

מכניקה ניוטונית מדריך למורה

הערות דידקטיות ופתרונות לתרגילים שבכרך א



עדי רוזן



משרד החינוך
א-4345 ב-4314
אשר בתאריך 15.2.12-13.3.12

מינהלת מל"מ
המרכז הישראלי לחינוך מדעי טכנולוגי
על-שם עמוס דה-שליט



המחלקה להוראת המדעים

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
אגף מדעים



כתיבה ועריכה:

עדי רוזן

ראש הפרויקט:

פרופ' בת-שבע אלון

הגהה דידיקטית:

קורונה פולינגר

עריכה במחשב ועיצוב גרפי:

ציפי עובדיה

אין לשכפל, להעתיק, לצלם, להקליט, לתרגם, לאחסן במאגר מידע, לשדר או לקלוט בכל דרך או אמצעי אלקטרוני, אופטי או מכני או אחר כל חלק שהוא מהחומר שבספר זה. שימוש מסחרי מכל סוג שהוא בחומר הכלול בספר זה אסור בהחלט אלא ברשות מפורשת בכתב מהמוציא לאור.

פתח דבר

למורים,

הספר שלפניכם כולל:

- א. הערות דידקטיות כלליות להוראת המכניקה הניוטונית.
- ב. רשימת אתרי אינטרנט עם יישומונים בפיזיקה.
- ג. הערות דידקטיות לפרקים השונים.
- ד. פתרונות לכל התרגילים המופיעים בשני הכרכים, א ו- ב, של הספר "מכניקה ניוטונית". במהלך השנים השתנו פה ושם סעיפים של תרגילים. הפתרונות בספר זה מתאימים בצורה מלאה ומדויקת לניסוח של התרגילים במהדורות 2012 של שני הכרכים.
חלק מהפתרונות מלווים, תחת הכותרת "הערה והארה" בהערות משני סוגים:
(1) הערות דידקטיות ייעודיות; כל הערה מתייחסת לתרגיל שבו היא מופיעה.
(2) ציון שגיאות וקשיים אופייניים של תלמידים, כפי שעלו בכיתות שאותן לימדתי במהלך השנים, ואשר גם מוזכרות במחקרים בתחום הוראת המדעים.
ה. תקליטור הכולל את כל האיורים של שני הכרכים של המכניקה הניוטונית ואת כל איורי התשובות לשאלות המופיעות במדריך למורה שלפניך. באיורים אלה תוכל להשתמש כמצגת במהלך שיעורי הפיזיקה, ותוכל גם לשבץ אותם במסמכים שתכין לתלמידים, לדוגמה במבחנים.
כמו כן הוא כולל גם קובץ בשם connections עם רשימות אתרי האינטרנט לצורך חיבור נוח.

אני ממליץ שתכירו את ההערות לגבי קשיים של תלמידים (ד (2) לעיל), ואם תזהו אותם גם אצל תלמידיכם עצתי שלא תתעלמו מהן, אלא השתמשו בהן דווקא כמנוף לקידום כלל תלמידי הכיתה.
כל קובץ תרגילים בשני הכרכים של המכניקה הניוטונית מחולק לשלושה חלקים:

I. תרגילים מותאמים לסעיפי הפרק

II. תרגילי סיכום

III. תרגילי העמקה

תרגילים מותאמים לסעיפי הפרק: לאחר הוראה של כל יחידת לימוד (כגון סעיף) אני ממליץ לך להטיל על תלמידייך לפתור את התרגילים המתאימים מתוך הקובץ "תרגילים המותאמים לסעיפי הפרק". לדוגמה, ליחידת הלימוד "סעיף 6: תנועה שוות תאוצה" שבפרק א מותאמים תרגילים 33-51; את התרגילים האלה תוכל לתת כשיעורי בית במהלך לימוד היחידה.

תרגילי סיכום: תרגילים אלה נועדו להינתן בחלקם כשיעורי בית עם סיום הוראת כל פרק, ובחלקם לאחר עשויים לשמש את התלמידים כהכנה לקראת בחינות בבית הספר וכהכנה לבחינות הבגרות במכניקה. תרגילים נוספים שיוכלו לשמש לקראת בחינת הבגרות נמצאים בחוברת "מכניקה ניוטונית - תרגילי חזרה לכרכים א ו- ב".

תרגילי העמקה: תרגילים אלה נועדו בעיקרם לתלמידים אשר רוצים לשפר את הבנתם מעבר לנדרש בבחינת הבגרות.

בהכנתו של הספר נעזרנו בכמה אנשים, ואנו מבקשים להודות להם:

- **לקורינה פולינגר**, מהמרכז לחינוך מדעי חמד"ע בתל-אביב, על שקראה ביסודיות אופיינית את כל הספר, והעירה הערות רבות ומועילות.
- **לציפי עובדיה**, על המסירות בהקלדה של המלל והנוסחאות שבספר, עריכת הספר במחשב, והכנת האיורים המשובצים בספר.

עדי רוזן
המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע,
סיון תשע"ב יוני 2012



תוכן העניינים

מבוא כללי	7
1. הערות דידקטיות כלליות להוראת מכניקה ניוטונית	7
2. רשימת אתרי אינטרנט עם יישומונים בפיזיקה	9
פרק א: קינמטיקה - תנועה לאורך קו ישר	13
1. הערות דידקטיות לפרק	13
2. יישומונים בנושאי הפרק	22
3. פתרונות תרגילי הפרק עם הערות דידקטיות ייעודיות לתרגילים	24
פרק ב: וקטורים	79
1. הערות דידקטיות לפרק	79
2. יישומונים בנושאי הפרק	80
3. פתרונות תרגילי הפרק עם הערות דידקטיות ייעודיות לתרגילים	81
פרק ג: כוחות ומצבי התמדה	103
1. הערות דידקטיות לפרק	103
2. פתרונות תרגילי הפרק עם הערות דידקטיות ייעודיות לתרגילים	112
פרק ד: החוק השני של ניוטון	141
1. הערות דידקטיות לפרק	141
2. יישומונים בנושאי הפרק	145
3. פתרונות תרגילי הפרק עם הערות דידקטיות ייעודיות לתרגילים	146
פרק ה: תנועה במישור	197
1. הערות דידקטיות לפרק	197
2. יישומונים בנושאי הפרק	198
3. פתרונות תרגילי הפרק עם הערות דידקטיות ייעודיות לתרגילים	200

מבוא כללי

1. הערות דידקטיות כלליות להוראת מכניקה ניוטונית

1.1 הקפדה על התבטאויות תלמידים:

תלמידים מתבטאים לעיתים בצורה לא מדויקת; אבל בגלל שהמורה מבין כוונתם (או חושב שהוא מבין), או בגלל שהוא אינו רוצה "לבזבז זמן יקר" הוא אינו מתייחס להתבטאויות אלה. חשוב שתקפיד על התבטאויות מדויקות של תלמידך. כאשר תלמיד מתבטא בצורה לא מדויקת בכיתה, תוכל לבקש ממנו לרשום את המשפט הפגום על הלוח, ולבקש משאר תלמידי הכיתה להתייחס לדיוק המשפט. פעילויות כאלה עשויות לשפר את יכולת ההתבטאות של התלמידים, לפחות בנוגע ללימודי הפיזיקה. כמובן, שלפני כן ראוי שתסביר לתלמידך היבט זה של שיטת ההוראה שלך, ותדגיש שאין הדבר נועד להשפיל אותם. התבטאויות ברורות ומדויקות משפרות את ההבנה, ומחדדות את התפיסה. תוכל לעקוב אחרי התבטאויות התלמידים כאשר הם מתבטאים בעל-פה במהלך השיעורים, וגם כאשר הם מתבטאים בכתב.

1.2 קישור בין תופעה לבין ייצוגה:

תלמידים רבים מתבלבלים בין מה שקורה במציאות לבין ייצוג של מה שקרה המציאות. לדוגמה, התבונן בתרגיל 25 בפרק א (עמוד 86). כתשובה לסעיף א של תרגיל זה מוצע שתבקש מאחד מתלמידך לסרטט על הלוח ציר מקום, ולאורכו לסרטט את מסלול התנועה של הגוף. בהקשר לנפילה חופשית לדוגמה, תלמידים לעיתים קרובות חושבים שאם בגרף של המקום y כפונקציה של הזמן t ציר המקום מצביע כלפי מעלה, אז בהכרח גם ציר המקום שלאורכו נע הגוף מצביע כלפי מעלה.

1.3 הבנה מושגית:

במכניקה הניוטונית מושגים מושגי יסוד רבים שנחוצים לא רק ללימודי המכניקה, אלא גם להבנת ענפי פיזיקה נוספים. לכן, בנוסף לפיתוח יכולת הפעלתם של כלים מתמטיים, חשוב שתלמידך ירכשו הבנה מושגית. כדי למנוע בלבול בין המושגים השונים, חשוב שתלמידך אכן יבינו את המושגים הקודמים, לפני הוראת מושג חדש. אין זאת אומרת שיש להמתין עד שתיבנה הבנה מעמיקה של כל המושגים הקודמים - הבנה זו עשויה להתרחש לאחר שהתלמידים יפגשו את המושגים הקודמים בהקשרים חדשים (לימוד "ספירלי"); הכוונה היא שהתלמידים יהיו מסוגלים להסביר את המושגים הקודמים במילים שלהם ולבצע שגרות (פרוצדורות) הקשורות בהם לפני שיתוודעו למושג חדש.

במסגרת הדגשת הבנה מושגית, מומלץ שתעמת את תלמידך עם שאלות כגון השאלות האלה:

מהי משמעות המשפט "מהירות הגוף היא 20 m/s ?"

מהי משמעות המשפט "תאוצת הגוף היא 2 m/s^2 ?"

מהי משמעות המשפט "העתק של גוף הנע לאורך ציר x הוא -40 m ?"

מהי משמעות המשפט "קבוע הכוח של קפיץ הוא 30 N/m ?"

1.4 תפיסות חלופיות:

כמורה הינך חייב להכיר **תפיסות חלופיות** (alternative frames) של תלמידים. התפיסות החלופיות שונות מהתפיסות המדעיות, והן נחלת בני אדם מכל הגילים ומכל רמות האינטליגנציה. הכוונה היא שתלמידים אינם מגיעים ללימוד מכניקה כדף חלק (טאבולה ראסה) אלא יש להם ידע קודם, שאותו הם מפתחים, לרוב, באופן לא מודע.

מערך התפיסות החלופיות של תלמיד לפני הגיעו ללימוד פורמלי של המכניקה הניוטונית הוא אחד המרכיבים החשובים המשפיעים על לימוד המכניקה.

שני כרכי המכניקה הניוטונית ייחודיים בכך שתפיסות חלופיות רווחות מצוינות בספר לתלמיד.

מקורות אפשריים לתפיסות חלופיות במכניקה:

א. **התנסות יום-יומית:** תפיסות הנבנות במהלך השנים כתוצאה מהתנסות **במציאות הגשמית**, בעוד שחוקי מכניקה מתייחסים לרוב למצבים **אידאליים**, השונים מן המצבים במציאות היום-יומית. דוגמאות למצבים אידאליים הם כאלה שאין בהם חיכוך, בעוד שבמציאות היום-יומית תמיד יש חיכוך. בהקשר זה התפיסות החלופיות מכונות תפיסות קדם מדעיות - pre-conceptions.

כיוון שתפיסות חלופיות אלה נבנו החל מגיל צעיר, **קשה מאוד לשרש אותן.**

דוגמה: תפיסות הקשורות לחוק הראשון של ניוטון.

ב. **פער בין השפה היום-יומית לבין השפה המדעית:** תפיסות הנובעות מ**פערים בין מונחים המשמשים בשפה היום-יומית לבין אותם מונחים שמשמעותם בשפה המדעית היא אחרת.**

דוגמה: פער בין המילה "מהירות" בשפה היום-יומית לבין המונח "מהירות" בשפה המדעית.

ג. **הסקה לוגית שגויה:** אם אפשר לראות שישות א גדולה מישות ב בתכונה מסוימת, נעשה שימוש לוגי שגוי האומר כי ישות א גדולה מישות ב גם בתכונה אחרת, שאי אפשר לראות אותה. כלומר יש השלכת היחס מהתכונה הראשונה לתכונה השנייה.

ד. **הוראה לא טובה** שהתלמידים היו חשופים לה. בהקשר זה התפיסות החלופיות מכונות תפיסות שגויות - mis conceptions.

1.5 פתרון תרגילים:

א. בקינמטיקה: חשוב להקנות לתלמידים הרגלים שבמהלך הפתרון הם ירשמו תחילה לאיזה קטע של תנועה הם מתייחסים, ואחר-כך ירשמו את הנוסחה הקינמטית המתאימה לקטע שהוגדר, מבלי להציב בה, בשלב זה, ערכים מספריים.

לדוגמה: בפתרון תרגיל העוסק בזריקת גוף כלפי מעלה, חשוב שתלמידים יתרגלו לכתוב כך: נתבונן בקטע התנועה מרגע שחרור הגוף על-ידי היד במהלך תנועת הגוף כלפי מעלה, עד לרגע שבו הגוף מגיע לשיא הגובה. עבור קטע תנועה זה ניישם את הנוסחה: $v = v_0 + at$.

ב. בדינמיקה: התלמידים ירשמו לאיזו מערכת הם מתייחסים ואחר-כך ירשמו את משוואת התנועה, מבלי להציב בה, בתחילה, ערכים מספריים.

לדוגמה: בתרגיל העוסק בשני גופים המונחים על משטח אופקי חלק, כאשר כוח אופקי F דוחף את הגוף שמסתו m_1 וגוף זה דוחף את הגוף השני שמסתו m_2 , יש לכתוב: ניישם את החוק השני של ניוטון עבור המערכת המורכבת משני הגופים:

$$\Sigma F = ma \Rightarrow F = (m_1 + m_2)a$$

1.6 איורים:

במהלך הוראת המכניקה מומלץ שתיעזר בהקרנת איורי הספר על מסך הכיתה, במקום לסרטט אותם על לוח הכיתה.

1.7 יחסי מורה-תלמיד:

מומלץ שתשרה בכיתה יחסים של **כבוד הדדי** בינך לבין התלמידים, ותיתן אמון בתלמידים. לאחר כחודשיים של הוראה בכיתה, חשוב שייווצרו **יחסי אימון** בינך לבין התלמידים, כך שהתלמידים ידווחו לך על תרגיל זה או אחר שהם לא הצליחו לפתור במסגרת שיעורי הבית, מבלי שתצטרך לבדוק מי מתלמידך הכין שיעורים.

2. רשימת אתרי אינטרנט עם יישומונים בפיזיקה

לפניך רשימה של אתרים באינטרנט הכוללים יישומונים (applets) בפיזיקה, ביניהם יישומונים במכניקה. למען הסדר הטוב, האתרים מסומנים במספרים 1, 2, ...; אין משמעות לסדר האתרים.

אתר 1:

PhET

Interactive Simulations

University of Colorado AT Boulder

<http://phet.colorado.edu/>

שם האתר:

הקישור:

כדי להגיע לרשימת הסימולציות יש להקיש פעמיים על "המילה החמה" research-based. בדף שנפתח יש לבחור בתפריט המופיע בצד שמאל של המסך את המילה Simulations. במסך החדש שנפתח יש להקיש על המילה Physics, ולאחר מכן יש לבחור תת-נושא, כגון Motion.

אתר 2:

שם האתר:

Physics (@ Grenfell Campus of Memorial University, Corner Brook, Newfoundland)

Interactive Physics

<http://www2.swgc.mun.ca/physics/physlets.html>

הקישור:

אתר 3:

Java Applets on Physics

שם האתר:

<http://www.walter-fendt.de/ph14e>

הקישור:

הסימולציות המתאימות להוראת המכניקה הניוטונית הן אלה הרשומות תחת הכותרת Mechanics, וכמה מאלה הרשומות תחת הכותרת Waves and Ocillations.

אתר 4:

The Applet Collection

שם האתר:

<http://www.lon-capa.org/~mmp/applist/applets.htm>

הקישור:

אתר 5:

General Physics Java Applets

שם האתר:

<http://surendranath.tripod.com/Applets.html>

הקישור:

כדי לבחור הדמיה יש להקיש תחילה על התיבה Applet Menu.

אתר 6:

MyPhysicsLab - Physics Simulations with Java

שם האתר:

<http://www.mypysicslab.com/index.html>

הקישור

אתר 7:

The Interactive Library

שם האתר:

http://www.edinformatics.com/il/il_physics.htm

הקישור:

אתר 8:

Physlets

שם האתר:

<http://webphysics.davidson.edu/applets/applets.html>

הקישור:

אתר 9:

Physics 2000

שם האתר:

<http://www.colorado.edu/physics/2000/index.pl>

הקישור:

אתר 10:

Upscale

שם האתר:

<http://www.upscale.utoronto.ca/>

הקישור:

אתר 11:

FisLab

שם האתר:

<http://www.fislab.net/>

הקישור:

אתר 12:

ASPIRE Astrophysics Science Project

שם האתר:

<http://aspire.cosmic-ray.org/>

הקישור:

פרק א: קינמטיקה - תנועה לאורך קו ישר

1. הערות דידקטיות לפרק

1.1 השיעור הראשון במכניקה

כאשר מתחילים ללמד מכניקה על פי המתווה של הספר, מומלץ לדלג על עמודים 11-15, ולהתחיל ללמד את המכניקה הניוטונית החל מסעיף 3 (עמוד 16) שבספר - פונקציית מקום-זמן. את סעיף 2.4 - מערכת יחידות S.I. המופיע בעמוד 15 בחומר שהומלץ לדלג עליו בשיעור הראשון, מומלץ ללמד תוך כדי הוראת סעיף 4.1 ג. הוראת מערכת יחידות S.I. יכולה להצטמצם, בשלב זה, להסבר המושג "מערכת יחידות S.I.", ולדיון קצר ביחידות S.I. של הזמן ושל האורך.

1.2 תנועה קצובה ותנועה שוות-מהירות

שני המושגים "תנועה קצובה" ו"תנועה שוות-מהירות" מופיעים בסעיף 1.4 (עמוד 22). כפי שהערנו בספר לתלמיד בעמוד 25, מיד לאחר הגדרת המושג "תנועה שוות-מהירות", בתנועה לאורך קו ישר כל תנועה קצובה היא שוות מהירות ולהיפך. זה מעורר שני קשיים אצל התלמידים:

א. השימוש בשני מושגים, שבשלב זה לא רואים הבדל ביניהם, מקשה על חלק מהתלמידים.

ב. תלמידים, ובעיקר המעמיקים מביניהם, מגיעים למסקנה השגויה שתיתכן תנועה קצובה שאינה שוות מהירות. הם אומרים: "גוף יכול לנוע במהירות שגודלה לדוגמה 10 מטר/שנייה ימינה, להיעצר, ומיד לנוע במהירות שגודלה 10 מטר/שנייה שמאלה. תנועה כזו היא קצובה, אך אינה שוות מהירות". תלמידים אלה אינם לוקחים בחשבון כי בלימה ממהירות שגודלה 10 מטר/שנייה למהירות אפס, חייבת להיעשות בהדרגה, כאשר גודל המהירות קטן מ-10 m/s ל-9 m/s, ל-8 m/s וכך הלאה עד למהירות אפס.

1.3 קשיי תלמידים והצעות לטיפול בקשיים

א. תפיסה חלופית - המונח "מהירות" - בלבול בין משמעות המונח בשפה המדעית לבין

משמעותו בשפה היום-יומית

המונח "מהירות" שבו משתמשים בחיי היום-יום מוגדר כיחס בין דרך שגוף עובר בפרק זמן מסוים לבין פרק זמן זה. מהגדרה זו נובע כי מהירותו של גוף, בשפת חיי היום-יום, היא תמיד חיובית (כי הן "דרך" והן "פרק זמן" הם גדלים חיוביים).

לעומת זאת, המונח "מהירות" שבו משתמשים במכניקה, לדוגמה בתנועה שוות-מהירות, מוגדר כיחס בין העתק של גוף בפרק זמן מסוים לבין פרק זמן זה. על פי הגדרה זו מהירותו של גוף, יכולה להיות חיובית או שלילית (פרק זמן הוא תמיד גודל חיובי, אך העתק עשוי להיות חיובי או שלילי).

מכאן שהמונח "מהירות" שבו משתמשים בלימודי המכניקה אינו זהה למונח "מהירות"

השגור על לשונם של התלמידים בחיי היום יום. **תלמידים שלא הוצגה בפניהם בעיה זו במפורש, חשים נבוכים לנוכח העובדה ש"בפיזיקה מהירות יכולה להיות שלילית".**

נעשה סדר במערך המונחים:

המונח מהירות במכניקה (ובאנגלית - velocity) מורכב, כידוע, **מגודל** - הערך של המהירות שאותו כינינו בספר לתלמיד בשם **"גודל המהירות"** (ובאנגלית - speed), **ומסימן אלגברי** - הנקבע על פי **כיוון התנועה** של הגוף ביחס לציר מקום שנבחר. המונח המקביל למונח היום-יומי "מהירות" הוא בשפה המדעית גודל מהירות (speed) ולא מהירות (velocity). נסכם זאת בטבלה:

מונחים בשפה יום-יומית		מונחים מקבילים שפה מדעית
עברית	עברית	אנגלית
-----	מהירות	velocity
מהירות	גודל מהירות	speed

הסיבה לבלבול היא שהמונח **"מהירות"** בשפה היום-יומית מקביל למונח **"גודל מהירות"** בשפה המדעית, ולא למונח **"מהירות"** בשפה המדעית. למונח **"מהירות"** בשפה המדעית אין מילה מקבילה בשפה היום-יומית.

ראוי לציין כי בשפה האנגלית הבלבול אינו קיים: באנגלית משתמשים במונח speed בשפה היום-יומית עבור הדרך שהגוף עובר ביחידת זמן, והיא זהה למונח speed בשפה המדעית. בשפה המדעית יש מונח נוסף - velocity, שאין לו מונח מקביל בשפה היום-יומית.

ב. תפיסה חלופית - המונח "תאוצה" - בלבול בין משמעות המונח בשפה המדעית לבין משמעותו בשפה היום-יומית

גם לגבי המונח **"תאוצה"** יש פער בין השפה המדעית לבין השפה היום-יומית. בשפה המדעית תאוצה היא קצב שינוי המהירות (ה- velocity). גם כאשר המהירות קטנה וגם כאשר היא גדלה משתמשים **באותה הגדרה** של התאוצה.

לעומת זאת בשפה היום-יומית משתמשים בשני מונחים: המונח **"תאוצה"** בשפה היום-יומית מתייחס למצבים שבהם גודל המהירות גדל, והתאוצה מבטאת את קצב גידול גודל המהירות, והמונח **"תאוצה"** מתייחס למצבים שבהם גודל המהירות קטן. לדוגמה, כאשר גוף נזרק כלפי מעלה, אז בשפה היום-יומית יש לגוף תאוצה כאשר הוא עולה, ויש לו תאוצה כאשר הוא יורד. אבל בשפה מדעית יש לתאוצה הגוף ערך אחד המתאים לעלייה ולירידה.

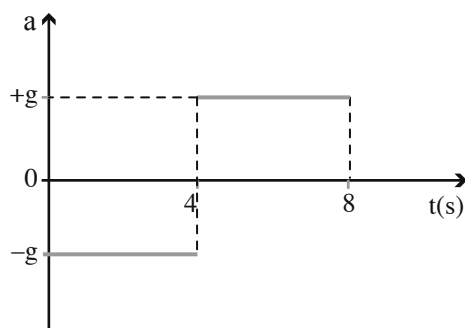
אם ציר ה- y מצביע כלפי מעלה, אז התאוצה של הגוף הנופל חופשית היא (-10 m/s^2) בין אם הגוף עולה ובין אם הוא יורד. אם הגוף נזרק כלפי מעלה לדוגמה במהירות של 30 m/s (זה ה- velocity ולא ה- speed) אז המשמעות של ערך התאוצה היא שהמהירות קטנה בכל שנייה ב- 10 m/s בעלייה כמו בירידה. ברגע 0 המהירות היא 30 m/s , כעבור שנייה אחת

20 m/s, כעבור שתי שניות 10 m/s, כעבור 3 שניות 0, כעבור 4 שניות המהירות ממשיכה לרדת וערכה מגיע ל- (-10 m/s), כעבור 5 שניות (-20 m/s) וכך הלאה.

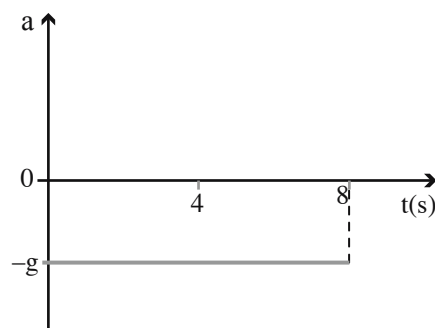
נציג חלק משאלת בגרות במכניקה (5 יחידות לימוד) שניתנה בשנת 1994 (שאלה מספר 1):

חלק השאלה הרלוונטי לדין שלנו: אבן נזרקת כלפי מעלה במהירות התחלתית של 40 m/s. הנח כי האבן נזרקת מגובה הקרקע. ציר מקום, y, מוגדר כך שכיוונו החיובי כלפי מעלה, וראשיתו בנקודה (על הקרקע) שממנה נזרקה האבן. $t = 0$ מוגדר כרגע זריקת האבן. סרטט גרף המתאר את תאוצת האבן כפונקציה של הזמן, מרגע $t = 0$ עד לרגע פגיעתה בקרקע.

התשובה הנכונה מוצגת באיור 1. אולם, רק כ- 28% מהנבחנים שבחרו בשאלה סרטטו גרף כזה. כ- 63% מבין הנבחנים שבחרו בשאלה סרטטו גרף שגוי, כדוגמת זה המופיע באיור 2! (9% מהנבחנים סרטטו גרפים שגויים מסוגים שונים).



איור 2: גרף תאוצה-זמן שגוי



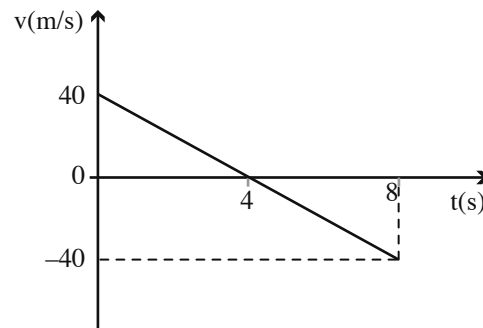
איור 1: גרף תאוצה-זמן הנכון

התלמידים שסרטטו גרף כדוגמת זה שבאיור 2 בנו אותו כנראה מתוך מחשבה שב- 4 השניות הראשונות **גודל** המהירות קטן בכל שנייה ב- 10 m/s לכן על פי תפיסתם, התאוצה היא שלילית, וב- 4 השניות הבאות **גודל** המהירות גדל בכל שנייה ב- 10 m/s לכן על פי תפיסתם התאוצה חיובית. אולם זה אינו תואם את הגדרת המונח "תאוצה", כפי שמגדירים אותה בפיזיקה.

דרכים להתמודד עם קושי זה:

1. לוודא שהתלמידים יודעים את הגדרת המונח "תאוצה" ומבינים אותה היטב. אפשר לוודא זאת על ידי הקשבה לתלמידים כאשר הם מגדירים במילים שלהם את המושג "תאוצה".

2. לסרטט גרף מהירות זמן של גוף שנזרק כלפי מעלה, לדוגמה במהירות התחלתית בת 40 m/s, ולסרטט גרף מהירות-זמן ביחס לציר מקום y המצביע לדוגמה כלפי מעלה. מתקבל גרף שבאיור 3.



איור 3: גרף מהירות-זמן של גוף שנזרק כלפי מעלה
אחר סרטוט הגרף שבאיור 3 מוצע לבקש מהתלמידים לסרטט, על סמך הגרף מהירות-זמן, גרף תאוצה-זמן.

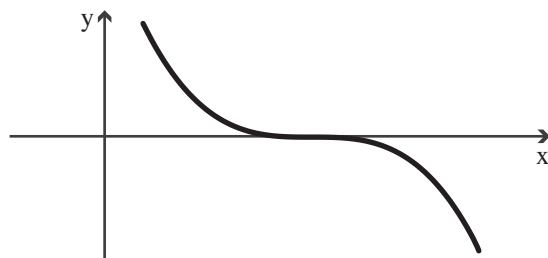
ג. קביעת התאוצה של גוף כאשר מהירותו מתאפסת רגעית

לשאלה "מהי התאוצה של גוף שנזרק כלפי מעלה בנקודת שיא הגובה?" עונים רוב התלמידים (שעדיין לא למדו את תוצאה זו במפורש) שהתאוצה היא אפס. מעל 90% מהם עונים כך. תלמידים אינם מבינים שאם גודל מסוים המשתנה כפונקציה של הזמן מתאפס רגעית, אז השינוי ברגע הנדון בגודל זה אינו בהכרח אפס, למרות שהערך של הגודל הוא אפס. (נסביר בהמשך מדוע רשמנו "אינו בהכרח אפס"). כלומר יש כאן בלבול בין גודל, לבין קצב שינוי הגודל.

כדי להבהיר את הנקודה הבעייתית אפשר להשתמש בכמה אסטרטגיות הוראה:

- (1) שימוש בגרף מהירות-זמן בנפילה חופשית:
לדוגמה איור 3 לעיל. האיור מבהיר היטב שלמרות שהמהירות ברגע $t = 4$ s היא אפס, שיפוע הגרף בכל הנקודות, כולל בנקודה המתאימה לרגע $t = 4$ s, שונה מאפס.
 - (2) דיון בערך אפשרי של מהירות הגוף כהרף עין לפני הגעה לשיא הגובה, ובערך אפשרי כהרף עין אחרי ההגעה לשיא הגובה.
(3) שימוש באנלוגיות ממצבים מוכרים. דוגמאות:
 - כאשר הטמפרטורה יורדת ברציפות מ- $+10^{\circ}\text{C}$ לטמפרטורה של -10°C , אז ברגע שהטמפרטורה היא 0°C השינוי בטמפרטורה אינו אפס.
 - אדם יורד במורד גבעה באופן רציף, וברגע מסוים הוא חוצה את קו גובה אפס (גובה פני הים). למרות שהגובה הוא אפס, הרי השינוי בגובה, אינו אפס.
- נסביר עתה מדוע רשמנו לפני כמה שורות שאם המהירות של גוף מתאפסת רגעית אז התאוצה אינה בהכרח אפס.
- נתחיל מדיון מתמטי: כאשר נתון גרף של y כפונקציה של x והעקומה חותכת את ציר x (כלומר

עוברת מערכים חיוביים לשליליים או להיפך), אז הנגזרת בנקודה שבה $y = 0$ במקרים רבים אינה אפס. כלומר שיפוע המשיק לעקומה בנקודה $y = 0$ במקרים רבים אינו אפס. אבל יתכן שנקודת חיתוך העקומה עם ציר ה- x היא נקודת פיתול, והנגזרת בנקודה שווה לאפס, כמתואר באיור 4.



איור 4: נקודת פיתול

במילים אחרות שיפוע המשיק שווה לאפס. המשמעות הפיזיקלית: תיתכן נקודה שבה המהירות מתאפסת רגעית ואף התאוצה מתאפסת רגעית. זה קורה לדוגמה לגרף שנוסחת מהירות-זמן המתאימה לו היא $v = t^3$. מומלץ לא להציג את אפשרות קיומה של נקודת הפיתול בפני תלמידים שטרם למדו בשיעורי המתמטיקה את המושג הזה במסגרת לימודי החשבון הדיפרנציאלי.

ד. גוף הנופל חופשית, מתנגש ברצפה ונעצר

בתרגילים העוסקים בנפילה חופשית, לעתים נתון שגוף מתנגש ברצפה ונעצר. תלמידים מיישמים נוסחת נפילה חופשית, לדוגמה את הנוסחה $v = v_0 + at$ לגבי תנועת הגוף מרגע שהוא נזרק כלפי מטה עד ההגעה לרצפה, ומציבים עבור המהירות הסופית $v = 0$. הכשל של התלמידים הוא שאינם לוקחים בחשבון שמרגע שהגוף מתנגש ברצפה - תנועתו מפסיקה להיות "נפילה חופשית".

ה. משמעות יחידת התאוצה m/s^2

בבחינות בגרות שבהן תלמידים התבקשו לפרש את המשפט "גוף נע לאורך קו ישר בתאוצה של $2 m/s^2$ " (דוגמאות: תרגיל 1 בבגרות 2002 ותרגיל 1 בבגרות 2008) התקשו כ- 50% מהתלמידים לפרש נכון משפט זה. דוגמה לתשובה שגויה של התלמידים: "הגוף עובר 2 מטר בכל שנייה בריבוע".

המלצות דידקטיות: להציג תחילה בפני התלמידים, את יחידת התאוצה בצורה m/s , ובמשך שיעור אחד לפחות לאחר מכן לתת לתלמידים להתבטא רק בעזרת מונח זה (ולא להשתמש ב- m/s^2). רק אחר-כך, להציג את אופן הכתיבה $\frac{m}{s^2}$ כביטוי שהוא מצד אחד קומפקטי יותר, אך מצד שני המשמעות שלו פחות שקופה.

1. תרגילי מפגש של שני גופים שיוצאים לדרכם ברגעים שונים

בתרגילים רבים של תנועות שני גופים, רגע t_0 משותף לשניהם. במקרים אלה, כאשר מדובר בתנועות שוות-מהירות, אפשר להשתמש בנוסחה המקוצרת $x = x_0 + vt$, ואז t מייצג את משך התנועה המשותף של שני הגופים, לדוגמה מרגע צאתם לדרך עד לרגע התנגשותם.

אבל במקרים שבהם גוף 2 יצא לדרכו לדוגמה חצי שעה אחר צאתו של גוף 1, נדרש להשתמש בנוסחה $x = x_0 + v\Delta t$ כאשר $\Delta t = t - t_0$. אם רגע $t = 0$ נקבע כרגע יציאת גוף 1 לדרכו, אז נוסחת מקום זמן של גוף 2 היא $x = x_0 + v(t - 0.5)$ (כאשר x נמדד בקילומטרים ו- v בקילומטר\שעה).

אבל תלמידים רבים מתבלבלים - הם מציבים בצורה אקראית למדי את הביטויים $t - 0.5$ (הביטוי הנכון במסגרת הנתונים שקבענו) או את הביטוי $t + 0.5$ (ביטוי שגוי במסגרת הנתונים שקבענו) (כל זה כאשר רגע $t = 0$ נבחר ברגע יציאת גוף 1 לדרכו).

דרך התמודדות עם הקושי:

לפעול על פי השגרה הבאה:

1. להגדיר את האפס ($t = 0$) של ציר הזמן t .
2. לקבוע את זמן ההתחלה t_0 .
3. לכל גוף לרשום את הביטוי עבור משך תנועתו מרגע שהוא החל לנוע עד לרגע המפגש (או רגע אחר שרלוונטי לתרגיל).

הצעה לתרגול השגרה:

גוף א יצא לדרכו ברגע $t_0 = 0$ במהירות $v_1 = 5 \text{ m/s}$ מנקודה ששיעורה $x_0 = 3 \text{ m}$. גוף ב יצא לדרכו 5 שניות לפני גוף א, במהירות $v_2 = 8 \text{ m/s}$ מנקודה ששיעורה $x_0 = -5 \text{ m}$. רשום את נוסחאות מקום-זמן של שני הגופים. נסכם את הנתונים בטבלה:

$v(\frac{\text{m}}{\text{s}})$	$x_0(\text{m})$	$t_0(\text{s})$	
5	3	0	גוף א
8	-5	-5	גוף ב

התשובות הנכונות, על סמך הנוסחה: $x = x_0 + v(t - t_0)$ הן:

$$x_A = 3 + 5t \quad \text{לגוף א:}$$

$$x_B = -5 + 8(t + 5) \quad \text{לגוף ב:}$$

□

ז. תרגילי מפגש בין שני גופים שבמהלך התנועה אחד הגופים נעצר

דוגמה לתרגיל כזה הוא תרגיל 94 בפרק א. אם מפעילים את השגרה (הפרוצדורה) הרגילה, דהיינו כותבים את נוסחאות מקום-זמן של שני הגופים, ואחר-כך משווים בין שני המקומות כדי לחשב את הרגע t שבו שני הגופים יהיו באותו מקום - מתקבלת תשובה שגויה לתרגיל 94.

הבעיה היא שאם גודל מהירותו של אחד הגופים הולך וקטן, הוא נעצר ברגע מסוים. אבל על פי נוסחת מקום-זמן של אותו גוף - הוא אמור לנוע אחורה לאחר עצירתו. במציאות, ברוב התרגילים הכוונה היא שאם הגוף נעצר - התאוצה מתאפסת. כך זה לדוגמה לגבי מכונית; כאשר הנהג לוחץ על דוושת הבלם גודל המהירות הולך וקטן, נניח בקצב של 2 m/s^2 , ואחרי רגע שהמכונית נעצרת - הבלמים לא גורמים למהירות ללכת ולקטון לערכים של -2 m/s^2 , כלומר, לא גורמים למכונית לנוע אחורנית. לכן בפתרון התרגיל חייבים למצוא מתי הגוף המאט נעצר, ולהוסיף תנאי נוסף האומר כי מרגע זה ואילך מקום הגוף אינו משתנה. הבעיה היא שתלמידים רבים אינם מציגים את התנאי הנוסף.

1.4 פעילות שנועדה לחיזוק הקשר בין מה שקורה במציאות לבין ייצוגים של המציאות

אז: קשר בין תנועה לבין ייצוג שלה באמצעות גרף

במבוא הכללי הדגשנו את החשיבות של יצירת קשר בין המציאות לבין ייצוג של המציאות. להלן פעילות שקיימתי עם תלמידיי שלמדו בכיתה י'. הפעילות היתה במסגרת לימוד הנושא "תנועה קצובה", בתחילת הוראת הפרק "קינמטיקה". הרקע של התלמידים לפני ביצוע הפעילות: הם למדו את המושגים תנועה קצובה, ומהירות בתנועה קצובה, אך עדיין לא למדו מהו הייצוג הגרפי של המקום כפונקציה של הזמן. לפני שבצענו את החלק המעשי של הפעילות, התלמידים התבקשו לסרטט באופן איכותי, שלושה גרפי מקום-זמן: אחד עבור גוף שנע בתנועה קצובה איטית, אחד עבור גוף שנע בתנועה קצובה במהירות גדולה יותר וגרף עבור גוף שמהירותו הולכת וגדלה (הם לא למדו עדיין על תנועה שהיא שוות-תאוצה).

לאחר מכן יצאתי עם התלמידים לחצר, ומתחנו על הקרקע סרט מדידה שאורכו 25 מטר. ביקשתי מתלמידים שיצימדו בדמיונם לסרט המדידה ציר x שראשיתו מתלכדת עם תחילת סרט המדידה, ושהשנתות שלו מתלכדות עם אלו של סרט המדידה. שישה תלמידים, שנכנה אותם "המודדים", עמדו לאורך הסרט, במקומות ששיעוריהם $x = 0, 5 \text{ m}, 10 \text{ m}, 15 \text{ m}, 20 \text{ m}, 25 \text{ m}$ ובידיהם היו שעוני עצר.

שלושה תלמידים, א, ב, ו-ג, הלכו בזו אחר זו לאורך הסרט החל מהנקודה ששיעור $x = 0$ עד לנקודה ששיעורה $x = 25 \text{ m}$: תלמיד א התבקש ללכת בתנועה קצובה במהירות נמוכה. ברגע שהוא יצא לדרכו מהנקודה ששיעורה $x = 0$, כל ששת ה"מודדים" הפעילו יחד את שעוני העצר שהיו בידיהם. בכל פעם שתלמיד חלף ליד אחד המודדים - המודד עצר את השעון שבידו. לבסוף, כל אחד מהמודדים רשם על דף נייר את שם התלמיד שהלך לאורך הסרט, ואת הרגע שבו התלמיד חלף לידו.

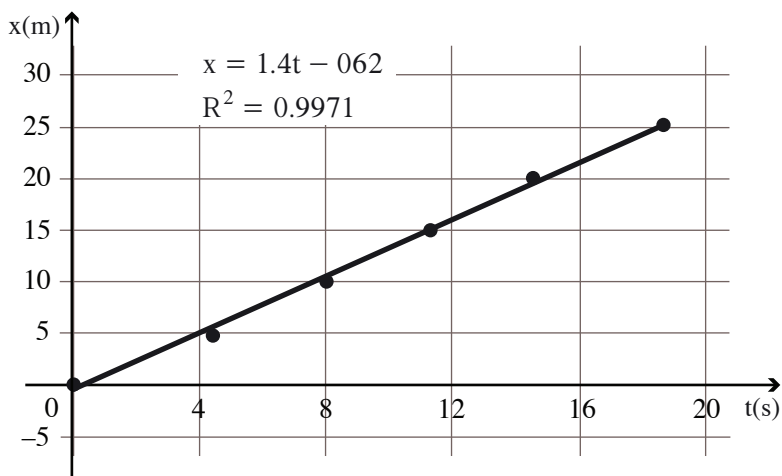
דברים דומים נעשו כאשר תלמיד ב, שהתבקש ללכת בתנועה קצובה במהירות גדולה יותר, צעד לאורך המסלול. כך גם לגבי תלמיד ג שהתבקש ללכת במהירות שהולכת וגדלה.

תוצאות המדידות מופיעות בטבלה שלפניך:

ערכי הזמנים שבהם ה"הולכים" הגיעו לנקודות ששיעוריהן, $x(m)$, הם:						התלמידים שהלכו לאורך סרט המדידה
25	20	15	10	5	0	
18.35	14.38	11.12	7.94	4.47	0	תלמיד א
8.03	6.34	5.03	3.69	2.12	0	תלמיד ב
8.13	7.22	6.16	4.53	2.62	0	תלמיד ג

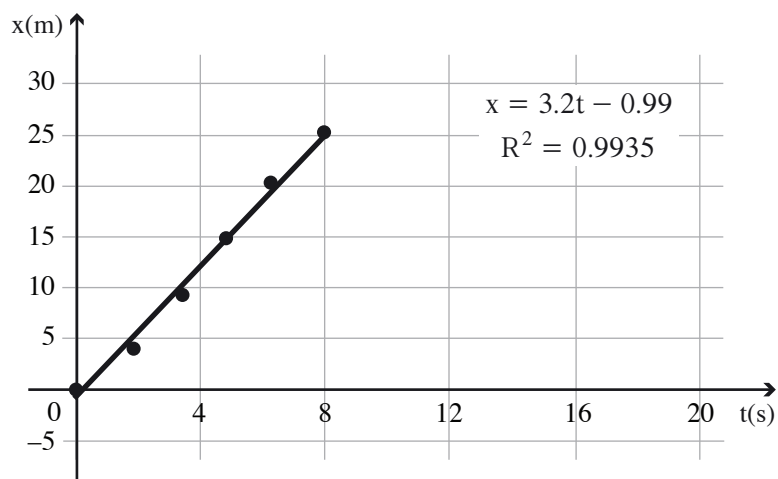
את המידע הרשום בטבלה יש להבין כך:

תלמיד ב לדוגמה, היה ברגע $t = 0$ בנקודה ששיעורה $x = 0$, ברגע $t = 2.12$ s הוא חלף בנקודה ששיעורה $x = 5$ m, ברגע $t = 3.69$ s בנקודה ששיעורה $x = 10$ m וכך הלאה. לאחר החלק המעשי של הפעילות חזרנו לכיתה, ואני העלתי במחשב שבעמדת המורה גיליון אלקטרוני אקסל. ששת ה"מודדים" הקלידו בגיליון האלקטרוני בזה אחר זה את שלושת ערכי הזמן שכל אחד מדד (כלומר עמודה בטבלה), עד שהתקבלה טבלה כדוגמת זו המוצגת לעיל. תלמיד אחר, סרטט במחשב דיאגרמת פיזור של המקומות שבהם עבר תלמיד א כפונקציה של הזמן, והוסיף לדיאגרמת הפיזור את קו המגמה, את משוואתו ואת ריבוע מקדם המתאם של נקודות דיאגרמת הפיזור לקו המגמה. התקבל הגרף שבאיור 1:



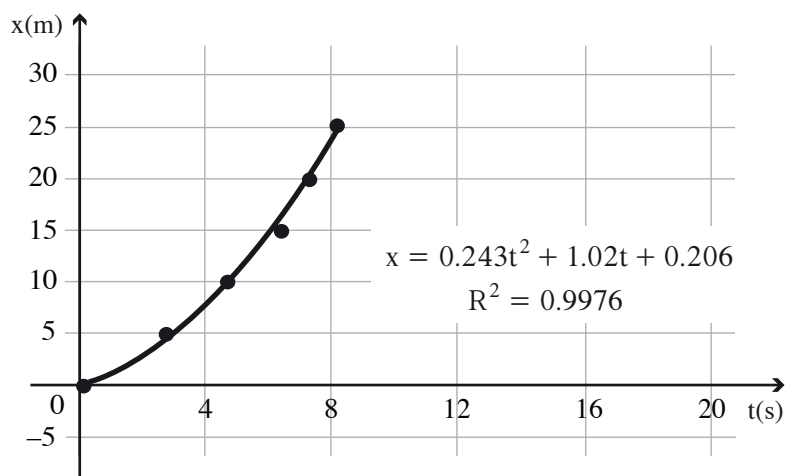
איור 1: גרף מקום-זמן של תלמיד א שהתבקש ללכת בתנועה קצובה איטית

תלמיד אחר סרטט במחשב גרף מקום-זמן של ההולך השני (איור 2):



איור 2: גרף מקום-זמן של תלמיד ב שהתבקש ללכת בתנועה קצובה מהירה

תלמיד נוסף סרטט במחשב גרף מקום-זמן של תלמיד ג (איור 3):



איור 3: גרף מקום-זמן של תלמיד ג שהתבקש ללכת במהירות שהולכת וגדלה

לאחר סיום הפעילות תלמידים ציינו שהפעילות היתה מהנה ומלמדת מאוד.

2. יישומונים בנושאי הפרק

א. היישומון **האיש הנע** (The Moving Man) מאתר 1 ברשימת האתרים במבוא הכללי לספר. **תיאור:** תיאור גרפי של תנועת גוף; להסתרת הגרף הלא רצוי יש ללחוץ על הכפתור "-". הנמצא בפינה הימנית העליונה של מערכת הצירים.

קישור ישיר ליישומון:

<http://phet.colorado.edu/en/simulation/moving-man>

דירוג: ★★★★★

ב. היישומון **תנועה מואצת של גוף שיש לו מהירות התחלתית** (Motion Animation) מאתר 10 ברשימת האתרים במבוא הכללי לספר.

תיאור: מוצג גרף מהירות-זמן של גוף שיש לו מהירות התחלתית; התאוצה (גודל וסימן אלגברי) ניתנת לשינוי.

קישור ישיר ליישומון:

<http://faraday.physics.utoronto.ca/PVB/Harrison/Flash/ClassMechanics/MotionDiagram/MotionDiagram.html>

דירוג: ☆★★★★

ג. היישומון **תנועה שוות-תאוצה: המקום, המהירות והתאוצה כפונקציה של הזמן**

(Constant Acceleration) מאתר 10 ברשימת האתרים במבוא הכללי לספר.

תיאור: מהירות כשיפוע של גרף מקום-זמן ותאוצה כשיפוע של גרף מהירות-זמן. שינוי מהירות כשטח מתחת לגרף תאוצה-זמן.

קישור ישיר ליישומון:

<http://faraday.physics.utoronto.ca/PVB/Harrison/Flash/ClassMechanics/ConstantAccel/ConstantAccel.html>

דירוג: ☆★★★★

ד. היישומון **שתי מכוניות בתנועה** (Dos mòbils) מאתר 11 ברשימת האתרים במבוא הכללי לספר.

תיאור: תיאור גרפי של תנועת שתי מכוניות; כל קבועי התנועה ניתנים לשינוי. יש להגדיר את מאפייני התנועה וללחוץ על "inici" קישור ישיר ליישומון:

<http://www.xtec.cat/~ocasella/applets/2mobils/appletsol.htm>

דירוג: ☆★★★★

ה. היישומון **תנועה שוות-תאוצה, תיאור גרפי** (Moviment rectilini) מאתר 11 ברשימת האתרים במבוא הכללי לספר.

תיאור: אפשר להגדיר את תנועת המכונית על ידי "סרטוט" הגרפים של תאוצה, מהירות ומקום כפונקציה של הזמן. את הגרפים משנים באמצעות גרירת חצים ונקודות אדומים המופיעים במערכות הצירים. יש להגדיר את מאפייני התנועה וללחוץ על "inici" להפעלת ההדמיה.

קישור ישיר ליישומון:

<http://www.xtec.cat/~ocasella/applets/movrect/appletsol.htm>

דירוג: ☆★★★★

ו. היישומון **נחיתת מעבורת - משחק** מאתר 1 ברשימת האתרים במבוא הכללי לספר.

תיאור: יש להנחית את המעבורת על הירח על ידי שינוי מהירותה תוך כדי הנחיתה. קישור ישיר ליישומון:

C:\Documents and Settings\Administrator\Local Settings\Temp\phet-lunar-lander\lunar-lander_en.html

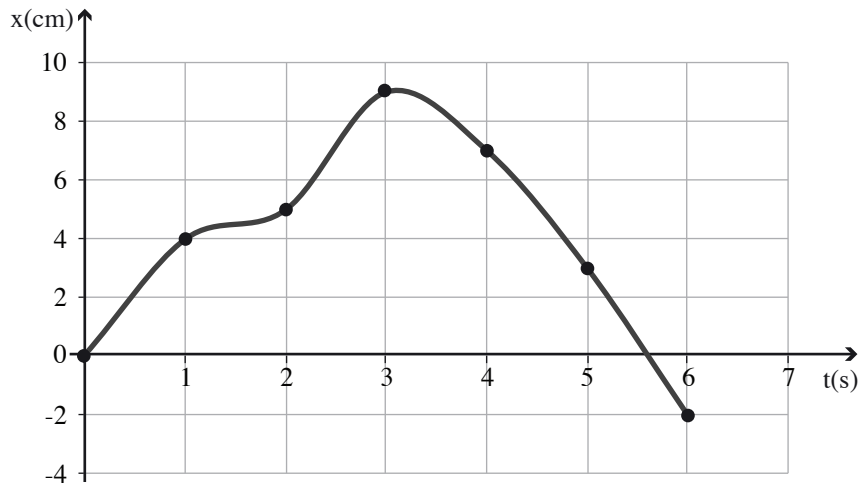
דירוג: ★★★★★

3. פתרונות לתרגילי הפרק עם הערות דידקטיות ייעודיות לתרגילים

1. הצגת תנועת הגוף באמצעות טבלת מקום-זמן:

6	5	4	3	2	1	0	זמן - t (שניות)
6.0	5.5	5.0	3.0	1.5	0.5	0	מקום - x (ס"מ)

2. א. גרף מקום-זמן של תנועת הגוף:



ב. מרגע $t = 0$ עד רגע $t = 3$ s הגוף נע צפונה, ומרגע $t = 3$ s עד רגע $t = 6$ s הגוף נע דרומה.

3. א. ארבעה אמצעים שבאמצעותם אפשר להפיק תרשים עקבות של גוף הנע לאורך קו ישר: רשם-זמן, מצלמת-וידאו, מד-טווח מחובר למחשב וצילום סטרובוסקופי.

ב. בעזרת מצלמת וידאו: באזור התנועה מצמידים סרגל שאורכו ידוע, לדוגמה 1 מטר. מבררים כל כמה שניות נעשה צילום; לדוגמה נניח שהמצלמה מצלמת כל 0.04 שניות. מצלמים את הגוף הנע כך שהסרגל יופיע בתצלום, וישר דימוי המאונך לסרגל במרכזו יפנה פחות או יותר לעבר המצלמה. באמצעות תכנה מתאימה לניתוח סרטוני וידאו מסמנים במסך המחשב את מקומות הגוף כפי שהתקבלו בכל תצלום. אוסף כל הנקודות המייצגות את מקומות הגוף עם ערכי המקומות וערכי הזמנים של כל עקבה, הוא תרשים עקבות של הגוף.

4. גוף א: ההעתק הוא $\Delta x = 2$ m

גוף ב: ההעתק הוא $\Delta x = -5$ m

גוף ג: ההעתק הוא $\Delta x = -9$ m

גוף ד: ההעתק הוא $\Delta x = 6$ m

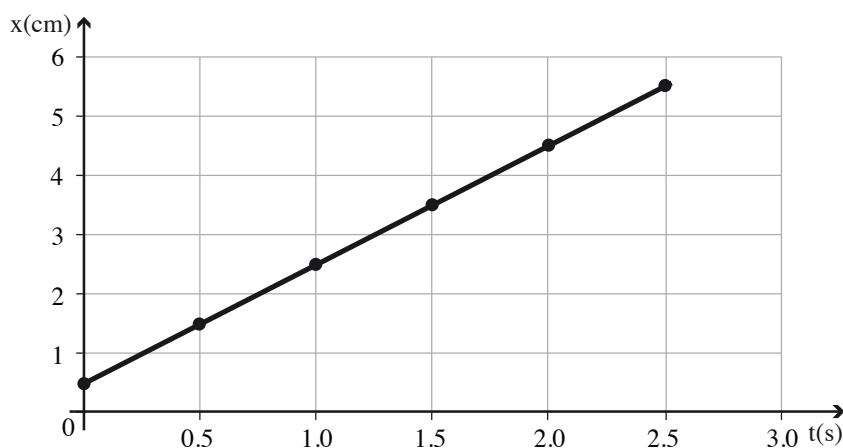
5. ההפרש מייצג את גודל ההעתק אם המכונית נעה לאורך מסלול ישר, כלומר הכביש אינו מתפתל. דקדקנים יאמרו שנדרש גם שהמכונית לא תנוע מרחק רב מדי, אחרת המסלול יהיה מעגלי בגלל שהארץ היא כדורית.

6. א. תנועת הגוף היא שוות מהירות כי הגוף עובר העתקים שווים בפרקי זמן שווים.

ב. (1) טבלת מקום-זמן:

2.5	2.0	1.5	1.0	0.5	0	זמן - t (שניות)
5.5	4.5	3.5	2.5	1.5	0.5	מקום - x (ס"מ)

(2) גרף מקום-זמן:



(3) התבנית הכללית לנוסחת מקום-זמן בתנועה שוות מהירות היא: $x = x_0 + vt$.

בתרגיל הנתון $x_0 = 0.5 \text{ m}$, $v = 2 \text{ m/s}$, כי העתק הגוף בכל שנייה הוא 2 מטר. מכאן שנוסחת מקום-זמן של הגוף היא:

$$x = 0.5 + 2t$$

כאשר x נמדד בס"מ ו-t נמדד בשניות.

ג. מציאת מהירות הגוף בדרכים שונות.

על פי האיור: אפשר לראות כי העתק הגוף בכל שנייה הוא 2 ס"מ, מכאן שמהירותו 2 ס"מ לשנייה.
על פי טבלת מקום-זמן: החישוב יתבסס על הגדרת המהירות בתנועה שוות-מהירות: בוחרים שתי נקודות מהטבלה, למשל את הנקודות (0, 0.5 cm) ו-(2 s, 4.5 cm), ומחשבים על פי הגדרת

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4.5 - 0.5}{2 - 0} = 2 \text{ cm/s} \quad \text{המהירות:}$$

על פי גרף מקום-זמן: החישוב יתבסס על כך שהמהירות בתנועה שוות-מהירות שווה לשיפוע גרף מקום-זמן: בוחרים שתי נקודות על הגרף, למשל (0.5 s, 1.5 cm) ו-(2.5 s, 5.5 cm), ומחשבים את

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{5.5 - 1.5}{2.5 - 0.5} = 2 \text{ cm/s} \quad \text{המהירות על פי הגדרת השיפוע:}$$

על פי נוסחת מקום-זמן: בתנועה שוות-מהירות המהירות היא המקדם של הזמן.

7. א. על פי האיור, הגוף מעתיק את מקומו בכל שנייה בשיעור של -1.5 cm , מכאן שמהירות הגוף היא -1.5 cm/s .

ב. נוסחת מקום-זמן של הגוף היא $x = 5 - 1.5t$ כאשר t נמדד בשניות, ו- x נמדד בס"מ.

$$\text{מקום הגוף ברגע } t = 2.5 \text{ s} : x = 5 - 1.5t = 5 - 1.5 \cdot 2.5 = 1.25 \text{ cm}$$

$$\text{מקום הגוף ברגע } t = 20 \text{ s} : x = 5 - 1.5t = 5 - 1.5 \cdot 20 = -25 \text{ cm}$$

8. א. נציב בנוסחה הכללית לתנועה שוות-מהירות $x = x_0 + vt$ את המקום ההתחלתי ואת המהירות הנתונים בתרגיל, ונקבל כי נוסחת-מקום-זמן של האצן היא:

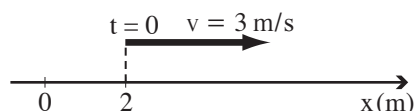
$$x = 10 + 4t$$

ב. על סמך נוסחת מקום-זמן שמצאנו בסעיף א, מקום האצן ברגע $t = 12 \text{ s}$:

$$x = 10 + 4t = 10 + 4 \cdot 12 = 58 \text{ m}$$

ג. ברגע $t = 0$ האצן נמצא ב- $x_1 = 10 \text{ m}$. על פי התשובה לסעיף ב, ברגע $t = 12 \text{ s}$ האצן נמצא

ב- $x_2 = 58 \text{ m}$. מכאן שההעתק מרגע $t = 0$ עד רגע $t = 12 \text{ s}$ הוא $\Delta x = x_2 - x_1 = 58 - 10 = 48 \text{ m}$.



9. תרשים הבעיה:

א. נתון כי: $v = +3 \text{ m/s}$; $x_0 = 2 \text{ m}$

$$x = x_0 + vt = 2 + 3 \cdot 10 = 32 \text{ m}$$

רוכב האופניים הגיע ברגע $t = 10 \text{ s}$ לנקודה ששיעורה 32 מטר.

ב. במהלך 10 השניות הראשונות לתנועתו, רוכב האופניים נע מ- $x_0 = 2 \text{ m}$ ל- $x = 32 \text{ m}$.

מכאן שהוא עבר מרחק של 30 מטר.

ג. נתון כי: $v = -3 \text{ m/s}$; $x_0 = 2 \text{ m}$

$$x = x_0 + vt = 2 + (-3) \cdot 10 = -28 \text{ m}$$

רוכב האופניים הגיע לנקודה ששיעורה (-28) מטר, לאחר שעבר מרחק של 30 מטר.

10. א. גרף מקום-זמן של הגוף הוא לינארי. זה מעיד שתנועתו שוות-מהירות.

ב. הכיוון החיובי של ציר x מצביע ימינה. ערכי x של הגוף הולכים וגדלים, מכאן שהגוף נע בכיוון החיובי של ציר x , כלומר הגוף נע ימינה.

ג. על פי הגרף, ברגע $t = 0$ הגוף נמצא ב- $x = 1 \text{ m}$.

ד. את מהירות הגוף אפשר לחשב על פי שיפוע הגרף. נבחר בנקודות $(0, 1 \text{ m})$ ו- $(4 \text{ s}, 3 \text{ m})$ הנמצאות

על העקומה, ונחשב באמצעותן את שיפוע הגרף, כלומר את המהירות: $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{3 - 1}{4 - 0} = 0.5 \text{ m/s}$. מהירות הגוף היא 0.5 מטר לשנייה.

11. א. ברגע אפס הולך הרגל נמצא בנקודה ששיעורה $x = 4 \text{ m}$.
 ב. הולך הרגל חולף בראשית של ציר המקום ברגע $t = 10 \text{ s}$. אפשר לראות זאת מכך שברגע זה $x = 0$.
 ג. התנועה היא שווה מהירות, לכן התבנית המתמטית של נוסחת מקום-זמן היא:
 (א) $x = x_0 + vt$
 (ב) $x_0 = 4 \text{ m}$ על פי הגרף:
 המהירות שווה לשיפוע הגרף. נחשב את השיפוע על-פי שתי הנקודות ששיעוריהן
 (ג) $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - 4}{10 - 0} = -0.4 \text{ m/s}$ $(0, 4 \text{ m})$ ו- $(10 \text{ s}, 0)$:
 (ד) $x = 4 - 0.4t$ נציב את (ב) ואת (ג) ב-(א), ונקבל את נוסחת מקום-זמן:
 ד. נחשב את מקום האדם ברגע $t = 17 \text{ s}$ על-פי נוסחת מקום-זמן:
 $x(17 \text{ s}) = 4 - 0.4 \cdot 17 = -2.8 \text{ m}$

12. כיוון שגרף ג מסורטט במערכת צירים בעלת קנה מידה שונה מזה של גרפים א ו-ב, אי אפשר לקבוע לאיזה גוף מהירות הגדולה ביותר על-ידי השוואת הזוויות שבין העקומות לבין ציר ה- x , אלא יש לחשב במפורש את השיפועים:

$$v_a = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{120 - 0}{30 - 0} = 4 \text{ m/s}$$

$$v_b = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{60 - 30}{30 - 0} = 1 \text{ m/s}$$

$$v_g = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2 - 0}{1 - 0} = 2 \text{ m/s}$$

גוף א נע, אם כן, במהירות הגדולה ביותר, וגוף ב נע במהירות הקטנה ביותר.

13. א. נקודה A נמצאת על ציר המקום, לכן היא מייצגת מקום מסוים. גוף א נח (אותו ערך x לכל הזמנים t), מכאן שנקודה A מייצגת את מקום מנוחתו.
 ב. נקודה B נמצאת על ציר הזמן. היא מייצגת רגע מסוים. זהו הרגע שבו גוף ג החל לנוע.
 ג. נקודה C מייצגת את המפגש בין הגופים ב ו-ג. השיעור האופקי של הנקודה C מייצג את רגע המפגש, והשיעור האנכי שלה מייצג את מקום המפגש.
 ד. כל אחד מהגופים ב ו-ג נע במהירות קבועה. המהירות של כל אחד מהגופים מיוצגת על ידי שיפוע הקו המתאים. שיפועי הגרפים שונים. חיתוך בין הקווים אינו מעיד על שוויון מהירויות.
 ה. המהירויות מיוצגות על-פי השיפועים של הישרים. כיוון שכל הישרים מסורטטים במערכת צירים אחת, הזווית של כל ישר עם הציר האופקי יכולה לשמש מדד לשיפוע. לישר המתאים לגוף ג זווית גדולה מהזוויות של הישרים המתאימים לגופים א ו-ב, לכן גוף ג נע במהירות הגדולה ביותר.

14. א. רוכבי אופניים א ו- ג נעים במהירויות קבועות. מסיקים זאת מכך, שכל אחד מהם עובר מרחקים שווים בפרקי זמן שווים.

$$v_a = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2}{1} = 2 \text{ m/s}$$

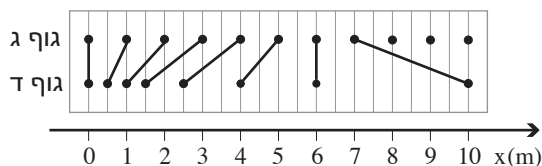
ב. (1) מהירותו של רוכב אופניים ג:

$$v_g = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1}{1} = 1 \text{ m/s}$$

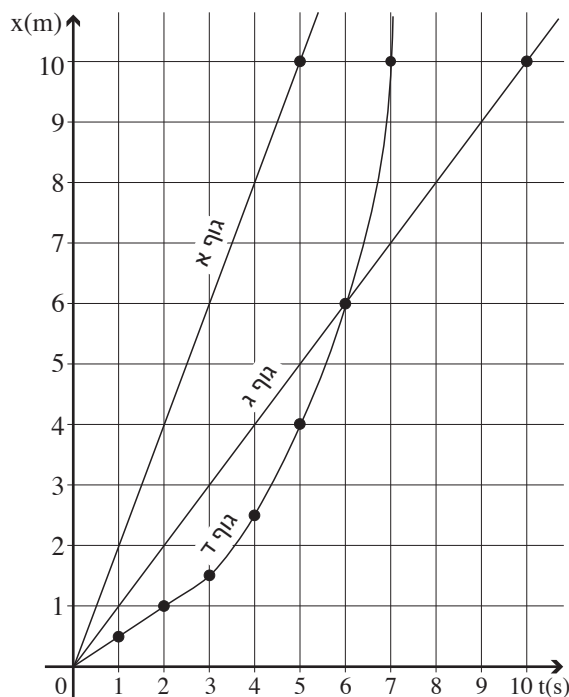
מהירותו של רוכב אופניים ב:

(2) ראה ישרים המתאימים לגופים א ו- ג באיור המופיע בתשובה לסעיף ד.

ג. רוכבי אופניים ג ו- ד נפגשים ברגע $t = 6 \text{ s}$ (וגם כמובן ברגע $t = 0$). במבט ראשון נראה כאילו שהם נפגשים גם ב- $x = 1 \text{ m}$. אולם רוכבי האופניים חולפים במקום זה **ברגעים שונים** (רוכב אופניים ג – ברגע $t = 1 \text{ s}$, ורוכב אופניים ד ברגע $t = 2 \text{ s}$) וזו אינה פגישה (להפגש פירושו להימצא **באותו מקום באותו זמן**). נוח לראות מתי הגופים נפגשים כאשר מחברים את העקבות של הגופים, המתאימות לאותם זמנים, כמתואר באיור:



ד. מהתבוננות בעקומות המתאימות לרוכבי אופניים ג ו-ד אפשר לראות כי רוכבי אופניים אלה אכן נפגשים ברגעים $t = 0$ ו- $t = 6 \text{ s}$.



15. א. גוף א נע ימינה. הסבר: ככל שהזמן חולף, ערכי x של גוף א הולכים וגדלים, מכאן שהוא נע בכיוון החיובי של ציר x . נתון בשאלה כי הכיוון החיובי של הציר הוא ימינה - מכאן שגוף א נע ימינה.

גוף ב נע שמאלה. הסבר: ככל שהזמן חולף, ערכי x של גוף ב הולכים וקטנים, מכאן שהוא נע בכיוון השלילי של ציר x . נתון בשאלה כי הכיוון החיובי של הציר הוא ימינה - מכאן שגוף ב נע שמאלה.

ב. אם עקומת מקום-זמן של גוף היא קו ישר, אזי המהירות שווה לשיפוע הקו הישר. כדי לחשב שיפוע של קו ישר יש לבחור על הקו שתי נקודות אשר מקיימות:

i. רצוי שכל אחת משתי הנקודות שעל הקו הישר תהיה נקודת חיתוך קווי הרשת, כדי שנוכל לקרוא באופן מדויק ככל האפשר את שיעורי הנקודה.

ii. רצוי שהנקודות תהיינה רחוקות כמה שיותר זו מזו, כדי שהשגיאה היחסית בחישוב הפרשי השיעורים של הנקודות תהיה קטנה ככל האפשר.

כדי למצוא את המהירות, v_x , של גוף א נבחר בנקודות $(0, 0)$ ו- $(25 \text{ s}, 200 \text{ m})$ שעל הקו הישר המתאים. המהירות:

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{200 - 0}{25 - 0} = 8 \text{ m/s}$$

כדי למצוא את המהירות, v_y , של גוף ב, נבחר בנקודות $(0, 180 \text{ m})$ ו- $(45 \text{ s}, 0)$ על הקו הישר המתאים. המהירות:

$$v_y = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{180 - 0}{0 - 45} = -4 \text{ m/s}$$

ג. שני גופים נפגשים ברגע שהם נמצאים באותו מקום. בתנועה לאורך קו ישר הדבר אומר ברגע שבו יש להם אותו ערך x . מצב זה מיוצג על ידי הנקודה בה נחתכות שתי העקומות.

שיעור הזמן של נקודת חיתוך שתי העקומות הוא:

$$t = 15 \text{ s}$$

הערה ואזהרה: הגרף הפה נא לא לקרוא גרף חישוב שיפוע. כדי להמקד במשימה של הפעלה של הערה לחישוב שיפוע, אלא להימנע מהחלף של הערה להסבר בבחינה הנקראת על קוליים פילוסופים. בחינה קוליים כך שקל לקרוא שיפועי הנקודות עליהם.



16. א. ברגע $t = 0$ כל אחת מהמכוניות נמצאת בעיר אחרת. ברגע זה, על פי הגרף, המרחק בין המכוניות הוא 100 ק"מ. מכאן שהמרחק בין הערים הוא 100 ק"מ.

ב. ברגע $t = 1 \text{ h}$ מכונית א נמצאת ב- $x = 100 \text{ km}$. אולם בנקודה ששיעורה $x = 100 \text{ km}$ נמצאת עיר B. מכאן שמכונית א מגיעה לעיר B ברגע $t = 1 \text{ h}$.

ג. נחשב את המהירויות על פי הכלל שהמהירות בתנועה שוות-מהירות שווה לשיפוע עקומת מקום-זמן. עבור מכונית א נבחר על הקו את הנקודות ששיעוריהן: $(0, 0)$ ו- $(0.75 \text{ h}, 75 \text{ km})$.

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{75 - 0}{0.75 - 0} = 100 \text{ km/h}$$

המהירות היא:

עבור מכונית ב נבחר על הקו המתאים את הנקודות ששיעוריהן: $(0, 100 \text{ km})$ ו- $(1.25 \text{ h}, 0)$.

$$v_b = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{100 - 0}{0 - 1.25} = -80 \text{ km/h} \quad \text{המהירות היא:}$$

ד. תרגיל 15 נבנה כך שנקודת החיתוך של שתי העקומות נמצאת בדיוק על חיתוך קווי הרשת. לכן אפשר לקבוע על פי הגרף בלבד, ובצורה מדויקת, את שיעורי נקודת החיתוך, כלומר לקבוע מהו רגע המפגש ומהו מקומו. לעומת זאת, התרגיל הנוכחי נבנה כך **שאי-אפשר** לקבוע ישירות על פי הגרף ובצורה מדויקת מהם שיעורי נקודת החיתוך, לכן יש **לחשב** ערכים אלה.

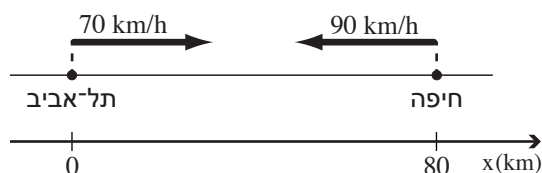
$$(א) \quad x = x_0 + vt = 0 + 100t \Rightarrow x_a = 100t \quad \text{נוסחת מקום זמן של מכונית א:}$$

$$(ב) \quad x = x_0 + vt \Rightarrow x_b = 100 - 80t \quad \text{נוסחת מקום זמן של מכונית ב:}$$

$$x_a = x_b \Rightarrow 100t = 100 - 80t \Rightarrow t \approx 0.56 \text{ h} \quad \text{רגע המפגש הוא רגע } t \text{ המקיים:}$$

המכוניות חולפות זו ליד זו בערך 0.56 שעה לאחר צאתן לדרך (כלומר בערך 33 דקות ו-36 שניות).

17. א. תרשים הבעיה:



נגדיר ציר x שכיוונו החיובי מתל-אביב לחיפה, וראשיתו בתל-אביב.

$$(א) \quad x_{\text{משאית}} = 0 + 70 \cdot t \quad \text{ב. נוסחת מקום-זמן של המשאית:}$$

$$(ב) \quad x_{\text{מונית}} = 80 - 90 \cdot t \quad \text{ג. נוסחת מקום-זמן של המונית:}$$

המהירויות נמדדות בק"מ לשעה, הזמנים בשעות, והמקומות בק"מ.

ד. "פגישה" היא הימצאות שני כלי הרכב באותה נקודה x באותו רגע t . לכן, כדי למצוא מתי שני כלי הרכב נפגשים, נשווה בין האגפים הימניים של משוואות (א) ו- (ב) ונקבל:

$$70t = 80 - 90t \Rightarrow t = 0.5 \text{ h}$$

כלומר כלי הרכב נפגשים חצי שעה לאחר צאתם.

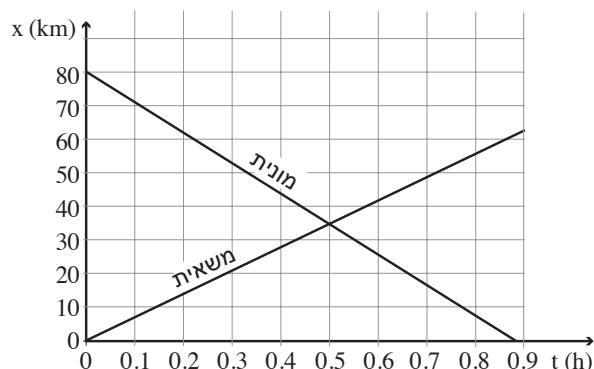
כדי למצוא את מקום הפגישה, נציב במשוואה (א) $t = 0.5 \text{ h}$ (באותה מידה אפשר להציב זמן זה גם במשוואה (ב)) ונקבל:

$$x_{\text{משאית}} = 70 \cdot 0.5 = 35 \text{ km}$$

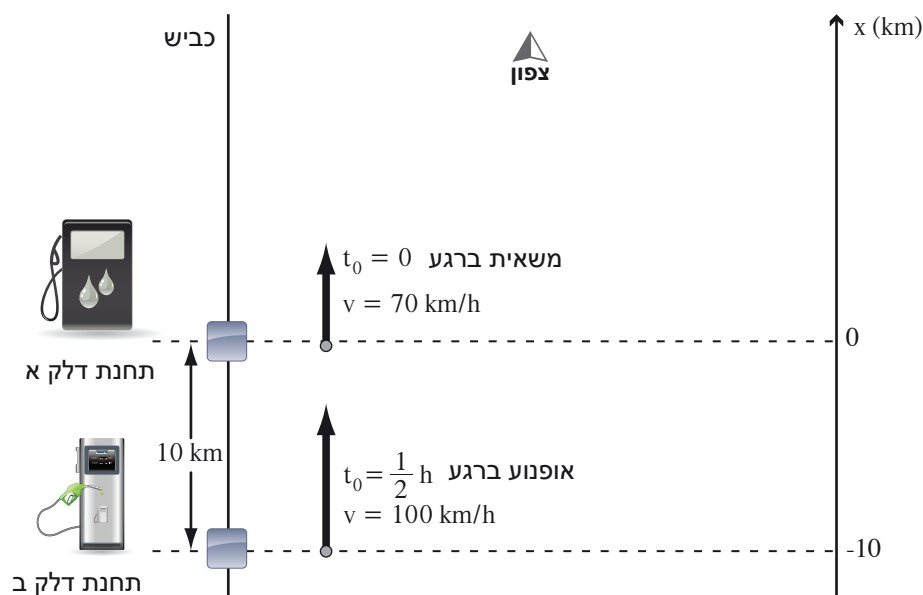
תל-אביב נמצאת בנקודה ששיעורה 0, והמפגש הוא בנקודה ששיעורה 35 km. מכאן שהמכוניות נפגשו במרחק 35 km מתל-אביב.

ה. באיור שלהלן מתוארים גרפי מקום-זמן של שני כלי הרכב (ביחס לציר מקום שהוגדר ב- (א)). מפגש כלי הרכב מיוצג על-ידי נקודת החיתוך של שני הקווים.

מהאיור אפשר לראות כי שני כלי הרכב נפגשו חצי שעה לאחר צאתם לדרך, במרחק 35 ק"מ מתל-אביב.



18. א. לפניך תרשים הבעיה שאליו הוספנו איור של ציר x שכיוונו החיובי מצביע צפונה, וראשיתו בתחנת דלק א. נבחר את רגע יציאת המשאית לדרכה כ- $t_0 = 0$ (זה מתאים לשאלה שבסעיף ג).



נוסחת מקום-זמן של המשאית:

$$x = x_0 + vt \Rightarrow x_{\text{משאית}} = 0 + 70t$$

ב. נוסחת מקום-זמן של רכב האופנוע:

$$x = x_0 + \Delta t \Rightarrow x_{\text{אופנוע}} = -10 + 100(t - 0.5)$$

ג. נמצא את רגע המפגש. לשם כך נשווה בין האגפים הימניים של נוסחאות מקום-זמן של שני כלי הרכב.

$$70t = -10 + 100(t - 0.5)$$

פתרון המשוואה: $t = 2$ h. כיוון שרגע יציאת המשאית לדרכה נבחר כ- $t = 0$, הרי כלי הרכב נפגשו שעתיים לאחר יציאת המשאית לדרכה (כלומר אחרי נסיעה של שעה וחצי של רכיבה, האופנוע משיג את המשאית).

19. א. על פי הגרף, הגוף חולף בנקודה ששיעורה $x = 1.5 \text{ m}$ בשני רגעים: לראשונה ברגע $t = 1.5 \text{ s}$, ואחר-כך ברגע $t = 4.75 \text{ s}$.

פלדה ואורה: גלמידים נוטים לשאול האם זה אלגוריתם לקראת אלגוריתם מן הפלדה כי וכך הם טוענים קריאה כזו היא אכזרית אינה מדויקת. הגלילה לכך היא שזה אלגוריתם לקראת אלגוריתם מן הפלדה. בדקדקנים יוכלו אפוא לקרוא את הפלדה כאלגוריתם.



ב. בקטע התנועה הראשון נחשב את המהירות בעזרת שתי הנקודות $(0, 0)$ ו- $(2 \text{ s}, 2 \text{ m})$ הנמצאות על

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2 - 0}{2 - 0} = 1 \text{ m/s} \quad \text{הקו הישר:}$$

קטע התנועה השני מקביל לציר הזמן, לכן שיפועו אפס, לכן מהירות הגוף היא אפס.

בקטע התנועה השלישי נבחר בנקודות $(4.5 \text{ s}, 2 \text{ m})$ ו- $(6 \text{ s}, -1 \text{ m})$ הנמצאות על הקו הישר:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2 - (-1)}{4.5 - 6} = -2 \text{ m/s}$$

ג. בתחילה הגוף נמצא ב- $x_1 = 0$. לבסוף הגוף נמצא ב- $x_2 = -1 \text{ m}$. ההעתק:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = -1 - 0 = -1 \text{ m}$$

ד. מ- $t = 0$ עד $t = 2 \text{ s}$ הגוף עובר דרך שאורכה 2 m . מ- $t = 2 \text{ s}$ עד $t = 4.5 \text{ s}$ הוא במנוחה. מ- $t = 4.5 \text{ s}$ עד $t = 6 \text{ s}$ הוא עובר דרך של 3 m . הדרך הכוללת היא, אם כן, 5 m .

20. עבור כל אחד משתי הריצות נבחר ציר x שכיוונו ככיוון הריצה, וראשיתו בנקודה שממנה הרץ יצא לדרכו.

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{100}{9.86} = 10.14 \text{ m/s} \quad \text{לגבי ריצת ה-100 מטר:}$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{200}{19.32} = 10.35 \text{ m/s} \quad \text{לגבי ריצת ה-200 מטר:}$$

21. א. מרגע $t_1 = 2 \text{ s}$ עד רגע $t_2 = 4 \text{ s}$ פרק הזמן שחלף הוא $\Delta t = t_2 - t_1 = 4 - 2 = 2 \text{ s}$ והעתק הגוף

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 20 - 5 = 15 \text{ m} \quad \text{הוא } \bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{15}{2} = 7.5 \text{ m/s} \quad \text{המהירות הממוצעת היא:}$$

ב. המשמעות הגרפית של המהירות שחישבנו היא שיפוע המיתר המחבר את שתי הנקודות על העקומה שערכי הזמן שלהן הם $t_1 = 2 \text{ s}$ ו- $t_2 = 4 \text{ s}$.

22. נרשום תחילה ביטוי מתמטי למהירות הממוצעת מרגע $t_1 = 2 \text{ s}$ עד רגע: $t_2 = 2 + \Delta t$

$$\bar{v}_{2s \rightarrow 2s + \Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{[(2 + \Delta t)^2 + 4] - [2^2 + 4]}{2 + \Delta t - 2} = \Delta t + 4$$

המהירות הרגעית היא גבול המהירויות הממוצעות כאשר מרווח הזמן Δt שואף לאפס:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (\Delta t + 4) = 4 \text{ m/s}$$

מהירות הגוף ברגע $t = 2 \text{ s}$ היא 4 m/s .

23. א. כדי למצוא את מקום הגוף ברגע $t = 0$ יש להציב בנוסחת מקום-זמן הנתונה $t = 0$:

$$x(0) = 0^2 + 2 \cdot 0 + 4 = 4 \text{ m}$$

ב. נציב בנוסחת מקום-זמן הנתונה $t = 3 \text{ s}$:

$$x(3 \text{ s}) = 3^2 + 2 \cdot 3 + 4 = 19 \text{ m}$$

ג. נחשב את המהירות הרגעית ברגע $t = 3 \text{ s}$:

$$v(3 \text{ s}) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{v}_{3 \text{ s} \rightarrow 3 \text{ s} + \Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{x(3 + \Delta t) - x(3)}{\Delta t}$$

$$v(3 \text{ s}) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{[(3 + \Delta t)^2 + 2 \cdot (3 + \Delta t) + 4] - [3^2 + 2 \cdot 3 + 4]}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (\Delta t + 8) = 8 \text{ m/s}$$

המהירות הרגעית של הגוף ברגע $t = 3 \text{ s}$ היא 8 m/s לשנייה.

הערה: תלמידים שלמדו לגזור, יוכלו לבדוק את התשובה על ידי גזירת הפונקציה $x(t)$.

24. הפתרון מבוסס על כך ששיפוע המשיק לגרף מקום-זמן בכל נקודה של שווה למהירות הגוף

ברגע המתאים לנקודה.

בקטע התנועה OA מהירות הגוף הולכת וגדלה; רואים זאת מכך ששיפועי המשיקים הולכים וגדלים, כאשר הזמן גדל.

בקטע התנועה AB מהירות הגוף קבועה (אך שונה מאפס); רואים זאת מכך ששיפוע המשיק קבוע כאשר הזמן גדל.

בקטע התנועה BC מהירות הגוף הולכת וקטנה, כי שיפוע המשיק הולך וקטן, כאשר הזמן גדל.

בקטע התנועה CD מהירות הגוף שווה לאפס, כי שיפוע המשיק שווה לאפס בכל נקודה.

25. א. מ- $t = 0$ עד $t = 50 \text{ s}$ הגוף נע ימינה; רואים זאת מכך שערכי x הולכים וגדלים בפרק זמן זה,

או מכך שהמהירויות ברגעים השונים הן חיוביות (שיפועי המשיקים חיוביים).

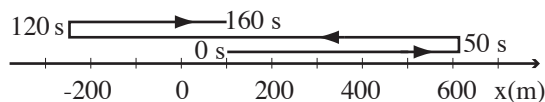
ב- $t = 50 \text{ s}$ הגוף נעצר רגעית, ולאחר מכן הוא נע בכיוון הנגדי, כלומר שמאלה (ברגע $t = 90 \text{ s}$

הוא חולף בנקודת המוצא, וברגע $t = 95 \text{ s}$ הוא חולף בראשית הציר).

ברגע $t = 120 \text{ s}$ הגוף שוב נעצר רגעית, ולאחר מכן נע בכיוון מנוגד, כלומר ימינה, עד רגע

$t = 160 \text{ s}$. (ברגע $t = 145 \text{ s}$ הגוף עובר שוב בראשית).

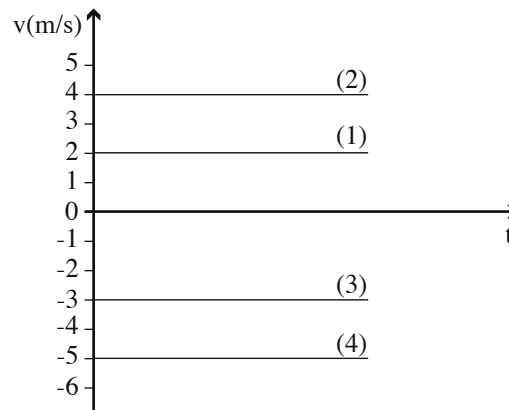
מסלול התנועה:



ב. מהירות הגוף שווה לאפס ברגעים שבהם המשיק לעקומה מקביל לציר הזמן, כלומר ברגעים: $t = 0, 50 \text{ s}, 120 \text{ s}, 160 \text{ s}$.

