

אם אתה נמנה על אותם מורים שאינם מתביישים להיכנס בערב פורים לכיתה חבושים בכובע צילינדר ועטופים בגלימה של קוסם (גלימה של ידיד עורך דין יכולה לשרת את המטרה), הרי לפניך סידרת רעיונות לשיעור שיש עמו הנאה לתלמיד ולמורה גם יחד. השיעור יעסוק בתכונותיהם של המספרים הזוגיים והאי-זוגיים: הגדרתם, בואם לסירוגין על ציר המספרים, דיון בסכומים ומכפלות של זוגיים באי-זוגיים ובינם לבין עצמם ועוד.

א. קסם היד העשירה

1. החומרים הדרושים: מטבע של 25 אגורות ומטבע של 10 אגורות.
  2. ביצוע: המורה יבקש מאחד התלמידים להחזיק באגרוף קמוץ ביד אחת מטבע של 25 אג' וביד שניה מטבע של 10 אגורות מבלי לאמר באיזה יד נמצאת כל מטבע. המורה יבקש ממנו לכפול את הערך של המטבע הנמצאת בימינו במספר שיתקבל כך: תלמיד שני יתבקש להציע מספר שלם; אם ההצעה תהיה מספר זוגי - זה יהיה גורם הכפל. אם ההצעה תהיה של מספר אי-זוגי, המורה יבקש מתלמיד שלישי לכפול אותו ב-2 והמספר החדש (זוגי) יהיה גורם הכפל. באופן דומה יבחר מספר אי-זוגי וכו' לכפול התלמיד, על פי הוראת המורה, את הערך של המטבע שבשמאלו.
- המורה יבקש מהתלמיד לחבר את המכפלות ולאמר לו את הסכום. (מספיק שיאמר אם הסכום זוגי או אי-זוגי) על פי התשובה יאמר המורה\*\*איזו יד היא העשירה, כלומר באיזו יד נמצא כל מטבע. אם המספר הוא זוגי, המטבע שביד ימין הוא זה של 25 אגורות. אם המספר אי זוגי, המטבע שביד ימין הוא זה של 10 אגורות.

<u>הסכום</u>	<u>המכפלה בשמאל</u>	<u>המכפלה בימין</u>	<u>יד שמאל</u>	<u>יד ימין</u>	<u>הסבר</u>
$2(10m + 25n + 5)$	$10(2m + 1)$	$25 \cdot 2n$	10	25	אפשרות א: 25
$2(10n + 25m) + 1$	$25(2m + 1)$	$10 \cdot 2n$	25	10	אפשרות ב: 10

"מעשה קסמים" זה יכול לשמש מנוף מצוין לדיון בטבלות החיבור והכפל של זוגיים ואי-זוגיים.

אי-זוגי		+	זוגי	
זוגי	אי-זוגי	זוגי	זוגי	אי-זוגי
זוגי	זוגי	זוגי	אי-זוגי	זוגי
אי-זוגי	אי-זוגי	אי-זוגי	זוגי	אי-זוגי

\* שמור את הרעיון לזמן מתאים במשך שנת הלימודים או בסופה.  
\*\* כיד הדמיון הטובה על המורה, יעמיד פנים של מאמץ אינטלקטואלי עליון או יבקש מהתלמיד לבצע עוד חשבונות שונים ומשונים להאדיר את האפקט.

1. החומרים הדרושים: מטבעות שונות מלוא כף היד, או קבוצה של חפצים אחרים שאפשר להציגם בשני מצבים שונים: מכסים של בקבוקי משקה, פיסות נייר שצידן האחד מסומן או צבוע, קלפים, תמונות וכד'.

2. ביצוע: המורה ישים הרבה מטבעות על השולחן. המורה יפנה את הגב אל הכיתה ויבקש מאחד התלמידים להפוך מטבעות אחת אחת אל צידן השני, כשהסדר אינו משנה. בכל פעם שהתלמיד הופך מטבע עליו לקרוא בקול: "הפכתי". התלמיד ימשיך ויעשה זאת עד כמה שירצה. מותר לו כמובן גם להפוך מטבע פעמיים או יותר. כשיחליט להפסיק יאמר "הפכתי, אחרון". לאחר שיסיים יתבקש התלמיד לכסות בכף ידו את אחת המטבעות. המורה יסתובב וינחש כהרף עין איזה פנים של המטבע המכוסה מופנים כלפי מעלה - אלה שעליהם מספר או אלה שעליהם תמונה. (המורה-הקוסם צריך כמובן להוסיף נופך של פלא לניחוש).

