המרוץ הגדול

מאת אלכס פרידלנדר ונעמי תעיזי
המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע.

במאמר זה נדון בפיתוח משחקים מתמטיים כחלק מתכנית לימודים. נדגים זאת באמצעות המשחק "המרוץ הגדול" שהוצא על ידי קבוצת המתמטיקה במחלקה להוראת המדעים במכון ויצמן.

לימוד האלגברה בכיתה ז' מתחיל בהקניית מושג תבנית המספר על ידי הצבות מספרים שונים. רכישת מיומנות זו דרך תירגול ממושך וחד גווני מן הספר, עלולה להפוך את הלימוד למיכאני ומשעמם.

ניתן לשבור את השיגרה על ידי שאלות הדורשות מחשבה. אפשר לקבל תשובות נכונות לשאלות כגון: "אילו מספרים שלמים עלינו להציב בתבנית $2n + 1$ כדי לקבל מספר זוגי?" או "אילו מספרים עלינו להציב בתבנית $\frac{1}{n}$ כדי לקבל מספר שלם?"
אולם, השאלה הבאה תעורר בעיות: "אילו מספרים עלינו להציב בתבנית $(-x)$ כדי לקבל מספר חיובי?" התשובה השכיחה היא "תבנית המספר $(-x)$ נותנת מספר שלילי לכל מספר שנציב". שגיאה זו מעידה על אי-הבנה בסיסית של מושג המשתנה.
רקע זה הביא ליצירת המשחק "המירוץ הגדול".

ניתן לחלק את המשחקים המתמטיים לשתי קבוצות:
- משחקים לפיתוח "מחשבה מתמטית". משחקים אלה אינם מיועדים ללימודו של נושא מסויים מתכנית לימודי המתמטיקה. חוקי המשחקים האלה מבוססים על הכרת נושאים מתמטיים שונים, כגון תורת הקבוצות או תורת המשחקים. כיום, ניתן למצוא בחנויות מבחר רב של משחקים מסוג זה.
- משחקים הקשורים קשר הדוק לנושא מתמטי מוגדר או למיומנות מתמטית מסויימת, אותם על התלמיד לרכוש במשך לימודיו.

באופן כללי, ניתן לומר, כי המשחקים מן הסוג הראשון דורשים שימוש במיומנויות מתמטיות בעיקר בתהליך החשיבה <u>הקודם</u> לביצועו של מהלך במשחק. לעומת זה, במשחקים מן הסוג השני, עיקר השימוש במיומנות המתמטית היא בביצוע המהלך עצמו.

מכיוון ש"המרוץ הגדול" הוא משחק מן הסוג השני, כדאי להעיר מספר הערות כלליות אודות המשחקים האלה:

1. המשחקים מהווים דרך לא שיגרתית של לימוד או תירגול מיומנויות מתמטיות, והם מעשירים את אמצעי ההוראה העומדים לרשות המורה.

2. המשחקים מעלים את רמת המוטיבציה של התלמיד: הם מעוררים את הרצון ללמוד (כדי לנצח). הלמידה מלווה בחיזוקים מיידיים במשחק עצמו ובתגובות החברים. הרצון לנצח (אם המשחק מיועד למספר משתתפים) או לסיים בהצלחה את המשחק (אם הוא מיועד ליחידים) מערב ישירות את כל המשתתפים. בדרך זו, מבוצעות הפעילויות המתמטיות העומדות מאחורי המשחק ברצון ובהתלהבות.

3. כל תלמיד משתתף במשחק באופן פעיל. יש לציין את הפיקוח ואת העידוד ההדדיים בין המשתתפים במשחק. בדרך זו, התלמיד הביישן או התלמיד החלש יכול להתבטא ולשפר את הישגיו המתמטיים. התופעה הזו אינה מתרחשת ברוב הפעילויות האחרות בכיתה, ובעיקר לא בשעורים פרונטליים.

4. המשחקים יעילים גם כאמצעי דיאגנוסטי: ניתן לקבוע בעזרתם בקלות את נקודות התורפה של כיתה שלמה או של תלמיד מסויים.