ג. המרחק המרבי ימינה לנקודת המוצא שאליו מגיע הגוף הוא 520 m (ב- $t = 0$ הוא נמצא בנקודת המוצא ששיעורה $x_0 = 100 \text{ m}$, וברגע $t = 50 \text{ s}$ הוא מגיע לנקודה ששיעורה כ- 620 m).

26. גרפי מהירות-זמן של ארבעת הגופים:



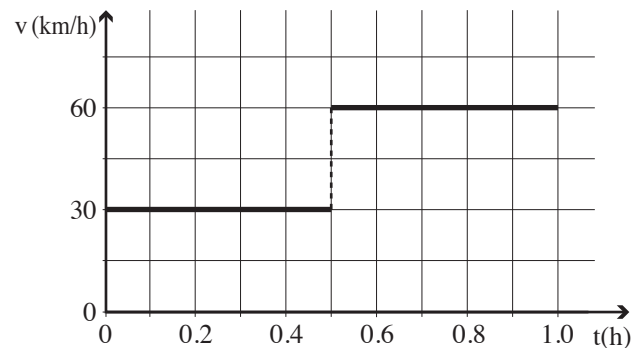
27. כיוון התנועה של גוף א הוא ימינה. לומדים זאת מכך שמהירותו חיובית, ומשמעות הדבר שהוא נע בכיוון החיובי של ציר x . כיוון התנועה של גוף ב הוא שמאלה; מהירותו שלילית ומשמעות הדבר שהוא נע בכיוון השלילי של ציר x .

28. א. בהינתן גרף מהירות-זמן, העתק גוף מיוצג על ידי השטח הכלוא בין הגרף לבין ציר הזמן. השטח מ- $t = 0$ עד $t = 10 \text{ s}$ הוא: $10 \cdot 2 = 20 \text{ m}$.

ב. הגוף נע בכיוון החיובי, רואים זאת מכך שמהירותו חיובית.

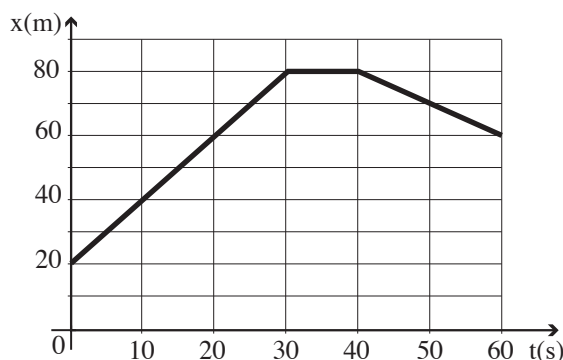
ג. מקום הגוף הוא הסכום של המקום ההתחלתי - $x_0 = 5 \text{ m}$ והעתק הגוף - 20 m ; התוצאה: 25 m .

29. א. גרף מהירות-זמן של מכונית א:



ב. המהירות הממוצעת של מכונית ב שווה לזו של מכונית א, כי בפרק הזמן הנדון ההעתקים של שתי המכוניות שווים.

30. גרף מקום-זמן של תנועת הגוף:



מרגע $t = 0$ עד $t = 30$ s תנועת הגוף קצובה, לכן גרף מקום-זמן המתאים לקטע תנועה זה הוא קו ישר. הוא העתיק את מקומו בשיעור $30 \cdot 2 = 60$ m. ברגע $t = 0$ הגוף נמצא ב- $x = 20$ m וברגע $t = 30$ s הוא נמצא ב- $x = 80$ m.

מרגע $t = 30$ s עד רגע $t = 40$ s מהירות הגוף היא אפס, ולכן גרף מקום-זמן הוא ישר המקביל לציר הזמן (x קבוע וערכו 80 מטר).

מרגע $t = 40$ s עד רגע $t = 60$ s הגוף נע בתנועה קצובה, ומהירותו שלילית. העתקו זמן זה: $20 \cdot (-1) = -20$ m. לכן ברגע $t = 60$ s הגוף יימצא בנקודה ששיעורה $x = 60$ m ($80 \text{ m} - 20 \text{ m}$).

31. שני הגופים עוברים דרכים שוות מרגע $t = 0$ עד $t = T$. הסבר: הדרך שכל גוף עובר מיוצגת על-ידי ה"שטח" ש"מתחת" לעקומה המתאימה. ה"שטחים" המתאימים לשני הגופים הם "שטחי" שני המשולשים המופיעים באיור. לשני המשולשים בסיס משותף, וגבהים שווים, לכן הם שווים בשטחם, ולכן הדרכים שוות.

32. א. בהינתן גרף מהירות זמן, השטח הכלוא בין העקומה לבין ציר הזמן מייצג את ההעתק. מספר המשבצות מרגע $t = 0$ עד רגע $t = 2.5$ s הוא בדיוק 25. מספר המשבצות מרגע $t = 2.5$ s עד רגע $t = 6$ s הוא בקירוב 21. לכן סה"כ מספר המשבצות מתחת לעקומה הוא 46. משבצת אחת בגרף הנתון מייצגת העתק של 0.5 מטר, לכן כל השטח מייצג העתק של 23 מטר. העתק הגוף מ- $t = 0$ עד $t = 6$ s הוא בקירוב 23 מטר.

ב. ברגע $t = 0$ הגוף היה בנקודה ששיעורה 20 מטר. הוא העתיק את מקומו בשיעור של 23 מטר, לכן ברגע $t = 6$ s הגוף נמצא בנקודה ששיעורה 43 מטר.

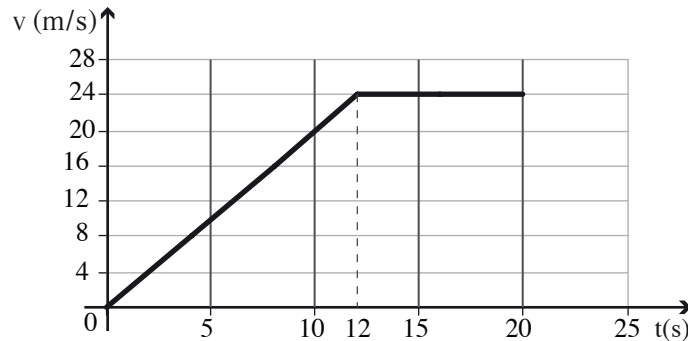
33. א. משמעות המשפט: בכל שנייה, מהירות הגוף גדלה ב-2 מטר לשנייה.

ב. בפרק זמן זה תאוצת הגוף קבועה, לכן: $v = v_0 + at = 0 + 2 \cdot 5 = 10 \text{ m/s}$

ג. $\Delta x = v_0 t + \frac{at^2}{2} = 0 + \frac{2 \cdot 5^2}{2} = 25 \text{ m}$

ד. מהירות המכונית היא מרבית ברגע $t = 12 \text{ s}$. $v = v_0 + at \Rightarrow v = 0 + 2 \cdot 12 = 24 \text{ m/s}$

ה. גרף מהירות-זמן של תנועת המכונית:



ו. **פתרון אלגברי:** ב-12 השניות הראשונות המכונית נעה בתנועה שוות תאוצה. מקום המכונית

ברגע $t = 12 \text{ s}$: $x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow x_1 = 0 + \frac{2 \cdot 12^2}{2} = 144 \text{ m}$

מרגע $t = 12 \text{ s}$ עד רגע $t = 20 \text{ s}$ המכונית נעה במהירות קבועה של 24 מטר לשנייה (ראה תשובה

לסעיף ד). מקום המכונית ברגע $t = 20 \text{ s}$: $x = x_1 + vt = 144 + 24 \cdot 8 = 336 \text{ m}$

פתרון גרפי: אפשר לחשב את העתק המכונית מ- $t = 0$ עד $t = 20 \text{ s}$ גם כ"שטח" הטרפז

הכלוא בין הגרף לציר הזמן: $\Delta x_{0 \rightarrow 20 \text{ s}} = \frac{(20 + 8) \cdot 24}{2} = 336 \text{ m}$

34. נבטא את מהירויות המכונית ביחידות SI:

$$18 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 18 \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 5 \text{ m/s}$$

$$72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 72 \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 20 \text{ m/s}$$

א. תאוצת המכונית: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20 - 5}{6} = 2.5 \text{ m/s}^2$

ב. המרחק שהמכונית עברה: $\Delta x = 5 \cdot 6 + \frac{2.5 \cdot 6^2}{2} = 75 \text{ m}$

35. נבחר ציר מקום שכיוונו החיובי ככיוון תנועת המטוס. $\Delta x = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t$

$$600 = \frac{0 + v}{2} \cdot 6 \Rightarrow v = 200 \text{ m/s}$$

36. נחלק את תנועת התיבה לשני שלבים:

1. שלב ההדיפה: מרגע שבו רגל הילד נוגעת לראשונה בתיבה, עד שהרגל ניתקת מן התיבה. נסמן את מהירות התיבה בסוף שלב זה של התנועה ב- v_1 .
2. השלב מרגע סיום ההדיפה (מהירות התיבה היא v_1), עד לרגע שבו התיבה נעצרת, כעבור 2 מטר.

נתייחס לשלב השני של תנועת התיבה, ונבחר ציר x שכיוונו החיובי בכיוון תנועת התיבה.

$$\Delta x = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t \Rightarrow 2 = \frac{v_1 + 0}{2} \cdot 1.2 \Rightarrow v_1 = 3 \frac{1}{3} \text{ m/s}$$

$$v = v_1 + at \Rightarrow 0 = 3 \frac{1}{3} + a \cdot 1.2 \Rightarrow a \approx -2.8 \text{ m/s}^2$$

הערה והארה: חלק גדול מהאמידים אינם ערים לכך שהגוף מורכב משני שלבים, והם מנסים ליישם את נוסחאות הקינמטיקה עבור הגוף במלואו - החל מרגע שהגיבה היגה מונחת במפילור אפס וכלה ברגע הצירוף על פני הרצפה. ברור שהסגלוג כזו אינה יכולה להוביל לפתרון.



37. א. נבחר ציר x שכיוונו החיובי בכיוון תנועת הרכבת, וראשיתו בנקודה שממנה הרכבת יצאה לדרכה.

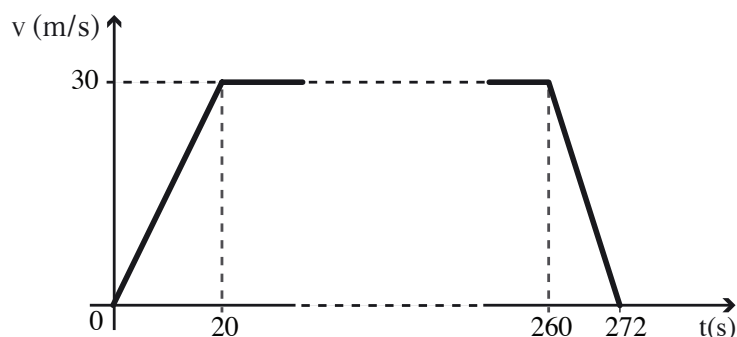
מהירות הרכבת בתום קטע התנועה הראשון:
משך הבלימה עד לעצירה בקטע התנועה השלישי:

$$v = v_0 + at \Rightarrow 0 = 30 + (-2.5)t \Rightarrow t = 12 \text{ s}$$

$$t = 20 + 240 + 12 = 272 \text{ s}$$

רגע t של עצירת הרכבת:

גרף מהירות-זמן של תנועת הרכבת:



ב. נמצא את המרחק הכללי שעברה הרכבת בשלושת שלבי התנועה, באמצעות חישוב שטח

הטרפז המופיע בגרף מהירות-זמן:

$$\Delta x = \frac{(272 + 240)30}{2} = 7,680 \text{ m}$$

38. א. מרגע $t = 0$ עד רגע $t = 20$ s התנועה היא שוות תאוצה. לאחר מכן, עד רגע $t = 90$ s, התנועה היא שווה מהירות. לבסוף, מרגע $t = 90$ s עד רגע $t = 100$ s התנועה היא שוות תאוצה.

ב. המרחק שווה ל"שטח" הטרפז:
$$\Delta x = \frac{(a+b)h}{2} = \frac{(100+70)15}{2} = 1,275 \text{ m}$$

ג. המרחק שהמכונית עוברת בקטע התנועה הראשון (שטח משולש):
$$\Delta x_1 = \frac{20 \cdot 15}{2} = 150 \text{ m}$$

נחשב, אם כן, כמה זמן נדרש למכונית לעבור בקטע התנועה השני $300 \text{ m} (= 450 - 150)$:

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{300}{15} = 20 \text{ s}$$

לכן, המכונית עברה 450 m במשך $40 \text{ s} (= 20 + 20)$.

39. מהירות ההמראה של המטוס ביחידה SI:
$$180 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 180 \frac{1,000 \text{ m}}{3,600 \text{ s}} = 50 \text{ m/s}$$

נבחר ציר x שכיוונו החיובי ככיוון תנועת המטוס, וראשיתו בנקודה שממנה המטוס יוצא לדרכו על המסלול.

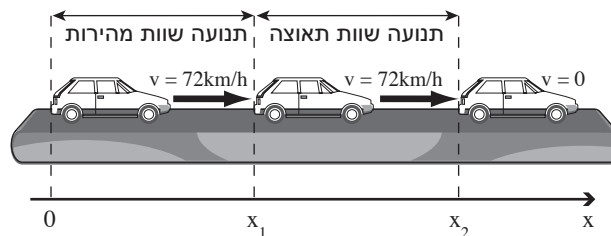
א.
$$v^2 = v_1^2 + 2a\Delta x \Rightarrow 50^2 = 0^2 + 2a \cdot 500 \Rightarrow a = 2.5 \text{ m/s}^2$$

ב.
$$v^2 = v_1^2 + 2a\Delta x \Rightarrow 50^2 = 0^2 + 2 \cdot 3 \cdot \Delta x \Rightarrow \Delta x = 416.7 \text{ m}$$

40. א. האפשרות הנכונה היא (2)

ב. האפשרות הנכונה היא (4)

41. תרשים הבעיה:



בחרנו ציר x שכיוונו החיובי ככיוון תנועת המכונית, וראשיתו בנקודה שבה הנהג קלט אות לעצור. את התנועה הכוללת חילקנו לשני חלקים:

1. מרגע קליטת האות לעצור, עד להפעלת הבלמים. תנועה זו היא שוות מהירות.

2. מרגע הפעלת הבלמים עד שמכונית נעצרת. תנועה זו היא שוות תאוצה (עם תאוצה שלילית).

$$72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 72 \frac{1,000 \text{ m}}{3,600 \text{ s}} = 20 \text{ m/s} \quad \text{מהירות המכונית ביחידה SI:}$$

חישוב המקום שאליו מגיעה המכונית בתום קטע התנועה הראשון:

$$x_1 = x_0 + vt \Rightarrow x_1 = 0 + 20 \cdot 0.7 = 14 \text{ m}$$

$$v^2 = v_1^2 + 2a\Delta x \quad \text{חישוב מקום העצירה של המכונית:}$$

$$0^2 = 20^2 + 2 \cdot (-5) \Delta x \Rightarrow \Delta x = 40 \text{ m}$$

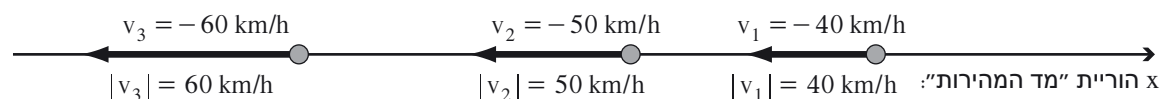
$$\Delta x = x_2 - x_1 \Rightarrow 40 = x_2 - 14 \Rightarrow x_2 = 54 \text{ m}$$

המרחק הכללי שהמכונית עוברת הוא 54 מטר.

42. א. כן. לדוגמה, כאשר גוף יוצא מנקודה מסוימת וכעבור זמן מה חוזר אליה, הדרך גדולה מאפס, אך גודל ההעתק שווה לאפס.

ב. לא.

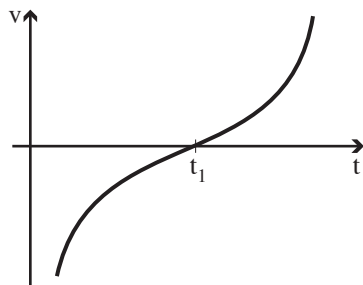
ג. כן. נניח שמכונית נוסעת על כביש ישר ו"מד המהירות" מורה על ערכים הגדלים והולכים. מגדירים ציר מקום שכיוונו החיובי מנוגד לכיוון תנועת המכונית. התרשים שלפניך הוא תרשים עקבות של המכונית, במרווחי זמן Δt . ביחס לציר זה המהירות שלילית, וערכיה (עם הסימן האלגברי) הולכים וקטנים (הם מסומנים באיור מעל הציר). לעומת זאת, ערכיה המוחלטים (מה שמורה מד המהירות) הולכים וגדלים (הם מסומנים באיור מתחת לציר).



כאשר המהירות משתנה מ- v_2 ל- v_3 למשל, התאוצה (הממוצעת) היא:

$$\bar{a} = \frac{v_3 - v_2}{\Delta t} = \frac{-60 - (-50)}{\Delta t} = \frac{-10}{\Delta t} < 0$$

ד. כן, לדוגמה תנועת הגוף שמהירותו כפונקציה של הזמן מתוארת באיור:



ברגע t_1 המהירות שווה לאפס (באופן רגעי) אולם התאוצה (שיפוע המשיק לגרף ברגע t_1) שונה מאפס.

דוגמה אחרת: גוף הנזרק כלפי מעלה - בשיא הגובה המהירות שווה לאפס (באופן רגעי) אולם גודל התאוצה שווה ל- g .

43. גרפים 1 ו-3 מייצגים תנועה שוות-מהירות.

44. גרפים 2 ו-5 מייצגים תנועה שוות-תאוצה.

45. א. תנועת הגוף היא שוות מהירות, כי התבנית המתמטית של נוסחת מקום-זמן היא: $x = x_0 + vt$

קבועי התנועה: $x_0 = 2 \text{ m}$; $v = 3 \text{ m/s}$ -I

ב. תנועת הגוף היא שוות תאוצה, כי התבנית המתמטית של נוסחת מקום-זמן היא:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

קבועי התנועה: $x_0 = 0$; $v_0 = 1 \text{ m/s}$; $a = -2 \text{ m/s}^2$

ג. התנועה היא שוות תאוצה כי התבנית המתמטית של המהירות היא: $v = v_0 + at$

קבועי התנועה: $v_0 = -1 \text{ m/s}$; $a = 4 \text{ m/s}^2$

ד. התנועה היא שוות מהירות. המהירות היא $v = 3 \text{ m/s}$.

ה. הגוף נמצא במנוחה בנקודה ששיעורה $x = -1 \text{ m}$.

ו. התנועה היא שוות תאוצה, כי התבנית המתמטית היא: $x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$

קבועי התנועה: $x_0 = -4 \text{ m}$; $v_0 = 2 \text{ m/s}$ -I ; $a = 6 \text{ m/s}^2$

46. א. "המכוניות נפגשות": נמצאות ברגע מסוים באותו מקום.

ב. (1) על-פי ערך t המתאים לנקודת החיתוך של שתי העקומות.

(2) על-פי ערך t כך שה"שטחים" ש"מתחת" לעקומות מ- $t = 0$ עד רגע t שווים.

(3) על-פי חישוב ערך t שעבורו ה- x של המכונית האחת שווה ל- x של המכונית האחרת.

(4) על-פי ערך t שעבורו ערכי ה- x שווים.

(5) רגע t שבו העקבה של הגוף האחד מתלכדת עם העקבה של הגוף האחר.

47. התשובה היא (4T) (4). הסבר: ברגע $t = 0$ שתי המכוניות נמצאות באותו מקום (כשמכונית

המשטרה נחה ולמכונית השנייה מהירות v). מכונית המשטרה תשיג את המכונית השנייה

לאחר ששתיהן תעבורנה דרכים שוות. בהצגה של גרפי מהירות-זמן זה יקרה כאשר ה"שטחים"

ש"מתחת" לעקומות מהירות-זמן יהיו שווים. תנאי זה מתקיים ברגע $t = 4T$ (שטחי המשולשים

המתאימים שווים).

הדרך והארה: חשוב לדעת שגלמים נוסעים אצלם אל נקודה החיגור של גרפי מפרק-זמן כנקודה פלישה של גרפים הנעים. מומלץ לדון עם הגלמים במשאל נקודה זו.



48. ברגע שהמכוניות חולפות זו על פני זו הן נמצאות כמובן במרחקים שווים מן העיר רחובות.

הדרך והארה: מטרם הגרף הוא אפדליש אל פצורכ בפכנה איכלוג של גרליוס, לפני שנילשים אפרה ממטיג



49. נחשב תחילה כעבור כמה זמן הרכבות נפגשות: נגדיר ציר x "צמוד" לאחת הרכבות (שתקרא "הרכבת הראשונה") כך שכיוונו החיובי של הציר פונה לעבר הרכבת השנייה, וראשיתו במקום שבו נמצאת הרכבת הראשונה.

נוסחת מקום-זמן של הרכבת השנייה ביחס לציר היא: $x = x_0 + vt$ (א)
 כאשר $x_0 = 80 \text{ km}$, $v = -80 \text{ km/h}$ (מהירות הרכבת השנייה ביחס לרכבת הראשונה). ברגע המפגש לרכבת השנייה $x = 0$.

נציב נתונים אלה במשוואה (א):
 $0 = 80 + (-80)t \Rightarrow t = 1 \text{ h}$
 כלומר הרכבות נפגשות כעבור שעה אחת.
 בפרק זמן זה הציפור נעה במהירות שגודלה 60 km/h , לכן היא עוברת דרך של 60 ק"מ .

50. א. מכונית א נעה ב-5 השניות הראשונות בתנועה שוות תאוצה, ולאחר מכן בתנועה שוות מהירות. מכונית ב נעה בתנועה שוות תאוצה.

ב. נבחר ציר מקום שכיוונו ככיוון התנועה של שתי המכוניות, וראשיתו בנקודה שבה היו שתי המכוניות ברגע $t = 0$.

רגע $t = 1 \text{ s}$:

נוסחת מקום-זמן בתנועה שוות-תאוצה: $x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$ (א)

קבועי התנועה של מכונית א: $x_0 = 0$; $v_0 = 0$. על-פי שיפוע החלק הראשון של הגרף:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20 - 0}{5 - 0} = 4 \text{ m/s}^2$$

נציב את קבועי התנועה של מכונית א במשוואה (א) עבור רגע $t = 1 \text{ s}$ ונקבל:

$$x_A(1 \text{ s}) = 0 + 0 + \frac{4 \cdot 1^2}{2} = 2 \text{ m}$$

קבועי התנועה של מכונית ב: $x_0 = 0$; $v_0 = 0$.

נחשב את תאוצתה על-פי שיפוע הגרף:
 $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{30 - 0}{20 - 0} = 1.5 \text{ m/s}^2$

מקומה של מכונית ב ברגע $t = 1 \text{ s}$ (על-פי נוסחה (א)) $x_B(1 \text{ s}) = 0 + 0 + \frac{1.5 \cdot 1^2}{2} = 0.75 \text{ m}$
 לכן מקומה של מכונית א ביחס למכונית ב ברגע $t = 1 \text{ s}$:

$$x_{A,B}(1 \text{ s}) = x_A - x_B = 2 - 0.75 = 1.25 \text{ m}$$

כלומר ברגע $t = 1 \text{ s}$ מכונית א מקדימה את מכונית ב ב- 1.25 מטר.

רגע $t = 5 \text{ s}$:

מקומה של מכונית א כעבור 5 שניות (הצבה בנוסחה (א)) $x_A(5 \text{ s}) = 0 + 0 + \frac{4 \cdot 1^2}{2} = 50 \text{ m}$

מקומה של מכונית ב כעבור 5 שניות: $x_B(5 \text{ s}) = 0 + 0 + \frac{1.5 \cdot 5^2}{2} = 18.75 \text{ m}$

מקומה של מכונית א ביחס למכונית ב ברגע $t = 5 \text{ s}$:

$$x_{A,B}(5 \text{ s}) = x_A - x_B = 50 - 18.75 = 31.25 \text{ m}$$

ברגע $t = 5 \text{ s}$ מכונית א מקדימה את מכונית ב ב- 31.25 מטר.

רגע $t = 10 \text{ s}$:

את מקומה של מכונית א כעבור 10 שניות נחשב על-פי שטח הטרפז במרווח הזמן המתאים:

$$x_A(10 \text{ s}) = \frac{(10 + 5)20}{2} = 150 \text{ m}$$

את מקומה של מכונית ב כעבור 10 שניות נחשב בעזרת נוסחה (א):

$$x_B(10 \text{ s}) = 0 + 0 + \frac{1.5 \cdot 10^2}{2} = 75 \text{ m}$$

מקומה של מכונית א ביחס למכונית ב ברגע $t = 10 \text{ s}$:

$$x_{A,B}(10 \text{ s}) = x_A - x_B = 150 - 75 = 75 \text{ m}$$

ברגע $t = 10 \text{ s}$ מכונית א מקדימה את מכונית ב ב- 75 מטר.

ג. ברור ששתי המכוניות נפגשות ברגע גדול מ-5 שניות. נסמן רגע זה ב- t . מקומה של מכונית

$$x_A(t) = \frac{[t + (t - 5)] \cdot 20}{2} = (2t - 5) \cdot 10 \quad \text{א, על-פי שטח טרפז:}$$

$$x_B(t) = 0 + 0 + \frac{1.5 \cdot t^2}{2} \quad \text{מקומה של מכונית ב (על-פי נוסחה (א)):$$

$$\frac{1.5 \cdot t^2}{2} = (2t - 5) \cdot 10 \quad \text{נשווה בין האגפים הימניים של שתי המשוואות האחרונות:}$$

$$1.5t^2 - 40t + 100 = 0 \quad \text{לכן:}$$

$$t_2 \approx 2.8 \text{ s} ; t_1 \approx 23.87 \text{ s} \quad \text{פתרונות המשוואה:}$$

הפתרון t_2 אינו מתאים, כי פגישה מתרחשת בזמן הגדול מ-5 s, לכן המכוניות נפגשות ברגע $t_1 \approx 23.87 \text{ s}$.

51. נבחר ציר x שכיוונו החיובי בכיוון תנועת שני כלי הרכב, והראשית שלו במקום ממנו יצא האופנוע לדרכו.

נוסחת מקום-זמן של המכונית: (א) $x = x_0 + vt \Rightarrow x_{\text{מכונית}} = 20 + 18t$

נוסחת מקום-זמן של האופנוע: (ב) $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at \Rightarrow x_{\text{אופנוע}} = 0 + 0 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot t^2 = 2t^2$

רגע המפגש הוא רגע שבו אגף ימין של נוסחה (א) שווה לאגף ימין של נוסחה (ב):

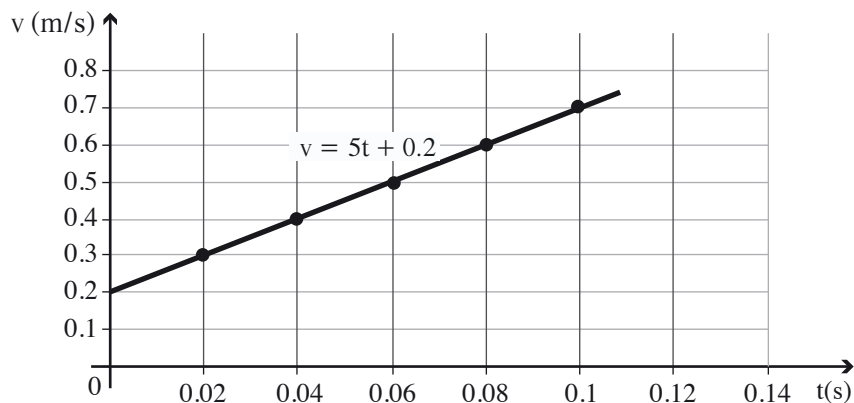
$$20 + 18t = 2t^2$$

פתרונות המשוואה: $t_1 = -1 \text{ s}$; $t_2 = 10 \text{ s}$. הפתרון t_1 אינו מתאים לתנאי השאלה (כי תנועת האופנוע מתחילה ב- $t = 0$), לכן האופנוע משיג את המכונית ברגע $t_2 = 10 \text{ s}$.

52. א. ו- ב.: להלן הטבלה עם תוצאות חישוב המהירויות:

זמן – $t \text{ (s)}$	מקום – $x \text{ (m)}$	מהירות – $v \text{ (m/s)}$
0	0	
0.02	0.005	0.3
0.04	0.012	0.4
0.06	0.021	0.5
0.08	0.032	0.6
0.10	0.045	0.7
0.12	0.060	

גרף מהירות-זמן של הקרונית:



ג. תאוצת הקרונית קבועה. היא מיוצגת על ידי שיפוע הקו. על פי משוואת הישר שהתקבלה מהגיליון האלקטרוני השיפוע הוא 5 m/s^2 וזו תאוצת הקרונית.

53. ה"פטיש" של רשם הזמן הקיש פעמים רבות על הנקודה המסומנת באיור כ-"0". ברגע מסוים t הגוף יצא לדרכו. אילו **בדיוק** ברגע t ה"פטיש" הקיש בנקודה "0", אז מרווח הזמן בין הקשה זו לבין ההקשה בנקודה 1 אכן יהיה בדיוק 0.02 שנייה.

אבל אילו ברגע t ה"פטיש" היה לדוגמה בשיא המרחק מסרט הנייר, אז מרווח הזמן בין רגע t (יציאת הגוף לדרכו) להקשה בנקודה 1 יהיה רק 0.01 שנייה (מחצית מ-0.02 שנייה).

באופן כללי, כאשר הגוף יוצא לדרכו – הפטיש נמצא במקום **אקראי**, ולכן פרק הזמן מרגע יציאת הגוף לדרכו לבין ההקשה בנקודה 1 הוא אקראי, ויכול להיות כל ערך גדול מאפס וקטן או שווה ל-0.02 שנייה.

הקרה ואנרגיה: האנרגיה של הגוף מכלול כמות בין הנקודה 0 לבין הנקודה 1 גורמת לא רק לזמן של-5 מ"מ אלא גם לזמן אמצעים אחרים אדגים גרשים עקבם, כגון מצאמא וידאא א מלכדא מואחלמא.



54. פתרון ביחס לציר מקום שכיוונו החיובי כלפי מעלה, וראשיתו בגובה פי הבאר:

$$(א) \quad y = y_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} = 0 + 0 + \frac{(-10) \cdot 4^2}{2} = -80 \text{ m}$$

פתרון ביחס לציר מקום שכיוונו החיובי כלפי מטה, וראשיתו בגובה פי הבאר:

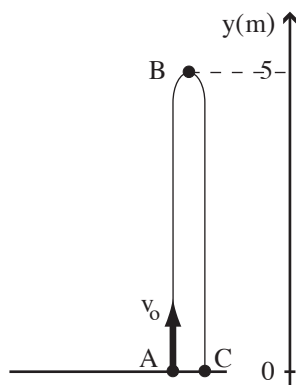
$$y = 0 + 0 + \frac{10 \cdot 4^2}{2} = 80 \text{ m} \quad \text{נציב מספרים במשוואה (א):}$$

נקודה ששיעורה (-80) מטר ביחס לציר הראשון זהה לנקודה ששיעורה 80 מטר ביחס לציר השני.

הקרה ואנרגיה: חשבו לפיכך את השאלה ביחס לציר מקום שכיוונו החיובי כלפי מעלה, וזמן ביחס לציר מקום שכיוונו החיובי כלפי מטה, כנדרש בלוח השאלה. אגמאד שמקשה, מואחלמא לפיכך גם חלק מהשאלה האחרת ביחס לצירים שונים.



בספר "מכניקה ניוטונית - פילוסופיה וארכיטקטורה" א-ב, בפרק א, יש פילוסופיה מואחלמא בהקשר זה - פילוסופיה מספר 11 "סימני המקום, המפילוג והגאוגרפיה".



לתרשים הבעיה צרפנו ציר y שכיוונו החיובי כלפי מעלה, וראשיתו בנקודת הזריקה A של הגוף. שיעורה של הנקודה B, המציינת את שיא הגובה, הוא 5 מטר.

א. ניישם את הנוסחה $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta y$ עבור קטע התנועה מ-A ל-B.

$$0^2 = v_0^2 + 2(-10) \cdot (5 - 0) \Rightarrow v_0 = \pm 10 \text{ m/s} \quad \text{לכן: } v = 0 \text{ היא בנקודה B}$$

רק הפתרון החיובי מתאים לבעיה. כלומר יש לזרוק את הגוף במהירות שגודלה 10 מטר לשנייה כלפי מעלה.

הערה (אנא): גלידיים נאטים אכזבאג אג פאושג "נפילא חאפשיג" דק אג אולגא גוף שסאחיר ממונא. ממונא אפפנאג אג גשומא אים אאיור 47 בעמאד 63 בכרך א. בנוסף לכך, ממונא אחקור, אמל באמצעלג מצלמא וידאא, אג אולגא שגוף שנצדק כאפי מעלה, אאח-כך יורד.



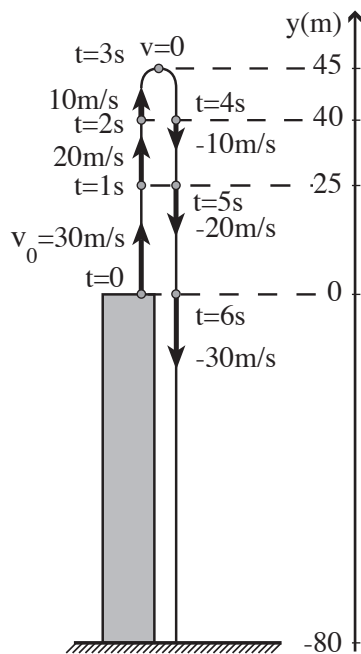
ב. נוכל לרשום נוסחה לגבי התנועה מ-A ל-B ולחשב את משך העליה, ולאחר מכן לחשב את משך הירידה מ-B ל-C, ולבסוף לחבר זה לזה שני פרקי זמן אלה.

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \quad \text{נשתמש בנוסחה:}$$

$$0 = 0 + 10t + \frac{(-10)t^2}{2} \quad \text{לגבי התנועה מ-A עד C (יודעים ש- } y_0 = 0 \text{ וגם } y = 0 \text{):}$$

$$t_1 = 0 \quad ; \quad t_2 = 2 \text{ s} \quad \text{פתרונות המשוואה:}$$

הפתרון $t_1 = 0$ מתאים לרגע הזריקה, ולכן אינו עונה על השאלה. לכן, הגוף יחזור לידינו של הזורק כעבור 2 שניות.



56. נבחר ציר y שכיוונו החיובי כלפי מעלה, וראשיתו בגובה גג הבניין.

א. את מהירותו של הגוף נחשב בעזרת הנוסחה:

$$v = v_0 + at = 30 - 10t$$

ואת מקומו של הגוף נחשב בעזרת הנוסחה:

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} = 30t - 5t^2$$

תוצאות החישובים לגבי ששת הרגעים המבוקשים מוצגות באיור שמשמאל.

מן האיור אפשר לזהות **סימטריה**: ברגעים $t = 0$ ו- $t = 6$ s הגוף נמצא באותו מקום, ויש לו אותו גודל מהירות (המהירויות מנוגדות בכיוון). כך גם ברגעים $t = 1$ s ו- $t = 5$ s וברגעים $t = 2$ s ו- $t = 4$ s. כמו כן אפשר לראות כי משך העליה של הכדור מן הגג עד שיא הגובה שווה למשך ירידתו משיא הגובה עד גובה הגג.

ב. ניישם את הנוסחה:

$$(ב) \quad y = y_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

$$(ג) \quad -80 = 0 + 30t - 5t^2$$

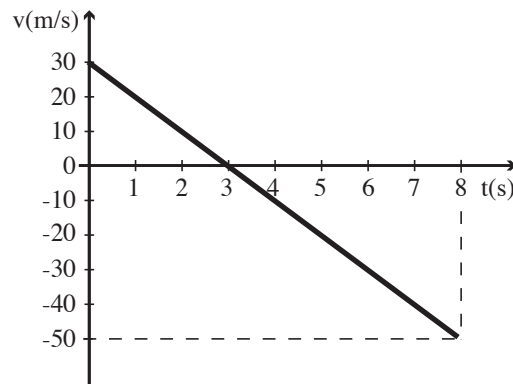
$$t_2 = 8 \text{ s}; t_1 = -2 \text{ s}$$

לגבי התנועה הכוללת, מן הגג עד לקרקע:

פתרונות המשוואה:

הפתרון $t_1 = -2$ s אינו מתאים לנתונים בשאלה. הכדור מגיע לקרקע 8 שניות לאחר זריקתו.

ג. גרף מהירות-זמן של תנועת הכדור:



ד. נשתמש שוב בנוסחה (ב), אלא שבמקום להציב $v_0 = +30 \text{ m/s}$ (ראה נוסחה (ג)),

$$-80 = 0 - 30t - 5t^2$$

נציב בה $v_0 = -30 \text{ m/s}$:

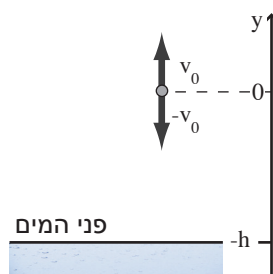
פתרון המשוואה המתאים לתנאי השאלה: $t = 2 \text{ s}$.

כלומר, הכדור היה מגיע לקרקע כעבור 2 שניות, אילו הוא היה נזרק כלפי מטה.

הערה והארה: הכדור שנזרק במהירות של 30 m/s כלפי מעלה חזר למקום פצריקה אחרי 6 שניות במהירות של 30 m/s כלפי מטה, אכן מהירות סלילי ב אנו מבינים שנדרשו עוד 2 שניות אפליע אקריקע. כך בדיוק נובע גם מסלילי ד.



57. תרשים הבעיה:



באיור סימנו ציר y שראשיתו במקום שממנו נזרקו שני הכדורים. נסמן ב- h את הגובה שממנו נזרקו הכדורים מעל פני מי הנהר. שיעור המקום של פני מי הנהר, ביחס לציר ה- y , הוא $-h$.

סימנו את מהירות הכדור שנזרק כלפי מעלה ב- v_0 , לכן מהירות הכדור שנזרק כלפי מטה היא $-v_0$.

נשתמש בנוסחה:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta y$$

לגבי הכדור שנזרק כלפי מעלה:

$$v_1^2 = v_0^2 + 2(-10) \cdot (-h)$$

לגבי הכדור שנזרק כלפי מטה:

$$v_2^2 = (-v_0)^2 + 2(-10) \cdot (-h)$$

משתי המשוואות האחרונות נובע כי:

$$v_1^2 = v_2^2$$

פתרונות המשוואה:

$$v_1 = -v_2 \quad ; \quad v_1 = v_2$$

הפתרון המתאים לתנאי השאלה הוא $v_1 = v_2$, כלומר הכדורים פוגעים בפני המים במהירויות שוות.

הערה: פגיון חלוסי: $v_1 = v_2$ חל סמוך פגיון גרלי 56א.



58. אילו היינו משחררים את האבן מגובה $2h$, משך הנפילה היה קטן מ- $2t$.

א. הסבר מילולי: כאשר גוף משוחרר מגובה $2h$, משך זמן הנפילה לאורך הקטע הראשון, השווה באורכו ל- h , הוא t . בקטע השני של התנועה – האבן נופלת באותה תאוצה (g) כמו בקטע הראשון, כמו כן היא נופלת לאורך אותו מרחק (h), אולם המהירות ההתחלתית בקטע השני

גדולה מ-0 בעוד שבקטע הראשון היא שווה לאפס. לכן משך התנועה בקטע השני יהיה קטן מ- t , והזמן הכולל יהיה קטן מ- $2t$.

ב. **הסבר אלגברי:** נבחר ציר מקום שכיוונו החיובי כלפי מטה.

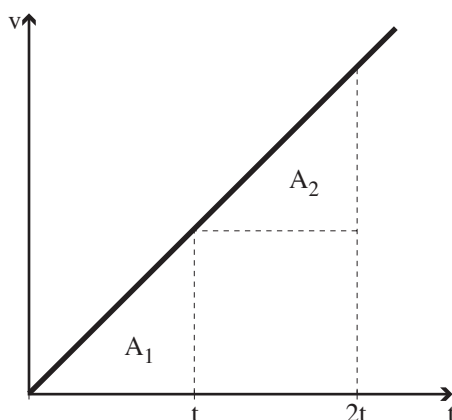
(א) $x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$ בתנועה שוות תאוצה:

(ב) $h = \frac{gt_1^2}{2}$ נרשום את (א) לגבי הנפילה מגובה h :

(ג) $2h = \frac{gt_2^2}{2}$ נרשום את (א) לגבי הנפילה מגובה $2h$:

מ- (ב) ומ- (ג) $t_2 = t_1 \sqrt{2} < 2t_1$

ג. **הסבר בעזרת ייצוג גרפי:** נסרטט גרף מהירות-זמן של גוף המשוחרר ממנוחה ונופל חופשית מרגע אפס (השחרור) עד רגע $2t$.



שטח המשולש A_1 , שבסיסו מתחיל מנקודה ששיעורה אפס ומסתיים בנקודה ששיעורה t , שווה ל- h . שטח הטרפז שבסיסו מתחיל בנקודה ששיעורה t ומסתיים בנקודה ששיעורה $2t$ גדול מ- h (כי השטח A_2 של המשולש העליון, שהוא חלק מן הטרפז, שווה ל- h) כלומר במשך פרק זמן $2t$ הגוף נופל מרחק העולה על $2h$, לכן נפילה לאורך $2h$ תמשך פרק זמן קצר מ- $2t$.

59. נבחר ציר x שראשיתו בגובה הגשר, וכיוונו החיובי כלפי מעלה. נוסחת מקום-זמן של האבן:

(א) $y = y_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$
 $-24 = 0 + v_0 \cdot 2 + \frac{(-10) \cdot 2^2}{2}$ א. נציב מספרים ב- (א):

פתרון המשוואה: $v_0 = -2 \text{ m/s}$. כלומר: אם האבן פגעה בפני המים כעבור 2 ש', אז היא נזרקה במהירות 2 מטר לשנייה כלפי מטה.

ב. נציב מספרים ב- (א):
 $-24 = v_0 \cdot 4 + \frac{(-10) \cdot 4^2}{2}$

פתרון המשוואה: $v_0 = 14 \text{ m/s}$. כלומר, אם האבן פגעה בפני המים כעבור 4 ש', אז היא נזרקה במהירות שגודלה 14 מטר לשנייה כלפי מעלה.

60. א. הטיל מגיע לשיא הגובה ברגע $t = 40 \text{ s}$. עד רגע זה המהירות היא חיובית, כלומר הטיל עולה. ברגע $t = 40 \text{ s}$ המהירות שווה לאפס, ולאחר רגע זה המהירות שלילית, כלומר הטיל יורד.

הערה ואזהרה: גלמידים נוטים לזכור את הנקודה על פלוקוסה מאגאימה ל- $t = 10 \text{ s}$ כנקודה שהטיל מגיע אליה. טעות זו נובעת מביאול בין שיא הגובה שאליו מגיע הטיל בעלולת המציאות לבין נקודה המקסימום של הערך הממוצע של המהירות המרבית.



ג. את הגובה המרבי אפשר לחשב על-פי ה"שטח" ש"מתחת" לגרף, מרגע $t = 0$ עד רגע $t = 40 \text{ s}$:

$$\Delta x = \frac{40 \cdot 300}{2} = 6,000 \text{ m}$$

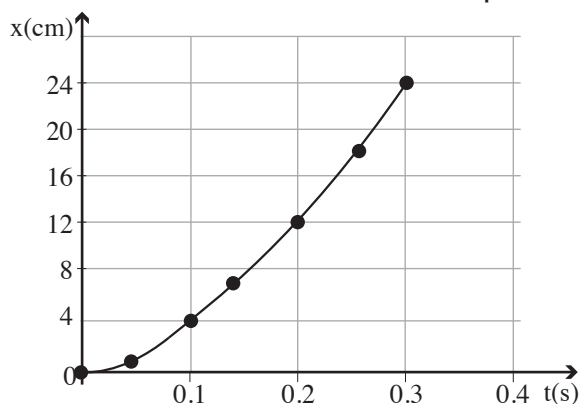
ד. הטיל נפל חופשית מגובה 6,000 מטר. לגבי התנועה משיא הגובה עד הקרקע, ביחס לציר

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta y \quad \text{מקום המצביע כלפי מטה, מתקיים הקשר:}$$

$$v^2 = 0^2 + 2 \cdot 10 \cdot 6,000 \Rightarrow v \approx \pm 346 \text{ m/s}$$

הטיל פוגע בקרקע במהירות שגודלה כ- 346 m/s וכיוונה מטה.

61. א.ו. ב. טבלת מקום-זמן וגרף מקום-זמן של תנועת הגוף:



מקום (cm)	זמן (s)	נקודה
0	0	A ₁
1.5	0.05	A ₂
4.0	0.10	A ₃
7.5	0.15	A ₄
12.0	0.20	A ₅
17.5	0.25	A ₆
24.0	0.30	A ₇

ג. הטבלה בתוספת ערכי המהירויות:

מהירות (cm/s)	מקום (cm)	זמן (s)	נקודה
----	0	0	A ₁
40	1.5	0.05	A ₂
60	4.0	0.10	A ₃
80	7.5	0.15	A ₄
100	12.0	0.20	A ₅
120	17.5	0.25	A ₆
----	24.0	0.30	A ₇

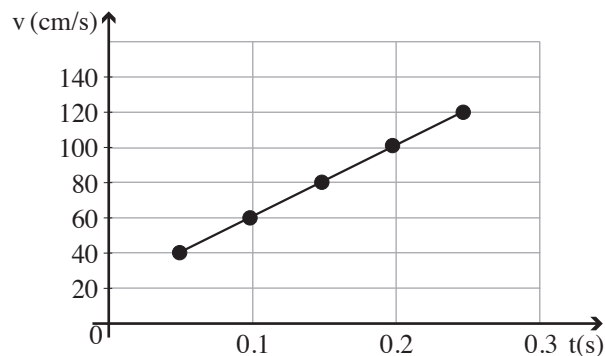
כדי לחשב את המהירות ברגע $t = 0.15$ s, לדוגמה, חישבנו את המהירות הממוצעת החל מרגע

$$v_{0.15\text{ s}} \approx \bar{v}_{0.1\text{ s} \rightarrow 0.2\text{ s}} = \frac{12 - 4}{0.2 - 0.1} = 80 \text{ cm/s} \quad t = 0.1 \text{ s} \text{ עד רגע } t = 0.2 \text{ s}:$$

כלומר מעריכים את המהירות ברגע מסוים על-ידי חישוב המהירות הממוצעת מנקודה שלפני הנקודה הנוכחית, עד נקודה שאחרי הנקודה הנוכחית.

לא ניתן לחשב (בקירוב טוב) את מהירות הגוף בנקודה A₁ כי אין מידע לגבי נקודה שלפניה. לא ניתן לחשב (בקירוב טוב) את מהירות הגוף בנקודה A₇, כי אין מידע לגבי נקודה שאחריה.

ד. גרף מהירות-זמן של תנועת הגוף:



ה. גרף מהירות-זמן הוא לינארי, מכאן נסיק שתאוצת הגוף קבועה. התאוצה שווה לשיפוע

$$a = \frac{120 - 40}{0.25 - 0.05} = 400 \text{ cm/s}^2 = 4 \text{ m/s}^2 \quad \text{הגרף:}$$

ו. נוסחת מהירות-זמן של הגוף:

$$(א) \quad v = v_0 + 4t$$

ברגע $t = 0.1$ s מהירות הגוף היא

$$v = 60 \text{ cm/s} = 0.6 \text{ m/s}$$

נציב נתונים אלה בקשר (א):

$$0.6 = v_0 + 4 \cdot 0.1 \Rightarrow v_0 = 0.2 \text{ m/s}$$

זו המהירות בנקודה A₁.

שים לב, אפשר למצוא את המהירות ההתחלתית (ברגע $t = 0$) גם על פי גרף מהירות-זמן שלמעלה.

נוסחת מהירות-זמן היא, אם כן:

$$(ב) \quad v = 0.2 + 4t$$

כדי למצוא את המהירות בנקודה A_7 , נציב בקשר (ב) $t = 0.3$ s ונקבל:

$$v = 0.2 + 4 \cdot 0.3 = 1.4 \text{ m/s}$$

גם את המהירות הזו אפשר למצוא ישירות בעזרת הגרף.

62. תרשים הבעיה המתאים לרגע $t = 0$ (הרגע שבו הגופים נזרקו) מופיע בסוף התשובה לסעיף א.

נגדיר ציר y שכיוונו החיובי כלפי מעלה, וראשיתו בקרקע, כמתואר בתרשים הבעיה שלהלן.

א. נוסחת מקום – זמן בנפילה חופשית:

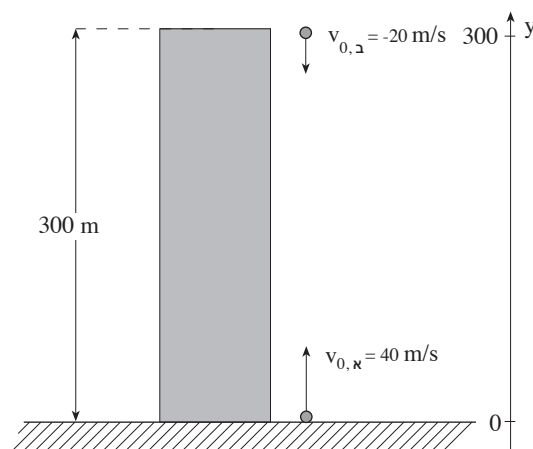
$$(א) \quad y = y_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

נציב במשוואה (א) ערכים מספריים לגבי כדור ב:

$$(ב) \quad y_b = 300 - 20t + \frac{(-10)t^2}{2}$$

נציב במשוואה (א) ערכים מספריים לגבי כדור א:

$$(ג) \quad y_a = 0 + 40t + \frac{(-10)t^2}{2}$$



רגע המפגש של שני הכדורים הוא הרגע t שעבורו $y_a = y_b$,

$$300 - 20t - 5t^2 = 40t - 5t^2 \quad \text{כלומר:}$$

$$t = 5 \text{ s} \quad \text{פתרון המשוואה:}$$

ב. כדי למצוא את מקום המפגש, נציב את רגע המפגש ($t = 5$ s) בנוסחה (ב) (אפשר גם ב- (ג)):

$$y_b(5 \text{ s}) = 300 - 20 \cdot 5 - 5 \cdot 5^2 = 75 \text{ m}$$

ג. כדי לדעת מהו כיוון תנועתו של כדור א נחשב את מהירותו (ביחס לציר שבחרנו) ברגע

$$v_a = v_{0,a} + at \quad t = 5 \text{ s}$$

מהירות כדור א ברגע המפגש שלילית, מכאן שברגע זה הוא נע בכיוון מנוגד לכיוון החיובי של ציר y, כלומר כלפי מטה.

ג. כדור ב נזרק שנייה לאחר כדור א, מכאן שחלפה רק $\frac{1}{3}$ שנייה עד רגע המפגש עם כדור א.

$$v_2 = v_{0,2} + at = 15 + (-10) \cdot \frac{1}{3} = 11 \frac{2}{3} \text{ m/s} > 0$$

נחשב את מהירות כדור ב ברגע המפגש: נחשב את מהירות כדור ב ברגע המפגש חיובית, מכאן שברגע זה הוא עדיין נע כלפי מעלה.

$$\bar{a}_{2s \rightarrow 3s} = \frac{v(3) - v(2)}{3 - 2} = \frac{(3^2 - 2) - (2^2 - 2)}{3 - 2} = 5 \text{ m/s}^2$$

65. א. חישוב התאוצה הממוצעת:
ב. חישוב התאוצה הרגעית:

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v(2 + \Delta t) - v(2)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{[(2 + \Delta t)^2 - 2] - [2^2 - 2]}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (4 + \Delta t)$$

$$a = 4 \text{ m/s}^2$$

66. א. מרגע $t = 0$ עד רגע $t = 0.08 \text{ s}$ בערך, השחיין מחליק על פני המים מבלי להניע את ידיו ורגליו. בקטע זה מהירותו בקירוב קבועה. מרגע $t = 0.08 \text{ s}$ עד רגע $t = 0.2 \text{ s}$ בערך, השחיין דוחף את המים לאחור עם ידיו, ומהירותו גדלה מעט. מרגע $t = 0.2 \text{ s}$ עד רגע $t = 0.58 \text{ s}$ השחיין מקפל את רגליו – מהירותו קטנה עד אפס בערך. מרגע $t = 0.58 \text{ s}$ עד רגע $t = 0.82 \text{ s}$ הוא מיישר את ידיו ואת רגליו. בפרק זמן זה מהירותו גדלה. מרגע $t = 0.82 \text{ s}$ עד רגע $t = 1.0 \text{ s}$ הוא מחליק במים בלי תנועה, ומהירותו קטנה בגלל התנגדות המים.

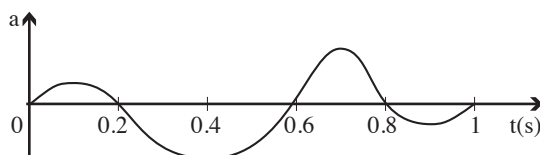
ב. תאוצתו של השחיין היא מרבית בערך במרווח הזמן מ- $t = 0.66 \text{ s}$ עד $t = 0.7 \text{ s}$ התאוצה

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{1 - 0.5}{0.7 - 0.66} = 12.5 \text{ m/s}^2$$

הממוצעת במרווח זמן זה:

ג. תאוצת השחיין מתאפסת ברגעים: $t = 0, 0.19 \text{ s}, 0.58 \text{ s}, 0.82 \text{ s}$ כי ברגעים אלה המשיק לעקומה מקביל לציר הזמן.

ד. הגרף:



ה. "מתחת" לעקומה יש כ- 690 משבצות. "שיטחה" של כל משבצת מייצג מרחק של 0.002 מטר. לכן ה"שטח" שמתחת לעקומה מייצג מרחק של $0.002 \cdot 690 = 1.38 \text{ m}$.

67. א. (1) שיעור הנקודה שבה נמצא הנער הוא $x_{\text{נער}} = 8 \text{ m}$. שיעור הנקודה שבה נמצאת הנערה הוא $x_{\text{נערה}} = -2 \text{ m}$.

(2) מקום הנער ביחס לנערה: $x_{\text{נערה, נער}} = x_{\text{נער}} - x_{\text{נערה}} = 8 - (-2) = 10 \text{ m}$

(3) מקום הנערה ביחס לנער: $x_{\text{נער, נערה}} = x_{\text{נערה}} - x_{\text{נער}} = -2 - 8 = -10 \text{ m}$

(4) המרחק בין הנער לנערה: $|x_{\text{נער, נערה}}| = |x_{\text{נערה, נער}}| = |10| = 10 \text{ m}$

ב. אם הראשית תועתק למקום אחר על השביל, תשובה א (1) תשתנה.

68. א. מהירות האופניים ביחס לכביש היא 4 מ'ש', ומהירות המכונית (ביחס לכביש) היא 10 מ'ש'.

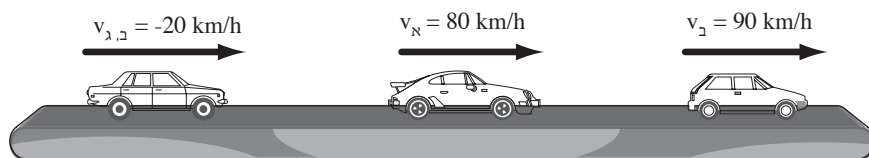
ב. מהירות הכביש ביחס לציר מקום "צמוד" לרוכב האופניים היא (-4) מ'ש', ומהירותו ביחס למכונית היא (-10) מ'ש'.

ג. העתק המכונית במשך 5 ש' ביחס לציר מקום "צמוד" לאופניים הוא 30 מ' ומהירותה ביחס לציר זה היא 6 מ'ש'.

ד. העתק האופניים במשך 5 ש' ביחס לציר מקום "צמוד" למכונית הוא (-30) מ'ש' ומהירותם ביחס לציר זה היא (-6) מ'ש'.

ה. רוכב האופניים "רואה" את המכונית נוסעת בכיוון החיובי, ונהג המכונית "רואה" את רוכב האופניים נוסע בכיוון השלילי.

69. א. תרשים הבעיה:



$$v_{\text{ג,ב}} = v_{\text{ג,כביש}} - v_{\text{ב,כביש}} \Rightarrow -20 = v_{\text{ג,כביש}} - 90 \Rightarrow v_{\text{ג,כביש}} = 70 \text{ km/h}$$

מהירותה של מכונית ג ביחס לכביש הוא 70 ק"מ לשעה.

ב. הצופה במכונית א "רואה" את מכונית ב נוסעת במהירות 10 km/h. המהירות חיובית לכן המהירות של מכונית ב ביחס למכונית א היא בכיוון החיובי.

ג. $v_{\text{ג,א}} = v_{\text{ג,כביש}} - v_{\text{א,כביש}} = 70 - 80 = -10 \text{ km/h}$

הצופה במכונית א "רואה" את מכונית ג נוסעת בכיוון השלילי, במהירות (-10) km/h.

70. א. נגדיר ציר מקום ה"צמוד" לזורק, וכיוונו החיובי כלפי מעלה. האבן משנה את כיוון תנועתה ביחס לזורק ברגע שבו מהירותה ביחס לזורק מתאפסת (הסבר: לפני כן מהירות האבן חיובית כלומר האבן עולה, ואחרי כן המהירות שלילית כלומר היא יורדת).

האבן נעה ביחס לציר בתנועה שוות תאוצה, לכן:

$$(א) \quad v = v_0 + at$$

נציב בנוסחה (א) את הגדלים המתאימים לתנועת האבן מרגע הזריקה ועד להתאפסות המהירות:

$$0 = 40 + (-10)t \Rightarrow t = 4 \text{ s}$$

כלומר: מנקודת ראות של הזורק – האבן מגיעה לשיא הגובה כעבור 4 שניות.

ב. האבן משנה את כיוון תנועתה ביחס לצופה בכדור הפורח ברגע שבו מהירותה ביחס לצופה זה מתאפסת.

נגדיר ציר מקום ה"צמוד" לצופה בכדור הפורח, וכיוונו החיובי כלפי מעלה. האבן נעה ביחס לציר זה בתאוצה קבועה שגודלה g . נציב בנוסחה (א) את הגדלים המתאימים לתנועת האבן מרגע

הזריקה ועד שמהירותה ביחס לציר מתאפסת:

$$0 = 30 + (-10)t \Rightarrow t = 3 \text{ s}$$

כלומר: מנקודת ראות של הצופה בכדור הפורח – האבן מגיעה לשיא הגובה כעבור 3 שניות. נוכל לענות על סעיף (ב) גם ללא שימוש מפורש בנוסחה: ברגע $t = 0$ מהירות האבן ביחס לצופה בכדור הפורח היא 30 m/s . בכל שנייה מהירות האבן קטנה ב- 10 m/s , לכן כעבור שנייה אחת מהירותה 20 m/s , כעבור שתי שניות - 10 m/s , וכעבור 3 שניות מהירות האבן מתאפסת ביחס לצופה בכדור הפורח.

הערה אפילו:

בשנייה הרביעית אגלה – האבן אמנם עלה ביחס לארץ, אולם מהירותה ביחס לארץ קטנה מ- 10 m/s . בכדור הפורח אעומק שאם עלה ביחס לארץ במהירות של 10 m/s , כאלו האבן נעה ביחס לכדור הפורח במהירות שלילית, כלומר היא יורדת ביחס אליו, אע"פ שהיא עלה ביחס לארץ. הגובה אספיקי אינה גלוי בשאלה אם בכדור הפורח נע מהירות האבן או מהירות. מומלץ לבדוק נקודה זו.



71. נגדיר ציר מקום, y , ה"צמוד" לקרקע שכיוונו החיובי כלפי מעלה. המהירויות ההתחלתיות של כדורים א ו-ב ביחס לציר y מסומנות ב- $v_{0,y} = 30 \text{ m/s}$ ו- $v_{0,b} = -10 \text{ m/s}$ בהתאמה.

את הראשית של ציר המקום y^* ה"צמוד" לכדור א נגדיר במקום הימצאו של כדור א. תאוצת כדור ב ביחס לכדור א (ליתר דיוק ביחס לציר המקום y^* הצמוד לכדור א)

$$a_{b,a} = a_b - a_a = -10 - (-10) = 0 \quad \text{היא:}$$

א. כפי שראינו למעלה, התאוצה היחסית בין שני הכדורים היא אפס. כלומר המהירות של כדור

ב ביחס לציר מקום ה"צמוד" לכדור א היא **גודל קבוע**. לכן נוכל לחשב אותה עבור רגע

$t = 0$. אם כן, מהירות כדור ב ביחס לציר y^* הצמוד לכדור א:

$$v_{ב,א} = v_{0,ב} - v_{0,א} = -10 - (+30) = -40 \text{ m/s}$$

ב. נפתור ביחס לציר y^* .

$$y_{ב}^* = y_{0,ב}^* + v_{0,ב} t + \frac{1}{2} a t^2 = 200 - 40 t + 0$$

נוסחת מקום-זמן של כדור ב:

שני הכדורים א ו- ב ייפגשו כאשר מקום גוף ב, ביחס לציר y^* (כלומר $y_{ב}^*$) יהיה 0:

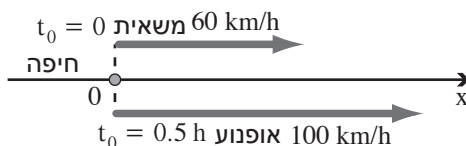
$$0 = 200 - 40 t \Rightarrow t = 5 \text{ s}$$

ג. לפיכך גרף של המקום של כדור ב ביחס לציר מקום y^* ה"צמוד" לכדור א, כפונקציה של הזמן.

הגרף מתאים לפרק הזמן מרגע זריקתם של שני הכדורים עד פגישתם:



72. תרשים הבעיה:



נבחר ציר מקום שכיוונו החיובי הוא ככיוון התנועה המשותף, וראשיתו בנקודת המוצא של כלי הרכב, כלומר בחיפה. נגדיר ציר זמן שראשיתו ברגע צאתה של המשאית לדרך.

א. נוסחת מקום-זמן של המשאית (ביחס לצירי המקום והזמן שבחרנו): $x_{משאית} = x_0 + vt$

$$(א) \quad x_{משאית} = 60 t$$

נוסחה (א) מתארת את מקום המשאית בכל רגע ורגע (החל מרגע $t = 0$). כאשר t נמדד בשעות ו- x בק"מ.

ב. נוסחת מקום-זמן של האופנוע:

$$x_{אופנוע} = x_0 + v \Delta t$$

$$(ב) \quad x_{אופנוע} = 100(t - \frac{1}{2})$$

נוסחה (ב) מתארת את מקום האופנוע בכל רגע ורגע (החל מרגע $t = \frac{1}{2}$ h).

ג. כדי לקבוע מתי כלי הרכב נפגשים, יש לקבוע מהו הרגע t שבו $x_{\text{אופנוע}} = x_{\text{משאית}}$, כלומר יש

$$100\left(t - \frac{1}{2}\right) = 60t \quad \text{לחשב מהו ערכו של } t \text{ המקיים את השוויון:}$$

$$t = 1.25 \text{ h} \quad \text{פתרון המשוואה:}$$

כלי הרכב נפגשים ברגע $t = 1.25$ h, כלומר 1.25 h לאחר צאת המשאית לדרכה (0.75 h לאחר צאת האופנוע).

פְּלִיגָה אֶפְלִיגָה:

1. ניגן אפלדיר אג $t = 0$ ברעל שבו פאופנועל יוצא לדרכו, ואג מקבל כי פמפלגל מרגל ברעל $t = 0.75$ h נכאמר 0.75 h לאחר פאופנועל, או 1.25 h לאחר פמפלגל.

2. על בסיס אימודיפג בליעלוי אלעבר, יש גלמידים שפוגרים שאלה זא באופן פבא:

$$100\left(t - \frac{1}{2}\right) = 60t \quad \text{אכן: פמפלגל ומוקב}$$

$$t = 1.25 \text{ h} \quad \text{פפגלן:}$$

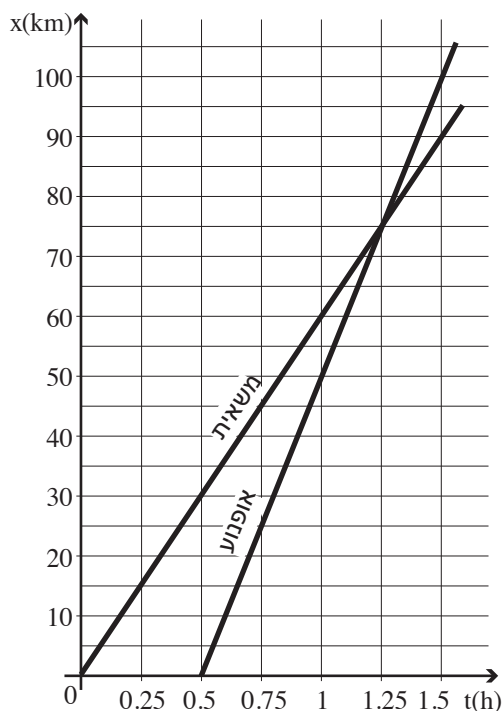
יש פפחלל אפלדיר דרך פגלן שבה לושמים גחילג אג נוסחג מקום-זמן של כז כזי רכב בנפרד, ורק אח"כ משלויים, גלך פנמקפ.



$$x_{\text{אופנוע}} = 100\left(t - \frac{1}{2}\right) = 100\left(1.25 - \frac{1}{2}\right) = 75 \text{ km} \quad \text{ד. נציב בנוסחה (א):}$$

מקום האופנוע מייצג את מרחק נקודת הפגישה מחיפה.

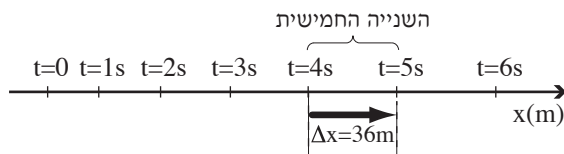
ה. פתרון בדרך גרפית:



נקודת החיתוך של שני הישרים בגרף מייצגת את מפגש כלי הרכב, כי בעזרת השיעורים שלה אפשר לדעת באיזה רגע היו שני כלי הרכב באותה קואורדינטה. מהגרף עולה כי המפגש התרחש ברגע $t = 1.25$ h, בקואורדינטה 75 ק"מ, כלומר במרחק 75 ק"מ מחיפה.

73. א. השנייה החמישית היא פרק הזמן מ- $t = 4 \text{ s}$ עד $t = 5 \text{ s}$. בפרק זמן זה הגוף עובר 36 מטר.

ב. נבחר ציר x שכיוונו החיובי ככיוון התנועה, וראשיתו בנקודה שממנה הגוף החל לנוע. תרשים הבעיה:



נחשב תחילה את תאוצת הגוף.

בתנועה שוות תאוצה: $x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$ (א)

יישום משוואה (א) עבור התנועה מרגע $t = 0$ עד רגע $t = 5 \text{ s}$: $x(5) = \frac{a \cdot 5^2}{2}$ (ב)

יישום משוואה (א) עבור התנועה מרגע $t = 0$ עד רגע $t = 4 \text{ s}$: $x(4) = \frac{a \cdot 4^2}{2}$ (ג)

נחסיר את משוואה (ג) ממשוואה (ב) ונקבל: $x(5) - x(4) = \frac{a \cdot 5^2}{2} - \frac{a \cdot 4^2}{2}$

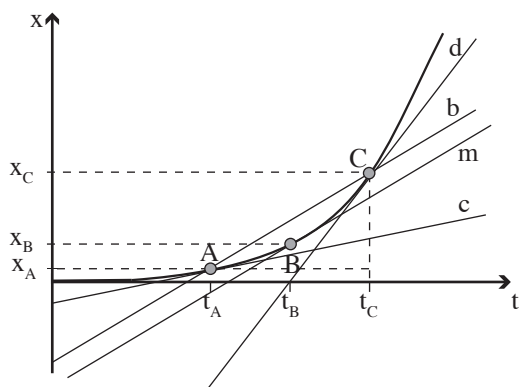
אגף שמאל שווה ל- 36 m לכן: $36 = 4.5a \Rightarrow a = 8 \text{ m/s}^2$

בתנועת שוות תאוצה: $v = v_0 + at$ (ד)

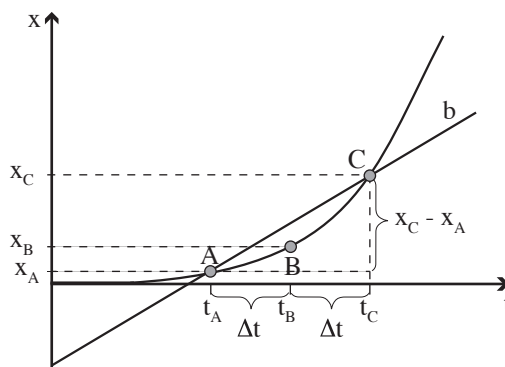
משוואה (ד) לגבי התנועה מרגע $t = 0$ עד רגע $t = 10 \text{ s}$: $v = 0 + 8 \cdot 10 = 80 \text{ m/s}$

74. א. מבטא את המהירות הממוצעת של הגוף בתנועתו מ-A ל-C (למען הדיוק - מן הרגע שבו נרשמה הנקודה A על סרט הנייר עד לרגע שבו נרשמה עליו הנקודה C). נסמן מהירות זו ב- $\bar{v}_{A-C}$.

ב. (1) נניח כי העקומה המופיעה באיור א שלהלן מתארת את מקום הגוף כפונקציה של הזמן. ברגעים t_A , t_B , ו- t_C (המקיימים $t_C - t_B = t_B - t_A = \Delta t$) נרשמו בהתאמה הנקודות A, B, ו-C על סרט הנייר, ושיעוריהן בהתאמה הם x_A , x_B , ו- x_C .



איור ב



איור א

שיפועו של המיתר b (איור א) שווה ל- $(x_C - x_A)/2\Delta t$ ביטוי זה מייצג כאמור את $\bar{v}_{A-C}$.
נתאר עתה בדמיוננו שאנו מסרטטים בזה אחר זה משיקים לעקומה שבאיור א לעיל בכל הנקודות – החל מנקודה המתאימה לרגע t_A , וכלה בנקודה המתאימה ל- t_C :

שיפוע המשיק המתאים לרגע t_A (משיק c באיור ב) קטן משיפוע מיתר b , כלומר המהירות הרגעית, v_A , של הגוף בנקודה A מקיימת $v_A < \bar{v}_{A-C}$. ככל שנקודת ההשקה נמצאת ימינה – שיפועי המשיקים הולכים וגדלים (כך באיור הספציפי ב). ברגע t_C שיפוע המשיק (d) גדול משיפוע המיתר b .

שיפועי המשיקים הולכים וגדלים מערך קטן מ- $\bar{v}_{A-C}$ ב- A לערך גדול מ- $\bar{v}_{A-C}$ ב- C . כיוון שהשיפועים משתנים באופן רציף – חייבת להיות נקודה (לפחות אחת) שבה שיפוע המשיק שווה בדיוק ל- $\bar{v}_{A-C}$. משיק זה מתואר באיור ב ב- m . כלומר: כשגוף נע לאורך קו ישר, בין שתי נקודות – חייבת להיות נקודת ביניים שבה המהירות הרגעית שווה בדיוק למהירות הממוצעת בין שתי הנקודות.

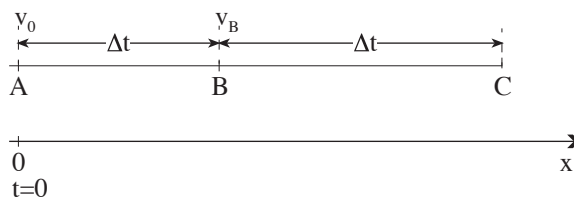
ברגע שחישבנו את המהירות הממוצעת $\bar{v}_{A-C}$ מובטח לנו, אם כן, שקיימת נקודה שבה המהירות הרגעית שווה בדיוק למהירות הממוצעת זו. אם המהירויות בקטע AC משתנות במידה קטנה, אזי המהירויות הרגעיות בנקודות השונות בקטע שוות בקירוב למהירות הממוצעת $\bar{v}_{A-C}$, ונוכל לייחס אותה לכל נקודה שנבחר בקטע.

(2) הקירוב מוצדק אם פרק הזמן שבו הגוף חולף את הקטע AC הוא קצר, כך שהמהירויות הרגעיות בקירוב אינן משתנות. ככל שפרק הזמן קצר – כך גם ההבדלים במהירויות הרגעיות עשויים להיות קטנים יותר.

(3) נסביר זאת לגבי המקרה שבו מהירות הגוף הולכת וגדלה באופן מונוטוני, כמתואר באיור א שבתשובה: המהירות הרגעית ב- t_B קטנה מזו שבכל אחד מהזמנים שבין t_B ל- t_C . לכן, הקירוב שבו מייחסים את המהירות הממוצעת ב- BC לנקודה B הוא קירוב גס.

לעומת זאת, אם מסתכלים על כל הקטע AC , רואים כי בחלק BC המהירויות גדולות מזו שב- B , ובקטע AB הן קטנות מזו שב- B . לכן, הקירוב שבו מייחסים את המהירות הממוצעת ב- AC ל- B הוא קירוב פחות גס.

ג. (1) נניח כי גוף נע בתאוצה קבועה a מנקודה A לנקודה C , בפרק זמן שיסומן ב- $2\Delta t$. נסמן ב- B את הנקודה שאליה הגוף מגיע כעבור מחצית הזמן, כלומר כעבור זמן Δt (איור ג).
נגדיר ציר x שכיוונו החיובי ככיוון התנועה, וראשיתו בנקודה A . נגדיר $t = 0$ ברגע שבו הגוף חולף בנקודה A . המהירות הרגעית ב- A תסומן v_0 וזו ב- B תסומן v_B .



איור ג

יש להוכיח כי: (א) $\bar{v}_{AC} = v_B$

(ב) $\bar{v}_{AC} = \frac{\Delta x_{AC}}{2\Delta t}$

$$\Delta x = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

התנועה היא שוות תאוצה לכן נוכל להשתמש בקשר:

$$\bar{v}_{AC} = \frac{v_0 \cdot 2\Delta t + \frac{a(2\Delta t)^2}{2}}{2\Delta t} = v_0 + a\Delta t = v_B$$

נציב קשר זה בקשר (ב):

בזאת הוכחנו את קשר (א).

(2) מקומו של גוף הנע בתאוצה קבועה כפונקציה של הזמן נתון על-ידי הקשר:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

לכן עקומת מקום-זמן היא פרבולה.

על-פי סעיף ג (1) – אם רגע t_B הוא אמצע פרק הזמן שבין t_A ל- t_C אזי המהירות הרגעית ב- t_B שווה למהירות הממוצעת בתנועת הגוף מרגע t_A עד רגע t_C . המשמעות הגאומטרית היא: אמנם, בתנועה שלא ידוע עליה שהיא שוות תאוצה – מובטח לנו שיש במרווח הזמן רגע שבו שיפוע המשיק שווה לשיפוע המיתר (אך לא נוכל לדעת דבר מעבר לכך, ללא מידע נוסף). אולם, אם התנועה שוות תאוצה – מקומה של הנקודה ידוע – שיפוע המיתר שווה בדיוק לשיפוע במשיק בנקודה הנמצאת באמצע מרווח הזמן.

הערה (אנדרה): אפשר היה לראות זאת גם (1) על-פי הגאומטריה (אלא שלא סליף ג (2) מילקן מילקן).



משפט מתמטי:

נתונה פרבולה שמשוואתה $y = Ax^2 + Bx + C$, ושתי נקודות x_1 ו- x_2 על הציר האופקי. שיפוע המיתר המחבר את שתי הנקודות על הפרבולה ששיעוריהן x_1 ו- x_2 שווה לשיפוע המשיק לפרבולה בנקודה ששיעורה האופקי $\hat{x}$ נמצא באמצע בין x_1 ל- x_2 .

נוכיח את המשפט:

השיפוע S של המיתר:

$$\begin{aligned} S &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{(Ax_2^2 + Bx_2 + C) - (Ax_1^2 + Bx_1 + C)}{x_2 - x_1} = \\ &= \frac{A(x_2^2 - x_1^2) + B(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = A(x_2 + x_1) + B \end{aligned}$$

$$\hat{x} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

על-פי הגדרת נקודת אמצע:

$$y = Ax^2 + Bx + C$$

נחשב את שיפוע המשיק לפרבולה בנקודה $\hat{x}$:

$$y' = 2Ax + B$$

הנגזרת:

$$y'(\hat{x}) = 2A\hat{x} + B = 2A \frac{x_1 + x_2}{2} + B$$

$$y'(\hat{x}) = A(x_1 + x_2) + B$$

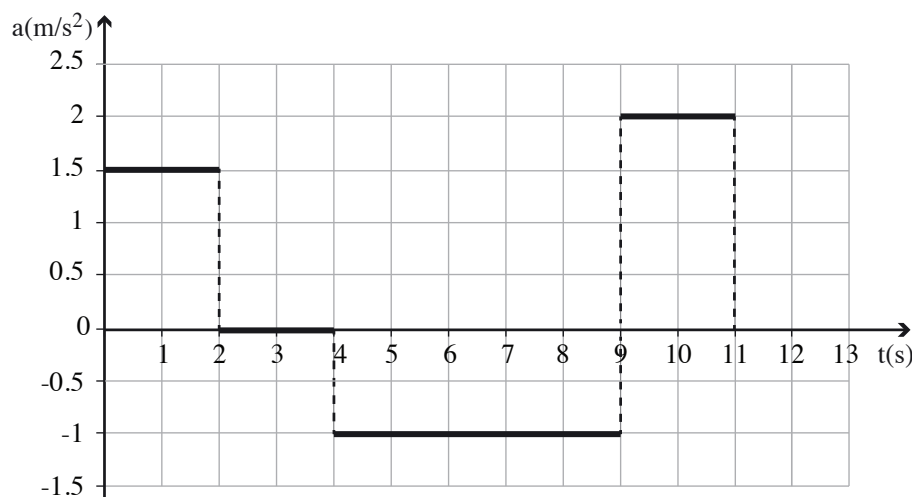
$$y'(\hat{x}) = S$$

לכן:

המשמעות הפיזיקלית: בתנועה שוות תאוצה המהירות הממוצעת בין שתי נקודות שווה בדיוק למהירות הרגעית באמצע מרווח הזמן שבין שתי הנקודות.

(3) כאשר מחשבים מהירות רגעית בתנועה שוות-תאוצה באמצעות נקודות המסומנות על סרט נייר, אפשר לקחת למשל חמישה פרקי זמן לפני רגע t וחמישה פרקי זמן אחרי רגע t לחשב את המהירות הממוצעת. בחישוב כזה השגיאה היחסית במדידת ההעתק תהיה קטנה מאשר בחישוב המהירות הממוצעת מ- t_- עד t_+ .

75. א. גרף המתאר את התאוצה a כפונקציה של הזמן t :



ב. הגוף נמצא במרחק מרבי ימינה מ- A ברגע $t = 7$ s. הסבר: ב-7 השניות הראשונות הגוף נע ימינה, ועובר העתק, שנקרא לו "העתק 1". מ- $t = 7$ s עד $t = 10$ s הגוף נע שמאלה, ועובר "העתק 2", ומ- $t = 10$ s עד $t = 11$ s הגוף נע שוב ימינה, ועובר "העתק 3". העתק 3 קטן מהערך המוחלט של העתק 2, לכן מ- $t = 7$ s עד $t = 11$ s הגוף העתיק עצמו שמאלה. מכאן שברגע $t = 7$ s הוא היה במרחק מרבי ימינה מ- A .

ג. המרחק המרבי, $r_{\max}$, ימינה מ- A שווה לשטח הטרפז שתחום בין העקומה לבין ציר הזמן

$$r_{\max} = \frac{7+2}{2} \cdot 3 = 13.5 \text{ m} \quad \text{מ- } t = 0 \text{ עד } t = 7 \text{ s}:$$

ד. מרחק הגוף, r , מהנקודה A ברגע $t = 1 \text{ s}$ שווה לשטח המשולש הכלוא בין העקומה לציר הזמן

$$r = \frac{1 \cdot 1.5}{2} = 0.75 \text{ m} \quad \text{מ- } t = 0 \text{ עד } t = 1 \text{ s}.$$

ה. ברגע $t = 2 \text{ s}$ מרחק הגוף מ- A הוא 3 מטר, וברגע $t = 4 \text{ s}$ מרחק הגוף מ- A הוא 9 מטר.

מכאן שמרחק 6 מטר מ- A מתקבל ברגע מסוים, שנסמן אותו ב- t_6 , הגדול מ- 2 s והקטן

מ- 4 s.

שטח הטרפז התחום על ידי העקומה וציר הזמן מ- $t = 0$ עד t_6 שווה ל- 6 מטר. נרשום זאת:

$$6 = \frac{t_6 + (t_6 - 2)}{2} \cdot 3 \Rightarrow t_6 = 3 \text{ s}$$

76. א. **קשר לינארי** מיוצג אלגברית על ידי התבנית המתמטית: $y = mx + n$

וגרפית על ידי קו ישר.

יחס ישר מיוצג אלגברית על ידי $y = mx$ וגרפית על ידי קו ישר העובר בראשית.

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \quad \text{ב. התנועה היא נפילה חופשית, לכן:}$$

$$(א) \quad y = \frac{a}{2} \cdot t^2 \quad y_0 = 0 \text{ וגם } v_0 = 0 \text{ לכן:}$$

התבנית המתמטית של y כפונקציה של t^2 היא תבנית של יחס ישר.

ג. על-פי קשר (א) שיפוע הגרף שווה ל- $a/2$.

$$S = \frac{3.6 - 0}{0.28 - 0} \approx 12.86 \text{ m/s}^2 \quad \text{השיפוע } S:$$

$$\frac{a}{2} \approx 12.86 \Rightarrow a \approx 25.7 \text{ m/s}^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta y \quad \text{ד. בזריקה אנכית:}$$

$$0^2 = v_0^2 + 2a\Delta y \Rightarrow \Delta y = -\frac{v_0^2}{2a} \quad \text{עבור המקרה שבו הגוף מגיע לשיא הגובה:}$$

כאשר בוחרים ציר y שכיוונו החיובי מצביע כלפי מעלה $\Delta y > 0$ ו- $a < 0$.

$$\Delta y_1 = -\frac{v_0^2}{2(-10)} \quad \text{על פני הארץ:}$$

$$\Delta y_2 = -\frac{v_0^2}{2(-25.7)} \quad \text{על פני כוכב הלכת:}$$

$$\frac{\Delta y_1}{\Delta y_2} = \frac{25.7}{10} = 2.57 \quad \text{נחלק את שתי המשוואות האחרונות זו בזו:}$$

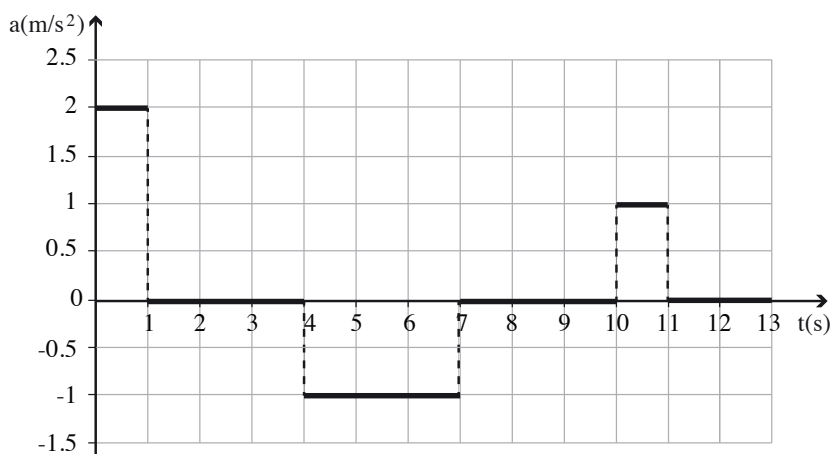
על פני הארץ הכדור מגיע לגובה גדול פי 2.57 מאשר על פני כוכב הלכת.