השיטה לניחוש היא זאת: לפני שהמורה יסתובב אחורנית ימנה את מספר המטבעות שעליהן רואים תמונה. בכל פעם שהתלמיד קורא "הפכתי" המורה יוסיף 1 למספר המטבעות שעליהן רואים תמונה. כשהתלמיד מסיים יזכור המורה אם הסך הכל הוא מספר זוגי או אי-זוגי. נניח שהמורה קיבל מספר זוגי. כשיסתובב המורה חזרה ימנה שוב את מספר הטבעות שמראות תמונה. אם מספרן אי-זוגי המטבע המכוסה מראה תמונה. אם מספרן זוגי המטבע המכוסה מראה מספר. נניח שהמורה קיבל מספר אי-זוגי. אם מספר המטבעות המראות תמונה על השולחן הוא זוגי אז המטבע המכוסה מראה תמונה. אם מספרן אי זוגי, המטבע המכוסה מראה מספר.

3. הסבר: הכלל הוא שמספר המטבעות המראות תמונה, כולל המטבע המוסתרת, הוא זוגי אם הסך הכל שהמורה קיבל גם הוא זוגי, והוא אי-זוגי אם הסך הכל שהמורה קיבל גם הוא אי-זוגי. התעלול מדגים יפה את העובדה שמספרים זוגיים ואי-זוגיים באים לסירוגין, במילים אחרות:

$$\text{מספר זוגי} \pm 1 = \text{מספר אי-זוגי}$$

$$\text{מספר אי-זוגי} \pm 1 = \text{מספר זוגי}$$

כדי להבין זאת נבדוק מקרה פשוט. נניח כי מלכתחילה היה על השולחן מספר זוגי של תמונות והתלמיד הפך מטבע אחת בלבד. אזי יש שתי אפשרויות: אם התלמיד הפך תמונה למספר, יש עכשיו מספר אי-זוגי אחד פחות מהמספר הזוגי שהיה קודם של תמונות על השולחן. המורה בספירתו יגיע גם כן למספר אי-זוגי (אחד פחות מהזוגי שבו התחיל לספור). אם התלמיד הפך מספר לתמונה, יש עכשיו מספר אי-זוגי (אחד יותר מהמספר הזוגי אשר היה קודם) של תמונות. המורה בספירתו יגיע גם כן למספר אי-זוגי.

עכשיו נניח כי מלכתחילה היה על השולחן מספר אי-זוגי של תמונות, והתלמיד הפך מטבע אחת בלבד. בדומה למקרה הקודם, גם כאן קיימות שתי אפשרויות. בשניהם הזוגיות או אי הזוגיות של מספר התמונות שעל השולחן שווה לזוגיות או אי-הזוגיות של המספר שאליו הגיע המורה במנייתו.

למותר לציין כי המקרה הפשוט של הפיכה אחת מסביר גם את המקרה הכללי של הפיכת מספר שרירותי של מטבעות שכן ניתן לראות את סידרת ההפיכות כבנויה מצעדים של הפיכה אחת המתחילה באחד משני המצבים ההתחלתיים שנתחו לעיל.

### ג. תעלול ידי הפסנתר

1. החומרים הדרושים: חפיסת קלפים או כרטיסים זהים או פיסות נייר פשוטות או אפילו מטבעות זהות.

2. ביצוע: המורה יבקש את אחד התלמידים להניח את שתי ידיו על השולחן כשהכפות מופנות מטה, בדומה לפסנתרן המנגן על פסנתר. המורה יתחב זוג קלפים בין כל שתי אצבעות סמוכות של יד ימין ובין כל שתי אצבעות סמוכות של יד שמאל פרט לזרת והקמיצה שביניהן יושם רק קלף אחד.

המורה (בתנועות דרמטיות תוך הפשלת שרוולים) יוציא זוג הקלפים שבין הזרת לקמיצה ביד ימין של התלמיד, יפריד ביניהם וישים אותם זה לצד זה על השולחן. אחר-כך יעשה דבר דומה לזוג הקלפים שבין הקמיצה לאמה ויניח כל אחד מהקלפים על גבי הקלפים הקודמים. באופן כזה יוצרו על השולחן שתי ערימות של קלפים. כשהמורה יגיע אל הקלף הבודד שבידו השמאלית של התלמיד, ירים אותו ויוועץ בכיתה - באיזו ערימה להניחו? נניח שהקלף הושם בערימה השמאלית. המורה יכריז שהוא יגרום בכוחו המאגי לכך שהקלף הבודד יעבור מהערימה השמאלית אל הימנית.

המורה יקח את הערימה השמאלית (ילטף אותה במבטו ויעשה תנועות בסגנון אברא-קדברה) ויחלק אותה לזוגות. הערימה תחלק ללא שארית. עכשיו יקח המורה את הערימה הימנית ויחלק גם אותה לזוגות קלפים. מסתבר שנשאר ממנה קלף בודד! הא - כיצד?

