO}} = \left(\frac{4}{1.5}\right)^{3/2} = 4.35 \text{ years}$$

ב. (1) מהירות זוויתית של גוף היא קצב שינוי הזווית הנוצרת על ידי קו המחבר גוף נע עם נקודת ייחוס.

(2) נסמן: ω_{ASTRO} - המהירות הזוויתית של האסטרואיד ביחס לשמש.

$$\omega_{ASTRO} = \frac{2\pi}{T_{ASTRO}} = \frac{2\pi}{4.35} \approx 1.45 \text{ years}^{-1} = \frac{1.44}{365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} = 4.5 \cdot 10^{-8} \text{ s}^{-1}$$

ג. גודל מהירות האסטרואיד: $v_{ASTRO} = \omega_{ASTRO} \cdot r_{ASTRO} = 4.59 \cdot 10^{-8} \cdot 4 \cdot 10^{11} = 18.4 \cdot 10^3 \text{ m/s}$

ד. (1) האסטרואיד מואץ - התאוצה מבטאת את קצב שינוי כיוון המהירות.

$$a_R = \frac{v^2}{r} = \frac{(18.4 \cdot 10^3)^2}{4 \cdot 10^{11}} = 8.46 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}^2 \quad \text{גודל התאוצה:}$$

(2) על האסטרואיד פועל כוח כבידה על ידי השמש.

53. הצופה על הירח אינו יוכל להבחין בתנועת הארץ סביב השמש, כי גם הוא, יחד עם הירח, נעים סביב השמש. הצופה לעומת זאת יבחין בסיבוב הארץ סביב צירה.

54. א. על-פי נוסחה (20) בפרק ט: $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$

$$GM = gR_E^2 \quad \text{נציב בנוסחה (א)}$$

$$v_e = R_E \sqrt{\frac{2g}{r}} \quad \text{ונקבל:}$$

ב. על פי נוסחה (א) שבסעיף א: $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R+h}}$

כאשר: R - רדיוס גרם השמיים.

h - גובה מעל פני גרם השמיים.

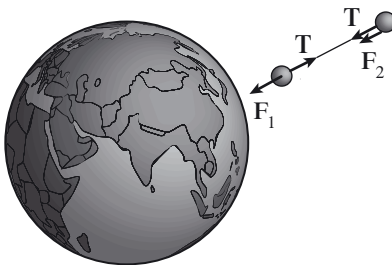
$$v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.97 \cdot 10^{24}}{6.37 \cdot 10^6 + 10^6}} = 10,400 \text{ m/s} \quad (1) \quad \text{מעל פני הארץ:}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 7.3 \cdot 10^{22}}{1.74 \cdot 10^6 + 10^6}} = 1,885 \text{ m/s} \quad (2) \quad \text{מעל פני הירח:}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30}}{7 \cdot 10^8 + 10^6}} = 616,900 \text{ m/s} \quad (3) \quad \text{מעל פני השמש:}$$

55. א. על הגוף הקרוב לארץ פועל כוח כבידה גדול מאשר על הגוף הרחוק מן הארץ. לכן, אילו הגופים לא היו קשורים - תאוצתו של הגוף הקרוב היתה גדולה מזו של הגוף הרחוק. כאשר הגופים קשורים, הדבר אינו אפשרי - החוט מקטין את תאוצתו של הגוף הקרוב ומגדיל את תאוצתו של הגוף הרחוק, כך ששניהם נעים באותה תאוצה. לכן מתיחות החוט אינה אפס.

ב. הכוחות הפועלים על הגוף הקרוב לארץ הם כוח הכבידה (ראה F_1 באיור), ומתיחות החוט T .



על פי החוק השני של ניוטון לגבי הגוף הקרוב.

(א) $\frac{GM_E m}{(R_E + R_E/2)^2} - T = ma$

על הגוף הרחוק מן הארץ פועל כוח כבידה (ראה F_2 באיור) וכוח מתיחות - שניהם פועלים לעבר

מרכז הארץ. על-פי החוק השני של ניוטון לגבי הגוף הרחוק:

(ב) $\frac{GM_E m}{(R_E + 1.5R_E)^2} + T = ma$

מהחסרת משוואה (ב) ממשוואה (א) מקבלים:

$$\frac{GM_E m}{(1.5R_E)^2} - \frac{GM_E m}{(2.5R_E)^2} = 2T$$

מציבים:

$$GM_E = gR_E^2$$

ולאחר כמה פעולות אלגבריות מקבלים:

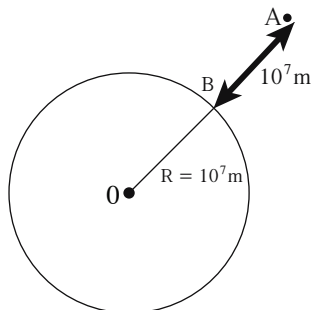
$$T = \frac{32}{225} mg$$

56. א. פתרון בדרך א:

הביטוי לתאוצת גוף בשדה כבידה רדיאלי:

(א) $g^* = \frac{GM}{r^2}$

מרחק הנקודה A (הנקודה שממנה הגוף משוחרר - ראה איור) מ-O גדול פי 2 ממרחק הנקודה B מ-O. לכן התאוצה ב-A קטנה פי $2^2 = 4$ מהתאוצה ב-B, לכן התאוצה ב-A היא:

$$10/4 = 2.5 \text{ m/s}^2$$


פתרון בדרך ב:

$$10^7 + 10^7 = 2 \cdot 10^7 \text{ m}$$

מרחק הנקודה A מ-O:

(ב) $g^* = \frac{GM}{(2 \cdot 10^7)^2}$

על-פי נוסחה (א) התאוצה ב-A:

$$(ג) \quad 10 = \frac{GM}{(10^7)^2}$$

התאוצה ב-B מקיימת:

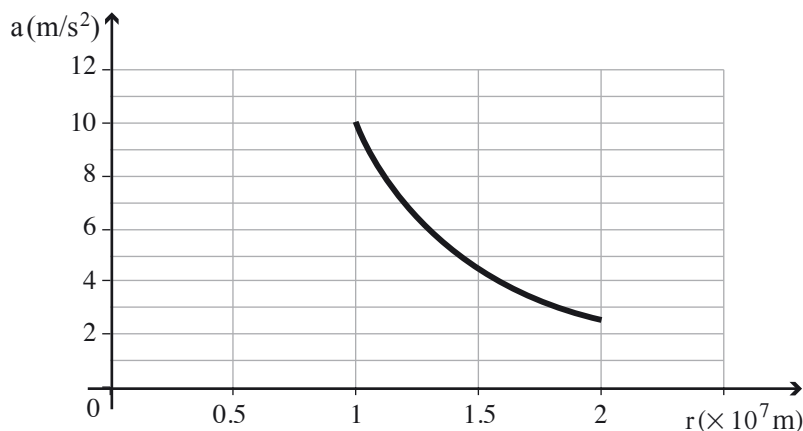
$$\frac{g^*}{10} = \frac{(10^7)^2}{(2 \cdot 10^7)^2} \Rightarrow g^* = 2.5 \text{ m/s}^2$$

מחילוק משוואה (ב) ב-(ג) מקבלים:

הלכה (אסארה): דרך א קצרה יאגר, וזכן היא לדיפה. דרך ב אלומה זאג קא יאגר אפנה. אלאר זאג כדאי אכחור אג דדרך האלדפה אפזג פהגלן.



ב. גרף המתאר את תאוצת הגוף כפונקציה של מרחקו ממרכז הכובד, בתנועתו מ-A ל-B:



ג. נסמן את משך הנפילה ב-t. חישוב אנליטי של t אינו בהישג ידינו, כיוון שמדובר בתנועה עם תאוצה משתנה; היא גדלה מ-2.5 m/s² בנקודה A עד 10 m/s² על פני כוכב הלכת.

אילו הגוף היה נע בתאוצה קבועה השווה לערך המרבי של התאוצה, כלומר ל-10 m/s², משך זמן הנפילה (שנסמנו t₁) היה קצר מ-t. אילו הגוף היה נע בתאוצה קבועה השווה לערך המזערי של התאוצה - 2.5 m/s², משך זמן הנפילה (שנסמנו t₂) היה ארוך מ-t. לכן t₁ ו-t₂ מהווים גבול תחתון וגבול עליון בהתאמה למשך זמן הנפילה האמיתי t.

$$\Delta x = v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow 10^7 = 0 + \frac{10t_1^2}{2} \Rightarrow t_1 \approx 1,414 \text{ s} \quad \text{נחשב את } t_1$$

$$\Delta x = v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow 10^7 = 0 + \frac{2.5t_2^2}{2} \Rightarrow t_2 \approx 2,828 \text{ s} \quad \text{חישוב } t_2$$

$$1,414 \text{ s} < t < 2,828 \text{ s} \quad \text{מכאן:}$$

הלכה (אסארה): חשוב אציין כי ארוב, אפזאג שבהם חוסקים פיזיקאים, אין פהגלן אנליטי מדויק, וכי חישוב מקורב פוא דבר מקורב מאד בפזיקה.