77. א. בקטעים A, B ו-C המעלית עולה כי המהירות חיובית.

בקטעים D, F ו-E המעלית יורדת כי המהירות שלילית.

בקטע G המעלית נייחת - המהירות אפס.

ב. גרף תאוצה-זמן:



ג. הטבלה:

11	8	5	2	1	0	t(s)
7	9.5	10.5	5	3	2	y(m)

ד. המעלית מגיעה לגובה מרבי של 11 מטר מעל הקרקע. הסבר: מרגע $t = 0$ עד רגע $t = 6$ s המעלית עולה, לאחר מכן היא יורדת. לכן היא מגיעה לגובה המרבי ברגע $t = 6$ s. נחשב את העתק מרגע $t = 0$ עד רגע $t = 6$ s. העתק זה שווה לשטח הטרפז הכלוא בין העקומה לציר הזמן.

$$\Delta y = \frac{6+3}{2} \cdot 2 = 9 \text{ m}$$

השטח:

מאחר והמעלית התחילה לעלות מנקודה ששיעורה $y_0 = 2 \text{ m}$, כלומר 2 מטר מעל הקרקע, היא מגיעה לגובה מרבי של 11 מטר מעל הקרקע.

78. א. (1) לשני הגופים יש לראשונה אותה מהירות ברגע $t = 10$ s. ברגע זה ההעתק של גוף א הוא 100 מטר (שטח המשולש המתאים בגרף), וזה של גוף ב הוא 200 מטר (שטח המלבן המתאים בגרף). מכאן שגוף ב מקדים את גוף א ב- 100 מטר.

(2) כדי למצוא את הדרך שגוף א עבר עד רגע $t = 40$ s נחלק את תנועתו לשני חלקים: תנועה מרגע $t = 0$ עד רגע $t = 30$ s; בפרק זמן זה הגוף עבר העתק של: $\Delta x_1 = \frac{30+15}{2} \cdot 30 = 675 \text{ m}$ (על פי שטח הטרפז הכלוא בין העקומה לבין ציר הזמן בפרק הזמן הנדון). הקטע השני של התנועה הוא מ- $t = 30$ s עד $t = 40$ s. לשטח הכלוא בגרף צורה של טרפז אלא שהפעם בסיסיו הם אנכיים. ההעתק בקטע תנועה זה, על פי חישוב השטח הוא:

$$\Delta x_2 = \frac{30+20}{2} \cdot 10 = 250 \text{ m}$$

כלומר ההעתק הכולל של גוף א הוא 925 מטר.

ההעתק של גוף ב בפרק הזמן הנדון הוא שטח המלבן המתאים, והוא שווה ל- 800 מטר. כלומר גוף א מקדים את גוף ב ב- 125 מטר.

(3) גוף א נעצר ברגע $t = 60$ s. ההעתק שלו מרגע $t = 0$ עד רגע $t = 60$ s שווה לשטח הטרפז:

$$\Delta x = \frac{60 + 15}{2} \cdot 30 = 1,125 \text{ m}$$

העתקו של גוף ב באותו פרק זמן שווה לשטח המלבן המתאים, שערכו 1,200 מטר.

מכאן שברגע $t = 60$ s גוף ב מקדים את גוף א בשיעור של 75 מטר.

ב. ברגע $t = 15$ s **גוף ב מקדים** את גוף א. ברגע $t = 30$ s העתקו של גוף א היה $\Delta x_1 = 675$ m

(ראה חלק ראשון של פתרון סעיף א (2)) וזה של גוף ב היה 600 מטר. כלומר ברגע $t = 30$ s **גוף א מקדים**.

לכן הגופים עוברים זה ליד זה ברגע t המקיים $15 \text{ s} < t < 30 \text{ s}$.

ברגע הפגישה, t , העתק גוף א שווה לשטח הטרפז המתאים:

$$(א) \Delta x_A = \frac{t + (t - 15)}{2} \cdot 30 = (2t - 15) 15$$

(ב) $\Delta x_B = 20t$ העתקו של גוף ב הוא שטח המלבן המתאים, כלומר:

רגע המפגש הוא רגע שעבורו האגפים הימניים של משוואות (א) ו- (ב) שווים:

$$(2t - 15) 15 = 20t \Rightarrow t = 22.5 \text{ s}$$

הגופים עוברים זה ליד זה ברגע $t = 22.5$ s.

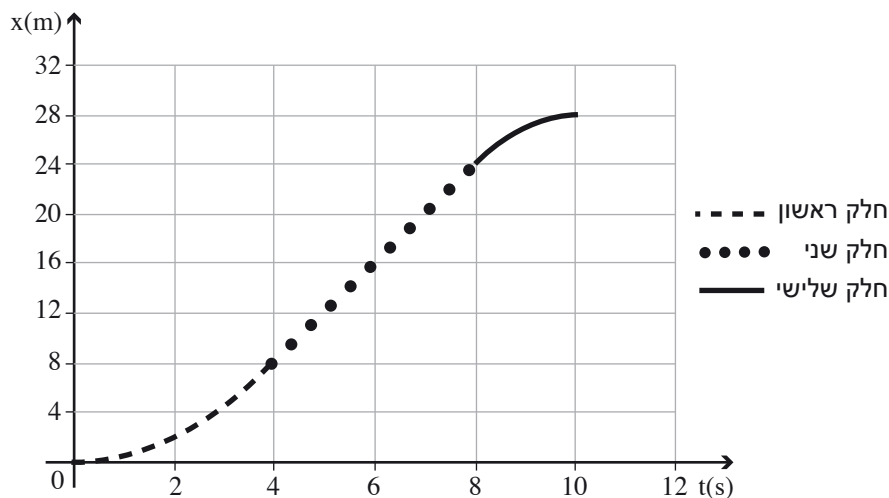
79. א. את הדרך שהגוף עבר ב- 10 השניות אפשר לקבוע על פי חישוב שטח הטרפז באיור המופיע

בגוף השאלה. השטח מייצג אמנם העתק, אך מהתבוננות בגרף אפשר לראות כי הגוף נע כל

הזמן לאותו כיוון, וזהו הכיוון החיובי, לכן גודל ההעתק שווה לדרך, s .

$$s = \frac{10 + 4}{2} \cdot 4 = 28 \text{ m}$$

ב. גרף מקום-זמן של הגוף:



את הגרף סרטטנו משלושה חלקים כך:

חלק ראשון של הגרף: בפרק הזמן מ- $t = 0$ עד $t = 4$ s גרף מהירות-זמן הוא לינארי. מכאן שתנועת הגוף בפרק זמן זה היא שוות-תאוצה.

נוסחת מקום-זמן בתנועה שוות-תאוצה היא:

$$(א) \quad x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

והגרף הוא פרבולה.

בתרגיל הנוכחי x_0 ו- v_0 הם אפס; התאוצה, a , שווה לשיפוע העקומה שבגוף התרגיל, כלומר $a = 1 \text{ m/s}^2$ (לכן פרבולה עם נקודת מינימום, כלומר פרבולה "מחייכת"). נוסחת מקום-זמן בתרגיל הנוכחי היא: $x = \frac{1}{2} t^2$. על פי נוסחה זו סרטטנו בעזרת גיליון אלקטרוני, בגרף שלמעלה, את עקומת מקום-זמן המתאימה לפרק זמן מ- $t = 0$ עד $t = 4$ s. זהו חלק העקומה המסורטט בקו מקווקו המורכב מקווים קצרים.

חלק שני של הגרף: בפרק הזמן מ- $t = 4$ s עד $t = 8$ s גרף מהירות-זמן הוא ישר המקביל לציר הזמן. מכאן שהתנועה היא שוות מהירות. נוסחת מקום-זמן המתאימה לתנועה כזו היא:

$$x = x_0 + v \cdot \Delta t$$

בתרגיל הנוכחי x_0 הוא מקום הגוף ברגע $t = 4$ s, כלומר עבור חלק זה של התנועה $x_0 = 8 \text{ m}$. רגע t_0 עבור חלק זה של התנועה הוא 4 שניות, לכן נוסחת מקום זמן המתאימה לחלק זה של התנועה היא $x = 8 + 4(t - 4)$. זהו חלק העקומה המסורטט על-ידי נקודות.

חלק שלישי של הגרף: בפרק הזמן מ- $t = 8$ s עד $t = 10$ s גרף מהירות-זמן הוא לינארי. מכאן שתנועת הגוף בפרק זמן זה היא שוות-תאוצה. נוסחת מקום-זמן בתנועה שוות-תאוצה היא נוסחה (א) לעיל, והגרף הוא פרבולה. בתרגיל הנוכחי x_0 הוא מקום הגוף ברגע $t = 8$ s, כלומר עבור קטע זה של התנועה $x_0 = 24 \text{ m}$. רגע t_0 עבור חלק זה של התנועה הוא 8 שניות. המהירות ההתחלתית בקטע זה של התנועה היא המהירות ברגע $t = 8$ s. כלומר $v_0 = 4 \text{ m/s}$. התאוצה, a , שווה לשיפוע העקומה שבגוף התרגיל, כלומר $a = -2 \text{ m/s}^2$ (לכן פרבולה עם נקודת מקסימום, כלומר פרבולה "עצובה"). לכן נוסחת מקום זמן המתאימה לחלק זה של התנועה היא:

$$x = 24 + 4(t - 8) - (t - 8)^2$$

על פי נוסחה זו סרטטנו בגרף שלמעלה את עקומת מקום-זמן המתאימה לפרק זמן מ- $t = 8$ s עד $t = 10$ s. זהו חלק העקומה המסורטט בקו רציף.

80. א. (1) על פי הגרף הנתון בגוף השאלה, בפרק הזמן מ- $t = 0$ עד $t = 2$ s מהירות הגוף קבועה, לכן התאוצה היא אפס. בפרט היא אפס ברגע $t = 1.5$ s.

(2) + (3): על פי הגרף שבגוף השאלה, בפרק הזמן מ- $t = 2$ s עד $t = 5$ s העקומה היא לינארית, לכן התנועה היא שוות-תאוצה. את התאוצה נחשב על פי שיפוע הקו, למשל בעזרת הנקודות $(2 \text{ s}, 30 \text{ m/s})$ ו- $(5 \text{ s}, 0)$. תוצאת החישוב היא -10 m/s^2 . זו התאוצה בפרט בשני הרגעים $t = 3$ s ו- $t = 4.5$ s.

ב. שטח הטרפז המורכב מהעקומה ומהצירים מייצג את ההעתק. כיוון שהתנועה מתנהלת באותו כיוון כל הזמן - גודל ההעתק שווה לדרך, s:

$$s = \frac{5+2}{2} \cdot 30 = 105 \text{ m}$$

ג. הגוף השני נע בכל פרק הזמן בתנועה שוות תאוצה. נוסחת מקום-זמן לתנועה כזו:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

נציב בנוסחה זו את הערכים הידועים, ונקבל אחרי ההצבה:

$$105 = 0 + 0 \cdot 5 + \frac{1}{2} a \cdot 5^2 \Rightarrow a = 8.4 \text{ m/s}^2$$

תאוצתו של הגוף השני היא 8.4 מטר לשנייה².

81. א. על פי הטבלה (וגם על פי האיורים) בשלושת מרווחי הזמן הראשונים העתקי המכונית שווים.

מכאן שהחל מרגע $t = 0$ עד רגע $t = 0.75 \text{ s}$ מהירות המכונית קבועה. זו המהירות המרבית של המכונית, כי אחר כך העתקי המכונית במרווחי הזמן הולכים וקטנים.

$$v = \frac{18.75 - 0}{0.75 - 0} = 25 \text{ m/s} = 90 \text{ km/h}$$

כיוון שהמהירות המרבית המותרת היתה רק 60 km/h , הנהג עבר את המהירות המותרת לפני הפעלת הבלמים.

ב. נחשב את ערך המהירות ברגע $t = 2.5 \text{ s}$ כשווה בקירוב למהירות הממוצעת החל מרגע שלפני

הרגע הנדון (רגע $t = 2.25 \text{ s}$) עד רגע שאחרי הרגע הנדון (רגע $t = 2.75 \text{ s}$):

$$v_{2.5 \text{ s}} \approx \bar{v}_{2.25 \text{ s} \rightarrow 2.75 \text{ s}} = \frac{58.49 - 51.49}{2.75 - 2.25} = 14 \text{ m/s}$$

ג (1) אפשר לראות בגרף די בבירור שהנקודות מרגע $t = 0.75 \text{ s}$ (שבו המהירות היא 24.5 m/s)

עד רגע $t = 2 \text{ s}$ (שבו המהירות היא 19.5 m/s) נמצאות בקירוב טוב מאוד לאורך קו ישר. מכאן שבפרק זה התנועה היא שוות-תאוצה. נחשב את התאוצה a_1 על פי הגדרת התאוצה:

$$a_1 = \frac{24.5 - 19.5}{0.75 - 2} = -4 \text{ m/s}^2$$

הנקודות מרגע $t = 2.25 \text{ s}$ (שבו המהירות היא 17 m/s) עד רגע $t = 3 \text{ s}$ (שבו המהירות היא

8 m/s) נמצאות לאורך ישר אחר. מכאן שבפרק זה התנועה היא שוות-תאוצה. נחשב את

$$a_2 = \frac{17 - 8}{2.25 - 3} = -12 \text{ m/s}^2 \quad \text{התאוצה } a_2 \text{ על פי הגדרת התאוצה:}$$

(2) על פי הטבלה ברגע $t = 0.75 \text{ s}$ המכונית היתה בנקודה שמרחקה מהראשית 18.75 m ,

ונקודת ההתנגשות עם המשאית, היתה בנקודה שמרחקה מהראשית 62.49 m . עבור תנועת

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \quad \text{המכונית בין שתי נקודות אלה נשתמש בנוסחה:}$$

$$v^2 = 24.5^2 + 2 \cdot (-4) \cdot (62.49 - 18.75) \Rightarrow v \approx 15.82 \text{ m/s} \approx 57 \text{ km/h} \quad \text{נציב ערכים:}$$

ד. כאשר הנהג ילחץ על הבלמים וינוע בתאוצת הבלימה המינימלית שתמנע התנגשות, הוא יגיע

למשאית במהירות סופית 0.

נשתמש בנוסחה הבאה עבור תנועת המכונית מרגע $t = 0.75 \text{ s}$ עד לעצירה לפני המשאית:

$$0^2 = 24.5^2 + 2a(63 - 18.75) \Rightarrow a = -6.9 \text{ m/s}^2 \quad \text{לכן } v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$

82. א. איור ב בגוף השאלה מייצג תנועה בין שני הקירות. כיוון שהרצפה חלקה, כל תנועה בין שני הקירות היא שוות מהירות, כך שהתנועה הלך נעשית במהירות שווה בגודלה למהירות בתנועה חזרה, אך כיוונה מנוגד וזה מה שמוצג באיור ב שבגוף השאלה.

ב. באיור א להלן מוצג מקומו של הכדור המנתר וכיוון תנועתו ברגע $t_0 = 0$. באיור ב להלן מוצג הכדור שנע על הרצפה וכיוון תנועתו ברגע $t_0 = 0$.



איור ב

איור א

ג. על פי איור ב שבגוף השאלה, תנועת הכדור מקיר לקיר נמשכת חצי שנייה במהירות קבועה שגודלה 10 מטר לשנייה. מכאן שהמרחק בין הקירות הוא 5 מטר.

ד. על פי איור א שבגוף השאלה, הכדור עולה מהקרקע במהירות התחלתית שגודלה 10 מטר/שנייה. נשתמש בנוסחה $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta y$ עבור תנועת הכדור מהקרקע עד שיא הגובה, ביחס לציר מקום y שכיוונו החיובי כלפי מעלה. נסמן את גובה העלייה באות h .

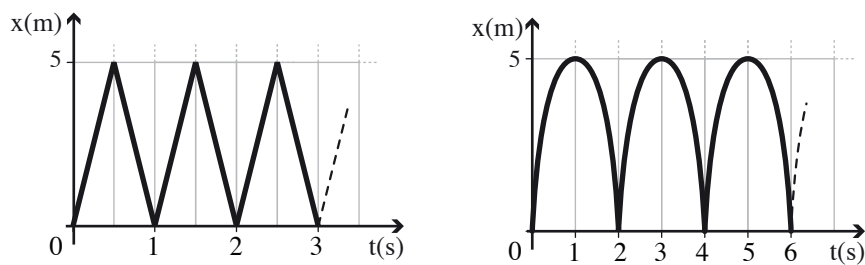
$$0^2 = 10^2 + 2 \cdot (-10) \cdot h$$

בתנאים אלה:

ומכאן: $h = 5 \text{ m}$. הכדור מנתר, אם כן, לגובה מרבי בן 5 מטרים.

שים לב: אותה תוצאה מתקבלת על פי שטח המשולש הכלוא בין הגרף לציר הזמן, מ- $t = 0$ ל- $t = 1 \text{ s}$.

ה. גרף מקום-זמן של הכדור המנתר מוצג באיור ג שלהלן.



איור ד

איור ג

גרף מקום-זמן של הכדור הנע הלך ושוב על רצפה מוצג באיור ד שלעיל.

83. א. נסתכל על תנועת רכבת B מרגע שהיא מתחילה לבלום עד שהיא נעצרת:

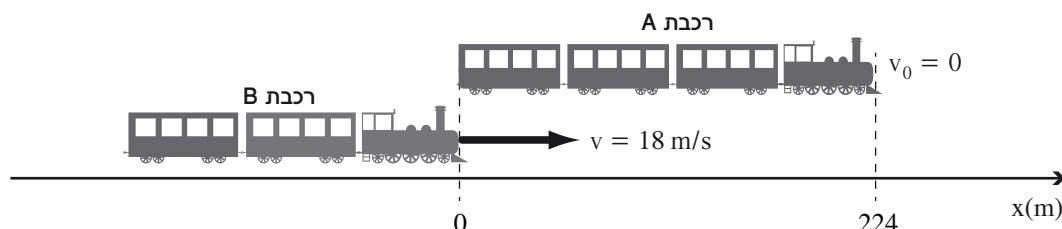
$$v = v_0 + at \Rightarrow 0 = 18 + (-0.3)t \Rightarrow t = 60 \text{ s}$$

ב. נסתכל על תנועת רכבת A מרגע שהיא יצאה לדרכה עד שרכבת B נעצרת:

$$v = v_0 + at = 0 + 0.2 \cdot 60 = 12 \text{ m/s}$$

ברגע שרכבת B נעצרה מהירותה של רכבת A הייתה 12 מטר/שנייה.

ג. נסרטט את תרשים הבעיה המתאים לרגע $t = 0$:



נוסחת מקום זמן של פגוש קטר רכבת A:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow x_A = 224 + 0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 0.2 t^2 \Rightarrow x_A = 224 + 0.1 t^2$$

נוסחת מקום זמן של פגוש קטר רכבת B:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow x_B = 0 + 18t + \frac{1}{2} \cdot (-0.3) t^2 \Rightarrow x_B = 18t - 0.15 t^2$$

ד. כדי לחשב באיזה רגע נמצאים הפגושים של שני הקטרים בנקודות בעלות אותו שיעור, x , נשווה בין האגפים הימניים של x_B ו- x_A : $x_B = x_A$; $t_1 = 56 \text{ s}$; $t_2 = 16 \text{ s}$

ה. רגע אחד שבו הפגוש האחורי של הקרון האחרון של רכבת A חולף על פני הפגוש של קטר רכבת B הוא רגע 0. נחשב רגע שני המקיים תנאי זה: על פי התשובה לסעיף א רכבת B נעצרת תוך 60 שניות מרגע שהיא מתחילה להאט. נחשב את המקום של הפגוש הקדמי בקטר שלה ברגע זה. על פי התשובה לסעיף ג, נוסחת מקום-זמן פגוש הקטר של רכבת B הוא:

$$x_B = 18t - 0.15t^2 \Rightarrow x_B(t = 60 \text{ s}) = 18 \cdot 60 - 0.15 \cdot 60^2 = 540 \text{ m}$$

עכשיו נחשב תוך כמה זמן מגיע הפגוש האחורי של רכבת A לנקודה זו. נוסחת מקום זמן של הפגוש האחורי של רכבת A היא:

$$x_A = 0.1t^2 \Rightarrow 540 = 0.1 \cdot t^2 \Rightarrow t \approx 73.5 \text{ s}$$

כלומר הפגוש האחורי של רכבת A חולף על פני הפגוש של קטר רכבת B ברגע 0 ובקירוב ברגע 73.5 שניות.

84. א. האות v_0 מסמלת את המהירות ההתחלתית של הגוף שנוסחת מהירות-זמן שלו מוצגת בתרגיל. המהירות ההתחלתית היא המהירות ברגע t_0 .

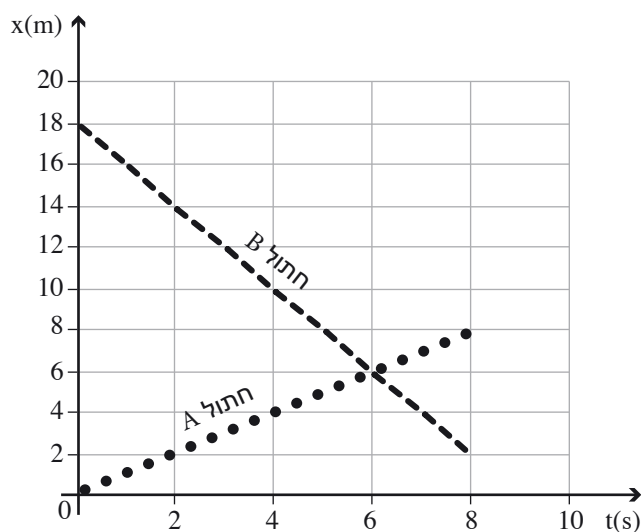
האות t מסמלת רגע מסוים במהלך התנועה, כאשר הרגע t_0 נבחר כאפס.

האות v מסמלת את המהירות הגוף ברגע t .

האות a מסמלת את התאוצה הקבועה של הגוף.

- ב. הנוסחה תקפה לתנועה שוות תאוצה לאורך קו ישר, עבור הבחירה $t_0 = 0$.
- ג. ערכי v חיוביים עבור גוף הנע בכיוון החיובי של ציר המקום שנבחר, והם שליליים עבור גוף הנע בכיוון השלילי של ציר המקום שנבחר.
- ד. התאוצה a חיובית כאשר המהירות (עם הסימן האלגברי שלה) הולכת וגדלה, והיא שלילית כאשר המהירות (עם הסימן האלגברי שלה) הולכת וקטנה.

85. א. חתול A מעתיק את מקומו בכל שנייה בשיעור של 1 m. מכאן שמהירותו 1 m/s. חתול B מעתיק את מקומו בכל שנייה בשיעור של -2 m, מכאן שמהירותו -2 m/s.
- ב. שני החתולים נפגשים ברגע $t = 6$ s, כי על פי האיור שבגוף השאלה, ברגע זה שני החתולים נמצאים באותו מקום - ב- $x = 6$ m.
- ג. גרפי מקום-זמן של שני החתולים:



$$x = x_0 + vt \Rightarrow x_A = t$$

ד. נוסחת מקום-זמן של חתול A:

$$x = x_0 + vt \Rightarrow x_B = 18 - 2t$$

נוסחת מקום-זמן של חתול B:

86. א. תרשים הבעיה:

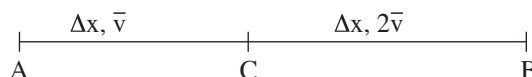


האופנוע יוצא מן הנקודה A, נע עד C בפרק זמן Δt , במהירות ממוצעת $\bar{v}$. מ-C ל-B נע האופנוע בפרק זמן Δt ובמהירות ממוצעת $2\bar{v}$.

המהירות הממוצעת בתנועה מ-A ל-B:

$$\bar{v}_{AB} = \frac{\Delta x_{AB}}{2\Delta t} + \frac{\Delta x_{AC} + \Delta x_{CB}}{2\Delta t} = \frac{\Delta x_{AC}}{2\Delta t} + \frac{\Delta x_{CB}}{2\Delta t} = \frac{1}{2}\bar{v} + \frac{1}{2} \cdot 2\bar{v} = 1.5\bar{v}$$

ב. תרשים הבעיה:



האופנוען יוצא מן הנקודה A, ונע לאורך העתק Δx עד C במהירות ממוצעת $\bar{v}$. מ-C הוא נע לאורך Δx עד נקודה B, במהירות ממוצעת $2\bar{v}$.

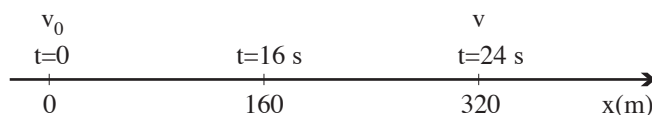
המהירות הממוצעת מ-A ל-B:
$$\bar{v}_{AB} = \frac{\Delta x_{AB}}{\Delta t} = \frac{2\Delta x}{\frac{\Delta x}{\bar{v}} + \frac{\Delta x}{2\bar{v}}} = \frac{4}{3} \bar{v}$$

הערה ואזהרה: יש מצבים אקראיים בסעיף ב אם האצאה $1.5\bar{v}$, ואז האצאה מן האצאה האקראית $(4/3\bar{v})$ פסיבית יכולה להיות באופן פשוט "ממוצע ממוצעת" אבין פשוט "ממוצע ממוצעת".
אז שני מושגים שונים, אם כי אלה הם אלה אלא ערך נומרי, כמו אדגמה בעליל שאלה האצאה והמהירות הממוצעת בקטע שאלה הממוצע החשבוני של המהירות במחילת הקטע והמהירות בסוף הקטע, או כמו בסעיף א של גרף זה, המייחס אגלה שאלה מהירות אקראית כך שהקטעים משכיבים פרקי זמן שווים.



87. נבחר ציר x בכיוון תנועת המכונית, וציר זמן שראשיתו ברגע שבו המכונית חלפה ליד השוטר הראשון.

תרשים הבעיה:



(א) $x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$ בתנועה שוות תאוצה:

(ב) $160 = 0 + v_0 \cdot 16 + \frac{a \cdot 16^2}{2}$ משוואה (א) לגבי התנועה מ- $t = 0$ עד $t = 16$ s:

(ג) $320 = 0 + v_0 \cdot 24 + \frac{a \cdot 24^2}{2}$ משוואה (א) לגבי התנועה מ- $t = 0$ עד $t = 24$ s:

$a = \frac{5}{6} \text{ m/s}^2$; $v_0 = 3\frac{1}{3} \text{ m/s}$ פתרון משוואות (ב) ו-(ג):

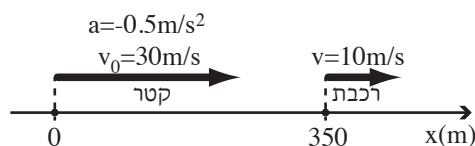
(ד) $v = v_0 + at$ בתנועה שוות תאוצה:

$v = 3\frac{1}{3} + \frac{5}{6} \cdot 24 = 23\frac{1}{3} \text{ m/s}$ משוואה (ד) לגבי התנועה מ- $t = 0$ עד $t = 24$ s:

$v = 84 \text{ km/h}$

המהירות המרבית של המכונית היתה 84 ק"מ לשעה, לכן הנהג לא עבר את המהירות המקסימלית המותרת.

88. א. נגדיר ציר x שכיוונו החיובי מצביע בכיוון התנועה של הקטר והרכבת, וראשיתו בנקודה שבה היה הקטר כאשר הנהג הפעיל את הבלמים (ברגע זה הרכבת מקדימה את הקטר ב- 350 מטר). רגע זה יבחר כ- $t = 0$.
תרשים הבעיה:



מהירות הקטר ברגע $t = 0$ (ביחס לציר שבחרנו): $v_{\text{קטר}} = 108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s}$

תאוצת הקטר ביחס לציר שבחרנו: $a = -0.5 \text{ m/s}^2$

מהירות הרכבת ברגע $t = 0$: $v = 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}$

בתנועה שוות תאוצה: $x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$

נוסחת מקום-זמן של הקטר (על-פי נוסחה (א)): $x_{\text{קטר}} = 0 + 30 \cdot t + \frac{(-0.5)t^2}{2}$

בתנועה שוות-מהירות: $x = x_0 + vt$

נוסחת מקום-זמן של הרכבת: $x_{\text{רכבת}} = 350 + 10t$

רגע מפגש הוא ערך t שעבורו מתקיים: $x_{\text{קטר}} = x_{\text{רכבת}}$ לכן (על פי משוואות (א) ו-(ב)):

$$30t + \frac{(-0.5)t^2}{2} = 350 + 10t$$

ממשוואה זו מתקבלת המשוואה הריבועית: $t^2 - 80t + 1400 = 0$

אשר פתרונותיה: $t_1 \approx 25.86 \text{ s}$; $t_2 \approx 54.14 \text{ s}$

נבטל את הפתרון t_2 (כי אם מתרחשת התנגשות ברגע t_1 - הרי מרגע זה ואילך משוואות (א) ו-(ב) כבר אינן מתארות את תנועות הקטר והרכבת). הקטר והרכבת מתנגשים, אם כן, ברגע $t_1 \approx 25.86 \text{ s}$.

כדי למצוא את מקום ההתנגשות יש להציב את ערכו של t_1 באחת מן המשוואות (א) או (ב), ואז מקבלים שמקום ההתנגשות הוא: $x_{\text{התנגשות}} = 608.6 \text{ m}$

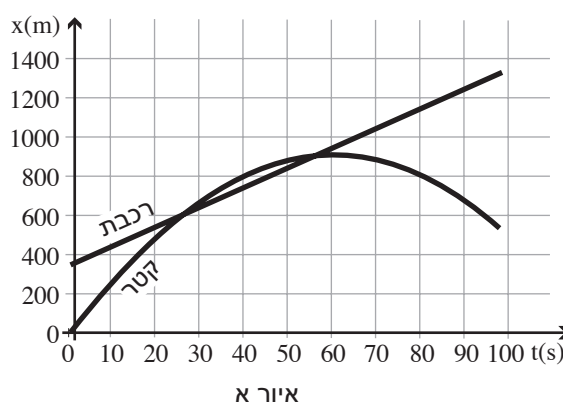
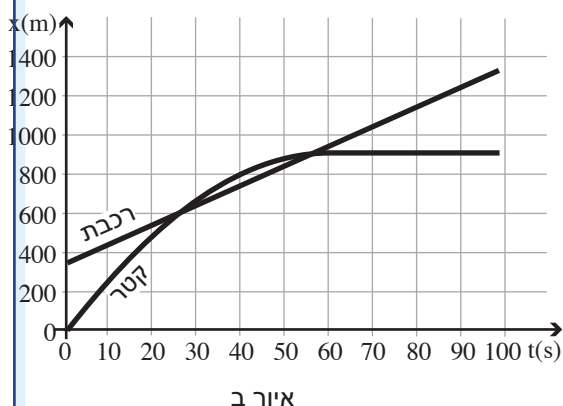
הערה והארה לסעיף א:

1. מהי המשמעות של הפגרון t_2 ?

אם משוואה (א) - (ב) אכן היא מייצגת את גרף הקטר והרכבה ב-0 נקודת זמן t אזי אכן היא שני זמנים שבהם תרכי ה- x שווים. זה קורה כאשר הקטר והרכבה נעים על שני מסילות מקבילות ואלה על אגף מסילה, ולכן הם אינם מתנגשים, אלא תלויים אפיוצא באגף CX .

2. ערפים מקום-זמן של הרכבה והקטר: נציין כי גם אם הקטר והרכבה נעים על מסילות מקבילות, הרי נוסחת מקום-זמן (א) של הקטר תקפה רק עד לנקודה שבה הקטר נעצר. מרגע זה ואילך הקטר נח, ואינו מתנהג יותר על פי משוואה (א), אשר מתארת גרף האוצה בגאומטריה שלילית, שבה לאחר זמן מסוים העץ נעצר, ולאחר מכן הוא נע לכיוון הפגרון.

באיור א מוצגים ערפי מקום-זמן של הקטר ושל הרכבה (על-פי משוואה (א) - (ב)).



בנקודה $t = 60$ s הקטר נעצר, ולפי הפירוק של המופיע באיור א אחרי $t = 60$ s מתאים אומנם למשוואה (ב) אך אינו מתאר את גרף הקטר, שמרגע שהוא נעצר - גאומטריה כזו אינה -0.5 m/s^2 , אלא מתאפסת. הערך הנכון מתאר באיור ב.

לואים מן הערפים כי הפגרון $t_2 \approx 54.14$ s קטן מ- $t = 60$ s, אכן אילו הקטר והרכבה היו נעים על מסילות מקבילות - בשני הזמנים t_1 ו- t_2 שהתקבלו ממשוואה (א) - (ב) תרכי ה- x של הקטר והרכבה היו שווים (כאמר הם היו "נפגשים").

ב. נרשום שוב את נוסחת מקום-זמן של הקטר, אולם לא נציב במקום התאוצה, a , את הערך

$$(ג) \quad x_{\text{קטר}} = 30t + \frac{at^2}{2} \quad -0.5 \text{ m/s}^2.$$

$$(ד) \quad x_{\text{רכבת}} = 350 + 10t \quad \text{נוסחת מקום-זמן של הרכבת:}$$

ושוב, כמו בסעיף (א), נשווה בין האגפים הימניים של משוואות (ג) ו- (ד):

$$30t + \frac{at^2}{2} = 350 + 10t \Rightarrow at^2 + 40t - 700 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{-40 \pm \sqrt{1,600 + 2,800a}}{2a}$$

פתרון המשוואה:

למשוואה אין פתרון כאשר הדיסקרימיננטה שלילית. במקרה זה אין ערך t שעבורו $x_{\text{קטר}} = x_{\text{רכבת}}$ כלומר אין התנגשות. הערך הגבולי של a מתקבל כאשר הדיסקרימיננטה שווה לאפס:

$$1,600 + 2,800a = 0 \Rightarrow a \approx -0.57 \text{ m/s}^2$$

הערה והאזהרה:

לעבור פתרון $a \approx -0.57 \text{ m/s}^2$ ערכי מקום-זמן של פקטור ושל הרכבת משיקים, כמראה

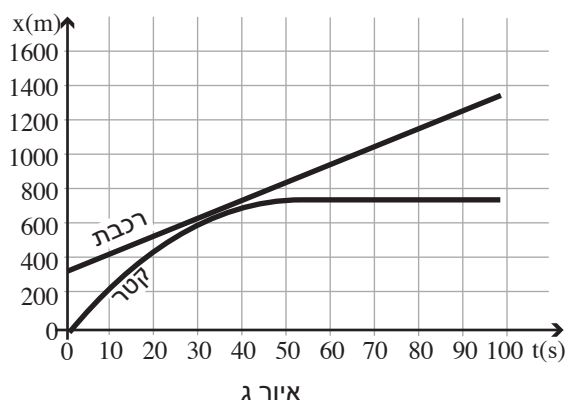
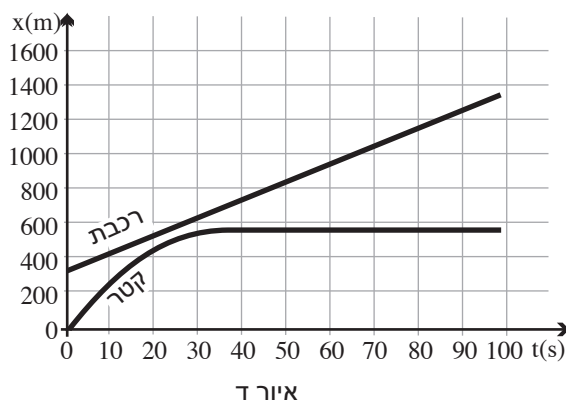
באיור ג: פקטור "נאלץ קל" הרכבת פלס אחת ברגע $t = 35 \text{ s}$. ברגע ה"מל" רכבת $V_{\text{קטר}} = V_{\text{רכבת}}$

הקדמה הקדמה לקטר פופכא אפסקי ברגע $t = 52.5 \text{ s}$ במקום שלילי $x = 787.5 \text{ m}$.

לעבור גאזה $a < -0.57 \text{ m/s}^2$ ערכי מקום-זמן אינם נחמכים, כמראה באיור ד ולסארט לעבור

$$a = -0.8 \text{ m/s}^2$$

לעבור $a > -0.57 \text{ m/s}^2$ ערכי מקום-זמן נחמכים בשל נקודה כפי שראינו בסעיף א.



89. נניח כי מהירות חיובית משמעה תנועה ימינה.

תיאור התנועה: עד רגע t_1 : הגוף נע שמאלה עם תאוצה שלילית – המהירות הולכת וגדלה (ערכה המוחלט של המהירות הולך וקטן).

ברגע t_1 : הגוף נעצר רגעית, ומשנה את כיוון תנועתו.

מרגע t_1 עד רגע t_2 : הגוף נע ימינה, התאוצה קבועה כמו לפני t_1 – המהירות ממשיכה לגדול.

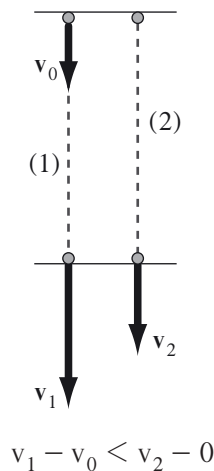
מרגע t_2 עד רגע t_3 : הגוף ממשיך לנוע ימינה, אולם במהירות קבועה.

מרגע t_3 עד רגע t_4 : הגוף ממשיך לנוע ימינה, אולם בתאוצה שלילית – מהירותו הולכת וקטנה בקצב קבוע.

ברגע t_4 : הגוף נעצר רגעית, ומשנה את כיוון תנועתו.
 מרגע t_4 עד רגע t_5 : הגוף נע שמאלה בתאוצה שלילית קבועה, השווה לזו שלפני רגע t_4 .
 מרגע t_5 עד רגע t_6 : הגוף נע שמאלה במהירות קבועה.
 מרגע t_6 עד רגע t_7 : הגוף נע שמאלה בתאוצה חיובית קבועה – מהירותו (השלילית) הולכת וגדלה (קטנה בערכה המוחלט) עד שהיא מתאפסת ברגע t_7 .
 ברגע t_7 : הגוף נעצר רגעית, ומשנה את כיוון תנועתו.
 מרגע t_7 ואילך: הגוף נע ימינה בתאוצה קבועה, השווה לזו שלפני רגע t_7 .

90. $v_1 - v_2 < v_0$. ההסברים שלהלן מתייחסים לציר מקום המכוון כלפי מטה, ואשר ראשיתו בנקודת הזריקה של שתי האבנים.

א. **הסבר מילולי:** למהירות של כל אחת משתי האבנים מתווספת בכל שנייה 10 m/s . האבן שנזרקה במהירות v_0 נעה פחות זמן מאשר האבן שמשוחררת ממנוחה, לפיכך תוספת המהירות שלה קטנה יותר, ולכן הפרש מהירויות הפגיעה יהיה קטן מ- v_0 .



ב. **הסבר אלגברי:** ההעתק ביחס לציר מנקודת הזריקה עד הפגיעה בקרקע יסומן ב- Δx .

(א) $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$ בתנועה שוות תאוצה:

(ב) $v_1^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$ נרשום את (א) לגבי האבן הראשונה:

(ג) $v_2^2 = 2a\Delta x$ נרשום את (א) לגבי האבן השנייה:

$v_1^2 - v_2^2 = v_0^2$ נחסיר את משוואה (ג) ממשוואה (ב) ונקבל:

$(v_1 - v_2)(v_1 + v_2) = v_0^2$ לכן:

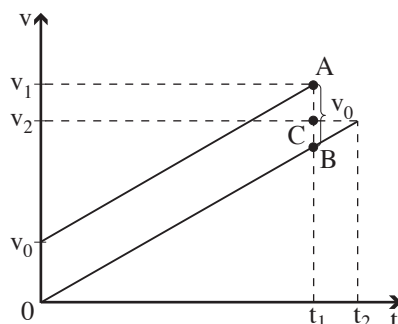
$v_1 - v_2 = \left(\frac{v_0}{v_1 + v_2} \right) v_0 < v_0$ ומכאן:

אי השוויון האחרון נובע מכך שכופלים את v_0 בשבר שערכו קטן מ-1.

$$v_1 - v_2 < v_0$$

לכן:

ג. הסבר בעזרת ייצוג גרפי: נסרטט במערכת צירים אחת את גרפי מהירות-זמן של שתי האבנים.



הגרף המתאים לאבן שנזרקת במהירות v_0 מסתיים ברגע t_1 , והגרף המתאים לאבן שמשוחררת ממנוחה מסתיים ברגע t_2 , כך ש- $t_2 > t_1$. הקטע AB שווה ל- v_0 , והקטע AC מתאים ל- $v_1 - v_2$.

$$v_1 - v_2 < v_0$$

כיוון ש- $AC < AB$ אנו מבינים שמתקיים:

91. א. כאשר גוף נמצא במנוחה מתמשכת במרווח זמן מסוים, אזי גרף מהירות-זמן במרווח זמן זה מתלכד עם ציר הזמן. בגרף הנתון בשאלה, אין מרווח זמן כזה, כלומר הגוף אינו נמצא במנוחה מתמשכת.

ב. תאוצת גוף מתאפסת ברגעים שבהם המשיק לגרף מקביל לציר הזמן.

$$2 \text{ s} < t < 5 \text{ s}$$

בדוגמה שלנו זה קורה עבור

ג. מהירות הגוף גדלה בגודלה (בערכה המוחלט) ברגעים $0 < t < 2 \text{ s}$ וברגעים $7.3 \text{ s} < t < 10 \text{ s}$.

ד. מהירות הגוף קטנה בגודלה (בערכה המוחלט) ברגעים $5 \text{ s} < t < 7.3 \text{ s}$.

ה. מהירות הגוף חיובית במרווח הזמן $7.3 \text{ s} < t < 10 \text{ s}$. במרווח זמן זה התאוצה חיובית, כי בכל נקודה שיפוע המשיק חיובי, לכן אין רגע שבו המהירות חיובית והתאוצה שלילית.

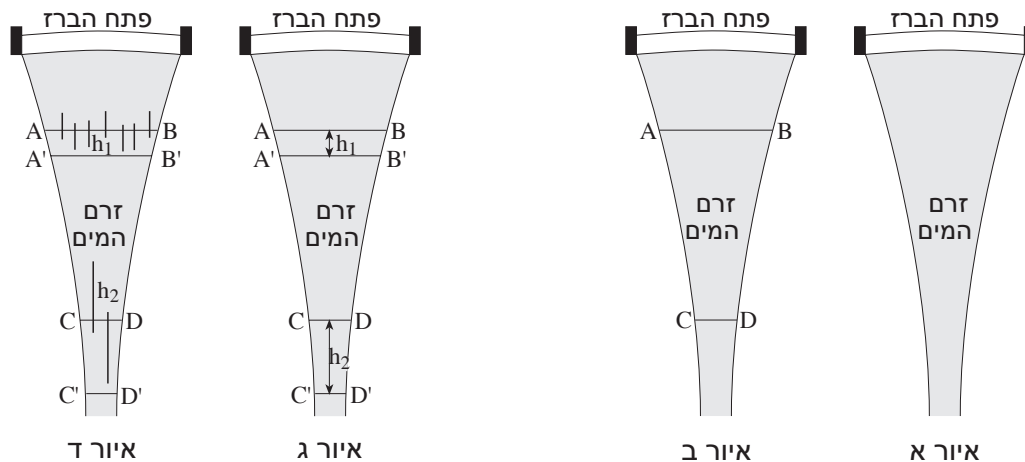
ו. מהירות הגוף שלילית במרווח הזמן $0 < t < 7.3 \text{ s}$. בקטע זה התאוצה חיובית כאשר שיפועי המשיקים חיוביים, כלומר $5 \text{ s} < t < 7.3 \text{ s}$. החיתוך של שני מרווחי זמן אלה

$$5 \text{ s} < t < 7.3 \text{ s}$$

הוא:

92. באיור א שלהלן מתואר באופן סכמתי זרם מים היוצאים מברז; תצפית בזרם מים מורה כי ככל שהמים מתרחקים מפי הברז – הזרם הולך ונהיה צר יותר, וכי צורת הזרם אינה משתנה עם הזמן.

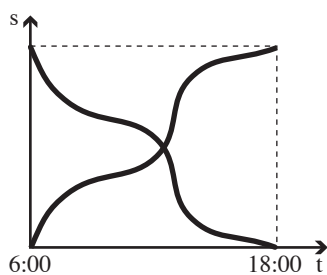
מכאן נסיק כי בחתכים שונים לרוחב הזרם חייבות לעבור כמויות שוות של מים בפרקי זמן שווים; אם כמות המים העוברת ביחידת זמן בחתך AB לדוגמה (איור ב) היתה גדולה מכמות המים העוברת ביחידת זמן בחתך CD – קטע הזרם שבין AB לבין CD היה צריך ללכת ו"להשמיך", בניגוד למה שרואים.



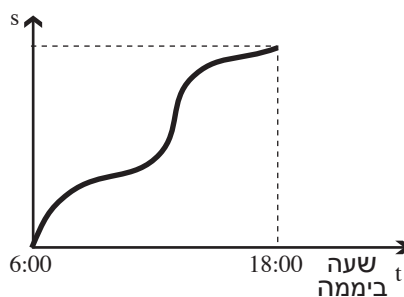
באיור ג מסומנים המים שעברו דרך החתך AB בפרק זמן מסוים Δt (המים התחומים בין AB ל- $A'B'$), וכן מסומנים המים שחלפו בחתך הרוחב CD באותו פרק זמן (המים התחומים בין CD לבין $C'D'$). כמויות המים ב- $ABA'B'$ וב- $CDC'D'$ הן כאמור שוות. הרוחב (הממוצע) של הזרם ב- $ABA'B'$ גדול מרוחב הזרם ב- $CDC'D'$, לכן גובה המים h_1 קטן מגובה המים h_2 . בפרק הזמן Δt כל מולקולת מים שעברה בחתך AB נעה מרחק h_1 (איור ד) וכל מולקולה שעברה בפרק הזמן Δt את CD עברה מרחק h_2 . $h_2 > h_1$ לכן המים שחצו את CD בפרק הזמן Δt נעו במהירות גדולה מאשר המים שחצו את AB.

AB ו-CD הם חתכים כלשהם. מכאן שככל שהחתך צר יותר – המים חוצים אותו במהירות רבה יותר. זרם המים הולך ונהיה צר – הדבר מעיד על כך שמהירות המים הולכת וגדלה כפונקציה של הזמן.

93. **פתרון בדרך א:** באיור א שלהלן מסורטט גרף אפשרי לתיאור מרחק האדם מביתו שלמרגלות ההר כפונקציה של הזמן (עד לרגע שבו הוא מגיע לראש ההר). שתי נקודות שעל העקומה מוגדרות לחלוטין: בשעה 6^{00} האדם נמצא בביתו שלמרגלות ההר ($s = 0$), ובשעה 18^{00} הוא מגיע לראש ההר. שאר נקודות העקומה נקבעות על-ידי קצב הליכתו של האדם, שהוא חופשי לבחור. לכן הקו המחבר את שתי הנקודות יכול להיות פונקציה רציפה כלשהי.



איור ב

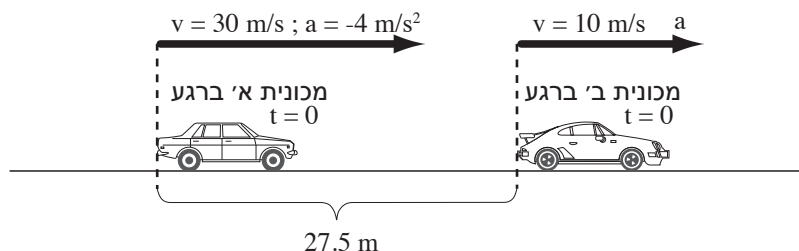


איור א

עתה נוסיף לגרף עקומה המתארת את מרחק האדם מביתו שלמרגלות ההר כפונקציה של הזמן, עבור ירידתו מראש ההר לביתו (איור ב). גם בעקומה זו נקודות המוצא והיעד קבועות, ונקודות הביניים עשויות להיות פונקציה רציפה כלשהי. שתי העקומות חייבות להיחתך (ראה איור ב). מכאן נסיק כי על מסלול התנועה חייב להיות מקום בו האדם חלף בדיוק באותה שעה בדרכו מעלה ובדרכו מטה.

פתרון בדרך ב: אפשר להסתכל על הבעיה כך: שני אנשים יוצאים בשעה 6^{00} - אחד מן הבית שלרגלי הר לכיוון ראש ההר, והשני בכיוון ההפוך - מראש ההר לכיוון הבית שלרגלי ההר. שניהם נעים על אותו שביל - הם חייבים להיפגש, כלומר להימצא פעם אחת באותו מקום באותו רגע, כאשר כל אחד משניהם חופשי לקבוע את קצב הליכתו.

94. א. תרשים הבעיה:



נבחר ציר x שכיוונו החיובי מצביע בכיוון התנועה המשותף של שתי המכוניות, וראשיתו בנקודה שבה נמצאת מכונית א ברגע $t = 0$.

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

נוסחת מקום-זמן לתנועה שוות תאוצה היא:

$$(א) \quad x_A = 0 + 30t + \frac{(-4)t^2}{2}$$

נוסחת מקום-זמן של מכונית א:

$$(ב) \quad x_B = 27.5 + 10t + \frac{1.8 \cdot t^2}{2}$$

נוסחת מקום-זמן של מכונית ב:

קשר (א) תקף רק עד הרגע שבו מכונית א נעצרת. נחשב רגע זה. לשם כך נרשום נוסחת

מהירות-זמן של מכונית א:

$$v = v_0 + at$$

$$0 = 30 + (-4)t \Rightarrow t = 7.5s$$

כלומר קשר (א) תקף מ- $t = 0$ עד $t = 7.5 s$. שתי המכוניות נפגשות כאשר $x_A = x_B$:

$$30t - 2t^2 = 27.5 + 10t + 0.9t^2$$

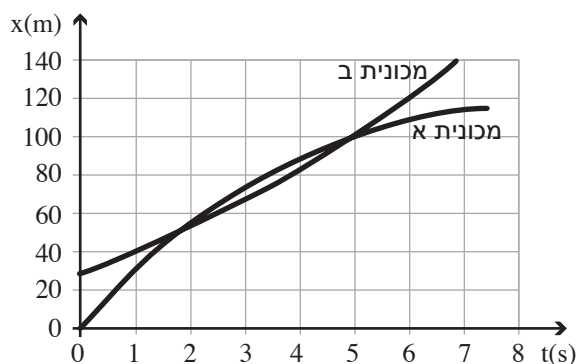
$$2.9t^2 - 20t + 27.5 = 0$$

לאחר מעט פעולות אלגבריות:

$$t_2 = 5 s ; t_1 = 1.9 s$$

פתרונות המשוואה:

שני הפתרונות נמצאים בתחום שבו תקף קשר (א). להלן עקומות מקום-זמן של שתי המכוניות:



ב. נוסחת מקום-זמן של מכונית ב עבור $a = 0.2 \text{ m/s}^2$:

$$(ג) x_B = 27.5 + 10t + \frac{0.2t^2}{2}$$

$$30t + \frac{(-4)t^2}{2} = 27.5 + 10t + \frac{0.2t^2}{2}$$

נשווה את האגפים הימניים של משוואות (א) ו-(ג):

$$2.1t^2 - 20t + 27.5 = 0$$

מכאן:

$$t_2 = 7.86 s \text{ ו- } t_1 = 1.67 s$$

פתרונות המשוואה:

t_1 הוא פתרון מתאים, אך t_2 אינו מתאים, כי הוא נמצא מחוץ לטווח פרק-הזמן שבו תקף קשר א; מכונית א נעצרת ברגע $t = 7.5 s$! לכן, כדי למצוא את הרגע שבו מתרחשת נקודת המפגש השנייה, נחשב תחילה את מקומה של מכונית א ברגע $t = 7.5 s$. לשם כך נציב בקשר

$$x_A = 30 \cdot 7.5 + \frac{(-4) \cdot 7.5^2}{2} = 112.5 \text{ m} \quad (א) t = 7.5 s$$

עתה נחשב מתי מגיעה מכונית ב לנקודה ששיעורה הוא 112.5 מטר. נציב בקשר (ג):

$$112.5 = 27.5 + 10 \cdot t_2 + \frac{0.2t_2^2}{2}$$

$$t_2 \approx 7.88 s$$

פתרון המשוואה (בתחום שבו $t > 7.5 s$):

פרק ב: וקטורים

1. הערות דידקטיות לפרק

1.1 הוראת המכניקה הניוטונית בכיתה י'

בכיתות שמיועדות ללמוד בכיתה י' רק מכניקה, מומלץ לקצר את הוראת פרק ב לסעיפים 1-7, כלומר לא ללמד (בכיתה י') את סעיף 8 - וקטורים קינמטיים. השיקול לכך הוא כדי לא להישאר במשך שנה שלמה כמעט בלימודי קינמטיקה בלבד, אלא להספיק ללמד בכיתה י' לפחות את כל פרק ג - **כוחות ומצבי התמדה** - פרק שקרוב יותר לליבם של רוב התלמידים מאשר שני הפרקים בקינמטיקה, שהם בעלי אופי מתמטי בעיקרם. סעיף 8 יידרש בהוראת פרק ד - החוק השני של ניוטון.

1.2 הגדרת מושגים בשני ממדים

מומלץ להראות לתלמידים כי עבור כל מושג קינמטי, המוגדר בשני ממדים בפרק ב, ההגדרה הדו-ממדית מצטמצמת להגדרה החד-ממדית שהם למדו בפרק א, כאשר התנועה מתנהלת בממד אחד. כך לדוגמה, המושג "העתק" בשני ממדים מצטמצם למושג "העתק" כפי שהוגדר בממד אחד, כאשר התנועה מתנהלת בממד אחד. במילים אחרות ההגדרות בשני ממדים הן הרחבות של ההגדרות בממד אחד - הן לא הגדרות שונות. כלומר המושגים בממד אחד הם מקרה פרטי של אותם מושגים בשני ממדים.

1.3 וקטור שיוצר זווית קהה עם ציר - חישוב רכיב הווקטור לאורך הציר

נניח שהזווית בין וקטור A לבין ציר x היא 120° . את הרכיב A_x של וקטור זה לאורך הציר x אפשר לחשב בשתי דרכים:

$$A_x = A \cos 120^\circ = -0.5 A$$

דרך א - חישוב בצעד אחד:

כאשר A הוא גודלו של הווקטור A.

דרך ב - חישוב בכמה צעדים:

צעד ראשון: לקבוע, על סמך תרשים של הווקטור המסורטט במערכת הצירים, את הסימן האלגברי של הרכיב. בדוגמה שלנו עולה מתרשים מתאים כי הרכיב שלילי.

צעד שני: לחשב את הזווית החדה בין הווקטור לבין הציר. בדוגמה שלנו: $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

צעד שלישי: לחשב את גודל הרכיב. בדוגמה שלנו: $|A_x| = A \cos 60^\circ = 0.5 A$

צעד רביעי: לקבוע מהו הרכיב (הגודל עם הסימן האלגברי). בדוגמה שלנו: גודל הרכיב הוא $0.5A$, וסימנו האלגברי שלילי, לכן הרכיב הוא:

$$A_x = -0.5 A$$

2. יישומונים בנושאי הפרק

א. היישומון **העתק ודרך** (Displacement and Distance) מאתר 10 ברשימת האתרים במבוא הכללי לספר.

תיאור: המחשת ההבדל בין המושגים "העתק" ("displacement") ו"דרך" ("distance").

קישור ישיר ליישומון:

<http://www.upscale.utoronto.ca/GeneralInterest/Harrison/Flash/ClassMechanics/DisplaceDistance/DisplaceDistance.html>

דירוג: ☆☆☆☆☆

ב. היישומון **חיבור וקטורים** מאתר 1 (פרטי האתר מופיעים ברשימת האתרים במבוא הכללי לספר).

תיאור: היישומון מאפשר להציג וקטורים ולקבל את וקטור הסכום לכל וקטורים שנבחרו. מוצגים גם הרכיבים הקרטזיים וערכיהם וגם הגודל והכיוון (הצגה פולרית).

קישור ישיר ליישומון:

http://phet.colorado.edu/sims/vector-addition/vector-addition_en.html

דירוג: ☆☆☆☆☆

3. פתרונות לתרגילי הפרק עם הערות דידקטיות ייעודיות לתרגילים

1. א. $\gamma + \delta$: המפה כוללת את וקטור ההעתק r_1 של המכונית בנסיעתה מאשדוד לקרית מלאכי, את וקטור ההעתק r_2 של המכונית בנסיעתה מקרית מלאכי לגדרה, ואת וקטור ההעתק השקול r לשני הווקטורים הקודמים.



ב. לא. וקטור ההעתק מחבר את נקודת המוצא לנקודת היעד ללא תלות במסלול הנסיעה.

2. א. כן. לשתי המכליות אותן נקודות מוצא ויעד. העתק שתי המכליות מיוצג על-ידי חץ שזנבו בכווית וראשו בנפולי.

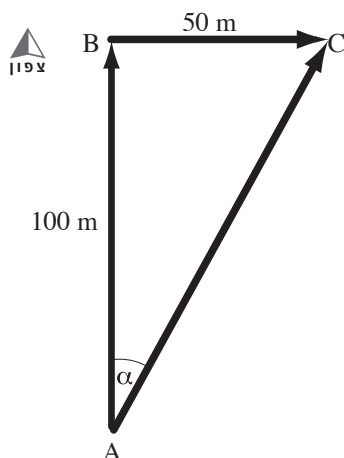
ב. הדרכים אינן שוות (בהכרח). הדרך היא אורך המסלול שלאורכו נעה מכלית. היא תלויה במסלול, ולא רק בנקודת המוצא ובנקודת היעד.

3. א. ביחס למערכת ייחוס הצמודה לארץ, העתק הנוסע אינו אפס. הנוסע קם ממושביו כאשר מקום המושב היה בנקודה מסוימת ביחס לקרקע. כאשר הנוסע חזר למושב, מקום המושב היה בנקודה אחרת ביחס לקרקע (אלא אם כן הרכבת היתה במנוחה, אבל נתון בשאלה שהרכבת נסעה). לכן ביחס לקרקע העתק הנוסע לא היה אפס.

ב. ביחס למערכת ייחוס הצמודה לרכבת, העתק הנוסע הוא אפס, כי נקודות המוצא והיעד ביחס למערכת צירים ה"צמודה" לרכבת מתלכדות.

4. א. גודלו של ההעתק הוא 15 מטר וכיוונו מערבה.

ב. המכונית נוסעת מנקודה A ל-B, ואח"כ מ-B ל-C, כמתואר באיור:



החץ AC מייצג את ההעתק. גודל ההעתק, על-פי משפט פיתגורס: $AC = \sqrt{100^2 + 50^2} \approx 111.8 \text{ m}$

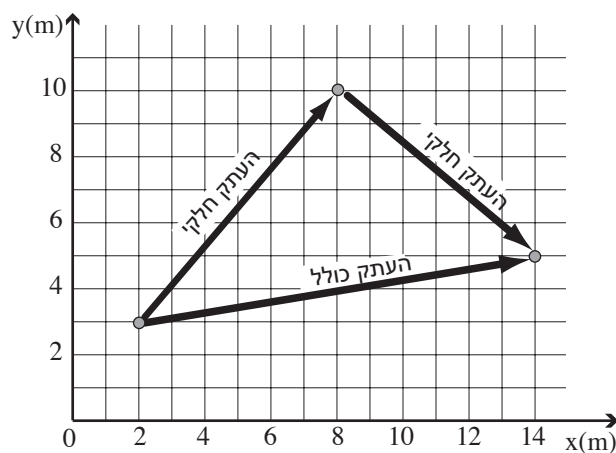
כיוון ההעתק: $\alpha \approx 26.6^\circ \Rightarrow \tan \alpha = \frac{50}{100}$, כלומר 26.6° מזרחה מהצפון.

ג. העתק הנער הוא אפס, כי נקודת המוצא ונקודת היעד מתלכדות.

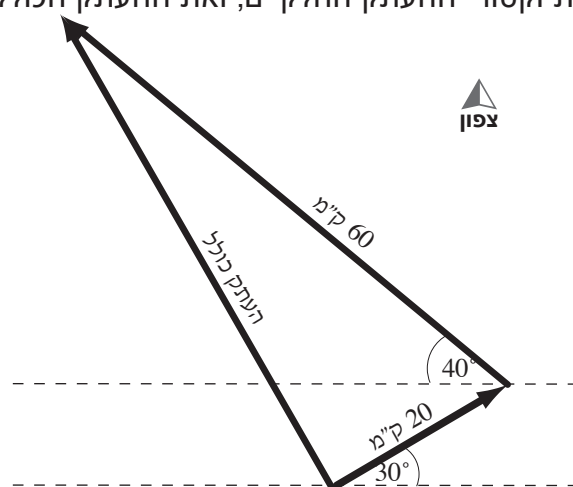
ד. נחשב את רדיוס המעגל: $P = 2\pi r \Rightarrow 400 = 2\pi r \Rightarrow r = 63.66 \text{ m}$

גודל ההעתק שווה לקוטר המעגל, כלומר $63.66 \cdot 2 \approx 127.3 \text{ m}$, וכיוונו צפונה.

5. תרשים ההעתקים:



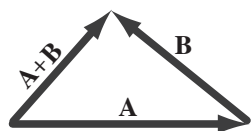
6. האיור שלהלן מתאר את וקטורי ההעתק החלקיים, ואת ההעתק הכולל.



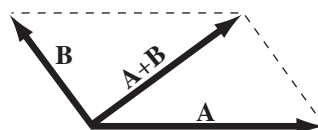
כל ס"מ באיור מייצג 8 ק"מ במציאות.

אורך ההעתק הכולל באיור, כפי שמדדנו בעזרת סרגל, שווה בקירוב ל-7 ס"מ, לכן גודל ההעתק הכולל במציאות הוא $56 \text{ km} = 7 \cdot 8$. כיוון ההעתק הכולל, כפי שמדדנו בעזרת מד-זווית, שווה ל- 60° צפונה מהמערב. הערה: ניתן לחשב את ההעתק הכולל באמצעות משפט הקוסינוסים.

7. א. באיור א שלהלן מסורטט הווקטור השקול ל- A ול- B בשיטת המקבילית; איור ב מסורטט בשיטת המשולש.



איור ב



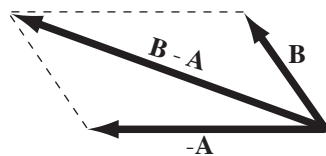
איור א

ב. גודלו של הווקטור השקול קטן מסכום הגדלים של הווקטורים הנתונים, כי אורך צלע במשולש קטן מסכום האורכים של שתי הצלעות האחרות.

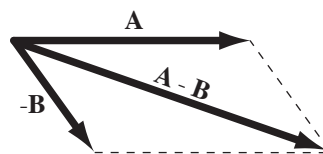
8. השקול של זוג הווקטורים שבאיור (3) הוא הווקטור הנתון.

9. באיור א מוצג הווקטור A-B (חיבור על-פי כלל המקבילית של הווקטור A עם הווקטור -B).

באיור ב מוצג הווקטור B-A

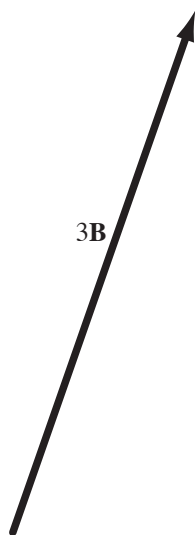
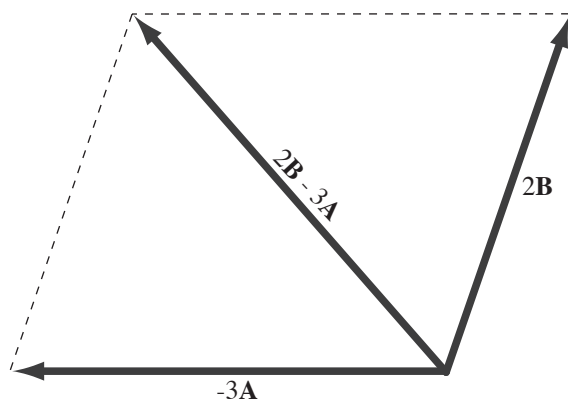
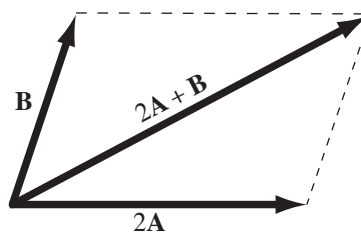


איור ב



איור א

10.

הווקטור $(-A)$:הווקטור $3B$:הווקטור $2B - 3A$:הווקטור $4A$:הווקטור $B/2$:הווקטור $2A + B$:

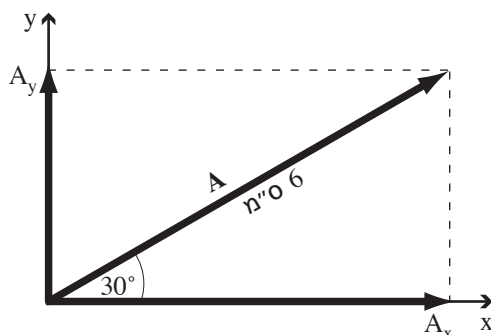
11. א. הווקטורים A ו-B צריכים להיות מקבילים ובאותו כיוון.

ב. הווקטור B הוא וקטור האפס.

ג. הווקטורים A ו-B צריכים להיות מאונכים זה לזה.

12. $x = -4 \text{ m}$; $y = 3 \text{ m}$

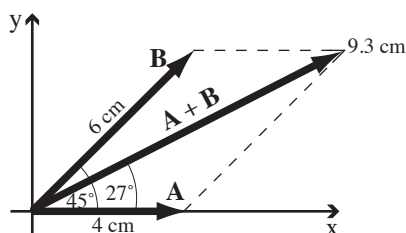
13. א. תרשים הווקטור:



על פי מדידה באמצעות סרגל התקבל כי $A_x = 5.2 \text{ cm}$ ו- $A_y = 3 \text{ cm}$.

ב. $A_y = A \sin 30^\circ = 6 \sin 30^\circ = 3 \text{ cm}$; $A_x = A \cos 30^\circ = 6 \cos 30^\circ = 5.2 \text{ cm}$

14. א. תרשים הווקטור השקול:



האיור מסורטט כך ש-1 ס"מ בו מייצג 2 ס"מ ב"מציאות".

אורכו של הווקטור השקול, כפי שהתקבל ממדידה הוא כ- 9.3 ס"מ. כיוונו, כפי שהתקבל ממדידה הוא כ- 27° .

ב. $B_x = B \cos 45^\circ = 6 \cos 45^\circ = 4.24 \text{ cm}$

$B_y = B \sin 45^\circ = 4.24 \text{ cm}$

$R_x = 4.24 + 4 = 8.24 \text{ cm}$

רכיבי הווקטור השקול:

$$R_y = 4.24 \text{ cm}$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{8.24^2 + 4.24^2} \approx 9.27 \text{ cm}$$

$$\tan \theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{4.24}{8.24} \Rightarrow \theta = 27.2^\circ$$

$$R_x = A + B = 20 + 10 = 30$$

$$R_y = C + D = 24 + 16 = 40$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50$$

$$\tan \theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{40}{30} \Rightarrow \theta = 53.13^\circ$$

15. השקול בכיוון הציר x:

השקול בכיוון הציר y:

גודלו של הכוח השקול:

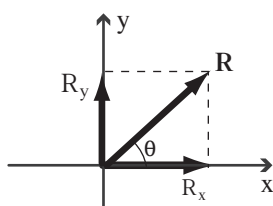
הזווית θ של הכוח השקול עם הציר x:

$$R_x = 2 - 3 = -1$$

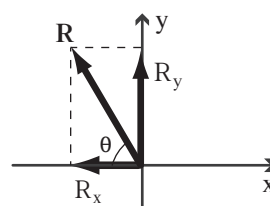
16. א.

$$R_y = 3 - 1 = 2$$

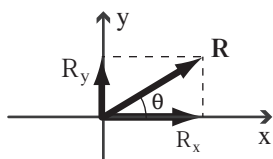
באיור א שלהלן מוצגים הווקטור השקול ורכיביו.



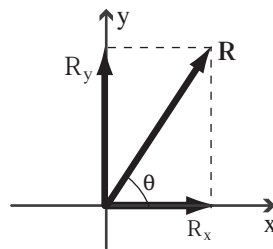
איור ב



איור א



איור ד



איור ג

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(-1)^2 + 2^2} \approx 2.24$$

$$\tan \theta = \frac{|R_y|}{|R_x|} = \frac{2}{1} = 2 \Rightarrow \theta = 63.43^\circ$$

$$R_x = 2 \cos 20^\circ + 3 \sin 40^\circ = 3.81$$

ב.

$$R_y = 2 \sin 20^\circ + 3 \cos 40^\circ = 2.98$$

באיור ב שלעיל מוצגים הווקטור השקול ורכיביו.

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{3.81^2 + 2.98^2} = 4.84$$

$$\tan \theta = \frac{|R_y|}{|R_x|} = \frac{2.98}{3.81} \Rightarrow \theta = 38.03^\circ$$

$$R_x = 3 \cos 40^\circ - 2 \sin 20^\circ = 0.57 \quad \text{ג.}$$

$$R_y = 3 \sin 40^\circ - 2 \cos 20^\circ = 0.93$$

באיור ג שלעיל מוצגים הווקטור השקול ורכיביו.

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{0.57^2 + 0.93^2} = 1.09$$

$$\tan \theta = \frac{|R_y|}{|R_x|} = \frac{0.93}{0.57} \Rightarrow \theta = 58.5^\circ$$

$$R_x = 3 \cos 50^\circ + 2 \sin 20^\circ = 2.61 \quad \text{ד.}$$

$$R_y = 3 \sin 50^\circ - 2 \cos 20^\circ = 0.42$$

באיור ד שלעיל מוצגים הווקטור השקול ורכיביו.

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{2.61^2 + 0.42^2} = 2.64$$

$$\tan \theta = \frac{|R_y|}{|R_x|} = \frac{0.42}{2.61} \Rightarrow \theta = 9.14^\circ$$

17. א. נסמן: $R = A + B$. הווקטור B יוצר זווית של 40° מעל לכיוון השלילי של הציר x.

$$R_x = A \cos 30^\circ - B \cos 40^\circ = 8 \cos 30^\circ - 5 \cos 40^\circ \approx 3.10 \text{ cm}$$

$$R_y = A \sin 30^\circ + B \sin 40^\circ = 8 \sin 30^\circ + 5 \sin 40^\circ = 7.21 \text{ cm}$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{3.1^2 + 7.21^2} \approx 7.85 \text{ cm}$$

$$\tan \theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{7.21}{3.1} \Rightarrow \theta = 66.7^\circ$$

ב. נסמן: $C = A - B$. אורכו של הווקטור (-B) הוא 5 ס"מ, וכיוונו 40° מתחת לכיוון החיובי של הציר

$$C_x = A \cos 30^\circ + B \cos 40^\circ = 8 \cos 30^\circ + 5 \cos 40^\circ = 10.76 \text{ cm} \quad \text{x.}$$

$$C_y = A \sin 30^\circ - B \sin 40^\circ = 8 \sin 30^\circ - 5 \sin 40^\circ = 0.79 \text{ cm}$$

$$C = \sqrt{C_x^2 + C_y^2} = \sqrt{10.76^2 + 0.79^2} \approx 10.79 \text{ cm}$$

$$\tan \theta = \frac{C_y}{C_x} = \frac{0.79}{10.76} \Rightarrow \theta = 4.2^\circ$$

$$R_x = A \cos 30^\circ - B \cos 45^\circ - C \sin 30^\circ = 2 \cos 30^\circ - 3 \cos 45^\circ - 1.5 \cos 60^\circ \approx -1.14 \text{ cm} \quad .18$$

$$R_y = A \sin 30^\circ + B \sin 45^\circ - C \cos 30^\circ = 2 \sin 30^\circ + 3 \sin 45^\circ - 1.5 \sin 60^\circ \approx 1.82 \text{ cm}$$

הוקטור השקול נמצא ברביע השני.

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(-1.14)^2 + 1.82^2} \approx 2.15 \text{ cm} \quad \text{גודלו:}$$

$$\tan \theta = \left| \frac{R_y}{R_x} \right| = \frac{1.82}{1.14} \Rightarrow \theta = 57.9^\circ \quad \text{הזווית מעל הכיוון השלילי של ציר x:}$$

$$R_x = 15 \cdot \cos 25^\circ + 20 \cdot \cos 60^\circ + 30 \cdot \cos 40^\circ - 10 \cdot \cos 20^\circ - 25 \cdot \cos 35^\circ = 16.70 \quad .19$$

$$R_y = 15 \cdot \sin 25^\circ + 20 \cdot \sin 60^\circ + 10 \cdot \sin 20^\circ - 30 \cdot \sin 40^\circ - 25 \cdot \sin 35^\circ = -6.54$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{16.7^2 + (-6.54)^2} = 17.93$$

$$\tan \theta = \left| \frac{R_y}{R_x} \right| = \left| \frac{-6.54}{16.7} \right| \Rightarrow \theta = 21.4^\circ$$

גודלו של הווקטור השקול הוא 17.93, וכיוונו יוצר זווית של כ- 21.4° מתחת לכיוון החיובי של הציר x.

20. א. 2A הוא וקטור שאורכו 8 ס"מ, וכיוונו יוצר זווית בת 60° עם הציר x ברביע הראשון.

3A- הוא וקטור שאורכו 12 ס"מ, וכיוונו 60° מתחת לכיוון השלילי של הציר x ברביע השלישי.

B/3 הוא וקטור שאורכו 2 ס"מ, וכיוונו 20° עם ציר x, ברביע הרביעי.

ב. תרשים הווקטורים B/3 ו- (-3A) במערכת צירים מופיע בהמשך.

$$\mathbf{R} = \frac{\mathbf{B}}{3} + (-3\mathbf{A}) \quad \text{נסמן:}$$

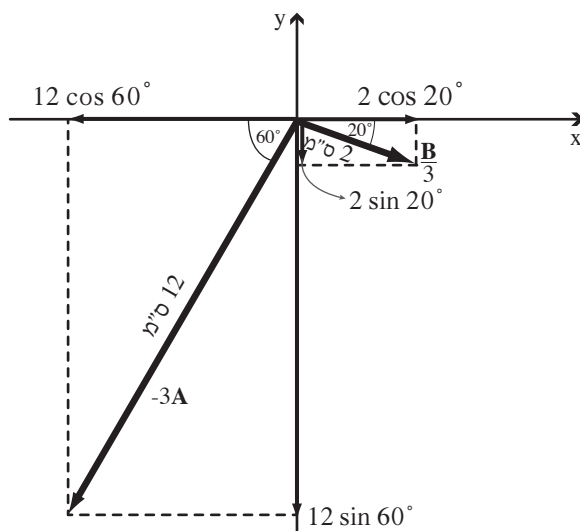
$$R_x = \frac{B}{3} \cos 20^\circ - 3A \cos 60^\circ = 2 \cos 20^\circ - 12 \cos 60^\circ = -4.12 \text{ cm}$$

$$R_y = -\frac{B}{3} \sin 20^\circ - 3A \sin 60^\circ = -2 \sin 20^\circ - 12 \sin 60^\circ = -11.08 \text{ cm}$$

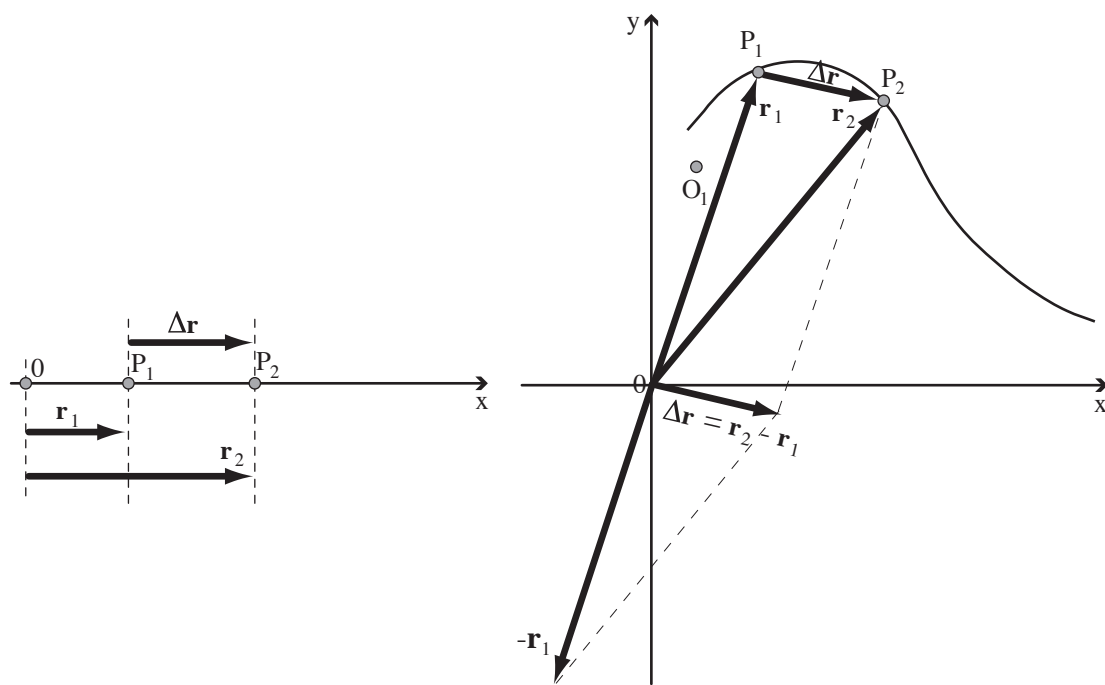
$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(-4.12)^2 + (-11.08)^2} = 11.82 \text{ cm}$$

$$\tan \theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{-11.08}{-4.12} \Rightarrow \theta = 69.6^\circ$$

הווקטור R יוצר זווית בת 69.6° מתחת לכיוון השלילי של הציר x (כי R_x ו- R_y שליליים).



21. א. ו-ב.: הווקטורים r_1, r_2 ו- dr מוצגים באיור א:



איור ב

$$dr = r_2 - r_1 = r_2 + (-r_1)$$

איור א

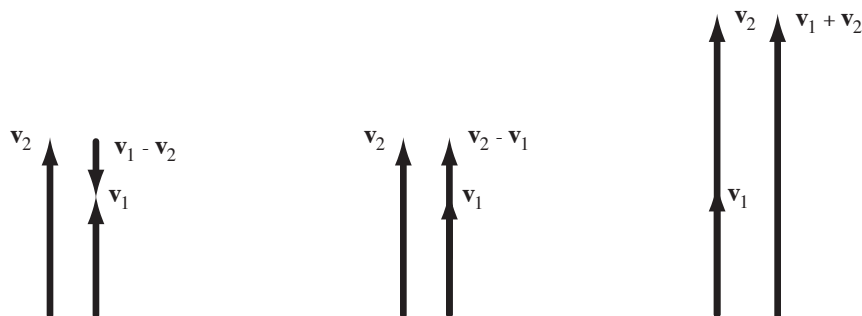
הווקטור dr מתקבל גם מ-

שני הווקטורים dr המסורטים באיור א לעיל שווים זה לזה.

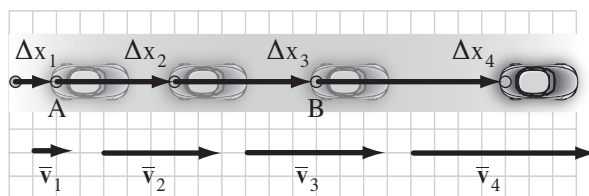
ג. אילו ראשית מערכת הצירים היתה ב- O_1 , אזי וקטורי המקום r_1 ו- r_2 היו משתנים, אך וקטור ההעתק Δr לא היה משתנה.

ד. באיור ב מוצגים הווקטורים r_1, r_2 ו- dr במקרה של תנועה לאורך קו ישר.

22. הווקטורים $\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2$; $\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2$; $\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$:



23. א. ו- ב.: נגדיר ציר x שכיוונו החיובי בכיוון תנועת המכוניות, כלומר ימינה. וקטורי ההעתק של המכונית, ווקטורי המהירויות הממוצעות ביחס לציר x שהוגדר מוצגים באיור:



ג. וקטור המהירות של המכונית מכון בכל מהלך התנועה ימינה, וגודלו הולך וגדל.

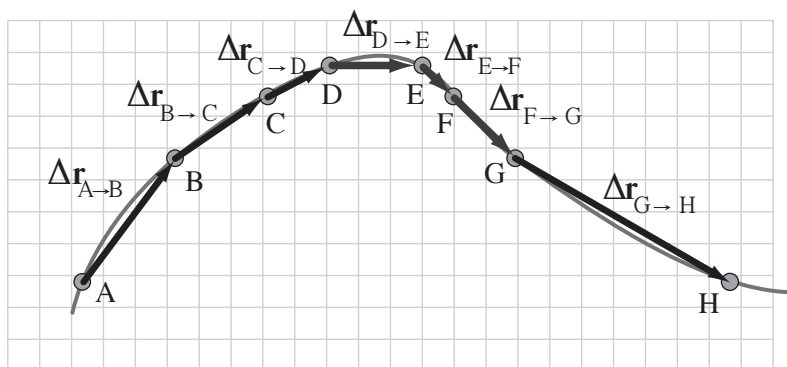
ד. בתנועת המכונית מ-A ל-B וקטור המהירות הממוצעת מכון ימינה. המרחק בין A ל-B הוא:

$$\Delta x_{A \rightarrow B} = 11 \cdot 2 = 22 \text{ m}$$

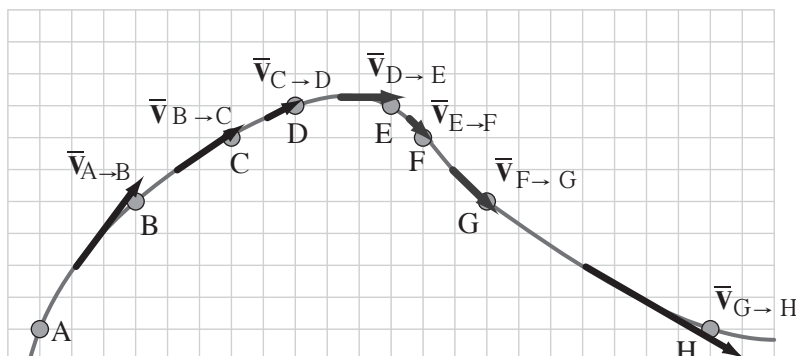
$$\bar{v}_{A \rightarrow B} = \frac{\Delta x_{A \rightarrow B}}{\Delta t} = \frac{22}{0.5} = 44 \text{ m/s}$$

לכן גודל המהירות הממוצעת:

24. א, ב.: וקטורי ההעתק ווקטורי המהירות הממוצעת מוצגים באיורים א ו- ב בהתאמה.



איור א



איור ב

ג. בתנועת הכדור מ-A ל-D וקטור המהירות הולך וקטן, וכיוונו משתנה; הוא מסתובב בהדרגה - הולך ומתקרב לכיוון אופקי. בקטע DE המהירות גדולה יותר מאשר בקטע הקודם, וכיוונה של המהירות הממוצעת בקטע זה הוא אופקי. בקטע EF המהירות קטנה לעומת המהירות בקטע DF. החל מהנקודה F מהירות הגוף הולכת וגדלה.

