

הכרת המשולש על ידי קיפול

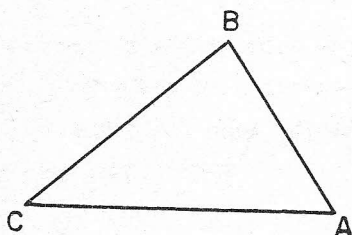
מאת: ר.ר. אדוארט

R.R. Edwards, Westfield State College, Massachusetts

תרגום: חנה פרל

כיום, כאשר מורי המתמטיקה מוצפים במשחקים מתמטיים ובחומרי עבודה, מורי הגיאומטריה אינם צריכים להרגיש מקופחים. גם עבורם ישנם אפשרויות רבות לפעילות, הן בכיתה והן במעבדה. אחד מעזרי ההוראה המיועדים לפעילות מתואר לפניכם במאמר זה, הרעיון פשוט וזול!

תן לכל תלמיד גליון בריסטול צבעוני והורה לו לגזור משולש כלשהו. כאשר בידי כל אחד יהיה משולש אפשר לשחק בכיתה משחק זהו. התלמידים ירימו בזה אחר זה את המשולשים והמורה על סמך קריטריון הזהוי שאינו ידוע לתלמידים יגיב כן או לא. (קריטריון יכול להיות משולש שווה שוקיים, משולש ישר זווית, משולש כחול וכו'). התלמידים ינסו לנחש על פי התשובות מה היה הקריטריון אשר בחר המורה.



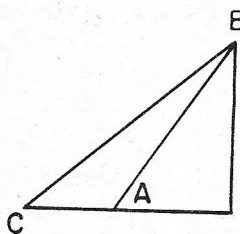
שרטוט 1

בשלב הבא מתבקשים התלמידים להניח את המשולשים לפנייהם כך שהזווית הגדולה ביותר תהיה בלפי מעלה. עיין שרטוט 1.

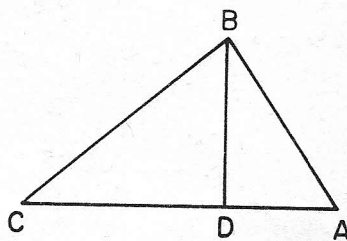
תצפית 1

הצלע הארוכה ביותר (אם יש כזו) נמצאת מול הזווית הגדולה ביותר.

עתה מקפלים את המשולש בצורה הבאה. את הפינה הימנית A של הבסיס AC מקפלים לאורך AC ויוצרים משולש ישר זווית כמתואר בשרטוט 2.



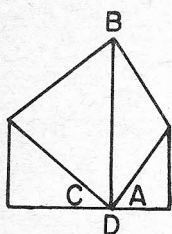
ב'



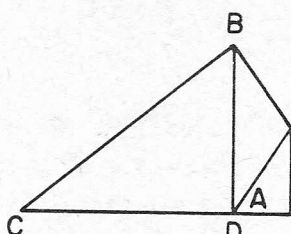
א'

שרטוט 2

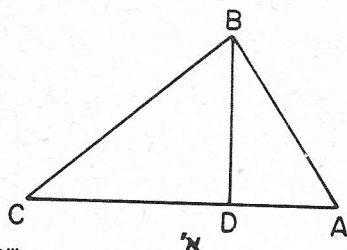
הקפל BD המתקבל הוא הגובה לבסיס AC. בשלב הבא נקפל את הפינה A כך שהנקודה A תתלכד עם הנקודה D ויווצר הקפל הנראה בשרטוט 3. גם את הפינה C מקפלים כך שהנקודה C תתלכד עם הנקודה D ואת הצורה המתקבלת רואים בשרטוט 4.



שרטוט 4

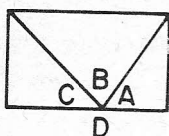


שרטוט 3

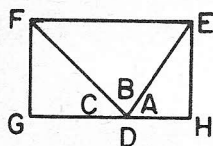


א

לבסוף מקפלים את הפינה B כך ש B תתלכד עם הנקודה D.

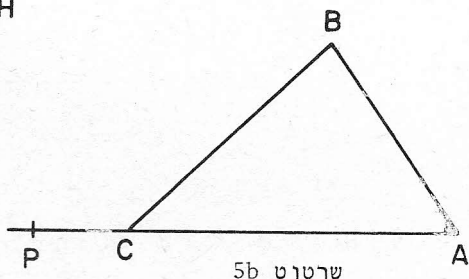


שרטוט 5



שרטוט 5a

נסמן את פינות המלבן אשר בשרטוט 5 באותיות E, F, G, H. עיין שרטוט 5a. הזווית החיצונית $\angle PCB$ בשרטוט 5b חופפת לזווית $\angle FDH$ בשרטוט 5a אבל על פי השרטוט 5b $\angle FDH = \angle A + \angle B$.