את מקום המשחקים המתמטיים במערך הלימודים הכללי ניתן להציג, לדעת הצוות שלנו, בתרשים הבא:

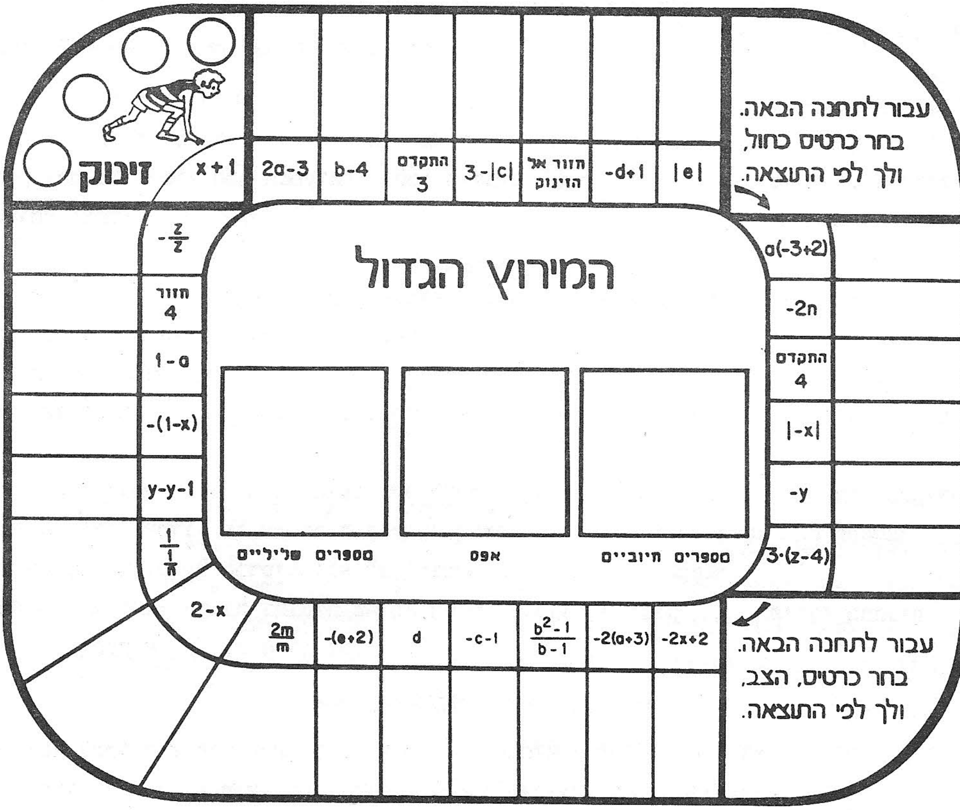
חשיבות הנושא / מידת העניין	משני	חיוני
מעניין	לשעה החופשית	לימוד בכל שיטה הנראית מתאימה
משעמם	להשמיט מתכנית הלימודים	שימוש **במשחק המתמטי**

הרעיון העומד מאחורי המבנה הזה הוא, שמשחקים מתמטיים מהווים חלק אינטגרלי מדרכי ההוראה, וחייבים להשתמש במשחקים הקיימים או ליצור משחקים חדשים המיועדים למטרה ספציפית מוגדרת היטב.

מנקודת מבט זו, יש להסתכל גם על "המרוץ הגדול". הנושאים המתמטיים שמאחורי המשחק הם פעולות חשבון במספרים שלמים והצבת מספרים בתבניות מספר.
אין ספק, כי השליטה בנושאים אלה חיונית ומועילה בהמשך הלימודים.

במשחק זה נעשה נסיון לשמור על איזון בין מידת ההשפעה של המזל לבין מידת ההשפעה של השליטה במיומנויות מתמטיות. המשחק מיועד לשניים עד ארבעה משתתפים, והוא מכיל לוח בעל מסלול המחולק למשבצות (ראה ציור). בכל משבצת רשומה תבנית מספר או הוראה. באמצע הלוח שלוש ערימות כרטיסים. שמונה עשר כרטיסים כחולים עליהם רשומים המספרים השלמים מ 1 עד 6, שמונה עשר כרטיסים צהובים עליהם רשומים המספרים השלמים מ (-6)

עד (1-) (שלשה לכל מספר) ושני כרטיסים ירוקים מסומנים באפס. את הכרטיסים מניחים במקומות המתאימים, כשפניהם כלפי מטה, ומסדרים את הרצים בנקודת הזינוק.



כל משתתף בתורו לוקח את הכרטיס העליון מאחת הערימות, לפי שיקולו. עליו להציב את המספר הרשום על הכרטיס בתבנית המספר עליה עומד הרץ שלו, ותוצאת ההצבה קובעת את המהלך שלו:

אם התקבל מספר *חיובי* - נע *קדימה* מספר משבצות השוות למספר שהתקבל.

אם התקבל מספר *שלילי* - נע *אחורה* מספר משבצות השווה למספר שהתקבל.

אם התקבל *אפס* - נשאר במקומו.

אם התקבל *ביטוי חסר משמעות* - חוזר *לנקודת הזינוק*.