ד. נבחר מערכת צירים שבה הכיוון החיובי של הציר y הוא כלפי מעלה, והכיוון החיובי של הציר x הוא ימינה. באיורים א ו- ב רואים כי $\Delta x_{A \rightarrow B} = 3$ משבצות ו- $\Delta y_{A \rightarrow B} = 4$ משבצות. כל משבצת מייצגת 1 m. לכן $\Delta x_{A \rightarrow B} = 3$ m ו- $\Delta y_{A \rightarrow B} = 4$ m. מכאן:

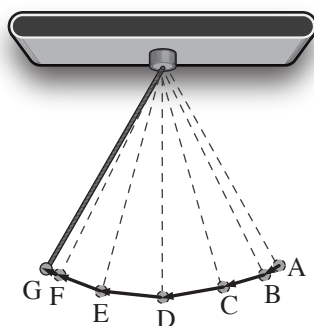
$$\bar{v}_y = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{4}{0.5} = 8 \text{ m/s}$$

$$\bar{v}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{3}{0.5} = 6 \text{ m/s}$$

$$\bar{v} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ m/s}$$

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{8}{6} \Rightarrow \theta = 53.1^\circ$$

25. א. וקטורי ההעתק מוצגים באיור:

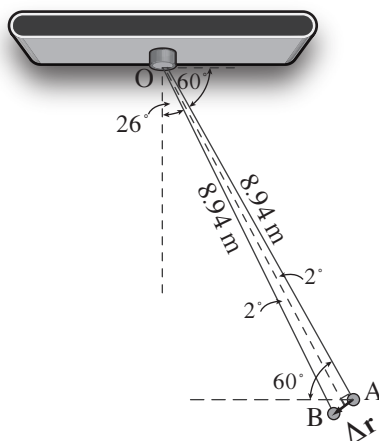


ב. וקטורי ההעתק יכולים לייצג את וקטורי המהירויות הממוצעות כי פרקי הזמן שווים.

ג. במהלך תנועתה של המטוטלת מ-A ל-D הכיוון של וקטור המהירות משתנה מנקודה לנקודה - הוא הולך ומתקרב לכיוון אופקי, עד שהוא מגיע לכיוון אופקי בנקודה D. גודל וקטור המהירות הולך וגדל מאפס ב-A עד לגודל מקסימלי ב-D.

במהלך תנועתה של המטוטלת מ-D ל-G וקטור המהירות ממשיך לשנות את כיוונו, אך גודלו הולך וקטן מערך מקסימלי ב-D עד לאפס ב-G.

ד. **דרך א:** AB הוא מיתר במעגל שמרכזו O.



כיוון שהזווית המרכזית AOB קטנה, שווה אורך המיתר בקירוב לאורך הקשת $\widehat{AB}$. אורך

$$\widehat{AB} = \alpha \cdot \frac{2\pi r}{360} = 4^\circ \cdot \frac{2\pi \cdot 8.94}{360} = 0.624 \text{ m}$$

הקשת:

$$\Delta r \approx 0.624 \text{ m}$$

לכן:

$$\bar{v} = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{0.624}{0.5} = 1.25 \text{ m/s}$$

גודל המהירות הממוצעת:

דרך ב: במשולש OAB מורידים אנך מהנקודה O לבסיס AB

$$\sin 2^\circ = \frac{\Delta r/2}{8.94} \Rightarrow \Delta r = 2 \cdot (\sin 2^\circ) \cdot 8.94$$

$$\Delta r \approx 0.624 \text{ m}$$

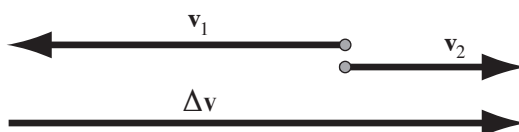
לכן:

קיבלנו אותו גודל של העתק כמו בדרך א.

$$v_1 = -8 \text{ m/s} ; v_2 = +4 \text{ m/s}$$

26. א.

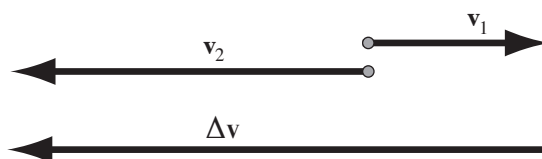
$$\Delta v = v_2 - v_1 = 4 - (-8) = +12 \text{ m/s}$$



$$v_1 = +6 \text{ m/s} ; v_2 = -13 \text{ m/s}$$

ב.

$$\Delta v = v_2 - v_1 = -13 - 6 = -19 \text{ m/s}$$

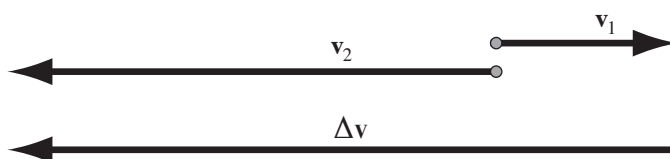


$$v_1 = 5 \text{ m/s} ; v_2 = -15 \text{ m/s}$$

ג. נבחר ציר x שכיוונו החיובי הוא מזרחה. ביחס לציר זה:

$$\Delta v = v_2 - v_1 = -15 - 5 = -20 \text{ m/s}$$

גודל השינוי במהירות הוא 20 מ'ש', וכיוונו מערבה.

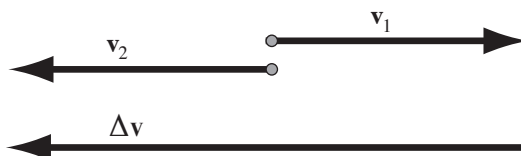


$$v_1 = 6 \text{ m/s} ; v_2 = -6 \text{ m/s}$$

ד. נבחר ציר x שכיוונו החיובי הוא ימינה. ביחס לציר זה:

$$\Delta v = v_2 - v_1 = -6 - 6 = -12 \text{ m/s}$$

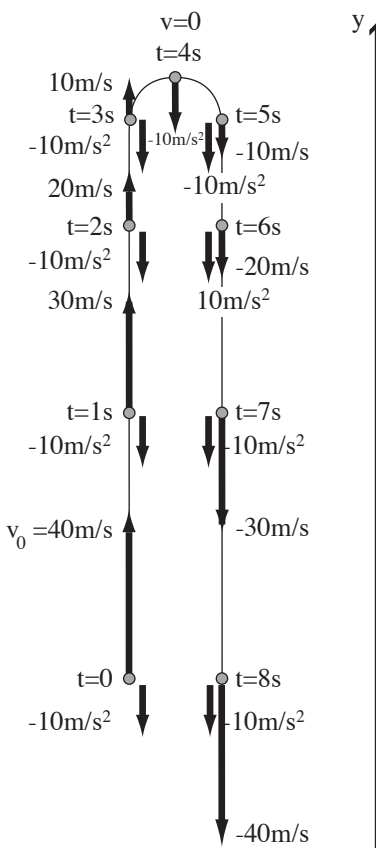
גודל השינוי במהירות הוא 12 מ'ש', וכיוונו שמאלה.



27. א ו-ב: מקומות הגוף במרווחי זמן של שנייה אחת, וקטורי המהירות ווקטורי התאוצה מוצגים באיור המופיע אחרי התשובה לסעיף ג.

ג. הגוף נזרק כלפי מעלה במהירות של 40 מ'ש'. תאוצתו קבועה, גודלה 10 מ'ש'², וכיוונה כלפי מטה. לכן, בכל שנייה מהירות הגוף קטנה ב- 10 מ'ש'. כעבור 4 שניות הגוף מגיע לשיא הגובה (מהירותו היא אפס). לאחר מכן מהירותו ממשיכה לקטון - היא הופכת לשלילית, אך גודלה הולך וגדל.

שים לב: הגוף אמנם עולה ויורד לאורך אותו קו ישר. אולם בתרשים סרטטנו את המסלול כמורכב משני קווים מקבילים (שאינם מתלכדים) כדי לאפשר לסרטט את הווקטורים הנדרשים גם בעלייה וגם בירידה, מבלי שהווקטורים יסתירו אלה את אלה.



28. א. לגוף אין תאוצה, כי אין שינוי במהירותו (מהירותו אפס לאורך זמן).

ב. לגוף אין תאוצה, כי אין שינוי במהירותו (היא קבועה בגודלה ובכיוונה).

ג. לגוף יש תאוצה, כי מהירותו משתנה (רק בגודלה).

ד. לגוף יש תאוצה, כי מהירותו משתנה (רק בכיוונה).

ה. לגוף יש תאוצה, כי מהירותו משתנה (בגודלה וגם בכיוונה).

29. לא, מד-המהירות מראה רק את גודל המהירות (לכן ראוי לכנותו בשפה מדעית בשם **מד-גודל-מהירות**, ולא מד-מהירות). ייתכן שהמכונית משנה את **כיוון תנועתה**, ואז תהיה לה תאוצה.

30. **דוגמה א:** כאשר נהג לוחץ על הבלמים במהלך נסיעתו, בשפת היום-יום לא אומרים שהמכונית מואצת, אך בשפה מדעית זו תאוצה (התאוצה חיובית כאשר כיוון הציר מנוגד לכיוון התנועה, והיא שלילית כאשר כיוון הציר הוא ככיוון התנועה).

דוגמה ב: כאשר נהג נוסע סביב כיכר, ומד-המהירות מראה גודל קבוע, בשפת היום יום - איש לא יאמר שהמכונית מואצת, אך כאשר נוקטים בלשון מדעית אומרים שלמכונית יש תאוצה.

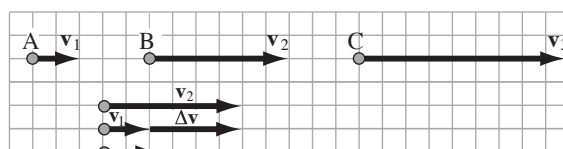
31. גוף אינו מואץ כאשר **גודל** מהירותו ו**כיוון** מהירותו קבועים.

32. א. (איור א) (1)-(3): סרטטנו באיור א שלהלן את וקטור השינוי במהירות, Δv , בתנועת הגוף מ-A ל-B על-פי:

(א) $\Delta v = v_2 - v_1$

(ב) $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

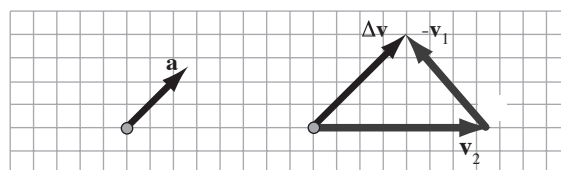
את וקטור התאוצה סרטטנו (איור א) על-פי הקשר:



איור א

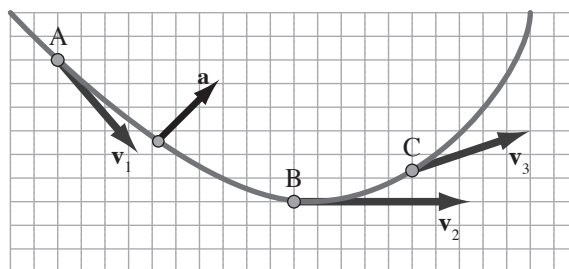
(4) תיאור תנועת הגוף: הגוף נע כל הזמן ימינה. וקטור המהירות קבוע בכיוונו, וגודלו הולך וגדל.

ב. (איור ב) (1)-(3): את וקטור השינוי במהירות Δv סרטטנו באיור ב שלהלן על-פי נוסחה (א) לעיל. את וקטור התאוצה סרטטנו באיור ב על-פי נוסחה (ב) לעיל.



איור ב

באיור ג שלהלן הוספנו לאיור המקורי את וקטור התאוצה, בנקודת ביניים בין A ל-B.



איור ג

$$R_x = 80 \cdot \cos 60^\circ + 100 \cdot \cos 10^\circ = 138.48 \quad .33$$

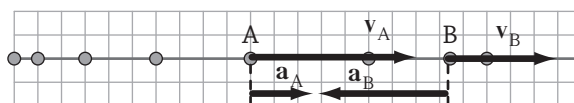
$$R_y = 80 \cdot \sin 60^\circ - 100 \cdot \sin 10^\circ - 60 = -8.08$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{138.48^2 + (-8.08)^2} = 138.7$$

$$\tan \theta = \left| \frac{R_y}{R_x} \right| = \left| \frac{-8.08}{138.48} \right| \Rightarrow \theta = 3.34^\circ$$

גודלו של השקול הוא 138.7 וכיוונו יוצר זווית בת 3.34° עם ציר ה-x ברביע הרביעי.

34. א. באיור שלהלן מוצגים הכיוונים של וקטורי המהירות והתאוצה בנקודות A ו-B:



המהירויות v_A ו- v_B מכוונות ימינה, כי כל ההעתיקים מכוונים ימינה, וכיוון מהירות שווה תמיד לכיוון ההעתק.

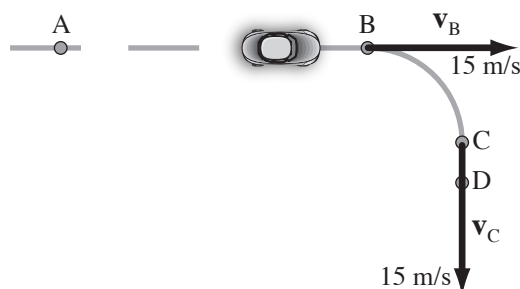
התאוצה a_A מכוונת ימינה, כי מהירות הגוף בקטע שאחרי A גדולה ממהירות הגוף בקטע שלפני A. לכן השינוי במהירות מכוון ימינה; כיוון התאוצה שווה תמיד לכיוון השינוי במהירות.

התאוצה a_B מכוונת שמאלה, כי מהירות הגוף בקטע שאחרי B קטנה ממהירות הגוף בקטע שלפני B, לכן השינוי במהירות מכוון שמאלה.

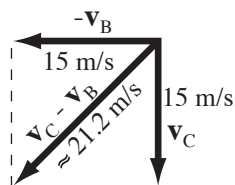
ב. גודל המהירות ב-A גדול מגודל המהירות ב-B, כי העתקי הגוף בסביבת הנקודה A גדולים מהעתקי הגוף שנעשו באותו פרק זמן בסביבת הנקודה B.

ג. גודל התאוצה בנקודה A קטן מגודל התאוצה בנקודה B, כי השינוי במהירות בתנועה בקטע שלפני A ובקטע שאחרי A קטן מהשינוי במהירות בתנועה בקטע שלפני B ובקטע שאחרי B. (גודל המהירות יחסי לגודל ההעתק בכל קטע של התנועה).

35. א ו-ב: וקטורי המהירות משיקים למסלול בכיוון התנועה בנקודות B ו-C:



$$\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}_C - \mathbf{v}_B = \mathbf{v}_C + (-\mathbf{v}_B) \quad .ג$$



הכיוון של v_C יוצר זווית בת 45° עם כל אחד משני קטעיו הישרים של הכביש. גודלו של Δv :

$$\Delta v = \sqrt{v_B^2 + v_C^2} = \sqrt{15^2 + 15^2} \approx 21.2 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

ד. הגדרת התאוצה:

לכן הכיוון של a שווה לכיוון של v_C (יוצר זווית בת 45° עם כל אחד משני קטעיו הישרים של הכביש).

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{21.2}{5} \approx 4.2 \text{ m/s}^2$$

גודל התאוצה:

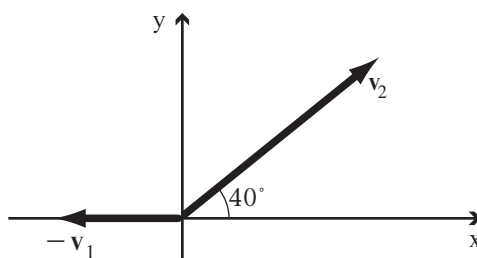
36. א. (1) לדוגמה גוף נופל חופשית ונע כלפי מטה.

(2) לדוגמה בנפילה חופשית שבה הגוף נע כלפי מעלה (בעקבות זריקה מעלה).

ב. ייתכן מצב כזה. לדוגמה בתנועה שוות מהירות של מכונית.

ג. ייתכן מצב כזה. לדוגמה בשיא הגובה של גוף שנזרק כלפי מעלה.

37. א. תחילה נמצא ביטוי לשינוי במהירות הגוף בתנועתו מ- P_1 ל- P_2 : $\Delta v = v_2 - v_1 = v_2 + (-v_1)$. כלומר יש לחבר את שני הווקטורים המוצגים באיור א:



איור א

הרכיבים האופקיים של הווקטורים שבאיור א: $v_{2,x} = v_2 \cdot \cos 40^\circ = 3 \cdot \cos 40^\circ \approx 2.30 \text{ m/s}$

$$-v_{1,x} = -2 \text{ m/s}$$

הרכיבים האנכיים של הווקטורים שבאיור א: $v_{2,y} = v_2 \cdot \sin 40^\circ = 3 \cdot \sin 40^\circ \approx 1.93 \text{ m/s}$

$$-v_{1,y} = 0$$

$$\Delta v_x = v_{2,x} + (-v_{1,x}) = 2.3 - 2 = 0.3 \text{ m/s}$$

סכום הרכיבים האופקיים:

$$\Delta v_y = v_{2,y} + (-v_{1,y}) = 1.93 \text{ m/s}$$

סכום הרכיבים האנכיים:

$$\Delta v = \sqrt{(\Delta v_x)^2 + (\Delta v_y)^2} = \sqrt{0.3^2 + 1.93^2} = 1.95 \text{ m/s}$$

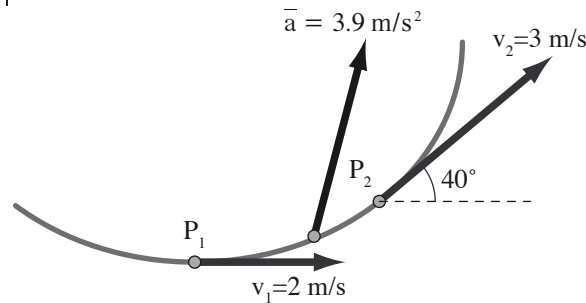
גודל השינוי במהירות:

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{1.95}{0.5} = 3.9 \text{ m/s}^2$$

התאוצה הממוצעת:

הכיוון של וקטור השינוי במהירות (וגם של וקטור התאוצה הממוצעת):

$$\tan \theta = \left| \frac{\Delta v_y}{\Delta v_x} \right| = \left| \frac{1.93}{0.3} \right| \Rightarrow \theta = 81.2^\circ$$



איור ב

ב. וקטורי התאוצה הממוצעת בשני המקרים שווים זה לזה. נימוק: במקרה הראשון: $\bar{a}_1 = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t}$

במקרה השני: $\bar{a}_2 = \frac{-v_1 - (-v_2)}{\Delta t}$. רואים בבירור שמתקיים: $\bar{a}_1 = \bar{a}_2$

38. א. נסמן ב- Δx_1 וב- Δy_1 את הרכיבים הקרטזיים של וקטור המקום של פרור הטונה הראשון. ניישם את נוסחאות המעבר מהצגה קוטבית להצגה קרטזית:

$$\Delta x_1 = \Delta r_1 \cdot \cos \alpha = 100 \cdot \cos 25^\circ \approx 90.63 \text{ cm}$$

רכיב ה- x:

$$\Delta y_1 = \Delta r_1 \cdot \sin \alpha = 100 \cdot \sin 25^\circ \approx 42.26 \text{ cm}$$

רכיב ה- y:

ב. נסמן ב- Δr וב- α את רכיביו הקוטביים של פרור הטונה השני. ניישם את נוסחאות המעבר מהצגה קרטזית להצגה פולרית.

$$\Delta r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{120^2 + 100^2} \approx 156.2 \text{ cm}$$

מרחק הפרור השני מהראשית:

הכיוון של וקטור המקום של פרור הטונה השני ביחס לציר x:

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{100}{120} \Rightarrow \theta = 39.81^\circ$$

ג. נסמן: Δx_2 ו- Δy_2 הגדלים של הרכיבים הקרטזיים של וקטור ההעתק Δr_2 מהפרור הראשון

$$\Delta x_2 = x - \Delta x_1 = 120 - 90.63 = 29.37 \text{ cm}$$

לשני.

$$\Delta y_2 = y - \Delta y_1 = 100 - 42.26 = 57.74 \text{ cm}$$

$$\Delta r_2 = \sqrt{\Delta x_2^2 + \Delta y_2^2} = \sqrt{29.37^2 + 57.74^2} = 64.78 \text{ cm}$$

ד. נחשב תחילה את הזווית γ בין וקטור המקום Δr_2 לבין ציר ה-x:

$$\tan \gamma = \frac{y_2}{x_2} = \frac{57.74}{29.37} \Rightarrow \gamma = 63.0^\circ$$

$$\beta = \gamma - \alpha = 63.0^\circ - 25^\circ = 38^\circ$$

ה. ההעתק הכולל בהצגה קוטבית הוא גם וקטור המקום של פרור הטונה השני בהצגה קוטבית. על פי התשובה לסעיף ב של השאלה גודל ההעתק הכולל הוא 156.2 cm, וכיוונו יחסית לציר x הוא 39.81° .

ו. נחשב עתה את משך התנועה, Δt_1 , של הג'וק מראשית מערכת הצירים עד פרור הטונה הראשון:

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta r_1}{v} = \frac{100}{45} \approx 2.22 \text{ s}$$

נחשב עתה את משך התנועה, Δt_2 , של הג'וק מפרור הטונה הראשון עד פרור הטונה השני:

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta r_2}{v} = \frac{64.78}{45} \approx 1.44 \text{ s}$$

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = 2.22 + 1.44 = 3.66 \text{ s}$$

משך התנועה הכולל:

גודל מהירותו הממוצעת של הג'וק בתנועתו מראשית הצירים עד פרור הטונה השני:

$$\bar{v} = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{156.2}{3.66} \approx 42.68 \text{ cm/s}$$

הזווית שיוצרת המהירות הממוצעת עם ציר ה-x שווה לזווית של וקטור המקום Δr של פרור הטונה השני ביחס לציר ה-x, ועל פי התשובה לסעיף ב היא 39.81° .

ז. אילו ראשית הצירים היתה במקום אחר, התשובות לסעיפים א ו-ב היו משתנות.

39. א. אורכו וגם רוחבו של לוח השחמט הוא 40 cm, והוא שווה לאורך של משבצת אחת כפול 8. מכאן שאורך ורוחבו של כל משבצת הם 5 cm.

נבחר מערכת צירים שראשיתה במרכז משבצת F1, ציר ה-x פונה ימינה, וציר ה-y כלפי מעלה. במערכת צירים זו, שיעורי מרכז המשבצת D7 הם: $(x, y) = (-10 \text{ cm}, 30 \text{ cm})$. נסמן את וקטור המקום של המשבצת D7 ב- r_{D7} . כיוון שבחרנו את ראשית הצירים בנקודת המוצא של הרץ, וקטור המקום הוא גם וקטור ההעתק, $\Delta r_{F1 \rightarrow D7}$, של הרץ. נחשב את רכיביו הקוטביים:

$$r_{D7} = \Delta r_{F1 \rightarrow D7} = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-10)^2 + 30^2} = 31.6 \text{ cm}$$

$$\tan \theta = \left| \frac{x}{y} \right| = \left| \frac{-10}{30} \right| \Rightarrow \theta = 18.4^\circ$$

נסמן ב- θ את הזווית בין וקטור המקום לבין ציר ה-y.

כלומר גודלו של וקטור המקום הוא 31.6 cm, והוא יוצר זווית בת 18.4° עם ציר ה-y ברביע השני של מערכת הצירים. אלו הם גם הרכיבים של וקטור ההעתק.

$$\bar{v} = \frac{\Delta r_{F1 \rightarrow D7}}{\Delta t} = \frac{31.6}{6 \cdot 0.2} \approx 26.3 \text{ cm/s}$$

ב. (1) גודל המהירות הממוצעת:

גודל המהירות הממוצעת הוא כ- 26.3 cm/s וכיוונו ככיוון ההעתק $\Delta r_{F1 \rightarrow D7}$.

(2) גודל המהירות הרגעית של הרץ גדול מהמהירות הממוצעת, כי בחישוב מהירות רגעית גודל ההעתק שווה לדרך, ובחישוב המהירות הממוצעת גודל ההעתק קטן מהדרך.

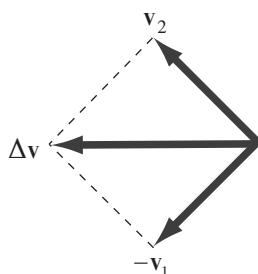
ג. אורך כל משבצת הוא $a = 5 \text{ cm}$. נחשב את אורך האלכסון, c , של משבצת:

$$c = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2} = 5\sqrt{2} \approx 7.07 \text{ cm} \quad \text{על פי משפט פיתגורס:}$$

משך התנועה מ- $F1$ ל- $G2$ ומשם ל- $F3$ הוא 0.4 s . גודל המהירות, v , בתנועה הקצובה

$$v_1 = \frac{\Delta r_{F1 \rightarrow G2}}{\Delta t} = \frac{7.07}{0.2} \approx 35.35 \text{ cm/s} \quad \text{מ- } F1 \text{ ל- } G2 \text{ הוא:}$$

כיוון המהירות v_1 יוצר זווית בת 45° עם ציר ה- x שכיוונו החיובי פונה ימינה. גם גודל המהירות v_2 מ- $G2$ ל- $F3$ הוא 35.35 cm/s , אך כיוונה יוצר זווית בת 45° עם הכיוון השלילי של ציר ה- x כפי שמוצג באיור א. נסרטט באיור ב את הווקטור $\Delta v = v_2 - v_1$.



איור ב



איור א

$$\Delta v = 2v_1 \cdot \cos 45^\circ = 2 \cdot 35.35 \cdot 0.7071 \approx 50 \text{ cm/s} \quad \text{כיוונו של } \Delta v \text{ שמאלה, וגודלו:}$$

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{50}{0.4} = 125 \text{ cm/s}^2 = 1.25 \text{ m/s}^2 \quad \text{גודל התאוצה הממוצעת:}$$

כיוון התאוצה ככיוון הווקטור Δv , כלומר שמאלה.

40. א. **התנועה מ-A ל-B:** המכונית יוצאת לדרכה מהנקודה A, ונעה לאורך החלק הישר של הכביש. עד

לנקודה B וקטור המהירות הולך וגדל, ווקטור התאוצה בקירוב קבוע, כי חלק מגרף מהירות-זמן המתאים לחלק תנועה זה הוא בקירוב לינארי. הכיוונים של שני הווקטורים הם מ- O ל- B. נימוק: הכיוון של וקטור המהירות הוא תמיד בכיוון התנועה; בתרגיל הנוכחי וקטור המהירות מצביע בכיוון התנועה של המכונית, מ- O ל- B; כיוון שהמהירות הולכת וגדלה, הכיוונים של הווקטורים v בנקודות השונות הם בכיוון התנועה, לכן הכיוונים של וקטורי תאוצה הם בכיוון התנועה מ- O ל- B.

התנועה מ-B ל-C: וקטור המהירות קבוע בגודלו, ושווה לווקטור המהירות בנקודה B. על פי גרף מהירות-זמן (בגוף השאלה) בקטע זה המהירות קבועה, לכן וקטור התאוצה הוא אפס.

התנועה מ-C ל-E: וקטור המהירות משיק בכל נקודה למסלול התנועה. כיוון שגודל המהירות קבוע - התאוצה מכוונת בכל נקודה לעבר מרכז המעגל.

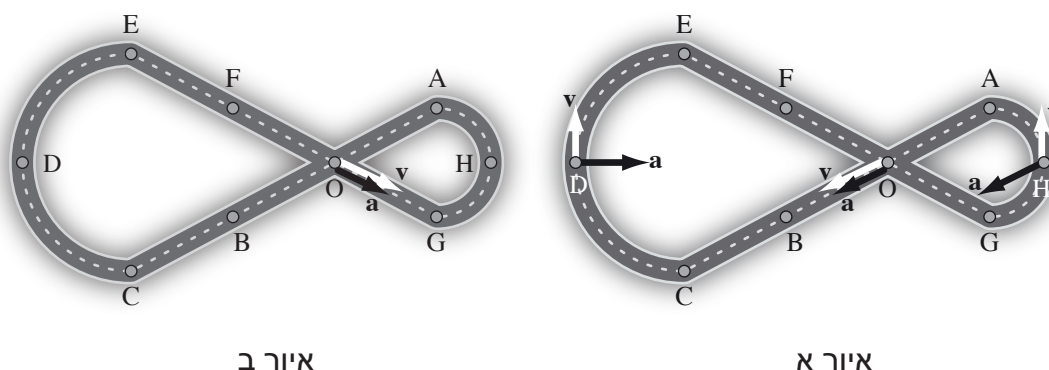
התנועה מ-E ל-F: וקטור המהירות מכוון בכיוון התנועה. גם וקטור התאוצה מכוון בכיוון התנועה, כי המהירות גדלה בגודלה (בדומה למתואר בקטע מ- A ל- B).

התנועה מ- F ל- G: הגוף נע לאורך קו ישר; וקטור המהירות מכיוון התנועה. התאוצה היא אפס כי המהירות קבועה בגודלה.

התנועה מ- G ל- A: הגוף נע לאורך מסלול מעגלי. וקטור המהירות משיק בכל נקודה למעגל. כיוון שהמהירות הולכת וקטנה בגודלה לווקטור התאוצה יש רכיב רדיאלי הנובע משינוי בכיוון המהירות, ורכיב משיקי בכיוון מנוגד למהירות, כי המהירות הולכת וקטנה.

ב. תאוצת המכונית מתאפסת בקטעים BC ו- FG.

ג. באיור א מוצגים הווקטורים בנקודות O במעבר הראשון ובנקודות D ו- H. באיור ב מוצגים הווקטורים בנקודה O במעבר השני בנקודה זו.



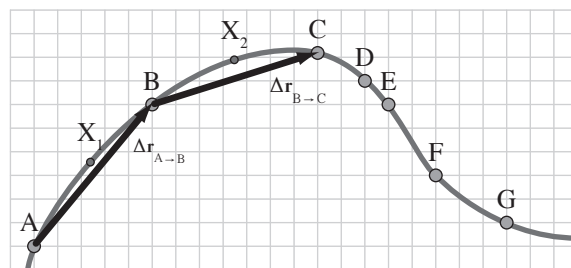
ד. על פי איור ב שבגוף השאלה, בחצי המעגל CDE הגוף נע במשך $s = 70 - 45 = 25$ במהירות שגודלה 30 m/s . לכן אורך חצי המעגל הוא 750 m . מכאן שרדיוס המסלול המעגלי, r , הוא:

$$r = \frac{750}{\pi} = 238.7 \text{ m}$$

41. א. הווקטורים A ו- B צריכים להיות מאונכים.

ב. הווקטורים A ו- B צריכים להיות שווים זה לזה - אז המקבילית המתקבלת מחיבורם היא מעויין, ובמעויין האלכסונים מאונכים זה לזה (אלכסון אחד הוא הווקטור סכום והשני הוא הווקטור הפרש).

42. א. (1) ו- (2): ההעתקים בקטעים AB ו- BC מוצגים באיור א:



איור א

(3) הגדרת מהירות ממוצעת: $\bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}$

$\bar{\mathbf{v}} \propto \Delta \mathbf{r}$ Δt בתנועה מ-A ל-B שווה ל Δt בתנועה מ-B ל-C, לכן:

לכן: $\bar{\mathbf{v}}_{BC} \propto \Delta \mathbf{r}_{BC}$ ו- $\bar{\mathbf{v}}_{AB} \propto \Delta \mathbf{r}_{AB}$

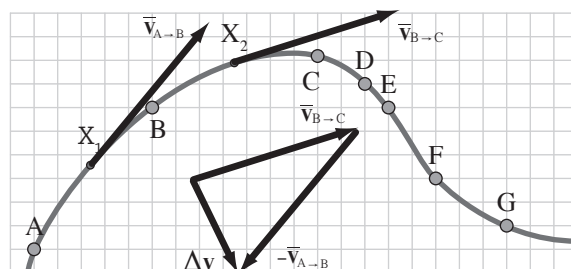
עם אותו קבוע פרופורציה.

(4) על-פי האיור, שיפוע המשיק ב- X_1 שווה בקירוב לשיפוע המיתר AB, לכן כיוון המהירות הרגעית ב- X_1 שווה בקירוב לכיוון המהירות הממוצעת מ-A ל-B.

משך זמן התנועה מ-A ל-B הוא די קצר (שנייה אחת), לכן, קרוב לוודאי שהשינויים במהירות מ-A ל-B הם קטנים, לכן גודל המהירות הרגעית ב- X_1 שווה בקירוב לגודל המהירות הממוצעת בתנועה מ-A ל-B.

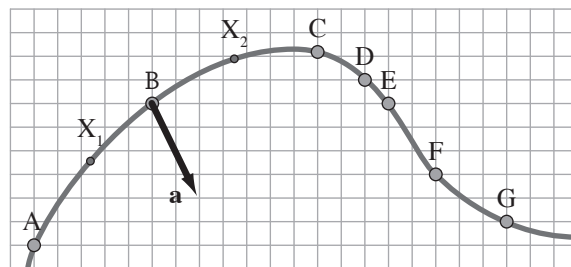
(5) באיור ב שלהלן מוצגים וקטור המהירות $\mathbf{v}_1$ בנקודה X_1 , וקטור המהירות $\mathbf{v}_2$ בנקודה X_2 , וכן נבנה וקטור השינוי במהירות: $\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$

כיוון שהנקודות מוצגות במרווחי זמן של שנייה אחת: $\mathbf{a} = \Delta \mathbf{v}$



איור ב

באיור ג להלן מסורטט וקטור התאוצה $\mathbf{a}$ בנקודה B:



איור ג

פרק ג: כוחות ומצבי התמדה

1. הערות דידקטיות לפרק

1.1 הוראת המושגים "משקל" ו"כוח כובד"

ברוב מדינות העולם המערבי, ובכלל זה בישראל, המשקל של גוף מוגדר עדיין, באופן מסורתי, ככוח הכובד שכדור הארץ מפעיל על גוף.

הגדרה זו, שנוסחה על ידי ניוטון, היא אמנם לגיטימית מבחינה מדעית, אבל יש לה חסרון דידקטי: נדגים את החיסרון: שיעור גבוה מבין לומדי הפיזיקה מסבירים את חוסר המשקל של אסטרונאוט בלויין בכך שכוח הכובד שהארץ מפעילה על האסטרונאוט קטן מאוד, וקרוב לאפס. הם אומרים: "משקל האסטרונאוט שווה לאפס. כיוון שהמשקל שווה לכוח הכובד אז כוח הכובד הפועל על האסטרונאוט שווה גם הוא לאפס". אולם חישוב קל מראה כי כוח הכובד שכדור הארץ מפעיל על גוף הנמצא בגובה של 300 ק"מ מעל פני הארץ (גובה שבו נעים לוויינים רבים), קטן מכוח הכובד הפועל על הגוף כשהוא מוצב על פני הארץ, רק ב-10% בערך. כלומר כוח הכובד שהארץ מפעילה על הגוף רחוק מלהיות שווה לאפס. לכן, חשוב לנתק את הקשר האוטומטי בין משקל של גוף לבין כוח הכובד הפועל על הגוף. מצד שני חשוב כי בתחילת דרכו של התלמיד, התרחישים יהיו כאלה שמספרית משקל של גוף יהיה שווה לכוח הכובד שהארץ מפעילה על הגוף.

איך משיגים יחד את שתי המטרות הסותרות לכאורה?

המשקל, w , של גוף מוגדר אופרטיבית בפרק ג של המכניקה הניוטונית (עמוד 158) כתוצאה של שקילה; את הגוף שרוצים לקבוע את משקלו תולים על דינמומטר, כך שחץ מהכוח שהדינמומטר מפעיל על הגוף יפעל עליו רק כוח הכובד.

כך לדוגמה, נניח כי משקלו של גוף השרוי במנוחה ביחס לארץ הוא 10 ניוטון. כאשר לדינמומטר עם הגוף התלוי עליו תהיה תאוצה המכוונת כלפי מעלה, הוריית הדינמומטר תהיה גדולה מ-10 ניוטון, כלומר המשקל של הגוף יהיה גדול מ-10 ניוטון, וכאשר לדינמומטר (עם הגוף התלוי עליו) תהיה תאוצה המכוונת כלפי מטה, המשקל של הגוף יהיה קטן מ-10 ניוטון. תוצאות שלוש השקילות הן שונות, ולכן משקלי הגוף במצבים השונים הם שונים.

גישה זו מונעת תפיסות מוטעות, כגון התפיסה המוטעית שכוח הכובד שכדור הארץ מפעיל על אסטרונאוט בלויין הוא אפס. יתר על כן היא תואמת בצורה מלאה את המסקנות הנובעות מעקרון השקילות של איינשטיין, שעל-פיהן לשדה כבידה יכולים להיות שני מקורות: **שדה שמקורו בגרם שמיים**, זה השדה המוכר, ובנוסף לכך יש **שדה כבידה שמקורו בתאוצה**; כיוונו מנוגד לכיוון התאוצה. במערכות שאינן מואצות יש רק שדה כבידה שמקורו בגרם שמיים, ובמערכות אלה המשקל של גוף שווה לכוח הכובד הפועל עליו. מצד שני, במערכות מואצות, משקלו של גוף (כפי שהגדרנו למעלה) שווה תמיד לכוח הכובד הכולל (הנמדד) - כוח הכובד הנובע מפעולת גרם שמיים, יחד עם כוח הכובד הקשור לתאוצה. זה מחזיר אותנו לכך שהמשקל של גוף הוא כוח הכובד הפועל על גוף (אבל כוח הכובד הכולל!), ולא כפי שניוטון הגדיר. אבל כאשר מתעלמים משדה הכבידה הקשור לתאוצה, ונשארים רק עם כוח הכובד שמקורו בגרם שמיים, אז המשקל של גוף שווה לכוח הכובד רק כאשר הגוף נמצא במצב מנוחה ביחס לגרם השמיים (כלומר כאשר הגוף אינו מואץ ביחס לגרם השמיים); כאשר הגוף מואץ ביחס לגרם

השמיים, כמו אסטרונואוט בלווין, המשקל של גוף אינו שווה לכוח הכובד שמקורו בגרם השמיים, כי משקל של גוף אינו מוגדר ככוח הכובד שמקורו בגרם השמיים.

כיוון שעקרון השקילות ושדה כבידה הקשור לתאוצה הם נושאים מחוץ למסגרת המכניקה הניוטונית, מומלץ להגדיר תלמידים את משקלו של גוף **כתוצאת שקילה** (הגדרה שמתאימה גם למצבים שבהם מרחיבים לעקרון השקילות) ולציין כי ברוב המצבים בספר מכניקה ניוטונית עוסקים בגופים שאינם מואצים בכיוון אנכי ביחס לארץ, ובמקרים אלה יוצא שמשקלו של גוף שווה לכוח הכובד שמפעיל עליו כדור הארץ (או גרם שמיים אחר). אבל השוויון בין המשקל לבין כוח הכובד שמקורו בארץ אינו נובע מהגדרת המשקל ככוח הכובד, אלא כתוצאה מכך שבכיוון אנכי הגוף אינו מואץ ביחס לארץ.

רק במסגרת פרק ד (החוק השני של ניוטון) יוכלו התלמידים לתרגל מצבים שונים בהם תוצאת השקילה שווה לכוח הכובד או שונה ממנו (למשל במעלית). לכן אין להקדיש יותר מדי זמן לסוגיה זו בפרק ג.

1.2 קשיים של תלמידים ודרכים להתגבר על הקשיים

א. החוק הראשון של ניוטון

החוק הראשון של ניוטון סותר את האינטואיציה שנבנית החל מגיל צעיר כתוצאה מההתנסויות בחיי היום יום אצל כל אחד ואחת מאיתנו. ההתנסויות אלה מלמדות אותנו כי כאשר אנו מושכים כסא - הוא נע, ולאחר שאנו מרפים ממנו - הכסא נעצר. כלומר בחיי היום-יום אנו חווים בדרך-כלל שכאשר הכוח הפועל על גוף מפסיק לפעול - תנועת הגוף לכאורה נפסקת. זו תפיסה חלופית שמקורה בהתנסות יום-יומית (כפי שצינו במבוא הכללי סעיף 1.5 תת-סעיף א). שורשיה של תפיסה זו כל כך עמוקים, עד כי אי אפשר כנראה לשרש אותה; יש לה אחיזה איתנה במוח. אבל אפשר לבנות במקום אחר במוח את התפיסה הנכונה, לצד התפיסה השגויה (ככל הנראה לא במקום התפיסה השגויה), בתקווה שהאדם יפעיל את התפיסה הנכונה, לפחות במצבים שבהם נדרש ניתוח פיזיקלי.

ב. היחלצות מתנועה מעגלית

מבין אלה שלא למדו מהי התשובה הנכונה לשאלה 5 שבעמוד 200 בכרך א, רוב העונים לשאלה בוחרים במסלול (2) (או במסלול (1)) כמסלול הנכון שבו ינוע הכדור לאחר הינתקותו מהחישוק בנקודה B.

התשובה התואמת את החוק הראשון של ניוטון היא מסלול (3).

דרך לטפל בקושי:

התשובות "מסלול (2)" ו"מסלול (1)" תואמות את מודל **האימפטוס המעגלי** שפותח בימיי הביניים, ולא את מודל של המכניקה הניוטונית.

לפני שמלמדים את החוק הראשון של ניוטון, מומלץ ללמד את שתי התפיסות שקדמו לחוק זה:

א. התפיסה של אריסטו לגבי הקשר בין כוחות הפועלים על גוף לבין תנועת הגוף (הנושא מוצג בקצרה בכרך א, בסעיף 3.1 שבעמוד 148).

ב. תפיסת האימפטוס (הנושא מוצג בקצרה בכרך א, בסעיף 3.2 שבעמוד 148). חשוב שכל מורה לפיזיקה יהיה מודע למחקרים המצביעים על כך שיש התאמה בין התפיסות שמתגבשות אצל האנשים כיום, לבין התפיסות שהתפתחו במהלך ההיסטוריה. המודל הניוטוני פחות אינטואיטיבי מזה של אריסטו ומזה של האימפטוס. התקווה היא שאם תלמיד יהיה מודע לשתי התפיסות שקדמו לזו של ניוטון, וידע שתפיסות אלה אינן תואמות את תפיסת המכניקה הניוטונית, הוא ישיב פחות תשובות הנובעות מהתפיסות הקדומות, והנוגדות את תפיסת המכניקה הניוטונית.

ג. החוק השלישי של ניוטון

החומר המופיע בסעיף זה נלקח מהמאמר "החוק השלישי של ניוטון. קשיי תלמידים ודידקטיקה" שפורסם בכתב העט "תהודה", כרך 20 חוברת 3, על ידי מחבר המדריך למורה שלפניכם.

הקשיים בהבנת החוק השלישי של ניוטון משותפים לתלמידים צעירים בחטיבות הביניים, לתלמידים בוגרים בחטיבות העליונות ואף לסטודנטים.

החוק השלישי של ניוטון הוא לכאורה פשוט. מתברר כי, למרות "פשטות" החוק, רבים מיישמים חוקים אינטואיטיביים שאינם תואמים את החוק הפיזיקלי, במצבים שבהם מתרחשת אינטראקציה בין גופים. נציג קשיים שונים בתפיסת החוק השלישי של ניוטון וביישומו.

קושי 1 - תפיסה מוטעית האומרת:

כאשר שני גופים א ו- ב נמצאים באינטראקציה, ואם:

א. מסתו של גוף א גדולה מזו של גוף ב,

ו/א:

ב. מהירותו של גוף א גדולה מזו של גוף ב,

ו/א:

ג. גוף ב ניזוק כתוצאה מן האינטראקציה יותר מגוף א,

ו/א:

ד. גוף א הוא אדם "יוזם" וגוף ב אדם "סביל" או עצם.

אזי במהלך האינטראקציה הכוח שגוף א מפעיל על ב גדול מהכוח שגוף ב מפעיל על א.

בטבלה שלפניכם כמה דוגמאות לארבעת המקרים הנ"ל:

אינטראקציה	תפיסה מוטעית
א. ☐ משאית ומכונית קטנה מתנגשות חזיתית; ☐ הארץ והירח מושכים זה את זה.	☐ המשאית מפעילה כוח גדול יותר על המכונית הקטנה, מאשר להיפך. ☐ הארץ מפעילה על הירח כוח גדול מזה שהירח מפעיל על הארץ.
ב. ☐ מכונית נעה מתנגשת במכונית דומה נייחת.	☐ המכונית הנעה מפעילה כוח גדול יותר על המכונית הנייחת, מאשר הנייחת על הנעה.
ג. ☐ אדם סוטר לחברו; ☐ שתי מכוניות מתנגשות, אחת נהרסת פחות מהאחרת.	☐ האדם שכאב לו יותר "ספג" כוח גדול יותר מהאדם שסטר לו. ☐ המכונית שנהרסה פחות הפעילה כוח גדול יותר על זו שנהרסה יותר.
ד. ☐ אדם דוחף את חברו בגבו; ☐ אדם דוחף קיר.	☐ הכוח שמפעיל ה"יוזם" על ה"סביל" (או על הקיר) גדול מהכוח שמפעיל ה"סביל" (או הקיר) על ה"יוזם".

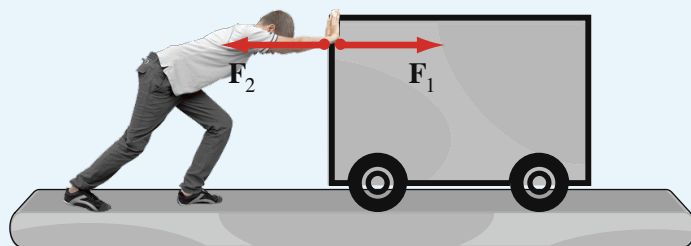
סיבה אפשרית לקושי 1: ניתן לראות בעליל את הגופים הנמצאים באינטראקציה, את גודלם, מהירותם, ואת תוצאות הפעולה של הכוחות. **אם יש חוסר סימטריה בתכונות הגופים - הוא בולט לעין. לעומת זאת את הכוחות אין רואים.**

יש נטייה "טבעית" להשליך את חוסר הסימטריה הנראית בין גופים, על הכוחות שאותם אין רואים, ולקבוע שגם הכוחות אינם סימטריים.

סיבה אפשרית נוספת לקושי 1 היא לשונית: המונחים שבהם רבים משתמשים בהקשר לחוק השלישי של ניוטון - "פעולה" ו"תגובה", מצביעים לכאורה על חוסר סימטריה בין הכוחות. בחיי היום-יום תגובה עוקבת בזמן לפעולה; אולם כוחות ה"פעולה" וה"תגובה" פועלים בו-זמנית. אין כוח ראשון וכוח שני. השימוש במונחים "פעולה" ו"תגובה" עלול, אם כן, להתפרש כשוני במעמד של שני הכוחות.

קושי 2 - תפיסה מוטעית האומרת:

באינטראקציה בין שני גופים נייחים, שבסיומה אחד הגופים נשאר במנוחה והגוף האחר נע (איור 1) - הכוח שהגוף הנייח מפעיל על הגוף הנע גדול מהכוח שהנע מפעיל על הנייח.



איור 1

להלן ניתוח של סטודנט לתעודת הוראה בעל תואר ראשון בהנדסת מכונות ותואר שני במינהל עסקים: "החוק השלישי של ניוטון נכון רק לגופים סטטיים. אם אחד הגופים מתחיל לנוע כתוצאה מהאינטראקציה, אז החוק כבר אינו נכון. נניח למשל שאני דוחף עגלה בכוח בן עשרה ניוטון, אז שלושה ניוטון למשל, הולכים כדי להקנות תאוצה לעגלה, ושבעה ניוטון הולכים כדי להתגבר על החיכוך. לכן הכוח שהעגלה תפעיל עלי יהיה רק בן שבעה ניוטון".

הסטודנט נשאל: "נניח כי הינך דוחף קיר בכוח בן עשרה ניוטון. מהו גודלו של הכוח שהקיר יפעיל עליך?"

תשובת הסטודנט: "עשרה ניוטון".

הסטודנט נשאל שוב: "ונניח שלקיר יש גלגלים, הוא ניצב על רצפה די חלקה, ונע כתוצאה מן הדחיפה. האם הכוח שקיר היה מפעיל עליך היה בן עשרה ניוטון, קטן מעשרה ניוטון או גדול מעשרה ניוטון?"

תשובת הסטודנט: "כמובן קטן מעשרה ניוטון".

קושי 3 - הסברים שגויים של הנעה רקטית.

הסבר נוסף: הנעה רקטית מבוססת על כך שגז הנהדף מן הרקטה דוחף את האוויר שבו נעה הרקטה, וכתגובה האוויר שבו נעה הרקטה מפעיל כוח על הרקטה, ומאפשר את תנועתה.

דוגמה:

גוף מונע	הסבר לקוי
בלון מנופח שפייתו שוחררה.	הבלון נע כיוון שהאוויר הנפלט ממנו דוחף את האוויר שבחדר, והאוויר שבחדר דוחף את הבלון.

לפני שנעמוד על סיבה אפשרית לקושי 3, נדון מעט בהנעת גופים: החוק השני של ניוטון שולל את האפשרות שגוף יניע את עצמו, כלומר יביא את עצמו ממנוחה לתנועה, ולאחר מכן יקזז כוחות המתנגדים לתנועה, כגון חיכוך, וכך תימשך התנועה. כדי שגוף יונע חייב לפעול עליו **כוח חיצוני**, כלומר כוח שיפעיל עליו **גוף אחר**.

הנעה מתקיימת בהתאם לחוק השלישי של ניוטון: כיוון שגוף אינו יכול להזיז את עצמו על-ידי הפעלת כוחות על עצמו (בדומה לברון מינכהאוזן שמשך את עצמו בשערותיו וכך חילץ את עצמו ואת סוסו מהבוץ), **הגוף דוחף אחורה גוף שני**. הגוף השני דוחף קדימה את הגוף הראשון, וכוח זה מאפשר את תנועתו של הגוף הראשון.

(ובחיוך: יש המשתמשים ברעיון זה גם בחיי היום-יום: הדרך להתקדם בחיים, הם גורסים, היא לדרוך על אחרים.) בדרך כלל "הגוף השני" הוא איזשהו גוף **חיצוני**, שאינו חלק מהגוף המונע: כך למשל אנשים, בעלי חיים ומכונות נעים על-ידי כך שהם דוחפים את הקרקע אחורה, והקרקע דוחפת אותם "קדימה". בדוגמאות אלה "הגוף השני" הוא הקרקע.

סירות ושחיינים מתקדמים על-ידי כך שהם דוחפים מים לאחור, והמים דוחפים אותם קדימה. "הגוף השני" הוא המים. ציפורים, מסוקים ומטוסים בעלי מדחפים, דוחפים אוויר אחורה, וכתגובה האוויר דוחף אותם "קדימה". כאן "הגוף השני" הוא האוויר.

סיבה אפשרית לקושי 3: אינטואיציה הניבנית על הכרת תנועות מחיי יום-יום, קושרת הנעה עם דחיפת גוף חיצוני, שהוא אינו חלק מהגוף המונע. ייתכן שזו תשובה לשאלה מדוע אנשים מפרשים בשגגה גם את התקדמות הרקטה על-ידי דחיפה של גוף חיצוני שאינו קשור לרקטה - האוויר שבו מתקדמת הרקטה. רקטה מתקדמת גם בריק - לדוגמה בחלל שמחוץ לאטמוספירה של כדור הארץ. זו הוכחה שהנעתה אינה מבוססת על האוויר שלפעמים נמצא בסביבה.

קושי 4 - אי הבנה של המושג "אינטראקציה" המתבטאת בקביעה שגויה:

שני כוחות הפועלים על אותו גוף, ואשר נמצאים על אותו קו פעולה, מנוגדים בכיוונם ושווים בגודלם הם כוחות "פעולה" ו"תגובה".

דוגמה:

גוף והכוחות הפועלים עליו	תפיסה מוטעית
ספר מונח על שולחן; הכוחות הפועלים עליו הם כוח הכובד והכוח הנורמלי.	כוח הכובד והכוח הנורמלי הם כוחות ה"פעולה" וה"תגובה".

סיבה אפשרית לקושי 4: העדר הבנה של המושג **אינטראקציה** בין שני גופים, שעל פיה **כל אחד משני הגופים מפעיל כוח על הגוף האחר**, וכי החוק השלישי של ניוטון מתייחס לשני כוחות אלה. התודעה ממוקדת רק בעובדה שמדובר בכוחות שווים בגודלם ומנוגדים בכיוונם.

קושי 5 - קושי בבחירת המערכת הנכונה, שביטוי:

חוסר יכולת להסביר מדוע גוף מצליח להזיז גוף אחר, למרות ששני הגופים מפעילים זה על זה כוחות שווים בגודלם ומנוגדים בכיוונם.

דוגמה:

מציבים	הקושי
סוס מושך עגלה.	להסביר מדוע הסוס מצליח למשוך את העגלה למרות שהכוח שבו הסוס מושך את העגלה שווה בגודלו לכוח שבו העגלה מושכת את הסוס, ומנוגד לו בכיוונו.
שתי קבוצות מתחרות ב"משיכת חבל"	להסביר מדוע אחת הקבוצות יכולה לנצח.
שני ילדים מתחרים ב"הורדת ידיים".	להסביר מדוע אחד הילדים יכול לנצח.

סיבה אפשרית לקושי 5: היעדר מודעות או יכולת לעבור מהתבוננות במערכת בת שני גופים הנמצאים באינטראקציה, למערכת של אחד משני הגופים, ולניתוח **כל הכוחות החיצוניים הפועלים עליו**.

דידקטיקה של הוראת החוק השלישי של ניוטון

אנו מציעים להורות את החוק השלישי של ניוטון בשני צעדים:

צעד ראשון: בניית המושג אינטראקציה. צעד זה נועד להקנות הבנה איכותית של המושג "אינטראקציה", כלומר לאפשר לתלמיד להבין כי כאשר גוף א מפעיל כוח על גוף ב, אזי גם גוף ב מפעיל כוח על גוף א.

הבנה כזו ניתן לרכוש על-ידי בחינת אינטראקציות פשוטות, המוכרות לתלמיד מחיי היום-יום, ורצוי כאלה שהוא חווה על גופו; יש לזהות את הגופים המשתתפים באינטראקציה, את הכוחות, על איזה גוף פועל כל כוח, ואיזה גוף מפעיל כל כוח.

דוגמאות לאינטראקציות פשוטות:

- א. נער העומד על גלגילות דוחף קיר
- ב. נער העומד על גלגילות זורק כדור בכיוון אופקי.
- ג. שני אנשים יושבים על קרוניות - כל אחד על קרונית אחרת, ואחד האנשים דוחף את חברו בגבו. (יש ספקי ציוד להוראת הפיזיקה שמוכרים קרוניות מתאימות לכך).
- ד. נער קופץ מסירה למזח.

את אינטראקציות א-ג המתוארות לעיל מומלץ להדגים בכיתה.

ניתוח איכותי מסוג זה עשוי להפחית את מספר הלומדים שלהם קושי 4.

מוצע לערוך גם דיון איכותי בדרכי התנועה של האדם, בעלי חיים וכלי תחבורה: הליכה של אדם, נסיעת מכונית, שחייה של אדם ושל דגים, טיסות מטוס בעל מדחפים, תנועת מסוק, מעוף ציפור, תנועת חללית בחלל וכיו"ב.

אנו ממליצים שלא להשתמש במונחים המקובלים "פעולה" - "Action" ו-"תגובה" - "Reaction" (למרות שניוטון עצמו טבע אותם), אלא לדבר על **"כוחות האינטראקציה"**.

מורה יוכל להתבטא למשל כך: "אדם דוחף קיר בכוח מסוים. מהו הכוח האחר של האינטראקציה בין האדם לבין הקיר?", במקום לשאול: "אדם דוחף קיר בכוח מסוים. מה התגובה לכוח זה?". לאחר בניית המושג "כוחות אינטראקציה" מוצע לבחון את כיווני הכוחות שפעלו בדוגמאות שנדונו, ולהיווכח כי הכוחות **מנוגדים בכיוונם**.

צעד שני: ביצוע ניסויים המצביעים על כך שהכוחות המשתתפים באינטראקציה **שווים בגודלם**. ניתן להראות את השוויון בין גדלי כוחות אינטראקציה על-ידי הניסויים המוצגים בספר לתלמיד כרך א, עמודים 170-171.

ד. מתיחות בקפיץ:

1. לגבי השימוש בקפיץ כמד כוח, מומלץ להדגיש כי האלסטיות של הקפיץ היא המאפשרת את הפיכתו למד כוח; האופי הלינארי אמנם מקל על הכיול, אולם אינו חובה לשימוש כמד כוח.

2. לגבי חוק הוק אפשר בתחילה לנסח אותו באופן המוצג בעמוד 160 בכרך א של הספר לתלמיד, כלומר להתייחס לקשר בין כוח שפועל בקצה קפיץ לבין התארכותו. אבל, לאחר לימוד כוח מתיחות, מומלץ לאמץ את הניסוח שבעמוד 184 בספר זה, בדבר הקשר בין הכוח שפועל בכל אחד מקצות קפיץ לבין התארכות הקפיץ. חשוב שתלמיד יזכור שדינמומטר מורה 1 ניוטון כאשר כל קצה שלו נמשך בכוח בן 1 ניוטון.

ה. חישוב גודלו של כוח החיכוך הסטטי

תלמידים נוטים לחשב את גודלו של כוח החיכוך הסטטי באמצעות הנוסחה $f_s = \mu_s N$, למרות שקשר זה תקף רק לחיכוך הסטטי כאשר הגוף נמצא על סף התנועה (חיכוך סטטי מרבי). חשוב שתלמידים יפנימו שבניגוד לרוב הגדלים הפיזיקליים האחרים, לגודלו של כוח החיכוך הסטטי אין ערך מסוים, אלא טווח ערכים אפשרי: $0 \leq f_s \leq \mu_s N$. שוויון ל- $\mu_s N$ מתקיים רק על סף התנועה. כאשר הגוף אינו על סף התנועה אפשר לחשב את גודלו בעזרת החוק הראשון של ניוטון.

הערה: קישורים לאתרים הכוללים יישומונים בכוחות ומצבי התמדה מוצגים בהערות הדידקטיות לפרק ד (החוק השני של ניוטון).

2. פתרונות תרגילי הפרק עם הערות דידקטיות ייעודיות לתרגילים

1. א. המזוודה "נזרקת" ביחס לצופה הנמצא בתוך האוטובוס. אילו לא היה חיכוך בין המזוודה לבין רצפת האוטובוס - המזוודה היתה מתמידה וממשיכה לנוע ביחס לכביש במהירות שהיתה לה לפני הבלימה.
 ב. החיכוך שרצפת האוטובוס מפעילה על המזוודה הוא כוח הפועל על המזוודה בכיוון מנוגד לתנועתה, וגורם להקטנת מהירותה. רגלי נוסע, או הדופן הקידמית של האוטובוס, מפעילות על המזוודה כוח בכיוון מנוגד לכיוון תנועתה. כוח זה בולם את תנועת המזוודה, והיא נעצרת ביחס לאוטובוס.
2. א. תפקיד חגורת הבטיחות במכונית: בשעת בלימה פתאומית וחזקה של המכונית, הנהג והנוסעים מתמידים במהירות שהיתה להם לפני הבלימה. לכן הם נעים קדימה ביחס למכונית הנבלמת, ועלולים לפגוע בשימשת המכונית. תפקיד חגורת הבטיחות הוא להפעיל כוח על הנהג ועל הנוסעים בכיוון מנוגד לתנועתם, כך שתנועתם ביחס למכונית תיבלם.
 ב. תפקיד משענת הראש: כאשר רכב פוגע במכונית מאחור, המכונית מגדילה את מהירותה בצורה פתאומית. משענת הכסא מפעילה כוח על גוף הנהג בכיוון התנועה, אך ראשו של הנהג מתמיד בתנועה שהיתה לפני ההתנגשות, והדבר עלול לגרום לשבר בצוואר. משענת הראש מפעילה כוח על הראש, כך שגם הראש ינוע במהירות החדשה של המכונית.
3. רק גוף א מתמיד במצבו, כי רק הוא נע במהירות קבועה הן בגודלה (כלומר בתנועה קצובה), והן בכיוונה (לאורך קו ישר).
4. החוק הראשון של ניוטון אומר שאם לא פועל כוח על גוף אז מהירותו של הגוף קבועה. מכאן, שאם מהירותו של גוף אינה קבועה - סימן שפועל עליו כוח.
 א. מהירותו של גוף הנופל חופשית משתנה (בגודלה). מכאן שפועל עליו כוח.
 ב. מהירותו של הירח משתנה (לפחות בכיוונה), מכאן שפועל עליו כוח.
5. מסלול (3) מתאר נכון את מסלול התנועה של הכדור על פני השולחן. הסבר: כאשר הכדור נע לאורך דופן החישוק, הדופן מפעילה על הכדור כוח, המאלץ אותו לנוע במסלול עקום לאורך החישוק. מרגע שבו הכדור עובר את קצה B של החישוק - הכוחות שעדיין פועלים על הכדור מקזזים זה את זה, והכדור נע על פני השולחן בתנועה קצובה, ולאורך קו ישר. כיוון הקו הישר נקבע על-פי כיוון המהירות שהיתה לכדור ברגע שבו לראשונה כל הכוחות שפעלו עליו קיזזו האחד את האחר, כלומר כשהכדור היה בקצה החישוק B.

6. כתוצאה מפגיעת הצינורית בפני השולחן היא נעצרה, אבל החרוז התמיד בתנועתו, עד לרגע פגיעתו בפני השולחן. באופן כזה החרוז הגיע לשפת הצינורית.

7. דוגמאות לשימוש במילה "כוח" בחיי היום-יום: יפוי-כוח, כוח-רצון, "כוחו של כרטיס זה יפה להצגה הראשונה בלבד", יישר-כוח, כוחות השוק, כוח עליון.

8. א. קפיץ א נוקשה יותר. כדי להאריך את קפיץ ב בשעור של 30 ס"מ לדוגמה, יש לתלות עליו 2 משקולות (כלומר להפעיל כוח בן 6 ניוטון). לעומת זאת, כדי להאריך את קפיץ א באותו שיעור של 30 ס"מ, יש לתלות עליו 3 משקולות (כלומר להפעיל כוח בן 9 ניוטון).

ב. את קבוע הכוח של קפיץ ניתן לבטא כך: $k = \frac{F}{\Delta \ell}$

הגודל ההופכי לשיפוע של כל אחד משני הגרפים מבטא את הקבוע של הקפיץ המתאים. כאשר פועל כוח בן 18 ניוטון (6 משקולות) על קפיץ א, התארכותו היא 0.6 מטר, לכן קבוע הכוח שלו: $k_A = \frac{18}{0.6} = 30 \text{ N/m}$ (קפיץ "נוקשה"). קבוע הכוח של קפיץ ב: $k_B = \frac{12}{0.6} = 20 \text{ N/m}$ (קפיץ "רך"). לקפיץ הנוקשה (קפיץ א) מתאים קבוע כוח גדול יותר.

ג. **פתרון בדרך א:** על פי הגרף, כאשר התארכותו של קפיץ א היא 25 ס"מ, אזי הכוח שיש להפעיל שקול למשקל של 2.5 משקולות, כלומר גודלו 7.5 ניוטון ($2.5 \cdot 3 = 7.5$).

פתרון בדרך ב: חוק הוק לגבי קפיץ א: $F = 30 \cdot \Delta \ell$

כאשר $\Delta \ell$ ו-F ביחידות S.I. כאשר $\Delta \ell = 0.25 \text{ m}$ מקבלים כי $F = 7.5 \text{ N}$.

9. היחס $2 \text{ N}/0.1 \text{ cm}$ מייצג את קבוע הכוח, בניוטון/ס"מ: $k = 20 \text{ N/cm}$

10. **פתרון אלגברי:** באיור א שלהלן מוצגים הכוחות במערכת צירים שבה ציר x נבחר בכיוון

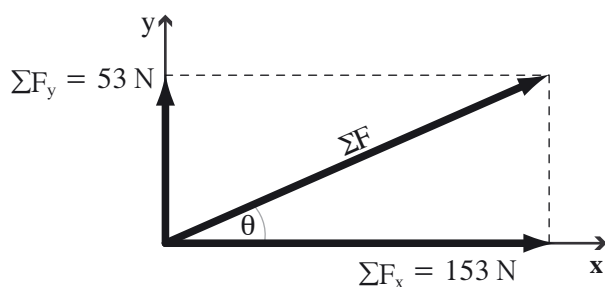
$$\Sigma F_x = F_1 + F_2 \cos 45^\circ = 100 + 75 \cos 45^\circ \approx 153 \text{ N} \quad \text{הכוח } F_1$$

$$\Sigma F_y = F_2 \sin 45^\circ = 75 \sin 45^\circ \approx 53 \text{ N}$$

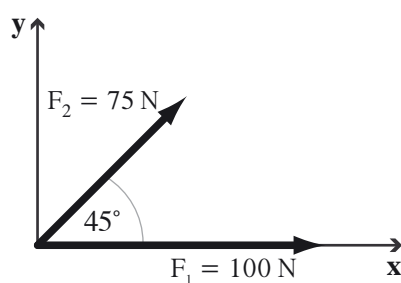
$$\Sigma F = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2} \quad \text{הכוח השקול ורכיביו מתוארים באיור ב לעיל. גודל הכוח השקול:}$$

$$\Sigma F = \sqrt{153^2 + 53^2} = 162 \text{ N}$$

$$\tan \theta = \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x} = \frac{53}{153} \Rightarrow \theta \approx 19.1^\circ \quad \text{כיוון הכוח השקול:}$$

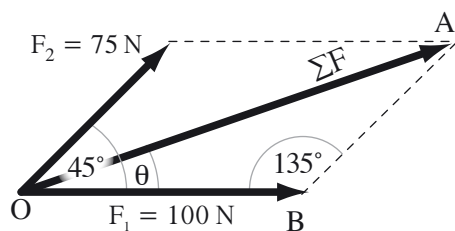


איור ב



איור א

פתרון גאומטרי: באיור ג מוצגים שני הכוחות והכוח השקול:



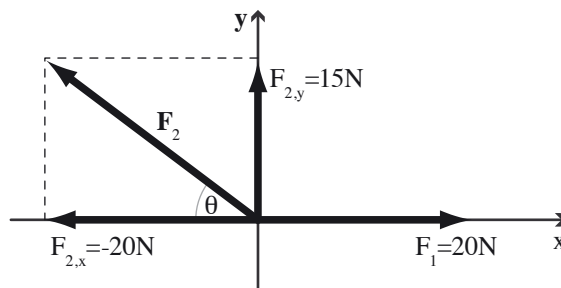
איור ג

משפט הקוסינוסים לגבי משולש OAB: $(\Sigma F)^2 = OB^2 + AB^2 - 2 \cdot OB \cdot AB \cdot \cos 135^\circ$

$$(\Sigma F)^2 = 100^2 + 75^2 - 2 \cdot 100 \cdot 75 \cdot \cos 135^\circ \Rightarrow \Sigma F \approx 162 \text{ N}$$

משפט הסינוסים לגבי משולש OAB: $\frac{AB}{\sin \theta} = \frac{OA}{\sin 135^\circ} \Rightarrow \frac{75}{\sin \theta} = \frac{162}{\sin 135^\circ} \Rightarrow \theta \approx 19.1^\circ$

11. נסמן ב- F_2 את הכוח המבוקש. ל- F_2 צריך להיות רכיב בכיוון (-x) שיקזז את F_1 (גודלו צריך להיות 20 N), ורכיב החיובי של הציר y שגודלו 15 N שיהיה השקול (ראה איור).



$$F_2 = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25 \text{ N}$$

גודלו של F_2 :

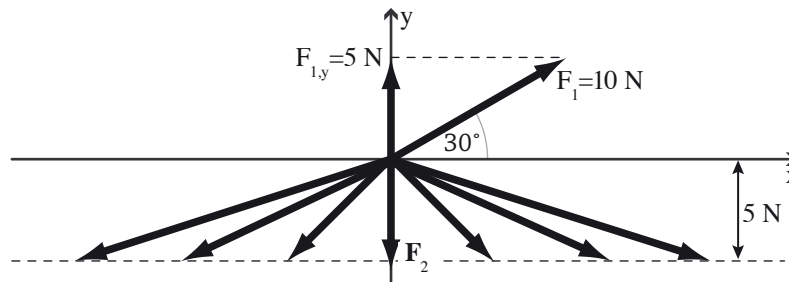
$$\tan \theta = \frac{15}{20} \Rightarrow \theta \approx 36.9^\circ$$

כיוונו של F_2 :

$$180^\circ - 36.9^\circ = 143.1^\circ$$

כיוון F_2 עם הכיוון החיובי של הציר x:

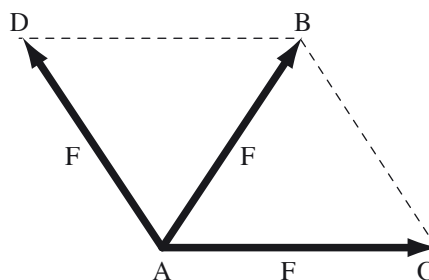
12. א. גודל הרכיב של F_1 בכיוון ציר y הוא 5 N ($F_{1,y} = F_1 \sin 30^\circ = 5 \text{ N}$), וכיוונו ככיוון החיובי של ציר y. כל כוח שיש לו רכיב בכיוון (-y), שגודלו 5 N, מקיים את התנאי שתוצאת חיבורו ל- F_1 היא כוח בכיוון ציר x. באופן גאומטרי ניתן לסרטט קו ישר ב"מרחק" 5 N מתחת לציר x, ובמקביל אליו. כל כוח ש"זנבו" בראשית מערכת הצירים ו"ראשו" על הישר הזה - מקיים את התנאי המבוקש, כמתואר באיור:



מכאן שיש אינסוף כוחות המקיימים את התנאי המבוקש.

ב. מבין אין-סוף הכוחות, הכוח המינימלי הוא זה שמצד אחד מקזז את $F_{1,y}$, ומצד שני אין לו רכיב x. כוח זה מתואר באיור שבסעיף א לעיל ב- F_2 : גודלו 5 N, וכיוונו (-y).

13. באיור מסורטטים שני הכוחות והשקול שלהם. הגדלים של שני הכוחות ושל השקול צריכים להיות שווים ל-F.



המשולשים ABC ו-ABD הם שווי-צלעות, לכן כל הזוויות הפנימיות בכל אחד משני המשולשים שוות ל- 60° . מכאן שהזווית בין שני הכוחות הפועלים על הגוף שווה ל- 120° .

14. הכוחות הפועלים על הגוף מקיימים $\sum F_x = 0$ וגם $\sum F_y = 0$. כלומר הכוח השקול שווה לאפס, לכן הגוף מתמיד במצבו.

אי-אפשר לקבוע על-פי המידע הנתון אם הגוף נע או נח, כי כל זמן שהכוח השקול שווה לאפס מהירות הגוף אינה משתנה, אך היא יכולה להיות שווה לאפס או שונה מאפס.

15. א. לפני שחרור הכדור, מהירותו היתה שווה כמובן למהירות הספינה. בין רגע שחרור הכדור לבין רגע פגיעתו, לא פועל עליו כוח אופקי (או כוח שיש לו רכיב אופקי), לכן **הרכיב האופקי של מהירות הכדור אינה משתנה** - היא שווה למהירות הספינה. כלומר לכדור ולספינה אותה מהירות אופקית. לכן הכדור נע לאורך התורן, והמרחק בין ההיטל על הסיפון של נקודת השחרור לבין נקודת הפגיעה בסיפון שווה לאפס.

ב. אם התנגדות האוויר אינה ניתנת להזנחה - יפעל על הכדור כוח שיש לו רכיב בכיוון מנוגד למהירות המכוונת מזרחה, לכן המהירות האופקית מזרחה של הכדור תהיה קטנה ממהירות הספינה (הנעה מזרחה). לכן נקודת הפגיעה תהיה מערבית לנקודת הפגיעה לעומת המקרה שניתן להזניח את התנגדות האוויר.

פלאג (פלאג):

פלאגים המספריים בשאלה אינם נדרשים לצורך הפלאג.

ניגן אפדלים אג פפליקה "אדלי גאן", בפנחה פפלדג פאלוי, באמצעלג כדור פפלחור מקצה מוט פפלחור אקלויג נלה. בפלאם שלפן מוצלג מלככ ככל של חכר PASCO מארה"ב:



16. הסיבה לתפיסה זו היא האינטואיציה שמתפתחת אצל כל אחד מאיתנו במהלך חייו, כתוצאה מהתנסויותינו היום-יומיות. דוגמה להתנסות כזו: כאשר אנו מושכים כיסא - הכיסא נע, וכאשר אנו מפסיקים למשוך אותו - הכסא נעצר תוך זמן קצר. הפסקת המשיכה מתפרשת (בטעות) כביטול כל הכוחות הפועלים על

הכסא; חלק גדול מהאנשים אינם מודעים שלאחר הפסקת פעולתו של הכוח שמשך את הכסא, עדיין פועל על הכסא במהלך תנועתו כוח חיכוך המופעל עליו על ידי הרצפה, וכי כוח זה מנוגד לכיוון תנועת הכסא. מי שלא למד את הנושא, אינו מודע לכך שהחיכוך הוא כוח הפועל על גופים, בדומה לכוח שאנו מפעילים על כסא.

17. א. בתנאי השאלה אפשר להזניח את התנגדות האוויר ולכן המהירויות האופקיות של הרכבת ושל החפץ שוות, לכן החפץ יפגע בדיוק ב-A.

ב. הרכיב האופקי של מהירות החפץ קבועה, והוא שווה למהירות הרכבת ברגע שהחפץ נשמת. כיוון שהרכבת מגבירה את מהירותה, מהירות הרכבת גדולה בכל רגע ממהירות החפץ, לכן החפץ יפגע דרומית ל-A.

ג. המצב דומה לזה שמתואר בתשובה ל-ב, אלא שהרכבת מקטינה את מהירותה, לכן מהירותה בכל רגע קטנה ממהירות החפץ, לכן החפץ יפגע צפונית ל-A.

18. המשפט הנכון הוא (4), על-פי החוק השלישי של ניוטון.

19. הסיבה לתפיסה זו היא שאנו רואים את תוצאות ההתנגשות, אולם איננו רואים את הכוחות שפעלו במהלך ההתנגשות, וגרמו לתוצאות אלה. תוצאות ההתנגשות בדרך-כלל אינן סימטריות - המכונית הקטנה יכולה לההרס, ואילו הנזק למשאית יכול להיות הרבה יותר קטן. הנטייה הטבעית של בני האדם היא להשליך ממה שהם רואים (במקרה שלנו - תוצאות ההתנגשות) על מה שהם אינם רואים (במקרה שלנו - הכוחות). לכן הם נוטים לומר שהכוח שהמשאית הפעילה על המכונית גדול מהכוח שהמכונית הקטנה הפעילה על המשאית.

20. המשפט הנכון הוא (2).

21. א. המתיחות בנקודה C היא 13 ניוטון. כדי לראות זאת מסתכלים על מערכת המורכבת מן הגוף והחבל: על מערכת זו פועל כלפי מטה כוח כובד שגודלו 13 ניוטון, וכלפי מעלה כוח מתיחות. המערכת במנוחה, לכן הכוח השקול הפועל עליה שווה לאפס, לכן כוח מתיחות ב-C הוא 13 ניוטון.

באופן דומה מוצאים כי מתיחות ב-B שווה ל-11.5 ניוטון ("המערכת" כאן היא הגוף ומחצית החבל) וכי המתיחות ב-A היא 10 ניוטון.

ב. מתיחות החוט ב-C שווה למתיחות החבל ב-C, כלומר ל-13 ניוטון. גם מתיחות החוט ב-D וב-E שוות ל-13 ניוטון. (כדי למצוא את המתיחות ב-D ניתן להסתכל למשל על חלק החוט (CD).

ג. החבל אינו מאופיין על ידי ערך אחד של מתיחות, כי המתיחות משתנה מנקודה לנקודה לאורכו. מתיחות החוט אחידה לכל אורכו, לכן ניתן לומר כי מתיחות החוט היא 13 ניוטון.

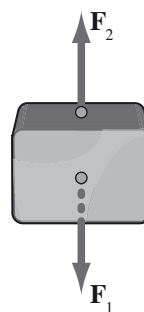
22. א. כוח בן 2 ניוטונים מופעל על הגוף כלפי מטה על-ידי הארץ.
 ב. התגובה לכוח (א) היא כוח בן 2 ניוטונים המופעל על הארץ על-ידי הגוף וכיוונו כלפי מעלה.
 ג. על הגוף מופעל כוח כלפי מעלה שגודלו 2 ניוטונים על ידי החוט.
 ד. העובדה כי כוחות (א) ו- (ג) שווים ומנוגדים נובעת מחוק ההתמדה (החוק הראשון של ניוטון).
 ה. על החוט מופעל כוח כלפי מטה על-ידי הגוף וגודלו 2 ניוטונים.
 ו. העובדה כי כוחות (ג) ו- (ה) שווים ומנוגדים נובעת מהחוק השלישי של ניוטון.
 ז. על החוט מופעל כוח כלפי מעלה שגודלו 2 ניוטונים על ידי התקרה.
 ח. העובדה כי כוחות (ה) ו- (ז) שווים ומנוגדים נובעת מחוק ההתמדה.
 ט. התגובה לכוח (ז) היא כוח המופעל על התקרה על-ידי החוט. כיוונו כלפי מטה וגודלו 2 ניוטונים.
 י. גודל הכוח השקול הפועל על החוט שווה ל- 0.
 י"א. מתיחות החוט שווה ל- 2 ניוטונים.

23. הוריית הדינמומטר היא 12 N (אפשרות (1)).

24. א. התיבה והכוחות הפועלים עליה (איור א):



איור ב



איור א

- F_1 - מפעיל כדור הארץ (כוח הכובד).
 F_2 - מפעיל הדינמומטר (כוח מתיחות).

ב. המאזניים והכוחות הפועלים עליהם מוצגים באיור ב לעיל.

F_3 - מפעיל החוט הקושר את התיבה לדינמומטר (כוח מתיחות).

F_4 - מפעיל החוט הקושר את הדינמומטר לוו.

ג. $F_1 = F_2$ (חוק ההתמדה עבור התיבה)

$F_2 = F_3$ (החוק השלישי של ניוטון בנקודת החיבור בין התיבה לדינמומטר)

$F_3 = F_4$ (חוק ההתמדה עבור הדינמומטר)

הגדלים של כל ארבעת הכוחות שווים ל- 12 ניוטון.

ד. הוריית המאזניים היא 12 ניוטון.

ה. 12 ניוטון, כי גם במצב הקודם על מאזני הקפיץ פעלו שני כוחות בגודל 12 N בשני קצותיו (איור ב).

25. החוט לא יקרע, כי מתיחותו תהיה 90 ניוטון בלבד.

26. מתיחות החוט היא 10 ניוטון (אפשרות (3)).

כדי להיווכח בכך, אפשר להתבונן בכוחות הפועלים על אחד הגופים התלויים: כוח כובד שגודלו 10 ניוטון וכיוונו מטה, וכוח מתיחות שכיוונו מעלה. כיוון שהגוף במצב התמדה - הכוח השקול צריך להיות אפס, לכן המתיחות היא 10 ניוטון.

27. א. גודלו של F הוא 7 ניוטונים; אם דינמומטר (נח) מורה 7 ניוטונים סימן שכל אחד מקצותיו נימשך בכוח שגודלו 7 ניוטונים.

ב. כל אחד מן הדינמומטרים D_2 ו- D_3 מורה 7 ניוטונים, כי מתיחות החוט קבועה לכל אורכו. כדי למצוא את המתיחות של דינמומטר D_4 נתבונן בכוחות שפועלים על הגלגלת הנייחת (העליונה): פועלים עליה שני כוחות כלפי מטה – גודלו של כל אחד הוא 7 ניוטונים, וכוח יחיד כלפי מעלה. כיוון שהגלגלת במנוחה - גודלו של הכוח הפועל עליה כלפי מעלה הוא 14 ניוטון. מכאן שהוראת הדינמומטר D_4 היא 14 ניוטונים.

ג. כדי למצוא את משקלו של הגוף A נתבונן תחילה בכוחות שפועלים על הגלגלת התחתונה. כלפי מעלה פועלים שני כוחות - כל אחד מהם בן 7 ניוטונים. כלפי מטה פועל כוח אחד (כוח המתיחות בחוט הקושר את הגלגלת והגוף A). הגלגלת במנוחה, לכן גודלו של הכוח הפועל כלפי מטה הוא 14 ניוטון. משקלו של החוט הקושר את הגלגלת לגוף A ניתן להזנחה, לכן המתיחות לאורכו אחידה, והוא מפעיל על הגוף A כוח בן 14 ניוטון כלפי מעלה. בנוסף לכוח זה פועל על הגוף A כוח הכובד כלפי מטה. הגוף במנוחה, לכן כוח הכובד הפועל עליו הוא בן 14 ניוטון.

28. **איור א בגוף השאלה:** נבחר כ"מערכת" את הגוף. נציג במערכת צירים את הכוחות הפועלים עליו (איור א להלן). מתיחות החוט האנכי, T_3 , שווה בגודלה למשקל הגוף התלוי.

הגוף במנוחה לכן: $\sum F_x = 0 \Rightarrow T_1 \cos 60^\circ - T_2 \cos 30^\circ = 0$

$\sum F_y = 0 \Rightarrow T_1 \sin 60^\circ + T_2 \sin 30^\circ - 100 = 0$

פתרון מערכת שתי המשוואות: $T_1 \approx 86.6 \text{ N}$; $T_2 = 50 \text{ N}$

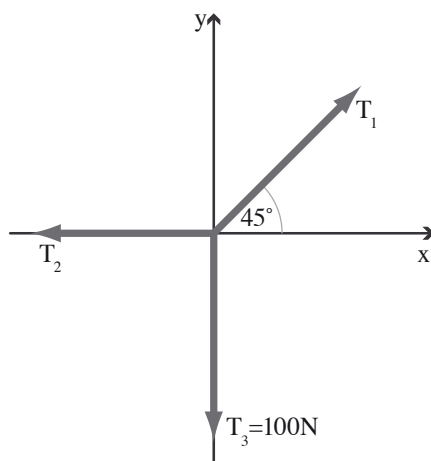
איור ב בגוף השאלה: נבחר כ"מערכת" את הקשר O. נציג את הכוחות הפועלים עליו במערכת צירים (איור ב להלן).

מתיחות T_3 בחוט התחתון שווה ל- 100 N , כי הגוף במנוחה, ומשקל החוט ניתן להזנחה.

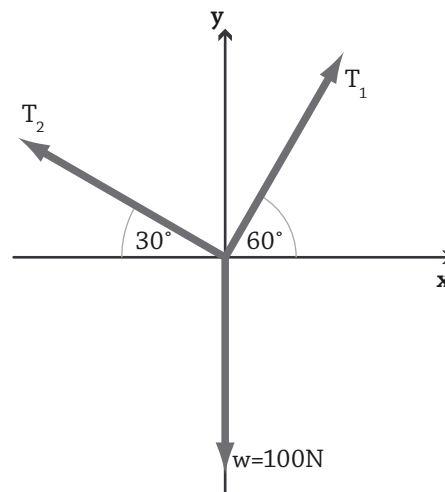
הקשר O במנוחה לכן: $\sum F_x = 0 \Rightarrow T_1 \cos 45^\circ - T_2 = 0$

$\sum F_y = 0 \Rightarrow T_1 \sin 45^\circ - 100 = 0$

פתרון מערכת המשוואות: $T_2 = 100 \text{ N}$; $T_1 = 141.4 \text{ N}$



איור ב



איור א

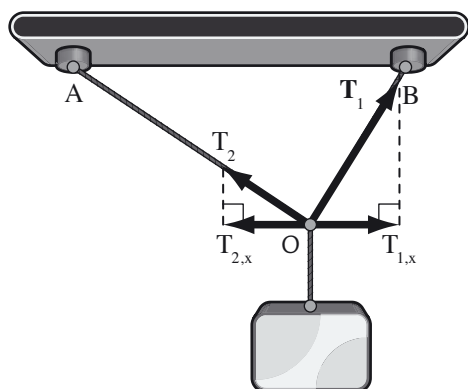
29. נסמן ב- T_1 את המתיחות ב- OB, וב- T_2 את המתיחות ב- OA. נפתור בדרך גאומטרית. כיוון

שהקשר במנוחה, חייב להתקיים: $\sum F_x = 0 \Rightarrow T_{1,x} = T_{2,x}$

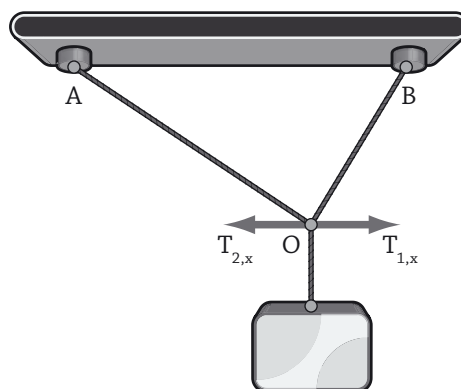
כמתואר באיור א להלן.