57. ננתח את המערכת: כדי להכניס את ספינת החלל למסלול מעגלי בעל רדיוס גדול יותר, על האסטרונאוט להעלות את ספינת החלל לגובה הרצוי, להפנות את כיוון תנועתה לכיוון ניצב לקו המחבר אותה עם

$$\frac{GM_E m}{r_2^2} = m \frac{v_2^2}{r_2} \quad \text{מרכז הארץ, ולתת לה מהירות בגודל המתאים לתנועה מעגלית:}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{GM_E}{r_2}} \quad \text{כלומר גודל המהירות צריך לקיים:}$$

המהירות במסלול העליון (רדיוס r_2) צריכה להיות נמוכה מהמהירות במסלול התחתון (רדיוס r_1).

הוראות לאסטרונאוט:

א. הפעל לזמן קצר מנוע רקטה, שיפנה את ספינת החלל לתנועה כלפי "מעלה" כך שהיא תתרחק מכדור הארץ בכיוון רדיאלי.

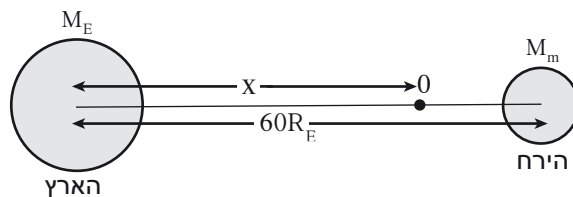
ב. אם במהלך התנועה כלפי מעלה מהירות ספינת החלל מתאפסת - הפעל מנועים שיעלו את ספינת החלל למרחק r_2 ממרכז כדור הארץ.

ג. בהגיעך למרחק r_2 ממרכז כדור הארץ, הפעל לזמן קצר מנועים כך שכיוון תנועת ספינת החלל יהיה ניצב לכיוון הקו המחבר את ספינת החלל עם מרכז הארץ.

$$v_2 = \sqrt{\frac{GM_E}{r_2}} \quad \text{ד. קבע את מהירות ספינת החלל כך שגודלה יהיה:}$$

ה. כבה את מנועי ספינת החלל.

58. א. נסמן: x - מרחק הנקודה O ממרכז הארץ (ראה איור).



הארץ והירח יפעילו כוחות שווים בגודלם על גוף שמסתו m שיוצב בנקודה O.

$$(א) \quad \frac{GM_E m}{x^2} = \frac{GM_m m}{(60 R_E - x)^2}$$

נציב במשוואה (א) $M_m = \frac{M_E}{81}$ ונקבל (לאחר חילוק בגורמים המופיעים בשני האגפים):

$$(ב) \quad \frac{1}{x^2} = \frac{1}{81 \cdot (60 R_E - x)^2}$$

השורשים (החיוביים) של שני אגפי המשוואה (ב) שווים אף הם.

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{9 \cdot (60 R_E - x)} \Rightarrow x = 54 R_E$$

$$(א) \quad E_1 = -\frac{GM_E m}{R_E} + E - \frac{GM_m m}{59 R_E} \quad \text{ב. האנרגיה המכנית של החללית בן השיגור:}$$

נבהיר:

האבר הראשון באגף ימין של משוואה (ג): האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית של מערכת חללית - כדור הארץ.

האבר השני: האנרגיה שיש להוסיף לזיין (הגודל שיש למצוא בשאלה).

האבר השלישי: האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית של מערכת חללית - ירח.

האנרגיה של החללית בנקודה O.

$$(ד) \quad E_2 = -\frac{GM_E m}{54R_E} - \frac{GM_m m}{6R_E}$$

נשווה את האגפים הימניים של משוואות (ג) ו-(ד) ($E_1 = E_2$), נציב $M_m = \frac{M_E}{81}$ לאחר כמה פעולות

אלגבריות נקבל:

$$E = 0.9796 \text{ mg}R_E$$

59. בפתרון התרגיל נסתמך על ההנחיה הרשומה בתרגיל.

נניח שהתפוח נמצא בנפילה לעבר מרכז הארץ, ומרחקו ממרכז הארץ הוא r . על פי ההנחיה שרשומה בתרגיל, הקליפה הכדורית החיצונית, זו שרדיוסה הקטן הוא r , ורדיוסה הגדול הוא רדיוס כדור הארץ, R_E , מפעילה על התפוח כוח שקול אפס. מי שמפעיל כוח כבידה על התפוח הוא החלק הפנימי של כדור הארץ, שרדיוסו שווה למרחק, r , של התפוח ממרכז הארץ.