3. הסבר: התעלול מקורו באחיזת עיניים שכן הצופה אינו עוקב בקפדנות אחרי המספרים. מלכתחילה יש שבעה זוגות קלפים וקלף בודד. כאשר מפרידים את הזוגות יש בכל ערימה 7 קלפים (מספר אי-זוגי). הוספת הקלף הבודד לערימה השמאלית הופכת אותה לבעלת מספר זוגי של קלפים. חלוקתה לזוגות אינה מותירה איפוא כל שארית. לעומת זאת בימנית יש 7 קלפים על כן נשארת שארית. הקלף הבודד לא עובר מערימה לערימה. אך הואיל וחלוקת הקלפים לזוגות נעשית בשקט, ללא מניה, תשומת לב הצופה אינה מופנית לכך שבערימה השמאלית יש זוג אחד יותר מאשר בימנית, אלא מתמקדת רק בקלף הבודד וכך נדמה לו שהקוסם הפלאי העביר את הקלף הבודד מצד לצד.

### ד. העפרון המכושף

1. החומרים הדרושים: ארבעה עפרונות, או ארבעה גפרורים או ארבעה גירים - שלושה לבנים ואחד צבעוני, או ארבע מטבעות זהות.

2. ביצוע: המורה "יכשף" את אחד מארבעת העפרונות אחר כך המורה יניח את העפרונות על השולחן זה לצד זה כך שבשלושה מהם החוד מופנה לכיוון אחד וברביעי "המכושף" החוד מופנה לכיוון הנגדי. (אם משתמשים בחומרים האחרים יש להניחם זה ליד זה כך בשלושה מונחים במצבים זהים ואחד יוצא דופן).

המורה יפנה את גבו אל העפרונות ויזמין את אחד התלמידים לשנות את מקומו של העפרון "המכושף" (שחודו מופנה בכיוון אחר) על-ידי החלפתו עם אחד העפרונות שנמצא בסמוך לו. המורה יזמין ארבעה תלמידים נוספים בזה אחר זה להחליף את העפרון "המכושף" עם אחד העפרונות הסמוכים אליו.

המורה יודיע כי עכשיו הוא יזמין תלמיד נוסף ויתן לו (מבלי להסתכל כמובן) הוראות להסיר מהשולחן שלושה עפרונות כך שעל השולחן ישאר רק העפרון "המכושף" (מורה בעל דימיון יכול לספר על הקומוניקציה המיסטית שהוא מוכרח בשלב זה ליצור עם העפרון המכושף וישמיע מילות-תקשורת או יעשה תנועות מתאימות...). טיבן של ההוראות שינתנו לתלמיד האחרון יפורט לאחר ההסבר.

3. **הסבר:** נסמן את המקום של העפרונות במספרים 1, 2, 3, 4. נניח שהעפרון "המכושף" היה מלכתחילה במקום 2. ביצוע חמש החלפות מקום שלו עם עפרון סמוך לו יכול להביאו רק למקום 1 או 3, שכן על מנת להגיע למקום 4 יש לבצע מספר זוגי של החלפות. באופן דומה אם מלכתחילה היה העפרון המכושף במצב התחלתי 4, הוא יכול להגיע לבסוף רק למצב 1, 3.

מטעמים דומים אם העפרון "המכושף" היה מלכתחילה במצב 1 או 3 הוא יסיים במצב 2 או 4. (המספר 5 הוא שרירותי. הדברים נכונים לגבי כל מספר אי-זוגי של החלפות. המורה יכול להחליט להזמין מספר זוגי של תלמידים לבצע החלפות מקום של העפרון "המכושף" בעפרון סמוך לו. במקרה כזה אם העפרון "המכושף" מתחיל במקום זוגי הוא גם מסיים במקום זוגי ואם הוא מתחיל במקום אי-זוגי הוא גם מסיים במקום אי-זוגי).

**המשך הביצוע:** נניח שהעפרון "המכושף" נמצא, עם תום ההחלפות, במקום אי-זוגי, המורה יבקש מהתלמיד לסלק מהשולחן את העפרון שבמקום 4. (כפועל אין צורך לתת מספרים למקומות. מספיק להראות ביד המתאימה לכיוון המתאים ולאמר: "הסר בבקשה את העפרון העומד ראשון בצד זה"). עכשיו יבקש המורה לבצע עוד החלפת מקום של העפרון "המכושף" בעפרון צמוד לו. (על-ידי כך יוצב העפרון "המכושף" כאמצעי בין שלושת העפרונות שנותרו על השולחן). ההוראות האחרונות תהיינה להסיר את העפרונות הקיצוניים ו"המכושף" ישאר כמו שהמורה הבטיח.

באופן דומה, עם העפרון "המכושף" נמצא, עם תום ההחלפות, במקום זוגי, המורה יבקש מהתלמיד לסלק מהשולחן את העפרון שבמקום 1, אחר-כך יבקש לבצע עוד חילופי מקום בין העפרון "המכושף" ועפרון סמוך לו ולבסוף ינחה את הסרת העפרונות הקיצוניים.

#### מקורות:

1. Milbourne Christopher: Panorama of Magic, Dover 1962.
2. Martin Gardner: Mathematics Magic and Mystery, Dover 1956.