כדי לסרטט את T_1 ו- T_2 , נעלה מקצות הרכיבים $T_{1,x}$ ו- $T_{2,x}$ אנכים, עד שהם ייפגשו בהתאמה עם OB ו- OA כמתואר באיור ב שלהלן.

(במשולש AOB מול הצלע הגדולה נמצאת הזווית הגדולה), לכן הזווית בין OB לבין $T_{1,x}$ גדולה מן הזווית שבין OA ל- $T_{2,x}$, לכן: $T_1 > T_2$. כלומר, מתיחות החוט הקצר גדולה יותר.



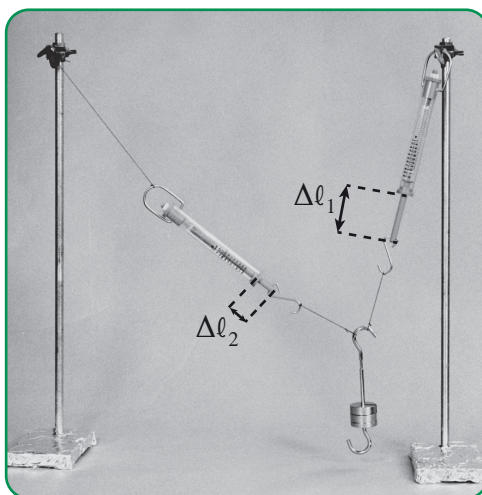
איור ב



איור א

הקירוב והאנאלי:

כדאי להבחין במצב גבוהי שבו החוט OA ארוך בהרבה מהחוט BO. במקרה כזה, ברור מהתאוריה יום-יומית שהחוט OB "נאלץ" כמעט אפילו, והחוט OA כמעט ואינו נאלץ אלא מהמשקולת; במצב קיצוני זה מתיחה החוט OB שווה בקירוב למשקל המשקולת, ומתיחה החוט OA שווה בקירוב לאפס. ניגן אפדלים אחר המצב באופן נסיוני:



איור ג

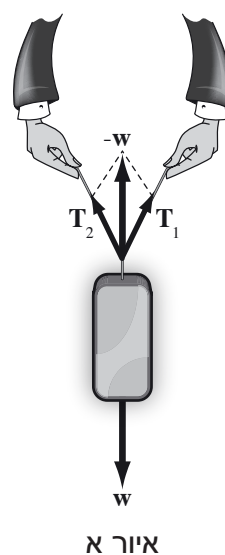
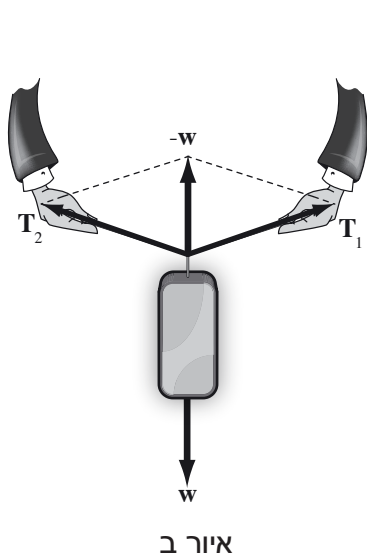
ראים באיור ג שההארכה Δl_1 , של הדינמומטר שיוצר זווית קטנה עם הכיוון האנכי, גדולה מההארכה Δl_2 .

30. ככל שהמרחק בין הידיים גדל (כלומר ככל שזווית הפרישה של החוט גדלה) - גדלה מתיחות החוט, עד שבזווית מסוימת המתיחות מגיעה לסף הקריעה, ואז החוט נקרע.

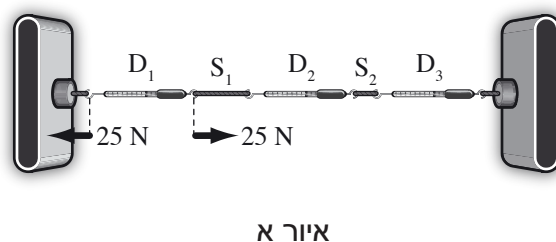
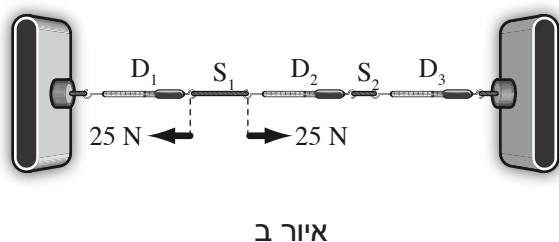
נראה זאת באופן גאומטרי: נסרטט את כוח הכובד w הפועל על המשקולת. השקול של כוחות המתיחות ששני חלקי החוט מפעילים על המשקולת צריך לקזז את w . כדי למצוא באופן גאומטרי את כוחות המתיחות, נסרטט את הווקטור $-w$: מהקצה שלו נסרטט קווים מקבילים לחוטים, וכך נמצא חצים המייצגים את מתיחות החוטים.

אפשר לראות, כי באיור ב להלן (שבו הזווית גדולה) כוח המתיחות גדול מאשר באיור א, שבו הזווית קטנה).

תרגיל: מומצא אפדלים אג פניסוי בגרליו זה באמצעלח חוט גפירה ומשקולת בג כ-300 גרם.



31. א. כל אחד מן הדינמומטרים D_2 ו- D_3 מורה על 25 ניוטון.
הסבר: מהנתון שהדינמומטר D_1 מורה 25 ניוטון, נסיק כי כל אחד מקצותיו נמשך בכוח של 25 ניוטון, כמתואר באיור א להלן.

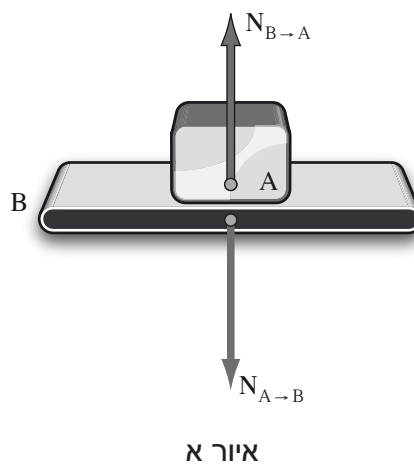
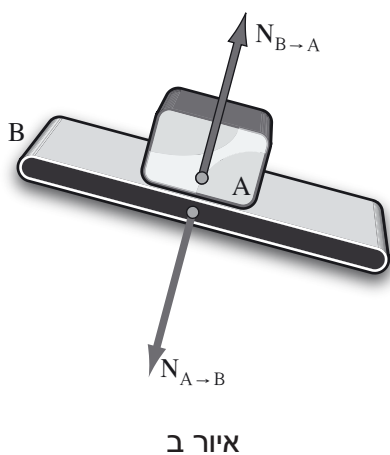


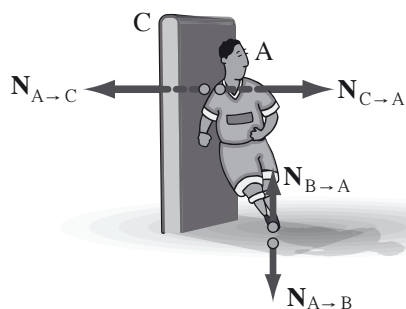
נבחן את האינטראקציה בין החוט S_1 לבין הדינמומטר D_1 : מושך את הדינמומטר D_1 בכוח 25 N ימינה, ועל-פי החוק השלישי של ניוטון - הדינמומטר מושך את S_1 בכוח 25 N שמאלה. נתבונן עתה בחוט S_1 : החוט נמשך בכוח 25 N שמאלה. כיוון שהוא שרוי במנוחה, נסיק, על-פי חוק ההתמדה, כי הוא נמשך בכוח 25 N ימינה, כמתואר באיור ב לעיל. כאשר ממשיכים בתהליך, נוכחים שכל אחד מן הדינמומטרים נמשך בכל קצה בכוח של 25 N . מכאן שכל אחד מהם מורה 25 N .

ב. המתיחויות בשני החוטים הן 25 N ניוטון.

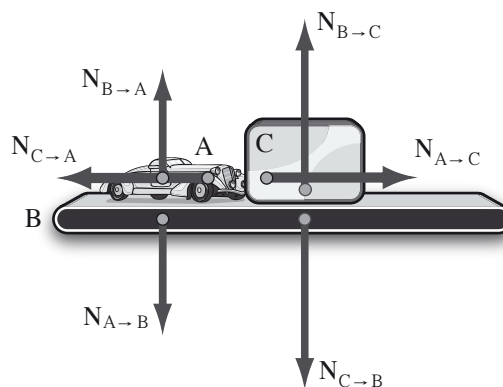
32. א. כוח 10 N ניוטון מופעל כלפי מטה על הספר על ידי הארץ.
 ב. כוח 10 N ניוטון מופעל כלפי מעלה על הספר על ידי השולחן.
 ג. לא, אלה שני כוחות הפועלים על אותו גוף.
 ד. התגובה לכוח (א) הוא כוח 10 N ניוטון המופעל על הארץ על-ידי הספר וכיוונו מעלה.
 ה. התגובה לכוח (ב) היא כוח 10 N ניוטון המופעל על השולחן על-ידי הספר וכיוונו מטה.
 ו. העובדה כי כוחות (א) ו- (ב) שווים ומנוגדים נובעת מהחוק הראשון של ניוטון (חוק ההתמדה).
 ז. העובדה כי כוחות (ב) ו- (ה) שווים ומנוגדים נובעת מהחוק השלישי של ניוטון.

33. א. כיווניהם של הכוחות הנורמליים:





איור ד

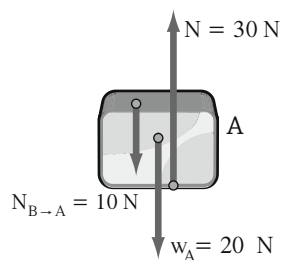


איור ג

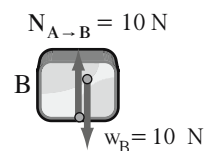
34. א. הכוחות הפועלים על גוף B:

שם הכוח	הגוף המפעיל את הכוח	כיוון הכוח	גודל הכוח (N)
כובד (w_B)	הארץ	מטה	10
נורמלי ($N_{A \rightarrow B}$)	גוף A	מעלה	10

תרשים הכוחות הפועלים על גוף B מוצג באיור א להלן. שני הכוחות שווים בגודלם על פי חוק ההתמדה.



איור ב



איור א

ב. הכוחות הפועלים על גוף A:

שם הכוח	הגוף המפעיל את הכוח	כיוון הכוח	גודל הכוח (N)
כובד (w_A)	הארץ	מטה	20
נורמלי ($N_{B \rightarrow A}$)	גוף B	מטה	10
נורמלי (N)	השולחן	מעלה	30

תרשים הכוחות הפועלים על גוף A מוצג באיור ב לעיל.

35. במצבים א - ד נפתור ביחס לציר y אנכי שכיוונו חיובי כלפי מעלה.

א. בכיוון אנכי גוף A נמצא במנוחה, לכן:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F + N - w = 0$$

$$N = w - F = 10 - 8 = 2 \text{ N}$$

ב.

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N - F - w = 0$$

$$N = F + w = 8 + 10 = 18 \text{ N}$$

ג.

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N + F \sin 30^\circ - w = 0$$

$$N = w - F \sin 30^\circ = 10 - 8 \cdot \frac{1}{2} = 6 \text{ N}$$

ד.

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N - w - F \sin 30^\circ = 0$$

$$N = w + F \sin 30^\circ = 10 + 8 \cdot \frac{1}{2} = 14 \text{ N}$$

ה. גוף A נמצא במנוחה בכיוון ניצב למשטח המשופע, לכן בכיוון זה (הכיוון החיובי של ציר y)

הכוח השקול הפועל עליו שווה לאפס:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N - w \cos 30^\circ = 0$$

$$N - 10 \cos 30^\circ = 0 \Rightarrow N \approx 8.6 \text{ N}$$

36. א. כוח החיכוך שווה לאפס.

ב. נחשב תחילה את כוח החיכוך הסטטי המרבי:

$$f_{s, \max} = m \cdot N = m \cdot w = 0.3 \cdot 10 = 3 \text{ N}$$

כוח אופקי שיביא את הגוף לסף התנועה הוא בן 3 N. אם פועל כוח אופקי בן 2 N - הגוף נשאר במנוחה וכוח החיכוך הסטטי יהיה 2 N.

ג. על-פי האמור בתשובה לסעיף ב, כוח בן 3 ניוטון יביא את הגוף לסף התנועה, לכן כל כוח הגדול מ-3 ניוטון יביא את הגוף לידי לתנועה.

ד. כאשר כוח אופקי בן 5 ניוטון יופעל על הגוף, הגוף ינוע, וגודל כוח החיכוך הקינטי יהיה:

$$f_k = m \cdot N = m \cdot w = 0.3 \cdot 10 = 3 \text{ N}$$

הגוף לא יתמיד במצבו, כי בכיוון אופקי:

$$\sum F_x = F - f_k = 5 - 3 = 2 \text{ N} \neq 0$$

כלומר שקול הכוחות אינו שווה לאפס.

37. נחשב תחילה את הכוח האופקי שיש להפעיל על גוף A כדי שגיע לסף התנועה:

$$f_{s, \max} = m \cdot N$$

$$N - w = 0$$

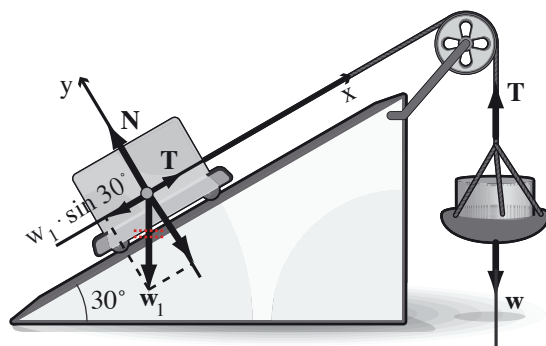
$$f_{s, \max} = m \cdot w \Rightarrow f_{s, \max} = 0.25 \cdot 50 \Rightarrow f_{s, \max} = 12.5 \text{ N} \quad \text{לכן:}$$

א. משקל הגוף B הוא רק 10 N, והוא אינו יכול להביא את הגוף A לידי תנועה, לכן כל המערכת נשארת במנוחה.

על הגוף A פועל כוח מתיחות החוט בן 10 N, לכן גם כוח החיכוך שווה ל-10 N.

ב. כוח בן 12.5 N יביא את הגוף לסף התנועה. לכן המשקל המרבי שאפשר לתלות במקום B, כך שהמערכת תשאר עדיין במנוחה, הוא 12.5 N.

38. א. נתבונן בכוחות הפועלים על הסלסלה:



נסמן w - משקל הסלסלה: w_1 - משקל הקרונית.

הסלסלה מתמידה במצבה (מהירותה קבועה) לכן: $sF_y = 0 \Rightarrow w - T = 0 \Rightarrow T = w$ (א)

עתה נתבונן בכוחות הפועלים על הקרונית (ראה איור לעיל). נבחר ציר x בכיוון מעלה המשטח

המשופע, וציר y ניצב לו. $sF_x = 0 \Rightarrow T - w_1 \sin 30^\circ = 0 \Rightarrow T - 20 \sin 30^\circ = 0$ (ב)

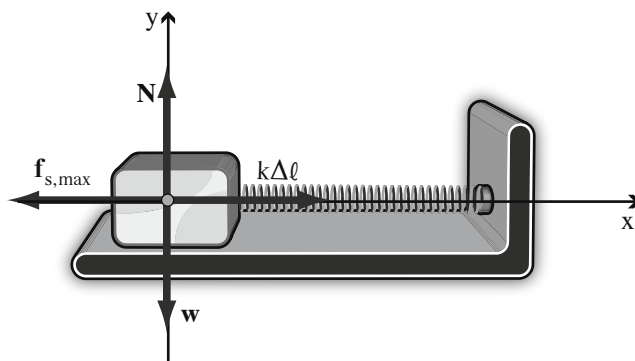
נציב את (א) ב-(ב): $w - 20 \sin 30^\circ = 0 \Rightarrow w = 10 \text{ N}$

ב. עליו להניח את ידו על הקרונית ולעצור אותה, אחר-כך לתת לה דחיפה בכיוון המורד, ולהרפות ממנה.

39. האפשרות הנכונה היא (1).

40. כאשר מסיטים את הגוף שמאלה - הקפיץ מתארך, ומפעיל על הגוף כוח ימינה. במצב זה השולחן מפעיל על הגוף כוח חיכוך סטטי שמאלה. ככל שהגוף מוסט יותר שמאלה - גדל הכוח שמפעיל הקפיץ, ובעקבות כך גדל כוח החיכוך הסטטי. המצב שבו הגוף מוסט למרחק מרבי שמאלה מאופיין בכך שכוח החיכוך הסטטי מגיע לערכו המרבי.

מעריך הכוחות במצב זה הוא:



$$(א) \quad \sum F_x = 0 \Rightarrow k \cdot \Delta \ell - f_{s, \max} = 0$$

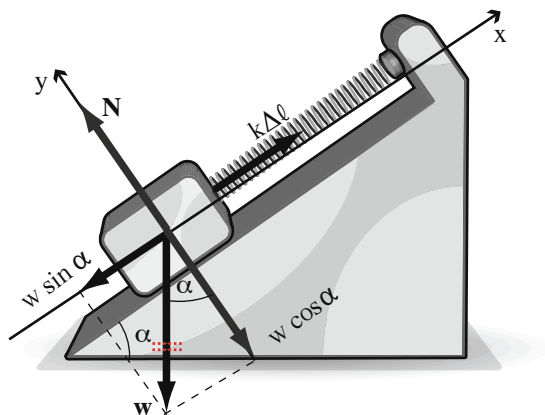
הגוף במצב התמדה לכן:

$$(ב) \quad \sum F_y = 0 \Rightarrow N - w = 0$$

נציב במשוואה (א) ונתחשב במשוואה (ב): $f_{s, \max} = \mu_s \cdot N$

$$k \cdot \Delta \ell - \mu_s N = 0 \Rightarrow \Delta \ell = \frac{\mu_s \cdot w}{k}$$

41. באיור מוצגים הכוחות הפועלים על הגוף במערכת צירים:



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow k\Delta \ell - w \sin \alpha = 0 \Rightarrow \Delta \ell = \frac{w \sin \alpha}{k}$$

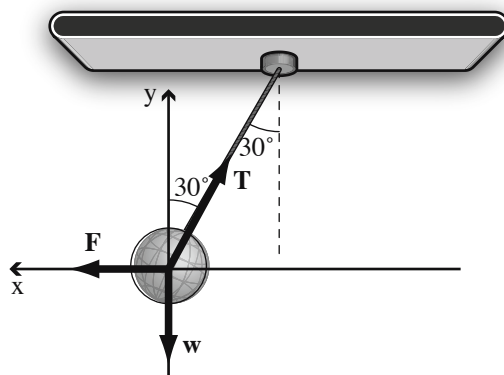
הגוף מתמיד במצבו, לכן:

42. התשובה היא (2). הסבר (יחסית לציר x אופקית ימינה וציר y אנכית מעלה):

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F \cos \alpha - f = 0 \Rightarrow F > f$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N + F \sin \alpha - w = 0 \Rightarrow w > N$$

43. א. ו- ב.: תרשים הכוחות הפועלים על הכדור, ומערכת צירים, מוצגים באיור:



(F - הכוח שמפעילה הרוח על הכדור).

הכדור מתמיד במצבו, לכן:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F - T \sin 30^\circ = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T \cos 30^\circ - w = 0$$

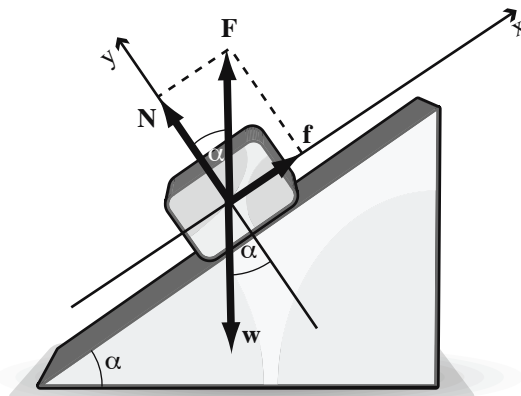
לאחר שמציבים $w = 0.025 \text{ N}$, ופותרים את מערכת המשוואות מקבלים:

$$T \approx 0.029 \text{ N} ; F \approx 0.014 \text{ N}$$

44. **פתרון בדרך א:** שני גופים מפעילים כוחות על הגוף הנע: הגוף האחד הוא כדור הארץ, שמפעיל

כוח כובד w , והגוף השני הוא המשטח המשופע. כיוון שהגוף מתמיד במצבו (נע במהירות קבועה), הכוח השקול שווה לאפס. מכאן, שהמשטח המשופע מפעיל כוח השווה ל- $-w$.

פתרון בדרך ב: רכיבי הכוח F שהמשטח המשופע מפעיל על הגוף הם כוח החיכוך והכוח הנורמלי:



$$N = w \cdot \cos \alpha ; f = w \cdot \sin \alpha$$

$$F = \sqrt{(w \cdot \cos \alpha)^2 + (w \cdot \sin \alpha)^2}$$

גודלו של F:

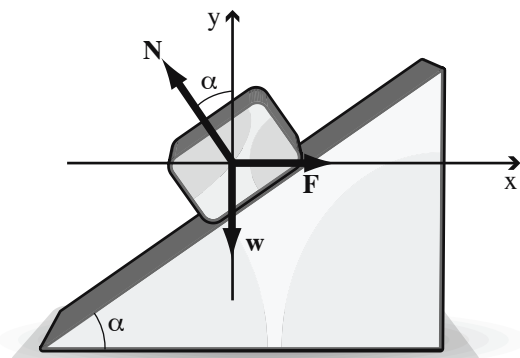
$$F = \sqrt{w^2 (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha)} = w$$

$$\tan \theta = \frac{f}{N} = \frac{w \sin \alpha}{w \cos \alpha} \Rightarrow \theta = \alpha$$

הזווית α בין F לבין הציר y (שכיוונו ככיוון N):

לסיכום: גודלו של F הוא w , וכיוונו יוצר זווית α עם ציר ה- y , לכן כיוונו מנוגד ל- w .

45. באיור מוצגים הכוחות הפועלים על הגוף במערכת צירים. מערכת הצירים נבחרה כך ששניים מבין שלושת הכוחות פועלים לאורך הצירים:



$$sF_x = 0 \Rightarrow F - N \sin \alpha = 0$$

א. הגוף מתמיד במצבו לכן:

$$sF_y = 0 \Rightarrow N \cos \alpha - w = 0$$

$$(א) F = w \cdot \tan \alpha$$

משתי המשוואות האחרונות מקבלים:

ב. התיבה עשויה להיות במנוחה, ועשויה לנוע במהירות קבועה - הדבר תלוי במצב התיבה (מנוחה או תנועה) ברגע שבו הכוח F הפועל.

ג. כאשר $\alpha = 0$ המשטח אופקי, ולכן $F = 0$. ואכן, אם נציב בקשר (א) לעיל $\alpha = 0$ נקבל $F = 0$. כלומר קשר (א) מתאים גם למצב שבו $\alpha = 0$.

ד. כאשר $\alpha = 90^\circ$ המשטח אנכי (קיר). במקרה כזה כל כוח אופקי, יהיה גדול ככל שיהיה, לא יצליח להחזיק את הגוף בשיווי משקל, כי אין כוח (או רכיב של כוח) שיקזז את w . ואכן, קשר (א) אינו מוגדר עבור $\alpha = 90^\circ$.

ה. על-פי קשר (א) - ככל ש- α גדלה צריך להגדיל את הכוח F .

46. א. נניח כי מתחנו את המתקן (המתואר באיור ב שבגוף השאלה) בשיעור ℓ על-ידי כוח F כמתואר באיור א שלהלן.

שני הקפיצים התארכו באותו שיעור ℓ , אך פעלו עליהם כוחות שונים F_1 ו- F_2 , המקיימים:

$$(א) F = F_1 + F_2$$

קבוע הכוח k של הקפיץ היחיד שיכול להחליף את שני הקפיצים מקיים:

$$F = k\Delta\ell$$

$$F_1 = k_1 \Delta \ell$$

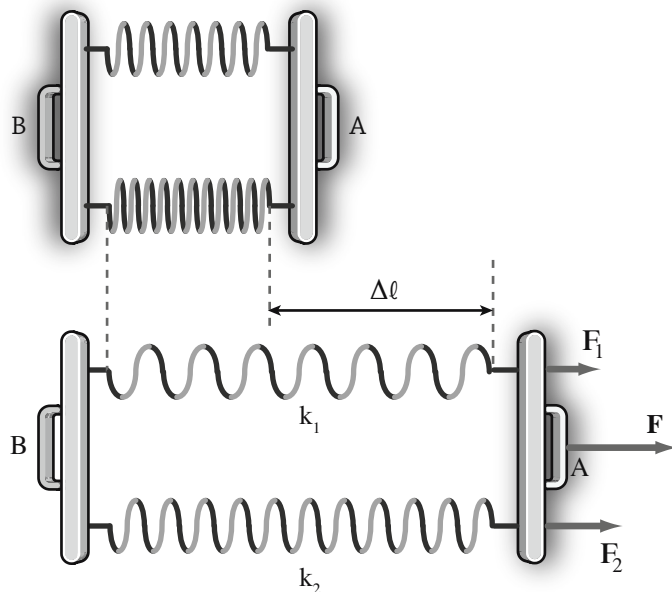
לגבי הקפיץ העליון:

$$F_2 = k_2 \Delta \ell$$

לגבי הקפיץ התחתון:

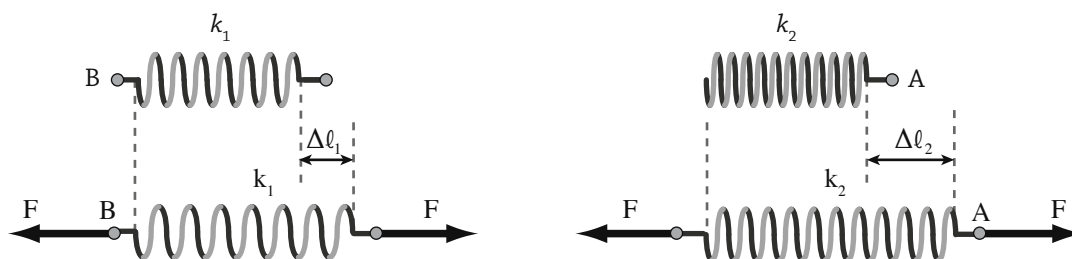
$$k = k_1 + k_2$$

נציב את שלושת הקשרים האחרונים ב- (א), ולאחר צמצום ב- $\Delta \ell$ נקבל:



איור א

ב. נניח כי מתחננו את המתקן (המתואר באיור ג שבגוף השאלה) בשיעור $\Delta \ell$ על-ידי כוח F כמתואר באיור ב:



איור ב

הפעם, פעלו על כל אחד משני הקפיצים כוחות בעלי אותו גודל (F), אך התארכויות הקפיצים היו שונות - $\Delta \ell_1$ ו- $\Delta \ell_2$. הן מקיימות:

$$\Delta \ell = \Delta \ell_1 + \Delta \ell_2 \quad (\text{ב})$$

$$\Delta \ell = \frac{F}{k}$$

הקבוע האפקטיבי k של מערכת שני הקפיצים מקיים:

$$\Delta \ell_1 = \frac{F}{k_1}$$

לגבי הקפיץ השמאלי:

$$\Delta \ell_2 = \frac{F}{k_2}$$

לגבי הקפיץ הימני:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \quad \text{נציב את שלושת הקשרים האחרונים ב-(ב), ולאחר צימצום ב-F נקבל:}$$

הצורה והארה: חיבור במקביל ובטור של קפיצים, קבאים ונלדים:

כאשר מחברים שני קפיצים במקביל – שילוח ההגארכא הוא גאדא משאג' לשני הקפיצים, ואילו הכוח מגפצ' – הכוח ככאז הפאח' ח' מלרכא שני הקפיצים שואו אסכא הכאחא הפאח' ח' כ' אאד משני הקפיצים.

בחיבור שני קפיצים בטור – הצאדא המשאג' הוא הכוח והכוח הפאח' ח' מלרכא שני הקפיצים שואו אכא הפאח' ח' כ' קפ'ח' ואילו ההגארכא מגפצ'א – ההגארכא ככאזא ש' לשני הקפיצים שואו אסכא ההגארכא ח' כ' אאד משני הקפיצים.

שים לב: כאשר מחברים שני פריטים כגון קפיצים, קבאים ונלדים בטור או במקביל גמיד יל גאדא אאד שהא משאג' לשני הפריטים המחברים גאדא אאד שמגפצ', כאמר הצאדא המגאים לשני הפריטים שואו אסכא הצאדים המגאים אכ' אאד משני הפריטים.



בחיבור שני קבאים במקביל – המגח הוא משאג' לשני הקבאים, והמטחן החשמלי מגפצ': המטחן ככאז ש' לשני הקבאים שואו אסכא המטחנים ח' כ' אאד משני הקבאים.

בחיבור שני קבאים בטור – הצאדא המשאג' הוא המטחן והמטחן ככאז שואו אמטחן ח' כ' קבא' ואילו המגח החשמלי מגפצ' – המגח ככאז שואו אסכא המגחים ח' כ' אאד משני הקבאים.

בחיבור שני נלדים במקביל – המגח משאג' לשני הנלדים, והכרס ככאז הפאכר המלרכא הנלדים שואו אסכא הכרסים דכ' כ' אאד משני הנלדים.

בחיבור שני נלדים בטור – הצאדא המשאג' הוא הכרס, ואילו המגח החשמלי מגפצ' – המגח ככאז בין קצא מלרכא שני הנלדים שואו אסכא המגחים ח' כ' אאד משני הנלדים.

47. תולים את הגוף הכבד על כמה דינמומטרים זהים המחוברים במקביל (ראה שאלה 46), כך שכל אחד מהם מורה ערך קטן מ-10 ניוטון (הוריות הדינמומטרים שוות, ואם הם מתארכים מעבר לתחום המדידה שלהם - אפשר להוסיף עוד ועוד דינמומטרים, עד שהוראתו של כל אחד מהם תהיה קטנה מ-10 ניוטון). משקל הגוף שווה למכפלת מספר הדינמומטרים בערך שמורה דינמומטר יחיד.

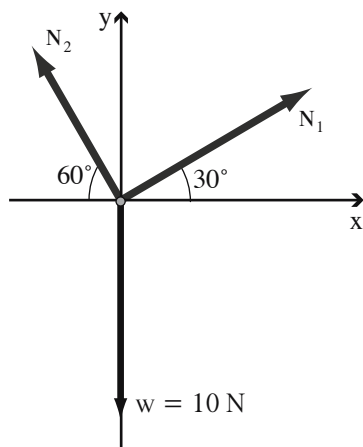
48. הכוחות הפועלים על הכדור מוצגים באיור א.

N_1 - הכוח הנורמלי שמפעיל לוח העץ השמאלי (הכוח מכאז לעבר מרכז הכדור);

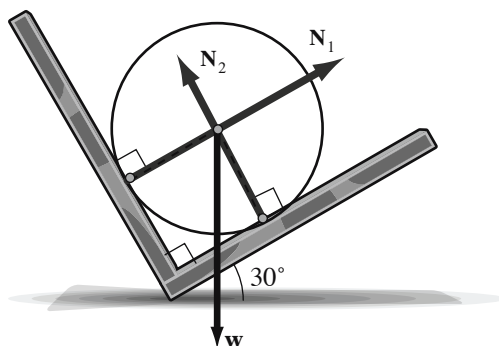
N_2 - הכוח הנורמלי שמפעיל לוח העץ הימני (הכוח מכאז לעבר מרכז הכדור);

w - כוח הכובד שפועל על הכדור.

תיאור הכוחות במערכת צירים מוצג באיור ב.



איור ב



איור א

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_1 \cos 30^\circ - N_2 \cos 60^\circ = 0$$

הכדור מתמיד במצבו, לכן:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_1 \sin 30^\circ + N_2 \sin 60^\circ - w = 0$$

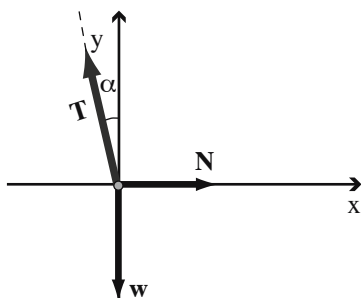
מציבים $w = 10 \text{ N}$, ומהתרת מערכת המשוואות מקבלים:

$$N_1 = 5 \text{ N} ; N_2 = 8.67 \text{ N}$$

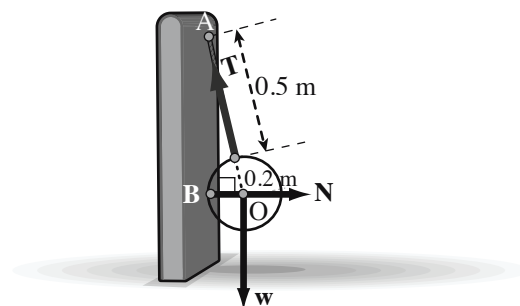
הערה: נוח לפתור גם בעזרת מערכת צירים (x, y) שהם בכיווני הכוחות N_1 ו- N_2 .

49. נסתכל על משולש AOB באיור א שלהלן. α היא הזווית בין החוט לבין הקיר.

$$\sin \alpha = \frac{BO}{AO} = \frac{0.2}{0.7} \Rightarrow \alpha = 16.6^\circ$$



איור ב



איור א

תרשים הכוחות של הכדור מוצג באיור ב לעיל.

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N - T \sin \alpha = 0$$

הכדור מתמיד במצבו, לכן:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T \cos \alpha - w = 0$$

כאשר מציבים $w = 4 \text{ N}$ ופותרים את מערכת המשוואות מקבלים:

$$N \approx 1.19 \text{ N} ; T \approx 4.17 \text{ N}$$

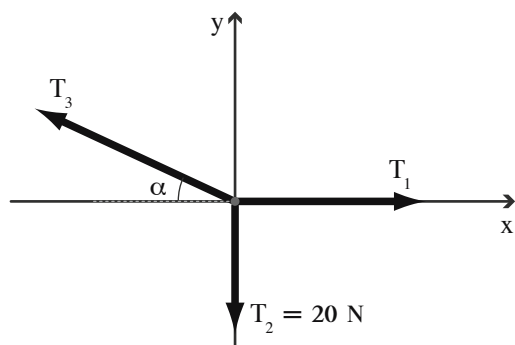
50. א. נסמן את מתיחויות החוטים S_1 , S_2 ו- S_3 ב- T_1 , T_2 ו- T_3 בהתאמה, ונגדיר ציר y הצמוד לדלי, כך שכיוונו החיובי כלפי מעלה (איור א להלן).

התנאי להתמדה של הדלי:

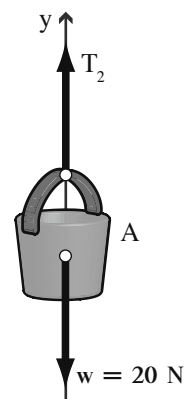
$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_2 - w = 0 \Rightarrow T_2 - 20 = 0$$

כלומר מתיחות החוט S_2 היא 20 N .

כדי לחשב את המתיחויות T_1 ו- T_3 נסרטט תחילה את הכוחות הפועלים על הקשר. נסיף לסרטוט מערכת צירים x, y (איור ב):



איור ב



איור א

עתה נרשום את התנאי להתמדה של הקשר:

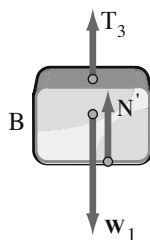
$$(א) \quad \Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_1 - T_3 \cos \alpha = 0 \Rightarrow T_1 - T_3 \cos 30^\circ = 0$$

$$(ב) \quad \Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_3 \sin \alpha - T_2 = 0 \Rightarrow T_3 \sin 30^\circ - 20 = 0$$

$$T_3 = 40 \text{ N} \quad ; \quad T_1 = 34.64 \text{ N} \quad \text{פתרון מערכת המשוואות (א) ו-(ב):}$$

ב. לא. כוח המתיחות T_2 בחוט S_2 ומשקל הדלי w אינם כוחות אינטראקציה; כוחות אינטראקציה הם כוחות מאותו סוג ששני גופים מפעילים זה על זה, כלומר הם פועלים על גופים שונים, ואילו הכוחות הנדונים, T_2 ו- w , הם מסוגים שונים, והם פועלים על אותו גוף.

ג. נסמן: w_1 – משקל הגוף B. נסרטט תרשים כוחות של הגוף B, וציר y שכיוונו החיובי כלפי מעלה:

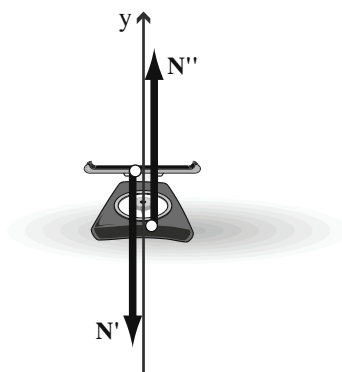


$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N' + T_3 - w_1 = 0 \Rightarrow N' + 40 - 60 = 0 \quad \text{התנאי להתמדה של הגוף B:}$$

פתרון המשוואה: $N' = 20 \text{ N}$. כלומר המאזניים מפעילים על גוף B כוח נורמלי שגודלו 20 N ניוטון כלפי מעלה. מכאן, על סמך החוק השלישי של ניוטון, הגוף B מפעיל על המאזניים כוח נורמלי שגודלו

$N' = 20 \text{ N}$ כלפי מטה.

עכשיו נסרטט תרשים של הכוחות הפועלים על המאזניים (איור ג): הגוף B מפעיל עליהם כוח נורמלי N' כלפי מטה, ואילו הרצפה מפעילה עליהם כוח נורמלי N'' כלפי מעלה. נוסיף לאיור ציר y כלפי מעלה:



איור ג

המאזניים במצב התמדה. לשם פשטות נתעלם ממשקל המאזניים. התנאי להתמדה שלהם:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N'' - N' = 0 \Rightarrow N'' - 20 = 0$$

פתרון המשוואה: $N'' = 20 \text{ N}$ כלפי מעלה. כלומר המאזניים נלחצים על ידי שני כוחות מנוגדים, שגודלו של כל אחד מהם הוא 20 ניוטון, לכן הם מורים 20 ניוטון.

51. א. המאזניים מורים 600 ניוטון. מכאן שהקפיץ שבתוך המאזניים לחוץ מכל כיוון על ידי כוח נורמלי בן 600 ניוטון. אחד משני כוחות אלה הוא כוח נורמלי שכיוונו כלפי מטה, וגודלו $N' = 600 \text{ N}$. מכאן, על פי החוק השלישי של ניוטון, המאזניים מפעילים על התלמיד כוח נורמלי כלפי מעלה שגודלו $N = 600 \text{ N}$.

נסמן: T - מתיחות החבל; w - משקל התלמיד. ציר y שכיוונו החיובי כלפי מעלה (איור א):



איור ב



איור א

התלמיד מתמיד במצבו. התנאי להתמדה שלו:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N + T - w = 0 \Rightarrow N + k\Delta\ell - w = 0$$

$$600 + 500 \cdot 0.2 - w = 0 \Rightarrow w = 700 \text{ N} \quad \text{מכאן:}$$

ב. נסמן: w_1 - משקל הקרש (50 N); T_1 - הכוח שבו הקפיץ מושך את הקרש כלפי מעלה.

נגדיר ציר y שכיוונו החיובי כלפי מעלה (ראה איור ב לעיל).

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_1 - w_1 = 0 \Rightarrow T_1 - 50 = 0 \quad \text{התנאי להתמדה של הקרש:}$$

$$T_1 = 50 \text{ N} \quad \text{פתרון המשוואה:}$$

נסמן: $\Delta \ell$ - התארכות הקפיץ מעבר למצבו הרפוי, ונישם את חוק הוק לגבי הקפיץ:

$$T_1 = k \cdot \Delta \ell \Rightarrow 50 = 500 \cdot \Delta \ell \Rightarrow \Delta \ell = 0.1 \text{ m}$$

כלומר התארכות הקפיץ מעבר למצבו הרפוי היא 0.1 מטר.

ג. הכוחות הפועלים על התלמיד (במצב המתואר באיור ב) הם משקלו w , הכוח הנורמלי N שהמאזניים מפעילים עליו, וכוח המתיחות T_1 שהחבל מפעיל עליו. נגדיר ציר y שכיוונו החיובי כלפי מעלה.

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N + T_1 - w = 0 \Rightarrow N + 50 - 700 = 0 \quad \text{משוואת התנועה של התלמיד:}$$

פתרון המשוואה: $N = 650 \text{ N}$. לכן גם התלמיד מפעיל על המאזניים כוח בן 650 ניוטון, וזו הוריית המאזניים.

ד. היות שהכוחות הפועלים על גוף נייח זהים לכוחות הפועלים עליו כאשר הוא נע במהירות קבועה, מערך הכוחות במערכת נשאר כמו במצב הסטטי, והוריית המאזניים במצב זה שווה להוראת המאזניים במצב הקודם.

52. א. הכוחות אשר קובעים אם מערכת שני הגופים והחבל שביניהם תהיה במצב התמדה או תנוע בתאוצה הם הכוחות הפועלים לאורך המדרונים, או כוחות שיש להם רכיבים לאורך המדרונים. שני כוחות מקיימים זאת: רכיב המשקל של הגוף A בכיוון המורד השמאלי, גודלו $w_A \sin 25^\circ$, ורכיב המשקל של הגוף B בכיוון המורד הימני, גודלו $w_B \sin 75^\circ$.

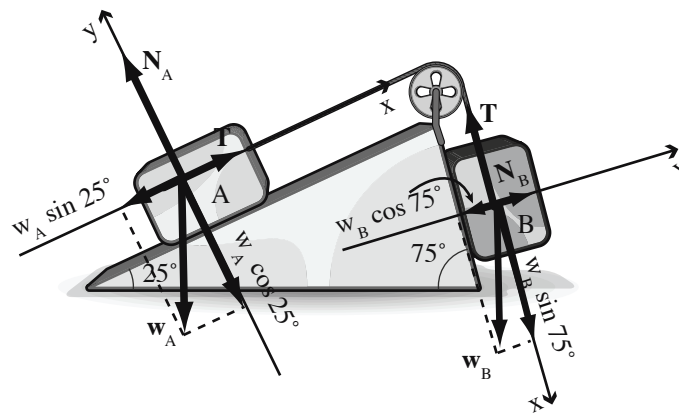
כוחות חיצוניים אחרים הפועלים על המערכת הם הכוח שהגלגלת מפעילה על החוט; כוח זה מאונך לחוט, לכן אין לו השפעה על סוג התנועה של המערכת. אותו הדין לגבי שני הכוחות הנורמליים שהמדרונים מפעילים על שני הגופים.

כדי שהמערכת המכנית תישאר במנוחה, השקול של שני הכוחות הפועלים בכיווני המדרונים צריך להיות אפס. כלומר:

$$w_A \sin 25^\circ - w_B \sin 75^\circ = 0 \Rightarrow 50 \sin 25^\circ = w_B \sin 75^\circ$$

$$w_B \approx 21.88 \text{ N} \quad \text{מכאן:}$$

ב. נסרטט תרשימים של הכוחות הפועלים על הגופים A ו-B, ונוסיף לכל אחד משני התרשימים מערכת צירים:



יישום חוק ההתמדה לגבי הכוחות הפועלים על הגוף A בכיוון הציר y:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_A - w_A \cos 25^\circ = 0 \Rightarrow N_A = w_A \cos 25^\circ = 50 \cos 25^\circ = 45.32 \text{ N}$$

יישום חוק ההתמדה לגבי הכוחות הפועלים על הגוף B בכיוון הציר y:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_B - w_B \cos 75^\circ = 0 \Rightarrow N_B = w_B \cos 75^\circ = 21.88 \cos 75^\circ = 5.66 \text{ N}$$

הכוחות הנורמליים הפועלים על הגופים A ו-B הם $N_A = 45.32 \text{ N}$ ו- $N_B = 5.66 \text{ N}$.

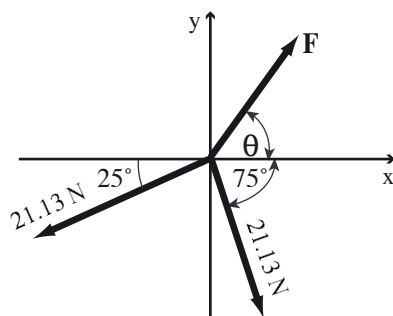
ג. לפני שנחשב את הכוח שהגלגלת מפעילה על החבל נחשב את מתיחות החבל. לשם כך

נרשום את תנאי ההתמדה של הגוף A לגבי הכיוון של ציר ה-x (אפשר גם של גוף B):

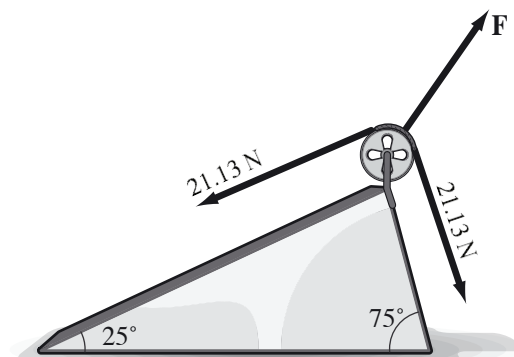
$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T - w_A \sin 25^\circ = 0 \Rightarrow T = 50 \sin 25^\circ = 21.13 \text{ N}$$

כלומר מתיחות החוט היא $T = 21.13 \text{ N}$.

איור א הוא תרשים כוחות הפועלים על קטע החבל הנמצא במגע עם הגלגלת.



איור ב



איור א

את גודל הכוח שהגלגלת מפעילה על החבל נסמן באות F , ואת הזווית של הכוח עם ציר ה- x נסמן ב- θ (איור ב). אפשר להיווכח כי הזווית בין החלק הימני של החבל לבין הכיוון האופקי, כלומר לבין ציר ה- x היא בת 75° , ואילו הזווית בין החלק השמאלי של החבל לבין ציר ה- x היא בת 25° .

משוואות התנועה של חלק החבל שנמצא במגע עם הגלגלת:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F \cos \theta + 21.13 \cos 75^\circ - 21.13 \cos 25^\circ = 0$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F \sin \theta - 21.13 \sin 25^\circ - 21.13 \sin 75^\circ = 0$$

$$\theta = 65^\circ \text{ ו- } F = 32.37 \text{ N}$$

פתרון מערכת המשוואות:

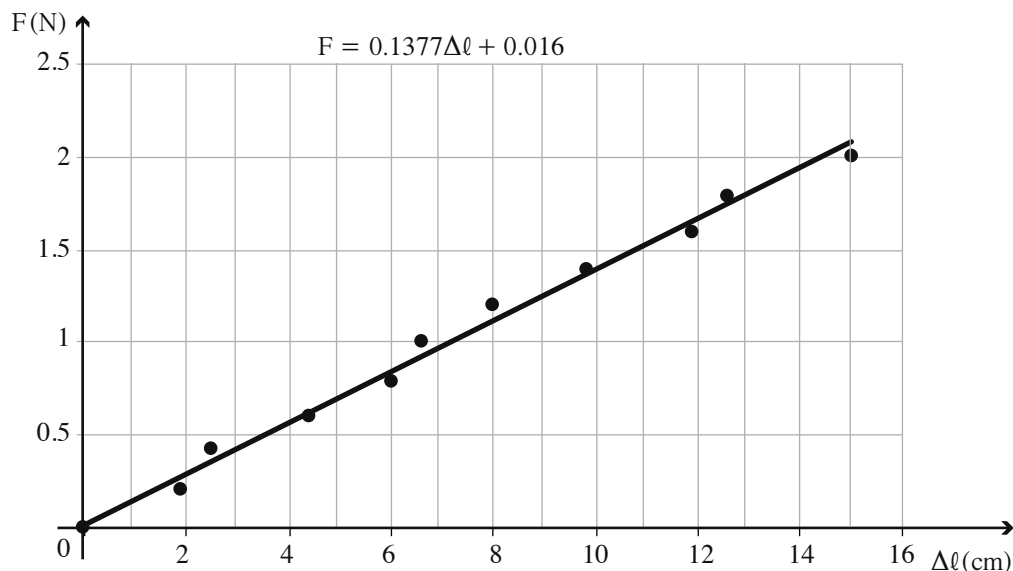
אם כן, גודל הכוח שהגלגלת מפעילה על החבל הוא בקירוב 32.37 N וכיוונו יוצר זווית בת 65° עם הכיוון החיובי של ציר ה- x ברביע הראשון.

53. א. על פי אריסטו, הספר נעצר כי הכוח שהדף אותו הפסיק לפעול.

ב. על פי תאוריית האימפטוס, הספר נעצר כי האימפטוס שהועבר לספר על ידי הכוח ההודף אזל.

ג. על פי המכניקה הניוטונית, הספר נעצר כי פעל על הספר כוח (חיכוך) בכיוון מנוגד לכיוון תנועת הספר.

54. א+ג: דיאגרמת הפיזור של הכוח, F , כפונקציה של התארכות הקפיץ, $\Delta \ell$, והישר המתאים ביותר לדיאגרמת הפיזור:



ב. דיאגרמת הפיזור נבנתה על סמך תוצאות מדידות. כל תוצאת מדידה מקפלת בתוכה גם

אי-ודאות במדידה ("שגיאת מדידה") הנובעת מכך שאי אפשר לקרוא בין השנתות של מכשירי המדידה. לכן הנקודות לא התקבלו בדיוק לאורך קו ישר. אילו לא היו שגיאות מדידה אזי צפוי היה שהנקודות תהיינה לאורך קו ישר.

ד. את קבוע הקפיץ אפשר לקבוע על פי משוואת הישר שהתקבלה מן הגיליון האלקטרוני. עיון באיור שבתשובה לסעיפים א ו- ג מלמד ששיפוע הגרף, שהוא גם קבוע הקפיץ, הוא 0.1377 N/cm או 13.77 N/m .

אפשר לחשב את השיפוע ישירות מן הגרף, בעזרת שתי נקודות **שעל הישר**.

ה. במדידה שבה התארכות הקפיץ הייתה 6 ס"מ (או כל ערך אחר של התארכות) שני קצות הקפיץ נמתחו בכוחות מנוגדים בכיוונים ושווים בגודלם, לכן הכוח השקול הוא אפס.

ו. על פי משוואת הגרף, במדידה שבה התארכות הקפיץ הייתה 6 ס"מ , הכוח השקול היה 0.83 N . ההנחה היא שהגרף "מתקן" את תוצאות המדידות שנובעות מעיגול הערכים שהתקבלו בין שתי שנתות של מכשיר המדידה, והוא מציג בקירוב טוב את התוצאות שהיו מתקבלות אילו לא היו שגיאות מדידה ("בקירוב טוב" כי מספר הנקודות הוא "רק" סופי).
לכן במדידה שבה התארכות הקפיץ הייתה 6 ס"מ מתיחות הקפיץ הייתה 0.83 N .

הערה (אפשר): גלמידיים נאטים אצלנו בגלגל אסלף | שפמגחא פיא כפליים מפכא שפאח בקצב אחד. כדי אפפיר זאג מומאד אפזכיר אגלמידיים שדינמאטר מורה 1 N כאשר בקצב פליון שזו קשור אלו, וזו קצבא פמחאן גלויפ משקאלא בג 1 N . אפכא זא מוכנג אגלמידיים פיטב. יש אפזגיש כי במצב זה הקפיון נמשך בכל אחד משני קצבא בלא כח בן 1 N .



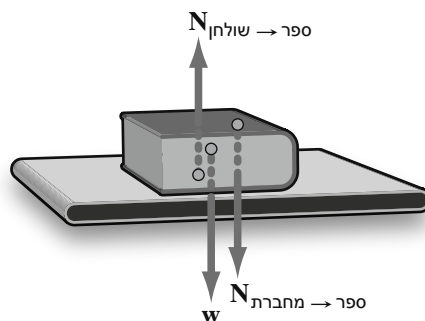
55. נניח שגוף א נמצא במנוחה, וגוף ב נמצא בתנועה. אלו הם מצבם של הגופים כפי שהם נמדדים על ידי צופה מסוים, שנכנה אותו A. על פי אריסטו, הכוח השקול הפועל על גוף א שווה לאפס, ואילו הכוח השקול על גוף ב שונה מאפס. אבל ביחס לצופה אחר, צופה B, גוף א עשוי להימצא בתנועה, ואילו גוף ב עשוי להימצא במנוחה. ביחס לצופה B, על פי אריסטו, הכוח השקול הפועל על גוף א שונה מאפס, ואילו הכוח השקול על גוף ב שווה מאפס.
לא יתכן שביחס לצופה אחד הכוח השקול הפועל על גוף א הוא אפס, וביחס לצופה אחד הוא שונה מאפס. הסתירה נובעת מההנחה שיכולים להיות חוקים שונים עבור גוף נע ועבור גוף נח.

56. א. התשובה היא (ג). הכוח היחיד שיכול לפעול על המחברת בכיוון אופקי הוא כוח החיכוך. כוח זה פועל בכיוון התנועה כאשר מהירות המחברת גדלה, ונגד כיוון התנועה כאשר מהירות המחברת קטנה. כאשר מהירות המחברת קבועה - הכוח השקול שווה לאפס, לכן כוח החיכוך שווה לאפס.

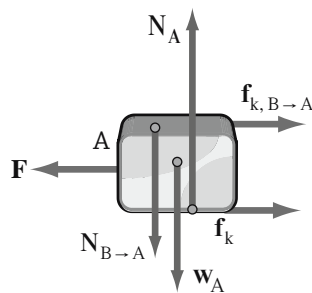
ב. הכוחות הפועלים על המחברת הם כוח נורמלי שמפעיל עליה הספר, וכוח הכובד שמפעילה עליה הארץ.

ג. התגובה לכוח הכובד הוא כוח כובד שהמחברת מפעילה על הארץ. התגובה לכוח הנורמלי הוא כוח נורמלי שהמחברת מפעילה על הספר.

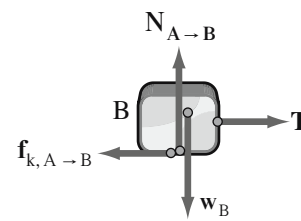
ד. הכוחות הפועלים על הספר:



57. תרשים הכוחות הפועלים על גוף B מוצג באיור א שלהלן:



איור ב



איור א

- כאשר:
- הכוח הנורמלי שגוף A מפעיל על גוף B. $N_{A \rightarrow B}$
 - כוח החיכוך שגוף A מפעיל על גוף B. $f_{k, A \rightarrow B}$
 - כוח הכובד שכדור הארץ מפעיל על גוף B. w_B
 - כוח המתיחות שהחבל מפעיל על גוף B. T

נרשום את התנאי להתמדה של גוף B ביחס לכיוון אנכי. לשם כך נגדיר ציר y שכיוונו החיובי כלפי מעלה וציר x שכיוונו החיובי שמאלה.

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_{A \rightarrow B} - w_B = 0 \Rightarrow N_{A \rightarrow B} - 10 = 0 \Rightarrow N_{A \rightarrow B} = 10 \text{ N}$$

נחשב את גודלו של כוח החיכוך שגוף A מפעיל על גוף B:

$$f_{k, A \rightarrow B} = \mu_k \cdot N_{A \rightarrow B} = 0.25 \cdot 10 = 2.5 \text{ N}$$

תרשים הכוחות הפועלים על הגוף A מוצג באיור ב לעיל.

כאשר: N_A - הכוח הנורמלי שמשטח מפעיל על גוף A.

$N_{B \rightarrow A}$ - הכוח הנורמלי שגוף B מפעיל על גוף A.

w_A - כוח הכובד שכדור הארץ מפעיל על גוף A.

F - הכוח המושך את הגוף A שמאלה.

$f_{k, B \rightarrow A}$ - כוח החיכוך שגוף B מפעיל על גוף A.

f_k - כוח החיכוך שהמשטח מפעיל על גוף A.

גוף A מתמיד במצבו, לכן ביחס למערכת צירים x, y שהוגדרה קודם לכן:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F - f_k - f_{k, B \rightarrow A} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_A - N_{B \rightarrow A} - w_A = 0$$

$$N_A = N_{B \rightarrow A} + w_A = N_{A \rightarrow B} + w_A = 10 + 30 = 40 \text{ N}$$

נחשב את גודלו של כוח החיכוך שהמשטח מפעיל על גוף A:

$$f_k = \mu_k \cdot N_A = 0.25 \cdot 40 = 10 \text{ N}$$

$$F - 2.5 - 10 = 0 \Rightarrow F = 12.5 \text{ N} \quad \text{נציב ערכים ב-(א):}$$

פרק ד: החוק השני של ניוטון

1. הערות דידקטיות לפרק

1.1 המושגים "מסה אינרציאלית" ו"מסה גרופיטציונית"

אפשר לדון בשוני בין שני המושגים בכיתות ברמה גבוהה.

1.2 בחירת מערכת ייחוס

תלמידים אינם מודעים לכך שניתן לבחור כל מערכת צירים כדי לנתח מצבו של גוף, אפילו כאשר מדובר רק על מערכות ייחוס סטטיות (ביחס למעבדה).

להלן שאלה של תלמיד, שהזדהה בכינוי "אלמוני" באתר לתלמידי הפיזיקה, בתאריך 08/06/12. שאלת התלמיד מובאת כלשונה:

כיצד אני זוכר מערכת צירים?

שלוש שדי, רציני אדעת איך אני זוכר מערכת צירים בדרך הנכונה כי כבר קרה לי שני מקרים שבהם לא עשיתי זאת כמו שצריך עושה מספרי זלרות שר ויצא לי גשובה הקוכה, אדולמא זזלרות 1997 גרליז 3 אז אני החלטתי אפרק את mg ולא את F ולכן יצא לי ססילי' שהכוח קטן $N - mg$ וזה לא קרה לי ז - 1977 גרליז 2 ששמה לא לא פירקתי את הנורמל אלא את הכובד (הנעה מעלית).

שאלתי היא: איך אני זוכר מערכת צירים בצורה נכונה כאומר את N אני יודע אפרק ארכיזים קרטזיים וזאת לא לא עוזר אם אני זוכר בצורה אחרת?

הודה רבה על הכו!

תשובתי ל"אלמוני" (שוב, התשובה שניתנה באותו תאריך מובאת כאן כלשונה):

אלמוני יקר,

השאלה שלך היא *** מאוז עקרונית ***.

ראשית אני מניח שאתה מתייחס לגרליז ***2*** זזלרות 1997, ולא לגרליז 3.

אז כמה עקרונות:

אתה רשאי לבחור כל מערכת צירים.

אוינשטיין אמר שכך מערכות הצירים הן אלגטימיות, וכדאי לבחור את מערכת הצירים *** הנחה *** ביותר.

קבע מערכת צירים נוחה כך:

א. קבע את כיוון האוצה הגוף.

ז. זחר את מערכת הצירים כך שאחד הצירים, למשל ציר x , יהיה בכיוון האוצה, והציר האחר (צ) יהיה ניצב לכיוון האוצה.

ג. רשום שני משוואות: הכוח השקוף בכיוון האוצה שווה ל- ma .

הכוח השקוף בכיוון ניצב לאוצה שווה לאפס.

מכאן ואילך זה רק מתמטיקה.

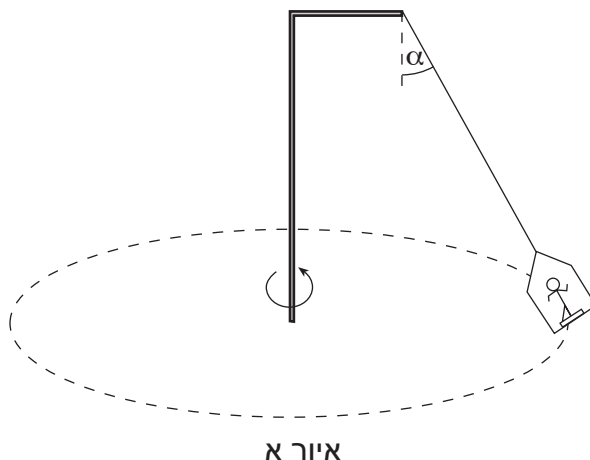
אני בטוח שיש לך עוד נקודות לא ברורות בהקשר זה, אז אתה מוזמן לשאול.
אגז, ראיתי שנקודה זו היא חלשה אצל ילדים רבים, לכן במהדורה 2011 של מכניקה ניוטונית כרך א
פרטגי את הסניין (בעמודים 226 ו-227).

תשובת התלמיד:

עדי גודה רזה

הזנתי והשכלתי, גודה רזה אר!

השאלה 2 מבחינת הבגרות משנת 1997 עוסקת במערכת המתוארת באיור א.

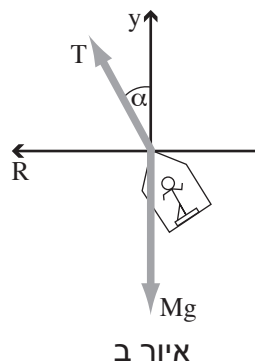
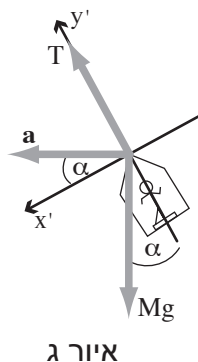


נתון כי מסת הנער שבכיסא היא M , והזווית שבין החבל לבין הכיוון האנכי היא α . בסעיף א של השאלה נדרש היה לחשב את מתיחות החוט T .

מערכת ייחוס נוחה היא המערכת (R, y) המתוארת באיור ב, כי אחד הצירים, ציר R , פונה בכיוון התאוצה, ובכיוון ניצב לתאוצה - ציר y , הכוח השקול שווה לאפס. כלומר:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T \cos \alpha = Mg \Rightarrow T = \frac{Mg}{\cos \alpha}$$

אפשר לבחור גם במערכת הצירים (x', y') המתוארת באיור ג. במערכת צירים זו יש רכיב של תאוצה גם לאורך הציר x' , וגם לאורך הציר y' .



יישום החוק השני של ניוטון לרכיבים לאורך ציר y' :

$$(א) \quad \sum F_{y'} = ma_{y'} \Rightarrow T - Mg \cos \alpha = ma \sin \alpha$$

יישום החוק השני של ניוטון לרכיבים לאורך ציר x' :

$$(ב) \quad \Sigma F_{x'} = ma_{x'} \Rightarrow Mg \sin \alpha = ma \cos \alpha$$

$$T = \frac{Mg}{\cos \alpha} \quad \text{ממשוואות (א) ו-(ב) אפשר לקבל, לאחר כמה פעולות אלגבריות, כי:}$$

תוצאה זו זהה לתוצאה שקיבלנו ביחס למערכת הצירים (R, y) , כנדרש.

אנו רואים כי אפשר לפתור את השאלה ביחס לשתי מערכות הצירים. מבין שתי מערכות הצירים יש מערכת שהפתרון בה הרבה יותר נוח (מערכת הצירים הראשונה).

1.3 קשיי תלמידים והצעות לטיפול בקשיים

א. כיוון כוח שקול וכיוון תנועה

תפיסה חלופית: כיוון תנועתו של גוף זהה תמיד לכיוון הכוח השקול הפועל על הגוף.

המקור לתפיסה חלופית זו היא ההתנסויות היום-יומיות, שבהן רואים כי גופים נעים בכיוון הכוח השקול הפועל עליהם. לדוגמה: אדם מושך כיסא ימינה - הכיסא נע ימינה. כאשר הוא מושך אותו שמאלה - הכיסא נע שמאלה.

מצד שני ידוע מחוקי הפיזיקה כי כיוון המהירות אינו חייב להיות זהה לכיוון הכוח השקול. קיימת זהות רק בין כיוון הכוח השקול לבין כיוון התאוצה.

נתון התרגיל הבא: כדור נהדף כלפי מעלה על-ידי יד לאורך דרך של חצי מטר. ציין מהם הכוחות הפועלים על הכדור לאחר שהיד התנתקה מהכדור, במהלך תנועת הכדור כלפי מעלה.

כ- 20%-25% מבין התלמידים מציינים כי בנוסף לכוח הכובד הפועל על הכדור כלפי מטה, פועל עליו גם "כוח התנופה" של היד כלפי מעלה. תשובה זו מזכירה מאוד את תפיסת האימפטוס שפותחה בימי הביניים.

דרכים לטיפול בקושי:

(1) לפני הוראת החוק הראשון של ניוטון, מומלץ ללמד שני מודלים קדומים העוסקים בסיבות לתנועה: הראשון הוא התפיסה של אריסטו (ראו בספר לתלמיד, כרך א, עמוד 148, סעיף 3.1), והשני הוא תפיסת האימפטוס (ראו בספר לתלמיד, כרך א, עמוד 148, סעיף 3.2).

(2) ניתוח תנועות שונות, כפי שמופיע בספר לתלמיד בעמודים 215 - 216.

(3) לדון בתנועת גוף בהשפעת כוח, לדוגמה כוח שקול הפועל ימינה ואשר גודלו $\Sigma F = 10 \text{ N}$, ואשר מהירותו ברגע מסוים היא 5 m/s ימינה ביחס למערכת המעבדה S . אחר כך לדון בכיוון הכוח השקול ובכיוון המהירות ברגע הנדון ביחס למערכת ייחוס S' הנעה ביחס למערכת S במהירות שגודלה 20 m/s וכיוונה ימינה, ולהיווכח שהכלל האומר כי כיוון התנועה זהה לכיוון הכוח השקול אינו מתקיים.

ב. יישום החוק השני של ניוטון לגבי מערכת מוגדרת

לעתים, תלמידים אינם מודעים לשגרה (פרוצדורה) עבור דינמיקה של כמה גופים:

א. בחירת "מערכת" שעבורה ייושם החוק השני של ניוטון.

ב. הצבה בחוק השני של ניוטון של הכוח השקול הפועל על המערכת שנבחרה, מסת המערכת שנבחרה, ותאוצת המערכת שנבחרה.

ג. בחירת צירים למערכת דו-גופית

נציג את הקושי בעזרת שאלה של תלמיד באתר אל"ף - האתר לתלמידי הפיזיקה. להלן שאלה של תלמיד בשם אופיר שפנה ביום 26.6.2012, כשבוע לפני בחינת הבגרות (שאלת התלמיד מוצגת בניסוח המקורי שלה, כולל שגיאות ההקלדה).

אצדי שזוס

האם גוף אצזור אי כיצד אקדוס את התחום החיובי והשלילי של מערכת צירים בכוחות כאשר יש לי שני גופים במערכת ויש לאוצה אגופים (הדולמא השכיחה היא גוף על מדרון הקשור לחוט שמצידו השני של החוט גוף שגלוי באוויר). הצעיה שלי היא שאני לא סגור על זה אם אפשר אקדוס שהלאוצה מצד אחד היא שלילית ושל הגוף השני היא חיובית או שאני חייב אקדוס שאם הלאוצה של גוף אחד היא חיובית (אפי הציר שקבעתי) אז גם אייצור ציר שכך גם גוף השני גיהיה לאוצה חיובית כי אפסמים יוצא לי גשובה נכונה ואפסמים לא. גודה רזה!

תשובתי לתלמיד:

דינמיקה של מערכת דו-גופית

- א. כאשר המערכת משוחררת ממנוחה, ציין אצמך מהו כיוון התנועה של כל אחד משני הגופים. אם אינך יכול אצמך מהו כיוון התנועה כתוב משוואות בהתאם, ואם מתקבלת גשובה $a < 0$, מצינים שהגופים המשוחררים ממנוחה יתחילו לנוע בכיוון מנוגד לזה שהנחנו.
 - ב. אכל גוף "הצמד" ציר מקום, שכיוון החיובי הוא בכיוון התנועה של הגוף, כפי שיהיה לאחר שחרור המערכת ממנוחה.
 - ג. אכל גוף רשום את משוואות התנועה. אכל גוף רשום לאוצה חיובית. את רכיבי הכוחות רשום בהתאם לכיוונים שהם זיחס לציר המקום.
 - ד. פתור את מערכת המשוואות.
- אצדי.

פנייה נוספת של התלמיד:

גודה רזה! ואם גוף אצנות על עוד שאילה:

אכשיו אני יכול אהיות בטוח דמה שאני אעשה. עוד שאילה שמטרידה אותי היא אם במערכת דו-גופית אני רואה שהרזה פסמים דפטרונות מתייסיס אשני גופים כלול אחד (אפילו אם הם לא באותו מימד כמו הדולמא

שהבאתי עם החוט בשאלה הקודמת), שכשיו השאלה היא אם אני יכול אפטר כז סול של שאלה אם אני אפרק את הנוסחאות אטני הלופים או שיש שאלות שמחייב אפטר כלול אחד כי אני לא ממש הצנתי איך רואים את זה כלול אחד שזה בשני מימדים. שוב, גודל רבה!

תשובתי לתלמיד:

שוב על מערכת דו-לופית

כז גרליז אתה יכול אפטר כאשר אתה מסתכל על כז לול בנקרד, ולכז אחד משני הלופים אתה רואים את משוואות התנועה המתאימות לו.

שכשיו חזק מהמערכות הדו-לופיות אתה יכול אפטר על ידי התבוננות בשני הלופים כמערכת אחת. מה הן המערכות האלה? אלו מערכות של שני הלופים יש אותו גודל של גאוצה. במילים אחרות, אם הלול האחד נע לדולמה 1 מטר, גם הלול האחר נע 1 מטר באותו זמן. זה לא תמיד כך – יש גרליזים שבהם לשני הלופים יש גרליז גאוצות שונים. לדולמה, כאשר לול אחד נע מטר הלול האחר נע שני מטרים. במקרים אלה חייבים להסתכל על כז לול בנקרד. מערכות כאלה הוצאו מתכנת האימונים.

2. יישומים בנושאי הפרק

א. היישומון **כוחות ותנועה** (Forces and Motion) מאתר 1 (ראה רשימת אתרי האינטרנט במבוא הכללי לספר).

תיאור: תיאור גרפי (תאוצה, מהירות ומקום כפונקציה של הזמן) של תנועת גוף שפועלים עליו כוח חיצוני וכוח חיכוך. אפשר לשנות את המקום ההתחלתי של הגוף, את מסת הגוף ואת מקדמי החיכוך הסטטי והקינטי.

קישור ישיר ליישומון:

<http://phet.colorado.edu/en/simulation/forces-and-motion>

דירוג: ★★★★★

ב. היישומון **תיבה מואצת ותיבה הנעה במהירות קבועה** מאתר 8 (ראה רשימת אתרי האינטרנט במבוא הכללי לספר).

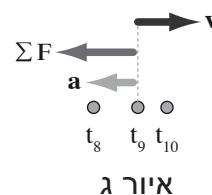
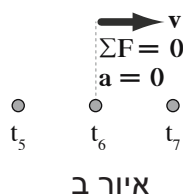
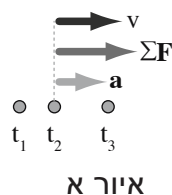
תיאור: שתי תיבות מתחילות לנוע ממנוחה על שתי מסילות אוויר זהות. המיקום נתון במטרים והזמן בשניות. על מנת לראות מקום וזמן של כל תיבה יש לשים את הסמן על הנקודה הרצויה וללחוץ על עכבר שמאלי. האנימציה מראה את מיקומה של כל תיבה בזמנים שונים. להתחלה לחץ start (בצבע כחול), ולפני כל התחלה נוספת לחץ על reset ועל play.

http://webphysics.davidson.edu/physletprob/ch8_problems/ch8_1_kinematics/kinematics_1.html

דירוג: ☆☆☆★★

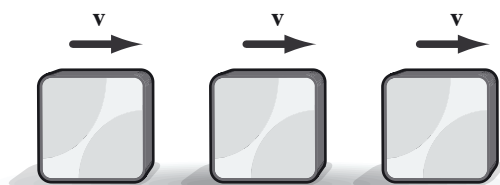
3. פתרונות לתרגילי הפרק עם הערות דידקטיות ייעודיות לתרגילים

1. ג. וקטורי המהירות, התאוצה והכוח ברגעים t_2 (איור א), t_6 (איור ב) ו- t_9 (איור ג):

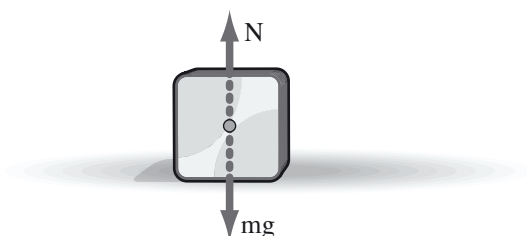


2. עבור מצב (1):

ב. תרשים עקבות של הגוף:



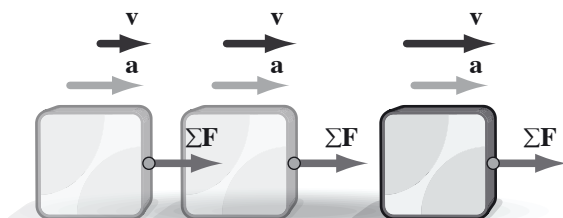
א. תרשים הכוחות:



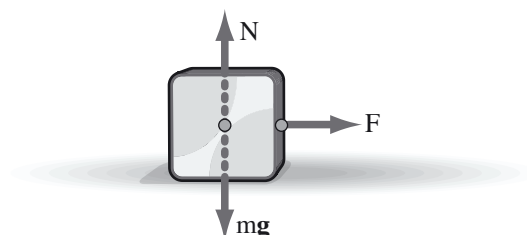
ג. ו- ד: הכוח השקול שווה לאפס, לכן התאוצה שווה לאפס, לכן מהירות הגוף קבועה הן בגודלה והן בכיוונה, כלומר הגוף נע לאורך קו ישר.

עבור מצב (2):

ב. תרשים עקבות של הגוף:

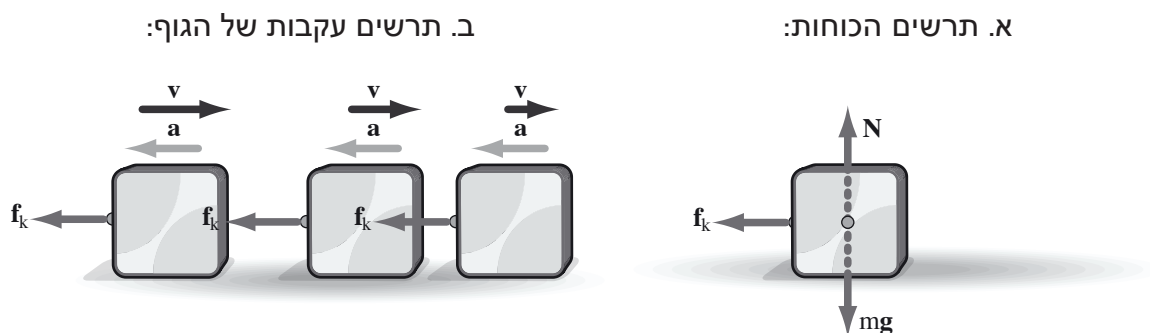


א. תרשים הכוחות:



ג. ו- ד: הגוף נמצא בתחילה במנוחה, ולאחר מכן מתחיל לפעול עליו כוח אופקי קבוע. כוח זה מאיץ את הגוף בכיוון הכוח, לכן תוספת המהירות היא בכיוון הכוח. כיוון ש- $v_0 = 0$ גם המהירות בכיוון הכוח, והגוף נע לאורך קו ישר, בכיוון פעולת הכוח, בתאוצה קבועה.

עבור מצב (3):



ג. ו- t : ברגע $t = 0$ יש לגוף מהירות v_0 . מרגע זה ואילך שקול הכוחות הפועלים על הגוף הוא כוח החיכוך. כוח החיכוך פועל בכיוון מנוגד ל- v_0 , לכן השינוי במהירות, Δv , הוא בכיוון כוח החיכוך, כלומר בכיוון מנוגד ל- v_0 . הדבר גורם להקטנת מהירות הגוף, ללא שינוי כיוון המהירות, לכן התנועה מתנהלת לאורך קו ישר, בתאוצה קבועה שכיוונה מנוגד למהירות, עד שהגוף נעצר.

3. א. כיוון הכוח השקול הוא ימינה (גודלו 9 N). מכאן, על פי החוק השני של ניוטון, התאוצה מכוונת ימינה.

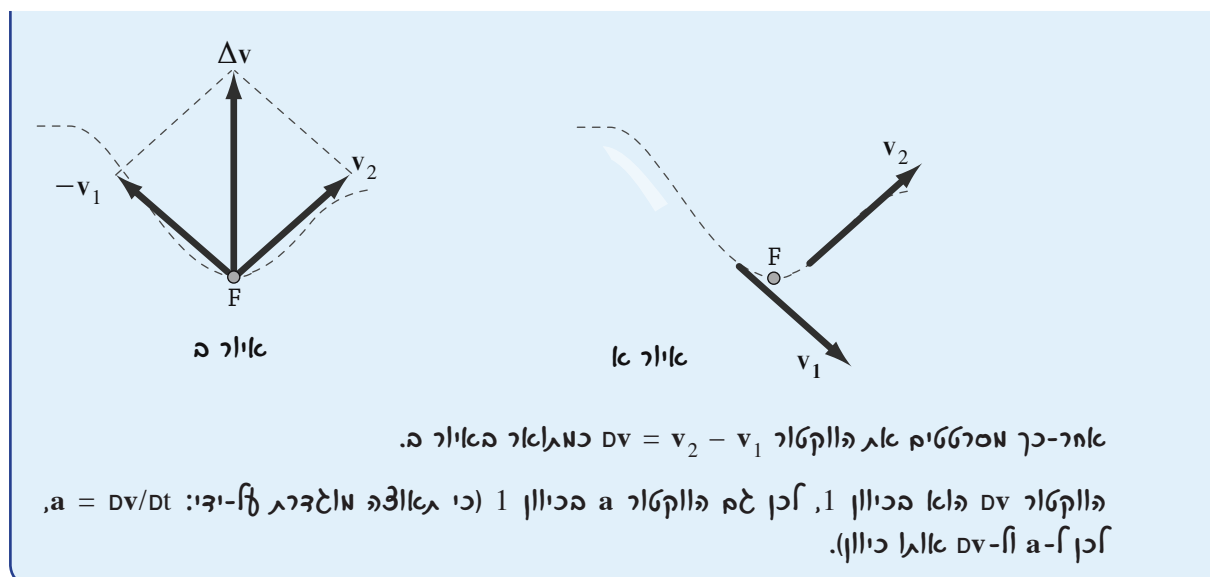
ב. על-פי כיוון הכוח השקול הפועל על גוף (או על פי כיוון תאוצתו) ברגע מסוים, אי אפשר לקבוע כיוון תנועת הגוף, כלומר את כיוון מהירותו.

4. הטבלה:

נקודה	כיוון המהירות	כיוון התאוצה	כיוון הכוח השקול
A	3	0	0
D	4	4	4
F	3	1	1
G	3	5	5

תורה ואנרגיה: פקושי פקיקרי בפגלון פשאלה פלא אקבאל אל כיוון פגאלצה בנקודה F. כדי אפגאלה שפכיון פלא 1, יש אסרנט אקטור מפילול v_1 בפרק זמן קצר, Δt , לפני שכדור מעיל אנקודה F, אלא אקטור מפילול v_2 פמגאים אפרק זמן אלאחר פגילול F, כמגאל באיור א:





5. נפתור ביחס למערכת צירים זו: x - אופקי ימינה ו- y אנכי למעלה.
- א. נמצא תחילה את הכוח השקול. הכוח השקול בכיוון אופקי שווה ל- 12 ניוטון ימינה, ובכיוון אנכי הוא 9 ניוטון כלפי מעלה.

$$\Sigma F = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15 \text{ N}$$

גודל הכוח השקול:

$$\tan \alpha = \frac{9}{12} \Rightarrow \alpha \approx 36.9^\circ$$

נסמן ב- a את הזווית בין הכוח השקול לבין הכיוון האופקי ימינה:

כיוון התאוצה הוא ככיוון הכוח השקול, כלומר התאוצה מכוונת בזווית של כ- 36.9° מעל הכיוון האופקי ימינה.

$$a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{15}{2} = 7.5 \text{ m/s}^2$$

גודל התאוצה:

$$\Sigma F_x = 5 + 8 \cdot \cos 45^\circ \approx 10.66 \text{ N}$$

ב. סכום רכיבי ה- x :

$$\Sigma F_y = 5 + 8 \cdot \sin 45^\circ \approx 10.66 \text{ N}$$

סכום רכיבי ה- y :

$$\Sigma F = \sqrt{\Sigma F_x^2 + \Sigma F_y^2} = \sqrt{10.66^2 + 10.66^2} \approx 15.08 \text{ N}$$

גודל הכוח השקול:

רכיבי ה- x וה- y שווים בגודלם, ושניהם חיוביים, לכן הזווית בין הכוח השקול לבין הכיוון החיובי של הציר x היא 45° , מעל הכיוון החיובי של הציר x . זהו גם כיוון התאוצה.

$$a = \frac{\Sigma F}{m} \approx \frac{15.08}{2} = 7.54 \text{ m/s}^2$$

גודל התאוצה:

$$\Sigma F_x = 6 + 8 \cdot \cos 30^\circ \approx 12.93 \text{ N}$$

ג. סכום רכיבי ה- x :

$$\Sigma F_y = 8 \cdot \sin 30^\circ = 4 \text{ N}$$

סכום רכיבי ה- y :

$$\Sigma F = \sqrt{\Sigma F_x^2 + \Sigma F_y^2} = \sqrt{12.93^2 + 4^2} \approx 13.53 \text{ N}$$

גודל הכוח השקול:

נסמן באות q את הזווית בין הכוח השקול לבין הכיוון החיובי של ציר ה- x .

$$\tan \theta = \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x} = \frac{4}{12.93} \Rightarrow \theta \approx 17.19^\circ$$

הזווית בין כיוון התאוצה לבין הכיוון החיובי של הציר x היא 17.19° , מעל הכיוון החיובי של הציר.

$$a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{13.53}{2} \approx 6.77 \text{ m/s}^2 \quad \text{גודל התאוצה:}$$

$$\Sigma F_x = 5 \cdot \cos 30^\circ \approx 4.33 \text{ N} \quad \text{ד. סכום רכיבי ה- x :$$

$$\Sigma F_y = 4 + 2 - 8 - 5 \cdot \sin 30^\circ = -4.5 \text{ N} \quad \text{סכום רכיבי ה- y :$$

$$\Sigma F = \sqrt{\Sigma F_x^2 + \Sigma F_y^2} = \sqrt{4.33^2 + (-4.5)^2} \approx 6.24 \text{ N} \quad \text{גודל הכוח השקול:}$$

נסמן באות q את הזווית בין הכוח השקול לבין הכיוון החיובי של ציר ה- x .

$$\tan \theta = \left| \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x} \right| = \frac{|-4.5|}{4.33} \Rightarrow \theta \approx 46.1^\circ$$

הזווית בין כיוון התאוצה לבין הכיוון החיובי של הציר x היא 46.1° , מתחת לכיוון החיובי של הציר,

כי $\Sigma F_x > 0$ ו- $\Sigma F_y < 0$.

$$a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{6.24}{2} \approx 3.12 \text{ m/s}^2 \quad \text{גודל התאוצה:}$$

בכל התרשימים, הכיוון שבו $\Sigma F = 0$, ניצב לכיוון התאוצה.

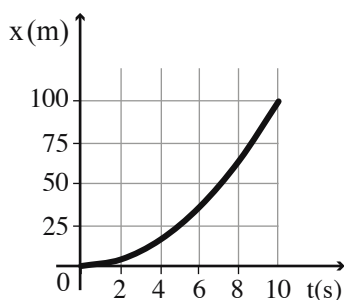
6. נגדיר ציר מקום שראשיתו במקום שבו התיבה הייתה במנוחה, וכיוונו החיובי בכיוון שבו פעל עליה הכוח השקול. נניח שכיוון זה הוא ימינה.

א. כוח שקול קבוע בן 6 ניוטון פעל על תיבה שמסתה 3 ק"ג, מכאן שהתיבה הואצת בתאוצה קבועה בת 2 מטר לשנייה². איור א שלהלן הוא גרף תאוצה-זמן של התיבה.