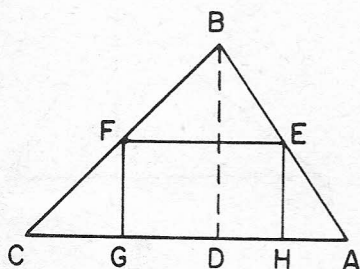


לכן:

תצפית 3

זווית חיצונית למשולש שווה לסכום הזוויות הפנימיות אשר אינן צמודות לה.

כאשר פותחים את קפולי המלבן אשר בשרטוט 5b רואים:



שרטוט 6

תצפית 4

הנקודות E ו F הן נקודות האמצע של AB ו BC בהתאמה.

5 תצפית

$$FG = EH = \frac{1}{2}BD \quad EF = \frac{1}{2}AC$$

בשרטוט 6, GH שווה לחצי אורך הבסיס ו EH שווה לחצי גובה המשולש ABC. אם נסמן ב S_{ABC} את שטח המשולש ABC נקבל:

$$S_{ABC} = 2(\text{שטח המלבן EFGH}) = 2(GH \cdot EH) = 2\left(\frac{1}{2} \text{ הבסיס} \cdot \frac{1}{2} \text{ הגובה}\right) = \frac{1}{2}(\text{גובה} \cdot \text{בסיס})$$

6 תצפיות

שטח המשולש שווה למחצית מכפלת הבסיס בגובה.

נתבונן בשרטוט 6 ונשים לב כי $\angle BFE \cong \angle C$ ו $\angle BEF \cong \angle A$ לכן נקבל

7 תצפית

המשולש EBF דומה למשולש ABC.

$$\text{ניתן לקבל תצפית זו גם מהעובדות } EF = \frac{1}{2}AC, EB = \frac{1}{2}AB, \text{ ו } FB = \frac{1}{2}CB$$

את שטח המשולש ABC ניתן איפוא לחלק (כפי שרואים בשרטוט 6) כדלקמן: $\frac{1}{2}$ השטח במלבן EFGH, $\frac{1}{4}$ השטח במשולש EBF וה $\frac{1}{4}$ הנותר במשולשים AHE ו CGF.

עתה מקפלים את המשולש כדי למצוא את הנקודה M שהיא אמצע הבסיס AC.

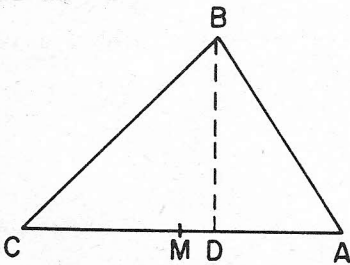
8 תצפית

אם M נמצאת משמאל ל D (כמתואר בשרטוט 7) הרי ש $\angle A > \angle C$, אם M נמצאת מימין ל D, אזי $\angle A < \angle C$ ואם M מתלכדת עם D, $\angle A = \angle C$.

נקפל עכשיו את המשולש לאורך BM.

9 תצפית

אם $BM = AM$, $\angle B$ היא זווית ישרה,
 אם $BM > AM$, $\angle B$ היא זווית חדה,
 אם $BM < AM$, $\angle B$ היא זווית כהה.



שרטוט 7

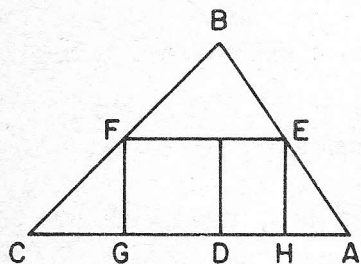
כאשר נבדוק שוב את שרטוט 6 נשים לב כי אם $\angle B = 90^\circ$ אזי $\angle C + \angle A = 90^\circ$
 מכאן נקבל $\angle C + \angle CFG = 90^\circ$ לכן $\angle A = \angle CFG$,

תצפית 10

אם $\angle B$ היא זווית ישרה, המשולש CGF דומה למשולש EHA.

עשר התצפיות אשר תארנו עשויות להקנות לתלמיד את התחושה של הגיאומטריה הקשורה במשולש. פעילויות אלה והתצפיות הקשורות בהן יספקו לתלמידים בסיס ויכינו אותם לקראת גישה יותר פורמלית ליחסים הגיאומטריים המופיעים בנושא זה.

על מנת לסכם (או אולי להתחיל) את חקירותינו במשולש ABC, גזור את המשולש לחמישה חלקים על פי הקוים שבשרטוט 8. מערכת החלקים המתקבלת עשויה לעורר נושאים חדשים לחקירה. הנה מספר דוגמאות לפעילויות



שרטוט 8

- (i) השתמש בחמישה חלקים ליצור 3 מלבנים שונים.
- (ii) השתמש בשלושה חלקים ליצור 2 משולשים חופפים.
- (iii) השתמש בחמישה חלקים ליצור משושה.
- (iv) השתמש בחמישה חלקים ליצור מלבן אחד.

הערת המערכת

מצורפים לתיק זה שרטוטים המוכנים לגזירה ולקיפול.