נסמן: M - מסת החלק הפנימי הכדורי של כדור הארץ

V - נפח החלק הפנימי הכדורי של כדור הארץ

F - גודל הכוח שהחלק הפנימי הכדורי של כדור הארץ מפעיל על התפוח

m - מסת התפוח

ρ - צפיפות הארץ

הביטוי לגודל הכוח F :

$$(א) \quad F = G \frac{Mm}{r^2} = G \frac{\rho V \cdot m}{r^2} = \frac{\rho \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 m}{r^2} = \left(\rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi m \right) \cdot r$$

הביטוי הרשום בסוגריים הוא גודל קבוע.

כיוון שכיוון הכוח F הוא לעבר מרכז כדור הארץ, וגודל הכוח F פרופורציוני למרחק r של התפוח ממרכז הארץ (קשר (א) לעיל), הרי הכוח מתאים להגדרת אופי הכוח בתנועה הרמונית פשוטה (ראה פרק ח), לכן תנועת התפוח בתרחיש המתואר בתרגיל זה היא הרמונית פשוטה.

60. א. נחשב את הגודל המזערי של המהירות שבה היה צריך מטאוריט להיזרק בפני הירח, כדי להגיע לנקודה שבה כוחות המשיכה של כדור הארץ והירח שווים בגודלם (נסמן נקודה זו ב-O).

האנרגיה המכנית הכוללת של המטאוריט ברגע שהוא מזרק:

$$E_1 = -\frac{GM_M m}{R_M} - \frac{GM_E m}{60R_E - R_M} + \frac{mv_0^2}{2}$$

האבר הראשון: האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית של מערכת המטאוריט והירח.

האבר השני: האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית של מערכת המטאוריט והארץ.

האבר השלישי: האנרגיה הקינטית של המטאוריט.

$$E_2 = -\frac{GM_E m}{54R_E} - \frac{GM_M m}{6R_E} \quad \text{האנרגיה המכנית הכוללת של המטאוריט בנקודה O:}$$

(ראה פתרון סעיף א בתרגיל 58).

$$E_1 = E_2 \quad \text{על-פי חוק שימור האנרגיה המכנית:}$$

$$M_M = \frac{M_E}{81} \quad \text{נשווה בין הביטויים של } E_1 \text{ ו-} E_2, \text{ ונסתמך על כך ש-}$$

$$v_0^2 = 2G \left(\frac{M_M}{R_M} + \frac{M_E}{60R_E - R_M} - \frac{M_E}{54R_E} - \frac{M_M}{6R_E} \right) \quad \text{לאחר שנצמצם ב- } m, \text{ נקבל:}$$

$$v_0^2 = 2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5.97 \cdot 10^{24}}{6.37 \cdot 10^6} \left(1 - \frac{1}{54} - \frac{1}{6 \cdot 81} \right) \quad \text{נציב מספרים:}$$

$$v_0 \approx 2.26 \text{ km/s} \quad \text{פתרון המשוואה:}$$

$$E_3 = -\frac{GM_E m}{R_E} + \frac{mv^2}{2} \quad \text{ב. האנרגיה המכנית הכוללת של המטאוריט בפגיעתו בארץ:}$$

(הזנחנו את האנרגיה של מערכת המטאוריט - ירח)

$$E_2 = E_3$$

$$M_M = \frac{M_E}{81} \quad \text{נשווה בין הביטויים של } E_2 \text{ ו-} E_3, \text{ ונסתמך על כך ש-}$$

$$v^2 = 2G \left(\frac{M_E}{R_E} - \frac{M_E}{54R_E} - \frac{M_M}{6R_E} \right) = \frac{2GM_E}{R_E} \left(1 - \frac{1}{54} - \frac{1}{6 \cdot 81} \right) \quad \text{לאחר כמה פעולות אלגבריות נקבל:}$$

$$v^2 = 2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5.97 \cdot 10^{24}}{6.37 \cdot 10^6} \left(1 - \frac{1}{54} - \frac{1}{6 \cdot 81} \right) \quad \text{נציב מספרים:}$$

$$v \approx 11.07 \text{ km/s} \quad \text{פתרון המשוואה:}$$

61. פלורידה נמצאת בדרום ארצות-הברית, והיא קרובה לקו המשווה לעומת מקומות אחרים בארצות הברית. לכן נקודה באדמת פלורידה נעה, בגלל סיבוב הארץ סביב צירה, ברדיוס גדול, לכן, על פי הקשר $v = \omega r$, המהירות של נקודה כזו גדולה ביחס למהירויות של מקומות אחרים על אדמת ארצות הברית. זה מקנה לטיל שנושא לוויין מהירות התחלתית בנוסף למהירות שמקנה המנוע לטיל.

Newtonian Mechanics

Teacher's Guide

Solutions to the exercises including pedagogical notes.



Adi Rosen