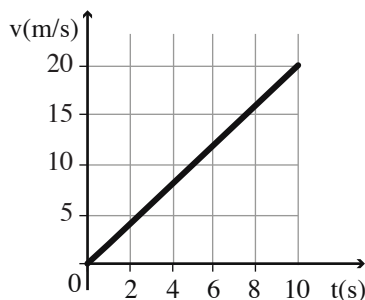
ב. נוסחת מהירות-זמן של התיבה: $v = v_0 + at = 0 + 2t = 2t$. איור ב הוא גרף מהירות-זמן שלה.

ג. נוסחת מקום-זמן של התיבה היא: $x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} = 0 + 0 + \frac{2t^2}{2} = t^2$

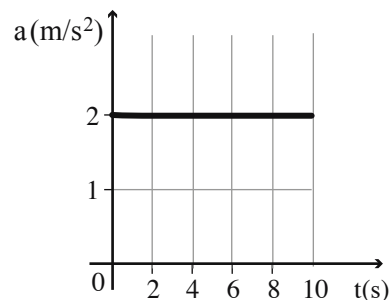
איור ג הוא גרף מקום-זמן של התיבה.



איור ג



איור ב



איור א

7. נבחר ציר מקום x שכיוונו החיובי בכיוון המהירות v_0 .

א. עבור המקרה שבו הכוח פועל בכיוון המהירות v_0 :

$$a = \frac{\sum F}{m} = \frac{4}{2} = 2 \text{ m/s}^2$$

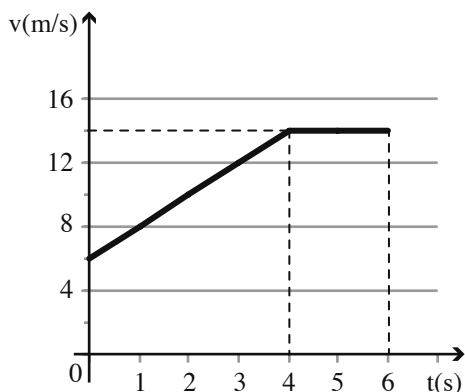
תאוצת הגוף עד לרגע $t = 4 \text{ s}$:

(1) נוסחת תאוצה-זמן של הגוף היא: $a = 2 \text{ m/s}^2$. איור א הוא גרף תאוצה-זמן של הגוף.

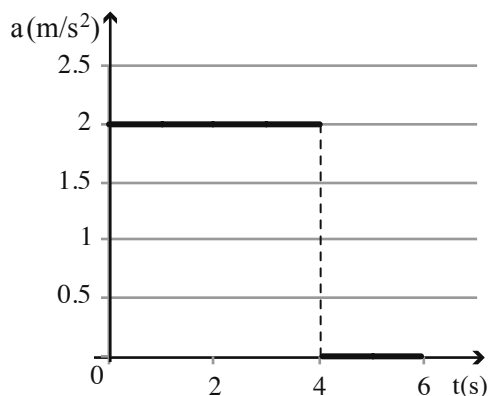
$$v = v_0 + at = 6 + 2t$$

(2) נוסחת מהירות-זמן של הגוף היא:

איור ב הוא גרף מהירות-זמן של הגוף.



איור ב



איור א

ב. עבור המקרה שבו הכוח פועל בכיוון מנוגד לכיוון המהירות v_0 :

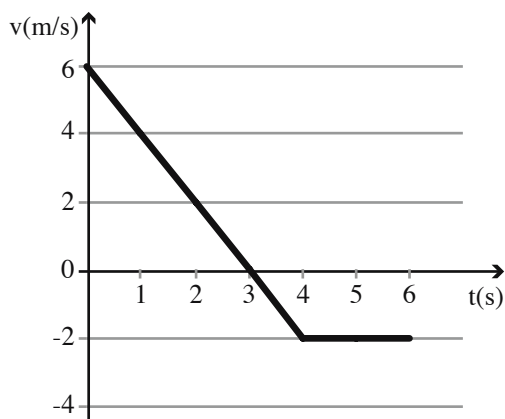
$$a = \frac{\sum F}{m} = \frac{-4}{2} = -2 \text{ m/s}^2$$

תאוצת הגוף עד לרגע $t = 4 \text{ s}$:

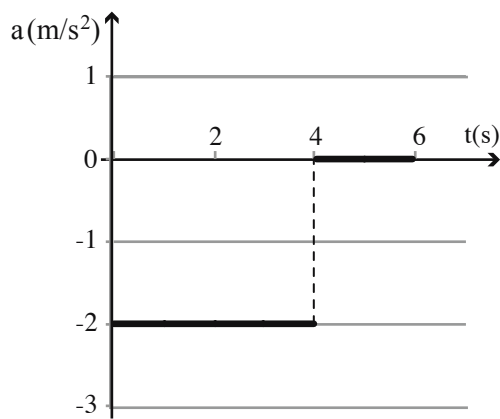
(1) נוסחת תאוצה-זמן של הגוף היא: $a = -2 \text{ m/s}^2$. איור ג הוא גרף תאוצה-זמן של הגוף.

(2) נוסחת מהירות-זמן של הגוף היא: $v = v_0 + at = 6 - 2t$. איור ד הוא גרף מהירות-זמן של

הגוף.



איור ד



איור ג

8. גרף מספר (5). הסבר: גודל הכוח בכל קטע תנועה פרופורציוני לשיפוע של גרף מהירות-זמן (שיפוע הגרף מבטא את התאוצה).

9. א. תאוצת הגלשן קבועה, כי הכוח השקול הפועל עליו קבוע. גודל התאוצה:

$$a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{0.8}{0.2} = 4 \text{ m/s}^2$$

ב. נבחר ציר x שכיוונו החיובי בכיוון התנועה של הגלשן, וראשיתו בנקודת המוצא של הגלשן.

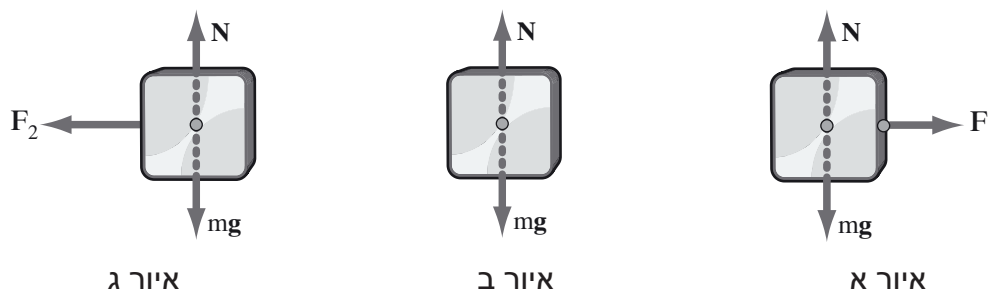
$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow 2 = 0 + 0 + \frac{4 \cdot t^2}{2} \Rightarrow t = \pm 1 \text{ s}$$

כלומר הגלשן מגיע לקצה השני של המסילה תוך שנייה אחת.

$$v = v_0 + at = 0 + 4 \cdot 1 = 4 \text{ m/s} \quad \text{ג.}$$

10. א. באיור א מסורטט הגוף והכוח השקול הפועל עליו בפרק הזמן מ- $t = 0$ עד $t = 10 \text{ s}$.

איור ב מתאים לקטע התנועה השני, ואיור ג לקטע התנועה השלישי.



ב. נחשב את התאוצות ביחס לציר מקום שכיוונו החיובי ככיוון F_1 .

$$a_1 = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{4}{0.5} = 8 \text{ m/s}^2$$

בקטע התנועה הראשון:

$$a_2 = 0$$

בקטע התנועה השני הכוח השקול שווה לאפס:

$$a_3 = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{-5}{0.5} = -10 \text{ m/s}^2$$

בקטע התנועה השלישי:

ג. נחשב את המהירות בסוף קטע התנועה הראשון (ביחס לציר מקום שנבחר בתשובה לסעיף א).

$$v_1 = v_0 + a_1 t = 0 + 8 \cdot 10 = 80 \text{ m/s}$$

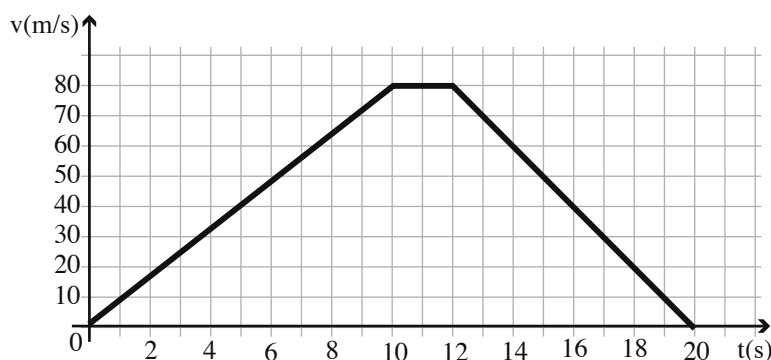
זו גם המהירות בתחילת קטע התנועה השלישי. נסמן ב- t את הזמן שחלף מתחילת התנועה

$$v_2 = v_1 + a_3 t \Rightarrow 0 = 80 + (-10) t \Rightarrow t = 8 \text{ s} \quad \text{בקטע השלישי, עד שהגוף נעצר:}$$

הגוף נעצר 8 שניות לאחר שהחל לפעול עליו כוח בכיוון מנוגד לתנועה (8 שניות לאחר רגע

$t = 12 \text{ s}$). כלומר הגוף נעצר ברגע $t = 20 \text{ s}$.

ד. גרף מהירות-זמן של הגוף:



11. א. נגדיר ציר x בכיוון תנועת הקליע.

$$(א) \quad v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$

לגבי תנועת הקליע בתוך לוח העץ:

$$200^2 = 400^2 + 2 \cdot a \cdot 0.05 \Rightarrow a = -1.2 \cdot 10^6 \text{ m/s}^2$$

$$\Sigma F = ma \Rightarrow \Sigma F = 3.5 \cdot 10^{-3} \cdot (-1.2 \cdot 10^6) = -4,200 \text{ N}$$

גודל הכוח הוא 4,200 N

ב. נוסחה (א) לעיל תקפה רק לתנועה שוות תאוצה. תנועה כזו נגרמת על-ידי כוח שקול קבוע.

12. נבחר ציר x בכיוון תנועת הקליע. לגבי תנועת הקליע מתחילת הקנה עד קצה הקנה:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \Rightarrow 300^2 = 0^2 + 2a \cdot 0.064 \Rightarrow a = 703,125 \text{ m/s}^2$$

$$\Sigma F = ma = 0.0025 \cdot 703,125 \approx 1,758 \text{ N}$$

13. א. יישום החוק השני של ניוטון עבור התנועה במהירות הקבועה:

$$(א) \quad \Sigma F_x = 0 \Rightarrow F - \mu_k \cdot N = 0$$

$$(ב) \quad \Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - mg = 0$$

$$F = \mu_k \cdot mg = 0.2 \cdot 5 \cdot 10 = 10 \text{ N}$$

ממשוואות (א) ו-(ב) נקבל:

כדי לקיים את התנועה נדרש כוח אופקי בן 10 ניוטון.

ב. יישום החוק השני של ניוטון עבור התנועה שהתקיימה לאחר שהכוח חדל לפעול:

$$(א) \quad \Sigma F_x = ma \Rightarrow -\mu_k N = ma$$

$$(ד) \quad \Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - mg = 0$$

$$a = -\mu_k g \Rightarrow a = -0.2 \cdot 10 = -2 \text{ m/s}^2$$

ממשוואות (ג) ו-(ד) נקבל:

$$v = v_0 + at \Rightarrow 0 = 4 + (-2)t \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

הגוף ייעצר כעבור 2 שניות.

14. ניישם את החוק השני של ניוטון עבור תנועת הגוף מהנקודה B ל- C, כאשר ציר x בכיוון התנועה.

$$(א) \quad \Sigma F_x = ma \Rightarrow -\mu_k \cdot N = ma$$

$$(ב) \quad \Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - mg = 0$$

$$a = -\mu_k g = -0.35 \cdot 10 = -3.5 \text{ m/s}^2 \quad \text{ממשוואות (א) ו-(ב) נקבל:}$$

ניישם נוסחה לתנועה שוות תאוצה עבור תנועת הגוף מהנקודה B ל- C:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \Rightarrow 0^2 = v_0^2 + 2 \cdot (-3.5) \cdot 0.4$$

$$v_0 \approx 1.67 \text{ m/s}$$

15. א. כיוונו של הכוח השקול הפועל על הגוף הוא כלפי מעלה, היות שכיוון התאוצה כלפי מעלה.

ב. ניישם את החוק השני של ניוטון עבור תנועת הגוף במהלך פעולת הכוח:

$$\Sigma F = ma = 2 \cdot 3 = 6 \text{ N}$$

ג. תרשים הכוחות הפועלים על הגוף במהלך פעולת הכוח:



את הכוח T מפעיל החוט, את הכוח mg מפעילה הארץ.

$$mg = 2 \cdot 10 = 20 \text{ N}$$

ד. גודלו של כוח הכובד:

גודלו של הכוח T שהנער מפעיל על הגוף כלפי מעלה:

$$\Sigma F = T - mg \Rightarrow T = \Sigma F + mg = 6 + 20 = 26 \text{ N}$$

16. א. תרשים הכוחות הפועלים על התיק עבור השלב שבו הנער מושך אותו:



mg מופעל על ידי כדור הארץ, ו-T מופעל על ידי הנער.

ב. נגדיר ציר מקום, y , שכיוונו החיובי כלפי מעלה, וראשיתו בנקודה שבה התיק היה במנוחה על הרצפה.

$$\Sigma F = T - mg = 18 - 1.2 \cdot 10 = 6 \text{ N} \quad \text{שקול הכוחות הפועלים על התיק מכון כלפי מעלה, וגודלו:}$$

$$a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{6}{1.2} = 5 \text{ m/s}^2 \quad \text{ג. נחשב תחילה את תאוצת התיק:}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta y \Rightarrow v^2 = 0^2 + 2 \cdot 5 \cdot 1.6 \Rightarrow v = \pm 4 \text{ m/s} \quad \text{התנועה שוות תאוצה:}$$

מהירות התיק ברגע שהנער מרפה ממנו היא $v = +4 \text{ m/s}$. גם הפתרון -4 m/s מתאים לתנועת התיק בהיותו בגובה 1.6 מטר, אך עבור תנועתו כשזו תתנהל כלפי מטה.

ד. ברגע שהנער מרפה מהתיק, התיק נע כלפי מעלה. לכן התיק ממשיך לעלות תוך כדי הקטנת גודל מהירותו, כי בשלב זה הכוח השקול הוא $(-mg)$. לאחר שהגוף מגיע לשיא הגובה הוא נע כלפי מטה.

הערה (אנא): בגלל אספקי ד גאומטריים נאטים אלצול שפתיק יורד מיד לאחר שפנקל מרפה ממנו. מאחורי קביעה זו למדג הפסיסה (השלכיה) שלצוף נל גמיד בכיוון הכוח השקול הפולץ עליו. גלאופה וקן היא בכיוון הכוח השקול.



17. א. בהתחלה הגוף תלוי במנוחה - כוח הכובד וכוח המתיחות הפועלים על הגוף מקזזים זה את זה. לאחר מכן כוח המתיחות נעשה גדול יותר, כך ששקול הכוחות קבוע ומכוון כלפי מעלה. הכוח השקול משנה את המהירות, כך ששינוי המהירות מכון כלפי מעלה (תאוצה חיובית ביחס לציר המכוון כלפי מעלה). הגוף נע כלפי מעלה ומהירותו הולכת וגדלה. לאחר שנייה אחת כוח המתיחות מתאפס. ברגע זה יש לגוף מהירות כלפי מעלה, ומרגע זה פועל עליו כוח שקול (כוח כובד) המכוון כלפי מטה. הכוח השקול מקנה שינוי מהירות בכיוונו, כלומר כלפי מטה. הדבר מתבטא בכך שמהירות הגוף (המכוונת עדיין כלפי מעלה) הולכת וקטנה, עד שהיא מתאפסת (הגוף מגיע לשיא הגובה). התוספות הבאות במהירות, (הנובעות מהכוח השקול) גורמות לכך שהמהירות תהיה מכוונת כלפי מטה וגודלה ילך ויגדל.

$$\Sigma F_y = ma \Rightarrow T - mg = ma \quad \text{ב. נגדיר ציר } y \text{ שכיוונו החיובי כלפי מעלה:}$$

$$T = m(a + g) = 2(2 + 10) = 24 \text{ N}$$

$$v = v_0 + at = 0 + 2 \cdot 1 = 2 \text{ m/s} \quad \text{ג.}$$

ד. נגדיר את ראשית הציר y בנקודת המוצא של הגוף.

$$(א) \quad y = y_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

$$y_1 = 0 + 0 + \frac{2 \cdot 1^2}{2} = 1 \text{ m} \quad \text{נסמן: } y_1 - \text{מקום הגוף לאחר שנייה אחת.}$$

נסמן: y_2 - מקום הגוף בהיותו בגובה המרבי.

לגבי תנועת הגוף מ- y_1 ל- y_2 :

$$v^2 = v_0^2 + 2a \cdot \Delta y$$

$$0^2 = 2^2 + 2 \cdot (-10)(y_2 - 1) \Rightarrow y_2 = 1.2 \text{ m}$$

18. רצועת הגומי מתוחה במידה קבועה. התלמיד צריך להתקדם במהירות העגלה, **שהולכת וגדלה**. בשלב מסוים הוא כבר לא יוכל לרוץ במהירות העגלה.

19. נגדיר ציר y שכיוונו החיובי כלפי מעלה.

$$\Sigma F_y = ma \Rightarrow \bar{N} - mg = m \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$\bar{N} - 60 \cdot 10 = 60 \frac{2 - 8}{3} \Rightarrow \bar{N} = 480 \text{ N}$$

רצפת המעלית מפעילה על האישה כוח ממוצע בן 480 ניוטון.

20. א. תמיד.

ב. כאשר האדם והמאזניים אינם מואצים הוריית המאזניים שווה לכוח הכובד שמקורו בכדור הארץ.

21. א. מאזניים מורים את הכוח הפועל עליהם. כאשר האדם עומד על מאזניים והם מורים 750 ניוטון - סימן שהאדם מפעיל עליהם כלפי מטה כוח נורמלי בן 750 ניוטון (והרצפה מפעילה עליהם כוח נורמלי כלפי מעלה בן 750 ניוטון). על-פי החוק השלישי של ניוטון המאזניים מפעילים על האדם כוח נורמלי בן 750 ניוטון כלפי מעלה. על פי הגדרת המושג "משקל" (ראה עמוד 158 בספר "מכניקה ניוטונית" כרך א), משקלו של האדם הוא 750 ניוטון.

ב. לגבי כל אחד מן המצבים המתוארים בסעיפים (1)-(7) נגדיר ציר מקום y שכיוונו החיובי כלפי מטה. החוק השני של ניוטון עבור האדם ביחס לציר זה:

$$\Sigma F_y = ma \Rightarrow mg - N = ma$$

לכן: $N = m(g - a)$ (א)

(1) תאוצת המעלית ביחס לציר שבחרנו היא -2 m/s^2 .

$$N = 75(10 - (-2)) = 900 \text{ N}$$

נציב מספרים ב-(א):

הוריית המאזניים היא 900 ניוטון.

שימו לב, זה אומר שמשקל האדם 900 ניוטון; משקל האדם גדול מכוח הכובד שמקורו בארץ, הפועל על האדם.

$$N = 75(10 - 0) = 750 \text{ N}$$

(2) $a = 0$; נציב מספרים בנוסחה (א):

המאזניים מורים 750 ניוטון.

$$a = +2 \text{ m/s}^2$$

(3) תאוצת המעלית ביחס לציר:

$$N = 75(10 - 2) = 600 \text{ N}$$

נציב מספרים ב-(א):

המאזניים מורים 600 ניוטון.

$$N = 75(10 - 2) = 600 \text{ N}$$

(4) ביחס לציר שבחרנו: $a = 2 \text{ m/s}^2$. נציב ב-(א):

המאזניים מורים 600 ניוטון (כמו במקרה (3) לעיל).

$$N = 750 \text{ N}$$

(5) במקרה זה $a = 0$ לכן:

(כמו במקרה (2) לעיל).

(6) $a = -2 \text{ m/s}^2$. במקרה זה $N = 900 \text{ N}$ (כמו במקרה (1)).

$$N = 75(10 - 10) = 0$$

(7) $a = +10 \text{ m/s}^2$. נציב ערכים ב-(א):

המאזניים מורים אפס.

22. א. האבן נדחפת מטה על-ידי "תקרת" הקופסה; נימוק: תאוצת הקופסה גדולה מתאוצת האבן הנופלת חופשית.

ב. הכוח הנורמלי פועל כלפי מטה.

החוק השני של ניוטון לגבי האבן, ביחס לציר y שכיוונו החיובי כלפי מטה:

$$\Sigma F_y = ma \Rightarrow N + mg = ma$$

$$N = m(-g + a) = m(-g + 1.5g) = 0.5 \text{ mg}$$

23. א. נבחר מערכת צירים שבה כיוונו החיובי של ציר ה- y הוא כלפי מעלה. החוק השני של ניוטון

$$(א) \Sigma F_x = 0 \Rightarrow F - \mu_s N = 0$$

לגבי הגוף, כשהוא נמצא על סף התנועה:

$$(ב) \Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - mg = 0$$

בציר x הגוף על סף תנועה לכן:

$$F = \mu_s mg = 0.4 \cdot 10 \cdot 10 = 40 \text{ N}$$

ממשוואות (א) ו-(ב) נובע:

$$a_y = 2 \text{ m/s}^2$$

ב. תאוצת המעלית ביחס לציר y :

$$(ג) \Sigma F_x = 0 \Rightarrow F - \mu_s N = 0$$

בציר x הגוף על סף התנועה לכן:

$$(ד) \Sigma F_y = ma_y \Rightarrow N - mg = ma_y$$

$$(ה) F = \mu_s m(g + a_y) = 0.4 \cdot 10(10 + 2) = 48 \text{ N}$$

ממשוואות (ג) ו-(ד) נקבל:

$$a_y = (-2) \text{ m/s}^2$$

ג. תאוצת המעלית ביחס לציר:

$$F = 0.4 \cdot 10(10 - 2) = 32 \text{ N}$$

נציב במשוואה (ה):

24. נגדיר מערכת צירי מקום שבה כיוונו החיובי של הציר x הוא במורד המשטח המשופע, וראשיתו במקום שבו הונחה הקרונית על המשטח המשופע. הציר y בכיוון הכוח הנורמלי. הכוחות הפועלים על הקרונית במהלך תנועתה הם כוח הכובד, mg , והכוח הנורמלי, N .

נפרק את כוח הכובד mg לשני רכיבים בכיווני הצירים: הרכיב $mg \sin 30^\circ$ בכיוון החיובי של ציר x , והרכיב $mg \cos 30^\circ$ בכיוון השלילי של ציר y .
יישום החוק השני של ניוטון לגבי רכיבי ה- x :

$$(א) \quad \Sigma F_x = ma \Rightarrow mg \sin 30^\circ = ma \Rightarrow a = g \sin 30^\circ = 5 \text{ m/s}^2$$

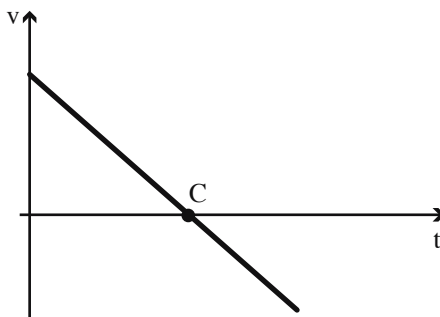
עתה ניישם נוסחה קינמטית לתנועה שוות תאוצה:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow 2.5 = 0 + 0 + \frac{5t^2}{2} \Rightarrow t = \pm 1 \text{ s}$$

הפתרון השלילי אינו מתאים. מכאן שהקרונית עוברת את המרחק של 2.5 מטר במשך שנייה אחת.

25. א. **הסבר בעזרת שיקולים דינמיים:** הכוח השקול הפועל על הגוף בכל מהלך תנועתו, כולל בנקודת שיא הגובה, הוא $mg \sin \alpha$ (זווית השיפוע של המישור המשופע). לכן יש לגוף תאוצה בכל מהלך תנועתו, כולל בנקודת שיא הגובה.

הסבר בעזרת שיקולים קינמטיים: נבחר ציר מקום שכיוונו החיובי בכיוון מעלה המישור. כאשר הגוף עולה - מהירותו חיובית, והיא הולכת וקטנה. בשיא המסלול המהירות מתאפסת רגעית, ולאחר מכן הכדור יורד, ומהירותו ממשיכה לקטון (ערכה המוחלט גדל). הגרף שבאיור א מתאר באופן סכמטי את המהירות כפונקציה של הזמן (הנקודה C מתאימה לשיא הגובה):

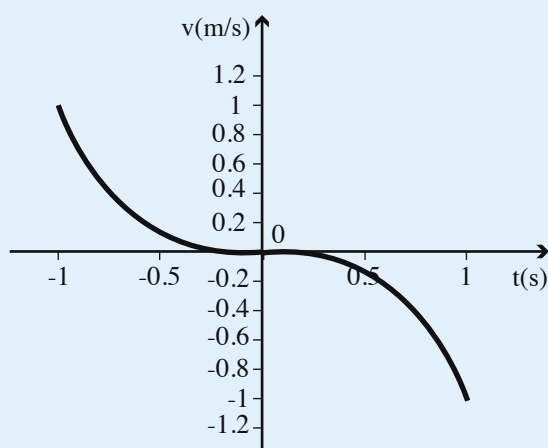


איור א

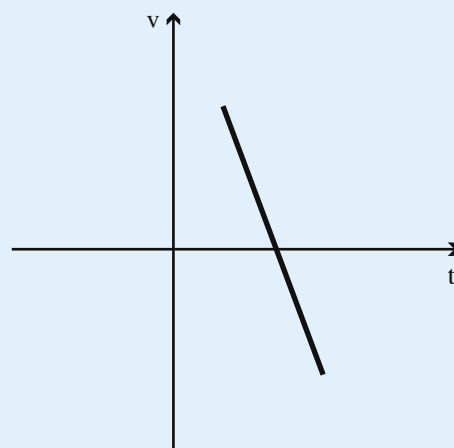
כיוון שבכל רגע ורגע המהירות משתנה, יש לגוף תאוצה בכל רגע ורגע, בפרט ברגע שבו הוא בשיא הגובה.

העלול (פאלול):

הטיעון דליל אינו גמדי, אם כי הוא נכון במקרה של המישור המשוט, שבו גרף המהירות-זמן הוא אינארי, כמגאר באיור ב שלפון:



איור ג



איור ב



הנלצרג בנקודת חיתוך העליל $v(t)$ עם ציר הזמן שונה מאפס, ולכן יש גאולפה בשיא העלובה. עקלונות יגכן מצב שבו נקודת החיתוך עם ציר הזמן היא נקודת פיתול, ואז, אמולג שפמפולול משגפ בכו נקודת ונקודת, הפאולפה בנקודת החיתוך שוול אפס. דלמפ: נניח שנלסחמ מפולול-זמן של גלף היא $v = -t^3$. העליל מגאר באיור ג שלפון. נלסחמ גאולפה-זמן מקרבול מלצירג פנלסחפ $v = -t^3$ ופול $a = -3t^2$. ברלל $t = 0$ הפאולפה שוול אפס. אמולג שפמפולול משגפ בכו רלל ורלל, ברלל $t = 0$ הפאולפה שוול אפס.

ב. גודל הכוח השקול הוא $mg \sin a$ לכן גודל התאוצה הוא: $a = g \sin 30^\circ = 5 \text{ m/s}^2$ וכיוונה בכיוון המורד.

ג. נבחר ציר בכיוון מעלה המשטח. הגוף נע בתאוצה קבועה לכן:

$$\Delta x = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

נציב ערכים המתאימים לתנועתו מנקודת המוצא וחזרה לנקודת המוצא:

$$0 = v_0 \cdot 3 + \frac{(-5) \cdot 3^2}{2} \Rightarrow v_0 = 7.5 \text{ m/s}$$

26. א. (1) נגדיר מערכת צירי מקום שבה כיוונו החיובי של הציר x הוא במורד המשטח המשופע, והציר y בכיוון הכוח הנורמלי הפועל על הגוף.

הכוחות הפועלים על הגוף במהלך תנועתו הם כוח הכובד, mg , והכוח הנורמלי, N . נפרק את כוח הכובד mg לשני רכיבים בכיווני הצירים: רכיב $mg \sin 30^\circ$ בכיוון החיובי של ציר ה- x , ורכיב $mg \cos 30^\circ$ בכיוון השלילי של הציר y .

יישום החוק השני של ניוטון לגבי רכיבי ה-x:

$$\Sigma F_x = ma \Rightarrow mg \sin 30^\circ = ma \Rightarrow a = g \sin 30^\circ = +5 \text{ m/s}^2$$

כלומר תאוצת הגוף היא $+5 \text{ m/s}^2$.

(2) נשתמש במערכת צירים שהגדרנו בסעיף (1) לעיל. החישוב המופיע ב- א (1) לעיל תקף במלואו

גם למקרה שבו הגוף מוטל במעלה המישור המשופע. כלומר גם הפעם תאוצת הגוף היא $+5 \text{ m/s}^2$.

ב. (1) ניישם את החוק השני של ניוטון ביחס למערכת ייחוס שהוגדרה בסעיף א:

$$(א) \Sigma F_x = ma \Rightarrow mg \sin 30^\circ - \mu N = ma$$

$$(ב) \Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - mg \cos 30^\circ = 0$$

$$\mu = \frac{g \sin 30^\circ - a}{g \cos 30^\circ} = \frac{10 \cdot 0.5 - 3}{10 \cdot 0.866} \approx 0.23$$

מקשרים (א) ו- (ב) נובע כי:

$$(א) \Sigma F_x = ma \Rightarrow mg \sin 30^\circ + \mu N = ma$$

(2) החוק השני של ניוטון:

$$(ד) \Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - mg \cos 30^\circ = 0$$

מקשרים (ג) ו- (ד) נובע כי:

$$a = g \sin 30^\circ + \mu g \cos 30^\circ = 10 \cdot 0.5 + 0.23 \cdot 10 \cdot 0.866 \approx 6.99 \text{ m/s}^2$$

ג. בסעיפים א (1) ו- א (2) פועלים על הגוף בעלייה ובירידה בדיוק אותם הכוחות. המסה היא כמובן

אותה מסה, לכן לפי החוק השני של ניוטון התאוצות בעלייה ובירידה שוות.

לעומת זאת בסעיפים ב (1) ו- ב (2), במצבים בהם פועל כוח חיכוך, מערך הכוחות הפועלים על הגוף

בעלייה שונה מזה שבירידה, כי בשעת עליית הגוף כוח החיכוך פועל בכיוון הרכיב של כוח הכובד -

לעבר המורד, ובמהלך ירידתו שני כוחות אלה פועלים בכיוונים מנוגדים. לכן בשני מצבים אלה הכוח

השקול שונה. המסה היא כמובן אותה מסה, לכן התאוצות חייבות להיות שונות.

27. א. נגדיר ציר x בכיוון התנועה, וציר y בכיוון הכוח הנורמלי. הגוף במצב התמדה (מהירותו קבועה)

$$(א) \Sigma F_x = 0 \Rightarrow F - mg \sin 20^\circ - \mu_k \cdot N = 0 \quad \text{לכן:}$$

$$(ב) \Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - mg \cos 20^\circ = 0$$

$$F = mg(\sin 20^\circ + \mu_k \cos 20^\circ) \quad \text{ממשוואות (א) ו- (ב) נקבל:}$$

$$F = 100 \cdot 10(\sin 20^\circ + 0.4 \cos 20^\circ) \approx 718 \text{ N} \quad \text{נציב מספרים:}$$

ב. במקרה זה הגוף מואץ מעלה. במקום משוואה (א) נרשום:

$$(ג) \Sigma F_x = ma \Rightarrow F - mg \sin 20^\circ - \mu_k N = ma$$

$$a = \frac{F}{m} - g \cdot \sin 20^\circ - \mu_k \cdot g \cdot \cos 20^\circ \quad \text{ממשוואות (ב) ו- (ג) נקבל:}$$

$$a_1 = \frac{1200}{100} - 10 \cdot \sin 20^\circ - 0.4 \cdot 10 \cdot \cos 20^\circ \approx 4.82 \text{ m/s}^2$$

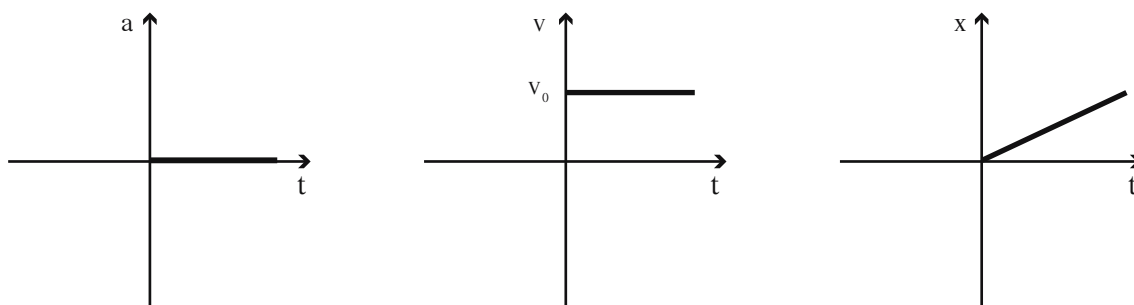
נציב ערכים:

$$N = mg \cos 20^\circ \Rightarrow N < mg$$

ג. על-פי משוואה (ב):

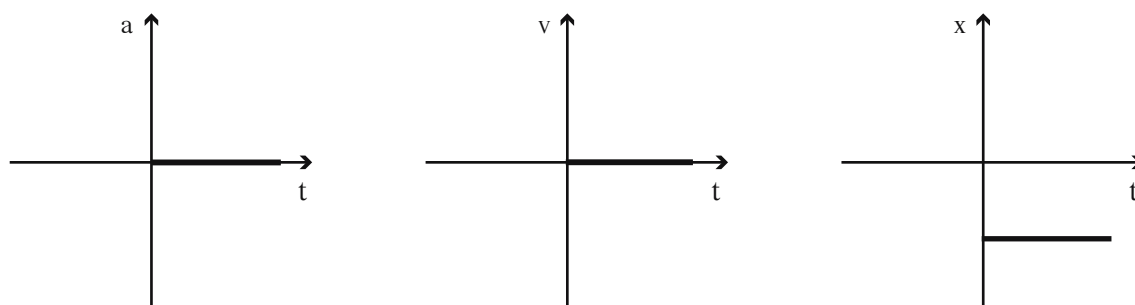
מכאן שהכוח הנורמלי שהמדורן מפעיל על הארגז אינו שווה למשקל הארגז.

28. א. באיור א המלווה את השאלה אפשר לראות כי המשטח אופקי, לכן אין לגוף תאוצה: $a(t) = 0$ ותנועתו היא במהירות קבועה, השווה ל- v_0 : $v(t) = v_0$. המהירות חיובית כי v_0 בכיוון הציר. בתנועה שוות מהירות נוסחת מקום זמן היא: $x = x_0 + vt$ כאשר $x_0 = 0$ ו- v חיובי. על פי נוסחאות אלה סרטטו הגרפים שבאיור א שלהלן.



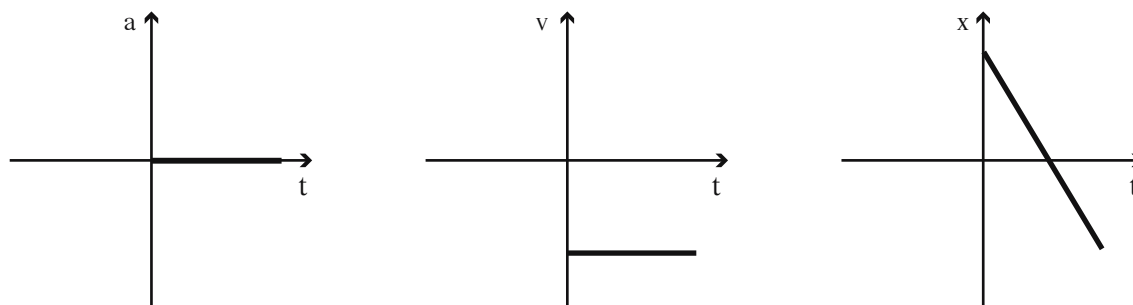
איור א

ב. המצב באיור ב שבגוף השאלה דומה לזה שבאיור א בגוף השאלה, אלא שבאיור ב $v_0 = 0$ לכן אין תנועה, והגוף נשאר במנוחה בנקודה ששיעורה שלילי, כמתואר בגרפים שבאיור ב שלהלן.



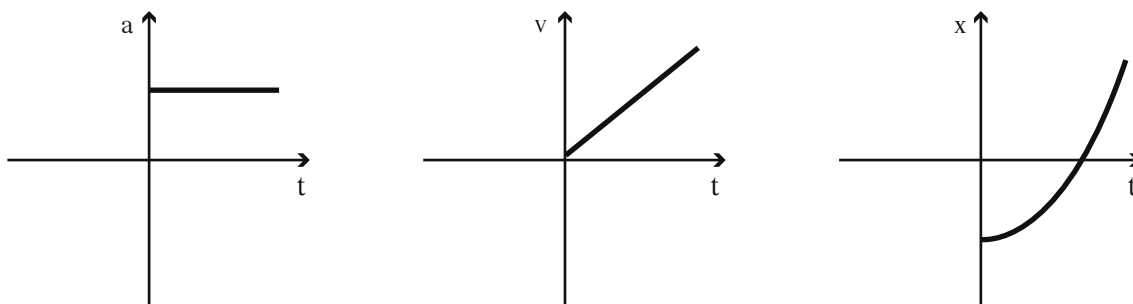
איור ב

ג. המצב דומה לזה שבאיור א, אלא שכאן v_0 שלילי, לכן המהירות שלילית בכל מהלך התנועה. בנוסף לכך המקום ההתחלתי, x_0 , הוא חיובי. הגרפים מוצגים באיור ג שלהלן.



איור ג

ד. כאן המשטח הוא משופע. גם כיוון הציר, וגם כיוון רכיב הכוח שלאורך המשטח המשופע הם בכיוון המורד. מכאן שלגוף יש תאוצה, והיא קבועה וחיובית: $a(t) = a$. נוסחת מהירות-זמן של הגוף היא $v(t) = at$. נוסחת מקום-זמן של הגוף ניתנת על ידי $x(t) = x_0 + \frac{1}{2}at^2$. התיאור הגרפי הוא פרבולה. כיוון שהתאוצה חיובית (המקדם של האיבר הריבועי הוא חיובי) זו פרבולה עם נקודת מינימום (פרבולה "מחייכת"). הפרבולה חותכת את הציר האנכי בנקודה ששיעורה שלילי, כי x_0 שלילי. שיפוע הפרבולה ברגע $t = 0$ הוא אפס, כי $v_0 = 0$. על סמך נוסחאות אלה סרטטנו את הגרפים באיור ד שלהלן.

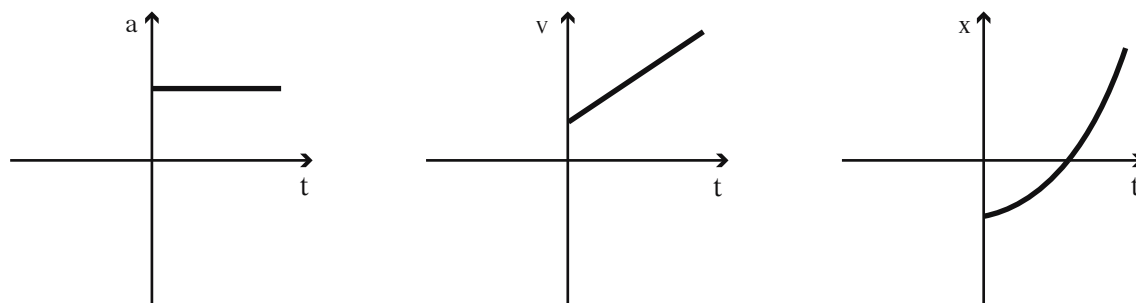


איור ד

ה. התאוצה חיובית. זה נובע מאותו נימוק כמו בסעיף ד. נוסחת מהירות-זמן היא $v(t) = v_0 + at$ לכן הגרף של המהירות כפונקציה של הזמן הוא ישר, ושיפועו חיובי. הקו חותך את הציר האנכי בנקודה ששיעורה חיובי, כי המהירות ההתחלתית v_0 היא חיובית.

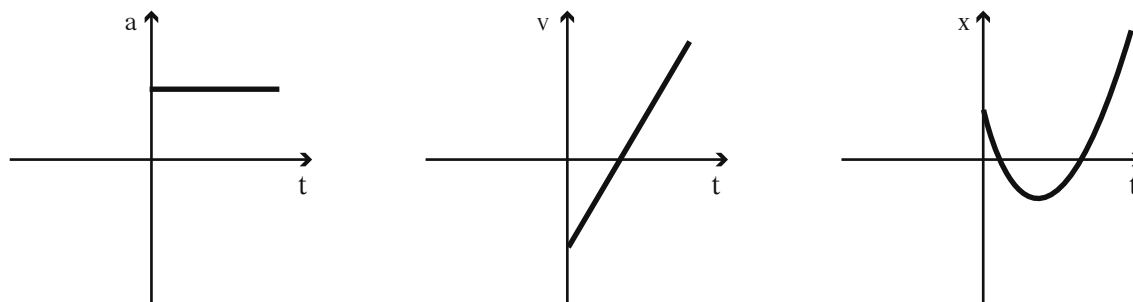
נוסחת מקום-זמן היא: $x(t) = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$

התיאור הגרפי דומה לזה שבסעיף ד, אלא שעכשיו שיפוע הפרבולה ברגע $t = 0$ חיובי, כי v_1 חיובי. על סמך נוסחאות אלה סרטטנו את הגרפים באיור ה שלהלן.



איור ה

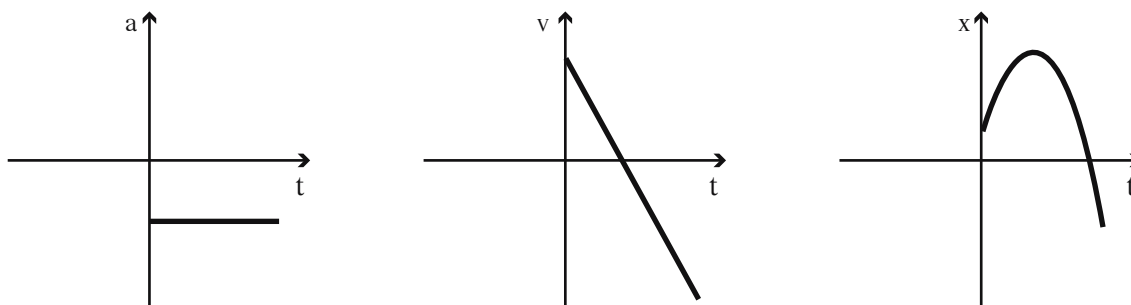
ו. התאוצה חיובית (כיוון רכיב הכוח במישור המשטח המשופע הוא בכיוון הציר). נוסחת מהירות-זמן זהה לנוסחה במקרה ה, אבל הפעם v_0 שלילי, לכן גרף מהירות-זמן הוא ישר ששיפועו חיובי, ושיעור נקודת החיתוך עם ציר המהירות הוא שלילי. נוסחת מקום-זמן זהה לזו שבמקרה ה, לכן הגרף הוא פרבולה עם נקודת מינימום, כי תאוצה חיובית (פרבולה "מחייכת"). ברגע $t = 0$ שיפוע המשיק לעקומה הוא שלילי, כי המהירות ההתחלתית שלילית. העקומה יכולה שלא להיחתך עם ציר הזמן (הגוף אינו מגיע לנקודה ששיעורה $x = 0$), או לגעת בו בנקודה אחת (הגוף נעצר ב- $x = 0$ ואז יורד), או לחתוך אותו בשתי נקודות (הגוף מגיע לנקודה ששיעורה $x = 0$, עובר אותה, לאחר מרחק מסוים נעצר, יורד, ושוב עובר ב- $x = 0$). על סמך נוסחאות אלה סרטטנו את הגרפים באיור ו שלהלן.



איור ו

ז. כאן התאוצה שלילית, כי הרכיב של כוח הכובד פונה בכיוון השלילי של ציר המקום. נוסחת מהירות-זמן היא כמו במקרה ה, אבל השיפוע של הקו הישר, המייצג תאוצה כפונקציה של הזמן הוא שלילי. קו ישר זה חותך את ציר המהירות בנקודה ששיעורה חיובי, כי v_0 חיובי.

גרף מקום-זמן הוא פרבולה עם נקודת מקסימום (פרבולה "עצובה"). הפרבולה חותכת את ציר המקום בנקודה ששיעורה חיובי, כי x_0 חיובי. על סמך נוסחאות אלה סרטטנו את הגרפים שבאיור ז שלהן.



איור ז

הערה נוספת: כאשר פאגרים אלגוריתם, מומלץ לעמוד על כך שבכל אחד משלבי המחקר בכל שלב הערך של גרף מהירות-זמן שווה לערך של שיפוע גרף מקום-זמן פאגרים, ובכל שלב הערך של גרף גאוצה-זמן שווה לערך של שיפוע גרף מהירות-זמן.



29. א. כוח פנימי, כלומר כוח שגוף מפעיל על עצמו, אינו יכול לשנות את מהירות הגוף; על פי החוק השני של ניוטון - אם הכוח החיצוני שווה לאפס - תאוצת הגוף שווה לאפס.

ב. (1) כוח חיכוך שהכביש מפעיל על צמיגי המכונית בכיוון תנועתה, הוא זה שמאיץ את המכונית. (2) תפקיד המנוע הוא לסובב את גלגלי המכונית. הגלגל המסתובב דוחף את הכביש אחורה על ידי כך שהוא מפעיל עליו כוח חיכוך, הצד השני של האינטראקציה הוא כוח חיכוך שהכביש מפעיל על צמיגי המכונית, בכיוון קדימה.

ג. נגדיר ציר מקום בכיוון התנועה של המכונית.

$$v = v_0 + \bar{a}t \Rightarrow 24 = 0 + \bar{a} \cdot 8 \Rightarrow \bar{a} = 3 \text{ m/s}^2$$

$$\Sigma \bar{F}_x = m\bar{a} \Rightarrow \Sigma \bar{F}_x = 1,500 \cdot 3 = 4,500 \text{ N}$$

ד. (1) ביחס לציר מקום בכיוון התנועה של המכונית:

$$v = v_0 + \bar{a}t \Rightarrow 0 = 15 + \bar{a} \cdot 0.5 \Rightarrow \bar{a} = -30 \text{ m/s}^2$$

חגורת הבטיחות מפעילה על הנהג כוח אופקי, כך שתאוצת הנהג תהיה $(-30) \text{ m/s}^2$.

$$\bar{F} = m\bar{a} \Rightarrow \bar{F} = 75(-30) = -2250 \text{ N}$$

$$\bar{F} = m\bar{a} \Rightarrow \bar{F} = 10(-30) = -300 \text{ N} \quad (2) \text{ נחשב את הכוח הדרוש להחזיק את הכד:}$$

כיוון שגודל הכוח המרבי שנוסע זה יכול להפעיל באמצעות ידיו הוא 250 ניוטון, הוא לא יצליח להחזיק את הכד.

$$\Sigma F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{10^2 + 7.5^2} = 12.5 \text{ N}$$

30. א. גודל הכוח השקול:

$$\tan \theta = \frac{F_2}{F_1} = \frac{7.5}{10} \Rightarrow \theta \approx 36.9^\circ \quad \text{נסמן ב-} q \text{ את הזווית בין הכוח השקול לבין הציר } x:$$

ב. (1) במקרה זה מסלול התנועה יהיה קו ישר, בכיוון הכוח השקול. תנועת הגוף תהיה שוות תאוצה.

$$a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{12.5}{2.5} = 5 \text{ m/s}^2 \quad \text{גודל התאוצה:}$$

$$v = v_0 + at = 0 + 5 \cdot 2 = 10 \text{ m/s} \quad \text{גודל המהירות:}$$

לאחר 2 שניות גודל מהירות הגוף יהיה 10 מטר לשנייה, וכיוון המהירות יוצר זווית 36.9° עם הציר x ברביע הראשון.

(2) גם במקרה זה הגוף ינוע בכיוון הכוח השקול.

$$v = v_0 + at = 2 + 5 \cdot 2 = 12 \text{ m/s} \quad \text{גודל המהירות:}$$

לאחר 2 שניות מהירות הגוף תהיה 12 מטר לשנייה בזווית 36.9° עם הציר x ברביע הראשון.
(3) כאן נוח לחשב לכל רכיב בנפרד.

$$a_x = \frac{F_1}{m} = \frac{10}{2.5} = 4 \text{ m/s}^2 \quad \text{רכיב ה-} x \text{ של התאוצה:}$$

$$v_x = v_{0,x} + a_x t = 2 + 4 \cdot 2 = 10 \text{ m/s} \quad \text{רכיב ה-} x \text{ של המהירות לאחר 2 שניות:}$$

$$a_y = \frac{F_2}{m} = \frac{7.5}{2.5} = 3 \text{ m/s}^2 \quad \text{רכיב ה-} y \text{ של התאוצה:}$$

$$v_y = v_{0,y} + a_y t = 0 + 3 \cdot 2 = 6 \text{ m/s} \quad \text{רכיב ה-} y \text{ של המהירות:}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{10^2 + 6^2} \approx 11.7 \text{ m/s} \quad \text{גודל המהירות:}$$

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{6}{10} \Rightarrow \theta \approx 31^\circ \quad \text{כיוון המהירות:}$$

(4) גם כאן נוח לחשב בנפרד את רכיבי ה- x ואת רכיבי ה- y . רכיבי התאוצה חושבו בסעיף הקודם.

$$v_x = v_{0,x} + a_x t = -2 + 4 \cdot 2 = 6 \text{ m/s} \quad \text{רכיב ה-} x \text{ של המהירות:}$$

$$v_y = 6 \text{ m/s} \quad \text{על-פי הסעיף הקודם:}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{6^2 + 6^2} \approx 8.49 \text{ m/s} \quad \text{גודל המהירות:}$$

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{6}{6} \Rightarrow \theta \approx 45^\circ$$

ג. הגוף נע בכיוון הכוח השקול במצבים (1) ו-(2).

ד. לגבי כל אחד מהמקרים (1) - (4):

$$a_x = \frac{\Sigma F_x}{m} = \frac{10}{2.5} = 4 \text{ m/s}^2 \quad (1)$$

$$a_y = \frac{\Sigma F_y}{m} = \frac{7.5}{2.5} = 3 \text{ m/s}^2$$

$$(א) \quad x = x_0 + v_{0,x}t + \frac{a_x t^2}{2} \Rightarrow x = 0 + 0 + \frac{4 \cdot 2^2}{2} = 8 \text{ m}$$

$$(ב) \quad y = y_0 + v_{0,y}t + \frac{a_y t^2}{2} \Rightarrow y = 0 + 0 + \frac{3 \cdot 2^2}{2} = 6 \text{ m}$$

$$v_{0,x} = v_0 \cdot \cos 36.9^\circ = 2 \cdot \cos 36.9^\circ = 1.6 \text{ m/s} \quad (2)$$

$$v_{0,y} = v_0 \cdot \sin 36.9^\circ = 2 \cdot \sin 36.9^\circ = 1.2 \text{ m/s}$$

$$x = 0 + 1.6 \cdot 2 + \frac{4 \cdot 2^2}{2} = 11.2 \text{ m} \quad \text{נציב מספרים במשוואה (א):}$$

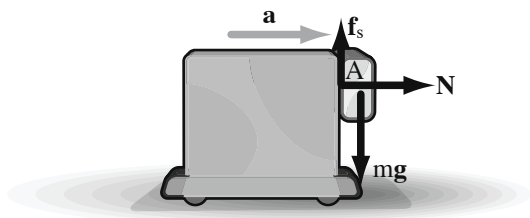
$$y = 0 + 1.2 \cdot 2 + \frac{3 \cdot 2^2}{2} = 8.4 \text{ m} \quad \text{נציב מספרים במשוואה (ב):}$$

$$x = 0 + 2 \cdot 2 + \frac{4 \cdot 2^2}{2} = 12 \text{ m} \quad (3) \quad \text{נציב מספרים במשוואה (א):}$$

$$y = 6 \text{ m} \quad \text{בכיוון הציר y הרכיבים שווים לאלה שבסעיף (1), לכן:}$$

$$x = 0 + (-2) \cdot 2 + \frac{4 \cdot 2^2}{2} = 4 \text{ m} \quad (4) \quad \text{נציב מספרים במשוואה (א):}$$

$$y = 6 \text{ m} \quad \text{בכיוון הציר y הרכיבים שווים לאלה שבסעיף (1), לכן:}$$



31. א. ניתוח: הכוחות הפועלים על הגוף A כאשר הקרונית מואצת מוצגים באיור שלהלן:

כוח הכובד mg קבוע. ככל שתאוצת הקרונית (יחד עם הגוף A) גדולה - הכוח הנורמלי N שהיא מפעילה על גוף A הולך וגדל (כי כוח זה שווה למכפלה של מסת הגוף A בתאוצתו). גודל כוח החיכוך הסטטי המרבי $f_{s,max}$ פרופורציוני לגודל כוח הנורמלי N.

מכאן שהתאוצה המינימלית בה דרוש להאיץ את הקרונית כדי שגוף A לא יפול, צריכה לגרום לכוח נורמלי N מספיק גדול, כך שכוח החיכוך $f_{s,max}$ ישווה לכוח הכובד.

נרשום את החוק השני של ניוטון לגבי הגוף A, כשהמערכת במצב המתואר בסעיף א. נבחר ציר x בכיוון התנועה.

$$(א) \quad \Sigma F_x = ma_x \Rightarrow N = ma_x \quad \text{שתי משוואות התנועה של הגוף A:}$$

$$(ב) \quad \Sigma F_y = 0 \Rightarrow f_{s,max} - mg = 0$$

$$(ג) \quad f_{s,max} = \mu \cdot N \quad \text{הביטוי לכוח החיכוך הסטטי המרבי:}$$

$$a_x = \frac{g}{\mu} \quad \text{ממשוואות (א), (ב) ו-(ג) נקבל:}$$

ב. (1) כאשר $a_x = \frac{g}{2\mu}$, כוח החיכוך הסטטי הפועל על גוף A קטן מכוח הכובד. לכן לגוף A יהיה רכיב תאוצה גם בכיוון הציר y.

$$(ד) \quad \Sigma F_y = ma_y \Rightarrow mg - \mu N = ma_y$$

$$(ה) \quad \Sigma F_x = ma_x \Rightarrow N = m \frac{g}{2\mu}$$

$$a_y = \frac{g}{2}$$

ממשוואות (ד) ו-(ה) נקבל:

$$(2) \quad \text{גודל התאוצה (הכוללת):} \quad a = \sqrt{\left(\frac{g}{2}\right)^2 + \left(\frac{g}{2\mu}\right)^2} = \frac{g}{2} \sqrt{1 + \frac{1}{\mu^2}}$$

נסמן ב-q את הזווית בין כיוון התאוצה לכיוון תנועת הקרונית.

$$\tan \theta = \frac{a_y}{a_x} = \frac{g/2}{g/2\mu} = \mu \Rightarrow \theta = \arctan \mu$$

(3) מסלול התנועה של גוף A מנקודת ראותו של צופה על הקרקע:

$$(i) \quad x = v_{0,x} t + \frac{a_x t^2}{2} = \frac{g}{4\mu} t^2$$

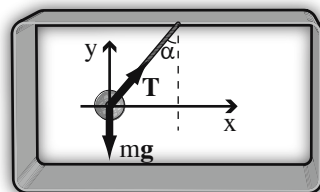
$$(ii) \quad y = v_{0,y} t + \frac{a_y t^2}{2} = \frac{g}{4} t^2$$

מ-(i) ומ-(ii): $y = mx$, וזו משוואה של קו ישר.

מסלול התנועה של גוף A מנקודת ראותו של צופה בקרונית: קו ישר לאורך הציר y.

32. א. כיוון התאוצה הוא ימינה. הסבר: הכוחות הפועלים על המשקולת הם כוח הכובד ומתיחות החוט. הרכיב האנכי של המתיחות מקזז את כוח הכובד. ולכן הכוח השקול הפועל על המשקולת הוא הרכיב האופקי של המתיחות. רכיב זה פונה ימינה. לכן המשקולת מואצת ימינה.

ב. לפניך תרשים כוחות הפועלים על המשקולת ומערכת צירים קרטזית.



יישום החוק השני של ניוטון עבור הרכיבים האופקיים: $(א) \quad \Sigma F_x = ma \Rightarrow T \cdot \sin 30^\circ = ma$

יישום החוק השני של ניוטון עבור הרכיבים האנכיים: $(ב) \quad \Sigma F_y = 0 \Rightarrow T \cdot \cos 30^\circ - mg = 0$

$$\tan 30^\circ = \frac{a}{g} \Rightarrow a = g \cdot \tan 30^\circ \approx 5.77 \text{ m/s}^2 \quad \text{מהמשוואות (א) ו-(ב) נקבל:}$$

ג. אי אפשר לקבוע על-פי האיור את כיוון התנועה; תאוצה שכיוונה ימינה תיתכן בשני מצבים:

(1) כלי הרכב נע ימינה, וגודל מהירותו הולך וגדל (הנהג לוחץ על דוושת הדלק).

(2) כלי הרכב נע שמאלה וגודל מהירותו הולך וקטן (הנהג לוחץ על דוושת הבלם).

33. א. (1) הכוח השקול פועל ימינה, לכן כיוון התאוצה הוא ימינה.

(2) הכוח שהקפיץ הימני מפעיל על הגוף:

$$F = k \cdot \Delta \ell$$

הקפיץ השמאלי מפעיל עליו כוח שווה (בגודל ובכיוון), לכן הכוח ששני הקפיצים מפעילים על הגוף:

$$sF = 2k \Delta \ell$$

מכאן, שתאוצת המתקן:

$$a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{2k \Delta \ell}{m}$$

ב. (1) אפשר לבנות מערכת המורכבת משלושה מתקנים, שכל אחד ניצב לשניים האחרים. מתקן אחד ימדוד את רכיב התאוצה בכיוון הציר x , השני ימדוד את רכיב התאוצה בכיוון הציר y , והשלישי - בכיוון הציר z .

(2) נניח שברגע שיוגדר כ- $t = 0$ יודעים את המהירות (גודלה וכיוונה) ואת המקום של הצוללת. מגדירים מערכת צירים, ולשם נוחיות קובעים את ראשיתה במקום שבו נמצאת הצוללת. כלומר ברגע $t = 0$ מקום הצוללת הוא: $x = 0$, $y = 0$ ו- $z = 0$. על-פי המהירות הידועה ברגע $t = 0$, ועל-פי רכיבי התאוצה מחשבים את רכיבי המהירות ואת שיעורי המקום (x, y, z) ברגע $t + \Delta t$.

34. המהירות של הגוף השני השתנתה במידה רבה יותר (וזאת אף במשך זמן קצר יותר). בשני המקרים פעל אותו כוח. מכאן שהגוף הראשון מתנגד יותר לשינוי מהירותו, כלומר מסתו גדולה יותר.

התאוצה של הגוף השני היא 4.5 m/s^2 , והיא גדולה פי שלושה מתאוצת הגוף הראשון (1.5 m/s^2). גודל הכוח שווה בשני המקרים, לכן מסת הגוף הראשון גדולה פי שלושה ממסת הגוף השני.

35. התשובה היא (2).

נימוק הנסמך על משמעות המושג "מסה": הכוח F מעניק ל- m_1 תאוצה של 3 m/s^2 . אם נחבר ל- m_1 גוף נוסף, אזי התנגדותו של הגוף המורכב משני הגופים לשינוי מהירותו תהיה גדולה יותר, לכן הכוח F יעניק לגוף המורכב תאוצה הקטנה מ- 3 m/s^2 .

נימוק אלגברי:

$$F = m_1 \cdot 3 \quad \text{עבור פעולת } F \text{ על } m_1:$$

$$F = m_2 \cdot 5 \quad \text{עבור פעולת } F \text{ על } m_2:$$

$$F = (m_1 + m_2) \cdot a \quad \text{עבור פעולת } F \text{ על שני הגופים:}$$

$$F = \left(\frac{F}{3} + \frac{F}{5}\right)a \Rightarrow a = \frac{15}{8} \text{ m/s}^2 < 3 \text{ m/s}^2 \quad \text{מכאן:}$$

36. האפשרות הנכונה היא (2). הסבר: נתון כי השינוי במהירות של גוף A, Δv_A , גדול מהשינוי במהירות של

גוף B, Δv_B : $\Delta v_A > \Delta v_B$. הכוחות שכל אחד משני הגופים הפעיל על הגוף האחר פעלו במשך אותו פרק זמן Δt . לכן: $\frac{\Delta v_A}{\Delta t} > \frac{\Delta v_B}{\Delta t}$, לכן התאוצה הממוצעת של גוף A גדולה מהתאוצה הממוצעת של

גוף B: (א) $\bar{a}_A > \bar{a}_B$

על פי החוק השני ניוטון עבור הגוף A: (ב) $\bar{F}_{B \rightarrow A} = m_A \bar{a}_A$

ובאופן דומה החוק השני של ניוטון עבור הגוף B: (ג) $\bar{F}_{A \rightarrow B} = m_B \bar{a}_B$

על פי החוק השלישי של ניוטון גדלי הכוחות שווים: (ד) $\bar{F}_{A \rightarrow B} = \bar{F}_{B \rightarrow A}$

מ-(א), (ב), (ג) ו-(ד) נובע כי: $m_A < m_B$

37. א. על פי איור א, לגוף א יש תאוצה קטנה יותר. שני הגופים מואצים באמצעות כוחות שווים, לכן

לגוף א יש מסה גדולה יותר (המסה מייצגת כאן את תכונת ההתמדה של הגופים).

ב. התארכות הקפיץ שעליו תלוי גוף א גדולה יותר.

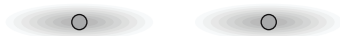
הסבר: לגוף א יש מסה גדולה יותר. על גוף בעל מסה גדולה יותר - פעל כוח כובד גדול יותר (כאן

המסה מייצגת מדד לעוצמת כוח הכובד). כיוון ששני הקפיצים זהים - הקפיץ שעליו תלוי גוף א יתארך במידה רבה יותר.

ג. מקומותיהם של גופים א ו-ב מוצגים באיור שמשמאל.

שני הגופים נופלים באותה תאוצה. אם מסתו של גוף מסוים גדולה פי x ממסתו של גוף אחר, אזי בהשפעת כוחות שווים תאוצתו קטנה פי x מזו של הגוף האחר. מצד שני, כאשר כוח הכובד הוא זה שמאיץ את שני הגופים, אזי גודלו, כאשר הוא פועל על הגוף בעל המסה הגדולה, יהיה גדול פי x. לכן, כאשר שני הגופים נעים בהשפעת כוח הכובד - לשניהם אותה תאוצה

(g).



38. א. התארכות הקפיץ על הירח תהיה קטנה יותר. הסבר: התארכות הקפיץ היא מדד לגודל כוח הכובד, וכוח הכובד שהירח יפעיל על הגוף בהיותו על פני הירח, קטן מזה שכדור הארץ מפעיל על הגוף בהיותו על פני הארץ.

ב. נסמן: m_1 - מסת הגוף. m_2 - מסת המשקולות.

המאזניים מאוזנים על פני הארץ, פרושו של דבר: $m_1 g = m_2 g$ (א)

נסמן: g' - תאוצת הנפילה החופשית על פני הירח. כוחות הכובד על פני הירח הם $m_1 g'$ ו- $m_2 g'$. כיוון שכוחות אלה שווים (על פי (א) $m_1 = m_2$), לכן המאזניים יישארו מאוזנים גם על פני הירח. מכאן שהשימוש במאזני כפות הוא למדידת מסה (מאזני כפות מודדים מסה על-ידי השוואת כוחות כובד, ולא ישירות על-ידי השוואת מסות).

39. א. מסה של גוף היא תכונה של הגוף, ולערכה אין קשר למקום הימצאו של הגוף. לכן גם על פני כוכב הלכת מאדים המסה תהיה 100 גרם.

ב. כוח הכובד שכוכב (או כוכב לכת) מפעיל על גוף תלוי במסת הגוף, ובתכונות מסוימות של הכוכב. לכדור הארץ ולכוכב הלכת מאדים יש תכונות שונות, לכן בהחלט יתכן שמשקלו של הגוף יהיה שונה על פני מאדים מזה שעל פני כדור הארץ.

40. א. בכל פרק זמן Δt שנבחר, הגופים עוברים העתקים שווים כי אורך החוט המקשר ביניהם נשאר קבוע. לכן לגופים יש אותה מהירות בכל רגע ורגע, לכן יש להם אותה תאוצה.

ב. לשני הגופים יש אותה תאוצה a . מסתו של גוף B גדולה יותר, לכן מכפלת המסה של גוף B בתאוצה גדולה מאשר מכפלת המסה של גוף A בתאוצה. על-פי החוק השני של ניוטון, על גוף B פועל כוח שקול גדול יותר.

$$(א) F - T = ma$$

ג. החוק השני של ניוטון לגוף A:

T - המתיחות בחוט.

m - מסת הגוף A.

$$(ב) T = Ma$$

החוק השני של ניוטון לגוף B:

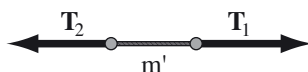
M - מסת הגוף B.

ממשוואות (א) ו-(ב):

$$a = \frac{F}{M + m} = \frac{20}{3 + 2} = 4 \text{ m/s}^2$$

$$T = Ma = 3 \cdot 4 = 12 \text{ N}$$

ד. תרשים כוחות של החוט:



$$T_1 - T_2 = m'a$$

החוט מואץ ימינה, לכן:

m' - מסת החוט.

ככל שמסת החוט m' קטנה - ערכיהם של T_1 ושל T_2 הולכים ומתקרבים זה לזה. כאשר המסה m' ניתנת להזנחה אזי $T_1 = T_2$.

41. המתיחות T_1 בחוט S_1 גדולה מהמתיחות T_2 בחוט S_2 .

הסבר במילים: נסתכל על הגוף האמצעי. הכוחות הפועלים עליו בכיוון אופקי הם T_1 (ימינה) ו- T_2 (שמאלה). התאוצה מכוונת ימינה, לכן הכוח השקול פועל ימינה, לפיכך $T_1 > T_2$.

הסבר באמצעות נוסחה יחסית לציר שכיוונו ימינה:

$$T_1 - T_2 = ma \Rightarrow T_1 > T_2$$

□

42. א. נבחר ציר x שכיוונו החיובי פונה ימינה. החוק השני של ניוטון עבור מערכת שני הגופים יחד:

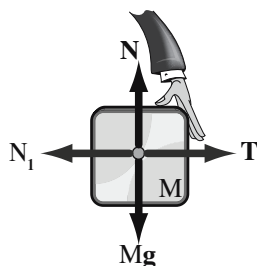
$$a = \frac{F}{M+m} = \frac{30}{20+10} = 1 \text{ m/s}^2$$

ב. החוק השני של ניוטון עבור הגוף שמסתו m :

$$N_{1 \rightarrow 2} = ma = 10 \cdot 1 = 10 \text{ N}$$

ג. על פי החוק השלישי של ניוטון, הכוח $N_{2 \rightarrow 1}$ ש- m מפעיל על M מכון שמאלה, וגודלו 10 N .

43. א. תרשימי כוחות הפועלים על שני הגופים:



איור ב: על הגוף שמסתו M



איור א: על המשקולת

הכוחות הפועלים על המשקולת:

שם הכוח	הגוף המפעיל את הכוח	כיוון הכוח	גודל הכוח (N)
כובד (mg)	הארץ	מטה	2
מתיחות (T)	החוט	מעלה	2

הכוחות הפועלים על הגוף שמסתו M , וסמלי הכוחות המופיעים באיור ב לעיל:

שם הכוח	הגוף המפעיל את הכוח	כיוון הכוח	גודל הכוח (N)
כובד (Mg)	הארץ	מטה	8
נורמלי (N)	השולחן	מעלה	8
מתיחות (T)	החוט	ימינה	2
נורמלי (N_1)	היד	שמאלה	2

ב. (1) ו- (2): החוק השני של ניוטון לגבי המשקולת (יחסית לציר המכוון מטה): $mg - T = ma$ (א)

החוק השני של ניוטון לגבי הגוף שמסתו M (יחסית לציר המכוון ימינה): $T = Ma$ (ב)

ממשוואות (א) ו- (ב) נקבל: $a = \frac{mg}{M + m} = \frac{0.2 \cdot 10}{0.8 + 0.2} = 2 \text{ m/s}^2$ (ג)

נציב מספרים במשוואה (ב): $T = Ma = 0.8 \cdot 2 = 1.6 \text{ N}$

44. א. ראה איורים בתשובה לשאלה 43, סעיף א.

ב. לאחר שמשחררים את המערכת, גודל הכוח שהחוט מפעיל על M קטן מ- mg .

הסבר: הכוחות הפועלים על המשקולת m הם כוח הכובד mg כלפי מטה, וכוח המתיחות T כלפי מעלה. כיוון שתאוצת המשקולת מכוונת כלפי מטה, גם הכוח השקול מכוון כלפי מטה. מכאן שמתיחות החוט קטנה מ- mg . לכן הכוח שהחוט מפעיל על הגוף שמסתו M קטן מ- mg .

ג. (1) על-פי נוסחה (ג) בתשובה לשאלה 43, גודל התאוצה: $a = \frac{mg}{M + m}$ (א)

החוק השני של ניוטון לגבי M : $T = Ma = \frac{Mmg}{M + m}$ (ב)

ד. (1) אם היו מחליפים בין הגוף והמשקולת התאוצה היתה משתנה.

הסבר: המסות M ו- m אינן מופיעות בנוסחה (א) לעיל באופן סימטרי, כלומר אם נציב M במקום m ולהיפך, נקבל ביטוי שונה: $a = \frac{Mg}{M + m}$ (ג)

ביטוי זה שונה מביטוי (א).

(2) מתיחות החוט לא היתה משתנה.

הסבר: המסות M ו- m מופיעות בביטוי (ב) לעיל באופן סימטרי, כלומר אם נרשום m במקום M ולהיפך, נקבל ביטוי זהה למקורי.

ה. **הסבר מילולי:** אילו המשקולת היתה נופלת חופשית (רק בהשפעת כוח הכובד) - תאוצתה היתה g . כיוון שבנוסף לכוח הכובד פועל עליה גם כוח מתיחות בכיוון מנוגד לכוח הכובד - הכוח השקול הפועל עליה קטן מכוח הכובד ולכן, תאוצתה קטנה מ- g .

$$a = g \frac{m}{M+m}$$

הסבר מתמטי: על פי ביטוי (א) (בסעיף ג):

$$\frac{m}{M+m} < 1 \Rightarrow a < g$$

$$a = \frac{m/M}{1+m/M} g$$

ו. (2) נחלק את המונה והמכנה של ביטוי (א) (סעיף ג) ב-M ונקבל:

עתה נעצב גליון אלקטרוני באופן הבא:

D	C	B	A	
a	m/M			1
	0			2
		פרמטרים	רשימת	3
		g	10	4
		d(m/M)	0.5	5

0

בתא C2 נקליד:

$$= C2 * \$A\$4 / (1 + C2)$$

בתא D2 נקליד:

$$= C2 + \$A\$5$$

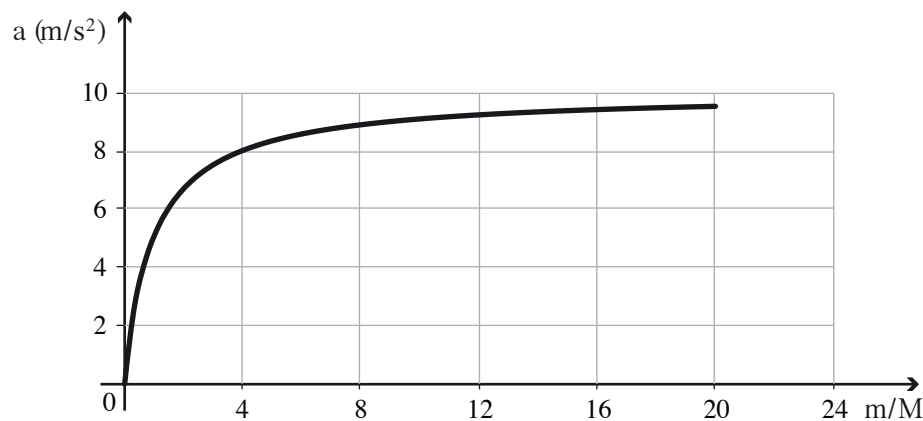
בתא C3 נקליד:

לתא D3 נשכפל את תוכן תא D2.

נסמן (נשחיר) את תאים C3 ו-D3, ונשכפל אותם עד לשורה שבה m/M שווה בערך ל-20.

נסרטט בעזרת הגליון האלקטרוני גרף של a כפונקציה של m/M.

הגרף המתקבל:



45. א. תאוצת הגוף שמסתו M שווה לשיפוע הגרף שבאיור ב: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{1-0}{0.4-0} = 2.5 \text{ m/s}^2$

הגובה h שווה לשטח שמתחת לגרף שבאיור ב, כי ההעתקים של שני הגופים באותו פרק זמן

שווים: $h = \frac{0.4 \cdot 1}{2} = 0.2 \text{ m}$

ב. החוק השני של ניוטון לגבי המשקולת: $\Sigma F_y = ma \Rightarrow mg - T = ma$ (א)

החוק השני של ניוטון לגבי הכוחות האופקיים הפועלים על הגוף:

(ב) $\Sigma F_x = ma \Rightarrow T - mN = Ma$

החוק השני של ניוטון לגבי הכוחות האנכיים הפועלים על הגוף: $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - Mg = 0$ (א)

ממשוואות (א), (ב) ו-(ג) מקבלים: $\mu = \frac{mg - (M+m)a}{Mg} = \frac{0.3 \cdot 10 - (0.5 + 0.3)2.5}{0.5 \cdot 10}$

$\mu = 0.2$

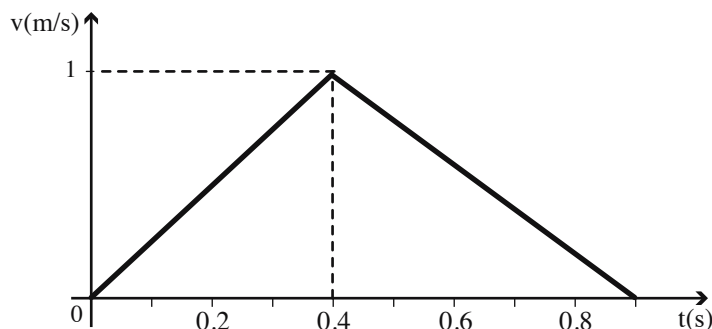
ג. אחרי שהמשקולת פוגעת ברצפה מתיחות החוט מתאפסת, ולכן מהמשוואות (ב) ו-(ג)

מתקבלת תאוצת הגוף: $a = -\mu g = -0.2 \cdot 10 = -2 \text{ m/s}^2$

משך זמן תנועת הגוף בתאוצה זו עד לעצירה: $v = v_0 + at \Rightarrow 0 = 1 + (-2)t \Rightarrow t = 0.5 \text{ s}$

הגוף נעצר ברגע $t = 0.4 + 0.5 = 0.9 \text{ s}$

מהירות הגוף שמסתו M כפונקציה של הזמן:



46. א. החוק השני של ניוטון לגבי הגוף שמסתו M (ביחס לציר שכיוונו החיובי כלפי מטה):

(א) $Mg - T = Ma$

החוק השני של ניוטון לגבי הגוף שמסתו m (ביחס לציר שכיוונו החיובי כלפי מעלה):

(ב) $T - mg = ma$

ממשוואות (א) ו-(ב) מקבלים: $a = \frac{(M-m)g}{M+m} = \frac{(1.05 - 0.7) \cdot 10}{1.05 + 0.7} = 2 \text{ m/s}^2$

$$T = 8.4 \text{ N}$$

ב. נציב ערכים באחת המשוואות - (א) או (ב) ונקבל:

ג. החוק השני של ניוטון לגבי הגלגלת: $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T' - 2T = 0$ (ג)

$T' = 16.8 \text{ N}$ $T' -$ מתיחות החוט S_2 . נציב מספרים במשוואה (ג) ונקבל:

47. א. (1) החוק השני של ניוטון לגבי אחד הגופים: $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow Mg - T_1 = 0 \Rightarrow T_1 = Mg$

(2) החוק השני של ניוטון לגבי הגלגלת: $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_2 - 2T_1 = 0 \Rightarrow T_2 = 2Mg$

$T_2 -$ מתיחות החוט S_2 .

ב. (1) החוק השני של ניוטון לגבי כל המערכת: $a = \frac{(M+m)g - Mg}{2M+m} = \frac{mg}{2M+m}$ (א)

(2) נסמן ב- T_3 את מתיחות החוט S_3 .

החוק השני של ניוטון לגבי הגוף הימני שמסתו M : $\Sigma F_y = ma \Rightarrow T_3 + Mg - T_1 = Ma$ (ב)

נציב את הביטוי לתאוצה מקשר (א) במקום a בקשר (ב) ולאחר כמה פעולות אלגבריות נקבל:

$$T_1 = T_3 + \frac{2M^2g}{2M+m}$$

$$T_1 > T_3$$

כלומר:

כלומר מתיחות החוט S_3 קטנה ממתיחות החוט S_1 .

(3) לאחר קריעת החוט, הגוף השמאלי יעלה ולאחר מכן הוא ירד.

48. נסתכל תחילה על המערכת הכוללת את הסוס עם העגלה. הסוס מפעיל על הקרקע כוח חיכוך בכיוון אחורה, נניח שגודלו 100 ניוטון, וכתגובה הקרקע מפעילה על הסוס כוח חיכוך בן 100 ניוטון בכיוון "קדימה". בנוסף לכך, פועל כוח חיכוך על גלגלי העגלה אחורה (בין הגלגלים לבין הצירים). נניח שגודלו של כוח חיכוך זה הוא 10 ניוטון (אם גם גודלו של כוח חיכוך זה שווה ל-100 ניוטון, הסוס באמת לא יצליח למשוך את העגלה, אך זה אינו קשור לשוויון בין גדלי כוחות "פעולה" ו"תגובה"). גודלו של הכוח השקול הפועל על המערכת הוא 90 ניוטון בכיוון "קדימה", לכן הסוס יכול להזיז את העגלה.

אפשר להסתכל בנפרד על הכוחות שפועלים על הסוס, ועל הכוחות שפועלים על העגלה. בהקשר לערכים המספריים שנבחרו לעיל, נניח כי הסוס מושך את העגלה בכוח שגודלו 50 ניוטון, וכתגובה העגלה מושכת את הסוס בכוח בן 50 ניוטון. הכוח השקול הפועל על הסוס הוא $100 - 50 = 50 \text{ N}$, והכוח השקול הפועל על העגלה גודלו $50 - 10 = 40 \text{ N}$. כך שהסוס והעגלה יכולים לצאת לדרכם.

49. א. נניח כי קבוצה א מפעילה על החבל כוח שגודלו T_1 , וקבוצה ב מפעילה על החבל כוח שגודלו T_2 . על-פי החוק השני של ניוטון:

$$T_1 - T_2 = ma$$

כאשר: m - מסת החבל.

אם m ניתן להזנחה אזי $T_1 = T_2$ כלומר שתי הקבוצות מושכות את החבל בכוחות שווים גודל.

ב. הכוחות הפועלים על קבוצה מסוימת הם כוח המתיחות שפועל לכיוון מסוים, וכוחות החיכוך שהקרקע מפעילה עליהם לכיוון הנגדי.

ככל שהקבוצות מפעילות כוחות T_1 ו- T_2 (השווים בגודלם) גדולים יותר, כך הקבוצה נדרשת להתאמץ יותר כדי שלא להחליק, כלומר להתאמץ יותר כדי להצליח לעמוד כך שכוחות החיכוך הפועלים עליהם יקזזו את כוח המתיחות. הקבוצה המפסידה היא זו שכוח המתיחות גדול מכוח החיכוך הפועל עליה, ואז היא מחליקה לכיוון הקבוצה השנייה.

50. א. (1)-(3): הכוחות הפועלים על האדם מוצגים באיור א, הכוחות הפועלים על הכיסא מוצגים באיור ב, והכוחות הפועלים על מערכת האדם והכיסא מוצגים באיור ג.



איור ג



איור ב



איור א

ב. (1) ו-(2): נגדיר ציר מקום, y , שכיוונו החיובי כלפי מעלה. נתבונן בתרשים הכוחות הפועלים על האדם ובתרשים הכוחות הפועלים על הכיסא.

(א) $\Sigma F_y = ma \Rightarrow N + T - Mg = Ma$ עבור האדם:

(ב) $\Sigma F_y = ma \Rightarrow T - mg - N = ma$ עבור הכסא:

נחסיר את משוואה (ב) מ-(א), ולאחר מעט פעולות אלגבריות נקבל:

$$a = \frac{2N}{M-m} - g = \frac{2 \cdot 300}{60-10} - 10 = 2 \text{ m/s}^2$$

$T = 420 \text{ N}$ מהצבת התאוצה באחת המשוואות (א) או (ב) מקבלים:

ג. נבחר את האדם, ואת המערכת המורכבת מהאדם והכסא יחד.

(ג) $\Sigma F_y = ma \Rightarrow N + T - Mg = Ma$ עבור האדם:

(ד) $2T - (M + m)g = (M + m)a$ עבור מערכת האדם והכסא:

מהתרת משוואות (ג) ו-(ד) מקבלים את התשובות שהתקבלו בסעיף ב.

51. א. נרשום את החוק השני של ניוטון לכל אחד משני הגופים (עבור השלב שבו הכוח F פועל):

(א) $\Sigma F_y = ma \Rightarrow T - F = Ma$ לגבי הגוף:

(התאוצה a שלילית)

(ב) $\Sigma F_y = ma \Rightarrow mg - T = ma$ לגבי המשקולת (ביחס לציר y שכיוונו החיובי כלפי מטה):

(גם כאן a שלילי)

$a = \frac{mg - F}{M + m} = \frac{20 - 30}{3 + 2} = -2 \text{ m/s}^2$ ממשוואות (א) ו-(ב) נקבל:

$v = v_0 + at = 0 + (-2) \cdot 3 = -6 \text{ m/s}$

כשהכוח הפסיק לפעול הגוף נע שמאלה (הציר x פונה ימינה וסימן המהירות הוא שלילי), וגודל המהירות הוא 6 מ'ש'.

ב. $x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow x = 0 + 0 + \frac{(-2) \cdot 3^2}{2} = -9 \text{ m}$

ברגע שבו הכוח הפסיק לפעול הגוף מגיע למרחק 9 מטר, משמאל לנקודה שבה הוא היה ברגע שהכוח התחיל לפעול.

ג. נחשב את תאוצת הגוף מרגע שבו הכוח הפסיק לפעול. החוק השני של ניוטון לגבי הגוף (ביחס

(א) $\Sigma F_x = ma \Rightarrow T = Ma$ לציר x שמוגדר בשאלה):

(ד) $\Sigma F_y = ma \Rightarrow mg - T = ma$ החוק השני של ניוטון לגבי המשקולת:

$a = \frac{mg}{M + m} = \frac{2 \cdot 10}{3 + 2} = +4 \text{ m/s}^2$ ממשוואות (ג) ו-(ד) נקבל:

נחשב כעבור כמה זמן הגוף מגיע למקום שבו הוא היה ברגע $t = 0$:

$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow 0 = -9 - 6t + \frac{4 \cdot t^2}{2}$

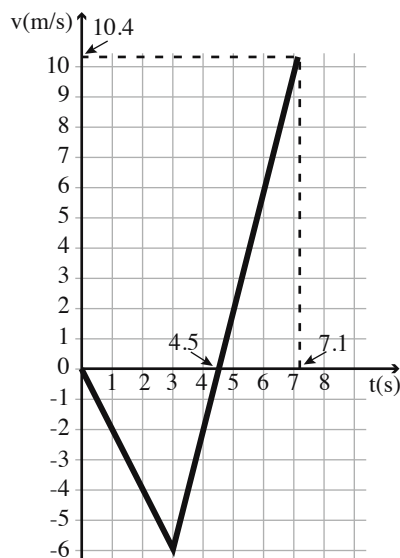
רק הפתרון החיובי מתאים לתנאי הבעיה: $t \approx 4.1 \text{ s}$.