אם הרץ הגיע למשבצת עליה רשומה הוראה, הוא ממלא את ההוראה *מיד*, והתור עובר למשתתף הבא אחריו.

מנצח המשתתף המשלים ראשון שני סיבובים.

נביא מספר תגובות מצד תלמידים ששיחקו במשחק זה:

ישנה נטיה טבעית לבחור כרטיס מן הערימה של המספרים החיוביים. כשהרץ עומד על נקודת הזינוק, בחירת מספר חיובי משתלמת. ילד הוציא את הכרטיס (5+), הציב אותו, והגיע לתבנית (-d + 1). בתור הבא הוא הזדרז לבחור שוב מספר חיובי, ו"התקדם", לשמחת חבריו, אחורנית. בתור הבא, הוא היה פחות פזיז.

תלמידה אחרת, למודת נסיון, החליטה, בהגיעה ל $3\cdot(z-4)$, לבחור מספר שלילי. לרוע מזלה, היא הוציאה את הכרטיס (6-), והיה עליה לסגת סיבוב שלם (30 משבצות).

המשבצת $\frac{b^2 - 1}{b - 1}$ גורמת "צרות" לא מעטות.

בכיתה ז', הצבות בדרך של ניסוי וטעיה, ובכיתות ח'-ט' פישוט התבנית, יכולות להוביל למסקנה, כי בחירת מספר חיובי כדאית. מאידך, בחירת הכרטיס (1+) עלולה להחזיר לנקודה הזינוק (מתקבל ביטוי חסר משמעות). לכן חייבים לבחור בין הסיכון המפתה לבין "ההליכה על בטוח" (אפס).

רעיון המשחק נוצר, והוא אף בוצע לראשונה במסגרת ביקורים בכיתות של תלמידים טעוני טיפוח. בביקורים האלה נעשה ניסיון ליצור חומר לימודים מגשר בין התלמידים האלה לבין תכנית הלימודים הקיימת.
המשחק התקבל בהתלהבות, והתלמידים ביקשו מאתנו להרבות במשחקים גם בביקורינו הבאים.

אבל לצורתו הנוכחית של המשחק הגענו רק לאחר ניסויים רבים נוספים. כך למשל בתחילת תהליכי העיבוד, עמדנו על אי-הבנת הוראות המשחק אצל מספר התלמידים: הם התקדמו בהתאם למספר הרשום על הכרטיס ולא לפי תוצאת ההצבה בתבנית המספר.
הסתבר, כי מקור אי-ההבנה בתבנית שהיתה רשומה בנקודת הזינוק: x. שינוי התבנית ל-$(x + 1)$ מנעה אי-הבנות מסוג זה.

גורם נוסף בתהליך שיפור המשחק הם המורים המשתתפים בהשתלמויות. הצגת משחקים בפני המורים מעוררת תגובות מועילות והצעות לאופן שיבוצם במהלך הלימודים. המורים הופכים, לשעה קלה לתלמידים המשתתפים במשחק. בדרך זו הם יכולים להכיר את המשחקים ואת דרך העבודה בהם.

כדוגמא להצעה מועילה לשיפור המשחק, נביא את הרעיון למהלך הסופי ב"מרוץ הגדול": מנצח המשתתף המסיים ראשון *בדיוק* שני סיבובים. כלומר, אם תוצאת ההצבה היא מספר n גדול ממספר הצעדים הדרוש להשלמת הסיבוב השני, על המשתתף להתקדם עד נקודת הסיום ולהשלים ל n את מספר הצעדים שנותרו בכיוון הפוך. בתור הבא, הוא ינסה שוב.
אפשרות אחרת למקרה כזה, שהוצעה על-ידי אותו המורה, היא להתקדם ב n הצעדים, ולעבור על-ידי כך את נקודת הסיום (*"זנק!"*). בתור הבא, על המשתתף להשתדל לסגת אל נקודת הזינוק. במקרה ועבר אותה שוב בכיוון ההפוך, עליו לנסות שוב להתקדם. כך, עליו לשנות את שיקוליו לפני כל מהלך. זוהי דוגמא מעניינת של תהליך איטרטיבי, לאוו דוקא מתכנס, אף כי מטרת המשחק מתרכזת בהתכנסות עצמה.

לסיכום, נוכל לומר על "המרוץ הגדול", ועל משחקים מתמטיים אחרים, כי:
א. אפשר לשנות את כללי המשחק בהתאם לרמת הכיתה.
ב. תגובות מורים ותלמידים עוזרים לעיצוב צורתו הסופית של המשחק.
ג. אפשר לנצל אותם כאמצעי לימוד של נושא מוגדר מסויים בתכנית הלימודים.