כלומר הגוף מגיע למקום שבו היה ברגע $t = 0$ כעבור $t = 4.1 \text{ s}$.

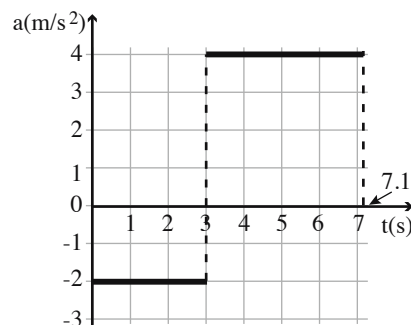
כדי לסרטט את גרף מהירות-זמן, נחשב את מהירות הגוף ברגע שהוא חוזר למקומו כפי שהיה

ב- $t = 0$. נסתכל על התנועה מ- $x = -9 \text{ m}$ עד $x_0 = 0$: $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$

$v^2 = (-6)^2 + 2 \cdot 4 \cdot (0 - (-9)) \Rightarrow v \approx +10.4 \text{ m/s}$



גרף ב - מהירות-זמן



גרף א - תאוצה-זמן

52. א. החוק השני של ניוטון לגבי המשקולות יחסית לציר מכוון כלפי מטה:

$$(א) \quad \Sigma F_y = ma \Rightarrow mg - T = ma$$

נגדיר ציר x שראשיתו בנקודת המוצא של הקרונית, וכיוונו החיובי בכיוון מעלה המדרון.

החוק השני של ניוטון לגבי רכיבי הכוחות הפועלים על הקרונית בכיוון הציר x :

$$(ב) \quad \Sigma F_x = ma \Rightarrow T - Mg \sin 30^\circ = Ma$$

$$a = \frac{mg - Mg \sin 30^\circ}{M + m} = \frac{3 \cdot 10 - 2 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2}}{3 + 2} = 4 \text{ m/s}^2 \quad \text{ממשוואות (א) ו-(ב) נקבל:}$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} = 0 + 0 + \frac{4 \cdot 2^2}{2} = 8 \text{ m} \quad \text{נחשב את מקום הקרונית:}$$

ברגע $t = 2 \text{ s}$ הקרונית נמצאת במרחק 8 מטר ממקום מוצאה.

$$v = v_0 + at = 0 + 4 \cdot 2 = 8 \text{ m/s} \quad \text{נחשב תחילה את מהירות הקרונית ברגע } t = 2 \text{ s:}$$

נחשב את התאוצה שהיתה לקרונית לאחר קריעת החוט. החוק השני של ניוטון לגבי הקרונית

$$\Sigma F_x = ma \Rightarrow -Mg \sin 30^\circ = Ma \quad \text{(ביחס לציר שהוגדר בסעיף (א)):$$

$$a = -g \sin 30^\circ = -10 \cdot \frac{1}{2} = -5 \text{ m/s}^2$$

מקום הקרונית 2 שניות אחרי קריעת החוט:

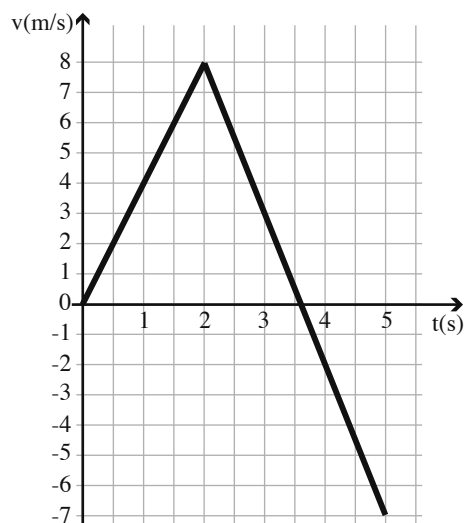
$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} = 8 + 8 \cdot 2 + \frac{(-5) \cdot 2^2}{2} = 14 \text{ m}$$

ברגע $t = 4 \text{ s}$ הקרונית נמצאת במרחק 14 מטר ממקומה כפי שהיה ברגע $t = 0$.

ג. נחשב את המהירות ברגע $t = 5s$. לגבי התנועה מרגע $t = 2s$ עד $t = 5s$:

$$v = v_0 + at = 8 + (-5) \cdot 3 = -7 \text{ m/s}$$

גרף מהירות-זמן:



53. א. נחשב את כוח החיכוך הסטטי המקסימלי הפועל על בול העץ:

$$f_{s, \max} = m \cdot N = mmg = 0.4 \cdot 1,000 \cdot 10 = 4,000 \text{ N}$$

על מערכת הטרקטורון ובול העץ פועל כוח בן 5,000 ניוטון בכיוון "קדימה", וכוח חיכוך בן 4,000 ניוטון בכיוון "אחורה", לכן הטרקטורון יצליח לגרור את בול העץ.

ב. במצב זה הטרקטורון **לא יצליח** לגרור את בול העץ, כיוון שהכוח הפועל עליו בכיוון "קדימה", שווה ל-2,000 ניוטון, והוא קטן מכוח החיכוך הסטטי המקסימלי (שהוא גדול יותר על החול מאשר על הכביש, כי מקדם החיכוך הסטטי גדול יותר).

הערה (אנא): כדי אפדעים אג פליקרון אפטר אלוך בכיגה אג פניסוי פבא: גלמיד מושך שלוחן (לא כבד מדי) עס חבא. אחרי כך גלמיד נאלץ ללגילוג ושוב מנסה אפכיס אג פלוחן על ידי משיכה בחבא. ואז נאכחיס שלפאא כבר אינן מוצליח במשימה.



54. א. העובדות אינן סותרות את החוק השני של ניוטון; הכוח שמורה חיישן-הכוח הוא רק **אחד הכוחות** הפועלים על הקרונית. כוח זה מקוזז על-ידי הכוח שמפעילה היד על הקרונית בכיוון הנגדי, והכוח **השקול** שווה לאפס.

ב. ברגע $t = 0.5s$ התלמיד שחרר את הקרונית, וזו הוצאה. כוח המתיחות בזמן ההאצה נהיה קטן יותר.

הסבר: נסמן ב- T_s את כוח המתיחות במצב סטטי. החוק השני של ניוטון לגבי המשקולת B

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow mg - T_s = 0 \quad \text{במצב הסטטי:}$$

$$(א) \quad T_s = mg$$

(m - מסת המשקולת B).

נסמן ב- T_D את כוח המתיחות במצב דינמי. החוק השני של ניוטון לגבי המשקולת B במצב דינמי:

$$\Sigma F_y = ma \Rightarrow mg - T_D = ma$$

$$(ב) \quad T_D = m(g - a)$$

מ- (א) ומ- (ב) נובע כי המתיחות במצב הדינמי קטנה מזו שבמצב הסטטי, לכן חיישן - הכוח מורה במצב הדינמי ערך נמוך מזה שבמצב הסטטי.

ג. החוק השני של ניוטון לגבי הקרונית במצב הדינמי (רכיבים אופקיים):

$$(א) \quad \Sigma F_x = ma \Rightarrow T_D = Ma$$

$$a = 0.625 \text{ m/s}^2 \quad \text{על פי איור ב בגוף השאלה } T_D = 0.75 \text{ N, ועל פי איור ג}$$

$$0.75 = M \cdot 0.625 \Rightarrow M = 1.2 \text{ kg} \quad \text{נציב ערכים אלה במשוואה (ג):}$$

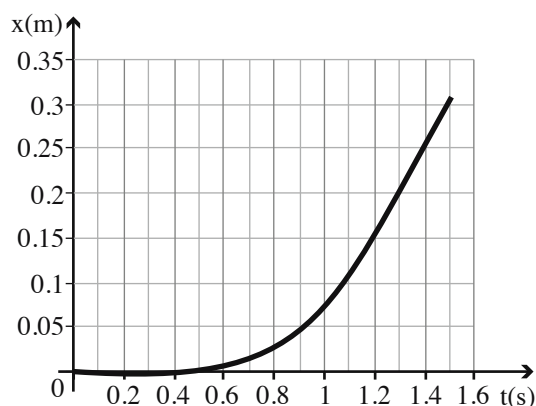
ד. על פי הגרף באיור ב $T_s = 0.8 \text{ N}$. נציב ערך זה במשוואה (א) (המופיעה בפתרון לסעיף ב):

$$0.8 = m \cdot 10 \Rightarrow m = 0.08 \text{ kg}$$

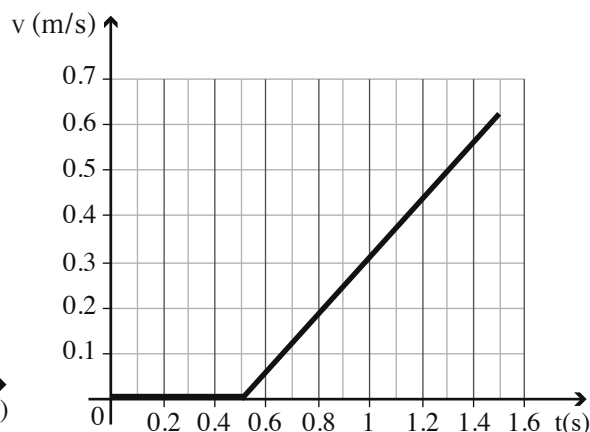
ה. מהירות הקרונית מרגע $t = 0$ עד רגע $t = 0.5 \text{ s}$ שווה לאפס. מרגע $t = 0.5 \text{ s}$ עד $t = 1.5 \text{ s}$ היא נעה ממהירות התחלתית $v_0 = 0$ בתאוצה קבועה שגודלה 0.625 m/s^2 , לכן נוסחת מהירות-זמן המתאימה לקטע תנועה זה היא:

$$v = v_0 + a\Delta t \Rightarrow v = 0.625(t - 0.5)$$

גרף מהירות-זמן של הקרונית מוצג באיור א להלן.



איור ב



איור א

הקרונית נמצאת מרגע $t = 0$ עד רגע $t = 0.5$ s ב- $x = 0$.

$$x = \frac{0.625}{2}(t - 0.5)^2$$

נוסחת מקום-זמן מרגע $t = 0.5$ s עד רגע $t = 1.5$ s היא:

גרף מקום-זמן מוצג באיור ב לעיל.

55. א. (1) כדי לחשב מתי הגוף עובר בראשית הצירים נציב $x = 0$ בנוסחת מקום-זמן הנתונה בשאלה:

$$x = t^2 - 4t \Rightarrow 0 = t^2 - 4t \Rightarrow t_1 = 0 ; t_2 = 4 \text{ s}$$

הגוף עובר בראשית הצירים ברגעים 0 ו- 4 שניות.

(2) לנוסחת מקום-זמן הנתונה בשאלה:

$$(א) x = t^2 - 4t$$

איתה תבנית מתמטית כמו לנוסחת מקום-זמן בתנועה שוות-תאוצה:

$$(ב) x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

מכאן שתנועת הגוף הנתון בשאלה היא שוות תאוצה.

מהשוואת המקדמים של t^2 בנוסחאות (א) ו- (ב) נובע כי:

$$\frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

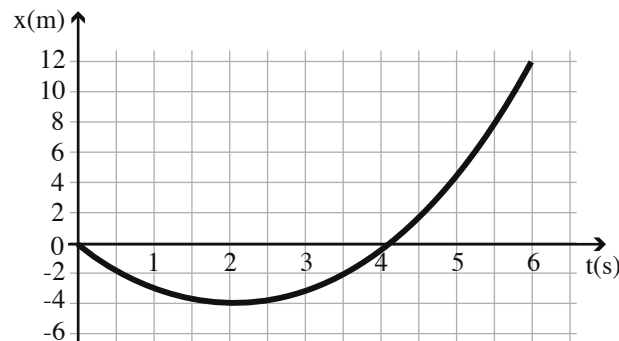
כלומר תאוצת הגוף היא 2 m/s^2 .

(3) מהשוואת מקדמי t בנוסחאות (א) ו- (ב) נובע כי $v_0 = -4 \text{ m/s}$.

לכן נוסחת מהירות-זמן היא:

$$v = v_0 + at \Rightarrow v = -4 + 2t$$

(4) גרף מקום-זמן של הגוף:



(5) משמאל לראשית ערכי x הם שליליים. המרחק המרבי משמאל לראשית מתקבל ברגע t שמתאים

לקודקוד הפרבולה המוצגת בתשובה לסעיף (4).

$$t_{\text{קודקוד}} = 2 \text{ s}$$

כלומר ברגע 2 שניות הגוף נמצא במרחק המרבי משמאל לראשית.

ב. (2) התאוצה היא הנגזרת השנייה של נוסחת מקום-זמן:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(t^2 - 4t) = 2t - 4$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d}{dt}(2t - 4) = 2 \text{ m/s}^2$$

(3) נוסחת מהירות-זמן היא הנגזרת הראשונה של נוסחת מקום-זמן. לפי החלק הראשון של תשובה

ב (2) נוסחת מהירות-זמן היא:

$$v = 2t - 4$$

(5) המרחק המרבי משמאל לראשית מתקבל בנקודה שבה הנגזרת שווה לאפס. הנגזרת היא המהירות, לכן $v = 2t - 4 = 0$ לכן $t = 2$ s.

56. א. נוסחת תאוצה-זמן: $a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d(2t^2 + 1)}{dt} = 4t$

ב. תאוצת הגוף אינה קבועה; על פי התשובה לסעיף א היא תלויה בזמן t .

ג. נוסחת מקום-זמן: $x(t) = \int v(t)dt = \int (2t^2 + 1)dt = 2 \cdot \frac{1}{3}t^3 + t + C$

נתון כי ברגע $t = 0$ הגוף נמצא בנקודה ששיעורה $x_0 = 5$ m. נציב שני ערכים אלה בקשר (א) ונקבל: $C = 5$ m.

נציב זאת בקשר (א) ונקבל: $x(t) = \frac{2}{3}t^3 + t + 5$

כאשר x ו- t נתונים ביחידות S.I.

57. א. משוואת התנועה: $F(t) = m\ddot{x}(t) \Rightarrow 2t = 2\ddot{x}(t) \Rightarrow t = \ddot{x}(t)$

ב. נוסחת תאוצה-זמן: $a(t) = t$

ג. נוסחת מהירות-זמן: $v(t) = \int a(t)dt = \int tdt = \frac{1}{2}t^2 + C$

נציב בנוסחה (א) $t = 0$ ו- $v_0 = 2$ m/s ונקבל כי $C = 2$ m/s. מכאן: $v(t) = \frac{1}{2}t^2 + 2$

ד. נוסחת מקום-זמן: $x(t) = \int v(t)dt = \int (\frac{1}{2}t^2 + 2)dt = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}t^3 + 2t + C$

נציב בנוסחה (ב) $t = 0$ ו- $x_0 = 3$ m ונקבל כי $C = 3$ m. מכאן: $x(t) = \frac{1}{6}t^3 + 2t + 3$

58. א. מערכת ייחוס היא מערכת צירים שביחס אליה מודדים את מקומם של גופים.

ב. כאשר אומרים שמהירות היא גודל יחסי מתכוונים לכך שמהירותו של גוף תלויה במערכת הייחוס שביחס אליה היא נמדדת.

59. חוקי ניוטון מנוסחים למערכת ייחוס אינרציאלית. במערכת ייחוס לא אינרציאלית חוקי ניוטון אינם מתקיימים. דוגמה: מצמידים מערכת ייחוס לאוטובוס היוצא מתחנה בתאוצה ביחס לכביש. הכוח השקול הפועל על תחנת האוטובוס שווה לאפס, למרות זאת, היא נמצאת בתאוצה ביחס למערכת הייחוס הצמודה לאוטובוס, בסתירה לחוק השני של ניוטון.

60. הדוגמה שבתשובה 59 מתאימה גם כתשובה לתרגיל זה.

61. התופעה מתרחשת כתוצאה מכך שהקרון (יחד עם השולחן) החל לנוע בתאוצה. כיוון התאוצה הוא "קדימה" בעיני האדם היושב בקרון.

62. נסמן: $v_{A,S}$ - מהירות הגוף ביחס למערכת המעבדה;

$v_{B,S}$ - מהירות הצופה ביחס למערכת המעבדה;

$v_{A,B}$ - מהירות הגוף ביחס לצופה.

על-פי כלל הטרנספורמציה של גלילאו:
 הכיוון החיובי של מערכת ייחוס S הצמודה למעבדה הוא ימינה.

א. ביחס לציר זה $v_{A,S} = 5 \text{ m/s}$ ו- $v_{B,S} = -5 \text{ m/s}$ לכן:
 $v_{A,B} = 5 - (-5) = 10 \text{ m/s}$
 וזו מהירות הגוף ביחס לצופה.

הסתכלות אחרת: בהצגה גאומטרית יש לחסר וקטור $v_{B,S}$ שכיוונו שמאלה וגודלו 5 m/s מווקטור $v_{A,S}$ שכיוונו ימינה וגודלו 5 m/s . כלומר, יש לחבר לווקטור $v_{A,S}$ וקטור שכיוונו ימינה וגודלו 5 m/s (הווקטור $-v_{B,S}$). התוצאה היא וקטור שכיוונו ימינה וגודלו 10 m/s .

ב. $v_{B,S} = +5 \text{ m/s}$, לכן על-פי (א):
 $v_{A,B} = v_{B,S} - v_{B,S} = 5 - 5 = 0$

ג. $v_{B,S} = 10 \text{ m/s}$, לכן על-פי קשר (א):
 $v_{A,B} = v_{A,S} - v_{B,S} = 5 - 10 = -5 \text{ m/s}$

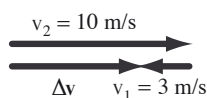
63. א. נסמן ב- v_1 את המהירות בתחילת מרווח הזמן, וב- v_2 את המהירות בסוף מרווח הזמן.



$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t}$$

תאוצה ממוצעת מוגדרת כך:

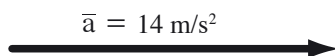
הייצוג הגאומטרי של הווקטור $\Delta v = v_2 - v_1$:



גודל הווקטור Δv הוא 7 m/s וכיוונו ימינה.

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{7}{0.5} = 14 \text{ m/s}^2$$

הייצוג הגאומטרי של וקטור התאוצה הממוצעת:



ב. (1) וקטורי המהירות ביחס לצופה הנע שמאלה במהירות שגודלה 2 מ'ש':

$$v_1 = 5 \text{ m/s} \quad v_2 = 12 \text{ m/s}$$

הייצוג הגאומטרי של הווקטור $\Delta v = v_2 - v_1$:

$$v_2 = 12 \text{ m/s} \\ \Delta v \quad v_1 = 5 \text{ m/s}$$

הייצוג הגאומטרי של וקטור התאוצה הממוצעת:

$$\bar{a} = 14 \text{ m/s}^2$$

פתרונות של סעיפים ב (2) - ב (6) דומים עקרונית לפתרון ב (1).

הערה (אזהרה): מטרה סקירה היא אפילו שגאולגה העוף שווה ביחס לכל מלככה הייחוס הנלגל במהילול קבולע בכיוון העלולע של העוף.



$$sF = ma$$

ג. החוק השני של ניוטון:

sF ו- m שווים בכל מערכות הייחוס. מסעיף ב מתברר כי גם תאוצת הגוף a שווה בכל מערכות הייחוס הנדונות בסעיף ב. מכאן, אם החוק השני של ניוטון נכון לגבי מערכת המעבדה אזי הוא נכון בכל מערכות הייחוס המוזכרות בסעיף ב.

64. א. ביחס לצופה הנח על הקרקע, החוק השני מתקיים, כי צופה זה הוא מערכת ייחוס אינרציאלית (בקירוב). ביחס לצופה זה פועל על הגוף כוח (הכוח האלסטי המופעל ימינה על ידי הקפיץ המתוח), המקנה לגוף תאוצה.

ב. ביחס לצופה הנח בקרון, החוק השני של ניוטון אינו מתקיים, כי מערכת ייחוס הצמודה לצופה זה אינה אינרציאלית. הצופה מודד כוח שפועל על הגוף, אך תאוצת הגוף ביחס אליו שווה לאפס.

65. א. נגדיר ציר מקום y הצמוד לקרקע, כיוונו החיובי כלפי מעלה, וראשיתו בגובה הקרקע. ביחס לציר זה מהירותו ההתחלתית של כדור א היא $v_{0,א} = 40 \text{ m/s}$ ושל כדור ב היא $v_{0,ב} = -20 \text{ m/s}$

נוסחת מקום-זמן של כדור א: $y_א = y_{0,א} + v_{0,א}t + \frac{1}{2}at^2 = 0 + 40t + \frac{1}{2}(-10)t^2$ (א)

נוסחת מקום-זמן של כדור ב: $y_ב = y_{0,ב} + v_{0,ב}t + \frac{1}{2}at^2 = 300 + (-20)t + \frac{1}{2}(-10)t^2$ (ב)

רגע המפגש הוא רגע t שעבורו אגף ימין של קשר (א) שווה לאגף ימין של קשר (ב):

$$40t + \frac{1}{2}(-10)t^2 = 300 + (-20)t + \frac{1}{2}(-10)t^2 \Rightarrow t = 5 \text{ s}$$

כלומר הכדורים נפגשים 5 שניות לאחר שהם נזרקו.

ב. נגדיר ציר מקום, y^* , ה"צמוד" לכדור א, שכיוונו החיובי כלפי מעלה, וראשיתו במקום שבו נמצא כדור א. ביחס לציר זה מהירותו ההתחלתית של כדור א היא $v_{0,A} = 0$ ושל כדור ב היא: $v_{0,B} = -60 \text{ m/s}$ (על פי כלל הטרנספורמציה של גליליי למהירויות). תאוצתו של כדור ב ביחס לציר y^* היא אפס (על פי כלל הטרנספורמציה של גליליי לתאוצות).

$$y^*_B = y^*_{0,B} + v_{0,B}t + \frac{1}{2}at^2 = 300 + (-60)t : y^*_B = 0 \text{ ביחס לציר } y^* : t = 5 \text{ s}$$

$$300 + (-60)t = 0 \Rightarrow t = 5 \text{ s}$$

רגע המפגש הוא רגע t שעבורו $y^*_B = 0$. מכאן:

ושב רואים כי הכדורים נפגשים 5 שניות לאחר שהם נזרקו.

66. סדרת תצלומים א אפשרית, אם הצילום נעשה מהחוף.

סדרת תצלומים ב אפשרית, אם הצילום נעשה מהסירה.

סדרת תצלומים ג אינה אפשרית, כי בשום מערכת ייחוס אין תנועה יחסית בכיוון אופקי בין התורן לבין הכדור.

67. מבין הגדלים המופיעים ברשימה, הגדלים שהם יחסיים במכניקה הניוטונית הם: מקום, מהירות ותאוצה.

68. התאוצה של גוף שווה בכל מערכות הייחוס האינרציאליות (ראה למשל פתרון תרגיל 63, סעיף ב).

69. אין תחושת תנועה, כי על-פי עקרון היחסות של גלילאו חוקי הפיזיקה בתוך המטוס הנע במהירות קבועה זהים לחוקי הפיזיקה בתוך המטוס הנח.

70. א.ב. גוף אינו נע בהכרח בכיוון הכוח השקול הפועל עליו. במילים אחרות, כיוון המהירות אינו שווה בהכרח לכיוון הכוח השקול. על פי החוק השני של ניוטון, כיוון התאוצה, או כיוון השינוי במהירות זהה לכיוון הכוח השקול.

דוגמאות: גוף נח, ומרגע מסוים פועל עליו כוח הקבוע בכיוונו. בתנועה כזו כיוון התנועה אכן זהה לכיוון הכוח.

לעומת זאת, אם גוף נזרק אופקית, הכוח הפועל לאחר הזריקה הוא כוח הכובד הפועל כלפי מטה, ואילו כיוון המהירות משתנה ברציפות, ואינו זהה לכיוון הכוח.

71. במצב של "משיכה מהירה", היד עולה בתאוצה. המתיחות בחוט "צריכה" להתגבר על כוח הכובד הפועל על המשקולת, וגם להקנות לה תאוצה $(T_1 = mg + ma)$. לעומת זאת, במצב שבו המשקולת עולה באיטיות, המהירות בקירוב טוב קבועה, והמתיחות בחוט "צריכה" רק להתגבר על כוח הכובד $(T_2 = mg)$. כלומר במצב הראשון המתיחות גדולה מאשר במצב השני. אם סף הקריעה של החוט נמצא בין שתי מתיחות אלה, אז החוט יקרע במצב הראשון ולא יקרע במצב השני.

72. א. המערכת במנוחה לכן:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F - (m_1 + m_2)g = 0 \Rightarrow F = (m_1 + m_2)g = (3 + 2)10 = 50 \text{ N}$$

$$\Sigma F_y = ma \Rightarrow F_2 - (m_1 + m_2)g = (m_1 + m_2)a \quad \text{ב. (1)}$$

$$a = \frac{F_2 - (m_1 + m_2)g}{m_1 + m_2} = \frac{80 - (3 + 2) \cdot 10}{3 + 2}$$

$$a = 6 \text{ m/s}^2$$

(2) כדי לחשב את מתיחות החוט ניישם את החוק השני של ניוטון עבור המשקולת B.

$$\Sigma F_y = ma \Rightarrow T - m_2g = m_2a \Rightarrow T = m_2(g + a) = 2(10 + 6) = 32 \text{ N}$$

ג. האפשרות הנכונה היא תרשים 1. לשני הגופים אותה מהירות התחלתית ואותה תאוצה.

73. א. גוף ב יפגע ראשון ברצפה.

הסבר: על שני הגופים פועלים כוחות כובד שווים. על גוף א פועלת התנגדות אוויר גדולה יותר, מכאן שהכוח השקול הפועל על גוף ב כלפי מטה גדול מהכוח השקול הפועל על גוף א כלפי מטה. לכן תאוצת גוף ב גדולה מזו של גוף א, לכן הוא יפגע ראשון ברצפה.

ב. גוף א יפגע ראשון ברצפה.

לצורך הסבר נסמן: m_1 ו- m_2 - מסות הגופים א ו-ב בהתאמה.

f - התנגדות האוויר.

$$a_1 = \frac{m_1g - f}{m_1} = g - \frac{f}{m_1}$$

תאוצתו של גוף א:

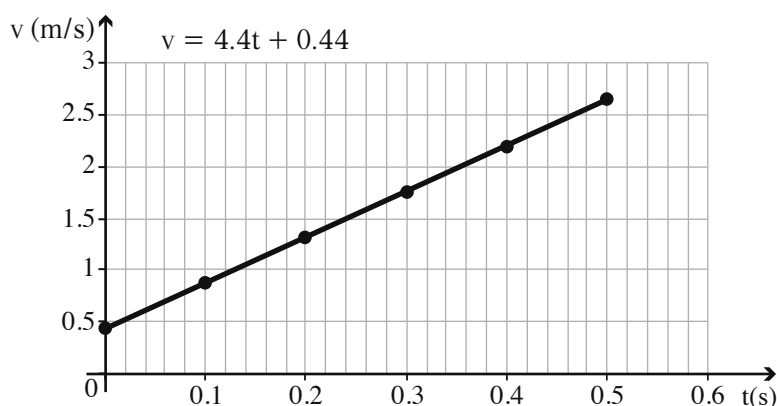
$$a_2 = \frac{m_2g - f}{m_2} = g - \frac{f}{m_2}$$

תאוצתו של גוף ב:

$$m_2 < m_1 \Rightarrow \frac{f}{m_2} > \frac{f}{m_1}$$

$$g - \frac{f}{m_2} < g - \frac{f}{m_1} \Rightarrow a_2 < a_1$$

74. א. גרף מהירות-זמן של הגוף:

ב. שיפוע גרף מהירות-זמן הוא 4.4 m/s^2 , והוא שווה לתאוצה הגוף.ג. זווית השיפוע α של המדרון מקיימת: $\sin \alpha = \frac{0.6}{1} \Rightarrow \alpha = 36.87^\circ$ תאוצת הגוף על פני המדרון אילו לא היה חיכוך: $a = g \sin \alpha = 10 \cdot 0.6 = 6 \text{ m/s}^2$

על פי תוצאות הניסוי התאוצה קטנה מערך זה - היא שווה רק ל- 4.4 m/s^2 . מכאן שיש חיכוך בין המשטח לבין הגוף. נחשב את מקדם החיכוך. לשם כך נבחר מערכת צירים שבה ציר ה-x בכיוון המורד, וציר ה-y ניצב לו, בכיוון הכוח הנורמלי הפועל על הגוף.

(א) $\Sigma F_x = ma \Rightarrow mg \sin \alpha - \mu_k N = ma$ ניישם את החוק השני של ניוטון עבור רכיבי ה-x:(ב) $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - mg \cos \alpha = 0$ ניישם את החוק השני של ניוטון עבור רכיבי ה-y:

$$\mu_k = \frac{g \sin \alpha - a}{g \cos \alpha} = \frac{10 \cdot 0.6 - 4.4}{10 \cos 36.87^\circ} = 0.2$$

מקשרים (א) ו-(ב) נובע כי:

ד. נוסחת מהירות-זמן, על פי הגיליון האלקטרוני היא: $v = 4.4t + 0.44$ ברגע $t_0 = 0$ התחילו המדידות. נחשב את רגע t שעבורו $v = 0$. לשם כך נציב בנוסחה (ג) $v = 0$.

$$0 = 4.4t + 0.44 \Rightarrow t = -0.1 \text{ s}$$

מכאן שהגוף יצא לדרכו ממנוחה 0.1 שניות לפני רגע $t = 0$, שבו נערכה המדידה הראשונה.

75. התנועה היא בתאוצה שהולכת וגדלה. הסבר: הכוח השקול הפועל על השרשרת הוא כוח הכובד הפועל על החלק התלוי של השרשרת. ככל שהחלק התלוי הולך וגדל, הכוח השקול הולך וגדל, והמסה המואצת (מסת השרשרת) נשארת קבועה. לכן התאוצה הולכת וגדלה.

76. נסמן את מסת הגוף היורד ב- m_1 . נגדיר ציר מקום, y , כך שכיוונו החיובי כלפי מטה.(א) $\Sigma F_y = ma \Rightarrow m_1 g - T = m_1 a$ החוק השני של ניוטון עבור הגוף שיוורד:החוק השני של ניוטון לגבי הגוף שמסתו 1 ק"ג (תסומן ב- m_2) יחד עם הגוף שמסתו 3 ק"ג (תסומן

ב- m_3 :

$$(ב) \Sigma F_x = ma \Rightarrow T = (m_2 + m_3)a$$

$$a = \frac{m_1 g}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{4 \cdot 10}{4 + 1 + 3} = 5 \text{ m/s}^2 \quad \text{מ- (א) ו- (ב) מקבלים את תאוצת המערכת:}$$

נסמן ב- T_1 את המתיחות בחוט S_1 . על-פי החוק השני של ניוטון לגבי הגוף שמסתו $m_3 = 3 \text{ kg}$:

$$T_1 = m_3 a = 3 \cdot 5 = 15 \text{ N}$$

77. נסמן: m_1 - מסת הגוף הימני (2 ק"ג).

m_2 - מסת הגוף השמאלי (3 ק"ג).

T - מתיחות החוט הקושר את הגוף שמסתו m_1 עם הגוף שמסתו m_2 .

הגוף שמסתו m נמצא במנוחה. נרשום את החוק השני של ניוטון עבור המערכת המורכבת מגוף זה יחד עם הגלגלת שאליה הוא קשור. על מערכת זו פועל כלפי מעלה כוח שגודלו $2T$ (בכל אחד משני חלקי החוט) וכוח mg כלפי מטה:

$$(א) \Sigma F_y = ma \Rightarrow mg - 2T = 0$$

נסתכל על המערכת הכוללת את הגוף שמסתו 2 ק"ג, הגוף שמסתו 3 ק"ג, והחוט הקושר אותם זה לזה. ברור כי הגוף שמסתו 3 ק"ג יורד, וזה של 2 ק"ג עולה. שני הגופים נעים בתאוצות שוות גודל. נסמן את גודל התאוצה ב- a .

החוק השני של ניוטון לגבי הגוף שמסתו $m_1 = 2 \text{ kg}$, ביחס לציר מקום שכיוונו החיובי כלפי מעלה:

$$(ב) \Sigma F_y = ma \Rightarrow T - m_1 g = m_1 a$$

החוק השני של ניוטון לגבי הגוף שמסתו $m_2 = 3 \text{ kg}$, ביחס לציר מקום שכיוונו החיובי כלפי מטה:

$$(ג) \Sigma F_y = ma \Rightarrow m_2 g - T = m_2 a$$

כאשר מציבים ערכים במשוואות (ב) ו- (ג) ופותרים אותן, מתקבל כי $T = 24 \text{ N}$ ו- $a = 2 \text{ m/s}^2$

כאשר מציבים את הערך של T במשוואה (א), מקבלים: $m = 4.8 \text{ kg}$

78. א. האפשרות הנכונה היא (4).

ב. כוחות האינטראקציה הפועלים על המטבע הם כוח הכובד, הכוח הנורמלי וכוח החיכוך הסטטי.

79. א. כדי למצוא את המתיחות בקצה העליון A של החבל ניישם את החוק השני של ניוטון עבור מערכת הגופים המורכבת מהחבל ומהגוף שמסתו m_4 . נגדיר ציר y שכיוונו החיובי מצביע כלפי מעלה.

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_A - (m_3 + m_4)g = 0 \Rightarrow T_A = (m_3 + m_4)g = (0.1 + 0.3)10 = 4 \text{ N}$$

כדי למצוא את המתיחות בקצה התחתון B של החבל ניישם את החוק השני של ניוטון עבור הגוף שמסתו m_4 :

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_B - m_4 g = 0 \Rightarrow T_B = m_4 g = 0.3 \cdot 10 = 3 \text{ N}$$

שימו לב, במקום ליישם את החוק השני של ניוטון עבור הגוף שמסתו m_4 , אפשר ליישם אותו עבור החבל.

ב. נחשב תחילה את תאוצת המערכת. ניישם את החוק השני של ניוטון עבור כל המערכת:

$$a = \frac{m_1 g - (m_2 + m_3 + m_4)g}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4} = \frac{0.9 \cdot 10 - (0.2 + 0.1 + 0.3) \cdot 10}{0.9 + 0.2 + 0.1 + 0.3} = 2 \text{ m/s}^2$$

שימו לב, אפשר היה למצוא את תאוצת המערכת על ידי יישום החוק השני של ניוטון פעמיים: פעם אחת עבור הגוף שמסתו m_1 , ופעם שנייה עבור מערכת הגופים שמסותיהם m_2, m_3 ו- m_4 .

עתה נחשב את המתיחות בקצה A של החבל על ידי יישום החוק השני של ניוטון עבור החבל יחד עם הגוף שמסתו m_4 :
 $\Sigma F_y = ma \Rightarrow T_A - (m_3 + m_4)g = (m_3 + m_4)a \Rightarrow T_A = (m_3 + m_4)(g + a)$
 $T_A = (0.1 + 0.3)(10 + 2) = 4.8 \text{ N}$

נחשב את המתיחות בקצה B של החבל על ידי יישום החוק השני של ניוטון עבור הגוף שמסתו m_4 :

$$\Sigma F_y = ma \Rightarrow T_B - m_4 g = m_4 a \Rightarrow T_A = m_4 (g + a) = 0.3(10 + 2) = 3.6 \text{ N}$$

80. א. (1) גודל הכוח שפועל על מערכת הגופים בכיוון מעלה המשטח המשופע הוא $F = 25 \text{ N}$.

גודל הכוח שפועל עליה בכיוון המורד הוא: $(m_1 + m_2)g \sin 30^\circ = (3 + 2) \cdot 10 \cdot 0.5 = 25 \text{ N}$
מכאן שהכוח השקול הפועל על מערכת הגופים שווה לאפס. בנוסף לכך, מערכת הגופים היתה במנוחה. מכאן שהיא תישאר במנוחה.

(2) נגדיר מערכת צירים שבה ציר ה- x בכיוון המורד, וציר ה- y ניצב לו, בכיוון הכוחות הנורמליים הפועלים של שני הגופים. הכוחות הפועלים על הגוף B הם הכוח הנורמלי N שהמשטח המשופע מפעיל, כוח הכובד $m_B g$, והכוח הנורמלי $N_{A \rightarrow B}$ שהגוף A מפעיל על גוף B. ניישם את החוק השני של ניוטון עבור הגוף B, לגבי הרכיבים שבכיוון הציר x :

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow m_B g \sin \alpha - N_{A \rightarrow B} = 0 \Rightarrow N_{A \rightarrow B} = m_B g \sin \alpha = 2 \cdot 10 \cdot \sin 30^\circ = 10 \text{ N}$$

על פי החוק השלישי של ניוטון הכוח הנורמלי שגוף B מפעיל על גוף A מכיוון המורד, וגודלו 10 ניוטון.

(3) כאמור בסעיף (2) גוף A מפעיל על גוף B כוח נורמלי שסימנו את גודלו ב- $N_{A \rightarrow B}$, כיוונו בכיוון המעלה, וגודלו 10 ניוטון.

ב. (1) גודל הכוח שפועל על מערכת שני הגופים בכיוון המורד הוא עדיין 25 N . בכיוון המעלה פועל הכוח F שגודלו 15 N . כלומר הכוח השקול פועל על מערכת הגופים בכיוון המורד. בנוסף לכך מערכת הגופים היתה במנוחה. מכאן שהיא תנוע בכיוון הכוח השקול, כלומר בכיוון המורד.

(2) הכוחות הפועלים על הגוף B הם אותם כוחות שפעלו עליו במקרה הסטטי. ניישם תחילה את החוק השני של ניוטון עבור מערכת שני הגופים כדי למצוא את תאוצתה:

$$\Sigma F_x = ma \Rightarrow (m_A + m_B)g \sin \alpha - F = (m_A + m_B)a \Rightarrow a = \frac{(m_A + m_B)g \sin \alpha - F}{m_A + m_B}$$

$$a = \frac{(3 + 2) \cdot 10 \sin 30^\circ - 15}{3 + 2} = 2 \text{ m/s}^2$$

עתה ניישם את החוק השני של ניוטון עבור הגוף B, לגבי הרכיבים שבכיוון הציר x:

$$\Sigma F_x = ma \Rightarrow m_B g \sin \alpha - N_{A \rightarrow B} = m_B a \Rightarrow N_{A \rightarrow B} = m_B (g \sin \alpha - a)$$

$$N_{A \rightarrow B} = 2(10 \cdot \sin 30^\circ - 2) = 6 \text{ N}$$

על פי החוק השלישי של ניוטון, גוף B מפעיל על גוף A כוח נורמלי בכיוון המורד, וגודלו 6 ניוטון.
(3) כאמור בסעיף ב (2) גוף A מפעיל על גוף B כוח נורמלי שסימנו את גודלו ב- $N_{A \rightarrow B}$, כיוונו בכיוון המעלה, וגודלו 6 ניוטון.

81. א. כדי לקבוע לאיזה כיוון המערכת תנוע נבחן את שני הרכיבים "המתחרים": גודלו של רכיב המשקל הפועל על הגוף הימני בכיוון המורד הימני הוא $Mg \sin 75^\circ = 3 \cdot 10 \cdot \sin 75^\circ \approx 28.98 \text{ N}$, וגודלו של רכיב המשקל הפועל על הגוף השמאלי בכיוון המורד השמאלי הוא:

$$mg \sin 25^\circ = 2 \cdot 10 \cdot \sin 25^\circ \approx 8.45 \text{ N}$$

רכיב הכוח שפועל בכיוון המורד הימני גדול יותר, וכיוון שהמערכת מתחילה לנוע ממנוחה - היא תנוע בכיוון רכיב הכוח הגדול יותר, כלומר בכיוון המורד הימני.

ב. על פי סעיף א המערכת תנוע לכיוון המורד הימני (והמעלה השמאלי). נבחר מערכות צירים כך שהתאוצות בכיוונים אלה תהיינה חיוביות.

יישום החוק השני של ניוטון עבור רכיבי הכוחות הפועלים על הגוף הימני בכיוון המורד הימני:

$$(א) \quad Mg \sin 75^\circ - T = Ma$$

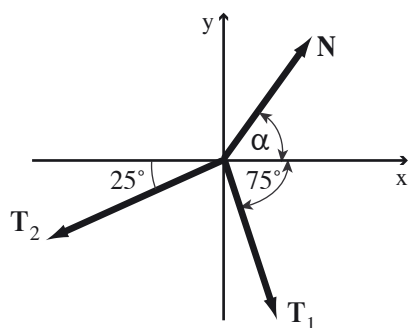
יישום החוק השני של ניוטון עבור הגוף השמאלי לגבי הרכיבים שבכיוון המעלה השמאלי:

$$(ב) \quad T - mg \sin 25^\circ = ma$$

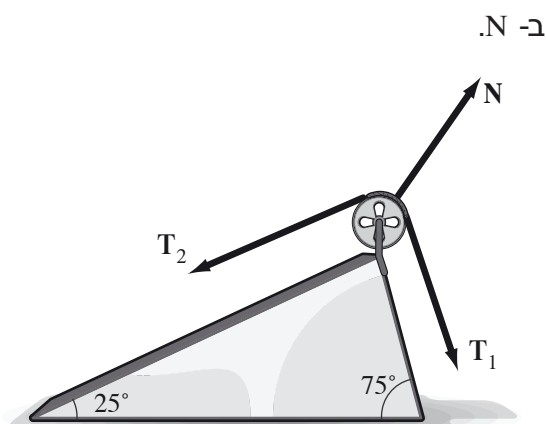
$$a \approx 4.1 \text{ m/s}^2$$

פתרון מערכת משוואות (א) ו-(ב):

ג. נציב במשוואה (ב) $a = 4.1 \text{ m/s}^2$ ונקבל כי מתיחות החוט היא $T = 16.65 \text{ N}$. נסתכל על פיסת החוט שנמצאת במגע עם הגלגלת. על פיסת חוט זו פועלים שלושה כוחות (ראה איור א): שני כוחות המתיחות ששני חלקי החוט שמצידי פיסת החוט מפעילים עליה, והכוח הנורמלי שהגלגלת מפעילה עליה. נבחר מערכת צירים שבה ציר ה-x מצביע ימינה וציר ה-y מצביע כלפי מעלה. החלק הימני של החוט מפעיל על פיסת החוט כוח שגודלו $T_1 = 16.65 \text{ N}$ וכיוונו יוצר זווית בת 75° עם הכיוון החיובי של ציר ה-x, ברביע הרביעי. החלק השמאלי של החוט מפעיל כוח שגודלו $T_2 = 16.65 \text{ N}$ וכיוונו יוצר זווית בת 25° עם הכיוון השלילי של ציר ה-x, ברביע השלישי. הגלגלת מפעילה על פיסת החוט כוח נורמלי, שכיוונו עם הכיוון החיובי של ציר ה-x יסומן ב- α , וגודלו יסומן



איור ב



איור א

מסת פיסת החוט ניתנת להזנחה, לכן הכוח השקול שפועל עליה שווה לאפס. נרשום משוואה שמשמעותה שהרכיב האופקי של הכוח השקול הפועל על פיסת החוט שווה לאפס:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow N \cos \alpha - T_1 \cos 75^\circ + T_2 \cos 25^\circ = 0$$

לכן: (ג) $N \cos \alpha + 16.65 \cos 75^\circ - 16.65 \cos 25^\circ = 0 \Rightarrow N \cos \alpha \approx 10.78 \text{ N}$

נרשום משוואה שמשמעותה שהרכיב האנכי של הכוח השקול שווה לאפס:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N \sin \alpha - T_1 \sin 75^\circ - T_2 \sin 25^\circ = 0$$

לכן: (ד) $N \sin \alpha - 16.65 \sin 75^\circ - 16.65 \sin 25^\circ = 0 \Rightarrow N \sin \alpha = 23.12 \text{ N}$

מפתרון משוואות (ג) ו- (ד) נקבל כי: $\alpha = 65^\circ$; $N = 25.51 \text{ N}$

82. א. נסמן ב- T_s את מתיחות החוט במצב הסטטי הנדון.

נרשום את החוק השני של ניוטון עבור הבן התלוי במנוחה; נסמן את מסתו ב- m . את הכיוון החיובי של ציר ה- y נבחר כלפי מטה. נרשום את החוק השני של ניוטון לגבי האב הנמצא במנוחה; נסמן את גודל הכוח שהרצפה מפעילה על האב ב- N , ואת מסת האב ב- M . את הכיוון החיובי של ציר ה- y נבחר כלפי מעלה.

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N + T_s - Mg = 0 \Rightarrow N = Mg - T_s = 70 \cdot 10 - 600 = 100 \text{ N}$$

ב. הכוח שהרצפה מפעילה על האב יהיה קטן יותר, כי כאשר הבן מטפס בתאוצה על החבל המתיחות בחבל מקזזת את משקל הבן (כמו במצב הסטטי) אך בנוסף לכך היא "צריכה" להקנות לבן תאוצה.

ג. נסמן ב- T_d את מתיחות החוט במצב הדינמי שבו הבן מטפס בתאוצה. החוק השני של ניוטון לגבי הבן:

$$\Sigma F_y = ma \Rightarrow T_s - mg = ma \Rightarrow T_d = m(g + a) = 60 \cdot (10 + 0.25) = 615 \text{ N}$$

ד. כדי שהאב יתרומם מהרצפה, מתיחות החוט T_d צריכה להיות לפחות שווה לכוח הכובד הפועל

על האב. במצב בו $T_d - mg$ מתאפס הכוח הנורמלי שהרצפה מפעילה על האב, כלומר

$$T_{d, \min} = 700 \text{ N}$$

החוק השני של ניוטון במצב זה:

$$\Sigma F = ma \Rightarrow T_{d, \min} - mg = m a_{\min} \Rightarrow 700 - 60 \cdot 10 = 60 \cdot a_{\min} \Rightarrow a_{\min} \Rightarrow 1.67 \text{ m/s}^2$$

$$a = \frac{F}{M + m}$$

83. א. תאוצת המערכת (ראה שאלה 42) היא:

$$N_{1 \rightarrow 2} = ma \Rightarrow N_{1 \rightarrow 2} = \frac{Fm}{M + m}$$

ב. כאשר $m \ll M$, נוכל להזניח במכנה של הביטוי ל- $N_{1 \rightarrow 2}$ המופיע בסוף הסעיף הקודם, את

$$(א) \quad N_{1 \rightarrow 2} = F \frac{m}{M} \quad m \text{ ביחס ל-} M, \text{ ואז:}$$

m/M הוא שבר חיובי קטן מאוד מ-1, לכן משוואה (א) אומרת ש- $N_{1 \rightarrow 2}$ שווה לחלק קטן של F , ובמילים אחרות $N_{1 \rightarrow 2} \ll F$.

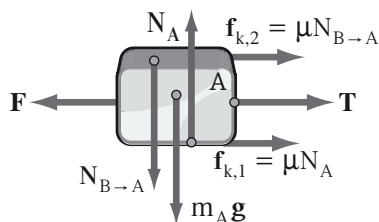
84. א. וקטור התאוצה בנקודה A מכוון לאורך החוט, לעבר נקודת הקשר O. הסבר: מסרטטים וקטור

מהירות v_1 במקום בו מתואר הכדור לפני הגיעו ל-A (מימין ל-A), ווקטור מהירות במקום בו מתואר הכדור לאחר שהוא חלף ב-A (משמאל ל-A). אחר-כך מסרטטים את הווקטור $\Delta v = v_2 - v_1$. הווקטור Δv מכוון לעבר O, לכן גם וקטור התאוצה מכוון ל-O (כי $a = \Delta v / \Delta t$), לכן ל- a ול- Δv אותו כיוון).

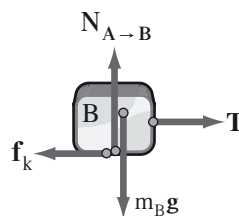
ב. שני הכוחות הם: כוח הכובד F_g , וכוח המתיחות T .

ג. $T > F_g$, כי יש תאוצה המכוונת לעבר O, לכן צריך להיות כוח שקול המכוון לעבר O.

85. הכוחות הפועלים על הגוף B הם $m_B g$, T , $N_{A \rightarrow B}$ ו- f_k כמתואר באיור א:



איור ב



איור א

הגוף A נע שמאלה במהירות קבועה, לכן הגוף B נע ימינה במהירות קבועה. עבור הגופים A ו-B נבחר מערכת צירים שבה הכיוון החיובי של הציר x פונה ימינה, והכיוון החיובי של הציר y פונה כלפי מעלה.

משוואות התנועה של הגוף B: $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T - \mu N_{A \rightarrow B} = 0$ (א)

(ב) $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_{A \rightarrow B} - m_B g = 0$

ממשוואות (א) ו-(ב) נקבל: $T = \mu m_B g = 0.25 \cdot 1 \cdot 10 = 2.5 \text{ N}$

הכוחות הפועלים על הגוף A: $F, T, N_A, m_A g$ (הכוח הנורמלי שהרצפה מפעילה על גוף A), $N_{B \rightarrow A}$ (הכוח הנורמלי שגוף B מפעיל על גוף A), $f_{k,1}$ - כוח החיכוך הקינטי שהרצפה מפעילה על גוף A, ו- $f_{k,2}$ - כוח החיכוך הקינטי שגוף B מפעיל על גוף A (ימינה) כמתואר באיור ב לעיל.

משוואות התנועה של הגוף A: $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow -F + T + \mu N_A + \mu N_{B \rightarrow A} = 0$ (א)

(ד) $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_A - N_{B \rightarrow A} - m_A g = 0$

כמו כן ממשוואה (ב): $N_{A \rightarrow B} = N_{B \rightarrow A} = m_B g$ (ה)

נציב את הביטוי ל- $N_{B \rightarrow A}$ במשוואה (ד) ובמשוואה (א) ונקבל:

$$-F + T + \mu N_A + \mu m_B g = 0$$

$$N_A - m_B g - m_A g = 0$$

נציב את הביטוי ל- N_A מהמשוואה האחרונה במשוואה שלפני האחרונה, ולאחר מעט פעולות

$$F = T + m(m_A + 2m_B)g = 2.5 + 0.25 \cdot (3 + 2 \cdot 1) \cdot 10$$

אלגבריות נקבל:

$$F = 15 \text{ N}$$

86. א. נסמן ב-T את גודל הכוח שבו הגוף שמסתו M מושך את המוט שמאלה.

החוק השני של ניוטון לגבי המוט: $\Sigma F_x = ma \Rightarrow F - T = ma$ (א)

אם המסה m של המוט ניתנת להזנחה, אזי על-פי קשר (א): $T = F$ (ב)

ב. (1) את קשר (א) לעיל אפשר לכתוב בצורה: $T = F - ma \Rightarrow T < F$

מכאן שהכוח שבו המוט מושך את הגוף (שגם גודלו שווה ל-T) קטן מ-F.

(2) החוק השני של ניוטון לגבי הגוף והמוט: $F - f = (M + m)a \Rightarrow a = \frac{F - f}{M + m}$

נציב את הביטוי האחרון עבור התאוצה במקום a בקשר (א) לעיל, ולאחר מעט פעולות אלגבריות

נקבל:

$$(א) \quad T = \frac{MF + mf}{M + m}$$

(3) על פי קשר (ג) לעיל, ככל ש-m הולך וקטן ההפרש (השוני) בין F ל-T הולך וקטן.

ג. נבחן מה קורה בביטוי (ג) כאשר המסה m הולכת וקטנה:

במונה - ניתן להזניח את mf ביחס ל- MF .

במכנה - ניתן להזניח את m ביחס ל- M .

$$T \approx \frac{MF}{M} = F$$

לכן ביטוי (ג) מתנוון לביטוי

וקבלנו בדיוק את קשר (ב) לעיל.

$$T = \frac{MF + mf}{M + m} \Rightarrow T = F$$

ד. נציב בביטוי (ג) F במקום f ונקבל:

כלומר מתיחויות המוט בשני קצותיו שוות.

87. א. (1) כאשר הגוף שמסתו m_2 עולה בשיעור של מטר אחד, משתחרר חוט שאורכו 2 מטר, לכן הגוף שמסתו m_1 יורד בשיעור של 2 מטר.

(2) תאוצת הגוף שמסתו m_2 היא $a/2$. נימוק: אם נסתכל על התנועה בפרק זמן קצר dt אזי המרחק שעובר הגוף m_1 הוא כפול מהמרחק שעובר m_2 (ראה תשובה לסעיף (1) לעיל). לכן מהירותו של m_1 בכל רגע היא כפולה מזו של m_2 . מכאן שגם תאוצתו בכל רגע כפולה מזו של m_2 .

ב. החוק השני של ניוטון לגבי הגוף שמסתו m_1 יחד עם הגלגלת אליה הוא מחובר (שמסתה זניחה), ביחס לציר מקום שכיוונו החיובי כלפי מטה:

$$(א) \quad m_1 g - T = m_1 a$$

החוק השני של ניוטון לגבי הגוף שמסתו m_2 , יחד עם הגלגלת אליה הוא מחובר (שמסתה זניחה) ביחס לציר מקום שכיוונו החיובי כלפי מעלה:

$$(ב) \quad 2T - m_2 g = m_2 \cdot \frac{a}{2}$$

$$a = \frac{2g \cdot (2m_1 - m_2)}{4m_1 + m_2} = \frac{2 \cdot 10(2 \cdot 3 - 4)}{4 \cdot 3 + 4} = 2.5 \text{ m/s}^2$$

ממשוואות (א) ו-(ב) נקבל:

זו תאוצת הגוף שמסתו m_1 . תאוצת הגוף שמסתו m_2 שווה למחצית תאוצה זו, כלומר:

$$a_2 = 1.25 \text{ m/s}^2$$

$$(א) \quad \Sigma F_y = 0 \Rightarrow m_1 g - T = 0$$

88. א. החוק השני של ניוטון לגבי m_1 :

$$(ב) \quad \Sigma F_y = 0 \Rightarrow 2T - m_2 g = 0$$

החוק השני של ניוטון לגבי m_2 (יחד עם הגלגלת):

$$(ג) \quad \frac{m_2}{m_1} = 2$$

ממשוואות (א) ו-(ב) נקבל:

ב. (1) $2m$ (ראה תשובה לסעיף א (1) בשאלה 87).

(2) $a/2$ (ראה תשובה לסעיף א (2) בשאלה 87).

$$(3) \quad a = \frac{2g \cdot (2m_1 - m_2)}{4m_1 + m_2} \quad (ד)$$

(ראה תשובה לסעיף ב בשאלה 87).

(4) אם המערכת בשיווי משקל אז $a = 0$, ואז המונה במשוואה (ד) שווה לאפס, ומכאן מקבלים את קשר (ג).

89. א. ככל שגודלו של F הולך וגדל - הרכיב האנכי שלו הולך וגדל. כל עוד הגוף נמצא על המשטח, סכום רכיבי הכוחות בכיוון הציר y שווה לאפס, לכן הכוח הנורמלי הולך וקטן.

ב. החוק השני של ניוטון לגבי הגוף:

$$(א) \quad \Sigma F_x = ma \Rightarrow F \cos \alpha - \mu N = ma$$

$$(ב) \quad \Sigma F_y = 0 \Rightarrow F \sin \alpha + N - mg = 0$$

$$(ג) \quad F = \frac{m(a + \mu g)}{\cos \alpha + \mu \cdot \sin \alpha} \quad \text{מקשרים (א) ו- (ב) נקבל:}$$

ג. (1) כאשר גודלו של F גדל - גדל גם אגף שמאל של קשר (ג) לעיל, לכן צריך לגדול גם אגף ימין של קשר זה. המכנה של אגף ימין קבוע. רק גידול בתאוצה a (המופיעה במונה) עשוי להגדיל את ערכו של אגף ימין.

(2) כאשר גודלו של F גדל, גדל גם הרכיב האנכי שלו, וגורם להקטנת הכוח הנורמלי, וזה גורם להקטנת כוח החיכוך הפועל על הגוף שמאלה. יחד עם זאת, גדל הרכיב האופקי של F הפועל ימינה, לכן הכוח השקול הפועל על הגוף ימינה גדל, וזה גורם להגדלת התאוצה.

ד. כדי שהגוף יתחיל לנוע צריך להתקיים:

$$F \cos \alpha - mN > 0 \quad \text{נציב בביטוי האחרון את קשר (ב) לעיל, ונקבל:}$$

$$F_{\min} = \frac{\mu mg}{\cos \alpha + \mu \cdot \sin \alpha}$$

(אפשר לקבל את הביטוי האחרון גם על-ידי הצבה $a = 0$ בקשר (ג) לעיל).

ה. (1) אם F מספיק גדול - הרכיב האנכי שלו יהיה גדול מכוח הכובד הפועל על הגוף, והגוף ימריא. הערך המרבי האפשרי של F , כך שהגוף נישאר על המשטח מקיים שהרכיב האנכי שלו

$$(ד) \quad F \sin \alpha = mg \Rightarrow F = \frac{mg}{\sin \alpha} \quad \text{שווה לכוח הכובד הפועל על הגוף.}$$

(2) כדי למצוא את התאוצה במקרה זה נציב את ביטוי (ד) בביטוי (ג), ולאחר כמה פעולות

$$a = g \cdot \operatorname{ctg} \alpha \quad \text{אלגבריות נקבל:}$$

(אותו ביטוי לתאוצה מתקבל גם מהמשוואות (א) ו- (ב) אם מציבים בהן $N = 0$).

ו. כאמור לעיל, כאשר F יהיה גדול מהכוח המבוטא בקשר (ד), הגוף ימריא, כלומר יתנתק מהמשטח.

90. א. הטבלה המבוקשת:

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	תאוצה - a (m/s ²)
45.0	42.0	38.7	35.0	31.0	26.6	21.8	16.7	11.3	5.7	0	זווית - a (°)

ב. נוסף לטבלה שורה שלישית, כך שמתחת לכל זווית בשורה השנייה יירשם ההפרש $\Delta\alpha$ בין הזווית לבין הזווית הקטנה ממנה ואשר מופיעה בטבלה.

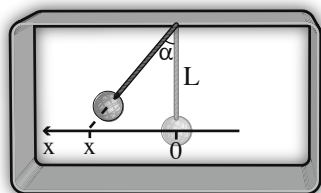
10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	תאוצה - a (m/s ²)
45.0	42.0	38.7	35.0	31.0	26.6	21.8	16.7	11.3	5.7	0	זווית - a (°)
3.0	3.3	3.7	4.0	4.4	4.8	5.1	5.4	5.6	5.7		$\Delta\alpha$ (°)

רואים מהשורה השלישית בטבלה שהסקלה אינה לינארית - כאשר התאוצה גדלה בהפרשים קבועים - זווית הסטייה גדלה בהפרשים שהולכים וקטנים.

ג. בתחום $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ גרף הפונקציה $y = \tan \alpha$ עולה וצורתו קעורה, וכאשר זווית גדלה לדוגמה פי 2, ה- $\tan$ של הזווית גדל ביחס גדול מאשר פי 2. לגרף יש אסימפטוטה אנכית ב- 90° .

כיוון שהקשר בין התאוצה לזווית הוא $a = g \cdot \tan \alpha$, כאשר תאוצת כלי הרכב גדלה פי 2 הזווית גדלה ביחס קטן מאשר פי 2.

ד. כפי שהסברנו בסעיף ב, כאשר התאוצה הולכת וגדלה המרווחים בין השנתות הולכים וקטנים.



ה. מעבירים ציר מקום אופקי x בנקודה שאליה מגיעה המשקולת במצב מנוחה, כך שהראשית של הציר נקבעת בנקודה זו. כאשר המתקן מואץ, שיעור ה- x של חיתוך המשך החוט עם ציר ה- x מהווה מדד לתאוצת המכונית. נוכיח זאת: נסמן ב- L את אורך חוט המטוטלת כמתואר באיור.

קל לראות מהתרשים כי $\tan \alpha = \frac{x}{L}$. מצד שני $a = g \tan \alpha$.

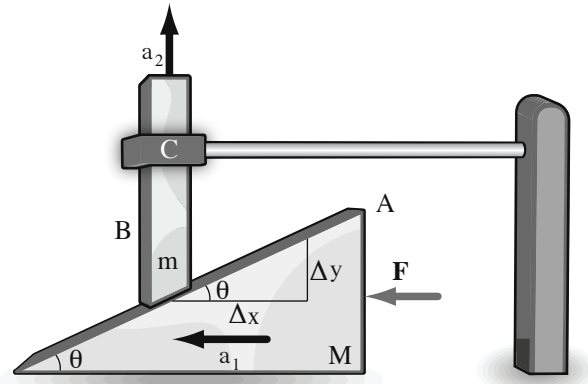
משני קשרים אלה נובע כי $a = \frac{g}{L}x$. רואים, אם כן, כי הקשר בין a ל- x הוא לינארי.

91. נבחר מערכת צירים שבה הציר x מצביע שמאלה וציר y כלפי מעלה.

א. נניח כי גוף A מועתק בשיעור ax שמאלה, וכתוצאה מכך גוף B מועתק בשיעור ay כלפי מעלה:

$$\tan \theta = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\frac{1}{2}a_2 t^2}{\frac{1}{2}a_1 t^2} = \frac{a_2}{a_1}$$

(א) $a_2 = a_1 \cdot \tan \theta$



ב. גוף A מפעיל על גוף B כוח נורמלי $N_{A \rightarrow B}$ בכיוון ניצב למשטח המשופע, כלומר בזווית θ עם

הציר y . גוף B מפעיל על גוף A כוח $N_{B \rightarrow A}$, ומתקיים: (ב) $N_{B \rightarrow A} = -N_{A \rightarrow B}$

החוק השני של ניוטון לגבי הרכיבים האנכיים של הכוחות הפועלים על גוף B:

(ג) $\Sigma F_y = ma \Rightarrow N_{A \rightarrow B} \cos \theta - mg = ma_2$

החוק השני של ניוטון לגבי הרכיבים האופקיים של הכוחות הפועלים על גוף A:

(ד) $F - N_{B \rightarrow A} \sin \theta = Ma_1$

מקשרים (א), (ב), (ג) ו-(ד) נקבל:

$$a_1 = \frac{F - mg \tan \theta}{m \tan^2 \theta + M}$$

פרק ה: תנועה במישור

1. הערות דידקטיות לפרק

1.1 קשיי תלמידים והצעות לטיפול בקשיים

א. תלמידים נוטים לבלבל בין הגרף של y כפונקציה של x לבין הגרף של y כפונקציה של t . שתי העקומות הן פרבולות. לעתים הם מנמקים שמסלול התנועה הוא פרבולה מכך שגרף y כפונקציה של t הוא פרבולה.

ב. יש תלמידים המתקשים להבין שתנועה מעגלית קצובה היא תנועה מואצת

יש בלבול בין המושג "תאוצה" בשפה המדעית - "תאוצה" היא קצב שינוי (וקטור) המהירות, לבין משמעותו של אותו מושג בחיי היום-יום - "תאוצה" נתפסת כקצב שינוי גודל המהירות. מי שנסמך על הגדרת התאוצה כקצב שינוי גודל המהירות, (כלומר על המושג "תאוצה" כפי שהוא רווח בחיי היום-יום) מתקשה לקבל את הקביעה שתנועה מעגלית קצובה היא תנועה מואצת, למרות שהוא "מסתדר" עם הביטוי לגודל התאוצה הצנטריפטלית v^2/r .

דרך לטיפול בקושי:

להשתמש בשגרה (פרוצדורה) לקביעת כיוון וקטור התאוצה הממוצעת הרשומה בספר לתלמיד (כרך א) בעמוד 132 כדי לקבוע את כיוון התאוצה הממוצעת בתנועה מעגלית קצובה.

ג. יש תלמידים המתייחסים לכוח הצנטריפטלי ככוח "רגיל" הפועל בנוסף לכוחות ה"רגילים" האחרים

לדוגמה, כאשר מדובר בלוויין הנע במסלול מעגלי סביב הארץ, הם קובעים שעל הלוויין פועלים שני כוחות: כוח הכבידה והכוח הצנטריפטלי.

דרכים לטיפול בקושי:

(1) להדגיש לתלמידים שהמונח "כוח צנטריפטלי" בא לציין את הכיוון של שקול הכוחות הפועלים על הגוף הנע במסלול מעגלי (לעבר מרכז המעגל) ולא את סוג של כוח.

(2) רצוי להרבות בכינוי שקול הכוחות הפועלים לעבר מרכז המעגל כ"כוח אשר גורם לתאוצה הצנטריפטלית", ולא במונח כוח צנטריפטלי.

ד. תלמידים מתקשים להסביר מדוע נוסע במכונית הנעה מסלול מעגלי נצמד לדופן המכונית הרחוקה ממרכז המסלול המעגלי.

תופעת ההצמדות לדופן הרחוקה מוכרת היטב מהתנסויות יום-יומיות.

דרך לטיפול בקושי:

(1) להסביר את התופעה בעזרת התמדה.

(2) דרך נוחה להסביר את התופעה היא שימוש בעקרון דלאמבר או שימוש בעקרון השקילות של איינשטיין. אולם עקרונות אלה אינם מוכרים לתלמידים מלימודי המכניקה הניוטונית.

(3) הצגת הסרטון שהקישור שלו הוא:

http://www.youtube.com/watch?v=1_UBPOiNHj8&blend=8&lr=1&ob=5

דירוג: ★★★★★

2. יישומונים בנושאי הפרק

א. היישומון **נפילה חופשית ממנוחה וזריקה אופקית** מאתר 10 המופיע ברשימת אתרי האינטרנט במבוא הכללי לספר.

תיאור: בהדמיה שני כדורים הנמצאים באותו הגובה, עוזבים בו בזמן את המתקן: השמאלי משוחרר ממנוחה והימני נזרק אופקית. יש לברור את מהירותו התחלתית של הימני באמצעות פס גלילה ולהריץ את ההדמיה.

קישור ישיר ליישומון:

<http://www.upscale.utoronto.ca/GeneralInterest/Harrison/Flash/ClassMechanics/TwoBallsGravity/TwoBallsGravity.html>

דירוג: ☆★★★★

ב. היישומון **נפילה חופשית ממנוחה וזריקה אופקית** מאתר 11 (מופיע ברשימת אתרי האינטרנט במבוא הכללי לספר).

תיאור: הדמיית זריקות בליסטיות. אפשר לשנות את הכיוון ואת המקום ההתחלתי של הזריקה.

<http://www.upscale.utoronto.ca/GeneralInterest/Harrison/Flash/ClassMechanics/Projectile/Projectile.html>

דירוג: ☆★★★★

ג. יישומון מאתר 11 המופיע ברשימת אתרי האינטרנט במבוא הכללי לספר.

תיאור: הדמיית זריקות בליסטיות. שינוי של פרופיל השטח ושל המהירות התחלתית מתבצע על ידי גרירת החצים האדומים המופיעים בהדמיה. ניתן לבחור גם את תנאי ההתחלה המוגדרים מראש בתיבה Configuracions. להפעלת ההדמיה יש ללחוץ על inici.

<http://www.xtec.cat/~ocasella/applets/movparab/appletsol.htm>

דירוג: ☆★★★★

ד. היישומון **שני תותחים המכוונים זה לעבר זה** מאתר 12 המופיע ברשימת אתרי האינטרנט במבוא הכללי לספר.

תיאור: הדמיית ירי משני תותחים המכוונים זה אל זה. הגובה של התותח הראשון והמרחק האופקי בין התותחים ניתנים לשינוי. הנחיות השימוש מופיעות בדף ההדמיה באתר ntnu. קישור ישיר ליישומון:

<http://www.phy.ntnu.edu.tw/ntnujava/index.php?topic=144.0>

דירוג: ★★★★★

ה. היישומון **תנועת קלעים** מאתר 1 המופיע ברשימת אתרי האינטרנט במבוא הכללי לספר. **תיאור:** המחשה של הגורמים המשפיעים על תנועת קלעים באוויר. במיוחד השפעת התנגדות האוויר, השפעת הפרמטרים של החפץ הנזרק כגון צורת החפץ.

קישור ישיר ליישומון:

http://phet.colorado.edu/sims/projectile-motion/projectile-motion_en.html

דירוג: ★★★★★

ו. היישומון **תנועה מעגלית** מאתר 8 המופיע ברשימת אתרי האינטרנט במבוא הכללי לספר. **תיאור:** גודל המהירות של מכונית נחה לאורך מחצית מסלול מעגלי הולך וגדל, ואז היא ממשיכה במסלול המעגלי בתנועה קצובה. באנימציה אנו רואים את המסלול במבט מלמעלה. שלוש האנימציות מציגות את וקטור התאוצה בכל רגע. על מנת לראות אנימציה מסוימת, יש ללחוץ על Animation 1 או 2 וכו'.

קישור ישיר ליישומון (רק עם Explorer):

http://webphysics.davidson.edu/physletprob/ch8_problems/ch8_6_rotations/rotations_4.html

דירוג: ★★★★★

ז. היישומון **מטוטלת** (Pendulum Lab) מאתר 1 (פרטי האתר מופיעים ברשימת האתרים במבוא הכללי לספר).

תיאור: תנודות מטוטלת, בהן אפשר להציג את וקטורי המהירות והתאוצה.

קישור ישיר ליישומון:

http://phet.colorado.edu/sims/pendulum-lab/pendulum-lab_en.html

דירוג: ★★★★★

3. פתרונות לתרגילי הפרק עם הערות דידקטיות ייעודיות לתרגילים

1. א. מן האיור אפשר לראות כי במרווחי זמן של 0.5 שנייה, הרכיבים האופקיים של העתקי הגוף שווים ל-1 מטר. מכאן שהרכיב האופקי של מהירות הגוף שווה ל-2 m/s. לכן המהירות ההתחלתית שבה הגוף נזרק אופקית היא 2 m/s.

ב. נציג בטבלה 1 את הרכיבים האנכיים של מקום הגוף בזמנים השונים:

y (m)	t ² (s ²)
0.0	0.00
0.3	0.25
1.2	1.00
2.7	2.25
4.8	4.00
7.5	6.25

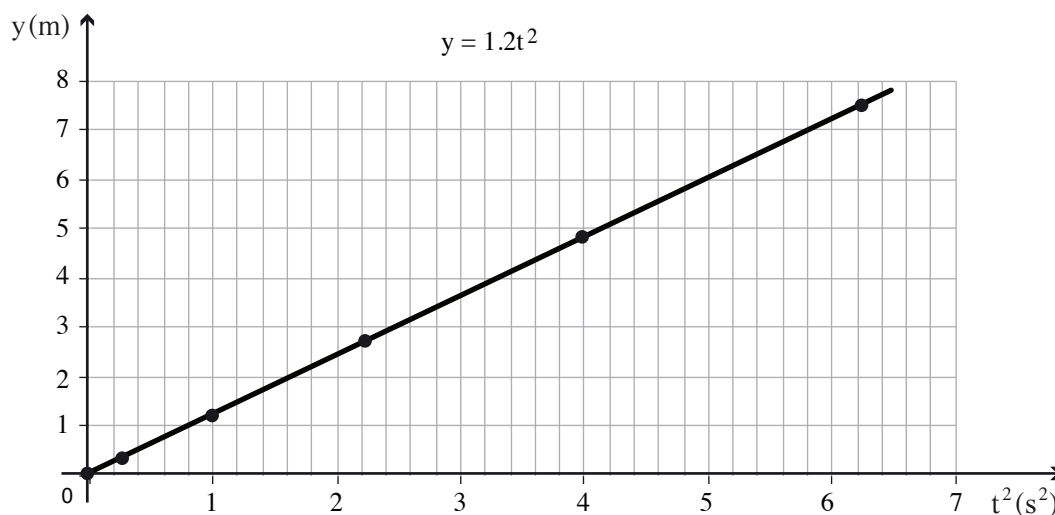
טבלה 2

y (m)	t (s)
0.0	0.0
0.3	0.5
1.2	1.0
2.7	1.5
4.8	2.0
7.5	2.5

טבלה 1

כדי לסרטט גרף של y כפונקציה של t², הצגנו בטבלה 2 ערכים של משתנים אלה.

גרף של y כפונקציה של t²:



$$(א) \quad y = \frac{at^2}{2}$$

הקו מתואר על-ידי הקשר המתמטי:

(הגוף נזרק אופקית, לכן הרכיב האנכי של המהירות ההתחלתית שווה לאפס).

על-פי קשר (א) דלעיל, שיפוע הגרף שווה ל- $\frac{a}{2}$. מצד שני, מן הגרף נובע כי שיפועו הוא

1.2 m/s². מכאן שתאוצת הנפילה החופשית על פני כוכב הלכת היא 2.4 m/s².

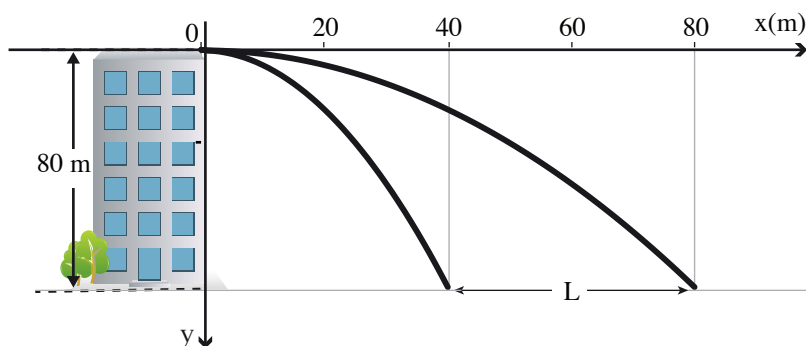
2. נבחר מערכת צירים שראשיתה בנקודת שממנה נזרקים הגופים, הכיוון החיובי של ציר x פונה בכיוון הזריקה של הגופים, וכיוונו החיובי של ציר y פונה כלפי מטה.

א. לגבי הרכיבים האנכיים:

$$y = \frac{at^2}{2} \Rightarrow 80 = \frac{10t^2}{2} \Rightarrow t = \pm 4 \text{ s}$$

הפתרון $t = 4 \text{ s}$ מתאים לשני הגופים.

ב. מסלולי התנועה של שני הגופים הם פרבולות, והן מתוארות באיור:



ג. **פתרון בדרך א:** המרחק האופקי שעבר הגוף הראשון:

$$x_1 = v_{x,1} t = 10 \cdot 4 = 40 \text{ m}$$

המרחק האופקי שעבר הגוף השני:

$$x_2 = v_{x,2} t = 20 \cdot 4 = 80 \text{ m}$$

המרחק בין שני מקומות פגיעות הכדורים בקרקע:

$$L = x_2 - x_1 = 80 \text{ m} - 40 \text{ m} = 40 \text{ m}$$

פתרון ב: נבחר ציר x הצמוד לגוף הראשון.

המהירות האופקית של הגוף השני ביחס לראשון:

$$v_{2,1} = 20 - 10 = 10 \text{ m/s}$$

המרחק של נקודת הפגיעה של הגוף השני ביחס לנקודת הפגיעה של הגוף הראשון:

$$x_{2,1} = v_{2,1} \cdot t = 10 \cdot 4 = 40 \text{ m}$$

3. נבחר מערכת צירים שראשיתה בנקודת שחרור הפצצה, הכיוון החיובי של הציר x ככיוון הטיסה, וכיוונו החיובי של הציר y מצביע כלפי מטה. את רגע הטלת הפצצה נבחר כ- $t = 0$.

א. נחשב את משך התנועה:

$$y = \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow 500 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t^2 \Rightarrow t = \pm 10 \text{ s}$$

רק הפתרון החיובי מתאים לתנאים.

$$v_x = 450 \text{ km/h} = \frac{450 \cdot 1000}{3600} \text{ m/s} = 125 \text{ m/s}$$

המרחק האופקי עד הפגיעה בקרקע:

$$x = v_x t = 125 \cdot 10 = 1,250 \text{ m}$$

ב.

$$v_y = at = 10 \cdot 10 = 100 \text{ m/s}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{125^2 + 100^2} \approx 160 \text{ m/s}$$

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{100}{125} \Rightarrow \theta \approx 38.7^\circ$$

גודל מהירות הפצצה ברגע פגיעתה בקרקע שווה בערך ל- 160 m/s , בזווית של 38.7° מתחת לכיוון האופקי.

4. נבחר מערכת צירים שבה הכיוון החיובי של הציר y מצביע כלפי מטה.

א. **כעבור שנייה אחת:**

$$v_{x,1} = v_0 = 8 \text{ m/s}$$

הרכיב האופקי של מהירות הכדור:

$$v_{y,1} = gt = 10 \cdot 1 = 10 \text{ m/s}$$

הרכיב האנכי של מהירות הכדור:

$$v_1 = \sqrt{v_{x,1}^2 + v_{y,1}^2} = \sqrt{8^2 + 10^2} \approx 12.81 \text{ m/s}$$

גודל המהירות:

$$\tan \theta_1 = \frac{v_{y,1}}{v_{x,1}} = \frac{10}{8} \Rightarrow \theta_1 \approx 51.3^\circ$$

כיוון המהירות מתחת לאופק:

כעבור שתי שניות:

$$v_{x,2} = v_0 = 8 \text{ m/s}$$

הרכיב האופקי:

$$v_{y,2} = gt = 10 \cdot 2 = 20 \text{ m/s}$$

הרכיב האנכי:

$$v_2 = \sqrt{v_{x,2}^2 + v_{y,2}^2} = \sqrt{8^2 + 20^2} \approx 21.54 \text{ m/s}$$

גודל המהירות:

$$\tan \theta_2 = \frac{v_{y,2}}{v_{x,2}} = \frac{20}{8} \Rightarrow \theta_2 \approx 68.2^\circ$$

כיוון המהירות:

ב. **דרך א - מתוך שיקול דעת:** $v_2 - v_1$ הוא הפרש המהירויות במרווח זמן של שנייה אחת. לכן הפרש זה שווה (בגודלו ובכיוונו) לתאוצה. מכאן שגודלו 10 m/s לשנייה², וכיוונו כלפי מטה.

דרך ב: כדי למצוא את $v_2 - v_1$ נחשב את הפרשי הרכיבים:

$$\Delta v_x = v_{x,2} - v_{x,1} = 0$$

$$\Delta v_y = v_{y,2} - v_{y,1} = 20 - 10 = 10 \text{ m/s}$$

מכאן נובע ש- $v_2 - v_1$ הוא וקטור שגודלו 10 m/s וכיוונו כלפי מטה.

5. נחלק את הפתרון לשני שלבים: שלב א: תנועה על-פני השולחן. שלב ב: זריקה אופקית.

נתחיל משלב ב: לגבי הרכיבים האנכיים בתנועה של הזריקה האופקית (y - כלפי מטה):

$$y = \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow 1.25 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t^2 \Rightarrow t = \pm 0.5 \text{ s}$$

לגבי הרכיבים האופקיים בתנועה של הזריקה האופקית (x - אופקי):

$$x = v_x t \Rightarrow 2 = v_x \cdot 0.5 \Rightarrow v_x = 4 \text{ m/s}$$

הגוף נזרק אופקית במהירות שגודלה 4 מטר לשנייה. זו המהירות הסופית של התנועה על פני השולחן. לגבי התנועה על פני השולחן (שלב א):

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \Rightarrow 4^2 = 6^2 + 2a \cdot 4$$

$$a = -2.5 \text{ m/s}^2$$

החוק השני של ניוטון לגבי הגוף הנע על פני השולחן: (א) $\Sigma F_x = ma \Rightarrow -mN = ma$

(ב) $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - mg = 0$

$$-\mu mg = ma \Rightarrow \mu = -\frac{a}{g} = -\frac{-2.5}{10} = 0.25 \quad \text{ממשוואות (א) ו-(ב)}$$

מקדם החיכוך בין הגוף לבין השולחן הוא 0.25.

6. על היורה לכוון את החץ בדיוק לעבר התפוח. הסבר: החץ והתפוח יוצאים לדרכם בו-זמנית. נסתכל על תנועתם האנכית: הרכיבים האנכיים של המהירות ההתחלתית והתאוצה של שני הגופים שווים. לכן המקום האנכי שלהם יהיה שווה בכל רגע ורגע (כל עוד הם אינם פוגעים בקרקע). לדוגמה: כאשר התפוח ירד בשיעור של 10 ס"מ - גם החץ ירד 10 ס"מ. כאשר התפוח ירד בשיעור של 50 ס"מ - גם החץ ירד 50 ס"מ, וכך הלאה. נסתכל על תנועתם האופקית: התפוח נמצא באותו מקום (x) כל הזמן, והחץ נע לכיוון מקום אופקי זה. עתה נסתכל על התנועה הדו-ממדית: כאשר החץ יגיע למקום האופקי של התפוח, שניהם יהיו באותו גובה, כלומר תתרחש פגיעה. **שים לב:** מתייחסים לחץ כאל גוף נקודתי, שאין לו תנועה סיבובית.

7. א. המהירויות האופקיות של האדם ושל צרור המפתחות ברגע עזיבת המפתחות שוות. במהלך הנפילה של המפתחות מהירויות המפתחות והרכבת אינן משתנות, ולכן אין תנועה אופקית של המפתחות ביחס לאדם. מסלול תנועת המפתחות ביחס לאדם הוא קו ישר אנכי. ב. ברגע שצרור המפתחות נשמט, יש לו מהירות אופקית ביחס לאדם שעל הקרקע, לכן ביחס אליו הוא נע במסלול פרבולי (זריקה אופקית).

8. התשובה היא (4). הסבר: המהירויות של המטוס ושל הפצצה לפני ההטלה שוות. לאחר שהפצצה משוחררת, הרכיב האופקי של המהירות שלה אינו משתנה, לכן הוא שווה למהירות המטוס. כלומר עד רגע פגיעת הפצצה בקרקע, הפצצה נמצאת בכל רגע ורגע בדיוק מתחת למטוס.

9. אם התנגדות האוויר אינה זניחה הפצצה תיפגע בנקודה הנמצאת בין הנקודות A ל-B (אפשרות (3)): למהירות הפצצה יש רכיב אופקי, אך בגלל התנגדות האוויר רכיב זה קטן ממהירות המטוס.

10. כן - הפצצות נראות לצופה האחת מתחת לשנייה, כי הרכיבים האופקיים של מהירויות שתי הפצצות שווים (בהזנחת התנגדות האוויר).

11. נחשב את משך תנועת הפצצה מרגע שחרורה עד פגיעתה במשאית. נבחר ציר y שכיוונו החיובי

$$y = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow 1280 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t^2 \Rightarrow t = \pm 16 \text{ s} \quad \text{כלפי מטה. תנועת הפצצה ביחס לציר זה:}$$

$$v = 360 \text{ km/h} = \frac{360 \cdot 1000}{3,600} = 100 \text{ m/s} \quad \text{נבטא את מהירות המפציץ ביחידת SI:}$$

$$v = 90 \text{ km/h} = \frac{90 \cdot 1000}{3,600} = 25 \text{ m/s} \quad \text{נבטא את מהירות המשאית ביחידת SI:}$$

א. פתרון במערכת ייחוס הצמודה לקרקע: נבחר ציר x הצמוד לקרקע, שראשיתו בנקודת שחרור

$$x = x_0 + v_0 t = 100 t \quad \text{הפצצה. הרכיב האופקי של מקום הפצצה, כפונקציה של הזמן:}$$

$$x = x_0 + v_0 t = x_0 + 25 t \quad \text{מקום המשאית כפונקציה של הזמן:}$$

ברגע $t = 16 \text{ s}$ הפצצה פוגעת במשאית, וערכי ה- x של הפצצה ושל המשאית שווים:

$$100 \cdot 16 = x_0 + 25 \cdot 16$$

$$x_0 = 1,200 \text{ m} \quad \text{מכאן:}$$

כלומר על הטייס לשחרר את הפצצה במרחק 1,200 מטר מאחורי המשאית.

פתרון במערכת ייחוס הצמודה למשאית: נגדיר ציר x הצמוד למשאית, שכיוונו החיובי בכיוון תנועת המשאית, וראשיתו במשאית.

$$v_{2,1} = v_2 - v_1 = 100 - 25 = 75 \text{ m/s} \quad \text{מהירות בכיוון אופקי ביחס למשאית:}$$

$$x = x_0 + vt \Rightarrow 0 = x_0 + 75 \cdot 16 \quad \text{הרכיב האופקי של מקום הפצצה, כפונקציה של הזמן:}$$

$$x_0 = -1,200 \text{ m}$$

כלומר על הטייס לשחרר את הפצצה 1,200 מטר מאחורי המשאית.

ב. על-פי החישוב המופיע לפני הפתרון לסעיף א, משך תנועת הפצצה הוא 16 שניות. לכן לרשותו של נהג המשאית עומדות 16 שניות כדי לשנות את כיוון תנועתו (או את גודל מהירותו).

12. נבחר מערכת צירים x, y שראשיתה בנקודת הבעיטה של הכדור.

$$v_{0,x} = v_0 \cdot \cos \alpha_0 = 20 \cdot \cos 30^\circ \approx 17.32 \text{ m/s} \quad \text{א.}$$

$$v_{0,y} = v_0 \cdot \sin \alpha_0 = 20 \cdot \sin 30^\circ \approx 10 \text{ m/s}$$

$$v_y^2 = v_{0,y}^2 + 2a \cdot \Delta y \quad \text{ב. עבור הרכיבים האנכיים:}$$

$$0^2 = 10^2 + 2 \cdot (-10) \cdot \Delta y \Rightarrow \Delta y = 5 \text{ m}$$

בגובה המרבי $v_y = 0$ ולכן:

הכדור יגיע לגובה מרבי של 5 מטר.

ג. נחשב את הזמן שדרוש כדי שהכדור יגיע לנקודה ששיעורה $y = 0$:

$$y = y_0 + v_{0,y} \cdot t + \frac{1}{2}at^2$$

$$0 = 0 + 10 \cdot t + \frac{1}{2}(-10)t^2$$

$$t_1 = 0 ; t_2 = 2 \text{ s}$$

פתרונות המשוואה:

$$x = v_{0,x} \cdot t = 17.32 \cdot 2 = 34.64 \text{ m}$$

טווח הזריקה הוא 34.64 מטר.

13. א. בשיא הגובה, הרכיב האנכי של המהירות שווה לאפס. נרשום משוואה עבור הרכיבים האנכיים של תנועת הגוף מנקודת המוצא עד שיא הגובה, ביחס לציר y שכיוונו החיובי כלפי מעלה:

$$v_y = v_0 \cdot \sin \alpha_0 + at$$

$$0 = 35 \cdot \sin 40^\circ + (-10)t \Rightarrow t \approx 2.25 \text{ s}$$

ב. עבור תנועת הכדור מנקודת המוצא עד שיא הגובה:

$$y = y_0 + v_0 \cdot (\sin \theta_0) \cdot t + \frac{at^2}{2}$$

$$y = 0 + 35 \cdot \sin 40^\circ \cdot 2.25 + \frac{(-10) \cdot (2.25)^2}{2} \approx 25.3 \text{ m}$$

ג. לגבי תנועת הגוף מנקודת המוצא עד לרמה ההתחלתית:

$$y = y_0 + v_0 \cdot (\sin \theta_0) \cdot t + \frac{at^2}{2}$$

$$0 = 0 + 35 \cdot \sin 40^\circ \cdot t + \frac{(-10)t^2}{2} \Rightarrow t \approx 4.5 \text{ s}$$

נשים לב כי זמן זה הוא כפול מזמן התנועה מנקודת המוצא עד שיא הגובה.

ד.

$$x = x_0 + v_0 (\cos \alpha_0) \cdot t$$

$$x = 0 + 35 \cdot (\cos 40^\circ) \cdot 4.5 = 120.6 \text{ m}$$

ה. כעבור 2 שניות:

$$v_x = v_0 \cos \alpha_0 = 35 \cdot \cos 40^\circ = 26.8 \text{ m/s}$$

$$v_y = v_0 \cdot \sin \alpha_0 + at = 35 \cdot \sin 40^\circ + (-10) \cdot 2 \approx 2.5 \text{ m/s}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{26.8^2 + 2.5^2} = 26.9 \text{ m/s}$$

כיוון המהירות מעל האופק:

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{2.5}{26.8} \Rightarrow \theta \approx 5.3^\circ$$

מיקום הכדור:

$$x = v_0 \cos \alpha_0 \cdot t = 35 \cdot (\cos 40^\circ) \cdot 2 = 53.6 \text{ m}$$

$$y = y_0 + v_0 \cdot (\sin \theta_0) \cdot t + \frac{at^2}{2} = 0 + 35 \cdot \sin 40^\circ \cdot 2 + \frac{(-10)2^2}{2} \approx 25 \text{ m}$$

באופן דומה מחשבים כעבור 3 שניות וכעבור 6 שניות.

הערה: על פי הפתרון לסעיף א, אנו מבינים שברגע 2 s הכדור עולה ואילו ברגעים 3 s ו- 6 s הוא יורד. לכן ב- 3 s ו- 6 s וקטור המהירות מכוון אל מתחת לאופק.

14. נבחר מערכת צירים שראשיתה בנקודת החבטה וציר y מכיוון כלפי מעלה.

$$y = y_0 + v_0 \cdot (\sin \theta_0) \cdot t + \frac{1}{2}at^2 \quad \text{א. לגבי הרכיבים האנכיים:}$$

$$0 = v_0 \cdot (\sin 30^\circ) \cdot t + \frac{1}{2}(-10)t^2$$

$$(א) \quad 0 = v_0 \cdot 0.5 - 5t \quad t \neq 0 \text{ לכן:}$$

$$x = x_0 + v_0 (\cos \theta_0) \cdot t \quad \text{לגבי הרכיבים האופקיים:}$$

$$(ב) \quad 100 = 0 + v_0 (\cos 30^\circ) \cdot t$$

$$v_0 \approx 34 \text{ m/s} \quad \text{פתרון מערכת משוואות (א) ו-(ב):}$$

ב. הרכיבים האופקיים של המהירות בחבטה ובתפיסה שווים. גם גדלי הרכיבים האנכיים של המהירויות שווים (כאשר זורקים גוף כלפי מעלה - הוא חוזר לנקודת המוצא עם מהירות השווה בגודלה למהירות הזריקה). לכן **גודל המהירות הכוללת בתפיסה שווה לגודל המהירות הכוללת בחבטה, כלומר בקירוב 34 m/s**. כיוון המהירות בתפיסה הוא 30° מתחת לכיוון הציר x, כי הרכיב האנכי של המהירות משנה כיוון.

15. נגדיר ציר y שכיוונו החיובי כלפי מטה, וראשיתו בנקודת שחרור הפצצה.

$$y = y_0 + v_0 \cdot (\sin \theta_0) \cdot t + \frac{at^2}{2} \quad \text{א.}$$

$$1000 = 0 + v_0 \cdot \sin 30^\circ \cdot 5 + \frac{10 \cdot 5^2}{2} \Rightarrow v_0 = 350 \text{ m/s}$$

$$x = x_0 + v_0 \cdot (\cos \theta_0) \cdot t \quad \text{ב.}$$

$$x = 0 + 350 \cdot \cos 30^\circ \cdot 5 \approx 1,515 \text{ m}$$

$$v_x = v_0 \cos \theta_0 = 350 \cdot \cos 30^\circ = 303 \text{ m/s} \quad \text{ג.}$$

$$v_y = v_0 \sin \theta_0 + at = 350 \cdot \sin 30^\circ + 10 \cdot 5 = 225 \text{ m/s}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{303^2 + 225^2} \approx 377.4 \text{ m/s}$$

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{225}{303} \Rightarrow \theta \approx 36.6^\circ$$

$$R = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\theta_0}{g} \Rightarrow 20 = \frac{15^2 \cdot \sin 2\theta_0}{10} \Rightarrow \sin 2\theta_0 = 0.8889$$

16. הביטוי לטווח הזריקה:
 לכן: $2\theta_0 = 117.27^\circ$ או $2\theta_0 = 62.73^\circ$, מכאן:
 $\theta_0 = 58.6^\circ$ או $\theta_0 \approx 31.4^\circ$

17. א. מנקודת ראות של צופה הנמצא בקרון - האבן נעה לאורך קו ישר אנכי; תחילה כלפי מעלה ואחר-כך כלפי מטה.

ב. מנקודת ראות של צופה הנמצא על הקרקע - האבן נזרקת במשופע, נעה במסלול פרבולי, וחוזרת לרמתה ההתחלתית (לידו של הזורק).

18. נבחר מערכת צירים שראשיתה בנקודה שממנה נזרק הגוף. הכיוון החיובי של הציר y מצביע כלפי מטה, והכיוון החיובי של הציר x מצביע בכיוון שבו נזרק הכדור.

א. לכוח האופקי אין כל השפעה על התנועה האנכית, שהיא תנועה בתאוצה קבועה g , במהירות התחלתית השווה לאפס. לגבי הרכיבים האנכיים של התנועה מרגע הזריקה עד הפגיעה

$$y = y_0 + v_{0,y}t + \frac{a_y t^2}{2} \Rightarrow 5 = 0 + 0 + \frac{10 \cdot t^2}{2} \Rightarrow t = \pm 1s$$

בקררע נוכל לרשום:

התנועה האופקית היא שוות תאוצה.

$$a_x = \frac{\Sigma F_x}{m} = \frac{0.4}{0.1} = 4 \text{ m/s}^2$$

גודל התאוצה:

$$x = x_0 + v_{0,x}t + \frac{a_x t^2}{2} = 0 + 5 \cdot 1 + \frac{4 \cdot 1^2}{2} = 7 \text{ m}$$

המרחק האופקי מרגלי הבניין:

ב. מסלול התנועה היה קו ישר.

הסבר במילים: בתנאים אלה על הכדור היו פועלים כוח אופקי וכוח אנכי קבועים. השקול של שני כוחות אלה הוא כוח קבוע (בכיוון משופע). כוח שקול קבוע הפועל על גוף במנוחה מניע את הגוף לאורך קו ישר, בכיוון הכוח השקול.

הסבר מתמטי:

$$x = \frac{a_x t^2}{2}$$

לגבי התנועה בכיוון ציר x :

$$y = \frac{gt^2}{2}$$

לגבי התנועה בכיוון ציר y :

$$y = \frac{g}{a_x} \cdot x$$

משתי המשוואות מקבלים את משוואת המסלול:

וזו משוואה של קו ישר.

19. א. נגדיר ציר y על הלוח המלבני, כמתואר באיור שבתשובה לסעיף ב. לכדור יש תאוצה בכיוון ציר

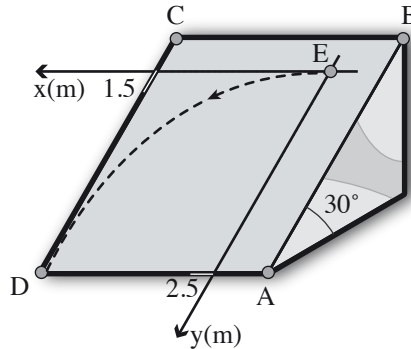
$$a_y = g \sin 30^\circ = 5 \text{ m/s}^2 \quad y:$$

הצלע AD נמצאת בקואורדינטה $y = 2.5 \text{ m}$

$$y = y_0 + v_{0,y}t + \frac{a_y t^2}{2} \Rightarrow 2.5 = 0 + 0 + \frac{5 \cdot t^2}{2} \Rightarrow t = \pm 1 \text{ s}$$

ב. (1) כוח הכובד mg , והכוח הנורמלי N .

(2) צורת המסלול היא פרבולה, כמתואר באיור:



הסבר: באיור מתוארת מערכת צירים x, y . בכיוון הציר x יש לגוף מהירות התחלתית, ורכיב הכוח השקול בכיוון זה שווה לאפס, לכן התנועה בכיוון x היא שווה-מהירות, ומתקיים:

$$(א) \quad x = v_0 t$$

בכיוון הציר y רכיב המהירות ההתחלתית שווה לאפס, ורכיב הכוח השקול הוא $mg \sin 30^\circ$, לכן

$$(ב) \quad y = \frac{5t^2}{2} \quad \text{בכיוון זה יש תאוצה קבועה } (a_y = g \sin 30^\circ = 5 \text{ m/s}^2), \text{ ומתקיים:}$$

$$(ג) \quad y = \frac{5}{2v_0^2} x^2 \quad \text{מקשרים (א) ו-(ב) נובע כי:}$$

וזו משוואה של פרבולה.

(3) במערכת הצירים שהוגדרה בסעיף (2) לעיל, שיעורי הנקודה D הם $x = 1.5 \text{ m}$; $y = 2.5 \text{ m}$.

$$2.5 = \frac{5}{2v_0^2} \cdot 1.5^2 \Rightarrow v_0 = 1.5 \text{ m/s} \quad \text{נציב ערכים אלה ב-(ג):}$$

$$v_x = v_0 = 1.5 \text{ m/s} \quad (4)$$

זמן הגעת הכדור מ-E לצלע DA שווה בשני המקרים המתוארים בסעיפים א ו-ב, כי

$$\text{בשניהם } v_{0,y} = 0 \text{ ו- } a_y = 5 \text{ m/s}^2.$$

$$v_y = v_{0,y} + a_y \cdot t = 0 + 5 \cdot 1 = 5 \text{ m/s} \quad \text{לכן:}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{1.5^2 + 5^2} \approx 5.22 \text{ m/s}$$

20. ב. מהירותו משיקה למסלול (בכיוון התנועה); הכוח השקול והתאוצה מכוונים למרכז המעגל.

$$a_R = \frac{v^2}{r} = \frac{4^2}{2} = 8 \text{ m/s}^2 \quad \text{ג. (1)}$$

$$sF = ma = 0.5 \cdot 8 = 4 \text{ N} \quad (2)$$

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \cdot 2}{4} \approx 3.14 \text{ s}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{3.14} \approx 0.32 \text{ Hz} \quad (3)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\pi} = 2 \text{ s}^{-1}$$

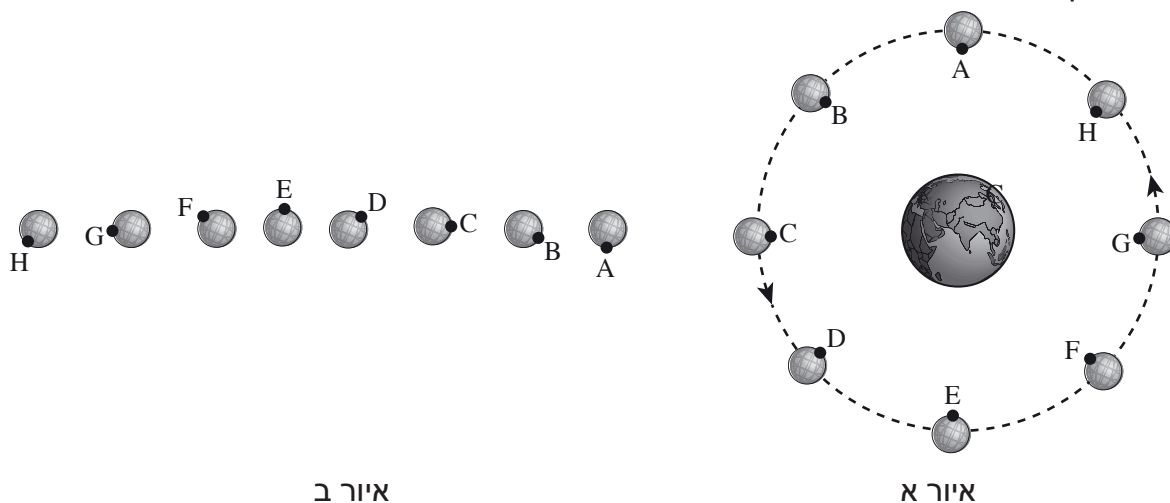
$$(א) \quad a_R = \frac{v^2}{r} \quad \text{21. א.}$$

$$(ב) \quad v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$a = \frac{4\pi^2 r}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 3.84 \cdot 10^8}{(27.3 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60)^2} \approx 2.7 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2 \quad \text{מהצבת (ב) ב- (א) נקבל:}$$

$$\frac{g}{a} = \frac{9.8}{2.7 \cdot 10^{-3}} \approx 3,600 \quad \text{ב.}$$

ג. בנוסף לתנועת הירח סביב הארץ, הירח **מסתובב גם סביב צירו**. כדי להסביר זאת סרטטנו באיור א את הירח בשמונה מקומות שונים A - H במהלך תנועתו סביב הארץ. הנקודה השחורה מייצגת אזור על פני הירח הפונה בכל מצבים לעבר הארץ. באיור ב העתקנו את הירח עם הנקודה השחורה **מבלי לסובב את הירח במהלך ההעתקה**, כך שכל התרשימים של הירח יהיו ממוקמים לאורך שורה. רואים בברור באיור ב שהירח מסתובב.



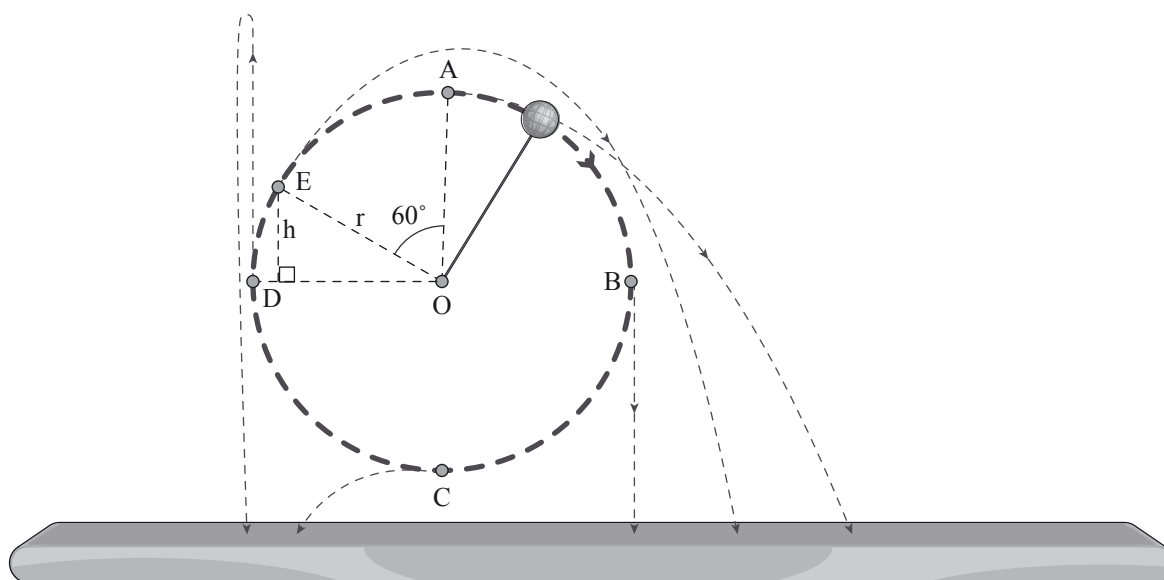
זמן המחזור של סיבוב הירח סביב צירו הוא 27.3 יממות.

הקרה והארה: מצד אחד נאמר שמחזור הירח הוא 27.3 יומות, מאידך גיסא ידוע כי חודש ה'ל' פ' א'ח השנה העברי הוא בן 29 או 30 יומות, כיצד זה מסתדר? איזו הארץ לא היגה מסלול סביב השמש, אזי כדי שהירח יחלים סיבוב אחד סביב הארץ היו נדרש 27.3 יומות, אבל אם אוקחים בחשבון שהארץ נעה סביב השמש, הירח צריך לעבור כמות דרך נוספת כדי אפליים סיבוב שלם, לכן נדרש לעד כ- 2 - 3 יומות כדי אפליים סיבוב שלם.



22. א. A - זריקה אופקית ימינה;
 B - זריקה אנכית כלפי מטה;
 C - זריקה אופקית שמאלה;
 D - זריקה אנכית כלפי מעלה;
 E - זריקה משופעת.

מסלולי התנועה:



ב. (1) הנקודה A נמצאת בגובה 1.8 מטר. נבחר מערכת צירים שראשיתה ב-A, הכיוון החיובי של הציר x פונה ימינה, והכיוון החיובי של הציר y פונה כלפי מטה. רגע שחרור החוט יוגדר כ- $t = 0$.

$$y = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow 1.8 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t^2 \Rightarrow t_{1,2} = \pm 0.6 \text{ s} \Rightarrow t_{\text{פגיעה}} = 0.6 \text{ s}$$

$$x = v_0 t = 2.5 \cdot 0.6 = 1.5 \text{ m}$$

המרחק האופקי בין נקודת פגיעת האבן בקרקע למרכז המעגל הוא 1.5 מטר.

$$(2) \text{ נחשב את הגובה } h \text{ של הנקודה E מעל הנקודה D: } \frac{h}{r} = \cos 60^\circ \Rightarrow h = 0.6 \cdot \frac{1}{2} = 0.3 \text{ m}$$

לכן גובה הנקודה E מעל הקרקע הוא 1.5 מטר.

נבחר מערכת צירים שראשיתה ב-E, הכיוון החיובי של הציר x פונה ימינה, והכיוון החיובי של

הציר y מצביע כלפי מטה.

$$y = y_0 + v_{0,y}t + \frac{1}{2}at^2$$

$$1.5 = -3.5 \cdot \sin 60^\circ \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t^2 \Rightarrow t = 0.93 \text{ s}$$

$$x = v_{0,x}t \Rightarrow x = 3.5 \cdot \cos 60^\circ \cdot 0.93 = 1.63 \text{ m}$$

נחשב את המרחק האופקי ℓ מ-E למרכז המעגל O: $\frac{\ell}{r} = \sin 60^\circ \Rightarrow \ell = 0.6 \cdot \sin 60^\circ \approx 0.52 \text{ m}$

לכן המרחק האופקי בין נקודת פגיעת האבן בקרקע לבין מרכז המעגל O הוא:

$$1.63 - 0.52 = 1.11 \text{ m}$$

23. א. הארץ מפעילה על הלוויין כוח כבידה.

ב. הפרוטון מפעיל על האלקטרון כוח חשמלי.

ג. התוף מפעיל על הכבסים כוח נורמלי.

24. א. הכוחות הפועלים על המטבע:

שם הכוח	כיוון הכוח	מפעיל הכוח
כובד	כלפי מטה	הארץ
נורמלי	כלפי מעלה	התקליטור
חיכוך סטטי	לעבר המרכז	התקליטור

ב. הכוח הנורמלי מקזז את כוח הכובד. לכן הכוח השקול הוא כוח החיכוך הסטטי הפועל על המטבע, ומשנה בכל רגע ורגע את כיוון מהירותו.

$$F_g = mg = 0.005 \cdot 10 = 0.05 \text{ N} \quad \text{ג.}$$

$$N = mg = 0.05 \text{ N} \quad \text{בכיוון הניצב לתקליטור הכוח השקול שווה לאפס, לכן:}$$

$$\text{(א) } f_s = m \frac{v^2}{r} \quad \text{החוק השני של ניוטון בכיוון רדיאלי:}$$

$$\text{(ב) } v = 2\pi r f$$

$$\text{(ג) } f_s = m4\pi^2 r f^2 \quad \text{מ-(א) ומ-(ב):}$$

$$f_s = 0.005 \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot 0.1 \cdot 1^2 \approx 0.0197 \text{ N} \quad \text{נציב את ערכה של התדירות f ב-(ג):}$$

ד. לכן הגודל המרבי של כוח החיכוך הסטטי ($f_{s, \max} = \mu_s N$), צריך להיות שווה לפחות ל-0.0197 ניוטון. ערכו המינימלי של מקדם החיכוך הסטטי המאפשר את התנועה המעגלית של המטבע

$$\text{(ד) } 0.0197 = m_s \cdot N \quad \text{מקיים:}$$

אם מקדם החיכוך יהיה גדול מן הערך של m_s המקיים את (ד) - אז ודאי שהחיכוך יוכל להיות שווה ל-0.0197 ניוטון.

$$0.0197 = m_s \cdot 0.05 \Rightarrow m_s = 0.394$$

נציב ב- (ד) $N = 0.05 \text{ N}$:

$$(א) a_1 = w^2 r_1$$

ה. לגבי המטבע הראשון:

$$(ב) a_2 = w^2 r_2$$

לגבי המטבע השני:

$$(ג) r_1 = 2r_2$$

כאשר:

מ- (א), (ב) ו- (ג) רואים כי למטבע הראשון תאוצה גדולה פי 2 מזו של המטבע השני.

25. (1) כל אחד מארבעת הגופים נע במסלול מעגלי בתנועה קצובה, לכן התאוצה של כל אחד מן הגופים מכוונת לעבר מרכז המעגל.

(2) משוואות התנועה מתבססות על כך שבכיוון התאוצה (לעבר מרכז המעגל) סכום רכיבי הכוחות שווה למכפלת מסת הגוף m בתאוצתו v^2/R , ובכל כיוון אחר (למעשה מספיק לדון בכיוון ניצב למישור המעגל) סכום רכיבי הכוחות שווה לאפס.

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_2 - F_3 = 0 \quad \text{באיור א:}$$

$$\Sigma F_R = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow F_1 = m \frac{v^2}{R}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_1 \sin \alpha_1 - F_2 = 0 \quad \text{באיור ב:}$$

$$\Sigma F_R = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow F_1 \cos \theta_1 = m \frac{v^2}{R}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_1 \sin \alpha_1 - F_2 \sin \alpha_2 = 0 \quad \text{באיור ג:}$$

$$\Sigma F_R = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow F_1 \cos \theta_1 + F_2 \cos \theta_2 = m \frac{v^2}{R}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_1 \sin \alpha_1 - F_3 - F_2 \sin \alpha_2 = 0 \quad \text{באיור ד:}$$

$$\Sigma F_R = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow F_1 \cos \theta_1 + F_2 \cos \theta_2 = m \frac{v^2}{R}$$

26. א. נתון שהדסקית נעה בתנועה מעגלית. מכאן מסיקים שהמשקולת אינה עולה ואינה יורדת

$$(א) T = mg \quad \text{ולכן:}$$

כאשר T מתיחות החוט.

$$(ב) \Sigma F_R = Ma_R \Rightarrow T = M \frac{v^2}{r} \quad \text{החוק השני של ניוטון לגבי הדסקית:}$$

$$0.2 \cdot 10 = 0.3 \cdot \frac{v^2}{0.2} \Rightarrow v \approx 1.15 \text{ m/s}$$

$$v = wr \Rightarrow 1.15 = w \cdot 0.2 \Rightarrow w \approx 5.75 \text{ s}^{-1}$$

ב. (1) נתבונן בנוסחה (ב) הרשומה לעיל; אגף שמאל (mg) קבוע. לכן גם אגף ימין (Mv^2/r) צריך להיות קבוע. לכן, כאשר r (המופיע במכנה) גדל, גם המונה צריך לגדול. כלומר אם רדיוס המסלול המעגלי גדל - מהירות הדסקית צריכה לגדול.

$$mg = Mw^2r$$

(2) נציב בנוסחה (ב) שבסעיף (א) $v = wr$ ונקבל:

אגף שמאל קבוע, לכן אגף ימין קבוע. לכן כאשר r גדל המהירות הזוויתית w צריכה לקטון.

27. א. (1) המהירויות הזוויתיות של שתי הנקודות A ו-B שוות, כי בכל פרק זמן Δt הקו המחבר את A עם ציר הסיבוב עובר זווית $\Delta\theta$ השווה לזו שעובר הקו המחבר את B עם ציר הסיבוב.

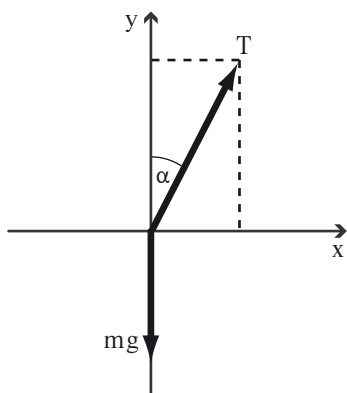
(2) לנקודה A יש מהירות קווית כפולה מזו של B כי:

$$v = wr$$

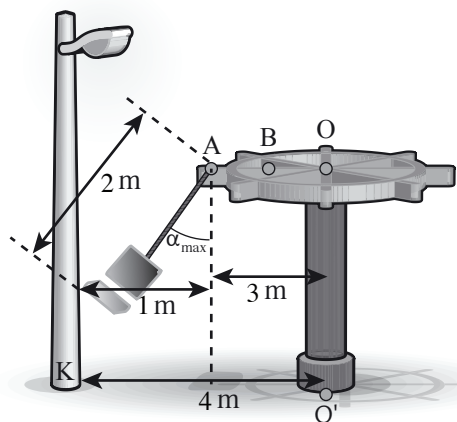
w שווה לשתי הנקודות (ראה סעיף (1) לעיל) ורדיוס הסיבוב, r , של A כפול מזה של B.

הסבר אחר: באותו זמן, A צריך לעבור קשת מעגלית שאורכה גדול יותר.

ב. נתבונן במצב שבו זווית הפרישה a של החוט עם הכסא היא מרבית (איור א).



איור ב



איור א

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T \cos a - mg = 0$$

$$\Sigma F_R = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow T \sin \alpha = m \frac{v^2}{r}$$

$$(א) \tan \alpha = \frac{v^2}{rg}$$

$$(ב) v = 2\pi r f$$

$$(ג) \tan \alpha = \frac{4\pi^2 r f^2}{g}$$

מנוסחה (ג) אפשר לראות כי ככל שהתדירות גדלה - גדלה גם הזווית a . כאשר הזווית a היא זו המתוארת באיור לעיל - התדירות היא מקסימלית.

הזווית $a_{\max}$ המתאימה לתדירות המקסימלית, $f_{\max}$, מקיימת (ראה איור לעיל):

$$\sin \alpha_{\max} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha_{\max} = 30^\circ$$

בכיוון ניצב למישור מסלול התנועה (איור ב):

בכיוון מרכז המסלול (איור ב):

מחילוק המשוואה האחרונה בקודמתה נקבל:

בתנועה מעגלית קצובה:

מ- (א) ו- (ב) מקבלים:

$$\tan 30^\circ = \frac{4\pi^2 4f_{\max}^2}{10} \Rightarrow f_{\max} = 0.19 \text{ Hz} \quad \text{נציב בנוסחה (ג):}$$

לכן תחום התדירויות שבו אפשר לסובב את הקרוסלה מבלי שהכסא יפגע בעמוד התאורה הוא
 $0 < f < 0.19 \text{ Hz}$

28. א. הכוחות הפועלים על הגוף: כוח המתיחות, לעבר הנקודה A, מופעל על-ידי החוט. כוח הכובד, כלפי מטה, מופעל על-ידי הארץ.

ב. משוואות התנועה:

$$(א) \sum F_y = 0 \Rightarrow T \cos \alpha = mg$$

$$(ב) \sum F_R = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow T \sin \alpha = m \frac{v^2}{r}$$

$$(ג) \frac{r}{\ell} = \sin \alpha \quad \text{מן האיור אפשר לראות כי:}$$

$$(ד) v = 2\pi f \cdot r \quad \text{בתנועה מעגלית קצובה:}$$

$$(ה) \cos \alpha = \frac{g}{4\pi^2 f^2 \ell} \quad \text{ממשוואות (א) - (ד) נקבל:}$$

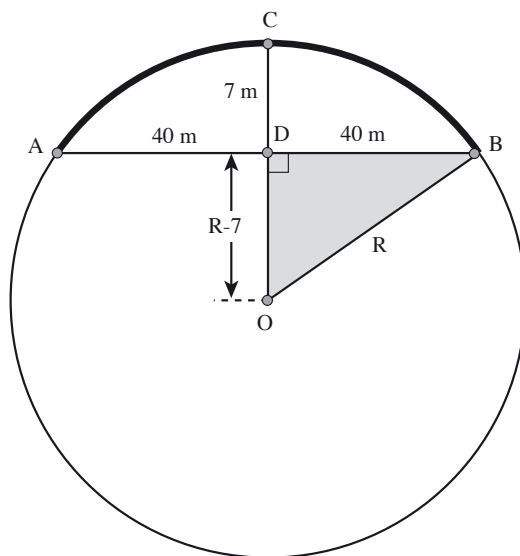
$$(ו) \cos \alpha = \frac{h}{\ell} \quad \text{ג.}$$

$$(ז) h = \frac{g}{4\pi^2 f^2} \quad \text{מקשרים (ה) ו- (ו) נקבל:}$$

על-פי משוואה (ז), אם מגדילים את אורך החוט מבלי לשנות את התדירות - המרחק h אינו משתנה.

ד. לא, כי לא יהיה רכיב של כוח המתיחות שיקזז את כוח הכובד mg.

29. נסרטט את המעגל שהגשר מהווה קשת שלו. נסמן ב-R את הרדיוס של מעגל זה.



$$OB^2 = OD^2 + BD^2 \Rightarrow R^2 = (R - 7)^2 + 40^2$$

על-פי משפט פתגורס (ראה איור):

$$R \approx 117.8 \text{ m}$$

פתרון המשוואה:

$$mg - N = m \frac{v^2}{R}$$

בשיא הגובה מתקיים הקשר:

$$5000 \cdot 10 - N = 5000 \frac{(90/3.6)^2}{117.8}$$

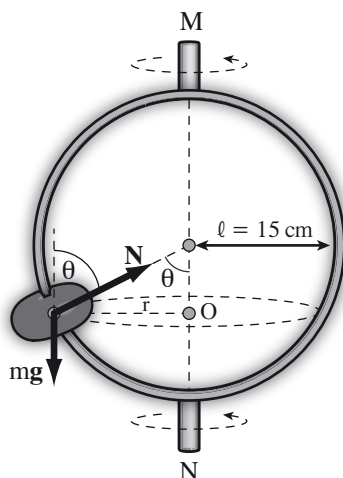
נציב ערכים:

$$N \approx 23,500 \text{ N}$$

פתרון המשוואה:

הכוח שהגשר מפעיל על המשאית שווה בקירוב ל-23,500 ניוטון כלפי מעלה, לכן הכוח שהמשאית מפעילה על הגשר שווה בקירוב ל-23,500 ניוטון כלפי מטה.

30. א. על החרוז פועלים שני הכוחות N ו- mg כמתואר באיור:



כאשר החרוז נמצא בגובה קבוע, אז בכיוון ציר y , המוגדר כך שכיוונו אנכי,

$$\text{מתקיים: } \sum F_y = 0 \Rightarrow N \cos \theta = mg \quad (\text{א})$$

בכיוון למרכז O של מסלול התנועה (ראה איור) מתקיים:

$$\text{(ב)} \quad \sum F_R = m\omega^2 r \Rightarrow N \sin \theta = m\omega^2 r$$

$$\text{(ג)} \quad r = l \sin \theta$$

רדיוס מסלול התנועה r מקיים:

$$\text{(ד)} \quad \cos \theta = \frac{g}{\omega^2 l} = \frac{10}{10^2 \cdot 0.15} \Rightarrow \theta \approx 48.2^\circ$$

ממשוואות (א), (ב) ו-(ג) נקבל:

ב. לא.

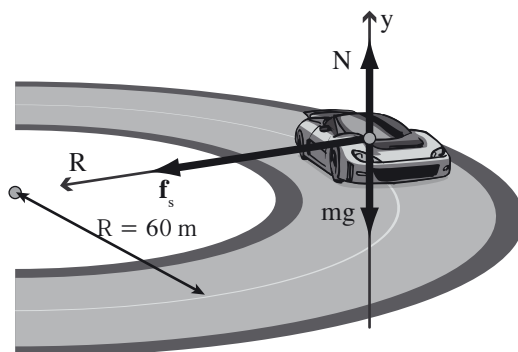
הסבר מתמטי: אם נציב במשוואה (ד) $\theta = 90^\circ$ נקבל משוואה שאינה אפשרית.

הסבר מילולי: בגובה מרכז החישוק אין כוח (או רכיב של כוח) שיכול לקזז את כוח הכובד mg , לכן החרוז אינו יכול להישאר בגובה מרכז החישוק.

ג. אם הגוף אינו בתחתית החישוק אזי $\theta > 0$ לכן $\cos \theta < 1$. מכאן, ועל סמך משוואה (ד):

$$\frac{g}{\omega^2 l} < 1 \Rightarrow \omega > \sqrt{\frac{g}{l}}$$

31. א. הכוחות הפועלים על המכונית מוצגים באיור א.



איור א

נחשב את הגודל המרבי של מהירות המכונית.

בכיוון הציר y המקביל לכוח הנורמלי N מתקיים:

$$(א) \quad \sum F_y = 0 \Rightarrow N - mg = 0$$

$$(ב) \quad \sum F_R = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow f_s = m \frac{v^2}{r}$$

$$(ג) \quad f_s = m_s \cdot N$$

$$(ד) \quad v_{\max} = \sqrt{\mu_s r g} = \sqrt{0.8 \cdot 60 \cdot 10}$$

בכיוון רדיאלי מתקיים:

מהירות המכונית היא מרבית (ללא החלקה) כאשר:

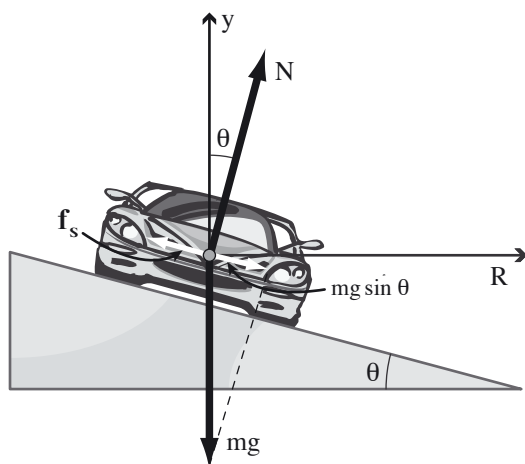
ממשוואות (א), (ב) ו-(ג) נקבל:

$$v_{\max} = 21.9 \text{ m/s} \approx 78.9 \text{ km/h}$$

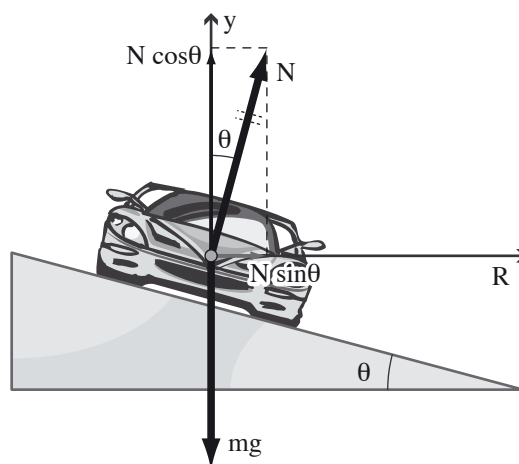
לכן תחום גדלי המהירויות שבו המכונית יכולה לנסוע בכביש זה:

$$0 \leq v \leq 78.9 \text{ km/h}$$

ב. הכוחות הפועלים על המכונית, והצירים שנבחרו, מוצגים באיור ב.



איור ג



איור ב

למכונית יש תאוצה רק בכיוון הציר הרדיאלי R, לכן בכיוון הציר y, הניצב ל-R מתקיים:

$$(א) \quad \sum F_y = 0 \Rightarrow N \cos \theta - mg = 0$$

$$\text{בכיוון הציר } R: \quad \Sigma F_R = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow N \sin \theta = m \frac{v^2}{r}$$

$$\text{ממשוואות (א) ו-(ב) נקבל:} \quad \tan \theta = \frac{v^2}{rg} \Rightarrow \tan 8^\circ = \frac{v^2}{60 \cdot 10}$$

$$v \approx 9.2 \text{ m/s} \approx 33 \text{ km/h} \quad \text{פתרון המשוואה:}$$

זו המהירות האחת והיחידה, שמכונית יכולה לנסוע בה בכביש בתנאים הנתונים.

ג. נחשב תחילה את המהירות המינימלית שתמנע החלקה:

נניח שמציבים את המכונית על הכביש. נבחן האם היא מחליקה לעבר הצד הנמוך של הכביש.

כוח הפועל בכיוון הצד הנמוך של הכביש הוא $mg \sin \theta$. כוח שעשוי לקזז אותו הוא כוח החיכוך

הסטטי הפועל בכיוון הצד הגבוה של הכביש, כמתואר באיור ג לעיל.

נחשב את גודלו של רכיב הכוח mg הפועל לעבר הצד הנמוך של הכביש:

$$mg \cdot \sin \theta = m \cdot 10 \cdot \sin 8^\circ = m \cdot 1.39$$

$$f_{s, \max} = m_s \cdot N = m_s \cdot mg \cos \theta \quad \text{נחשב מה יכול להיות גודלו המרבי של כוח החיכוך:}$$

$$f_{s, \max} = m \cdot 0.8 \cdot 10 \cdot \cos 8^\circ \approx m \cdot 7.9 \quad \text{נציב מספרים:}$$

כלומר כוח החיכוך הסטטי יקזז את הרכיב $mg \sin \theta$ הפועל לעבר הצד הנמוך של הכביש. בפועל,

כאשר המכונית תוצב על הכביש, כוח החיכוך הסטטי יהיה שווה בדיוק ל- $mg \sin \theta$, כלומר גודלו

יהיה $m \cdot 1.39$ ולא $m \cdot 7.9$.

חישוב המהירות המקסימלית שתמנע החלקה:

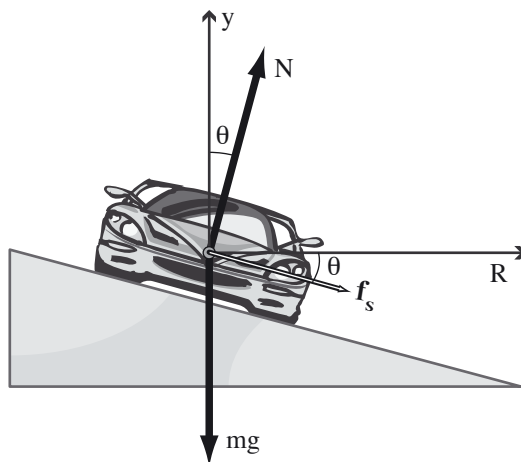
ככל שמהירות המכונית הולכת וגדלה, דרוש שיפעל כוח גדול יותר לעבר מרכז המסלול. הרכיב

$N \sin \theta$ פועל לעבר מרכז המסלול המעגלי וגודלו קבוע. הרכיב $f_s \cos \theta$ פועל בכיוון מנוגד לרכיב

זה. ככל שמהירות המכונית גדלה - הרכיב $f_s \cos \theta$ הולך וקטן, עד שבמהירות מסוימת הוא יתאפס

(כוח החיכוך מתאפס). זה קורה כאשר גודל המהירות שווה בדיוק לערך שחושב בסעיף ב). אם

המכונית תגביר את מהירותה - כיוון החיכוך יתהפך, ועל המכונית יפעלו כוחות כמתואר באיור ד.



איור ד

$$(א) \quad \Sigma F_y = 0 \Rightarrow N \cos \theta - mg - f_s \sin \theta = 0$$

$$(ב) \quad \Sigma F_R = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow N \sin \theta + f_s \cos \theta = m \frac{v^2}{R}$$

מהירות המכונית היא מרבית כאשר גודלו של כוח החיכוך הסטטי הוא מרבי:

$$(ג) \quad f_{s, \max} = \mu_s \cdot N$$

$$(ד) \quad \frac{\sin \theta + \mu_s \cos \theta}{\cos \theta - \mu_s \sin \theta} = \frac{v^2}{Rg} \quad \text{ממשוואות (א), (ב) ו-(ג) נקבל:}$$

כדאי בשלב זה לבחון האם ביטוי (ד) מתנוון לביטויים שמצאנו בסעיפים (א) ו-(ב) של השאלה, בתנאים המתאימים:

נניח כי הכביש אינו מוגבה, כלומר $q = 0$. במקרה זה משוואה (ד) מתנוונת לביטוי שמצאנו בסעיף (א).

נניח שהכביש נטוי אך חלק, כלומר $\mu = 0$. במקרה זה משוואה (ד) מתנוונת לביטוי שמצאנו בסעיף (ב).

שתי הבדיקות אמנם אינן מבטיחות שביטוי (ד) נכון, אך הן מאששות את נכונות הפתרון.

$$(ד) \quad \frac{\sin 8^\circ + 0.8 \cdot \cos 8^\circ}{\cos 8^\circ - 0.8 \cdot \sin 8^\circ} = \frac{v_{\max}^2}{60 \cdot 10} \quad \text{נציב ערכים מספריים בביטוי (ד):}$$

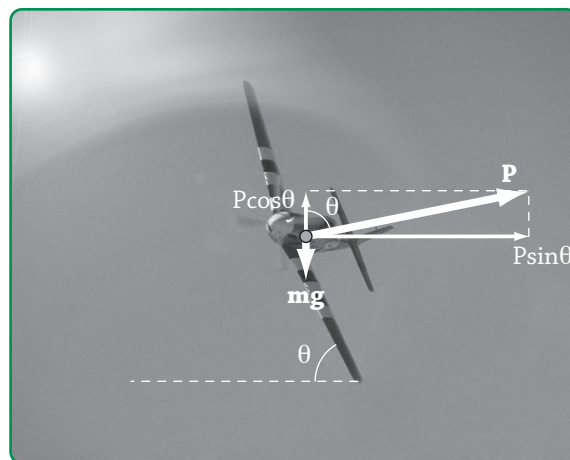
$$v_{\max} \approx 25.2 \text{ m/s} \approx 90.8 \text{ km/h} \quad \text{פתרון המשוואה:}$$

לכן תחום המהירויות שבו מכוניות יכולות לנסוע על הכביש הנתון מבלי להחליק הוא:

$$0 \leq v < \approx 90.8 \text{ km/h}$$

32. נסמן ב- θ את זווית ההטייה של כנפי המטוס.

תרשים הכוחות הפועלים על המטוס:



$$(א) \quad \Sigma F_R = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow P \sin \theta = m \frac{v^2}{r} \quad \text{משוואת התנועה של המטוס:}$$

$$(ב) \quad sF_y = 0 \Rightarrow P \cos q - mg = 0$$

$$(ג) \quad \tan \theta = \frac{v^2}{rg} \quad \text{ממשוואות (א) ו-(ב) נקבל:}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} \quad \text{נציב במשוואה (ג):}$$

$$(ד) \quad \tan \theta = \frac{4\pi^2 r}{T^2 g} \quad \text{ונקבל:}$$

$$\tan \theta = \frac{4\pi^2 \cdot 2000}{(2 \cdot 60)^2 \cdot 10} \Rightarrow \theta = 28.7^\circ \quad \text{נציב ערכים מספריים במשוואה (ד)}$$

33. כאשר מכונית נוסעת על כביש ישר שזווית שיפועו q לתאוצת המכונית (אם יש לה תאוצה) אין רכיב בכיוון N , לכן סכום רכיבי הכוחות על ציר y המקביל ל- N והמאונך לכביש שווה לאפס, כלומר $N - mg \cos q = 0$.

לעומת זאת, כאשר המכונית נוסעת במסלול מעגלי נטוי בזווית q , יש למכונית תאוצה (צנטריפטלית), ולתאוצה יש רכיב בכיוון N , לכן סכום רכיבי הכוחות על ציר y המקביל ל- N אינו שווה לאפס.

34. א. הגוף באיור א נח, לכן בכל כיוון סכום רכיבי הכוחות שווה לאפס. באיור ב כיוון תאוצת הגוף משיק לקשת המעגלית, לכן בכיוון ניצב למשיק (כלומר בכיוון רדיאלי) סכום הכוחות שווה לאפס. באיור ג כיוון התאוצה הוא לעבר מרכז המעגל, לכן בכיוון ניצב לכיוון זה סכום רכיבי הכוחות שווה לאפס.

ב. (1) החוק השני של ניוטון עבור הרכיבים האנכיים של הכוחות הפועלים על הכדור באיור א:

$$(א) \quad sF_y = 0 \Rightarrow T_1 \cos \alpha - mg = 0$$

$$(ב) \quad T_1 = \frac{mg}{\cos \alpha} \quad \text{ממשוואה (א) נובע כי:}$$

החוק השני של ניוטון לגבי הרכיבים הרדיאליים של הכוחות הפועלים על הכדור באיור ב:

$$(ג) \quad \Sigma F_R = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow T_2 - mg \cos \alpha = 0$$

$$(ד) \quad T_2 = mg \cos \alpha \quad \text{ממשוואה (ג) נובע כי:}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad \text{מחילוק משוואה (ב) במשוואה (ד) נקבל:}$$

(2) החוק השני של ניוטון לגבי הרכיבים האנכיים של הכוחות הפועלים על הכדור באיור ג:

$$(ה) \quad sF_y = 0 \Rightarrow T_3 \cos \alpha - mg = 0$$

$$(ו) \quad T_3 = \frac{mg}{\cos \alpha} \quad \text{ממשוואה (ה) נובע כי:}$$

$$\frac{T_1}{T_3} = 1 \quad \text{מחילוק משוואה (ב) במשוואה (ו) נקבל:}$$

35. א. הכוחות הפועלים על הכדור הם כוח נורמלי N וכוח הכובד mg . את mg נפרק לרכיב רדיאלי ולרכיב משיקי. הכוח N והרכיב הרדיאלי של mg מאונכים בכל נקודה למסלול התנועה, לכן אינם משפיעים על גודל מהירות הכדור.

בתנועת הכדור מ-A ל-C הרכיב המשיקי של mg פועל בכיוון מנוגד לתנועה, לכן מהירות הכדור קטנה.

בתנועת הכדור מ-C ל-A הרכיב המשיקי של mg פועל בכיוון התנועה, לכן מהירות הכדור גדלה.

ב. התאוצה המשיקית נגרמת על-ידי הרכיב המשיקי של mg . רכיב זה מתאפס בנקודות A ו-C, לכן בנקודות אלה התאוצה המשיקית מתאפסת. בנקודות B ו-D הרכיב המשיקי של mg הוא מרבי (הוא שווה ל- mg) לכן בנקודות אלה התאוצה המשיקית היא מרבית. ערכה המרבי של התאוצה המשיקית הוא g .

ג. הביטוי לתאוצה הרדיאלית הוא v^2/R . גודלה נקבע על ידי גודל המהירות v . המהירות היא מזערית בנקודה C, לכן בנקודה זו התאוצה הרדיאלית היא מזערית. המהירות היא מרבית בנקודה A, לכן בנקודה זו התאוצה הרדיאלית היא מרבית.

$$\Sigma F_R = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow N_A - mg = m \frac{v_A^2}{R} \quad \text{ד. בנקודה A:}$$

$$N_A = m \left(g + \frac{v_A^2}{R} \right) = 0.3 \left(10 + \frac{6^2}{0.5} \right) = 24.6 \text{ N}$$

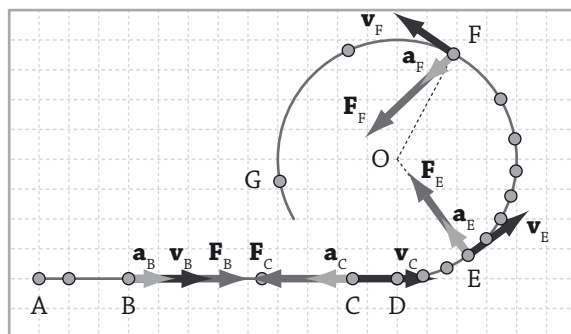
$$\Sigma F_R = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow N_B = m \frac{v_B^2}{R} = 0.3 \frac{(5.1)^2}{0.5} = 15.6 \text{ N} \quad \text{בנקודה B:}$$

$$N_C = m \left(\frac{v_C^2}{R} - g \right) \Rightarrow N_C = 0.3 \left(\frac{4^2}{0.5} - 10 \right) = 6.6 \text{ N} \quad \text{בנקודה C:}$$

$$\Sigma F_R = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow N_E - mg \cos 60^\circ = m \frac{v_E^2}{R} \quad \text{בנקודה E:}$$

$$N_E = m \left(g \cos 60^\circ + \frac{v_E^2}{R} \right) = 0.3 \left(10 \cos 60^\circ + \frac{(5.57)^2}{0.5} \right) = 20.1 \text{ N}$$

36. א. וקטורי המהירות, התאוצה והכוח המבוקשות מוצגים באיור:



את כיווני המהירויות קבענו כך: וקטור המהירות בכל נקודה משיק למסלול התנועה, בכיוון תנועת הגוף.

את כיווני התאוצות קבענו כך: סרטטנו את וקטורי המהירות, v_1 , מעט לפני הנקודה הנדונה, ואת וקטור המהירות, v_2 , מעט אחרי נקודה זו. לאחר מכן סרטטנו את הווקטור $\Delta v = v_2 - v_1$. כיוון התאוצה a הוא ככיוון Δv . את וקטורי הכוחות קבענו ככיווני התאוצות.

ב. (1) גודל המהירות, v_B , בנקודה B גדול מגודל המהירות, v_C , בנקודה C. נימוק: $v_B = \frac{\Delta x}{2\Delta t}$

כאשר: Δx - המרחק מהנקודה שלפני B עד הנקודה שאחרי B.

Δt - מרווח הזמן בין שני נקודות סמוכות.

$$v_B \approx \frac{\text{אורך של 6.5 משבצות}}{2\Delta t}$$

$$v_C \approx \frac{\text{אורך של 4.5 משבצות}}{2\Delta t} \quad \text{באופן דומה:}$$

$$v_B > v_C \quad \text{לכן:}$$

$$v_+ \approx \frac{\text{אורך של 4.5 משבצות}}{\Delta t} \quad (2) \text{ המהירות } v_+ \text{ מ-B עד הנקודה שאחריה:}$$

$$v_- \approx \frac{\text{אורך של 2 משבצות}}{\Delta t} \quad \text{המהירות } v_- \text{ מהנקודה שלפני B עד B:}$$

$$|a_B| = \left| \frac{v_+ - v_-}{\Delta t} \right| = \left(\frac{\text{משבצות 4.5}}{\Delta t} - \frac{\text{משבצות 2}}{\Delta t} \right) / \Delta t \quad \text{לכן, גודל התאוצה ב-B:}$$

$$|a_B| \approx 2.5 / \Delta t^2 \quad \text{משבצות}$$

$$|a_C| \approx 1.5 / \Delta t^2 \quad \text{באופן דומה:}$$

$$|a_B| > |a_C| \quad \text{לכן:}$$

37. ביחס לגוף השני, הגוף הראשון נע אופקית ימינה במהירות קבועה שגודלה 30 מטר לשנייה.

38. הלווין נע במסלול במעגלי בהשפעת כוח הכובד mg , כמתואר באיור.

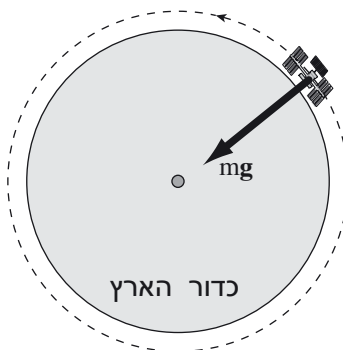
$$(א) \quad \Sigma F_R = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow mg = m \frac{v^2}{R} \quad \text{על-פי החוק השני של ניוטון:}$$

$$(ב) \quad v = \frac{2\pi R}{T} \quad \text{בתנועה מעגלית קצובה:}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{6.37 \cdot 10^6}{10}} \quad \text{נציב את (ב) ב (א), ולאחר מעט פעולות אלגבריות נקבל:}$$

$$T = 5,015 \text{ s} \approx 1.4 \text{ h}$$

לקן:



39. נבחר מערכת צירים שראשיתה בראש המישור המשופע (בנקודה שבה רוכב האופנוע מתחיל את תנועתו באוויר). נסרטט במערכת הצירים את וקטור המהירות ההתחלתית (המהירות בראש המישור המשופע). כיוון המהירות הוא $\alpha_0 = 30^\circ$. גודל המהירות המינימלי שבו רוכב האופנוע יצליח בתנועתו צריך לקיים את התנאי שמסלול התנועה יעבור בנקודה ששיעוריה הם:

$$(x, y) = (10 \text{ m}, 1.5 \text{ m})$$

$$x = v_0 \cos \alpha_0 \cdot t$$

לגבי הרכיבים האופקיים נוכל לרשום:

$$(א) \quad 10 = v_0 \cos 30^\circ \cdot t$$

$$y = v_0 \sin \theta_0 \cdot t + \frac{(-g)t^2}{2}$$

לגבי הרכיבים האנכיים:

$$(ב) \quad 1.5 = v_0 \sin 30^\circ \cdot t - 5t^2$$

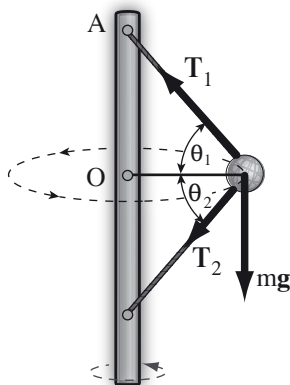
$$v_0 = 12.49 \text{ m/s} \approx 45 \text{ km/h}$$

פתרון מערכת משוואות (א) ו-(ב):

40. כיוון התנועה של גוף אינו זהה בהכרח לכיוון הכוח השקול הפועל על הגוף; למרות שהשמש מפעילה על כדור הארץ כוח המכוון לעבר השמש, הארץ אינה נעה לעבר השמש. אילו ברגע מסוים הארץ היתה נחה ביחס לשמש, אז הכוח שהשמש היתה מפעילה על הארץ, היה גורם לארץ לנוע לעבר השמש. בקירוב שבו מסלול הארץ סביב השמש הוא מעגלי, לארץ יש מהירות כזו שהכוח משנה רק את כיוונה, ולא את גודלה. הכוח משנה את כיוון המהירות של הארץ, כך שהארץ אינה מתרחקת מן השמש ואינה מתקרבת אליה.

41. א. ניתוח: הגוף נע בתנועה מעגלית קצובה, לכן יש לו תאוצה לעבר מרכז המעגל O (ראה איור). מכאן שסכום רכיבי הכוחות הפועלים על הגוף לעבר O צריך להיות שווה למכפלת מסת הגוף בתאוצתו, וסכום רכיבי הכוחות בכיוון ניצב לתאוצה צריך להיות שווה לאפס.

הכוחות הפועלים על הגוף הם: המתיחות T_1 בחוט העליון, המתיחות T_2 בחוט התחתון, וכוח הכובד mg , כמתואר באיור:



משוואות התנועה: (א) $\Sigma F_R = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow T_1 \cos \theta_1 + T_2 \cos \theta_2 = m \frac{v^2}{R}$

(ב) $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_1 \sin \theta_1 - T_2 \sin \theta_2 - mg = 0$

(ג) $\cos \theta_1 = \frac{0.3}{0.5} = \frac{3}{5}$ על פי משפט פיתגורס $AO = 0.4m$. לכן:

(ד) $\sin \theta_1 = \frac{0.4}{0.5} = \frac{4}{5}$

(ה) $v = 2\pi f R$ גודל מהירות הגוף:

נציב את קשרים (ג), (ד) ו-(ה) במשוואות התנועה (א) ו-(ב) ונקבל:

(ו) $T_1 \cdot \frac{3}{5} + T_2 \cdot \frac{3}{5} = m \cdot 4\pi^2 f^2 R$

(ז) $T_1 \cdot \frac{4}{5} - T_2 \cdot \frac{4}{5} - mg = 0$

$f = 2s^{-1}$, $R = 0.3 m$; $m = 0.4 kg$ נציב במשוואות (ו) ו-(ז):

$T_2 = 13.3 N$; $T_1 = 18.3 N$ פתרון המשוואות:

ב. (1) נצפה כי התדירות תהיה קטנה מ-2 סיבובים/שנייה.

נימוק: הכוח הצנטריפטלי קטן, לכן על פי החוק השני של ניוטון, התאוצה הצנטריפטלית קטנה. הביטוי לתאוצה הצנטריפטלית הוא:

$$a_r = \omega^2 r$$

לכן התדירות הזוויתית ω צריכה לקטון, מכאן שתדירות הסיבוב צריכה לקטון.

(2) נציב $T_2 = 0$ במשוואות (ו) ו-(ז) שבתשובה לסעיף א, ונקבל: (ח) $T_1 \cdot \frac{3}{5} = m \cdot 4\pi^2 f^2 R$

(ט) $T_1 \cdot \frac{4}{5} - mg = 0$

נציב במשוואות (ח) ו-(ט) $m = 0.4 kg$ ו- $R = 0.3 m$ (הערכים של T_1 ושל f שונים מאלו שבסעיף א).

$$f \approx 0.8 \text{ s}^{-1}$$

פתרון המשוואות:

ג. התדירות במצב זה נמוכה מזו שבסעיף ב, לכן החוט הנמוך רפוי, והזווית בין החוט העליון לבין המוט קטנה מאשר בסעיפים (א), ו-(ב); נסמן אותה ב-a. מדובר במטוטלת קונית המסתובבת בתדירות של 0.75 סיבובים לשנייה.

$$\Sigma F_R = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow T_1 \sin \alpha = m \cdot 4\pi^2 f^2 R \quad \text{משוואות התנועה של הגוף:}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_1 \cos \alpha - mg = 0$$

$$\sin \alpha = \frac{R}{0.5} \quad \text{משיקולים גאומטריים:}$$

$$T_1 \sin \alpha = m \cdot 4\pi^2 f^2 \ell \sin \alpha \quad \text{נציב את הביטוי ל- R מנוסחה (י"ד) בנוסחה (י"ב) ונקבל:}$$

$$\cos \alpha = \frac{g}{4\pi^2 f^2 \ell} = \frac{10}{4\pi^2 \cdot 0.75^2 \cdot 0.5} \Rightarrow \alpha \approx 25.76^\circ \quad \text{מנוסחאות (י"ג) ו-(ט"ו) נקבל:}$$

נציב ערכים בנוסחה (י"ד) ונקבל:

$$R = 0.5 \cdot \sin \alpha = 0.5 \cdot \sin 25.76^\circ = 0.217 \text{ m} \approx 0.22 \text{ m}$$

ד. נציב בנוסחה (ט"ז) $f = 0.5 \text{ s}^{-1}$ ונקבל:

$$\cos \alpha = \frac{g}{4\pi^2 f^2 \ell} = \frac{10}{4\pi^2 \cdot 0.5^2 \cdot 0.5} \approx 2.03$$

מצאנו כי $\cos \alpha > 1$, כלומר לא תיתכן תנועה כזו.

הראינו בספר הלימוד (פרק ה דוגמה 5) כי התדירות הזוויתית של מטוטלת קונית צריכה

$$\omega \geq \sqrt{\frac{g}{\ell}} \quad \text{לקיים:}$$

$$f \geq \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\ell}} \quad \text{כלומר התדירות } f = \frac{\omega}{2\pi} \text{ צריכה לקיים:}$$

$$f = 0.5 \text{ s}^{-1} \quad \text{ותנאי זה אינו מתקיים עבור:}$$

42. א. (1) סימן התאוצה של גוף נקבע לא רק על-פי התנועה, אלא גם על-פי הכיוון של ציר ה-x. לכן עלינו להגדיר ציר כזה. נגדיר ציר x שכיוונו החיובי הוא כיוון התנועה של המכונית בקטע AB. לגבי בחירה זו, הציר האנכי בגרף הנתון מתאר לא רק את גודל המהירות אלא את המהירות עצמה (עבור חלק התנועה מ-A ל-B).

$$a = \begin{cases} > 0 & 0 \leq t < 8 \text{ s} \\ = 0 & t = 8 \text{ s} \\ < 0 & 8 \text{ s} < t < 11 \text{ s} \\ = 0 & t = 11 \text{ s} \\ > 0 & 11 \text{ s} < t \leq 16 \text{ s} \\ = 0 & 16 \text{ s} < t < 20.5 \text{ s} \\ < 0 & 20.5 \text{ s} < t < 24 \text{ s} \end{cases}$$

סימני התאוצות:

סימני התאוצות נקבעו על-פי שיפועי המשיקים לגרף.

שיפוע חיובי - תאוצה חיובית; שיפוע שווה לאפס (המשיק מקביל לציר הזמן) - תאוצה שווה לאפס; שיפוע שלילי - תאוצה שלילית.

(2) תאוצת המכונית מרבית בערך ברגע $t = 5 \text{ s}$, כי בנקודה זו שיפוע המשיק הוא מרבי.

(3) מרגע $t = 5 \text{ s}$ עד רגע $t = 11 \text{ s}$ יש כ- 42 משבצות "מתחת" לגרף; מרגע $t = 16 \text{ s}$ עד רגע $t = 20 \text{ s}$ יש כ- 36 משבצות "מתחת" לגרף. לכן בקטע התנועה הראשון המכונית עוברת דרך ארוכה יותר.

ב. למכונית יש תאוצה בכל אחד משלושת קטעי התנועה, כי כיוון המהירות משתנה. לכן בכל הקטעים יש לתאוצה רכיב רדיאלי.

בקטע התנועה BC המהירות קבועה בגודלה, לכן יש לתאוצה רק רכיב רדיאלי, ואין רכיב משיקי.

בקטע התנועה CD גודל המהירות הולך וקטן, לכן הרכיב המשיקי של התאוצה מנוגד לכיוון התנועה. בקטע התנועה DE גודל המהירות הולך וגדל, לכן הרכיב המשיקי של התאוצה הוא בכיוון התנועה.

ג. כדי לחשב את היקף הכיכר נחשב תחילה את אורך המסלול BC (שווה באורכו לרבע היקף הכיכר). את האורך של BC נחשב על-פי ה"שטח" ש"מתחת" לעקומה במרווח הזמן מ- $t = 24 \text{ s}$ עד $t = 28 \text{ s}$. התנועה היא קצובה במהירות שגודלה $v = 15 \text{ m/s}$, לכן ב- $\Delta t = 4 \text{ s}$ המכונית עוברת 60 מטר.

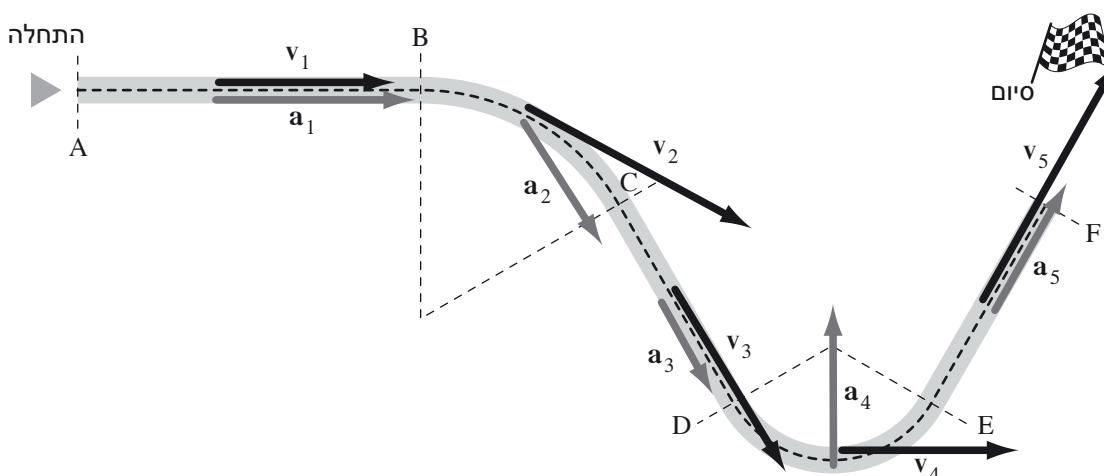
מכאן שהיקף הכיכר: $60 \cdot 4 = 240 \text{ m}$

43. א (1) תאוצת המכונית היא משיקית בלבד בקטעים AB, CD ו-EF. הסבר: בקטעים אלה גודל המהירות משתנה, לכן יש תאוצה משיקית. מאידך גיסא, קטעים אלה הם ישרים, לכן כיוון המהירות בהם אינו יכול להשתנות, לכן לא תיתכן תאוצה רדיאלית.

תאוצת המכונית היא רדיאלית בלבד בקטע DE, כי בקטע זה גודל המהירות קבוע, לכן אין תאוצה משיקית. מאידך גיסא קטע התנועה עקום, לכן יש תאוצה רדיאלית הנובעת משינוי כיוון המהירות.

(2) בקטע התנועה BC יש תאוצה משיקית כי גודל המהירות משתנה, ויש גם תאוצה רדיאלית כי המסלול עקום לכן כיוון המהירות משתנה.

ב. איור המסלול עם וקטורי המהירות והתאוצה:



ג. נמצא את אורך קטע המסלול EF על ידי חישוב השטח הנמצא "מתחת" לחלק העקומה EF.

$$A = \frac{30 + 50}{2} 12.5 = 500 \text{ m} \quad \text{זהו טרפז ששיטחו:}$$

ד. מעבירים משיק לעקומה בנקודה זו, כך שיחתוך לדוגמה את הקו המקווקו האופקי שערכו

$v = 50 \text{ m/s}$ ואת הקו המקווקו האופקי שערכו $v = 45 \text{ m/s}$. המשיק חותך את הקו $v = 50 \text{ m/s}$

בקירוב ב- $t = 26 \text{ s}$, ואת הקו $v = 40 \text{ m/s}$ בקירוב ב- $t = 20 \text{ s}$. לכן השיפוע S של המשיק הוא

$$S = \frac{50 - 45}{26 - 20} \approx 0.8 \text{ m/s}^2 \quad \text{בקירוב:}$$

המשמעות הפיזיקלית של שיפוע זה היא הרכיב המשיקי של התאוצה, הנובע משינוי גודל המהירות.

44. נדון בשני גושי בוך - האחד דבוק לגלגל הגדול והאחר דבוק לגלגל הקטן. נניח שתי הנחות:

א. שני גושי הבוך הם שווי מסה.

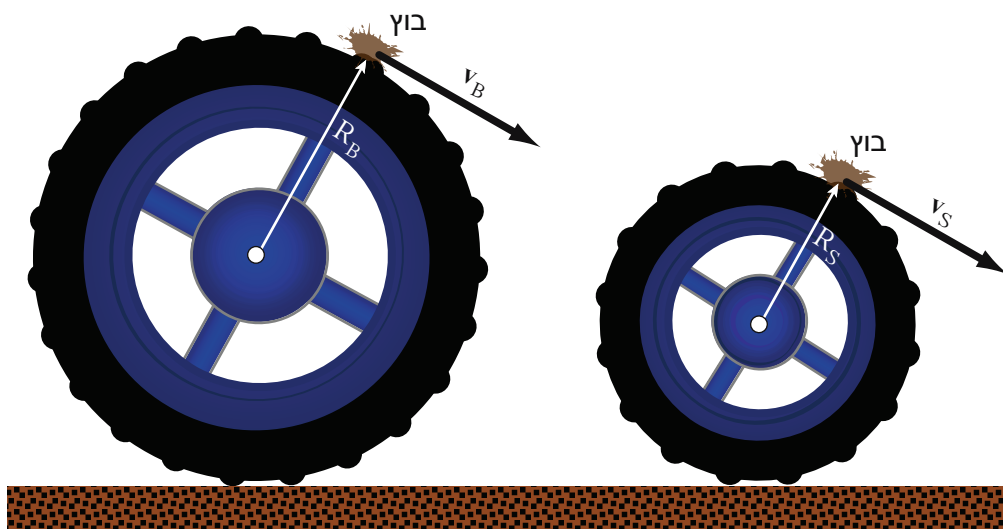
ב. כוחות האחיזה של שני גושי הבוך לשני הצמיגים שווים בגודלם.

נענה על השאלה בכמה שלבים:

שלב I: ניתוח. לשני גושי הבוך יש תאוצה צנטריפטלית במהלך נסיעת הטרקטור. בטרם גוש בוך מתנתק מהצמיג שאליו הוא דבוק, כוח האחיזה שפועל על גוש בוך צריך להקנות לו את התאוצה הצנטריפטלית. נראה בהמשך, שהתאוצות של שני גושי הבוך הם שונות. כאשר הטרקטור מגביר את מהירותו, גם התאוצות (השונות) של שני גושי הבוך הולכות וגדלות. הגלגל שעליו גוש בוך בעל תאוצה גדולה יותר, יגיע ראשון למצב שבו **כוח האחיזה המרבי שווה למכפלת מסת גוש הבוך בתאוצתו**. כאשר הטרקטור יגביר טיפה את מהירותו, ובעקבות כך תידרש לגוש הבוך תאוצה גדולה יותר - כוח האחיזה לא יספיק כדי להקנות את התאוצה הנדרשת, וגוש הבוך יתנתק מהצמיג.

עתה נשאר לבחון לאיזה גוש בוך - זה הדבוק לגלגל הקטן או זה הדבוק לגלגל הגדול תאוצה צנטריפטלית גדולה יותר.

שלב II: השוואת התאוצות של גושי הבוך על שני הצמיגים. בפרק זמן מסוים שבו הטרקטור נוסע, שני הגלגלים - קדמי ואחורי - חייבים להתקדם כמובן אותה כבת דרך (אחרת הטרקטור היה מתפרק). מכאן שאורך הקשת על הגלגל הקטן שהייתה במגע עם הדרך שווה לאורך הקשת על הגלגל הגדול שהייתה במגע עם הדרך. במילים אחרות גודל המהירות הקווית, v_B , של גוש בוך הנמצא על היקף הגלגל הגדול (B - האות הראשונה במילה big - גדול באנגלית) שווה לגודל המהירות הקווית, v_S , של גוש בוך הנמצא על היקף הגלגל הקטן (S - מהמילה small - קטן באנגלית), כמתואר באיורים א ו- ב להלן.



איור ב: גלגל גדול

איור א: גלגל קטן

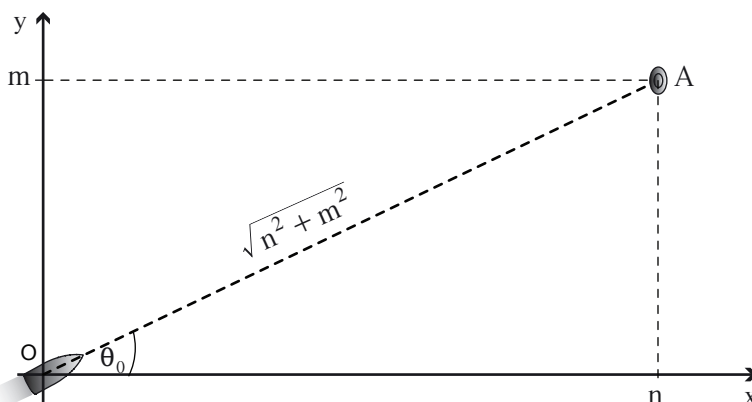
גודל התאוצה הצנטריפטלית, a_B , של גוש בוך על הגלגל הגדול הוא $a_B = \frac{v_B^2}{R_B}$, וגודל התאוצה הצנטריפטלית, a_S , של גוש בוך על הגלגל הקטן הוא $a_S = \frac{v_S^2}{R_S}$; כיוון ש- $v_B = v_S$ ו- $R_B > R_S$, נובע כי $a_B < a_S$. כלומר התאוצה הצנטריפטלית של גוש בוך על הגלגל הגדול קטנה מהתאוצה הצנטריפטלית של גוש בוך על הגלגל הקטן.

שלב III: המסקנה: הגלגל הקטן יגיע ראשון למצב שבו כוחות האחיזה של גוש בוך אינם מספיק גדולים להקנות את התאוצה הצנטריפטלית הנדרשת, לכן הבוך יתנתק תחילה מהגלגל הקטן.

45. א. הביטוי ΣF_R מייצג את סכום הרכיבים הרדיאליים של הכוחות הפועלים על גוף. הביטוי v^2/R מייצג את התאוצה הצנטריפטלית של הגוף.

ב. הנוסחה מתאימה לתנועה מעגלית כלשהי של גוף. (היא מתאימה למעשה לכל תנועה על מסלול עקום, כאשר R הוא רדיוס העקמומיות של המסלול בתנועה שאליה מתייחסים).

46. נסמן ב- $t = 0$ את הרגע שבו הקליע נורה, והמטרה מתחילה ליפול. נבחר מערכת צירים x ו- y שראשיתה בנקודה שממנה נורה הקליע. במערכת צירים זו, שיעורי הנקודה A שממנה שוחררה המטרה הם n ו- m , כמתואר באיור:



הרכיב האופקי של מקום הקליע בכל רגע ורגע:

(א) $x = v_0 \cos \theta_0 \cdot t$

$$OA = \sqrt{n^2 + m^2}$$

על-פי משפט פיתגורס, אורך הקו OA (ראה איור) הוא:

לכן: (ב) $\cos \theta_0 = \frac{n}{\sqrt{n^2 + m^2}}$

נסמן ב- t_1 את הרגע שבו הרכיב האופקי של מקום הקליע שווה ל- n . נרשום במונחים אלה את קשר

(א), ונציב בו את קשר (ב):

$$n = \frac{v_0 \cdot n}{\sqrt{n^2 + m^2}} \cdot t_1$$

לכן: (ג) $t_1 = \frac{\sqrt{n^2 + m^2}}{v_0}$

ברגע t_1 הקליע נמצא בנקודה על מסלול נפילת המטרה. כדי להראות שהקליע פגע במטרה, נמצא

ביטוי ל- y_1 קליעי, שהוא ערך ה- y של הקליע ברגע t_1 , וביטוי ל- y_1 מטרה, שהוא ערך ה- y של המטרה

ברגע t_1 . אם נמצא ששני ערכי y האלה שווים - סימן שהיתה התנגשות. $y = v_0 \cdot \sin \theta_0 \cdot t - \frac{gt^2}{2}$ קליע

עבור רגע t_1 : (ד) $y_1 = v_0 \cdot \sin \theta_0 \cdot t_1 - \frac{gt_1^2}{2}$

על-פי האיור: $\sin \theta_0 = \frac{m}{\sqrt{n^2 + m^2}}$ (ה)

נציב את קשר (ה) ב-(ד), ואת קשר (ג) במחובר הראשון של (ד), לאחר מעט פעולות אלגבריות נקבל:

$$(i) \quad y_1 = m - \frac{gt_1^2}{2}$$

עתה, על-פי הנוסחה $y = y_0 + v_0 t + at^2/2$ נרשום את ערך y של המטרה ברגע t_1 :

$$(ii) \quad y_1 = m - \frac{gt_1^2}{2}$$

מקשרים (ii) ו-(i) נובע כי ברגע t_1 , שבו הקליע נמצא בנקודה על מסלול התנועה של המטרה, למטרה ולקליע יש אותו ערך y ($y_1 = y_{1\text{מטרה}}$), לכן הקליע פוגע במטרה.

47. הגוף שמסתו M נע בתנועה מעגלית קצובה. שני כוחות מאיצים גוף זה: כוח המתיחות T

שגודלו: $(א) \quad T = mg = 0.16 \cdot 10 = 1.6 \text{ N}$

(כי הגוף שמסתו m נמצא במנוחה). כיוונו של הכוח T הוא לעבר מרכז המעגל.

כוח שני שמאיץ את הגוף M הוא כוח החיכוך הסטטי f_s בינו לבין השולחן.

גודלו המרבי של f_s : $(ב) \quad f_{s,\max} = m_s \cdot Mg = 0.1 \cdot 0.8 \cdot 10 = 0.8 \text{ N}$

כיוונו של f_s יכול להיות לעבר מרכז המעגל או כלפי חוץ, וגודלו: $(ג) \quad 0 \leq f_s \leq 0.8 \text{ N}$

על-פי החוק השני של ניוטון; השקול של כוח המתיחות וכוח החיכוך שווה למכפלת מסת הגוף M ,

בתאוצתו v^2/r , כלומר: $\Sigma F_R = M \frac{v^2}{r} = M \cdot \frac{4\pi^2 r^2}{T^2 \cdot r} = M \frac{4\pi^2 r}{T^2}$

נציב ערכים: $(ד) \quad \Sigma F_R = 0.8 \cdot \frac{4\pi^2 r}{2^2} \Rightarrow \Sigma F_R = 7.9 \cdot r$

(כאשר r יוצב ביחידה מטר, הכוח יבוטא בניוטון).

עבור $r = 40 \text{ cm}$:

נציב ב-(ד) $r = 0.4 \text{ m}$ ונקבל: $sF_R = 3.16 \text{ N}$

כדי שעל הגוף שמסתו M יפעל כוח שקול של 3.16 N , על כוח החיכוך לפעול לעבר המרכז, וגודלו

צריך להיות: $f_s^{\text{דרוש}} = sF_R - T = 3.16 - 1.6 = 1.56 \text{ N}$

אך כוח החיכוך המרבי האפשרי הוא 0.8 N (ראה קשר (ג)), ולכן הגוף שמסתו M לא ינוע במסלול מעגלי, אלא ינוע אל שפת השולחן.

עבור $r = 25 \text{ cm}$:

נציב ב-(ד) $r = 0.25 \text{ m}$ ונקבל: $sF_R = 1.975 \text{ N}$

כדי שעל הגוף שמסתו M יפעל כוח שקול של 1.975 N , על כוח החיכוך לפעול לעבר המרכז, וגודלו

צריך להיות: $f_s^{\text{דרוש}} = sF_R - T = 1.975 - 1.6 = 0.375 \text{ N}$

נדרש על-פי (ג) כוח החיכוך יכול להיות שווה ל- 0.375 N , לכן הגוף שמסתו M ינוע בתנועה מעגלית.

וביחס לשולחן הוא יהיה במנוחה.

עבור $x = 15 \text{ cm}$

$$sF_R = 1.185 \text{ N} \quad \text{נציב ב-(ד) } r = 0.15 \text{ m} \text{ ונקבל:}$$

כדי שיפעל על הגוף שמסתו M כוח שקול של 1.185 N , על כוח החיכוך להיות:

$$f_s^{\text{נדרש}} = sF_R - T = 1.185 - 1.6 = -0.415 \text{ N}$$

כלומר על כוח החיכוך לפעול כלפי חוץ (בגלל הסימן מינוס), וגודלו צריך להיות שווה ל- 0.415 N . על פי קשר (ג) הדבר אפשרי. הגוף ינוע במעגל, וביחס לשולחן הוא יהיה במנוחה.

עבור $x = 8 \text{ cm}$

$$sF_R = 0.632 \text{ N} \quad \text{נציב ב-(ד) } r = 0.08 \text{ m} \text{ ונקבל:}$$

$$f_s^{\text{נדרש}} = sF_R - T = 0.632 - 1.6 = -0.968 \text{ N} \quad \text{נחשב מה צריך להיות כוח החיכוך:}$$

כלומר כוח החיכוך צריך לפעול כלפי חוץ, וגודלו צריך להיות שווה ל- 0.968 N . אולם, על-פי קשר (ג) כוח החיכוך אינו יכול להגיע לערך זה, לכן, הגוף שמסתו M ינוע לעבר מרכז המעגל.

48. מהאיור שבגוף השאלה אפשר לראות כי הפגז הפוגע בספינה A עולה לגובה רב יותר. נראה כי

מכאן נובע שהאניה A נפגעת ראשונה.

נסתכל על הרכיבים האנכיים של פגז שנורה בכיוון משופע, ויורד לבסוף עד לרמת הגובה ממנה הוא נורה, כפי שמתרחש בתרגיל שלנו.

נבחר ציר מקום y שכיוונו החיובי כלפי מעלה.

נוסחת מהירות-זמן לתנועת הפגז עד לשיא הגובה: $v = v_0 \sin \theta_0 + at \Rightarrow 0 = v_0 \sin \theta_0 + at$ (א)

כאשר: t - משך עליית הפגז.

$$(ב) \quad v^2 = (v_0 \sin \theta_0)^2 + 2a\Delta y \Rightarrow 0^2 = (v_0 \sin \theta_0)^2 + 2a\Delta y \quad \text{נוסחה נוספת:}$$

נציב את הביטוי ל- $\sin \theta_0$ מנוסחה (א) בנוסחה (ב), ונציב $a = -g$ (ביחס לציר שבחרנו).

$$(ג) \quad t = \sqrt{\frac{2\Delta y}{g}} \quad \text{נקבל לבסוף כי:}$$

מנוסחה (ג) אפשר לראות כי לפגז שעולה לגובה רב יותר נדרש זמן רב יותר כדי להגיע לשיא הגובה.

כלומר משך עליית הפגז שפגע באניה A גדול ממשך עליית הפגז שפגע באניה B . לכן משך כל מעוף הפגז שפגע באניה A גדול ממשך כל מעוף הפגז שפגע באניה B .